

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**

**MATEMATICKÉ MODELOVANIE ZAMESTNANOSTI
V SLUŽBÁCH V STREDNEJ EURÓPE POMOCOU
MODELU VZÁJOMNÝCH INTERAKCIÍ**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2012

Bc. Daniel Mäsiar

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

MATEMATICKÉ MODELOVANIE ZAMESTNANOSTI
V SLUŽBÁCH V STREDNEJ EURÓPE POMOCOU
MODELU VZÁJOMNÝCH INTERAKCIÍ

Diplomová práca

Študijný program : Ekonomická a finančná matematika

Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika

Školiace pracovisko: Katedra ekonómie aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: Mgr. Katarína Boďová, PhD.

Bratislava 2012

Daniel Mäsiar



ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Daniel Mäsiar
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Matematické modelovanie zamestnanosti v službách v strednej Európe pomocou modelu vzájomných interakcií

Cieľ: Oblasť služieb má špecifickú vlastnosť, že sa ľahšie rozvíja, ak už existuje nadkritický počet zamestnancov a dostatočná kvalita v tejto oblasti. Naopak, v oblastiach, kde sú služby úplne nefunkčné, je komplikované rozvíjať tento sektor. Cieľom práce bude zostrojiť a skúmať vlastnosti modelu s tromi typmi obyvateľov (zamestnaní v službách, iné zamestnanie, nezamestnaní), ktorí interagujú na základe zvolených pravidiel. Základnou otázkou je, ako správanie tohto modelu závisí na voľbe interakčného členu. Práca vyžaduje aj zbieranie reálnych dát o obyvateľoch v SR a v širšom okolí.

Vedúci: Mgr. Katarína Boďová, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Dátum zadania: 14.01.2011

Dátum schválenia: 14.01.2011
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Prehlásenie

Čestne prehlasujem, že som predloženú diplomovú prácu spracoval samostatne s použitím uvedenej literatúry a ďalších informačných zdrojov.

.....

Bc. Daniel Mäsiar

Pod'akovanie

Chcel by som poďakovať všetkým, ktorí mi akýmkoľvek spôsobom pomohli pri spracovaní tejto diplomovej práce. Moje poďakovanie patrí najmä vedúcemu práce, Mgr. Kataríne Bod'ovej PhD., za vedenie a cenné pripomienky pri záverečnom spracovaní práce. Osobitné poďakovanie patrí mojim rodičom a mojim najbližším, bez ich podpory a pomoci by som to určite nezvládol.

ABSTRAKT

Bc. Daniel Mäsiar: Matematické modelovanie zamestnanosti v službách v strednej Európe pomocou metódy vzájomných interakcií

[Diplomová práca]-Univerzita Komenského v Bratislave; Fakulta matematiky, fyziky a informatiky; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky - Vedúci: Mgr. Katarína Boďová, PhD.; Bratislava: UK, 2012, 46 strán

V práci modelujeme zamestnanosť ľudí v priemysle, službách a nezamestnaných, pričom sa zameriavame hlavne na zamestnaných v službách. Za strednú Európu, v ktorej simulujeme dané skupiny zamestnanosti, považujeme oblasť centrovanú okolo Bratislavy. Jednotlivé regióny navzájom interagujú a tým ovplyvňujú zamestnanosť v jednotlivých skupinách. Najskôr z analýzy vstupných dát vyvodíme poznatky na ktorých potom postavíme model pre simuláciu zamestnanosti v jednotlivých skupinách. Cieľom práce je zostrojiť model pre simulovanie zamestnanosti v jednotlivých skupinách, kde sledujeme najmä služby a ich vývoj vzhľadom na relatívny počet v danom regióne. Výsledky nakoniec porovnáme s reálnymi dátami.

Kľúčové slová: modelovanie, služby, zamestnanosť, regióny, interakcia, stredná Európa, presun ľudí, vývoj zamestnanosti,

ABSTRACT

Bc. Daniel Mäsiar: Mathematics modeling of employment in services in central Europe with interaction method

[Mater thesis]-Comenius University in Bratislava, Faculty of mathematics, Physics and Informatics; Department of applied mathematics and statistics - Tutor: Mgr. Katarína Boďová PhD.; Bratislava: UK, 2010, 46 pages

In this paper we are modeling employment of people in three categories: industry, services and unemployment, where our main focus is on those in services. Bratislava is in central Europe, where we are simulating the employment. Regions interact with each other and therefore influence employment in neighboring regions. First we analyze the data from which we construct model for simulating the employment. The aim of this paper is to simulate the employment with given interaction, where we focus on studying the employment in services. We compare the results with real data.

Kľúčové slová: modeling, services, employment, regions, interaction, central Europe, movement of people, development of employment,

Predhovor

Práca sa zameriava hlavne na analýzu dát zamestnaneckých skupín a ich vzájomne ovplyvňovanie. Korelačná analýza nám slúži na analyzovanie vzťahov medzi dátami. Dáta analyzujeme aj v kontexte s ekonomickou situáciou. Z výsledkov analýzy dát následne chceme simulovať priebeh zamestnanosti v jednotlivých zamestnaneckých skupinách. Cieľom práce je analýza reálnych dát a jej následné využitie pre simuláciu zamestnanosti. Výsledky práce môžu pomôcť predpovedať vývoj zamestnanosti počas budúcej ekonomickej krízy, ako aj krízu predpovedať. Ešte neboli publikované štúdie, ktoré by skúmali vzájomné prepojenie zamestnaneckých skupín a ich následné simulovanie. V práci aplikujeme kinetickú Monte Carlo metódu na simuláciu zamestnaneckých skupín a ukážme jedno z veľkého množstva aplikácií tejto metódy. Keďže zamestnanosť nebola analyzovaná tak, ako to robíme my, preto naše výsledky dávajú iný pohľad na vývoj zamestnaneckých skupín v rámci ekonomického kontextu.

Obsah

1. Analýza vstupných dát do modelu	13
1.1. Získavanie a úprava dát	13
1.1.1. Zamestnanosť	15
1.2. Analýza dát	16
1.2.1. Rok 2007	20
1.2.2. Rok 2008	21
1.2.3. Rok 2009	22
1.2.4. Rok 2010	23
1.2.5. Rast a kríza	25
1.2.6. Presun ľudí medzi oblasťami	28
1.3. Získané pozorovania	33
2. Numerická simulácia	35
2.1. Gillespieho algoritmus	35
2.1.1. Algoritmus	37
3. Simulácie	39
Bibliografia	44

Obrázok 1. Oblasť strednej Európy, v ktorom modelujeme zamestnanosť v službách.....	14
Obrázok 2. Zobrazenie dát na úrovni štátov v roku 2007.....	16
Obrázok 3. Zobrazenie relatívnych dát na úrovni regiónov v roku 2007.....	17
Obrázok 4. Schéma určujúca presuny medzi jednotlivými skupinami.....	19
Obrázok 5. Typy schém určujúcich presuny medzi jednotlivými zamestnaneckými skupinami.....	20
Obrázok 6. Vizualizácia matice presunu ľudí pre roky 2006 až 2010 a za celé obdobie. ..	25
Obrázok 7. Graf hlavných typov presunov ľudí počas obdobia rastu a krízy.	26
Obrázok 8. Zobrazenie dát na úrovni štátov v roku 2007.....	27
Obrázok 9. Zobrazenie presunov ľudí na úrovni regiónov v roku 2007.....	27
Obrázok 10. Presun ľudí medzi susednými regiónmi a zamestnaneckými skupinami.....	29
Obrázok 11. Veľkosť životnej úrovne v jednotlivých regiónoch pre roky 2005 až 2008. ...	30
Obrázok 12. Vzdialenosť susediacich regiónov v kilometroch a v hodinách.....	31
Obrázok 13. Korelácia zmien v službách medzi dvoma susednými regiónmi.	32
Obrázok 14. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných vo všetkých regiónoch pre roky 2004 až 2010.	39
Obrázok 15. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných v Slovinsku pre roky 2004 až 2010.	40
Obrázok 16. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných v Slovensku pre roky 2004 až 2010.	41
Obrázok 17. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných v Bratislave pre roky 2004 až 2010.	42
Obrázok 18. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných vo Viedni pre roky 2004 až 2010..	42

Úvod

Jedným zo spôsobov merania rozvinutosti mesta alebo regiónu je množstvo a kvalita služieb, ktoré sa dajú merať počtom zamestnaných v tejto sfére. Každý z nás využíva služby denne, či už pri cestovaní do práce verejnou dopravou, obedovaní v reštauráciách alebo v školskej jedálni alebo pozeraním televízie, návštevou kina, či inej kultúrnej akcie. Služby podnecujú vznik ďalších služieb. Ich rozvinutosť a kvalita nám zlepšuje životný štandard. Príkladmi služieb sú: schválená verejná doprava zadarmo v Talline [10], voľne prístupný internet na verejných miestach v mestách Seattle, či Bratislava [11, 12], skrátená čakacia doba pri nákupoch [13] alebo v poradovníku na operáciu v nemocnici [14].

Každého človeka možno zaradiť do jednej z troch zamestnaneckých skupín podľa typu zamestnania: zamestnaní v službách, oblasť mimo služieb a nezamestnaní. Oblasť, ktorú študujeme je centrovaná okolo Bratislavy, pretože sme si vybrali sledovať oblasť, v ktorej sa pohybujeme. Štruktúra dát má ročný charakter, kde pre jednotlivé roky máme počty ľudí v zamestnaneckých skupinách.

Pozorujeme dynamiku zmeny v počte v zamestnaneckých skupinách a ako zmena v počte jednej skupiny ovplyvní inú skupinu. Zmena v počte v niektorej skupine nastane, keď ľudia zmenia zamestnanie. Ľudia sa môžu zamestnať v rovnakom regióne, alebo v inom regióne, preto sledujeme dynamiku zamestnanosti v rámci jedného regiónu, ale aj dynamiku zamestnanosti medzi dvoma regiónmi. Dynamiku pozorujeme pomocou korelačnej analýzy [15], ktorá nám ukazuje, ako sa ovplyvňujú jednotlivé zamestnanecké skupiny.

Presné počty ľudí, ktorí za rok zmenili zamestnaneckú skupinu v rámci regiónu alebo sa presunuli do iného regiónu nevieme na základe dostupných dát určiť. Vieme zistiť iba celkový presun ľudí medzi skupinami. Napríklad, ak sa dvaja ľudia zamestnali v priemysle, teda prešli zo skupiny nezamestnaných do skupiny zamestnaných v priemysle, a jeden prácu v priemysle stratil, teda prešiel zo skupiny zamestnaných v priemysle do skupiny nezamestnaných, potom zamestnanie zmenili spolu traja ľudia. Celková zmenu urobil iba jeden človek, keďže zo skupiny nezamestnaných celkovo prešiel jeden človek do skupiny zamestnaných v priemysle. Z dát preto nevieme vypočítať presný počet ľudí, ktorí zmenili skupinu.

