

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**

ODHAD OSOBNÉHO BENEFITU Z ODVEDENÝCH DANÍ

Diplomová práca

Beata Drobná

2012

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**



ODHAD OSOBNÉHO BENEFITU Z ODVEDENÝCH DANÍ

Diplomová práca

Študijný program : Ekonomická a finančná matematika

Študijný odbor: Aplikovaná matematika

1114

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: Mgr. Richard Kollár, PhD.

Bratislava 2012

Beata Drobná



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Beata Drobná
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Odhad osobného benefitu z odvedených daní
Cieľ: Na základe získaných informácií z viacerých zdrojov (ekonomická a finančná literatúra, finančná správa SR, internet, konzultácie) študent zostaví matematický odhad osobných benefítov z odvedených daní pre niekoľko typov osôb.

Vedúci: Mgr. Richard Kollár, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Dátum zadania: 13.01.2011
Dátum schválenia: 14.01.2011

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Čestné vyhlásenie

Čestne vyhlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracovala samostatne za pomoci konzultácií a uvedených bibliografických odkazov.

V Bratislave, apríl 2012

.....

Beata Drobná

Pod'akovanie

Chcela by som touto cestou pod'akovať vedúcemu mojej diplomovej práce Mgr. Richardovi Kollárovi, PhD. za jeho vedenie, ochotu a čas, ktorý mi venoval pri vypracovávaní práce.

Abstrakt

Drobná Beata, Odhad osobného benefitu z odvedených daní, Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, vedúci práce Mgr. Richard Kollár, PhD., Bratislava, 2012, 53 strán.

Hlavným cieľom diplomovej práce je vytvorenie odhadu celkového benefitu z odvedených daní jednotlivca žijúceho v Slovenskej republike. Výpočet vychádza z dát zverejnených vo Výsledkoch hospodárenia štátneho rozpočtu Slovenskej republiky v roku 2007 a údajov o domácnostiach z rodinných účtov. Kvôli spresneniu pri odhade počítame s priamymi aj nepriamymi benefitmi a zohľadňujeme tiež efektívnosť verejného a súkromného sektora. Pri výpočte využívame metódy disagregácie dát uvedené v bakalárskej práci [1], jednou z nich je metóda RAS. Kvôli overeniu využiteľnosti metodiky v práci uvádzame analýzu a verifikáciu výsledkov bakalárskej práce [1]. V ďalšej časti je vytvorený návrh rozšírenia metódy RAS, ktoré zohľadňuje početnosti sledovaných skupín, a dôkaz monotónnosti odhadu takejto metódy v špeciálnom prípade.

Kľúčové slová: priamy benefit, nepriamy benefit, efektívnosť verejného sektora, efektívnosť súkromného sektora, metóda RAS

Abstract

Drobná Beata, The Personal Estimate of Benefit from Paid Taxes, Comenius University, Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics, supervisor Mgr. Richard Kollár, PhD., Bratislava, 2012, 53 pages.

The goal of the diploma thesis is to estimate the total benefit from taxation of an individual in Slovak Republic. The calculation is based on data published in the 2007 State Budget Execution Report (Net Income Report) and the Household Budget Survey of Slovak Republic. To achieve a higher precision, direct and indirect benefits, and the efficiency of public and private sectors are all accounted for. The methodology uses data disaggregation methods, including the RAS method, presented in the bachelor thesis [1]. To test applicability, the results of [1] are analyzed and verified. Moreover, we propose an extension of the RAS method to account for varying population sizes of data and prove a monotonicity of the extension under special conditions.

Key words: direct benefit, indirect benefit, effectivity of public sector, effectivity of private sector, RAS method

Obsah

Zoznam ilustrácií a tabuliek.....	1
Úvod	4
1 Analýza výsledkov bakalárskej práce [1].....	5
2 Modifikácia a analýza metódy RAS	10
2.1 Škálovanie vstupnej matice.....	10
2.2 Rozšírenie metódy RAS použitím početnosti skupín	11
3 Odhad benefitu z odvedenej dane.....	27
3.1 Dáta	27
3.2 Typy benefitov a ich výpočet.....	27
3.3 Výsledky	42
Zhrnutie výsledkov a záver.....	51
Zoznam bibliografických odkazov	54

Zoznam ilustrácií a tabuliek

1 Analýza výsledkov bakalárskej práce [1]

Obrázok č. 1: Relatívne chyby - príjmy zo zamestnania

Obrázok č. 2: Logaritmované chyby - príjmy zo zamestnania

Obrázok č. 3: Relatívne chyby - príjmy z vlastného podnikania

Obrázok č. 4: Logaritmované chyby - príjmy z vlastného podnikania

Obrázok č. 5: Relatívne chyby - výdavky na potraviny

Obrázok č. 6: Logaritmované chyby - výdavky na potraviny

Obrázok č. 7: Relatívne chyby - výdavky na odevy

Obrázok č. 8: Logaritmované chyby - výdavky na odevy

Obrázok č. 9: Relatívne chyby - výdavky na bývanie

Obrázok č. 10: Logaritmované chyby - výdavky na bývanie

Obrázok č. 11: Relatívne chyby - výdavky na nábytok

Obrázok č. 12: Logaritmované chyby - výdavky na nábytok

Tabuľka č. 1: Pomery disperzií chýb nášho odhadu a odhadu aritmetickým priemerom

2 Modifikácia a analýza metódy RAS

Tabuľka č. 2: Výdavky priemernej domácnosti v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti za rok 2005 v eurách

Tabuľka č. 3: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti

Tabuľka č. 4: Výdavky všetkých domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti za rok 2005 v tis. eur

Tabuľka č. 5: Pôvodná metóda RAS ($\alpha = 1$)

Tabuľka č. 6: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 0.25$)

Tabuľka č. 7: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 0.5$)

Tabuľka č. 8: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 0.75$)

Tabuľka č. 9: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 1.25$)

Tabuľka č. 10: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 1.5$)

Tabuľka č. 11: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 2$)

Tabuľka č. 12: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti – monotónnosť (Príklad 1)

Tabuľka č. 13: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti – monotónnosť (Príklad 2)

Tabuľka č. 14: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti – dominancia

Tabuľka č. 15: Hodnota podmienky dominancie (1)

Tabuľka č. 16: Percento respondentov, ktorí si zvolili daný prvok – 1. úloha

Tabuľka č. 17: Percento respondentov, ktorí si zvolili daný prvok – 2. úloha

3 Odhad benefitu z odvedenej dane

Tabuľka č. 18: Výdavky štátu v roku 2007 podľa funkčnej klasifikácie

Obrázok č. 13: Hranica efektívnosti – príklad

Obrázok č. 14: Vplyv dotácie na dopyt a ponuku

Obrázok č. 15: Tok štátnych peňazí

Tabuľka č. 19: Výpočet benefitu zo vzdelávania

Tabuľka č. 20: Výpočet benefitu z vybraných výdavkov verejnej správy

Tabuľka č. 21: Index rizika nákladov

Tabuľka č. 22: Výpočet benefitu z výdavkov zdravotných poisťovní

Tabuľka č. 23: Výpočet benefitu, ktorý závisí od výšky spotreby

Tabuľka č. 24: Priame benefity – priemer

Tabuľka č. 25: Priame benefity – krajské mesto

Tabuľka č. 26: Priame benefity – iné mesto

Tabuľka č. 27: Priame benefity – iná obec

Tabuľka č. 28: Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby

Tabuľka č. 29: Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby – vzdelávanie, zdravotné poisťovne

Tabuľka č. 30: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – priemer

Tabuľka č. 31: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – krajské mesto

Tabuľka č. 32: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – iné mesto

Tabuľka č. 33: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – iná obec

Tabuľka č. 34: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)

Tabuľka č. 35: Benefit - porovnanie s daňou – priemer

Tabuľka č. 36: Benefit - porovnanie s daňou – krajské mesto

Tabuľka č. 37: Benefit - porovnanie s daňou – iné mesto

Tabuľka č. 38: Benefit - porovnanie s daňou – iná obec

Zhrnutie výsledkov a záver

Obrázok č. 16: Príjmy, benefity a dane jednotlivých skupín - priemer

Tabuľka č. 39: Celoživotný čistý benefit

Úvod

Hlavným cieľom diplomovej práce je vytvorenie odhadu benefitu z odvedenej dane. Práca je pokračovaním bakalárskej práce [1], v ktorej sme sa venovali odhadovaniu odvedenej dane. Motiváciou diplomovej práce je doplnenie obrazu o reálnych výdavkoch a príjmoch občana voči štátu. Samotný odhad dane zachytáva iba jednu stranu toku týchto peňazí. Celkové výdavky štátu v roku 2007 dosiahli výšku 345 747 885 tisíc Sk. Z týchto výdavkov boli financované sociálne príspevky, zdravotníctvo, obrana, vzdelávanie a veľa ďalších odvetví a súčastí bežného života občana. V práci analyzujeme to, aké výhody nám prináša platenie daní a aké výhody poberáme ako občania a členovia tejto spoločnosti. Metodika výpočtu, ktorú v diplomovej práci vytvárame, nám umožňuje vypočítané výsledky aplikovať na ľubovoľnú domácnosť podľa zloženia jej členov a zistiť tak jej benefit a odvedené dane [11].

Metóda RAS. V prvej časti diplomovej práce sa venujeme metodike, ktorú sme využívali v bakalárskej práci [1]. Cieľom metodiky je disagregácia dát a jej súčasťou je metóda RAS. Bližšia analýza tejto metódy a jej rozšírenie sú uvedené v kapitole 2 *Modifikácia a analýza metódy RAS*. V kapitole 1 *Analýza výsledkov bakalárskej práce* je uvedený popis a verifikácia výsledkov danej metodiky.

Odhad benefitu. Hlavná časť práce je venovaná vytvoreniu samotného odhadu benefitu. Benefity, ktoré odhadujeme sú rozdelené na priame benefity (sociálne príspevky ako napríklad dôchodky alebo príspevky v nezamestnanosti) a nepriame benefity. Pod nepriamymi benefitmi si predstavujeme peniaze, ktoré štát občanom ušetril tým, že poskytol dotáciu vybranému odvetviu. Okrem takéhoto typu nepriamych benefitov počítame tiež s výhodami, ktoré plynú občanom z toho, že štát priamo financuje poskytovanie služieb ako napríklad vzdelávanie, zdravotníctvo alebo obrana. Pri výpočte sme uvažovali, že štát nevyužíva svoje výdavky dokonale efektívne, a teda sme brali do úvahy iba ich percento určené efektivitou verejného sektora. Podobne firmy neodrážajú dotáciu od štátu priamo vo svojich cenách, preto sme pracovali tiež s efektivitou súkromného sektora, ktorá vyjadruje percento dotácie, ktoré sa odzrkadlí v znížení cien firmy. K výpočtu jednotlivých benefitov sme pristupovali osobitne. Snažili sme sa čo najviac spresniť náš odhad, preto sme hľadali pri každej položke možnosti ako špecifikovať odhad pre jednotlivé skupiny občanov. Konkrétna metodika výpočtu a jej výsledky sú popísané v kapitole 3 *Odhad benefitu z odvedenej dane*.

1 Analýza výsledkov bakalárskej práce [1]

Obsahom prvej kapitoly je analýza našich výsledkov z bakalárskej práce s názvom „Odhad odvodu daní z rodinných účtov“ [1] a ich verifikácia. Cieľom bakalárskej práce bolo vytvoriť odhad dane, ktorú platí občan štátu. Pri riešení tejto problematiky sme využili metódu, ktorej cieľom je disagregácia dát. Dôvodom bolo, že údaje, s ktorými sme pracovali boli z agregovaných rodinných účtov. Rodinné účty sú dáta zhrňajúce príjmy a výdavky domácností na Slovensku. Podrobný popis metodiky tohto výpočtu a taktiež dát, s ktorými sme pracovali je uvedený v bakalárskej práci [1].

Štatistický úrad SR nám neskôr poskytol aj disagregované dáta, teda príjmy a výdaje každej sledovanej domácnosti. Spravili sme porovnanie disagregovaných dát z rodinných účtov s našimi odhadmi z bakalárskej práce [1] pre vybrané položky príjmov a výdavkov domácností v krajských mestách.

Metóda. Sledovaných domácností v krajských mestách je k dispozícii 1080. Pre každú domácnosť osobitne vypočítame nami odhadované údaje v závislosti od počtu a typu jej členov. Uvažujeme prípad výdavkov domácnosti na položku P (akou sú napríklad potraviny, ...). Z výsledkov bakalárskej práce [1] vypočítame náš odhad výšky týchto výdavkov pre každú sledovanú rodinu. Teda pre $i = 1, 2, \dots, 1080$ zistíme

$$\tilde{d}_i = x_{i1}a_1 + x_{i2}a_2 + x_{i3}a_3 + x_{i4}a_4,$$

kde a_j označuje náš odhad výdavkov na položku P skupiny jednotlivcov typu j (ekonomicky aktívni, závislé deti, dôchodcovia a iní) a x_{ij} označuje ich početnosť v i -tej domácnosti. Tieto údaje potom porovnáme s reálnymi hodnotami výdavkov daných domácností, ktoré si označíme d_i . Pre každé $i = 1, 2, \dots, 1080$ zistíme relatívnu chybu nášho odhadu a taktiež relatívnu chybu odhadu priemerom, ktorý je uvedený v agregovaných rodinných účtoch. Označíme ho \bar{d} . Tento odhad je samozrejme pre každú domácnosť rovnaký.

$$\tilde{\varepsilon}_i = \frac{d_i - \tilde{d}_i}{d_i}, \quad \bar{\varepsilon}_i = \frac{d_i - \bar{d}}{d_i}$$

Chyby následne vykreslíme do histogramu. Okrem relatívnych chýb sme zisťovali aj zlogaritmované pomery odhadov a reálnych hodnôt

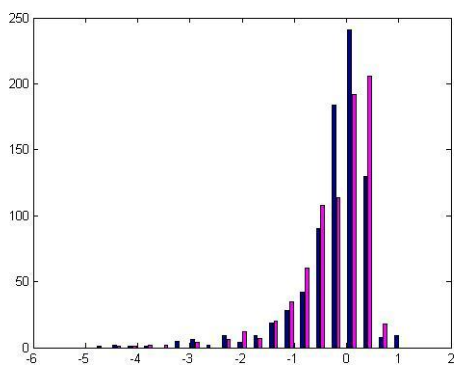
$$\tilde{\varepsilon}_i^2 = \ln \frac{d_i}{\tilde{d}_i}, \quad \bar{\varepsilon}_i^2 = \ln \frac{d_i}{\bar{d}}.$$

Tieto chyby zachovávajú pomery medzi odhadmi a reálnymi hodnotami v prípade, keď je odhad väčší, aj keď je menší ako realita. Relatívne chyby sú zhora

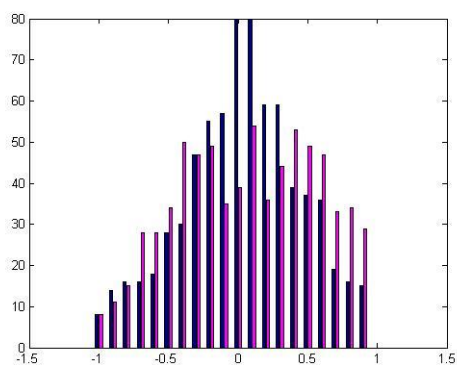
ohraničené jednotkou. V prípadoch, kedy odhad podhodnocuje reálnu hodnotu danej položky, je hodnota relatívnej chyby záporná. Evokuje chybovosť bližšiu nule ako pre odhad s rovnakým pomerom voči realite v prípade nadhodnotenia. Z tohto dôvodu sme doplnili logaritmované chyby.

Výsledky. Na nasledujúcich obrázkoch sú vykreslené histogramy relatívnych chýb aj zlogaritmovaných pomerov odhadov a reálnych hodnôt. Modrá farba znázorňuje chyby nášho odhadu, fuchsiová chyby priemeru. Vybrali sme niekoľko položiek z príjmov a výdajov, ktoré najviac ovplyvnili výslednú hodnotu odvádzaných daní.