Všetky roky, v ktorých máme dostupné dáta, majú rozdielnu ekonomickú situáciu. Napríklad, v rokoch 2007 a 2008 boli výrazné rasty ekonomík, po ktorých následne nastala

kríza [16]. Dáta sa budeme snažiť interpretovať v kontexte ekonomického vývoja. Rast a kríza ekonomík vplýva aj na zamestnanosť, ktorá ďalej vplýva na životnú úroveň. Typické počas krízy je, že zamestnanosť klesá, čím sa znižuje počet ľudí zamestnaných v službách ako aj v priemysle. Zníženie zamestnanosti ovplyvní aj to, že ľudia menej využívajú služby, lebo nezamestnaní ich nebudú využívať toľko ako zamestnaní.

Na numerickú simuláciu bude použitý algoritmus tzv. kinetická Monte Carlo metóda [17]. Táto simulácia je stochastická, kde stochastickú zložku tvorí náhodné rozhodovanie ľudí o presune medzi zamestnaneckými skupinami. Výslednú simuláciu za celé časové obdobie počas rokov 2004 až 2010 porovnáme s reálnymi ročnými hodnotami a zistíme, či sa výsledky zhodujú.

Práca je rozdelená do troch sekcií. V prvej sekcií konkretizujeme dáta na ktorých budeme simulovať, ako aj ich analýzu. Korelačnú analýzu robíme pre celé časové obdobie, ale aj samostatne pre všetky roky. Bližšie sa pozrieme na vplyv ekonomickej krízy. Vysvetlíme, čo motivuje ľudí k presunu do iného regiónu. Druhá sekcia vysvetľuje algoritmus na simuláciu kinetickej Monte Carlo metódy. Posledná kapitola obsahuje porovnanie nasimulovaných dát s nami získanými údajmi.

1. Analýza vstupných dát do modelu

Modelovanie služieb vychádza z dát, ktoré máme k dispozícii, z databázy Eurostat [3]. V tejto časti sa budeme zaoberať analýzou vstupných dát z hľadiska závislosti skupín obyvateľov v produktívnom veku: zamestnaných v službách, zamestnaných v priemysle a nezamestnaných. Celkové dáta analyzujeme na získanie vzťahov medzi jednotlivými kategóriami zamestnanosti. Rovnako ako závislosti medzi jednotlivými skupinami obyvateľov nás zaujímajú aj vzťahy medzi jednotlivými regiónmi, v ktorých poznáme počty jednotlivých skupín.

1.1. Získavanie a úprava dát

Z databázy Eurostat [3] uvažujeme najmä štatistiky zamestnaných a nezamestnaných ľudí. Skupinu zamestnaných rozdelíme na ľudí zamestnaných v službách a mimo služieb. Služby sledujeme, lebo očakávame, že sa budú dynamickejšie rozvíjať v regiónoch, kde sú viac rozvinuté. V regióne, kde je vysoká zamestnanosť v službách sa budú služby rýchlejšie rozvíjať, lebo predpokladáme, že zamestnanosť v službách vytvorí nové pracovné pozície v tomto regióne. V regiónoch, kde nie sú služby rozvinuté, sa služby budú horšie rozvíjať. Navyše sa bude zamestnanosť v službách inak vyvíjať ako zamestnanosť v priemysle. Slovensko sa nachádza v strednej Európe a naše sledované regióny sú centrovane okolo Bratislavy, hlavného mesta Slovenskej republiky.

Jedna z definícií služieb je nasledovná: „*služba je akákoľvek činnosť alebo úžitok, ktoré môže jedna strana poskytnúť druhej, ktoré sú v podstate nemateriálnej povahy a ich výsledkom nie je nadobudnutie vlastníctva*“ [7]. Neberieme do úvahy všetky služby, ale iba tie, ktoré priamo súvisia so zvyšovaním životného štandardu, sú dostupné širokej verejnosti a bežne používané v dennom živote. Detailnejšie rozdelenie zamestnaných je v časti 1.1.1..

Ďalej nás zaujíma podrobnosť dát z pohľadu veľkosti regiónov (štáty, regióny, mestá). Všetky tieto štatistiky sú verejne prístupné v databáze Eurostat [3]. Dáta analyzujeme v časovom rozmedzí rokov 2004 až 2010, lebo zamestnanosť v rôznych sektoroch je uspokojivo spracovaná až od roku 2004. Ostatné štatistiky, akou je aj počet aktívnej populácie, sú prístupné aj skôr. Kvôli vzájomnej konzistentnosti dát vyberáme časový interval od roku 2004 do roku 2010, aby sme mali úplné dáta. Všetky dáta majú ročný charakter. Databáza Eurostat [3] má rozdelenie regionálnych štatistík pre rôzne úrovne NUTS [1] (Nomenclature des Unités territoriales statistiques). Naše dáta sú získané

na úrovni NUTS2, ktorá z hľadiska veľkosti predstavuje úroveň krajov. Keďže nie sú dostupné podrobnejšie štatistiky z pohľadu regiónov ohľadom zamestnanosti, tak uvažujeme väčšiu časť Európy centrovanej okolo Bratislavy, ktorá bude zahŕňať dostatočne veľké množstvo regiónov. V tejto oblasti je presun ľudí poväčšine pozemnou komunikáciou, vlakmi alebo autami. To, že v tejto oblasti je poväčšine presun ľudí po zemi nám zjednoduší počítanie vzdialenosti medzi regiónmi, keďže nebudeme uvažovať leteckú dopravu. Pre náš model sme vybrali všetky regióny Slovenska, Maďarska, Česka, Rakúska, Poľska, Rumunska, Slovinska a Nemecka. Tieto štáty budeme považovať za strednú Európu. Spolu máme 93 regiónov, čo je dostatočne veľké územie a obsahuje dosť veľa regiónov pre systematickú štúdiu.



Obrázok 1. Oblasť strednej Európy, v ktorom modelujeme zamestnanosť v službách [5]. Oblasť pokrýva štáty: Česko, Nemecko, Maďarsko, Poľsko, Rakúsko, Rumunsko, Slovensko, Slovinsko.

Máme dáta o veľkosti jednotlivých skupín v regiónoch, ešte potrebujeme informáciu o vzdialenostiach jednotlivých regiónov, lebo predpokladáme, že čím bližšie sú jednotlivé regióny, tak sa budú navzájom viac ovplyvňovať. Vzájomné ovplyvňovanie jednotlivých regiónov považujeme za interakciu medzi regiónmi. Z každého regiónu vyberieme reprezentanta, ktorým je najväčšie mesto v danom regióne. Za vzdialenosť budeme považovať ako vzdialenosť v kilometroch, tak aj čas v hodinách medzi

reprezentantmi jednotlivých regiónov. Tieto informácie nie sú ľahko získateľné, preto sme ich museli ručne získať z *Google Maps* [4].

Ľudia sa nebudú presúvať iba z jednej zamestnaneckej skupiny do druhej v rámci jedného regiónu, ale môžu prechádzať aj medzi jednotlivými regiónmi. Na to, aby ľudia prešli z jedného regiónu do druhej musia mať motiváciu. Motiváciou pre presun medzi regiónmi je napríklad pracovná príležitosť, vysoká životná úroveň v danom regióne, nízke náklady na bývanie a pod.. Pri výpočte životnej úrovne využijeme dáta o veľkosti príjmu, ale samozrejme aj výdavkov, či už na bývanie alebo spotrebný tovar. Tieto dáta sú tiež prístupné v databáze Eurostat [3]. Nie všetky dáta pre výpočet životnej úrovne sú dostupné na úrovni regiónov, ale na úrovni štátov.

1.1.1. Zamestnanosť

Rozdelenie zamestnaných na tých, ktorí sú zamestnaní v službách a tých, ktorí sú zamestnaní v priemysle budeme robiť na základe klasifikácie ekonomických aktivít. Eurostat vo svojich databázach používa rozdelenie ekonomických aktivít po roku 2008 NACE (European Classification of Economic Activities) [3]. NACE je európske štatistické rozdelenie ekonomických aktivít. Jednotlivé pracovné aktivity po roku 2008¹ sú:

- a) Poľnohospodárstvo, lesníctvo, rybárstvo,
- b) Priemysel (bez stavebníctva),
- c) Stavebníctvo,
- d) Veľkoobchod, maloobchod, doprava, ubytovanie, stravovacie služby,
- e) Informácie a komunikácia,
- f) Finančné a poisťníctvo,
- g) Činnosti v oblasti nehnuteľností,
- h) Profesionálne, vedecké, technické, administratívne a podporné činnosti,
- i) Verejná správa, obrana, vzdelávanie, zdravotná a sociálna starostlivosť,
- j) Ostatné služby (kultúrne, zábavné a rekreačné činnosti).

Do skupiny zamestnaných v službách budú patriť zamestnania, ktoré využívajú bežní ľudia, ktorí v danom regióne žijú, alebo turisti, ktorí do regiónu cestujú. Všetky služby sú prístupné verejne a sú každodenne používané. Jediná kategória, ktorú nevieme

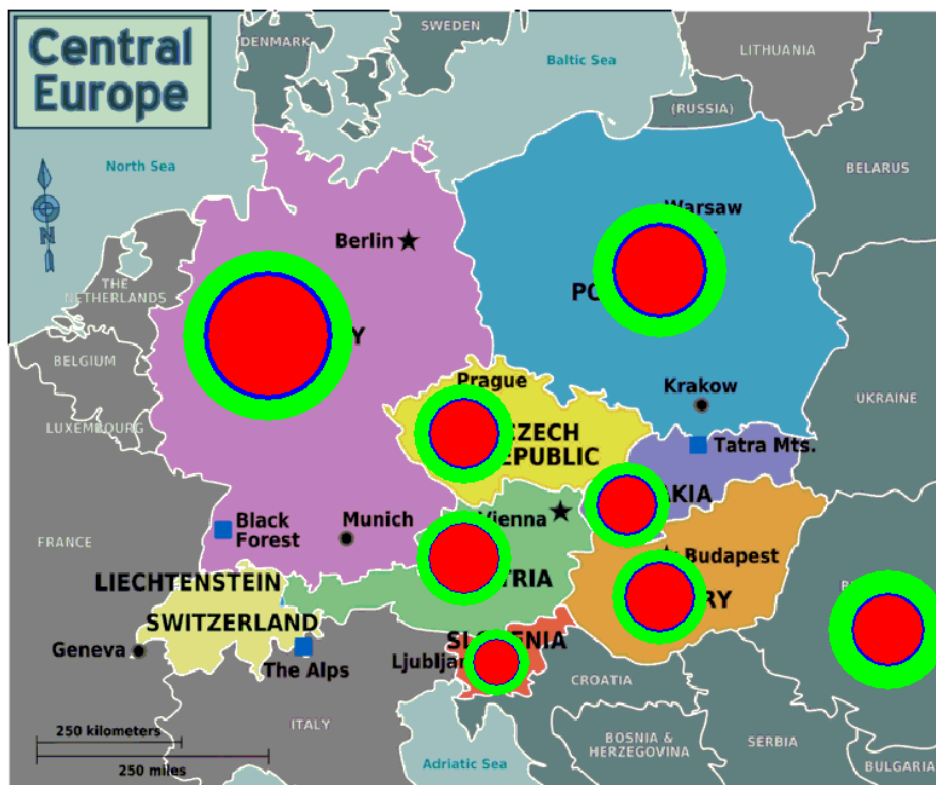
¹ Do roku 2008 bolo rozdelenie kategórií rozdielne, ale v dátach sme nezaznamenali žiadny výrazný zlom.

jednoznačne zaradiť je Informácie a komunikácia. Informácie a komunikácia sa skladá z ďalších podskupín, a to:

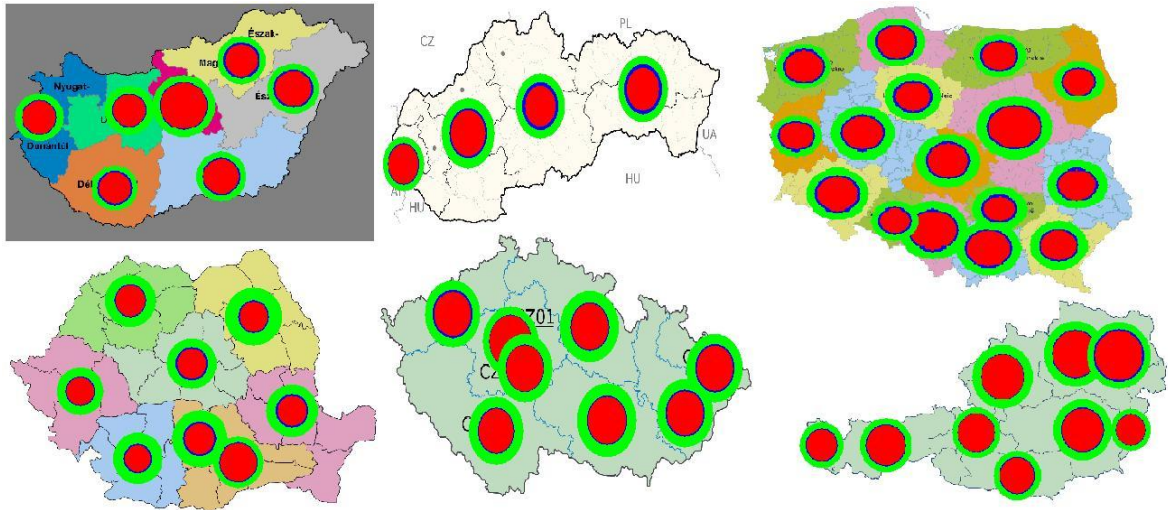
- a) Vydavateľské aktivity,
- b) Výroba filmov, videozáznamov a televíznych programov, zhotovovanie zvukových nahrávok a hudobné vydavateľské činnosti,
- c) Tvorba programov a vysielania,
- d) Telekomunikácie,
- e) Programovanie, poradenstvo a súvisiace činnosti,
- f) Informačné služby (spracovanie dát, webové portály),

Keďže kategória Informácie a komunikácia obsahuje aj aktivity v službách, ale aj iné aktivity, zoberieme iba časť (50%) z tejto kategórie spadajúcej do služieb. Veľká časť osobného života ľudí je založená na komunikačných službách, akými sú mobilní operátori, televízie a podobne. Na druhej strane je tu aj zastúpenie oblasti služieb ako programovanie, spracovanie dát, tvorba programov a vysielania, ktoré sú dominantné pre životný štandard.

1.2. Analýza dát



Obrázok 2. Zobrazenie dát na úrovni štátov v roku 2007. Zobrazenie veľkosti jednotlivých skupín zamestnaných (červená – služby, modrá – nezamestnaní, zelená – priemysel) na úrovni štátov. Veľkosť plochy zodpovedá štvrtéj odmocnine z relatívneho počtu danej skupiny. Škálovanie robíme pre lepšie porovnanie.



Obrázok 3. Zobrazenie relatívnych dát na úrovni regiónov v roku 2007. Zobrazenie veľkosti jednotlivých skupín (červená – služby, modrá – nezamestnaní, zelená – priemysel) na úrovni regiónov. Veľkosť plochy zodpovedá druhej odmocnine z relatívneho počtu danej skupiny. Škálovanie robíme pre lepšie porovnanie. Horný rad (zľava): Maďarsko, Slovensko, Poľsko. Dolný rad: Rumunsko, Česko, Rakúsko. Nemecko nie je na obrázku pre veľký počet regiónov (39). Slovinsko pre malý počet regiónov (2).

Pomocou korelácie medzi jednotlivými skupinami a regiónmi analyzujeme interakcie medzi jednotlivými zložkami. Pre náš model potrebujeme zistiť ako súvisia jednotlivé skupiny aby sme zistili všeobecnú formu interakcie medzi skupinami. Najskôr skúmame koreláciu hromadne pre všetky roky. Pozeráme sa na koreláciu zmeny v počte ľudí ale aj na koreláciu medzi zmenou v percentuálnom zastúpení danej skupiny. Dáta majú nasledovné členenie

- | | |
|------------------------------------|--------------------------|
| 1. roky (2005 - 2010) | 6 rokov, |
| 2. krajiny (Česko, ..., Slovensko) | 8 krajín, |
| 3. regióny krajín | 93 regiónov, |
| 4. skupiny zamestnaných | 3 zamestnanecké skupiny. |

Výpočet korelácie medzi jednotlivými skupinami robíme pomocou matice, ktorá vyzerá nasledovne:

$$\begin{bmatrix} P_{2005} & S_{2005} & N_{2005} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{2010} & S_{2010} & N_{2010} \end{bmatrix}$$

Stĺpcový vektor P_{2005} je na úrovni regiónov v roku 2005, kde P predstavuje hodnoty zamestnaných v priemysle, S predstavuje hodnoty zamestnaných v službách a N hodnoty nezamestnaných. Nasledujúce tabuľky nám ukazujú, aké sú korelácie medzi jednotlivými skupinami. Týmto tabuľkami sledujeme dynamiku prechodu ľudí z jednej kategórie do

druhej. Nebude nám to hovoriť nič o tom, ktorým smerom sa pohne aká skupina, ale aspoň sa dozvieme, že keď jedna skupina rastie tak či druhá skupina klesá alebo rastie.

Skupina	Priemysel	Služby	Nezamestnaní
Priemysel	1	-0,3564	-0,1808
Služby	-0,3564	1	0,132439
Nezamestnaní	-0,1808	0,132439	1

Tabuľka 1. Korelačná matica P, S, N zmeny počtov ľudí za obdobie rokov 2004 až 2010

Skupina	Priemysel	Služby	Nezamestnaní
Priemysel	1	-0,7077	-0,1929
Služby	-0,7077	1	0,0421
Nezamestnaní	-0,1929	0,0421	1

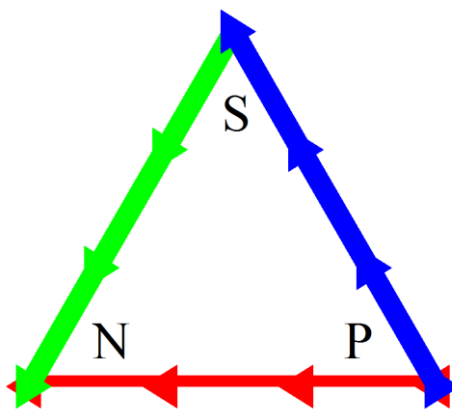
Tabuľka 2. Korelačná matica P, S, N relatívnej zmeny za obdobie rokov 2004 až 2010

Z tabuliek 1 a 2 vidíme, že najväčšia korelácia je medzi priemyslom a službami a je s negatívnym znamienkom. Tento výsledok nám dali obe tabuľky a pri percentuálnych koreláciách je to dokonca okolo -0,7. Takže z toho vyplýva, že ak v danom regióne stúpne rast zamestnanosti či v priemysle alebo v službách, tak v druhej skupine budeme sledovať pokles v raste zamestnanosti, prípadne aj pokles v absolútnych číslach. Korelácia medzi službami a nezamestnanosťou je najnižšia zo všetkých, takže môžeme povedať, že služby ovplyvňujú nezamestnanosť minimálne.

Dáta z ktorých budeme vychádzať pri zostavovaní nášho modelu sú z obdobia veľkého rastu ekonomík ako aj z obdobia počas krízy. Keďže ekonomika sa správa inak v období rastu, krízy alebo v nevychýlenom období, skúmame aj vzťahy medzi jednotlivými kategóriami aj za jednotlivé roky. Týmto získame väčší prehľad ako sa správajú jednotlivé skupiny zamestnaných v daných rokoch, a budeme ich môcť lepšie simulovať. Opäť sa pozeráme na zmeny tak v celkovom ako aj v percentuálnom počte. Zmeny, na ktoré sa sústredíme, budú hlavne v rokoch 2007 až 2010. Keďže sa pozeráme na rasty jednotlivých skupín, tak keď hovoríme o roku 2007, myslíme tým rast z roku 2006 na rok 2007.