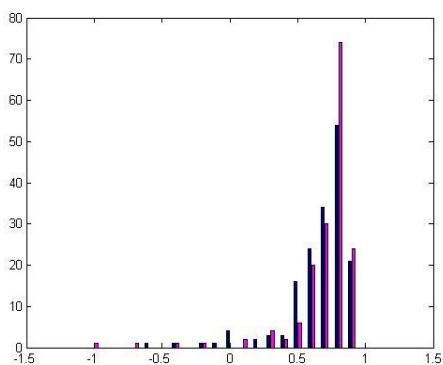
Obrázok č.1: Relatívne chyby príjmy zo zamestnania



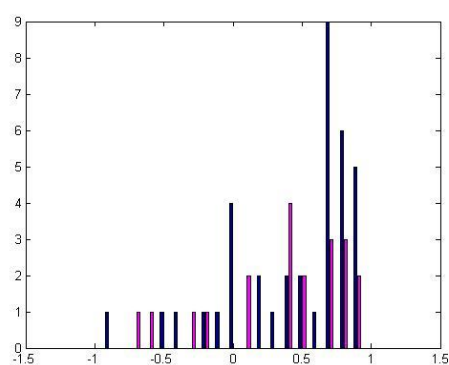
Obrázok č.2: Logaritmované chyby príjmy zo zamestnania



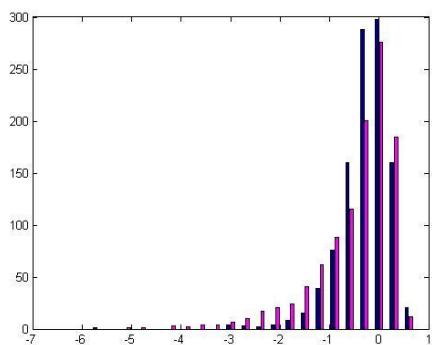
Obrázok č.3: Relatívne chyby príjmy z vlastného podnikania



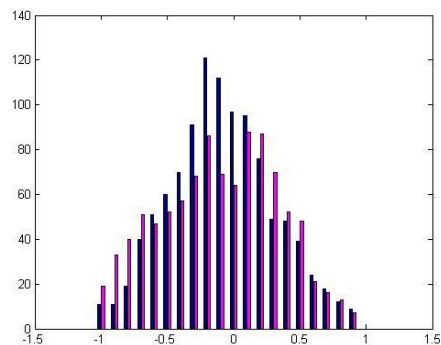
Obrázok č.4: Logaritmované chyby príjmy z vlastného podnikania



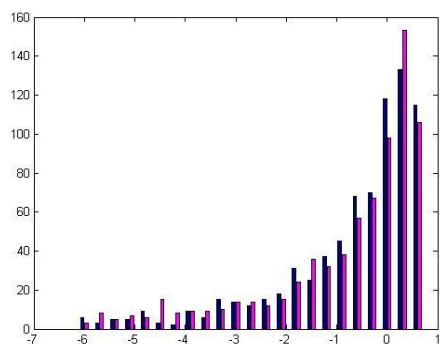
Obrázok č.5: Relatívne chyby výdavky na potraviny



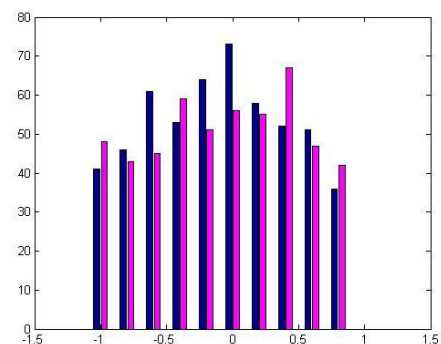
Obrázok č.6: Logaritmované chyby výdavky na potraviny



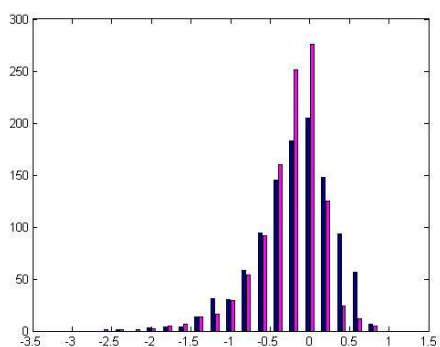
Obrázok č.7: Relatívne chyby výdavky na odevy



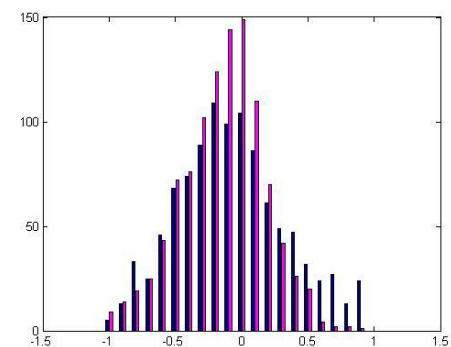
Obrázok č.8: Logaritmované chyby výdavky na odevy



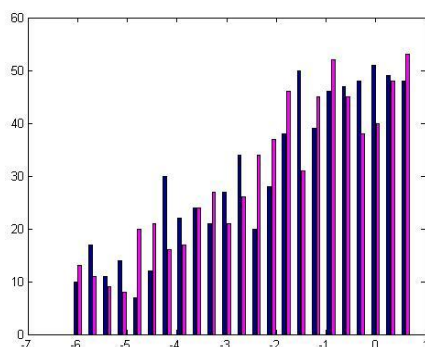
Obrázok č.9: Relatívne chyby výdavky na bývanie



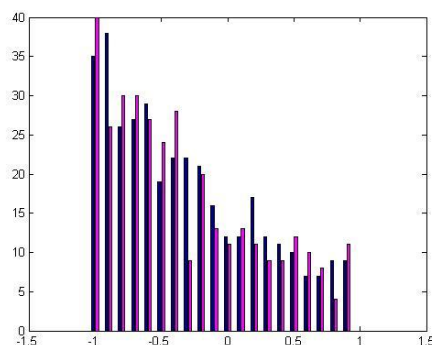
Obrázok č.10: Logaritmované chyby výdavky na bývanie



Obrázok č.11: Relatívne chyby výdavky na nábytok



Obrázok č.12: Logaritmované chyby výdavky na nábytok



Analýza výsledkov. V prípade príjmov zo zamestnania, výdavkov na potraviny a na odevy vidíme, že pre relatívne chyby bližšie nule stúpa početnosť našich odhadov s takouto chybovosťou, teda sa zvyšuje počet presnejšie určených dát. Aj v porovnaní s relatívnymi chybami priemeru vidíme, že histogram našich odhadov sa v okolí nuly pohybuje v o niečo vyšších hodnotách. V prípade logaritmovaných chýb histogramy pripomínajú pri týchto položkách normálne rozdelenie viac ako histogramy relatívnych chýb. Lepší výsledok oproti priemeru podporuje tiež disperzia chýb týchto položiek, ktorá bola vo všetkých troch prípadoch nižšia pre náš odhad. V *Tabuľke č. 1* sú uvedené pomery disperzií absolútnych chýb oboch odhadov.

Tabuľka č. 1 : Pomery disperzií chýb nášho odhadu a odhadu aritmetickým priemerom

	pomer disperzií $\frac{Var(\hat{\epsilon}_i)}{Var(\bar{\epsilon}_i)}$
príjmy zo zamestnania	1,931
príjmy z podnikania	1,036
výdavky na potraviny	1,433
výdavky na odevy	1,048
výdavky na bývanie	0,768
výdavky na nábytok	0,995

Histogramy príjmov z vlastného podnikania nasvedčujú tomu, že oba odhady predpokladali nižšie reálne hodnoty. Tento problém sa vyskytol z toho dôvodu, že väčšina pracujúcich má príjem zo zamestnania a príjem z vlastného podnikania je buď veľmi malý alebo nulový. Druhou menšou skupinou pracujúcich sú tí, ktorých jediným

príjmom je príjem z vlastného podnikania. Preto sa dá očakávať, že rozdelenie príjmov v tejto kategórii bude bimodálne. Priemer aj naše odhady, ktoré vychádzajú z priemerných hodnôt pre jednotlivcov, túto situáciu nevedia dobre modelovať. Na histograme však vidieť, že aj napriek vyšším chybám pri väčšine domácností, predsa len vo všeobecnosti chybovosť nášho odhadu vyzerá byť menšia ako chybovosť priemeru. Túto teóriu podporuje aj jeho menšia disperzia.

V prípade výdavkov na nábytok sú oba odhady veľmi nepresné, čo je spôsobené tým, že výdavky na nábytok sú v rozpočte domácností iba výnimočné. Výdavky na bývanie boli zase lepšie odhadnuté priemerom ako našim odhadom, čo môže byť spôsobené tým, že takýto druh výdavkov nie je priamo naviazaný na počet a typ členov domácnosti.

Prezentované výsledky indikujú, že metóda disagregácie dát v rodinných účtoch poskytuje lepšiu informáciu o domácnostiach v položkách, ktoré zachytávajú pravidelný príjem alebo výdaj a závisia od zloženia členov domácnosti, kým pre výdavky naviazané na domácnosť ako celok, prípadne nepravidelné príjmy a výdaje neprináša kvalitatívne zlepšenie odhadu oproti odhadu aritmetickým priemerom.

2 Modifikácia a analýza metódy RAS

Ďalším cieľom našej práce bolo bližšie preskúmať vlastnosti metódy RAS, ktorú sme použili v bakalárskej práci [1] na disagregáciu dát, a nájsť jej modifikáciu. Metódu RAS sme využili na vytvorenie prienikov dvoch kritérií delenia. Poznali sme príjmy a výdavky štyroch skupín jednotlivcov, konkrétne ekonomicky aktívnych, závislých detí, dôchodcov a iných a zároveň sme poznali príjmy a výdavky priemerných domácností v krajských mestách, iných mestách a iných obciach. Bližšie vysvetlenie výberu týchto skupín je uvedené v bakalárskej práci [1]. Zadanie problému, ktorý sme riešili, bolo vlastne nájsť prvky tabuľky, v ktorej poznáme súčty riadkov a stĺpcov.

	krajské mesto	iné mesto	iná obec	súčet
ekonomicky aktívni	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$b_1^r = \sum_{j=1}^3 y_{1j}$
závislé deti	y_{21}	y_{22}	y_{23}	$b_2^r = \sum_{j=1}^3 y_{2j}$
dôchodcovia	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$b_3^r = \sum_{j=1}^3 y_{3j}$
ostatní	y_{41}	y_{42}	y_{43}	$b_4^r = \sum_{j=1}^3 y_{4j}$
súčet	$b_1^c = \sum_{i=1}^4 y_{i1}$	$b_2^c = \sum_{i=1}^4 y_{i2}$	$b_3^c = \sum_{i=1}^4 y_{i3}$	

Pôvodná metóda RAS rieši nasledujúcu úlohu

$$\min E_U(Y) = \min \sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{u_k} \right)$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n y_{ij} = b_i^r, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m y_{ij} = b_j^c,$$

kde u_k sú prvky vstupnej matice U , matica Y je hľadaná matica a b_i^r a b_j^c sú súčty riadkov a stĺpcov tejto matice, ktoré poznáme [3].

2.1 Škálovanie vstupnej matice

Pri použití metódy RAS sme pracovali so vstupnou maticou, ktorú sme vytvorili tak, aby jej prvky približne korešpondovali s nami predpokladanými pomermi medzi jednotlivými prvkami odhadovanej matice \hat{Y} . Rozhodli sme sa spresniť vstupnú maticu

U a približiť ju čo najviac našim intuitívnym predstavám o matici \hat{Y} . Spresnenie počiatkovej matice by mohlo viesť k lepšiemu konečnému odhadu. Skúmali sme teda ako ovplyvní optimálnu maticu \hat{Y} adekvátne preškálovanie nášho pôvodného odhadu vstupnej matice. Maticu U sme pre násobili konštantou K , ktorá predstavuje priemernú hodnotu jedného prvku cieľovej matice \hat{Y} . Odhadli sme ju pomocou známych súčtov riadkov a stĺpcov matice. Takto modifikovaná úloha má nasledujúci tvar

$$\begin{aligned} \min \sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{K u_k} \right) &= \min \left[\sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{u_k} \right) - \sum_{k=1}^K y_k \ln K \right] = \\ &= \min \left[\sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{u_k} \right) - \ln K \sum_{k=1}^K y_k \right] \end{aligned}$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n y_{ij} = b_i^r, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m y_{ij} = b_j^c.$$

Teda ide o riešenie úlohy

$$\min \left[\sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{u_k} \right) - \ln K \sum_{i=1}^m b_i^r \right] = \min \left[E_U(Y) - \ln K \sum_{i=1}^m b_i^r \right]$$

za daných podmienok. Optimálne riešenie tejto úlohy je rovnaké ako riešenie pôvodnej úlohy, keďže jediným rozdielom medzi nimi je člen $\ln K \sum_{i=1}^m b_i^r$ v účelovej funkcii, ktorý nezávisí od prvkov matice Y . Teda odhad vytvorený metódou RAS nezávisí na škálovaní počiatkovej matice.

2.2 Rozšírenie metódy RAS použitím početnosti skupín

Ďalšou modifikáciou pôvodnej úlohy je α -násobné váženie počiatkovej matice početnosťami jednotlivých skupín. Teda ak d_{ij} predstavuje početnosť skupiny i -teho riadku a j -teho stĺpca, potom má úloha nasledovný tvar

$$\min \sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{d_k^{\alpha-1} u_k} \right) = \min \left[\sum_{k=1}^K y_k \ln \left(\frac{y_k}{u_k} \right) - (\alpha - 1) \sum_{k=1}^K y_k \ln d_k \right]$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n y_{ij} = b_i^r, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m y_{ij} = b_j^c.$$

Pre $\alpha = 1$ je táto úloha totožná s pôvodnou. Mocnina nad početnosťami nie je rovná priamo α z dôvodu prehľadnosti pri samotnom výpočte. Vstupný odhad, ktorý vytvárame v našej reálnej úlohe, je totiž odhadom matice priemerných hodnôt danej

položky pre jednotlivé skupiny. Následne je tento vstupný odhad prenasobený početnosťami, aby sme získali vstupnú maticu U , ktorá je hodnoverným kandidátom na odhad matice Y . Prvok y_{ij} matice Y je totiž v našej úlohe interpretovaný ako celkový výdavok alebo príjem všetkých jednotlivcov patriacich do prieniku skupín i a j , nie iba ich priemer. Teda už v pôvodnej metóde RAS sa objavuje váženie početnosťami skupín a pre vstupný odhad U platí $\forall i, j: u_{ij} = d_{ij} \tilde{u}_{ij}$. Teda v prípade modifikovanej RAS metódy sa v menovateli jednotlivých členov sumy nachádza výraz $d_k^\alpha \tilde{u}_k$, kde \tilde{u}_k je prvok nášho počiatočného odhadu matice priemerných hodnôt.

Vplyv modifikácie sme sledovali na dvoch nasledujúcich príkladoch. V oboch prípadoch sme poznali výsledné hodnoty.

Monotónnosť modifikovanej metódy RAS.

Príklad č.1. V prvom prípade sme využili informácie z databázy Eurostat o výdavkoch priemernej domácnosti v Španielsku, Poľsku a na Slovensku za rok 2005. Domácnosti v každej krajine sú tiež rozdelené podľa veku hlavy domácnosti. Všetky dáta sú udávané v eurách.

Tabuľka č.2: Výdavky priemernej domácnosti v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti za rok 2005 v eurách [2]

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	12 393,00	13 629,00	13 074,00	8 088,00
Španielsko	23 095,00	27 928,00	31 830,00	20 464,00
Poľsko	10 627,00	12 424,00	11 152,00	8 270,00

Tabuľka č. 2 predstavuje konečnú maticu Y , ktorej prvky chceme pomocou modifikovanej metódy RAS vypočítať. Okrem priemerných výdavkov jednotlivých skupín domácností poznáme aj početnosti daných skupín.

Tabuľka č. 3: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti [2]

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	458,00	1 495,00	1 568,00	1 189,00
Španielsko	218,00	2 233,00	2 763,00	3 667,00
Poľsko	3 612,00	9 865,00	12 326,00	8 964,00

V *Tabuľke č. 3* sme farebne oddelili skupiny podľa ich početnosti. Najsvetlejšia farba vyznačuje najmenšie skupiny, tmavšia stredné a najtmavšia najpočetnejšie skupiny. *Tabuľka č. 3* predstavuje maticu početností, ktorú označujeme ako maticu D . Podľa postupu popísaného v bakalárskej práci [1] sme vytvorili úlohu tak, aby súčty riadkov a stĺpcov dávali zmysel. Vypočítali sme teda výdavky za rok 2005 všetkých sledovaných domácností v daných krajinách a skupinách domácností.

Tabuľka č.4: Výdavky všetkých domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti za rok 2005 v tis. eur

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov	súčet
Slovensko	5 675,99	20 375,36	20 500,03	9 616,63	56 168,01
Španielsko	5 034,71	62 363,22	87 946,29	75 041,49	230 385,71
Poľsko	38 384,72	122 562,76	137 459,55	74 132,28	372 539,32
Súčet	49 095,43	205 301,34	245 905,87	158 790,40	

Vstupnú maticu vypočítame nasledovne. Najprv odhadujeme vstupnú maticu \tilde{U} pre výdavky priemerných domácností a potom túto maticu prenásobíme početnosťami skupín, aby sme dostali počiatočnú maticu problému, ktorý riešime.

$$\forall i, j: u_{ij} = d_{ij} \tilde{u}_{ij}$$

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 0.8 & 1.5 & 1.5 & 0.8 \end{pmatrix}$$

Matica U je náš vstupný odhad, ktorým odhadujeme približné pomery medzi jednotlivými prvkami matice Y , teda medzi výdavkami všetkých domácností v jednotlivých krajinách a skupinách delených podľa veku hlavy domácnosti. Takto postavenú úlohu sme riešili pre rôzne hodnoty $\alpha \in \langle 0.25, 2 \rangle$. Výsledky sú uvedené v *Tabuľkách č. 5, 6, 7, 8, 9, 10 a 11*.

Tabuľka č. 5: Pôvodná metóda RAS ($\alpha = 1$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	10 950,60	13 762,61	13 450,61	7 978,97
Španielsko	30 554,93	28 800,86	28 147,95	22 263,33
Poľsko	10 359,66	12 206,18	11 929,46	7 548,39

Tabuľka č. 6: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 0.25$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	9 184,65	12 559,01	13 793,55	9 720,29
Španielsko	69 582,90	30 266,63	29 365,96	18 132,83
Pol'sko	8 228,07	12 056,79	11 612,80	9 007,13

Tabuľka č. 7: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 0.5$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	9 937,56	12 936,88	13 665,50	9 124,03
Španielsko	54 177,14	29 860,61	29 040,30	19 541,31
Pol'sko	9 062,41	12 091,43	11 702,09	8 510,03

Tabuľka č. 8: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 0.75$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	10 526,27	13 338,31	13 551,98	8 542,22
Španielsko	41 132,96	29 370,65	28 633,12	20 921,94
Pol'sko	9 775,03	12 141,50	11 807,81	8 022,42

Tabuľka č. 9: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 1.25$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	11 225,15	14 207,49	13 357,73	7 436,31
Španielsko	22 290,59	28 162,56	27 595,25	23 559,77
Pol'sko	10 823,63	12 283,24	12 065,17	7 090,02

Tabuľka č. 10: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 1.5$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	11 372,84	14 669,72	13 269,26	6 914,91
Španielsko	16 029,96	27 471,02	26 989,41	24 809,56
Pol'sko	11 182,76	12 369,72	12 212,23	6 647,92

Tabuľka č. 11: Modifikovaná metóda RAS ($\alpha = 2$)

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	11 387,22	15 631,80	13 090,42	5 935,53
Španielsko	8 045,24	25 992,51	25 679,12	27 171,85
Poľsko	11 662,85	12 558,59	12 528,70	5 811,45

Pri porovnaní výsledkov modifikovanej a pôvodnej metódy RAS oproti realite uvedenej v *Tabuľke č. 2* sme zistili, že nedošlo k zlepšeniu odhadu všetkých prvkov matice pre nejaké α naraz. Zaujímavé však bolo, že v prípade málo početných skupín pri malej zmene α došlo k veľmi rýchlej zmene výslednej odhadovanej hodnoty. Takýmto spôsobom došlo tým pádom už pri malej modifikácii úlohy k veľmi dobrým zlepšeniam odhadov tohto typu. Avšak to, či k zlepšeniu dôjde zväčšovaním alebo zmenšovaním α nie je vo všeobecnosti jednoznačné. Okrem tohto pozorovania sme si všimli, že všetky prvky okrem jedného rastú alebo klesajú v α . V *Tabuľke č.12* sú farebne zvýraznené skupiny domácností, ktorých odhady sú v α rastúce, klesajúce a prvok, ktorý podľa našich výsledkov nie je monotónny.