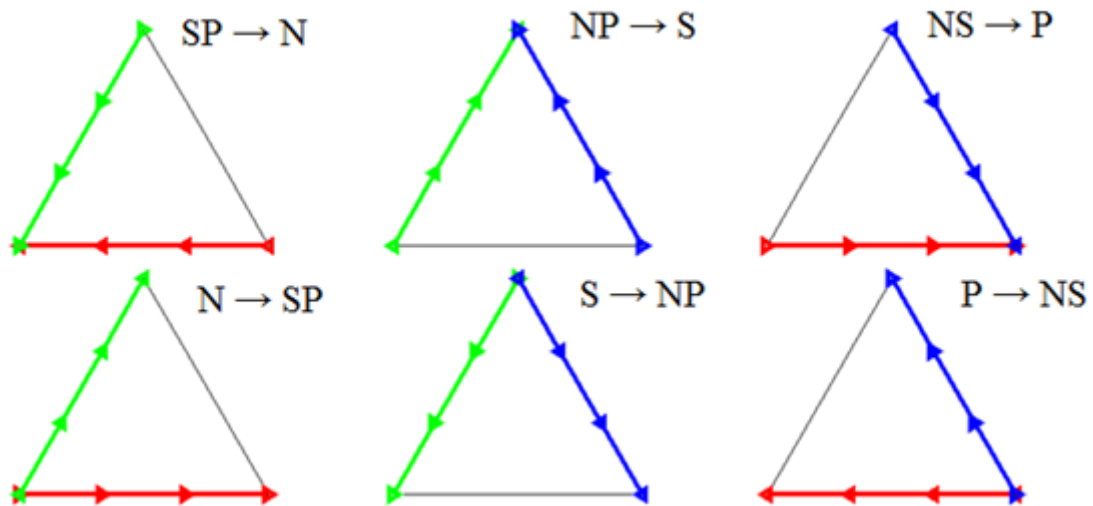
Okrem korelácií medzi jednotlivými skupinami sa zameriame pri jednotlivých rokoch aj na celkový presun ľudí z jednej skupiny (zamestnaní v službách, priemysle a nezamestnaní) do inej skupiny. Obrázok 4 zobrazuje presun ľudí medzi jednotlivými

skupinami. V tejto schéme vrcholy predstavujú jednotlivé skupiny: priemysel, služby a nezamestnanosť. Hrúbka hrany zobrazuje veľkosť presunu ľudí a smer šípky na hrane zobrazuje smer presunu ľudí. Veľkosť presunu ľudí je určená ako percentuálna hodnota celkovej populácie. Táto schéma nám graficky znázorní presun ľudí medzi jednotlivými skupinami pre dané regióny. Presuny ľudí počítame na medziročnej báze, čiže ak hovoríme o roku 2007, tak hovoríme o presune ľudí medzi rokmi 2006 a 2007. Nie sme schopní vypočítať celkové hodnoty presunu ľudí medzi jednotlivými skupinami, ale iba ich konečnú zmenu, preto sú v schéme zobrazené iba dva takéto presuny. Hodnotu tretieho presunu vieme zobraziť pomocou zvyšných dvoch. Navyše presuny ľudí budú buď smerovať do jednej skupiny alebo odchádzať z nej. Pri počítaní presunov ľudí preškalujeme počty ľudí tak, aby bol v oboch rokoch rovnaký celkový počet ľudí pri zachovaní pomeru skupín. Výsledná šípka teda zobrazuje, aká percentuálna časť z celej aktívnej populácie prešla z jednej zamestnaneckej skupiny do druhej.



Obrázok 4. Schéma určujúca presuny medzi jednotlivými skupinami. Zelenou farbou je zobrazený prechod ľudí medzi nezamestnanými a zamestnanými v službách. Modrou je zobrazený prechod ľudí medzi zamestnanými v službách a priemysle. A nakoniec červenou je zobrazený prechod ľudí medzi nezamestnanými a zamestnanými v priemysle. Označenia S, P a N označujú zamestnaných v službách, priemysle a nezamestnaných. Hrúbka šípky zobrazuje veľkosť presunu medzi kategóriami. Smer šípky zobrazuje smer presunu ľudí.

Keďže vieme, že schéma bude pozostávať z dvoch hrán a navyše šípky budú otočené rovnakým smerom (do vrcholu spoločného vrcholu alebo zo spoločného vrcholu), sa všetky možnosti presunu medzi jednotlivými skupinami dajú zobraziť šiestimi rôznymi schémami zobrazenými na obrázku 6. Môže existovať ešte ďalších šesť typov, ktoré budú mať iba jednu hranu, ale tieto sa nevyskytli pri našich dátach, takže ich nebudeme uvažovať.



Obrázok 5. Typy schém určujúcich presuny medzi jednotlivými zamestnaneckými skupinami. V rámci jedného regiónu môže nastať šesť typov prechodov medzi skupinami nezamestnaných, zamestnaných v priemysle a službách. Horný riadok predstavuje typy, pri ktorých prechádzajú ľudia do jednej skupiny. Dolný riadok predstavuje typy, pri ktorých ľudia odchádzajú z jednej skupiny. Pri každej schéme je popis, ktorý označuje smery presunov medzi zamestnaneckými skupinami.

V práci chceme pomocou týchto prechodov simulovať zamestnanosť počas daného roka a to v rámci regiónu, ako aj medzi regiónmi. Podstatné informácie budú typ presunu ľudí a veľkosť presunu ľudí. Veľkosť ale aj typ presunu sú do veľkej miery ovplyvňované celkovou ekonomickou situáciou. Pre medziregionálne presuny bude hlavným kritériom rozdiel životnej úrovne.

1.2.1. Rok 2007

V roku 2007 bol v celej Európe rast ekonomiky, bolo to obdobie kedy bola nadvýroba a preto bol aj veľký dopyt po zamestnanosti, preto na dátach v roku 2007 pozorujeme nárast zamestnaných ľudí v službách ako aj v priemysle. Sledujeme čistú a celkovú zmenu. Za celkovú zmenu považujeme zmenu celkového počtu v jednotlivých skupinách. Čistá zmena je zmena relatívneho počtu danej skupiny. Celkový nárast v priemysle bol 2,91% a v službách 1,79%. Oproti tomu nezamestnanosť klesla o 21,04%, čo je veľmi veľký pokles. V percentuálnom rozdelení služby narástli o 1,59%, priemysel o 2,29% a nezamestnanosť klesla o 19,52%. Nezamestnanosť má veľký pokles z toho dôvodu, že má oproti priemyslu aj službám menšiu absolútnu hodnotu. Nás ale zaujíma aj ako spolu súvisia jednotlivé zmeny v rámci sledovaných regiónov. Pozrieme sa na ne pomocou korelácie rovnako ako pre celé časové obdobie.

V tabuľke 3 vidíme oproti tabuľkám 1 a 2 viaceré zmeny, ktoré sa udiali v roku, keď bola ekonomika na vzostupe. Na prvý pohľad si všimneme, že aj priemysel aj služby sa podieľali na znížení nezamestnanosti, ale priemysel väčšou mierou. Druhú vec ktorú si všimneme je, že síce nárast v počte zamestnaných ľudí so službami spolu koreloval kladne, ale percentuálna zmena nie. Je to je dané tým, že tam, kde rástla zamestnanosť v priemysle prudko hore, tak tam zasa nemohla rásť zamestnanosť v službách. Ani jedna korelácia nie je podobná s dlhodobou koreláciou okrem priemyslu s nezamestnanosťou ale aj tu je vidieť, že v období rastu ekonomiky je prepojenie priemyslu s nezamestnanosťou oveľa väčšie než v iných obdobiach.

Pozorovanie, ktoré nás zaujíma je rozdelenie typov prechodov pre daný rok spolu s tým, ako sa tieto typy zmenili oproti predchádzajúcemu roku. Z obrázka 6 pre rok 2007 je vidieť, že už v roku 2006 sa ľudia presúvali z nezamestnaných za prácou, či už do oblasti služieb alebo priemyslu. Typy presunov sa veľmi nezmenili. Najviac prevláda typ N→SP, ktorý hovorí o tom, že ľudia z nezamestnaných idú do skupín služieb a priemyslu. Výnimkou, ktorá sa prejavuje vo všetkých rokoch je Maďarsko, ktoré podľa pohybu ľudí nezažívalo rast ekonomiky a správalo sa rozdielne od zvyšku sledovaných krajín a regiónov.

1.2.2. Rok 2008

V roku 2008 nastala špecifická situácia. Jedná sa o fakt, že ekonomiky rástli po väčšiu časť roku a ku koncu roku začala prichádzať kríza, ktorá spomalila rast ekonomík v roku 2008. Kríza sa viditeľne prejaví až v roku 2009. Keďže ekonomiky rástli po väčšinu roku, tak aj počet zamestnaných ľudí bude rásť. Absolútny rast priemyslu bol 4,96%, čo je s predchádzajúcim rokom veľký nárast. Zamestnanosť v službách klesla o 1,37%, čo je zaujímavý výsledok, lebo by sme predpokladali ich nárast. Nezamestnanosť klesla o 15,19%. Opäť nás ale bude zaujímať ako spolu súvisia jednotlivé skupiny.

Z korelačnej analýzy znázornenej v tabuľke 4 nám vychádza, že v roku 2008 je veľmi podobné ovplyvňovanie skupín medzi sebou, ako je počas celého sledovaného obdobia. Je veľmi zaujímavé, že v roku 2007 bol rast zamestnanosti služieb ale v roku 2008 nastal pokles. Môže to byť vysvetlené tým, že sa ekonomike darilo a ľudia menili zamestnanie, a to že išli zo služieb do priemyslu by naznačovala aj korelácia medzi týmito skupinami. Z tabuľky 4 vyplýva taktiež, že ľudia ktorí boli v roku 2007 nezamestnaní, si našli zamestnanie skôr v priemysle ako v službách. Podobný jav sme videli aj v roku 2007, ale nebol až v takej miere, ako v tomto roku. Krajiny, ktoré sledujeme, sa orientujú viac na

priemysel ako na služby. Ak rastie ekonomika, tak to znamená, že rastie priemyselná činnosť a s ňou spojené činnosti.

Podme sa pozrieť ako sa zmenili typy prechodov ľudí oproti minulému roku. Z obrázku 6 pre rok 2008 je vidieť dôvod, prečo sa spomalil rast služieb. Dôvodom je to, že z typu $N \rightarrow SP$ prešlo veľa regiónov do typu $NS \rightarrow P$, pri ktorom ľudia zo služieb odchádzajú do priemyslu. Dôležité je to, že ľudia, ktorí boli zamestnaní v službách si našli zamestnanie v priemysle. To, že prevláda typ prechodu $NS \rightarrow P$ to vysvetľuje zápornú koreláciu medzi službami a priemyslom. V roku 2008 nastala výnimka čo sa týka prechodu. Maďarsko sa opäť správa rozdielne od sledovaných regiónov, navyše prevládal typ $SP \rightarrow N$, ktorý hovorí o tom, že ľudia strácajú prácu a stávajú sa nezamestnanými.

1.2.3. Rok 2009

Rok 2009 sa niesol v znamení krízy, ktorá sa prejavila vo všetkých sférach života a odrazila sa aj na trhu práce. Ubúdali pracovné príležitosti, čoho dôsledkom bol pokles zamestnanosti v priemysle o 1,17%. Ak neberieme do úvahy Nemecko, tak je pokles ešte väčší a to 2,46%. Viditeľnejšie to je v nezamestnanosti, kým v sledovaných štátoch je celkový pokles iba 8,60%, ale ak neberieme do úvahy zase Nemecko, tak je pokles až 20,66%. Je to dané tým, že veľkú časť aktívnej populácie tvorí obyvateľstvo Nemecka, takmer 49%. V Nemecku je pokles v priemysle iba o 0,36% a v nezamestnanosti nárast iba o 2,69%, čo v porovnaní zo zvyškom sledovaných štátov je podstatný rozdiel. Veľmi zaujímavé je, že napriek tomu, že ľudia pracujúci v priemysle odchádzajú, tak v službách je to naopak. Tu je nárast o 0,37%, pričom bez Nemecka je to o 1,36%. V Nemecku nastal pokles o 0,08%. Nás bude opäť zaujímať, ako spolu korelovali jednotlivé skupiny.

V roku 2009 máme obrátenú situáciu ako v roku 2008. Rastie počet zamestnaných v službách a klesá v priemysle. Navyše sa zvyšuje nezamestnanosť. Z toho nám vyplýva, že nezamestnanosť je skôr ovplyvňovaná priemyslom ako službami, čo sa ukazuje aj v tabuľke 5, kde korelácia medzi priemyslom a nezamestnanosťou je vyššia ako medzi službami a nezamestnanosťou. Ak rastie priemysel, tak klesá nezamestnanosť a naopak. Toto platí aj pre obdobie rastu aj poklesu ekonomiky. Korelácia medzi priemyslom a službami je podstatne odlišná. Môže to znamenať to, že ľudia zamestnaní v priemysle odchádzajú za prácou do oblasti služieb. Z tohto dôvodu o prechodoch v jednotlivých regiónov platí, že prevláda typ prechodu $SP \rightarrow N$ alebo $P \rightarrow SN$, pričom v regiónoch mimo Nemecka budeme očakávať prechod typ $SP \rightarrow N$.

Ak sa pozrieme bližšie na konkrétne čísla na obrázku 6 pre rok 2009, tak Nemecko je zodpovedné za všetky prechody z typu NS→P do typu N→SP, pričom rovnaký počet má aj typ SP→N a typ P→NS. Vidíme, že v Nemecku preto nebol taký veľký pokles nezamestnanosti ako v ostatných, krajinách, keďže majú pomerne rozdelené typy prechodu ľudí oproti ostatným krajinám. Vo zvyšku sledovaných regiónov boli viac ako dve tretiny typov prechodov v roku 2009 typu P→NS, čo hovorí o tom, že klesá zamestnanosť v priemysle a v službách a navyše sa zvyšuje nezamestnanosť. Už aj korelácie spolu s vývojom ekonomiky nám dali rovnaký výsledok.

1.2.4. Rok 2010

V roku 2010 by už nemal byť taký veľký pokles zamestnanosti ako v predchádzajúcom roku, keďže sa už robili proti krízové opatrenia zamerané najmä na zvyšovanie zamestnanosti. Prejavilo sa to na tom, že pokles zamestnaných v priemysle bol iba 0,99%. Čo je veľmi zaujímavé je to, že bol pokles nezamestnaných o 0,82%. V službách tak ako v predchádzajúcom roku rástla zamestnanosť o 0,78%. Tieto čísla sú blízke nule a vyzerá to, že s ekonomikou sa toho veľa neudialo, ale opäť vyňatím Nemecka sa čísla výrazne menia a to najmä pri nezamestnanosti. V sledovaných štátoch okrem Nemecka bol pokles zamestnaných ľudí v priemysle o 1,27% a nárast nezamestnaných o 13,07% čo je v porovnaní s celkovým stavom veľký rozdiel. V službách stúpol počet zamestnaných o 1,52%.

Korelačná tabuľka 6 ukazuje, že v roku 2010 nebola nijaká významná korelácia okrem percentuálnej medzi službami a priemyslom. Navyše priemerné rasty v skupinách sú tiež blízke nule, a preto bude záležať na jednotlivých regiónoch ako sa naozaj bude vyvíjať počet zamestnaných. Z týchto údajov nevieme posúdiť aké prechody budú prevládať medzi jednotlivými regiónmi.

Matica presunu na obrázku 6 pre rok 2010 je viac rozložená, hlavne pre šiesty riadok matice presunu, a to z toho dôvodu, že Nemecko a zvyšné krajiny majú rozdielnejšie ekonomiky ako v období ich rastu. Tento jav bol už aj v predchádzajúcom roku, ale vtedy prevládala väčšinou z typ NS→P. Teraz vidíme, že prechod ľudí často ostáva pri type P→NS, ale v konečnom dôsledku počet klesol z 37 na 17 (obrázok 6). Poväčšine v regiónoch mimo Nemecka nenastala zmena a typ ostal taký, ako v predchádzajúcom roku, čiže väčšinou ostal typ P→NS. V regiónoch na území Nemecka bola iná situácia, keďže tu bola situácia rôznorodejšia. Tu všetky typy prechádzali z ostatných typov do typu NP→S, ktorý hovorí o tom, že ľudia odchádzali zo zamestnania

v službách. Tento fakt znížil pokles zamestnaných v priemysle a znížil oproti ostatným štátom aj rast nezamestnanosti. To čo ovplyvnilo rast zamestnanosti bolo aj to, že druhým najčastejším typom prechodu v Nemecku bol typ N→SP.

Z dostupných dát vieme vypočítať ešte jeden typ prechodu a to na rok 2006. Obrázok 6 pre rok 2006 nám ukazuje, že v roku 2005 boli rovnomernejšie rozložené typy prechodov. Tu už ale vidíme, že v roku 2006 sa zmenila situácia, lebo väčšina typov prešla do typu N→SP, kde ostali aj v roku 2007.

Skupina	Priemysel	Služby	Nezamestnaní	Priemysel	Služby	Nezamestnaní
Priemysel	1	0,1629	-0,3391	1	-0,1344	-0,5430
Služby	0,1629	1	-0,2848	-0,1344	1	-0,5287
Nezamestnaní	-0,3391	-0,2848	1	-0,5430	-0,5287	1

Tabuľka 3. Korelačná matica P, S, N celkovej a relatívnej zmeny v roku 2007. Korelácia celkovej zmeny počtov ľudí v jednotlivých skupinách za (vľavo) a korelácia relatívnych zmien v počte ľudí v jednotlivých skupinách (vpravo).

Skupina	Priemysel	Služby	Nezamestnaní	Priemysel	Služby	Nezamestnaní
Priemysel	1	-0,8551	-0,1726	1	-0,8520	-0,3156
Služby	-0,8551	1	0,0362	-0,8520	1	-0,1590
Nezamestnaní	-0,1726	0,0362	1	-0,3156	-0,1590	1

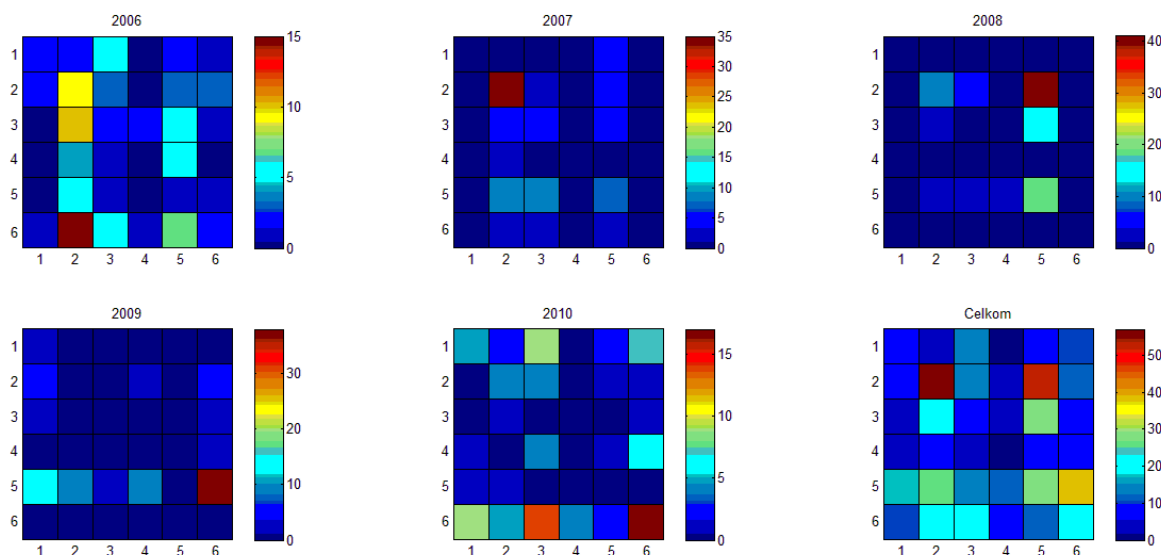
Tabuľka 4. Korelačná matica P, S, N celkovej a relatívnej zmeny v roku 2008. Korelácia celkovej zmeny počtov ľudí v jednotlivých skupinách (vľavo) a korelácia relatívnych zmien v počte ľudí v jednotlivých skupinách (vpravo).

Skupina	Priemysel	Služby	Nezamestnaní	Priemysel	Služby	Nezamestnaní
Priemysel	1	-0,1580	-0,4317	1	-0,7772	-0,1689
Služby	-0,1580	1	0,1977	-0,7772	1	-0,1814
Nezamestnaní	-0,4317	0,1977	1	-0,1689	-0,1814	1

Tabuľka 5. Korelačná matica P, S, N celkovej a relatívnej zmeny v roku 2009. Korelácia celkovej zmeny počtov ľudí v jednotlivých skupinách (vľavo) a korelácia relatívnych zmien v počte ľudí v jednotlivých skupinách (vpravo).

Skupina	Priemysel	Služby	Nezamestnaní	Priemysel	Služby	Nezamestnaní
Priemysel	1	-0,0132	-0,0638	1	-0,9567	-0,0369
Služby	-0,0132	1	0,1530	-0,9567	1	-0,1583
Nezamestnaní	-0,0638	0,1530	1	-0,0369	-0,1583	1

Tabuľka 6. Korelačná matica P, S, N celkovej a relatívnej zmeny v roku 2010. Korelácia celkovej zmeny počtov ľudí v jednotlivých skupinách (vľavo) a korelácia relatívnych zmien v počte ľudí v jednotlivých skupinách (vpravo).