Tabuľka č. 12: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti – monotónnosť (Príklad 1) [2]

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	458,00	1 495,00	1 568,00	1 189,00
Španielsko	218,00	2 233,00	2 763,00	3 667,00
Poľsko	3 612,00	9 865,00	12 326,00	8 964,00

nemonotónny prvok
 rastúci prvok
 klesajúci prvok

V *Tabuľke č.12* vidíme, že v prvých troch stĺpcoch je rastúci prvok práve ten, kde je skupina domácností najpočetnejšia. V poslednom stĺpci to neplatí avšak rastúci odhad má skupina, ktorá je najpočetnejšia vzhľadom na riadok. Toto pozorovanie nás priviedlo na myšlienku, že skupiny, ktoré sú istým spôsobom, čo sa týka početnosti, dominantné v tabuľke majú rastúce odhady v α . Naše pozorovania sme si overili aj na nasledujúcom príklade.

Príklad č. 2. V druhom príklade sme použili podobný typ dát ako v predošlom prípade. Ide o výdavky priemernej domácnosti v Nórsku, Chorvátsku a Švédsku, pričom domácnosti sú tiež členené podľa veku hlavy domácnosti. V *Tabuľke č. 13* je uvedený

počet domácností v jednotlivých skupinách a farebné rozdelenie vyznačuje podobne ako v *Tabuľke č. 12* monotónnosť výsledných odhadov jednotlivých prvkov matice Y v α .

Tabuľka č. 13: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti – monotónnosť (Príklad 2) [2]

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Nórsko	343,00	1 402,00	1 081,00	550,00
Chorvátsko	71,00	536,00	914,00	1 206,00
Švédsko	192,00	762,00	671,00	454,00

nemonotónny prvok
 rastúci prvok
 klesajúci prvok

Aj v druhom príklade sa nám potvrdilo pozorovanie, že odhady sú monotónne v α . V *Tabuľke č. 13* v prvom, druhom a štvrtom stĺpci sa nám potvrdzuje, že najpočetnejšia skupina domácností má rastúci odhad, v treťom stĺpci rastie odhad, ktorého početnosť je jedna z vyšších v riadku. Vidíme však, že určiť rastúci prvok sa nedá na prvý pohľad.

Princíp fungovania modifikovanej metódy RAS. Vlastnosť monotónnosti prvkov v modifikovanej metóde RAS by nám mohla pomôcť k určeniu „intervalov spoľahlivosti“, teda intervalov, o ktorých by sme predpokladali, že zasahujú realitu s istou pravdepodobnosťou. Z týchto intervalov by sme vedeli tiež lepšie posúdiť dôveryhodnosť odhadu vytvoreného pomocou pôvodnej metódy RAS. Rozhodli sme sa teda podložiť matematicky naše pozorovania a pozrieť sa bližšie na to za akých podmienok sú naše pozorovania platné.

Úloha, ktorú riešime má tvar

$$\min \left[\sum_{i,j} y_{ij} \ln \left(\frac{y_{ij}}{u_{ij}} \right) - (\alpha - 1) \sum_{i,j} y_{ij} \ln d_{ij} \right]$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n y_{ij} = b_i^r, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m y_{ij} = b_j^c.$$

Označme si $\varepsilon = \alpha - 1$ a odhad z pôvodnej metódy RAS, teda pre $\varepsilon = 0$, si označíme \hat{Y} . Zaujímajú nás zmeny medzi pôvodnou metódou a modifikovanou preto zdefinujeme premenné x_{ij} ako

$$\forall i, j: x_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}.$$

Zmeníme úlohu tak, aby sme minimalizovali účelovú funkciu cez x_{ij} a budeme sledovať, aké hodnoty budú optimálne premenné x_{ij} nadobúdať pre malé ε . Zmena v podmienkach bude nasledovná

$$\forall i: \sum_{j=1}^n x_{ij} = 0, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m x_{ij} = 0.$$

Keďže platia podmienky pôvodnej metódy RAS, teda

$$\forall i: \sum_{j=1}^n y_{ij} = b_i^r, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m y_{ij} = b_j^c.$$

potom platí

$$\begin{aligned} \forall i: b_i^r &= \sum_{j=1}^n y_{ij} = \sum_{j=1}^n (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) = b_i^r + \sum_{j=1}^n x_{ij} \Rightarrow \forall i: \sum_{j=1}^n x_{ij} = 0 \\ \forall j: b_j^c &= \sum_{i=1}^m y_{ij} = \sum_{i=1}^m (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) = b_j^c + \sum_{i=1}^m x_{ij} \Rightarrow \forall j: \sum_{i=1}^m x_{ij} = 0. \end{aligned}$$

Účelovú funkciu si označíme $f(x)$

$$f(x) = \sum_{i,j} (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) \ln \left(\frac{\hat{y}_{ij} + x_{ij}}{u_{ij}} \right) - \varepsilon \sum_{i,j} (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) \ln d_{ij}.$$

Pomocou Taylorovho rozvoja ju potom môžeme vyjadriť nasledujúcim spôsobom

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{i,j} (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) \left[\ln \left(\frac{\hat{y}_{ij}}{u_{ij}} \right) + \frac{x_{ij}}{\hat{y}_{ij}} - \frac{1}{2} \left(\frac{x_{ij}}{\hat{y}_{ij}} \right)^2 + \sigma \left(\left(\frac{x_{ij}}{\hat{y}_{ij}} \right)^3 \right) \right] - \\ &\quad - \varepsilon \sum_{i,j} (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) \ln d_{ij} \cong \\ &\cong \sum_{i,j} (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) \left[\ln \left(\frac{\hat{y}_{ij}}{u_{ij}} \right) + \frac{x_{ij}}{\hat{y}_{ij}} - \frac{1}{2} \left(\frac{x_{ij}}{\hat{y}_{ij}} \right)^2 \right] - \varepsilon \sum_{i,j} (\hat{y}_{ij} + x_{ij}) \ln d_{ij} = \\ &= \left(\sum_{i,j} \hat{y}_{ij} \ln \left(\frac{\hat{y}_{ij}}{u_{ij}} \right) - \varepsilon \sum_{i,j} \hat{y}_{ij} \ln d_{ij} \right) + \sum_{i,j} x_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{x_{ij}^2}{\hat{y}_{ij}} - \varepsilon \sum_{i,j} x_{ij} \ln d_{ij} + \\ &\quad + \sum_{i,j} x_{ij} \ln \left(\frac{\hat{y}_{ij}}{u_{ij}} \right). \end{aligned}$$

Výraz

$$\sum_{i,j} \hat{y}_{ij} \ln \left(\frac{\hat{y}_{ij}}{u_{ij}} \right) - \varepsilon \sum_{i,j} \hat{y}_{ij} \ln d_{ij}$$

je konštantný v x . Označíme ho konštantou C , potom

$$f(x) \cong C + \sum_{i,j} x_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{x_{ij}^2}{\hat{y}_{ij}} - \varepsilon \sum_{i,j} x_{ij} \ln d_{ij} + \sum_{i,j} x_{ij} \ln \left(\frac{\hat{y}_{ij}}{u_{ij}} \right).$$

Keďže platia podmienky

$$\forall i: \sum_{j=1}^n x_{ij} = 0, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m x_{ij} = 0$$

a zároveň platí, že linearizácia funkcie v bode jej optima je nulová, funkciu vieme odhadnúť ako

$$f(x) \cong \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{x_{ij}^2}{\hat{y}_{ij}} - \varepsilon \sum_{i,j} x_{ij} \ln d_{ij}.$$

Riešime teda úlohu

$$\min \left[\frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{x_{ij}^2}{\hat{y}_{ij}} - \varepsilon \sum_{i,j} x_{ij} \ln d_{ij} \right]$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n x_{ij} = 0, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m x_{ij} = 0.$$

Lagrangeova funkcia tejto úlohy má potom tvar

$$\Lambda(x, \lambda) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{x_{ij}^2}{\hat{y}_{ij}} - \varepsilon \sum_{i,j} x_{ij} \ln d_{ij} + \sum_i \lambda_i^r \sum_j x_{ij} + \sum_j \lambda_j^c \sum_i x_{ij}.$$

Z nutných podmienok optimality vieme, že optimum musí spĺňať

$$\forall i, j: \frac{\partial \Lambda(\bar{x}, \lambda)}{\partial x_{ij}} = \frac{\bar{x}_{ij}}{\hat{y}_{ij}} - \varepsilon \ln d_{ij} + \lambda_i^r + \lambda_j^c = 0 \Rightarrow \bar{x}_{ij} = \hat{y}_{ij} (\varepsilon \ln d_{ij} - \lambda_i^r - \lambda_j^c)$$

$$\forall i: \sum_{j=1}^n \bar{x}_{ij} = 0 \Rightarrow \sum_j \hat{y}_{ij} (\varepsilon \ln d_{ij} - \lambda_i^r - \lambda_j^c) = 0 \quad (1)$$

$$\forall j: \sum_{i=1}^m \bar{x}_{ij} = 0 \Rightarrow \sum_i \hat{y}_{ij} (\varepsilon \ln d_{ij} - \lambda_i^r - \lambda_j^c) = 0 \quad (2).$$

Označme $\forall i, j: \beta_{ij} = \ln d_{ij}$, potom rovnice (1) a (2) prepíšeme na

$$\forall i: \sum_j \hat{y}_{ij} \varepsilon \beta_{ij} - \sum_j \hat{y}_{ij} \lambda_i^r - \sum_j \hat{y}_{ij} \lambda_j^c = 0 \Rightarrow \forall i: \sum_j \hat{y}_{ij} \varepsilon \beta_{ij} - b_i^r \lambda_i^r - \sum_j \hat{y}_{ij} \lambda_j^c = 0$$

$$\forall j: \sum_i \hat{y}_{ij} \varepsilon \beta_{ij} - \sum_i \hat{y}_{ij} \lambda_i^r - \sum_i \hat{y}_{ij} \lambda_j^c = 0 \Rightarrow \forall j: \sum_i \hat{y}_{ij} \varepsilon \beta_{ij} - \sum_i \hat{y}_{ij} \lambda_i^r - b_j^c \lambda_j^c = 0.$$

Keď tieto podmienky vyjadríme v maticovom tvare, dostaneme nasledujúcu rovnicu

$$\begin{pmatrix} R & \hat{Y} \\ \hat{Y}^T & C \end{pmatrix} \lambda = \begin{pmatrix} r \\ c \end{pmatrix} \quad (3),$$

$$\text{kde } R = \begin{pmatrix} b_1^r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & b_m^r \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} b_1^c & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_2^c & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & b_n^c \end{pmatrix}, \quad \lambda = \begin{pmatrix} \lambda^r \\ \lambda^c \end{pmatrix},$$

$$r = \begin{pmatrix} \sum_j \hat{y}_{1j} \varepsilon \beta_{1j} \\ \vdots \\ \sum_j \hat{y}_{mj} \varepsilon \beta_{mj} \end{pmatrix} \text{ a } c = \begin{pmatrix} \sum_i \hat{y}_{i1} \varepsilon \beta_{i1} \\ \vdots \\ \sum_i \hat{y}_{in} \varepsilon \beta_{in} \end{pmatrix}.$$

Rovnice však nie sú nezávislé, keďže súčet všetkých riadkov je rovnaký ako súčet všetkých stĺpcov, teda môžeme položiť bez ujmy na všeobecnosti $\lambda_n^c = 0$. Z rovnice (3) vyjadríme Lagrangeove multiplikátory

$$\begin{aligned} R\lambda^r + \hat{Y}\lambda^c &= r \Rightarrow \lambda^r = R^{-1}r - R^{-1}\hat{Y}\lambda^c \\ \hat{Y}^T\lambda^r + C\lambda^c &= c \Rightarrow \hat{Y}^T(R^{-1}r - R^{-1}\hat{Y}\lambda^c) + C\lambda^c = c \Rightarrow \\ &\Rightarrow (I - C^{-1}\hat{Y}^TR^{-1}\hat{Y})\lambda^c = C^{-1}c - C^{-1}\hat{Y}^TR^{-1}r. \end{aligned}$$

Teda dostávame nasledujúci systém rovníc

$$\bar{x}_{ij} = \hat{y}_{ij}(\varepsilon \ln d_{ij} - \lambda_i^r - \lambda_j^c) \quad (4)$$

$$\lambda^r = R^{-1}r - R^{-1}\hat{Y}\lambda^c \quad (5)$$

$$(I - C^{-1}\hat{Y}^TR^{-1}\hat{Y})\lambda^c = C^{-1}c - C^{-1}\hat{Y}^TR^{-1}r \quad (6).$$

Optimum nutne spĺňa tento systém rovníc. Chceme zistiť, či je optimum minimom. Pozrieme sa na druhú deriváciu Lagrangeovej funkcie. Na diagonále matice sú prvky

$$\frac{\partial^2 \Lambda(\bar{x}, \lambda)}{\partial x_{ii}^2} = \frac{1}{\hat{y}_{ii}} > 0$$

a mimo diagonály sú nuly. Takáto matica je kladne definitná a teda každé \bar{x} , ktoré spĺňa rovnice (4), (5) a (6) je minimom.

Zaujímame sa o monotónnosť prvkov $\forall k, l$: $\bar{y}_{kl} = \hat{y}_{kl} + \bar{x}_{kl}$ optimálnej matice \bar{Y} , ktorá je riešením modifikovanej metódy RAS. Chceli by sme zistiť za akých podmienok sú tieto prvky rastúce v ε , teda za akých podmienok platí, že $\bar{x}_{kl} > 0$ pre $\varepsilon > 0$ a zároveň $\bar{x}_{kl} < 0$ pre $\varepsilon < 0$. Sformulujeme teda nasledujúcu vetu o dominantnosti prvkov matice pre zjednodušený prípad.

Veta: Uvažujme úlohu

$$\min \left[\sum_{i,j} y_{ij} \ln \left(\frac{y_{ij}}{u_{ij}} \right) - \varepsilon \sum_{i,j} y_{ij} \ln d_{ij} \right] \quad (7)$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n y_{ij} = b_i^r, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m y_{ij} = b_j^c \quad (8).$$

Označme \bar{Y} riešenie tejto úlohy pre ľubovoľné ε . Nech riešením tejto úlohy pre $\varepsilon = 0$ je

$$n \times n \text{ matica } \bar{Y} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad n \in \mathbb{N}. \text{ Potom ak prvok } \bar{y}_{kl} \text{ s početnosťou skupiny } d_{kl}$$

spĺňa podmienku

$$\beta_{kl} + \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \beta_{ij} > \frac{1}{n} \sum_j \beta_{kj} + \frac{1}{n} \sum_i \beta_{il} \quad (9),$$

kde $\beta_{kl} = \ln d_{kl}$, tak platí, že tento prvok rastie v ε a podmienku (9) budeme nazývať podmienka dominancie. Podmienku dominancie môžeme zapísať aj v tvare

$$d_{kl} > \frac{\sqrt[n]{\prod_j d_{kj}} \sqrt[n]{\prod_i d_{il}}}{\sqrt[n^2]{\prod_{i,j} d_{ij}}}.$$

Dôkaz: To, že prvok \bar{y}_{kl} rastie v ε znamená, že $\bar{x}_{kl} > 0$ pre $\varepsilon > 0$ a zároveň $\bar{x}_{kl} < 0$ pre $\varepsilon < 0$. Chceme teda vyjadriť \bar{x}_{kl} z (4) pomocou rovníc (5) a (6) pre maticu $\bar{Y} =$

$$\begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

$$C^{-1}c = \begin{pmatrix} 1/n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/n & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon \sum_i \beta_{i1} \\ \varepsilon \sum_j \beta_{1j} \\ \vdots \\ \varepsilon \sum_i \beta_{in} \\ \varepsilon \sum_j \beta_{nj} \end{pmatrix} = \frac{\varepsilon}{n} \begin{pmatrix} \sum_i \beta_{i1} \\ \sum_j \beta_{1j} \\ \vdots \\ \sum_i \beta_{in} \\ \sum_j \beta_{nj} \end{pmatrix}$$

$$R^{-1}r = \begin{pmatrix} 1/n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/n & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon \sum_j \beta_{1j} \\ \varepsilon \sum_i \beta_{in} \\ \vdots \\ \varepsilon \sum_j \beta_{nj} \end{pmatrix} = \frac{\varepsilon}{n} \begin{pmatrix} \sum_j \beta_{1j} \\ \sum_i \beta_{in} \\ \vdots \\ \sum_j \beta_{nj} \end{pmatrix}$$

$$R^{-1}\bar{Y} = C^{-1}\bar{Y}^T = \begin{pmatrix} 1/n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/n & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Potom platí

$$C^{-1}\hat{Y}^T R^{-1}\hat{Y} = \frac{1}{n^2} \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{n^2} \begin{pmatrix} n & \cdots & n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n & \cdots & n \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1}\hat{Y}^T R^{-1}r = \frac{1}{n^2} \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_j \beta_{1j} \\ \vdots \\ \sum_j \beta_{nj} \end{pmatrix} = \frac{1}{n^2} \begin{pmatrix} \sum_{i,j} \beta_{ij} \\ \vdots \\ \sum_{i,j} \beta_{ij} \end{pmatrix}.$$