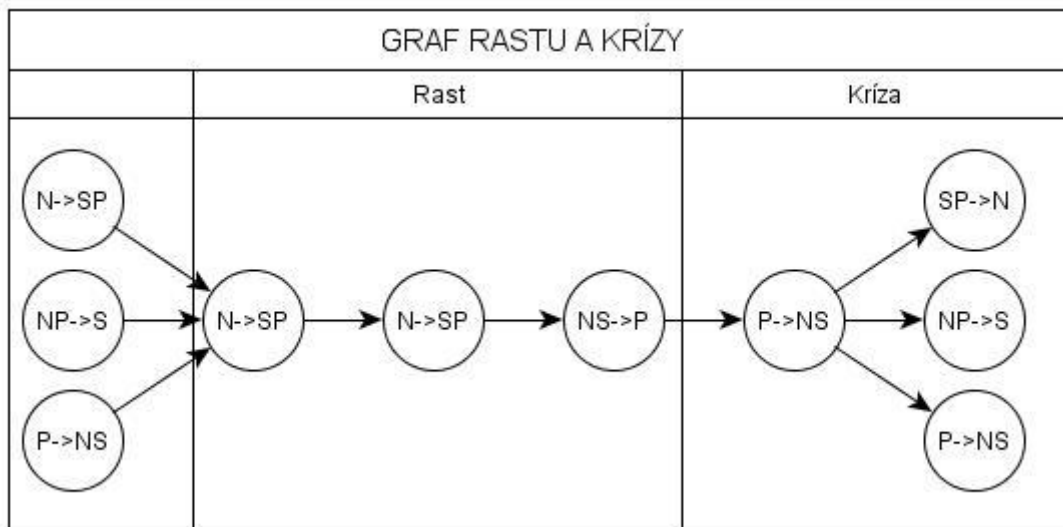
Obrázok 6. Vizualizácia matice presunu ľudí pre roky 2006 až 2010 a za celé obdobie. Matica presunu P nám ukazuje ako sa zmenili typy presunov. Hodnota matice P_{ij} určuje počet typov i , ktoré v nasledujúcom roku boli typu j . Typy presunov sú na obrázku 5. Matica celkom je účtom matíc pre roky 2006 až 2010.

1.2.5. Rast a kríza

Je dôležité si uvedomiť, že dáta, z ktorých vychádzame pri našom modeli sú z obdobia rastu ekonomík a ich následného prepadu. Simulovanie z reálnych dát bude práve počas tohto obdobia. Jedným z hlavných ukazovateľov, ktoré nám predstavujú dynamiku zmeny v zamestnanosti je presun ľudí, ktorý sme sledovali v predchádzajúcich sekciách. Z nich vidíme, ako sa správala zamestnanosť v jednotlivých skupinách za predchádzajúci rok. Tieto presuny nám predstavujú zmeny v správaní zamestnaných ľudí, ktoré vychádzajú z ekonomickej situácie v danej krajine.

Dá sa teda povedať, že rast ekonomík bol už v roku 2006, kedy začal prevládať typ $N \rightarrow SP$, pri ktorom klesá nezamestnanosť. Potom sa zmenila situácia a regióny začali prechádzať do typu $NS \rightarrow P$, ktorý dominoval v roku 2008 a bol podporovaný veľkým rastom ekonomík. Následne ale prišla v roku 2009 kríza a typ, ktorý v tomto období dominoval bol typ $P \rightarrow NS$, ktorý predstavuje pokles zamestnanosti v priemysle. Tu ale prichádza k rozdeleniu, kedy sa Nemecko nespráva ako ostatné štáty a typy, ktoré sa vyskytujú v Nemecku sú rovnomernejšie rozdelené. Následne v roku 2010 je situácia podobná ako v roku 2005, kedy sú pomerne rovnomerne rozdelené typy presunov, najmä vďaka Nemecku. V ostatných štátoch stále dominuje typ $P \rightarrow NS$. Vidíme zaujímavý jav a to, že počas rastu ekonomík ako aj pri ich poklese sa regióny správajú rovnako a majú rovnaké typy presunov ľudí medzi zamestnaneckými skupinami. Na druhej strane, pokiaľ sa nachádzame mimo týchto období, tak sú jednotlivé regióny v rámci štátov

rovnomernejšie rozdelené. Je teda možné predpokladať, že podľa toho v akom sme období (v rastovom, klesajúcom alebo ani v jednom), tak podľa toho vieme zistiť, aký typ bude prevládať v regiónoch štátu. Rovnomernosť sa dá pozorovať aj z faktu, že v rokoch 2007, 2008 2009 boli maximálne hodnoty matice prechodu 35, 41 a 37 (obrázok 6) v uvedenom poradí, pričom v ostatných rokoch boli maximálne hodnoty 15 a 17 (obrázok 6), čo je menej ako polovica z obdobia rastu a krízy.



Obrázok 7. Graf hlavných typov presunov ľudí počas obdobia rastu a krízy. Zastúpené aj ostatné typy, ale tie boli v minoritnom zastúpení, preto pre tento graf nie sú podstatné. Pred obdobím rastu je obdobie, ktoré nepatrí ani do obdobia krízy ani rastu.

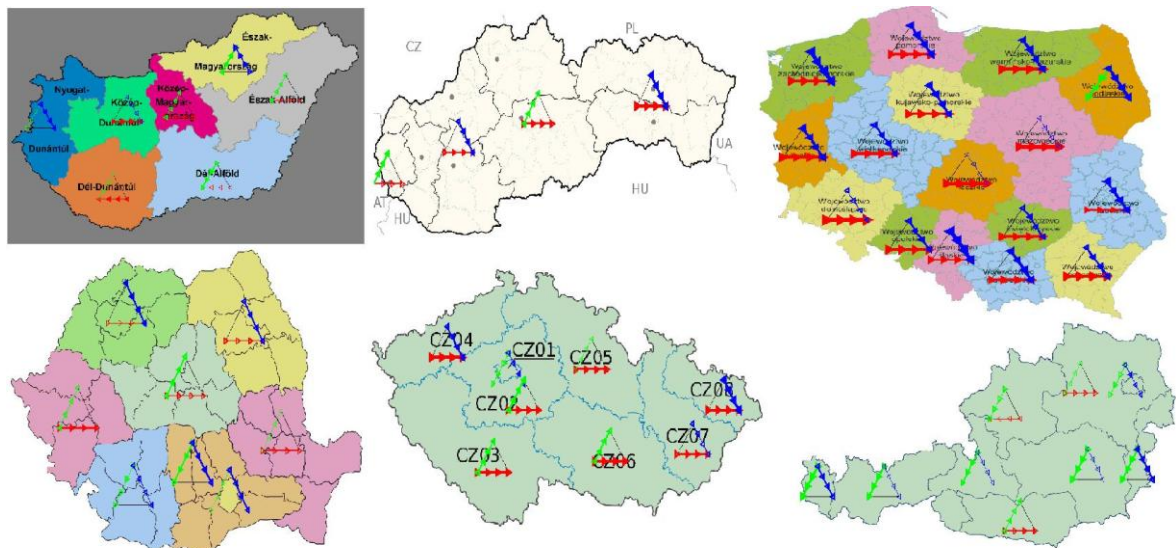
Z obrázku 7 vidíme, že nie je ťažké charakterizovať kedy je kríza a kedy rast ekonomiky. Jedno zo zaujímavých pozorovaní je to, že počas rastu aj krízy v daných ekonomikách dominuje jeden typ presunu, či už $N \rightarrow SP$, $NS \rightarrow P$ alebo $P \rightarrow NS$. V období mimo rastu a krízy sú typy presunu rovnomernejšie rozložené a záleží viac na samotných regiónoch ako na celkovom smere ekonomiky. To vidíme v Nemecku, ktoré už v roku 2010 malo rovnomerne rozdelené typy presunu ľudí a nastal aj pokles nezamestnanosti. Rasty ekonomík trvajú dlhšie ako následné krízové obdobie, lebo už v roku 2010 nastal v ekonomikách nárast zamestnanosti, ktorý sa predpokladá aj v roku 2011, ale nie v takej miere ako bol v rokoch 2006 až 2008. Ak by sme mali dáta pre rok 2011, pravdepodobne by typy presunov medzi skupinami boli rovnomernejšie rozdelené, ako v roku 2010, hlavne pre štáty bez Nemecka. Je dobré si všimnúť, že typ $S \rightarrow NP$ sa nevyskytuje na obrázku 7 a navyše typ $S \rightarrow NP$ je iba málo zastúpený. Z tohto vieme usúdiť, že presun ľudí

medzi priemyslom a službami je skôr jednostranný a to zo služieb do priemyslu. Do služieb chodia ľudia zo skupiny nezamestnaných.



Obrázok 8. Zobrazenie dát na úrovni štátov v roku 2007. Celkové presuny ľudí medzi jednotlivými skupinami zamestnaných. Hrúbka šípky zodpovedá veľkosti celkového relatívneho presunu ľudí. Smer šípky zodpovedá smeru presunu ľudí.

Obrázok 8 a 9 ukazujú ako sa presúvajú ľudia medzi skupinami zamestnaných. Súhrnné dáta pre všetky pozorované roky sú zhrnuté do videí pre dynamické pozorovanie dát. Tieto videá možno nájsť v prílohe na CD nosiči..



Obrázok 9. Zobrazenie presunov ľudí na úrovni regiónov v roku 2007. Horný rad (zľava): Maďarsko, Slovensko, Poľsko. Dolný rad: Rumunsko, Česko, Rakúsko. Nemecko nie je na obrázku pre veľký počet regiónov (39). Slovinsko pre malý počet regiónov (2). Hrúbka šípky zodpovedá veľkosti celkového relatívneho presunu ľudí. Smer šípky zodpovedá smeru presunu ľudí.

1.2.6. Presun ľudí medzi regiónmi

Zatiaľ vieme ako sa správajú presuny ľudí v samotných regiónoch medzi skupinami za jeden rok. Podstatnou časťou modelu je aj presun ľudí medzi jednotlivými regiónmi. Na presun ľudí medzi regiónmi musia mať ľudia motiváciu. Motivácia je iná pre zamestnaných ľudí a iná pre nezamestnaných. Presun ľudí medzi regiónmi môže byť ovplyvnený aj vzdialenosťou. Jedna z prvých ideí je tá, že tie regióny, ktoré sú bližšie pri sebe sa navzájom viac ovplyvňujú. Táto vlastnosť hovorí o tom, že ak sa darí jednému regiónu, tak sa to prejaví aj na okolitých regiónoch. Vieme už, že presuny ľudí závisia aj od ekonomickej situácie. Na zistenie presunov medzi regiónmi musíme zistiť z akých dôvodov sú ľudia ochotní ísť robiť do iného regiónu.

Ako prvé si zoberieme nezamestnaných. Pre nich je najdôležitejšie to aby v susednom regióne našli prácu, lebo každá práca je lepšia ako byť nezamestnaný. Ľudia nebudú chodiť do susedného regiónu aby boli nezamestnaní, takže presuny ľudí medzi nezamestnanými môžeme vynechať. Nezamestnaní sa presúvajú do oboch skupín zamestnaných.