Teda λ^c musí v takomto prípade spĺňať nasledujúcu rovnicu

$$\begin{pmatrix} n-1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & n-1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & n-1 \end{pmatrix} \lambda^c = \varepsilon \begin{pmatrix} \sum_i \beta_{i1} - \frac{1}{n} \sum_{i,j} \beta_{ij} \\ \vdots \\ \sum_i \beta_{in} - \frac{1}{n} \sum_{i,j} \beta_{ij} \end{pmatrix},$$

pričom $\lambda_n^c = 0$. Teda stačí riešiť iba sústavu prvých $n-1$ rovníc. Riešením je

$$\begin{pmatrix} \lambda_1^c \\ \vdots \\ \lambda_{n-1}^c \end{pmatrix} = \frac{\varepsilon}{n} \begin{pmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum_i \beta_{i1} - \frac{1}{n} \sum_{i,j} \beta_{ij} \\ \vdots \\ \sum_i \beta_{in-1} - \frac{1}{n} \sum_{i,j} \beta_{ij} \end{pmatrix}.$$

Vyjadríme tiež podmienku pre Lagrangeove multiplikátory prislúchajúce ohraňčeniam riadkov tabuľky

$$\lambda^r = R^{-1}r - R^{-1}\hat{Y}\lambda^c = \frac{\varepsilon}{n} \begin{pmatrix} \sum_j \beta_{1j} \\ \vdots \\ \sum_j \beta_{nj} \end{pmatrix} - \frac{1}{n} \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \lambda^c.$$

Potom optimálne prvky matice \bar{X} vieme zapísať ako

$$\begin{aligned} \bar{x}_{kl} &= \varepsilon\beta_{kl} - \lambda_k^r - \lambda_l^c = \varepsilon\beta_{kl} - \frac{\varepsilon}{n} \sum_j \beta_{kj} + \frac{1}{n} \sum_j \lambda_j^c - \lambda_l^c = \\ &= \varepsilon\beta_{kl} - \frac{\varepsilon}{n} + \frac{\varepsilon}{n^2} \sum_j \left(\sum_i \beta_{i1} + \sum_i \beta_{i2} + \cdots + \sum_i \beta_{in-1} - \sum_{r,s} \beta_{rs} + \sum_i \beta_{ik} \right) - \\ &\quad - \frac{\varepsilon}{n} \left(\sum_i \beta_{il} - \sum_i \beta_{in} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \varepsilon \beta_{kl} - \frac{\varepsilon}{n} \sum_j \beta_{kj} + \frac{\varepsilon}{n^2} \sum_j \left(\sum_i \beta_{ij} - \sum_i \beta_{in} \right) - \frac{\varepsilon}{n} \left(\sum_i \beta_{il} - \sum_i \beta_{in} \right) = \\
&= \varepsilon \left(\beta_{kl} + \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \beta_{ij} - \frac{1}{n} \sum_j \beta_{kj} - \frac{1}{n} \sum_i \beta_{il} \right).
\end{aligned}$$

Teda platí $\forall k, l: \bar{x}_{kl} = \varepsilon \left(\beta_{kl} + \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \beta_{ij} - \frac{1}{n} \sum_j \beta_{kj} - \frac{1}{n} \sum_i \beta_{il} \right)$. Ak je splnená podmienka (9), tak platí, že $\bar{x}_{kl} > 0$ pre $\varepsilon > 0$ a zároveň $\bar{x}_{kl} < 0$ pre $\varepsilon < 0$. Teda prvok \bar{y}_{kl} je rastúci v ε .

Vidíme, že v tomto zjednodušenom prípade sú prvky \bar{y}_{kl} vždy monotónne pre malé ε , pričom rastúce sú v prípade platnosti podmienky

$$\beta_{kl} + \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \beta_{ij} > \frac{1}{n} \sum_j \beta_{kj} + \frac{1}{n} \sum_i \beta_{il}.$$

Rastúcosť prvkov \bar{y}_{kl} teda závisí od početností skupín v tabuľke. Skupiny s početnosťami spĺňajúcimi podmienku (9) nazveme dominantné. Keď výraz v podmienke (9) dáme na jednu stranu a sčítame ho po riadkoch tabuľky, dostaneme

$$\begin{aligned}
&\sum_l \left(\beta_{kl} + \frac{1}{n^2} \sum_{i,j} \beta_{ij} - \frac{1}{n} \sum_j \beta_{kj} - \frac{1}{n} \sum_i \beta_{il} \right) = \\
&= \sum_l \beta_{kl} + \frac{1}{n} \sum_{i,j} \beta_{ij} - \sum_j \beta_{kj} - \frac{1}{n} \sum_{i,l} \beta_{il} = 0.
\end{aligned}$$

Rovnako, keď sčítame daný výraz po stĺpcoch, platí

$$\sum_k \beta_{kl} + \frac{1}{n} \sum_{i,j} \beta_{ij} - \frac{1}{n} \sum_{k,j} \beta_{kj} - \sum_i \beta_{il} = 0.$$

Z toho vyplýva, že v každom riadku a v každom stĺpci tabuľky musí byť aspoň jeden prvok, ktorý spĺňa podmienku dominancie a aspoň jeden, ktorý túto podmienku nespĺňa. Toto pozorovanie logicky vyplýva aj z toho, že jednotlivé prvky matice \bar{Y} majú dané súčty v riadkoch aj v stĺpcoch. Teda ak jeden prvok v riadku rastie pri zmene ε , iný prvok v tomto riadku musí klesať, aby sa súčet prvkov zachoval. Podobne to platí pre stĺpce matice.

Podmienka (9) teda platí v zjednodušenom prípade, pre $\bar{Y} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. Pri

všeobecnom výpočte sme narazili na problém invertovania matice $I - C^{-1} \bar{Y}^T R^{-1} \bar{Y}$. Na

základe príkladov, na ktorých sme sledovali vlastnosti modifikovanej metódy RAS však predpokladáme, že existuje podobná podmienka dominancie aj vo všeobecnosti. Rozdiel očakávame v tom, že takto určená dominancia by zrejme mala závisieť aj od prvkov matice \hat{Y} , teda odhadu pôvodnej metódy RAS.

Vieme teda za istých podmienok určiť, ktoré prvky matice \bar{Y} sú rastúce v ε . Avšak našim pôvodným cieľom modifikácie metódy RAS bolo zlepšiť výsledný odhad výberom optimálnej hodnoty ε . Úlohu (7) – (8) budeme riešiť tak, že vstupný aj hľadaný výraz vyjadríme pomocou matice reálnych hodnôt. Maticu reálnych hodnôt označíme Y . Úlohu prepíšeme nasledovne

$$\min \left[\sum_{i,j} (\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}) \ln \left(\frac{\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}}{\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}^u} \right) - \varepsilon \sum_{i,j} (\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}) \ln d_{ij} \right]$$

za podmienok

$$\forall i: \sum_{j=1}^n e_{ij} = 0, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m e_{ij} = 0.$$

Prvky matice E predstavujú odchylku odhadovanej matice od reality a matica E^u chybu vstupného odhadu. Predpokladáme, že reálne hodnoty poznáme a minimalizujeme funkciu cez prvky matice E . Postup je podobný všeobecnému odvodeniu riešenia modifikovanej úlohy RAS. Lagrangeova funkcia má tvar

$$\begin{aligned} \Lambda(x, \theta) = & \sum_{i,j} (\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}) \ln \left(\frac{\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}}{\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}^u} \right) - \varepsilon \sum_{i,j} (\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}) \ln d_{ij} + \sum_i \theta_i^r \sum_j e_{ij} \\ & + \sum_j \theta_j^c \sum_i e_{ij}. \end{aligned}$$

Potom nutné podmienky optimality sú nasledovné

$$\begin{aligned} \forall i, j: \frac{\partial \Lambda(\bar{e}, \theta)}{\partial e_{ij}} = & \ln \left(\frac{\mathbf{y}_{ij} + \bar{e}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}^u} \right) + 1 - \varepsilon \ln d_{ij} + \theta_i^r + \theta_j^c = 0 \\ \forall i: \sum_{j=1}^n \bar{e}_{ij} = & 0, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m \bar{e}_{ij} = 0. \end{aligned}$$

Druhá derivácia je pozitívne definitná matica, takže optimum je minimom. Pomocou Taylorovho rozvoja vieme odhadnúť výraz

$$\ln \left(\frac{1 + \alpha}{1 + \beta} \right) \approx (\alpha - \beta) - \frac{1}{2} (\alpha^2 - \beta^2).$$

Teda v našom prípade budeme odhadovať

$$\ln \left(\frac{\mathbf{y}_{ij} + \bar{e}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij} + e_{ij}^u} \right) \approx \left(\frac{\bar{e}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij}} - \frac{e_{ij}^u}{\mathbf{y}_{ij}} \right) - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\bar{e}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij}} \right)^2 - \left(\frac{e_{ij}^u}{\mathbf{y}_{ij}} \right)^2 \right).$$

Predpokladáme, že chyba vstupného aj výsledného odhadu je malá, teda výraz $\frac{1}{2} \left(\left(\frac{\bar{e}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij}} \right)^2 - \left(\frac{e_{ij}^u}{\mathbf{y}_{ij}} \right)^2 \right)$ zanedbáme. Potom nutné podmienky optimality prepíšeme nasledovne

$$\begin{aligned} \forall i, j: \frac{\partial \Lambda(\bar{e}, \theta)}{\partial e_{ij}} &= \frac{\bar{e}_{ij}}{\mathbf{y}_{ij}} - \frac{e_{ij}^u}{\mathbf{y}_{ij}} + 1 - \varepsilon \ln d_{ij} + \theta_i^r + \theta_j^c = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{e}_{ij} = e_{ij}^u + \mathbf{y}_{ij}(-1 + \varepsilon \ln d_{ij} - \theta_i^r - \theta_j^c) \\ \forall i: \sum_{j=1}^n \bar{e}_{ij} &= 0, \quad \forall j: \sum_{i=1}^m \bar{e}_{ij} = 0. \end{aligned}$$

Našou úlohou je nájsť minimálne \bar{e}_{ij} , pričom argumentom je ε . Teda

$$\frac{\partial \bar{e}_{ij}}{\partial \varepsilon} = \mathbf{y}_{ij} \left(\ln d_{ij} - \frac{\partial \theta_i^r}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial \theta_j^c}{\partial \varepsilon} \right) = 0$$

Derivácie Lagrangeových multiplikátorov spĺňajú rovnicu

$$\begin{pmatrix} R & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta^r}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \theta^c}{\partial \varepsilon} \end{pmatrix} = \frac{1}{\varepsilon} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{c} \end{pmatrix},$$

$$\text{kde } \mathbf{r} = \begin{pmatrix} \sum_j \mathbf{y}_{1j} \varepsilon \beta_{1j} \\ \vdots \\ \sum_j \mathbf{y}_{mj} \varepsilon \beta_{mj} \end{pmatrix} \text{ a } \mathbf{c} = \begin{pmatrix} \sum_i \mathbf{y}_{i1} \varepsilon \beta_{i1} \\ \vdots \\ \sum_i \mathbf{y}_{in} \varepsilon \beta_{in} \end{pmatrix}.$$

Vidíme, že podmienka

$$\ln d_{ij} - \frac{\partial \theta_i^r}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial \theta_j^c}{\partial \varepsilon} = 0$$

je pre $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ totožná s podmienkou dominancie (9). Vo všeobecnom prípade

je takmer totožná s všeobecnou podmienkou dominancie, jediným rozdielom budú prvky matice \mathbf{Y} , ktoré v nej budú figurovať namiesto prvkov matice $\hat{\mathbf{Y}}$. Z toho vyplýva, že čím jednoznačnejšie je daný prvok dominantný, tým rýchlejšie rastie v ε a čím je dominovanejší, tým rýchlejšie klesá. Zmenou ε však nevieme cielene zlepšovať odhad matice \mathbf{Y} , keďže podmienka určujúca minimálnu chybu odhadu nezávisí od ε .

Prieskum o dominantnosti. Hoci podmienka dominantnosti nie je na prvý pohľad jednoduchá, chceli sme zistiť nakoľko je pre ľudí intuitívna. Preto sme sa rozhodli spraviť prieskum a zistiť od respondentov, ktoré čísla v tabuľke považujú za dominantné. Päťdesiattri respondentov riešilo dve úlohy. Obe sa týkali dominantnosti čísel v *Tabuľke č. 13*. V *Tabuľke č. 14* vidíme, ktoré prvky tabuľky spĺňali podmienku dominancie a v *Tabuľke č. 15* sú zobrazené aj hodnoty tejto podmienky.

Tabuľka č. 14: Počet domácností v členení podľa krajiny a veku hlavy domácnosti – dominancia [2]

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	343,00	1 402,00	1 081,00	550,00
Španielsko	71,00	536,00	914,00	1 206,00
Poľsko	192,00	762,00	671,00	454,00

☐ dominantný prvok

■ dominovaný prvok

Tabuľka č. 15: Hodnota podmienky dominancie (1) [2]

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	0,18	0,09	-0,04	-0,22
Španielsko	-0,30	-0,12	0,09	0,33
Poľsko	0,13	0,03	-0,05	-0,10

☐ dominantný prvok

■ dominovaný prvok

☐ slabo dominantný prvok

■ slabo dominovaný prvok

V prvej úlohe mali respondenti vybrať tie prvky tabuľky, ktoré sú podľa nich „nadpriemerné“ oproti ostatným. Vyhodnotenie tejto úlohy je zobrazené v *Tabuľke č. 16*.

Tabuľka č. 16: Percento respondentov, ktorí si zvolili daný prvok – 1. úloha

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	0%	100%	77%	2%
Španielsko	0%	2%	62%	92%
Poľsko	0%	28%	11%	0%

Vidíme, že respondenti si najviac vybrali prvok, ktorý je maximálny a následne za ním druhý najväčší. Druhá úloha bola skonkretizovaním prvej úlohy. Pridali sme podmienku, že respondent musí vyznačiť v každom riadku a v každom stĺpci tabuľky aspoň jeden prvok. Výsledky druhej úlohy sú zobrazené v *Tabuľke č. 17*.

Tabuľka č. 17: Percento respondentov, ktorí si zvolili daný prvok – 2. úloha

	do 30 rokov	30-44 rokov	45 -59 rokov	nad 60 rokov
Slovensko	96%	98%	94%	16%
Španielsko	0%	16%	64%	100%
Poľsko	4%	92%	30%	16%

Vidíme, že prvé, druhé a tretie najväčšie číslo boli najčastejšou voľbou v tejto úlohe. V poslednom riadku si respondenti najčastejšie vybrali číslo 762, ktoré je v tomto riadku maximálne. Najväčší paradox, teda výber dominantného čísla v prvom stĺpci, v ktorom sú všetky hodnoty veľmi malé oproti celkovému priemeru v tabuľke, vyriešili respondenti opäť výberom maxima stĺpca, teda čísla 343. Keď porovnáme výber respondentov s prvkami spĺňajúcimi podmienku dominancie, ktoré sú označené v *Tabuľke č. 14*, vidíme, že sa zhodujú s výnimkou dvoch prvkov. Môžeme teda tvrdiť, že odvodená podmienka dominancie je intuitívna iba do istej miery. Prvok, ktorý intuitívne nevyzerá ako dominantný, ale spĺňa podmienku dominancie je číslo 192, teda počet domácností v Poľsku s hlavou domácnosti vo veku do 30 rokov. Číslo 192 spĺňa túto podmienku, keďže je blízke priemeru v stĺpci, v ktorom sa nachádza a zároveň čísla v riadku, ktorého súčasťou je, sú menšie ako celkový priemer čísel v tabuľke. Druhým prvkom, pri ktorom sa nezhodovali odpovede respondentov s podmienkami dominancie bolo číslo 1081. Napriek tomu, že toto číslo je tretie najväčšie v tabuľke, je podľa podmienky dominancie dominovaným prvkom, hoci podľa hodnoty podmienky by sme mohli povedať, že je iba slabo dominovaným. Vidíme, že podmienka dominancie rieši jednoznačne aj sporné prípady dominancie prvkov, avšak nemôžeme zabudnúť, že táto podmienka určuje rastúcosť alebo klesajúcosť prvkov iba v špeciálnom prípade, kedy je matica \hat{Y} odhadovaná pôvodnou metódou RAS tvorená samými jednotkami.

3 Odhad benefitu z odvedenej dane

V nasledujúcej kapitole sa budeme venovať vytvoreniu samotného odhadu benefitu priemerného ekonomicky aktívneho, závislého dieťaťa, dôchodcu a ostatného. Výber týchto skupín je podmienený dátami, s ktorými pracujeme a bližšie je vysvetlený v bakalárskej práci [1]. V bakalárskej práci [1] sme sa venovali vytvoreniu odhadu dane, ktorú občan Slovenska odvedol štátu v roku 2007. Teraz by sme chceli vytvoriť odhad benefitu, teda zistiť koľko peňazí štát priemernému ekonomicky aktívnemu, dieťaťu alebo dôchodcovi v danom roku ušetril vďaka svojim dotáciám, prípadne koľko peňazí priamo poskytol danému typu občanov prostredníctvom sociálnych príspevkov.

3.1 Dáta

Dáta, s ktorými sme pracovali pri vytváraní tohto odhadu sú rodinné účty z roku 2007 [6], ktoré zverejňuje Štatistický úrad Slovenskej republiky. Údaje obsahujú podrobné informácie o výdavkoch a príjmoch rôznych typov domácností. Podrobnejší popis dát sa nachádza v bakalárskej práci [1]. Okrem informácií o výdavkoch a príjmoch domácností sme k vytvoreniu odhadu potrebovali poznať, na aké účely boli v roku 2007 využité štátne prostriedky, teda ako bol v danom roku plnený štátny rozpočet. Tieto údaje sme získali z Výsledkov hospodárenia štátneho rozpočtu Slovenskej republiky v roku 2007 [4], ktorý každoročne zverejňuje Ministerstvo financií Slovenskej republiky. Konkrétne sme pracovali s informáciami o výdavkoch štátu, ktoré sú delené podľa funkčnej klasifikácie. Túto klasifikáciu určuje vyhláška Štatistického úradu Slovenskej republiky č. 195/2003 Z. z.. Vybrali sme si toto členenie výdavkov, keďže približne korešponduje s členením výdavkov domácností v rodinných účtoch. Takto sme vedeli lepšie odhadnúť časť benefitu občana zo štátnych dotácií na dané odvetvie, ak tento benefit závisel od výšky výdavkov jednotlivca na službu alebo tovar z daného odvetvia. Okrem rodinných účtov a Výsledkov hospodárenia štátu sme využívali pri výpočte taktiež informácie z databázy Slovstat, najmä údaje o celkových tržbách jednotlivých odvetví na Slovensku, prípadne údaje o počte obyvateľov a študentov [4], [6].

3.2 Typy benefítov a ich výpočet

Podľa toho, akým spôsobom sa štátne výdavky stávajú benefítmi pre občanov, sme ich rozdelili na nasledujúce skupiny:

- Priame benefity (dôchodky, podpora v nezamestnanosti, dávky sociálnej pomoci a iné sociálne príspevky štátu).
- Nepriame benefity,
 - ktoré závisia od výšky spotreby občana,
 - ktoré nezávisia od výšky spotreby občana.

Priame benefity. Informácie o priamych benefitoch sme získali z rodinných účtov, kde sú uvedené údaje o výške starobného a iných dôchodkov, podpory v nezamestnanosti, rodičovských príspevkov a iných sociálnych príjmov domácností. Použitím metodiky uvedenej v bakalárskej práci [1] sme zistili hodnotu týchto príspevkov pre prípad priemerného ekonomicky aktívneho, závislého dieťaťa, dôchodcu a ostatného. Pomocou metódy RAS sme vytvorili odhady pre výšky týchto príspevkov ekonomicky aktívnym, závislým deťom, dôchodcom a ostatným v krajských mestách, iných mestách a iných obciach. Spôsob použitia tejto metódy je taktiež uvedený v bakalárskej práci [1]. Hodnoty našich odhadov sú zhrnuté v *Tabuľkách č. 24, 25, 26 a 27*.

Nepriame benefity. V *Tabuľke č. 18* sú uvedené hodnoty výdavkov štátu rozčlenené podľa funkčnej klasifikácie. Výdavky sú tiež rozdelené na tie, ktoré sú benefitom pre každého občana rovnako a na tie, pri ktorých benefit občana závisí aj od výšky jeho spotreby.

Tabuľka č. 18: Výdavky štátu v roku 2007 podľa funkčnej klasifikácie [4], [5], [20]

v tis. Sk		výdavky štátu	
	Zásobovanie vodou	129 038,00	
	Nakladanie s odpadmi	331 743,00	
	Nakladanie s odpadovými vodami	1 499 379,00	
	Elektrická energia a jadrové palivo	199 396,00	
	Uhlie a iné nerastné suroviny	248 849,00	
závisí od spotreby	Zdravotníctvo (bez výdavkov na zdravotné poisťovne)	3 667 421,00	
	Železničná doprava	13 778 968,00	
	Cestná doprava	16 788 154,00	
	Letecká doprava	388 263,00	
	Vodná doprava	46 513,00	
	Komunikácie	122 294,00	

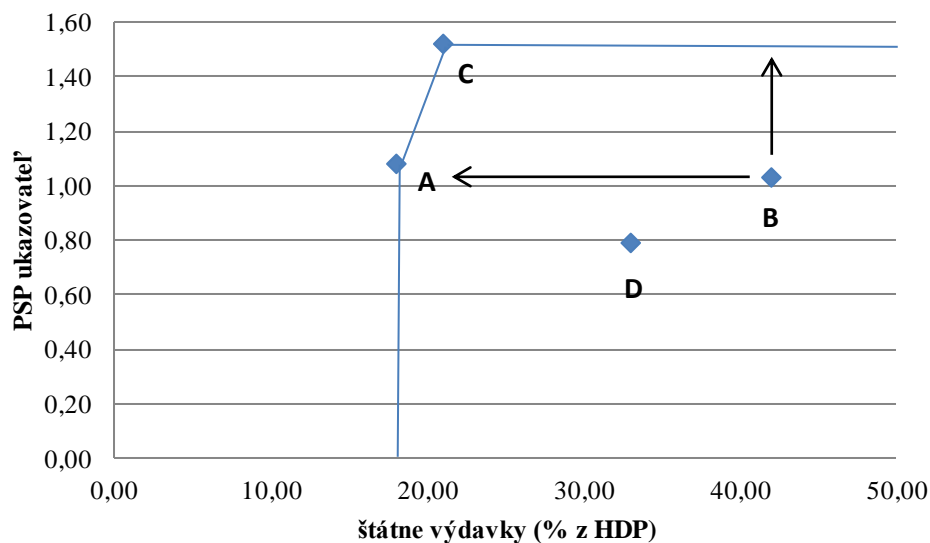
v tis. Sk		výdavky štátu
nezávisí od spotreby	Všeobecné verejné služby (bez výdavkov Slovenskej konsolidačnej a.s., Pozemkového fondu a Fondu národného majetku)	19 484 171,00
	Obrana	25 937 421,00
	Verejný poriadok a bezpečnosť	34 371 967,00
	Lesníctvo, rybárstvo a poľovníctvo	20 195 175,00
	Všeobecná ekonomická, obchodná a pracovná oblasť	16 531 380,00
	Výskum a vývoj v ekonomickej oblasti	636 781,00
	Ťažba, výroba a výstavba	603 247,00
	Ekonomická oblasť inde neklasifikovaná	72 892,00
	Ochrana životného prostredia (bez výdavkov na nakladanie s odpadmi a odpadovými vodami)	2 936 937,00
	Bývanie a občianska vybavenosť bez výdavkov na zásobovanie vodou	7 782 727,00
	Výskum a vývoj v oblasti vzdelávania	103 033,00
	Rekreácia, kultúra a náboženstvo	6 244 981,00
	Potrubná a iná doprava	1 742,00
	Distribučné siete a skladovanie a cestovný ruch	3 152 976,00
	Výskum a vývoj v oblasti sociálneho zabezpečenia	15 473,00
	Energia iná ako elektrická	295 930,00
	Predškolská výchova a základné vzdelanie	19 516 241,00
	Stredoškolské vzdelávanie	13 009 065,00
	Vysokoškolské vzdelávanie	10 846 947,00
	Služby v školstve	1 605 911,00
	Výdavky Slovenskej konsolidačnej a.s.	444 000,00
	Výdavky Pozemkového fondu	460 000,00
	Výdavky Fondu národného majetku	47 505 000,00
Výdavky zdravotných poisťovní	90 100 000,00	

V *Tabuľke č. 18* sú farebne vyznačené položky, ktoré sú istým spôsobom špecifické. Výpočet benefitu priemerného občana z týchto položiek nebude totožný s postupom použitým pri ostatných.

Efektivita verejného sektora (E_{VS}). Dôležitá otázka, ktorou sme sa zaoberali pri výpočte benefitu bola: Ak je zo štátneho rozpočtu oddelené isté množstvo peňazí (napríklad na vzdelávanie), aká časť týchto financií je efektívne využitá na daný účel? Touto otázkou sa zaoberali aj António Afonso, Ludger Schuknecht a Vito Tanzi. Problematiku a metodiku jej riešenia popísali v článku s názvom „Public sector efficiency, Evidence for new EU member states and emerging markets“ [7]. Cieľom ich

práce bolo vyjadriť efektivitu verejných sektorov niekoľkých štátov Európskej únie, medzi ktorými bola aj Slovenská republika. Odhady týchto efektívít vytvorili použitím DEA (Data Envelopment Analysis) modelov. Modely určujú efektivitu na základe vstupu a výstupu danej organizačnej jednotky, teda v našom prípade štátu. Ako vstupy boli použité štátne výdavky a ako výstupy PSP (Public sector performance) ukazovatele. PSP ukazovatele sú rovnako navážené ukazovatele stability (priemerná inflácia za posledných 10 rokov, stabilita rastu HDP), ekonomické ukazovatele (priemerná miera nezamestnanosti za posledných 10 rokov, priemerný rast HDP za posledných 10 rokov), ukazovatele vzdelania, zdravia a iné. Tieto modely predpokladajú existenciu krivky, tzv. hranice efektívnosti, voči ktorej porovnávajú efektivnosť danej jednotky. Na *Obrázku č. 13* je zobrazený príklad takejto hranice efektívnosti v prípade riešenia problému efektivity verejného sektora [7], [8].

Obrázok č. 13: Hranica efektívnosti – príklad [7]

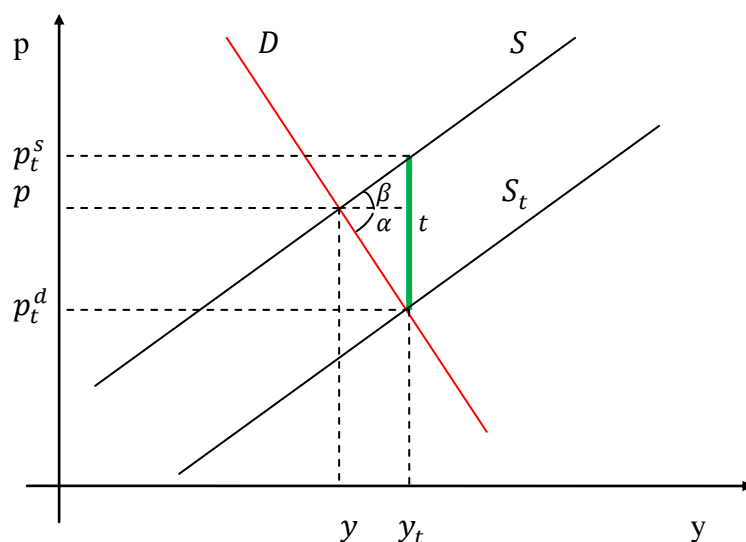


Zvýšenie efektivity štátu B na *Obrázku č. 13* sa dá dosiahnuť viacerými spôsobmi. Štát B môže znížiť svoje výdavky a pri nižšej výške výdavkov dosiahnuť rovnakú hodnotu PSP ukazovateľa, alebo pri danej výške výdavkov pracovať efektívnejšie. Tieto dve zmeny môže prípadne skombinovať. Vzdialenosť daného štátu k hranici efektívnosti sa zisťuje práve pomocou DEA modelov, využitím matematického programovania, a vyjadruje efektivitu verejnej správy, ktorú hľadáme. Podľa výpočtov Antónia Afonsa, Ludgera Schuknechta a Vita Tanzi je táto efektivita v prípade Slovenska rovná 0,674. Teda vzhľadom na výšku štátnych výdavkov Slovenska, výstupy sú iba 67,4% z toho aké by mohli byť, pričom na hranici efektívnosti ležali krajiny Singapur a Thajsko.

Efektívnosť Slovenska bola veľmi blízka priemernej efektívnosti štátov zaradených do výpočtov, ktorá mala hodnotu 0,671. Na základe týchto výsledkov sme sa rozhodli pri našej práci počítať s tým, že zo štátnych výdavkov pridelených na daný účel je 67% efektívnych a ovplyvňuje výstup v danom odvetví [7], [8].

Efektívnosť súkromného sektora (E_{SS}). Okrem efektivity verejného sektora nás tiež zaujíma efektívnosť súkromného sektora, teda ak firma dostane dotáciu od štátu ako sa to premietne v jej cenách. Reálne často nejde o priamu dotáciu štátu firmám, ale o zníženie nákladov na výrobu ich tovarov alebo poskytovanie ich služieb. Zníženie nastáva vďaka štátnemu príspevku napríklad do výstavby ciest alebo do spracovávaní odpadu. Keby štát neprispel, náklady firiem by boli vyššie a to by sa samozrejme odzrkadlilo v ich cenách. Budeme teda uvažovať, že peniaze, ktoré štát svojim príspevkom firmám ušetril, sú jeho priamou dotáciou. Ak uvažujeme najjednoduchší model ekonomiky, kde sú dopytová aj ponuková funkcia lineárne, tento problém je zhodný s problematikou vplyvu dane na ceny tovarov a služieb, pričom dotácia je rovná zápornej dani. Na *Obrázku č. 14* vidíme tento zjednodušený model a posun ponukovej krivky pre prípad dotácie.

Obrázok č. 14: Vplyv dotácie na dopyt a ponuku [9]



Naším cieľom je zistiť ako závisí $\Delta p_t^d = p_t^d - p$ od t . Teda zistiť efektívnosť súkromného sektora, pre ktorú platí

$$\Delta p_t^d = E_{SS}t.$$

V prípade posunu krivky z dôvodu dotácie platí

$$\Delta p_t^d = p_t^d - p = p_t^s - t - p = \Delta p_t^s - t \quad (10).$$

Vieme teda na základe modelu zostaviť sústavu rovníc o dvoch neznámych, ktorými sú Δp_t^s a Δy .

$$\begin{aligned} t - \Delta p_t^s &= (y_t - y)tg\alpha = \Delta y tg\alpha \\ \Delta p_t^s &= \Delta y tg\beta \end{aligned}$$

Riešením tejto sústavy je

$$\Delta y = \frac{t}{tg\alpha + tg\beta}, \quad \Delta p_t^s = \frac{tg\beta}{tg\alpha + tg\beta} t.$$

Teda dosadením do (10) dostaneme nasledujúcu závislosť

$$\Delta p_t^d = \left(1 - \frac{tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}\right) t = \frac{tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta} t.$$

Problémom je, že nepoznáme sklony dopytovej a ponukovej krivky. Tie sú väčšinou vyjadrované pomocou elasticít. Preto sme sa rozhodli zlomok $\frac{tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta}$ prepísať pomocou dopytovej a ponukovej cenovej elasticity. Budeme ich označovať η_d a η_s . Cenové elasticity dopytu a ponuky sú definované ako

$$\eta_d = \frac{\Delta y p^d}{\Delta p^d y}, \quad \eta_s = \frac{\Delta y p^s}{\Delta p^s y}.$$

Ide teda o podiely percentuálnych zmien množstva a ceny. Nech $\bar{p}_t^d = \frac{p + p_t^d}{2}$, $\bar{p}_t^s = \frac{p + p_t^s}{2}$ a $\bar{y} = \frac{y + y_t}{2}$, potom

$$\begin{aligned} tg\alpha &= \frac{-\Delta p_t^d}{\Delta y} = -\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}} \\ tg\beta &= \frac{\Delta p_t^s}{\Delta y} = \frac{1}{\eta_s} \frac{\bar{p}_t^s}{\bar{y}}. \end{aligned}$$

Efektivitu súkromného sektora vieme potom pre malé t odhadnúť nasledovne

$$\begin{aligned} E_{SS} &= \frac{tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta} = \frac{-\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}}}{-\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}} + \frac{1}{\eta_s} \frac{\bar{p}_t^s}{\bar{y}}} = \frac{-\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}}}{-\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}} + \frac{1}{\eta_s} \frac{\bar{p}_t^d + t}{\bar{y}}} = \\ &= \frac{-\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}}}{-\frac{1}{\eta_d} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}} + \frac{1}{\eta_s} \frac{\bar{p}_t^d}{\bar{y}} + \frac{1}{\eta_s} \frac{t}{\bar{y}}} \approx \frac{-\frac{1}{\eta_d}}{-\frac{1}{\eta_d} + \frac{1}{\eta_s}} = \frac{\eta_s}{\eta_s - \eta_d}. \end{aligned}$$

Odhadneme teda efektivitu súkromného sektora ako

$$E_{SS} = \frac{\eta_s}{\eta_s - \eta_d}.$$

Rovnaký výsledok odvodil aj Andrew Chamberlain, ktorý podobný jednoduchý postup odhadu tohto vplyvu zverejnil v článku s názvom „Core Concepts: Economics of Tax Incidence“ [10]. Pri predpoklade malej dane dospel k rovnakému výsledku ako my.

Existuje viacero štúdií, ktoré odhadujú hodnoty cenových elasticít dopytu, vždy však ide o elasticity dopytu konkrétnych odvetví. Pre náš odhad potrebujeme jednu hodnotu elasticity dopytu pre tovary a služby ako sú cestná, letecká a iná doprava, telekomunikácie, elektrina, uhlie a podobne. Všetky tieto položky sú uvedené v *Tabuľke č. 18* ako výdavky, z ktorých benefity závisia od výšky spotreby. V prípade tovarov a služieb, ktoré sú potrebné pre bežný život a nie sú luxusom, je dopyt po nich neelastický. Teda platí $-1 < \eta_d < 0$. Budeme uvažovať, že túto podmienku spĺňajú aj nami sledované tovary a služby a ich elasticitu dopytu odhadneme ako $\eta_d = -0,6$. Keďže v reálnom svete neexistuje dokonale neelastický dopyt, teda dopyt s elasticitou $\eta_d = 0$, tak sme priemernú elasticitu spĺňajúcu $-1 < \eta_d < 0$ posunuli o niečo bližšie k dolnej hranici [17].