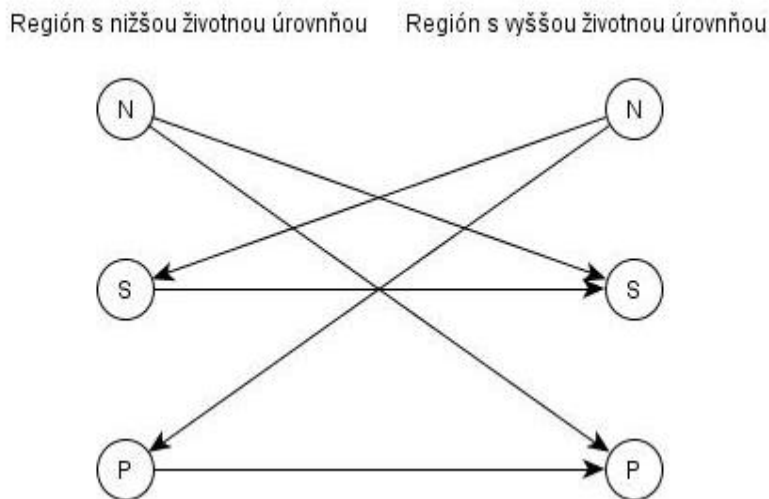
Ak si zoberieme zamestnancov, tak tiež nebudú chodiť do iného regiónu len aby boli nezamestnanými, takže budú prechádzať buď do priemyslu alebo služieb. Je viac pravdepodobné, že ak ľudia boli zamestnaní v priemysle, tak sa v susednom regióne zamestnajú tiež v priemysle. Rovnako to platí pre služby. Na to aby sme zistili smer presunu potrebujeme vedieť aká je životná úroveň v daných regiónoch. Budeme predpokladať, že ľudia sa nebudú presúvať z regiónu s vyššou životnou úrovňou do regiónu s nižšou životnou úrovňou ak sú zamestnaní. Životnú úroveň budeme merať príjmom, nákladmi na bývanie a cenovým indexom.

$$\text{ŽÚ} = (\text{príjem} - \text{cena za bývanie}) / \text{cenová hladina}$$

Pomocou vzorca na výpočet životnej úrovne zároveň zjednodušíme porovnávanie v jednotlivých regiónoch. Životná úroveň predstavuje to, koľko si za svoj príjem mínus náklady na bývanie môže človek nakúpiť. Túto hodnotu môžeme následne porovnať s akoukoľvek hodnotou v inom regióne.

Pri prechodoch medzi regiónmi predpokladáme, že ľudia idú z regiónu s nižšou životnou úrovňou do regiónu s vyššou. Čím je ich rozdiel väčší, tým viac ľudí bude prechádzať. Týmto sme si zjednodušili to, ako sa ľudia presúvajú medzi regiónmi.

To, koľko ľudí prejde medzi jednotlivými regiónmi bude závisieť na tom, aké sú pracovné príležitosti. Ak sú malé pracovné príležitosti, tak v susednom regióne si nájde menej ľudí zamestnanie, ako pre väčšie množstvo pracovných príležitostí. Pracovné príležitosti sú vyjadrené rastom zamestnanosti v danej skupine. Ak v danom regióne je typ presunu ľudí $NP \rightarrow S$, tak sú pracovné príležitosti v službách, ale nie v priemysle.

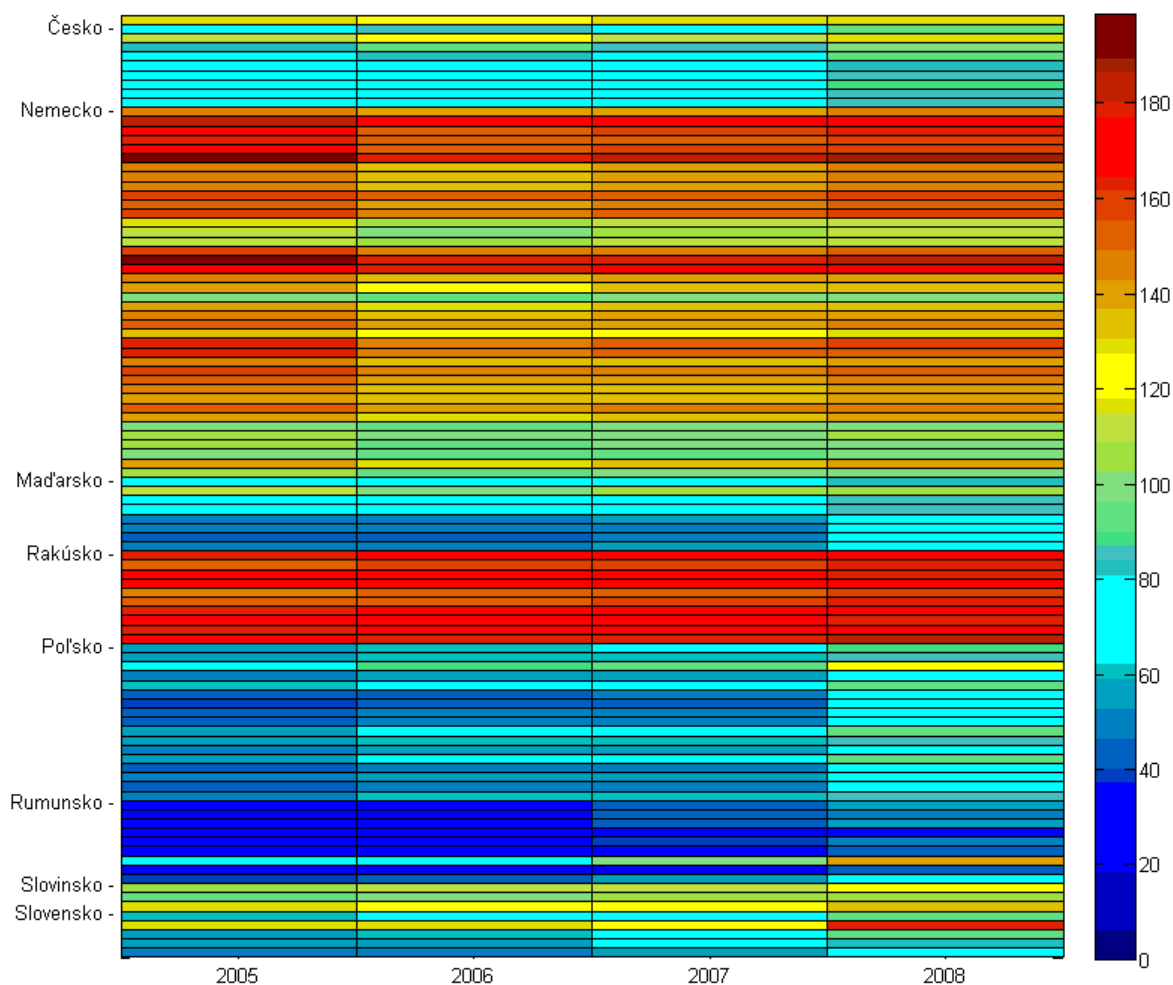


Obrázok 10. Presun ľudí medzi susednými regiónmi a zamestnaneckými skupinami.

Na obrázku máme zobrazené relevantné presuny ľudí medzi regiónmi. Región na pravej strane má vyššiu životnú úroveň ako región na ľavej strane. P, S a N označujú zamestnanecké skupiny. Smer šípky určuje smer presunu ľudí.

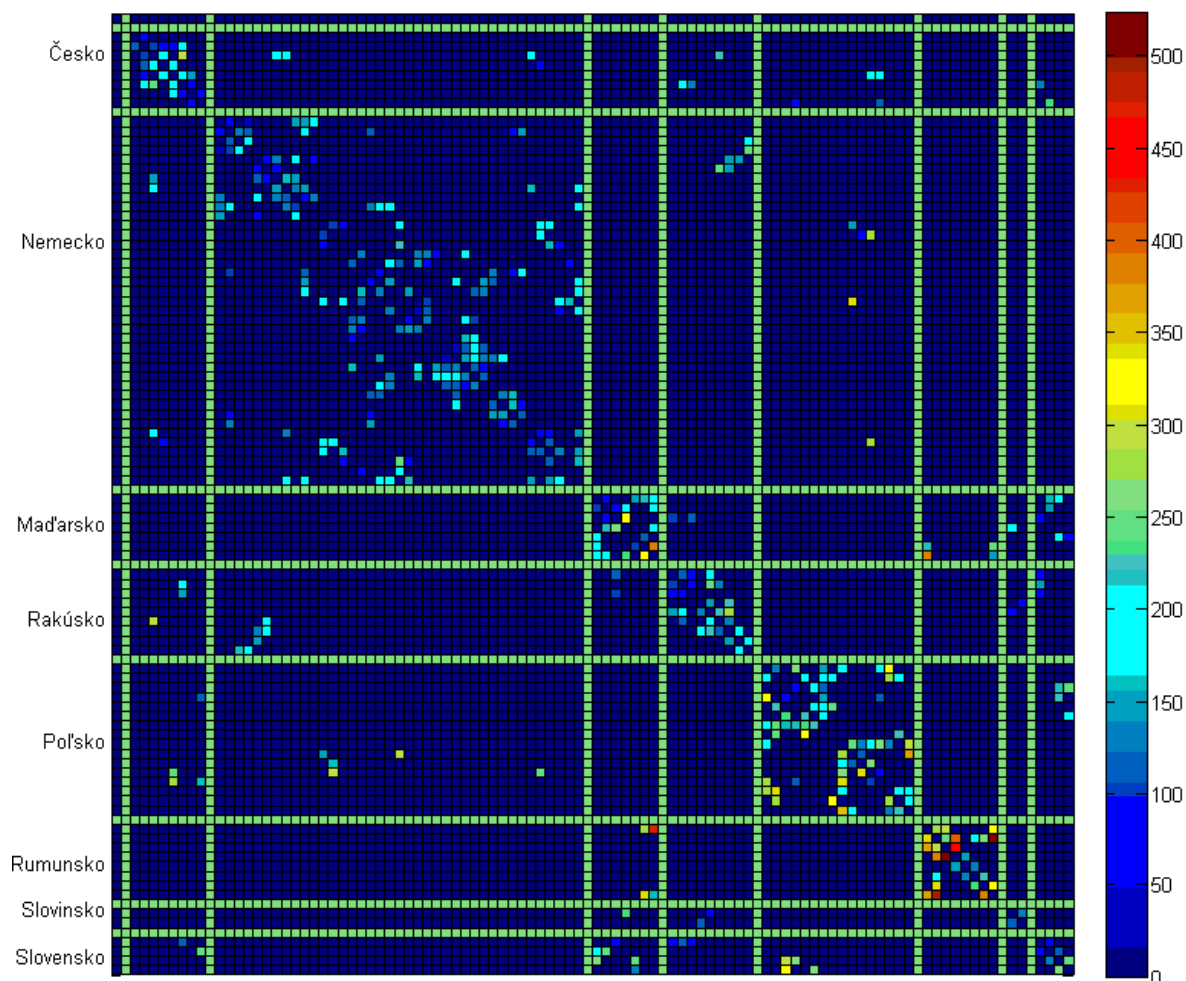
Na presun medzi jednotlivými regiónmi treba aj finančné prostriedky na presťahovanie, ktoré zanedbáme, lebo jednotlivé regióny majú veľkú rozlohu a nevieme jednoznačne určiť túto hodnotu.