Štúdie s odhadmi cenovej elasticity ponuky nie sú tak časté a tie, ktoré existujú sa veľmi líšia v jednotlivých odvetviach. Elasticitu ponuky ovplyvňujú okrem iného aj veľkosti zdrojov vstupných faktorov do výroby daného tovaru či služby. V prípade nami vybraných tovarov a služieb nie je jednoznačné či je ich spoločná ponuka elastická alebo neelastická, rozhodli sme sa teda elasticitu ponuky odhadnúť číslom jedna [18].

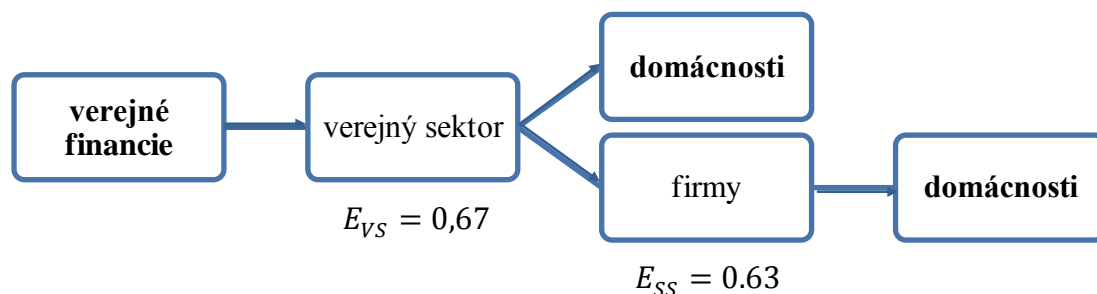
Pri použití týchto úvah sme dospeli k odhadu efektivity súkromného sektora

$$E_{SS} = \frac{\eta_s}{\eta_s - \eta_d} = \frac{1}{1,6} = 0,63.$$

Vidíme, že pri predpokladoch, ktoré sme použili je efektivita súkromného sektora takmer rovná efektivite verejného sektora.

Na *Obrázku č. 15* je zjednodušene znázornené prúdenie štátnych peňazí spolu s efektivitou verejného a súkromného sektora.

Obrázok č. 15: Tok štátnych peňazí



Proces, ktorý je zobrazený na *Obrázku č. 15* sa začína rozdelením štátnych peňazí do verejnej správy a iných štátnych inštitúcií. Následne verejný sektor priamo poskytovaním služieb občanom (zdravotníctvo, školstvo,...) alebo iným zabezpečením fungovania spoločenského systému (obrana, životné prostredie, výstavba ciest ...) vytvára benefit občanov. Za benefit považujeme iba efektívnych 67% štátnych výdavkov. Neefektívnosť štátnych výdavkov môže byť okrem iného spôsobená napríklad korupciou, v prípade vzdelávania to môže byť tiež neoptimálna metodika výučby a podobne. Verejný sektor však dotuje aj služby, ktoré sú poskytované firmám a súkromnému sektoru vo všeobecnosti. Keby štát nedotoval napríklad dopravu, firmy by mali vyššie transportné náklady a to by sa odzrkadlilo v cenách ich tovarov a služieb. Teda spotrebitelia by zaplatili viac. Tento nepriamy benefit sme tiež zachytili v našich výpočtoch, pričom sme uvažovali, že 63% financií, ktoré spôsobia zníženie nákladov firmám, sa odzrkadlí v znížení ich cien.

Benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby. V *Tabuľke č. 18* sú zobrazené výdavky štátu, v prípade ktorých benefit občana nezávisí od výšky jeho spotreby. Sú tu zahrnuté najmä výdavky s účelom fungovania a vývoja spoločnosti ako sú obrana, výskum, výdavky na životné prostredie, vzdelávanie a iné. Okrem týchto sme sem zaradili tiež výdavky, ktoré by mohli závisieť od výšky spotreby občana, ale o tej sme nemali informácie. Benefit jednotlivca z týchto výdavkov sme počítali nasledovne

$$\frac{E_{VS}V_S}{P_o} = \frac{0,67V_S}{5\,400\,998}$$

Pričom V_S označuje výdavok štátu na daný účel a P_o je počet obyvateľov Slovenskej republiky v roku 2007. Výnimkou boli položky vyznačené v *Tabuľke č. 18*, teda výdavky na vzdelávanie, výdavky zdravotných poisťovní a výdavky Slovenskej konsolidačnej a.s., Pozemkového fondu a Fondu národného majetku [11].

Benefit z výdavkov na vzdelávanie. Výhody z peňazí, ktoré štát oddelil pre školstvo majú najmä závislé deti, teda priamo študenti a žiaci. Vo Výsledkoch hospodárenia štátu z roku 2007 [4] sú uvedené výdavky štátu na vzdelávanie rozčlenené podľa stupňa vzdelávania. Toto rozdelenie sme pri výpočte zachovali a podľa počtu žiakov a študentov v jednotlivých typoch vzdelávania sme prepočítali efektívne výdavky štátu na jedného študenta alebo žiaka. Následne vážený priemer týchto prepočítaných efektívnych výdavkov, kde váhami bola početnosť študentov alebo žiakov v danom stupni vzdelávania, sme považovali za konečný benefit priemerného závislého dieťaťa zo vzdelávania. Z výdavkov štátu na služby v školstve majú všetci žiaci a študenti rovnaký benefit. Výsledky a dáta, z ktorých sme vychádzali sú uvedené v *Tabuľke č. 19*.

Tabuľka č. 19: Výpočet benefitu zo vzdelávania [4], [11]

typ vzdelávania	výdavky štátu (tis. Sk)	počet závislých detí, ktoré majú z daného výdavku benefit	benefit jedného dieťaťa z daného výdavku (tis. Sk)
Predškolské a základné	19 516 241,00	621 940,00	21,02
Stredoškolské	13 009 065,00	303 392,00	28,73
Vysokoškolské	10 846 947,00	133 888,00	54,28
Služby v školstve	1 605 911,00	1 059 220,00	1,02

Aby sme zistili benefit zo vzdelávania priemerného závislého dieťaťa, vypočítame vážený priemer benefitov uvedených v *Tabuľke č. 19* a k tomu pripočítame benefit zo služieb v školstve,

$$B_V^0 = \frac{621\,940 \times 21,02 + 303\,392 \times 28,73 + 133\,888 \times 54,28}{1\,059\,220} + 1,02 = 28,45.$$

Teda priemerné závislé dieťa malo v roku 2007 benefit zo vzdelávania 28 450 Sk [4], [11].

Výhody z peňazí, ktoré sa investujú do vzdelávania má však aj spoločnosť ako taká, teda každý občan. Problémom je však ako tento benefit vyjadriť v peniazoch. Touto problematikou sa zaoberal tiež Jim Davies v článku s názvom „Empirical Evidence on Human Capital Externalities“ [19], kde rozoberal viaceré štúdie v tejto oblasti a z nich následne vytvoril celkový odhad osobného, ale aj spoločenského benefitu zo vzdelania. V závere článku píše, že osobná návratnosť zo vzdelávania je

8%, pričom spoločenská návratnosť je 6% ak neuvažujeme výhodu vyšších daní pre spoločnosť, ktorú zahrňame už samotným výpočtom benefitu. Vyplyva z toho teda, že benefit spoločnosti možno odhadnúť vo výške troch štvrtín osobného benefitu. Celkový osobný benefit všetkých študentov na Slovensku v roku 2007 je rovný efektívnym výdavkom štátu na vzdelávanie. Teda v tisíc korunách je to

$$0,67(19\,516\,241,00 + 13\,009\,065,00 + 10\,846\,947,00) = 29\,059\,409,5.$$

Vypočítame tri štvrtiny z neho a prepočítame tento benefit na jedného obyvateľa

$$B_V^S = \frac{3}{4} \times \frac{29\,059\,409,51}{P_o} = \frac{3}{4} \times \frac{29\,059\,409,51}{5\,400\,998} = 4,04.$$

Odhadli sme teda, že každý člen spoločnosti mal v roku 2007 benefit zo vzdelávania 4 040 Sk [4], [11], [19].

Benefit z vybraných výdavkov verejnej správy. Osobitný prístup k výpočtu benefitu sme mali aj v prípade troch zložiek verejnej správy, konkrétne Slovenskej konsolidačnej a.s., Pozemkového fondu a Fondu národného majetku. Preto sme tieto výdavky odpočítali z položky *Všeobecné verejné služby* uvedenej v *Tabuľke č. 18*, v ktorej boli pôvodne zahrnuté, a pristupovali sme k nim oddelene. Dôvod prečo si nemyslíme, že benefit z tohto typu výdavkov je rovnaký ako z iných častí verejnej správy je činnosť daných spoločností. Cieľom činnosti Slovenskej konsolidačnej a.s. je vysporiadanie pohľadávok, ktoré spoločnosť prebrala od spoločnosti VERITEL a.s. a ktorých pôvodnými veriteľmi boli niektoré zdravotné poisťovne. Hlavnou úlohou Fondu národného majetku je privatizácia štátneho majetku a činnosť Pozemkového fondu je zameraná najmä na správu majetku, čo zahŕňa okrem iného aj prenájom nehnuteľností a pozemkov, prípadne ich predaj a kúpu. Výdavky týchto spoločností sa nestávajú výhodou pre občana, práve naopak peniaze, ktoré štát investoval na ich chod, mohli byť použité na iný účel, ktorý by vytvoril benefit pre občana. Slovenská konsolidačná a.s., Pozemkový fond a Fond národného majetku prinášajú však aj výhody, ktorými sú príjmy z prenájmov, vymáhania pohľadávok a iných ich činností. Z týchto príjmov má občan benefit až v nasledujúcich rokoch, kedy môžu byť dané financie opäť prerozdelené. Benefit v jednom roku z činnosti týchto spoločností budeme počítat ako stratenú príležitosť, teda záporný benefit, pričom uvažujeme iba časť, ktorá by bola efektívne využitá, teda 67%. Výpočet vyzerá nasledovne

$$B = -\frac{E_{vs}V}{P_o} = -\frac{0,67V}{5\,400\,998}$$

kde *V* predstavuje výdavky danej spoločnosti v roku 2007. Výsledky a dáta, z ktorých sme vychádzali pri výpočte tohto benefitu sú uvedené v *Tabuľke č. 20* [12], [13], [14].

Tabuľka č. 20: Výpočet benefitu z vybraných výdavkov verejnej správy [5], [11]

	výdavky (tis. Sk)	benefit jedného občana z daného výdavku (tis. Sk)
Slovenská konsolidačná a.s.	444 000,00	-0,06
Pozemkový fond	460 000,00	-0,06
Fond národného majetku	47 505 000,00	-5,89

Teda benefit priemerného občana z daných výdavkov verejnej správy v roku 2007 bol rovný - 6 010 Sk.

Benefit z výdavkov zdravotných poisťovní. Fungovanie zdravotných poisťovní je taktiež dotované štátom, ale veľká časť ich príjmov je tvorená odvodmi zamestnancov, samostatne zárobkovo činných osôb alebo samoplátateľov. Pri výpočte celkových daní v bakalárskej práci [1] sme za daň považovali aj všetky odvody. Aby bol výpočet benefitu konzistentný s výpočtom dane, pripočítame k nemu aj benefit z výdavkov zdravotných poisťovní. Celkové výdavky zdravotných poisťovní v roku 2007 boli v hodnote 90 100 000 tisíc Sk. Benefit priemerného ekonomicky aktívneho, závislého dieťaťa a dôchodcu z týchto peňazí je však odlišný. Môžeme predpokladať, že náklady na zdravotnú starostlivosť dôchodcu sú vyššie ako náklady na zdravotnú starostlivosť závislého dieťaťa. Túto rozdielnosť jednotlivých skupín poistencov zachytáva index rizika nákladov (IRN), ktorý každoročne zverejňuje Ministerstvo zdravotníctva Slovenskej republiky vo svojom vestníku. Index rizika nákladov je vypočítaný oddelene pre mužov a ženy podľa veku. V *Tabuľke č. 21* sú uvedené hodnoty indexu rizika nákladov ako boli odhadnuté na rok 2007 a počet obyvateľov v jednotlivých vekových skupinách. Vekové skupiny sme rozdelili do troch väčších skupín, ktoré by mali približne zachytávať typy jednotlivcov, s ktorými pracujeme. Teda budeme pre tento prípad predpokladať, že závislé dieťa je vo veku od 0 do 24 rokov, ekonomicky aktívny od 25 do 64 rokov a dôchodca nad 65 rokov. Pomocou vážených priemerov, kde váhami sú početnosti jednotlivých skupín sme zistili IRN pre ekonomicky aktívneho, dieťa a dôchodcu. Tieto hodnoty sú tiež uvedené v *Tabuľke č. 21* [16], [20], [21].

Tabuľka č. 21: Index rizika nákladov [11], [21]

vek	ženy		muži		vážený priemer IRN muži a ženy	počet spolu muži a ženy	vážený priemer IRN v skupine
	IRN	počet obyvateľov v skupine	IRN	počet obyvateľov v skupine			
0 - 4 rokov	1,82	129 834	2,17	136 883	2,00	266 717	1,41
5 - 9 rokov	1,22	130 341	1,43	136 962	1,33	267 303	
10 - 14 rokov	1,30	154 596	1,37	162 428	1,34	317 024	
15 - 19 rokov	1,43	191 296	1,24	199 830	1,33	391 126	
20 - 24 rokov	1,48	213 655	1,00	222 019	1,24	435 674	
25 - 29 rokov	1,88	227 637	1,14	237 202	1,50	464 839	2,59
30 - 34 rokov	1,92	225 237	1,22	234 367	1,56	459 604	
35 - 39 rokov	1,92	185 927	1,40	190 967	1,66	376 894	
40 - 44 rokov	2,19	186 920	1,66	188 161	1,92	375 081	
45 - 49 rokov	2,77	191 900	2,22	191 078	2,50	382 978	
50 - 54 rokov	3,58	206 802	3,11	197 677	3,35	404 479	
55 - 59 rokov	4,36	187 291	4,38	170 048	4,37	357 339	
60 - 64 rokov	5,19	140 675	5,39	114 483	5,28	255 158	
65 - 69 rokov	6,08	119 431	6,35	86 207	6,19	205 638	6,54
70 - 74 rokov	6,63	100 532	7,20	63 633	6,85	164 165	
75 - 79 rokov	6,76	88 984	7,56	48 607	7,04	137 591	
80 rokov a viac	6,05	96 813	6,49	42 575	6,18	139 388	

Skupina ostatných je vekovo veľmi nejednoznačná. Podľa definície tu môžu byť zahrnuté osoby od 17 do 62 rokov. Vypočítali sme teda IRN ostatných ako vážený priemer IRN všetkých vekových skupín od 15 rokov do 64 rokov, kde váhami sú opäť početnosti. Jeho hodnota je 2,32. Mali sme teda k dispozícii odhady IRN ekonomicky aktívnych, závislých detí, dôchodcov a ostatných, počet osôb v týchto štyroch skupinách a hodnotu efektívnych výdavkov zdravotných poisťovní. Z týchto údajov sme benefit jedného ekonomicky aktívneho vypočítali nasledovne

$$B_{ZP}^{EA} = \frac{E_{VS} V_{ZP} P_{EA} IRN_{EA}}{\bar{P}_O IRN_O}$$

Počet ekonomicky aktívnych (P_{EA}) aj počet ďalších sledovaných skupín sme zistili z rodinných účtov, ako počet ekonomicky aktívnych v priemernej domácnosti vynásobený počtom domácností na Slovensku. Informácie o zastúpení jednotlivých skupín v priemernej domácnosti nie sú presné, preto aj súčet počtu týchto skupín nie je totožný s celkovým počtom obyvateľov. Pri výpočte sme použili odhad \bar{P}_O , ktorý je

rovný $P_{EA} + P_{ZD} + P_D + P_{OS}$, teda počtu ekonomicky aktívnych, závislých detí, dôchodcov a ostatných na Slovensku. Pri výpočte benefitu ostatných skupín sme postupovali rovnako, pričom hodnota $IRN_O = \frac{P_{EA}IRN_{EA} + P_{ZD}IRN_{ZD} + P_DIRN_D + P_{OS}IRN_{OS}}{\bar{P}_O}$.

Dáta, z ktorých sme vychádzali a výsledné benefity jednotlivých skupín z činnosti zdravotných poisťovní sú uvedené v *Tabuľke č. 22* [6], [11], [20], [21], [22].

Tabuľka č.22: Výpočet benefitu z výdavkov zdravotných poisťovní

	IRN	počet obyvateľov v skupine	benefit (v tis. Sk)
ekonomicky aktívny	1,41	2 540 553	5,83
závislé dieťa	2,59	1 471 727	10,70
dôchodca	6,54	990 488	26,96
ostatný	2,32	327 235	9,55

Benefity, ktoré závisia od výšky spotreby. V *Tabuľke č. 18* sú uvedené aj výdavky štátu, z ktorých benefity závisia od výšky spotreby občana. Ide napríklad o výdavky na zdravotníctvo, viaceré formy dopravy, taktiež výdavky na spracovanie odpadu a odpadových vôd. Sú to najmä služby, ktoré štát z rôznych dôvodov dotuje, či už priamo, alebo ide o nepriame poskytnutie príspevku do daného odvetvia, akou je napríklad výstavba ciest a podobne. Benefit občanov z tohto typu výdavkov štátu nie je pre každého rovnaký. Ak občan cestuje iba sporadicky, jeho benefit z výstavby ciest je menší ako benefit občana, ktorý cestuje pravidelne. Preto budeme vo výpočte tohto typu benefitu uvažovať výšku výdavkov občana na danú službu. Ako sme spomenuli v kapitole 3.1 *Dáta*, pracovali sme s výdavkami štátu v danom členení z toho dôvodu, že korešponujú s informáciami o výdavkoch domácností v rodinných účtoch. Tieto sme využili práve pri výpočte benefitu, ktorý závisí od výšky spotreby občana. Pomocou metodiky použitej a opísanej v bakalárskej práci [1] sme vytvorili odhady výdavkov ekonomicky aktívnych, závislých detí, dôchodcov a iných na dané služby. Benefit týchto typov jednotlivcov z výdavkov štátu sme počítali nasledovne

$$B_1 = \frac{E_{VS}V_S}{T}V_O \quad (9)$$

$$B_2 = \frac{\left(E_{VS}V_S - \frac{E_{VS}V_S}{T}V_DP_D\right)E_{SS}}{P_O}$$

$$B = B_2 + B_1.$$

Počítame dve časti benefitu. Rozdiel medzi nimi vidíme na *Obrázku č. 15*. Prvá časť benefitu občana (B_1) je vypočítaná z výšky jeho výdavkov na danú službu alebo tovar (V_0). Časť výdavku, ktorú považujeme za benefit, je určená pomerom efektívnych výdavkov verejnej správy na daný účel a celkových tržieb v tomto odvetví. Tie označujeme ako T . Druhá časť benefitu (B_2) je rovnaká pre každého občana. Tento benefit sme už spomínali, ide o výhody z nižších cien, ktoré môžu poskytnúť firmy, keď majú nižšie náklady vďaka štátnym výdavkom. Z dôvodu eliminácie chyby, ktorá mohla vzniknúť odhadovaním výdavkov jednotlivcov, sme pri výpočte B_2 použili údaje o výdavkoch priemerných domácností uvedené priamo v rodinných účtoch z roku 2007. Výdavok priemernej domácnosti na daný účel sme označili V_D a počet domácností na Slovensku P_D . Takto sme vedeli zistiť, aká časť efektívnych výdavkov štátu nebola benefitom domácností, ale súkromného sektora. Prenásobením tejto časti efektívnych výdavkov štátu efektivitou súkromného sektora sme dostali hodnotu benefitu, ktorú majú domácnosti z toho, že sa znížili náklady na výrobné vstupy súkromného sektora. Výnimkami v tejto skupine výdavkov štátu sú výdavky na zdravotníctvo, železničnú dopravu a cestovný ruch [22].

Benefit z výdavkov na zdravotníctvo. V prípade výdavkov štátu na zdravotníctvo sme vynechali výpočet druhej časti benefitu, keďže zdravotnícke služby sa poskytujú iba jednotlivcom, teda ovplyvňujú iba domácnosti a nie firmy. Z výdavkov štátu na zdravotníctvo uvedených vo Výsledkoch hospodárenia štátu z roku 2007 [4] sme odpočítali štátnu dotáciu zdravotným poisťovniam, keďže benefit z činnosti zdravotných poisťovní sme počítali oddelene. Taktiež položku tržieb v zdravotníctve sme nahradili celkovými výdavkami na zdravotnú starostlivosť na Slovensku v roku 2007.

Benefit z výdavkov na železničnú dopravu. Výpočet druhej časti benefitu (B_2) z výdavkov štátu na železničnú dopravu je rovnaký ako pri ostatných položkách. Rozdiel je v prvej časti výpočtu. Výdavky dôchodcov a závislých detí na osobnú železničnú dopravu sú ovplyvnené výraznými zľavami, čo ovplyvňuje aj odhad benefitu z týchto výdavkov. Zľava na železničnú dopravu závislých detí je 50%. V prípade dôchodcov platí zľava až od veku 70 rokov a to vo výške 70%. Dôchodkový vek začína šesťdesiatym druhým rokom života. Zľavu priemerného dôchodcu sme spočítali nasledovne

$$\frac{P_{62-69}0,00 + P_{\geq 70}0,70}{P_{DCH}} = \frac{642\,759 \times 0,70}{990\,488} = 0,45.$$

P_{62-69} označuje počet dôchodcov vo veku do 70 rokov, $P_{\geq 70}$ počet dôchodcov starších ako 70 rokov a P_{DCH} celkový počet dôchodcov. Tieto informácie sme získali z databázy Slovstat a z rodinných účtov [6], [11], [15], [16]. Predpokladali sme, že benefit nie je rozdelený rovnomerne len podľa spotreby jednotlivcov medzi ekonomicky aktívnych, závislé deti, dôchodcov a iných, ale že istú časť z benefitu detí a dôchodcov môžeme považovať za záporný benefit ekonomicky aktívnych a iných. Vysoké zľavy daných dvoch skupín sú zavedené zrejme aj na úkor výšky cestovného ekonomicky aktívnych a ostatných. Predpokladali sme, že zloženie cestujúcich železničnou dopravou je rovnaké ako zloženie obyvateľstva na Slovensku, čo sa týka počtu ekonomicky aktívnych, závislých detí, dôchodcov a iných. Benefit detí a dôchodcov sme počítali z výdavkov, ktoré by mali keby neexistovali zľavy, teda

$$B_1^{ZD} = \frac{E_{VS}V_S}{T} V_{ZD} \times \frac{1}{0,50}$$

$$B_1^{DCH} = \frac{E_{VS}V_S}{T} V_{DCH} \times \frac{1}{0,55}.$$

Následne benefit, ktorý im bol pridelený akoby navyše, tým že sme zvýšili ich výdavky, sme rozdelili ako záporný benefit medzi ekonomicky aktívnych a ostatných nasledujúcim spôsobom

$$ZB_1^{EA} = \frac{0,50B_1^{ZD}P_{ZD} + 0,45B_1^{DCH}P_{DCH}}{V_{EA}P_{EA} + V_{OS}P_{OS}} V_{EA}$$

$$ZB_1^{OS} = \frac{0,50B_1^{ZD}P_{ZD} + 0,45B_1^{DCH}P_{DCH}}{V_{EA}P_{EA} + V_{OS}P_{OS}} V_{OS}.$$

Hodnoty KB_1^{OS} a KB_1^{EA} predstavujú kladné benefity z výdavkov na železničnú dopravu počítané pôvodným vzorcom (9), ktoré budú znížené o záporné benefity. Teda prvá časť benefitu z výdavkov štátu na železničnú dopravu ekonomicky aktívnych a ostatných bude

$$B_1^{EA} = KB_1^{EA} - ZB_1^{EA}$$

$$B_1^{OS} = KB_1^{OS} - ZB_1^{OS}.$$

V *Tabuľke č. 23* sú zobrazené údaje o celkových tržbách, v prípade zdravotníctva výdavkoch, a výdavky štátu na daný účel. Pri každej položke je tiež uvedený pomer $\frac{E_{VS}V_S}{T}$.

Tabuľka č. 23: Výpočet benefitu, ktorý závisí od výšky spotreby [4], [11]

	celkové tržby (tis.Sk)	poznámka	výdavky štátu (tis. Sk)	$\frac{E_{VS}V_S}{T}$
Zásobovanie vodou	12 493 575,00		129 038,00	0,007
Nakladanie s odpadmi	9 188 390,00		331 743,00	0,024
Nakladanie s odpadovými vodami	4 624 718,00		1 499 379,00	0,217
Elektrická energia a jadrové palivo	138 837 763,89	celková spotreba elektrickej energie x jej cena	199 396,00	0,001
Uhlie a iné nerastné suroviny	71 595 456,09	celková spotreba plyných a pevných palív x ich cena	248 849,00	0,002
Zdravotníctvo	143 568 619,00	celkové výdavky na zdravotníctvo	30 567 421,00	0,017
Železničná doprava	28 963 043,00		13 778 968,00	0,319
Cestná doprava	47 092 158,00		16 788 154,00	0,239
Letecká doprava	7 507 550,00		388 263,00	0,035
Vodná doprava	1 120 278,00		46 513,00	0,028
Komunikácie	71 576 712,00		122 294,00	0,001

3.3 Výsledky

V nasledujúcich tabuľkách sú uvedené výsledky výpočtov, ktoré sme urobili na základe postupov v kapitole 3.2 *Typy benefitov a ich výpočet*.

Priame benefity.

Tabuľka č. 24: Priame benefity – priemer [1], [6]

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Starobné dôchodky	2 050,00	0,00	103 420,00	0,00
Iné dôchodky	2 692,17	0,00	0,00	44 350,72
Dávky v chorobe	1 069,45	0,00	0,00	0,00
Podpora v nezamestnanosti	233,08	0,00	0,00	0,00
Dávky sociálnej pomoci	481,00	0,00	583,40	3 616,40
Peňažná pomoc rodinám s deťmi	0,00	13 670,00	0,00	0,00
Iné sociálne príjmy	376,10	111,50	1 399,30	1 563,50
Priame benefity spolu	6 901,81	13 781,50	105 402,70	49 530,62

Podľa definície ekonomicky aktívnych z rodinných účtov sú v tejto skupine zahrnuté aj osoby poberajúce starobný dôchodok, ak popri ňom majú príjmy zo zamestnania alebo z vlastného podnikania. Preto starobný dôchodok môže byť príjmom aj ekonomicky aktívneho. V prípade položky *Iné dôchodky* platí, že v prípade práva poberať dva dôchodky naraz osoba poberá dôchodok, ktorý je vyšší. Ak ide o invalidný a starobný dôchodok väčšinou je vyšším dôchodkom starobný alebo sú rovnaké, preto uvažujeme, že iné dôchodky starobní dôchodcovia nepoberajú. *Peňažnú pomoc rodinám s deťmi* považujeme iba za benefit závislého dieťaťa [23]. Pomocou metódy RAS sme vytvorili odhady aj pre jednotlivcov podľa typu obce, v ktorej žijú.

Tabuľka č. 25: Priame benefity – krajské mesto [1], [6]

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Starobné dôchodky	2 380,00	0,00	122 410,00	0,00
Iné dôchodky	1 967,95	0,00	0,00	32 160,17
Dávky v chorobe	631,31	0,00	0,00	0,00
Podpora v nezamestnanosti	198,00	0,00	0,00	0,00
Dávky sociálnej pomoci	151,20	0,00	173,40	1 099,20
Peňažná pomoc rodinám s deťmi	0,00	13 922,00	0,00	0,00
Iné sociálne príjmy	296,90	87,70	1 092,70	1 232,50
Priame benefity spolu	5 625,36	14 009,70	123 676,10	34 491,87

Tabuľka č. 26: Priame benefity – iné mesto [1], [6]

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Starobné dôchodky	2 020,00	0,00	103 940,00	0,00
Iné dôchodky	2 928,46	0,00	0,00	47 856,87
Dávky v chorobe	829,74	0,00	0,00	0,00
Podpora v nezamestnanosti	298,40	0,00	0,00	0,00
Dávky sociálnej pomoci	617,10	0,00	707,40	4 485,10
Peňažná pomoc rodinám s deťmi	0,00	13 221,00	0,00	0,00
Iné sociálne príjmy	434,30	128,40	1 598,80	1 803,20
Priame benefity spolu	7 128,00	13 349,40	106 246,20	54 145,17

Tabuľka č. 27: Priame benefity – iná obec [1], [6]

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Starobné dôchodky	1 906,00	0,00	98 077,00	0,00
Iné dôchodky	2 908,66	0,00	0,00	47 533,17
Dávky v chorobe	753,34	0,00	0,00	0,00
Podpora v nezamestnanosti	199,57	0,00	0,00	0,00
Dávky sociálnej pomoci	551,60	0,00	632,30	4 008,80
Peňažná pomoc rodinám s deťmi	0,00	13 924,00	0,00	0,00
Iné sociálne príjmy	373,50	110,40	1 374,70	1 550,50
Priame benefity spolu	6 692,67	14 034,40	100 084,00	53 092,47

Nepriame benefity.

Benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby. Nasledujúce benefity sú rovnaké pre osoby žijúce v krajskom meste, inom meste a inej obci. V *Tabuľke č. 28* sú zobrazené nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby občana a sú rovnaké pre ekonomicky aktívnych, závislé deti, dôchodcov aj ostatných.

Tabuľka č. 28: Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby [4], [5]

v Sk	benefit jedného občana z daného výdavku štátu
Všeobecné verejné služby (bez výdavkov Slovenskej konsolidačnej a.s., Pozemkového fondu a Fondu národného majetku)	2 417,03
Obrana	3 217,57
Verejný poriadok a bezpečnosť	4 263,88
Lesníctvo, rybárstvo a poľovníctvo	2 505,23
Všeobecná ekonomická, obchodná a pracovná oblasť	2 050,74
Výskum a vývoj v ekonomickej oblasti	78,99
Ťažba, výroba a výstavba	74,83
Ekonomická oblasť inde neklasifikovaná	9,04
Ochrana životného prostredia (bez výdavkov na nakladanie s odpadmi a odpadovými vodami)	364,33
Bývanie a občianska vybavenosť bez výdavkov na zásobovanie vodou	965,46
Výskum a vývoj v oblasti vzdelávania	12,78
Rekreácia, kultúra a náboženstvo	774,70
Potrubná a iná doprava	0,22

v Sk	benefit jedného občana z daného výdavku štátu
Distribučné siete a skladovanie	391,13
Výskum a vývoj v oblasti sociálneho zabezpečenia	1,92
Energia iná ako elektrická	36,71
Vzdelávanie (spoločenský vplyv)	4 035,28
Výdavky Slovenskej konsolidačnej a.s.	-55,08
Výdavky Pozemkového fondu	-57,06
Výdavky Fondu národného majetku	-5 893,05
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ani od typu občana	15 194,66

V Tabuľke č. 29 sú zobrazené nepriame benefity, ktoré síce nezávisia od výšky spotreby občana, ale sú rozdielne pre ekonomicky aktívnych, závislé deti, dôchodcov a ostatných. Do tejto skupiny patria iba benefity z výdavkov na vzdelávanie a z výdavkov zdravotných poisťovní.

Tabuľka č. 29: Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby – vzdelávanie, zdravotné poisťovne

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
(osobný) benefit zo vzdelávania	0,00	28 450,53	0,00	0,00
benefit z výdavkov zdravotných poisťovní	5 826,00	10 696,10	26 955,49	9 549,42
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ale závisia od typu občana	5 826,00	39 146,63	26 955,49	9 549,42

Benefity, ktoré závisia od výšky spotreby. Benefity, ktoré závisia od výšky spotreby sme rozdelili v kapitole 3.2 *Typy benefitov a ich výpočet* na dve časti B_1 a B_2 . Časť B_1 je rôzna pre ekonomicky aktívnych, závislé deti, dôchodcov a ostatných a líši sa taktiež medzi jednotlivcami žijúcimi v rôznych typoch obcí. V Tabuľkách č. 30, 31, 32 a 33 je uvedená časť B_1 z benefitov, ktoré závisia od výšky spotreby, pre všetky prieniky hore spomenutých skupín.

Tabuľka č. 30: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – priemer

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Zásobovanie vodou	5,54	4,07	8,59	6,92
Nakladanie s odpadmi	8,67	6,78	10,14	9,84
Nakladanie s odpadovými vodami	100,99	129,47	186,43	116,75
Elektrická energia a jadrové palivo	4,43	2,85	7,88	5,01
Uhlie a iné nerastné suroviny	13,96	4,17	25,62	6,71
Zdravotníctvo	36,88	24,80	96,24	60,50
Železničná doprava (KB_1)	101,02	158,49	94,18	79,81
Železničná doprava (ZB_1)	-56,66	0,00	0,00	-44,76
Železničná doprava	44,36	158,49	94,18	35,04
Cestná doprava	493,57	253,79	192,44	206,41
Letecká doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Vodná doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Komunikácie	7,33	4,55	5,02	8,04
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	715,73	588,99	626,54	455,23

Tabuľka č. 31: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – krajské mesto

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Zásobovanie vodou	5,97	5,41	10,38	8,29
Nakladanie s odpadmi	14,96	13,87	18,88	18,08
Nakladanie s odpadovými vodami	150,75	232,97	308,91	185,56
Elektrická energia a jadrové palivo	3,59	2,90	6,19	4,04
Uhlie a iné nerastné suroviny	3,49	1,07	6,44	1,30
Zdravotníctvo	48,13	34,27	122,88	79,32
Železničná doprava (KB_1)	77,95	60,97	39,75	61,57
Železničná doprava (ZB_1)	-20,39	0,00	0,00	-16,10
Železničná doprava	57,56	60,97	39,75	45,46
Cestná doprava	615,07	316,03	241,64	262,92
Letecká doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Vodná doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Komunikácie	8,70	5,88	6,32	9,40
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	908,22	673,36	761,38	614,37

Tabuľka č. 32: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – iné mesto

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Zásobovanie vodou	3,28	2,23	5,14	4,11
Nakladanie s odpadmi	7,68	8,90	15,74	9,45
Nakladanie s odpadovými vodami	450,93	272,72	776,40	506,41
Elektrická energia a jadrové palivo	1,68	0,63	2,98	0,74
Uhlie a iné nerastné suroviny	4,42	1,53	7,71	1,96
Zdravotníctvo	36,69	24,11	101,17	62,88
Železničná doprava (KB_1)	62,18	48,63	31,71	49,11
Železničná doprava (ZB_1)	-16,26	0,00	0,00	-12,85
Železničná doprava	45,91	48,63	31,71	36,26
Cestná doprava	186,84	96,00	73,40	79,87
Letecká doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Vodná doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Komunikácie	3,70	2,22	2,58	4,20
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	741,14	456,99	1 016,83	705,89

Tabuľka č. 33: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1) – iná obec

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Zásobovanie vodou	2,25	1,53	3,52	2,81
Nakladanie s odpadmi	2,44	2,82	4,99	3,00
Nakladanie s odpadovými vodami	594,94	359,82	1 024,36	668,14
Elektrická energia a jadrové palivo	3,65	1,37	6,47	1,59
Uhlie a iné nerastné suroviny	12,00	3,35	19,03	5,52
Zdravotníctvo	31,09	20,44	85,73	53,29
Železničná doprava (KB_1)	47,46	37,12	24,20	37,48
Železničná doprava (ZB_1)	-12,41	0,00	0,00	-9,81
Železničná doprava	35,04	37,12	24,20	27,68
Cestná doprava	264,63	135,97	103,96	113,12
Letecká doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Vodná doprava	0,00	0,00	0,00	0,00
Komunikácie	3,29	1,97	2,29	3,74
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	949,33	564,39	1 274,56	878,89

Druhá časť nepriamych benefitov (B_2), ktoré závisia od výšky spotreby je rovnaká pre všetky typy osôb a nezáleží ani na type obce, v ktorej daný jednotlivec žije.

Tabuľka č. 34: Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)

v Sk	benefit jedného občana
Zásobovanie vodou	6,48
Nakladanie s odpadmi	20,64
Nakladanie s odpadovými vodami	38,98
Elektrická energia a jadrové palivo	12,68
Uhlie a iné nerastné suroviny	11,38
Zdravotníctvo	0,00
Železničná doprava	1 024,09
Cestná doprava	1 091,46
Letecká doprava	29,76
Vodná doprava	3,62
Komunikácie	5,71
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)	2 244,80

V kapitole 3.2 *Typy benefitov a ich výpočet* sme spomínali, že druhá časť tohto typu benefitu sa z výdavkov štátu na zdravotníctvo nebude počítať, preto je rovný nule. V *Tabuľkách č. 35, 36, 37 a 38* sú zhrnuté jednotlivé benefity a je tu uvedený ich celkový súčet. Taktiež sa v tabuľkách nachádza výška odhadnutej dane z bakalárskej práce [1] kvôli porovnaniu.

Tabuľka č. 35: Benefit - porovnanie s daňou - priemer

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Priame benefity	6 901,81	13 781,50	105 402,70	49 530,62
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ani od typu občana	15 194,66	15 194,66	15 194,66	15 194,66
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ale závisia od typu občana	5 826,00	39 146,63	26 955,49	9 549,42
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	715,73	588,99	626,54	455,23
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)	2 244,80	2 244,80	2 244,80	2 244,80
Benefity spolu	30 883,00	70 956,57	150 424,19	76 974,73
Celkový benefit ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	19,91%	45,74%		
Dane spolu	65 394,70	16 057,87	24 714,37	26 914,14
Celková daň ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	42,15%	10,35%		
Daň - Benefit	-34 511,70	54 898,70	125 709,82	50 060,59

Tabuľka č. 36: Benefit - porovnanie s daňou – krajské mesto

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	Ostatný
Priame benefity	5 625,36	14 009,70	123 676,10	34 491,87
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ani od typu občana	15 194,66	15 194,66	15 194,66	15 194,66
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ale závisia od typu občana	5 826,00	39 146,63	26 955,49	9 549,42
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	908,22	673,36	761,38	614,37
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)	2 244,80	2 244,80	2 244,80	2 244,80
Benefity spolu	29 799,04	71 269,15	168 832,43	62 095,12
Celkový benefit ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	16,01%	38,29%		
Dane spolu	80 604,96	19 972,40	31 106,28	33 943,97
Celková daň ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	43,30%	10,73%		
Daň – Benefit	-50 805,92	51 296,74	137 726,15	28 151,15

Tabuľka č. 37: Benefit - porovnanie s daňou – iné mesto

v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	ostatný
Priame benefity	7 128,00	13 349,40	106 246,20	54 145,17
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ani od typu občana	15 194,66	15 194,66	15 194,66	15 194,66
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ale závisia od typu občana	5 826,00	39 146,63	26 955,49	9 549,42
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	741,14	456,99	1 016,83	705,89
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)	2 244,80	2 244,80	2 244,80	2 244,80
Benefity spolu	31 134,60	70 392,48	151 657,99	81 839,94
Celkový benefit ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	20,85%	47,13%		
Dane spolu	62 377,10	15 291,02	24 079,42	26 079,32
Celková daň ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	41,76%	10,24%		
Daň – Benefit	-31 242,51	55 101,46	127 578,57	55 760,62

Tabuľka č. 38: Benefit - porovnanie s daňou – iná obec

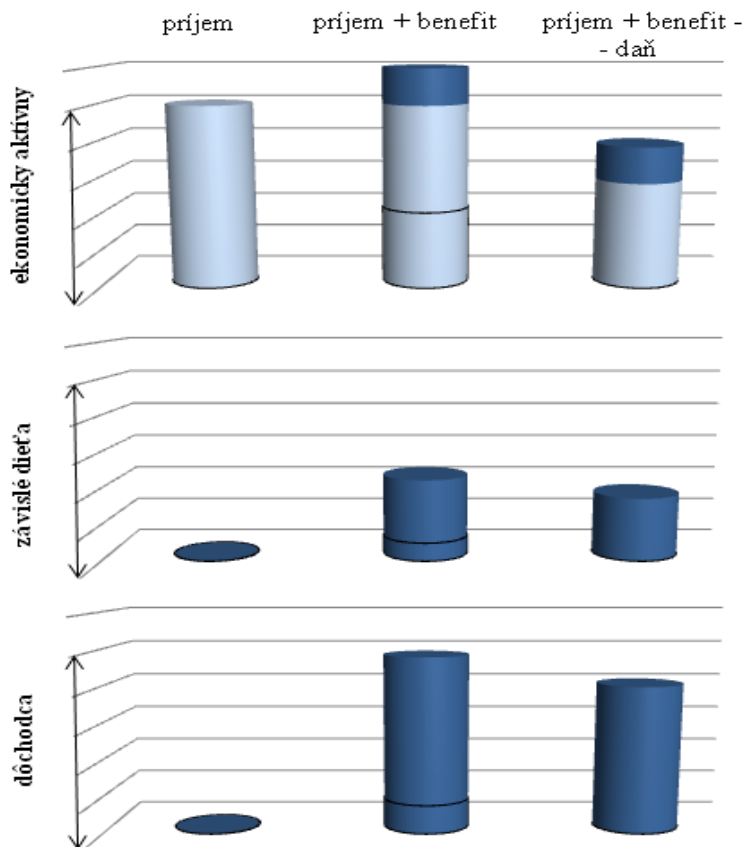
v Sk	ekonomicky aktívny	závislé dieťa	dôchodca	Ostatný
Priame benefity	6 692,67	14 034,40	100 084,00	53 092,47
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ani od typu občana	15 194,66	15 194,66	15 194,66	15 194,66
Nepriame benefity, ktoré nezávisia od výšky spotreby ale závisia od typu občana	5 826,00	39 146,63	26 955,49	9 549,42
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_1)	949,33	564,39	1 274,56	878,89
Nepriame benefity, ktoré závisia od výšky spotreby (B_2)	2 244,80	2 244,80	2 244,80	2 244,80
Benefity spolu	30 907,46	71 184,88	145 753,51	80 960,25
Celkový benefit ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	21,49%	49,49%		
Dane spolu	60 061,23	14 725,08	23 361,87	25 647,91
Celková daň ako percento z príjmu ekonomicky aktívneho	41,75%	10,24%		
Daň – Benefit	-29 153,76	56 459,80	122 391,64	55 312,34

Zhrnutie výsledkov a záver

Hlavným cieľom práce bolo vytvorenie odhadu benefitu z odvedenej dane. Odhad sme vytvorili pre priemerného ekonomicky aktívneho, závislé dieťa a dôchodcu a taktiež pre jednotlivcov z týchto skupín žijúcich v krajských mestách, iných mestách a iných obciach.

Výsledky odhadov odvedenej dane a benefitov pre jednotlivcov rôznych typov sú uvedené v *Tabuľke č. 35*. Pre väčšiu názornosť možno kumulatívne príjmy a dane vyjadriť ako percento z priemerného platu ekonomicky aktívnej osoby na Slovensku. Priemerný ekonomicky aktívny mal v roku 2007 benefit z toho, že platil daň, rovný 19,91% z jeho ročného platu. Celková daň spolu s odvodmi, ktorú v tomto roku zaplatil, však bola vyššia, konkrétne 42,15% z jeho platu. Mohli by sme teda tvrdiť, že priemerný ekonomicky aktívny v roku 2007 bol, čo sa týka práv a záväzkov voči štátu stratový. Ak však ekonomicky aktívny žije v jednej domácnosti s aspoň jedným závislým dieťaťom, ktoré živí zo svojho platu, poberá za starostlivosť o dieťa viaceré výhody. Daň, ktorú za rok 2007 zaplatilo priemerné závislé dieťa tvorilo 10,35% z priemerného platu ekonomicky aktívneho. Výhody, ktoré závislé dieťa malo od štátu v roku 2007 sme však odhadli až na 45,74% z platu ekonomicky aktívneho. Teda domácnosť jedného ekonomicky aktívneho a jedného závislého dieťaťa je, čo sa týka vzťahu voči štátu, zisková. Podľa údajov z roku 2007 by čistý benefit takejto domácnosti mohol tvoriť 13,14% z platu priemerného ekonomicky aktívneho. Na *Obrázku č. 16* sú zobrazené príjmy, benefity a následne tieto príjmy a benefity bez dane pre priemerného ekonomicky aktívneho, závislé dieťa a dôchodcu. Keďže dôchodok a rodičovské príspevky uvažujeme ako benefity posledné dve skupiny majú nulové príjmy.

Obrázok č. 16: Príjmy, benefity a dane jednotlivých skupín - priemer



V *Tabuľke č. 36* sú zobrazené tieto údaje pre prípad jednotlivcov žijúcich v krajských mestách. Podobne ako v predchádzajúcom odseku budeme interpretovať celkové dane a benefity ako percento priemerného platu ekonomicky aktívneho, ale v tomto prípade žijúceho v krajskom meste. Pre takýto typ ekonomicky aktívnych, závislých detí, dôchodcov a ostatných je odhad dane, ktorú zaplatili štátu za rok 2007 vyšší ako priemer, aj ako daň jednotlivcov z iných typov obcí. Keďže viaceré časti benefitu sme považovali za rovnaké pre osoby žijúce v krajských mestách, iných mestách aj iných obciach, čistý benefit občanov z krajských miest je o niečo nižší ako občanov žijúcich v iných typoch obcí. Konkrétne pre priemerného ekonomicky aktívneho žijúceho v krajskom meste je daň opäť vyššia ako benefit v roku 2007, strata je 27,29% z jeho platu, ale opäť čistý benefit závislého dieťaťa je kladný a tvorí 27,56% z platu ekonomicky aktívneho.

V prípade iného mesta a inej obce sú výsledky veľmi podobné, strata ekonomicky aktívneho je asi 20% a zisk závislého dieťaťa je približne 37%.

Zo spomenutých výsledkov by sa mohlo zdať, že občania nemajú veľkú výhodu z toho, že platia dane, najmä ak sú pracujúci a nemajú deti. Skúsme si položiť otázku trochu inak. Aký je môj celoživotný čistý benefit z toho, že platím dane a som občanom Slovenskej republiky? Budeme predpokladať život človeka, ktorý študuje prvých 23 rokov, potom pracuje a od 62. roku života je na dôchodku. Priemerná dĺžka života ľudí na Slovensku v roku 2007 bola 74,2 rokov, teda uvažujeme, že tento človek žije 74 rokov. Pre zjednodušenie predpokladáme, že medzi 23. a 62. rokom života nie je na materskej dovolenke. Budeme uvažovať výšku reálneho úroku 4,3%, čo je priemerný reálny úrok od roku 2004 do roku 2007 zverejnený na stránkach Svetovej banky [24]. V *Tabuľke č. 39* sú zobrazené hodnoty celoživotného čistého benefitu, teda benefit mínus daň, konkrétne súčasnej hodnoty tohto benefitu v čase narodenia danej osoby.

Tabuľka č. 39: Celoživotný čistý benefit [24]

v Sk	celoživotný čistý benefit (súčasná hodnota)
priemer	522 763,15
krajské mesto	343 724,19
iné mesto	551 184,70
iná obec	587 069,33

Teda ak predpokladáme, že priemerná osoba žila celý svoj život v podmienkach totožných s rokom 2007 a vezmeme do úvahy časový aspekt hodnoty peňazí, získa táto osoba za to, že platí dane a je súčasťou spoločnosti, 522 763 Sk. V prípade osôb žijúcich v krajských mestách je táto hodnota nižšia takmer o 200 000 Sk. Dôvodom sú vyššie ceny tovarov a služieb, celkovo vyššia spotreba a vyšší príjem, ktoré spôsobujú vyššiu daň. Benefity ekonomicky aktívnych a závislých detí vo všetkých typoch obcí boli veľmi podobné. Malý rozdiel nastal v benefítoch dôchodcov, ktorý je spôsobený vyššími dôchodkami v krajských mestách. Dôvodom vyšších dôchodkov je závislosť jeho výšky od výšky predošlých príjmov. Teda výhody dôchodcov žijúcich v krajských mestách sú vyššie oproti priemeru približne o 20 000 Sk.

Zoznam bibliografických odkazov

[1] Drobná, B.: Odhad odvodu daní z rodinných účtov. Bakalárska práca, 2010, 53 s.

Dostupné na internete:

<https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxwcmFjb3ZueXNlbWluYXJ8Z3g6NDZjZmU3OWY2YWMyMjJhNA>, 9.4.2012

[2] Databáza Eurostat

Dostupné na internete:

http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search_database, 12.12.2011

[3] Blien, U., Graef, F.: Entropy Optimizing Methods for the Estimation of Tables. Balderjahn et al. (1998): "Classification, Data Analysis and Data Highways", Proceedings of the 21st Annual Conference of the Gesellschaft für Klassifikation, Berlin etc.: Springer: 3-15

[4] Výsledky hospodárenia štátneho rozpočtu Slovenskej republiky v roku 2007.

Materiál na rokovanie, Číslo: UV-9880/2008, 142 s.

Dostupné na internete:

<http://www.nrsr.sk/web/dynamic/Download.aspx?DocID=274080>, 4.2.2012

[5] Záverečný účet verejnej správy Slovenskej republiky za rok 2007. Materiál na rokovanie. Číslo: UV-9880/2008, 75 s.

Dostupné na internete:

<http://www.nrsr.sk/web/dynamic/Download.aspx?DocID=274079>, 4.2.2012

[6] Štatistický úrad Slovenskej republiky: Rodinné účty Slovenskej republiky za rok 2007

[7] Afonso, A., Schuknecht, L., Tanzi, V.: Public sector efficiency, Evidence for new EU member states and emerging markets. European Central Bank Working Paper Series No. 581, 2006, 50 s.

Dostupné na internete:

<http://www.ecb.int/pub/pdf/scpwps/ecbwp581.pdf>, 12.2.2012

[8] Lennerová, V.: DEA modely a meranie eko-efektívnosti. Diplomová práca, 2008, 55 s.

Dostupné na internete:

<http://www.iam.fmph.uniba.sk/studium/efm/diplomovky/2008/lennerova/diplomovka.pdf>, 27.3.2012

[9] Tax Incidence.

Dostupné na internete: http://en.wikipedia.org/wiki/Tax_incidence, 5.3.2012

[10] Chamberlain, A.: Core Concepts: Economics of Tax Incidence. 2008, 4 s.

Dostupné na internete: http://www.the-idea-shop.com/data/Tax_Incidence.pdf, 5.3.2012

[11] Databáza Slovstat

Dostupné na internete: <http://www.statistics.sk/pls/elisw/vbd>, 2.3.2012

[12] Slovenská konsolidačná, a.s.: Výročná správa Slovenskej konsolidačnej, a.s. za rok 2007, 19 s.

Dostupné na internete:

<http://www.konsolidacna.sk/spolocnost/vyrocne-spravy/2007/105-vyro-na-sprava-2007.html>, 10.11.2011

[13] Fond národného majetku: Výročná správa 2007, Fond národného majetku. 28 s.

[14] Slovenský pozemkový fond: Výročná správa SPF za rok 2007. 88 s.

Dostupné na internete:

http://www.pozfond.sk/_documents/ZakladneInformacie/Vyrocna_Sprava_2007.pdf, 9.4.2012

[15] Cenníky cestovného a služieb

Dostupné na internete: <http://www.slovakrail.sk/de/cenniky>, 14.3.2012

[16] Starobný dôchodok

Dostupné na internete:

<http://www.socpoist.sk/starobny-dochodok/1286s>, 14.3.2012

[17] Price elasticity of demand

Dostupné na internete:

http://en.wikipedia.org/wiki/Price_elasticity_of_demand, 8.3.2012

[18] Price elasticity of supply

Dostupné na internete: http://en.wikipedia.org/wiki/Price_elasticity_of_supply, 8.3.2012

[19] Davies, J.: Empirical Evidence on Human Capital Externalities. 2002, 47 s.

Dostupné na internete:

<http://economics.uwo.ca/faculty/davies/workingpapers/empiricalevidence.pdf>, 20.3.2012

[20] Frisová, S., Gajdzica, M., Lenártová, L. a kol.: Základné rámce zdravotnej politiky pre roky 2008 – 2011, 52 s.

Dostupné na internete:

http://www.hpi.sk/cdata/Publications/hpi_zakladne_ramce_2008.pdf, 28.3.2012

[21] Ministerstvo zdravotníctva Slovenskej republiky: Vestník Ministerstva zdravotníctva Slovenskej republiky, Ročník 54, Čiastka 56 – 60, 2006, 18 s.

Dostupné na internete:

<http://www.health.gov.sk/?vestniky-mz-sr-do-roku-2008>, 28.3.2012

[22] Stankovičová, I., Pastorek, L.: Analýza monetárnej chudoby v českých a slovenských domácnostiach, 2010, 4 s.

Dostupné na internete:

http://www.sas.com/offices/europe/czech/events/2010/sas_forum/posters/Poster_Stankovicova_Pastorek.pdf, 8.3.2012

[23] Štatistický úrad Slovenskej republiky: Príjmy, výdavky a spotreba súkromných domácností SR, 2007, 22 s.

[24] The World Bank: Real interest rate.

Dostupné na internete:

<http://data.worldbank.org/indicator/FR.INR.RINR>, 28.3.2012