Z obrázka 10 vidíme, že životná úroveň sa v priebehu štyroch rokov veľmi nezmenila. Je iba zopár regiónov, ktoré si výraznejšie zlepšili životnú úroveň, konkrétnejšie to boli regióny kde sa nachádzali mestá: Bratislava, Bukurešť a Varšava. Všetko sú to hlavné mestá štátov. Ostatné regióny si zlepšovali životnú úroveň približne rovnako, čím ostali približne zachované rozdiely medzi regiónmi. Z tohto hľadiska nám vyplýva, že stačí ak si zoberieme rozdiely v životnej úrovni v jednom roku, ktoré budú platiť pre celé časové obdobie. Tento zjednodušený predpoklad využijeme aj z dôvodu chýbajúcich dát. Navyše sú vidieť veľké rozdiely medzi životnou úrovňou v jednotlivých krajinách. Z toho vyplýva, že ľudia budú prechádzať najmä do zahraničia, kde je oveľa vyššia životná úroveň. Vzhľadom na to, že najaktuálnejšie dáta máme z roku 2008, využijeme tieto dáta.



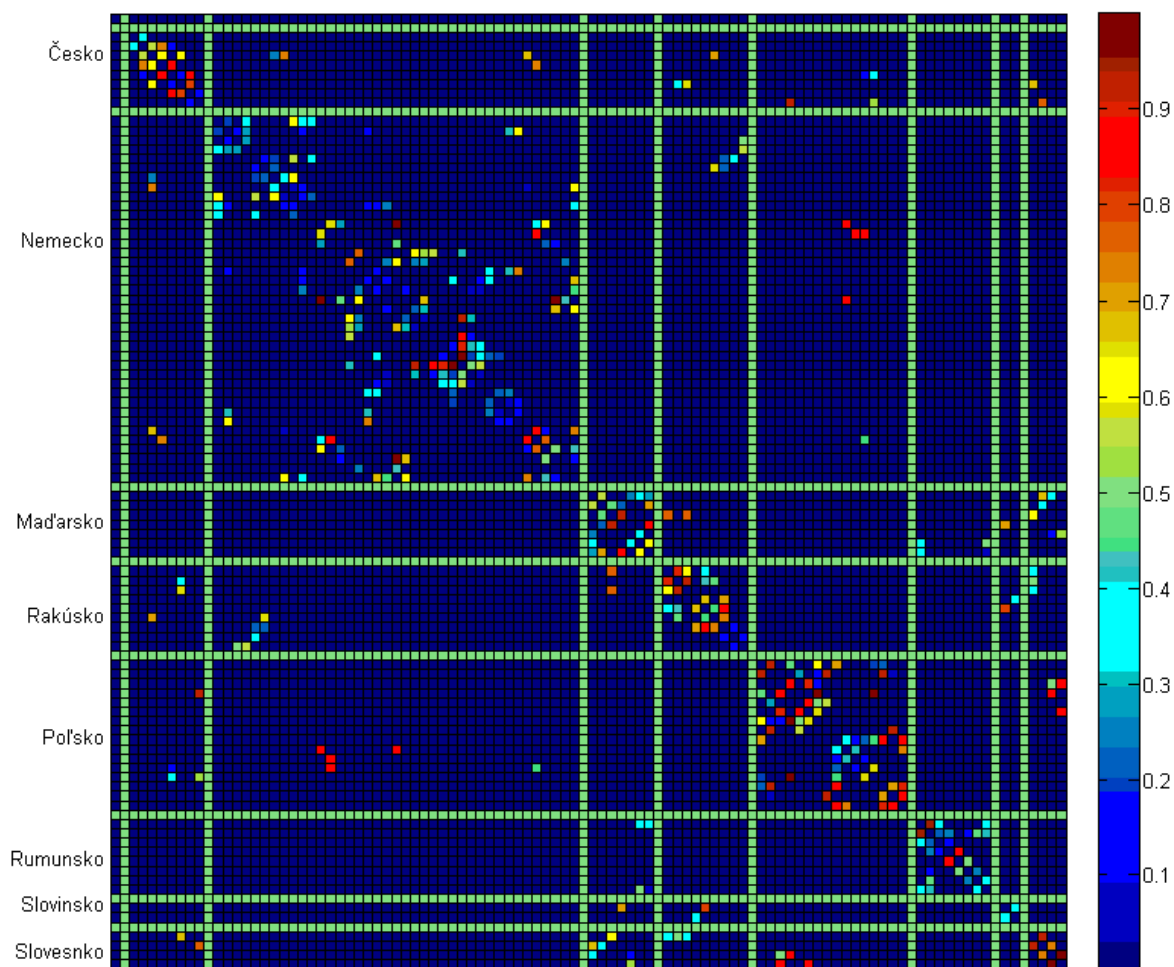
Obrázok 11. Veľkosť životnej úrovne v jednotlivých regiónoch pre roky 2005 až 2008. Veľkosť životnej úrovne počítame pomocou nami určeného vzorca (viď vyššie)

Prechody medzi regiónmi môžu byť ovplyvňované aj ďalšími faktormi. Jedným z nich môže byť vzdialenosť medzi regiónmi. Dá sa predpokladať, že čím sú dva regióny vzdialenejšie, tým budú menej korelovať. Predpokladáme, že čím sú jednotlivé regióny bližšie pri sebe, tým budú viac korelovať zmeny v jednotlivých skupinách. Vzhľadom na to, že máme veľké regióny, tak sa najskôr zameriame iba na susediace regióny. Ak by sa naše hypotéza potvrdila, tak sa pozrieme aj na koreláciu medzi nie nesusediacimi regiónmi. Pozrieme sa na koreláciu cez jednotlivé skupiny zamestnaných ľudí počas celého obdobia a porovnáme ju so vzdialenosťou medzi regiónmi.



Obrázok 12. Vzďialenosť susediacich regiónov v kilometroch a v hodinách. V hornej trojuholníkovej matici sú vzdialenosti v kilometroch a v dolnej trojuholníkovej matici sú časové vzdialenosti v hodinách. Dolnú trojuholníkovú maticu sme prepočítali tak, aby obor hodnôt bol rovnaký s oborom hodnôt v hornej trojuholníkovej matici, čiže najväčšia vzdialenosť zodpovedá najväčšiemu času medzi dvoma regiónmi. Hodnotou 255 sú označené hranice medzi krajinami. Hodnota 0 označuje dva nesusediace regióny. Najvyššie hodnoty sú v Rumunsku, ktoré nemá dobre rozvinutú cestnú komunikáciu. Ďalšie krajiny s veľkými vzdialenosťami sú Poľsko a východné časti Maďarska.

Obrázok 12 jasne popisuje to, že v západných štátoch sú menšie vzdialenosti medzi susednými regiónmi, čím podľa nášho predpokladu by korelácie v krajinách mimo Rumunsku, Poľska a aj časti Maďarska mali byť pomerne vyššie ako v týchto štátoch. Vidíme, že obrázok 12 je nad a pod diagonálou rovnaký, až na malé odchýlky, takže môžeme povedať, že časová vzdialenosť v hodinách je rovnaká ako vzdialenosť v kilometroch medzi dvoma regiónmi. Týmto môžeme porovnávať iba so vzdialenosťou pre zjednodušenie.



Obrázok 13. Korelácia zmien v službách medzi dvoma susednými regiónmi. Koreláciu počítame so zmien medzi v zamestnanosti počtu ľudí v službách za roky 2005 až 2010. $H=1-|\rho|$ Hodnota 1 v obrázku predstavuje koreláciu 0 Hodnota 0 v obrázku predstavuje koreláciu 1 a -1. Zvolili sme takúto škálu z toho dôvodu, aby sme ho mohli porovnať s obrázkom 12. Nesusediacim regiónom sme pridelili hodnotu 0.

Ako prvé sme chceli porovnať koreláciu v službách, keďže chceme modelovať zamestnanosť v službách. Pri porovnaní obrázkov 12 a 13 je vidieť, že vzdialenosti a korelácia zmeny medzi regiónmi sú rôzne, navyše v regiónoch, kde sú malé vzdialenosti ako je Nemecko sa vyskytujú aj veľmi malé až skoro nulové korelácie. Toto platí aj pre iné krajiny ako Rakúsko alebo Česko. To že obrázky nie sú podobné nám zamieta hypotézu, že regióny, ktoré sú bližšie pri sebe majú podobné zmeny v zamestnanosti v službách. Ani len susedné regióny nemajú rovnaké zmeny rastu v službách. Podobné obrázky sú aj pre skupiny priemyslu a nezamestnanosti, ktoré sú k nahliadnutiu v prílohách. Tento fakt nám úplne zamieta hypotézu, že regióny ktoré sú blízko pri sebe majú podobný vývoj zamestnanosti jednotlivých skupinách.

Hypotézu, že regióny, ktoré sú bližšie pri sebe majú podobný vývoj môžeme zamietnuť aj pomocou tabuľky 7. Všetky korelačné koeficienty medzi vzdialenosťou

a niektorou so zamestnaneckých skupín sú malé. Najlepšia korelácia je medzi vzdialenosťou v hodinách a zamestnanými v priemysle, ale tá má záporné znamienko. Všetky korelácie medzi zamestnaneckými skupinami a vzdialenosťou sú záporné, takže vzdialenosť má opačný efekt na vývoj v niektorej zo zamestnaneckých skupín.

	km	h	P	S	N
km	1	0.8592	-0.1299	-0.1043	-0.0870
h	0.8592	1	-0.1853	-0.0955	-0.0741
P	-0.1299	-0.1853	1	0.1521	0.2083
S	-0.1043	-0.0955	0.1521	1	-0.0855
N	-0.0870	-0.0741	0.2083	-0.0855	1

Tabuľka 7. Hodnoty korelačnej matice vzdialeností a zamestnaneckých skupín. Korelačná matica počítaná zo stĺpcových vektorov, kde jednotlivé vektory predstavujú hodnoty korelácie medzi dvoma regiónmi a vzdialenosť v km a vzdialenosť v h.

Blízke regióny nemajú podobný vývoj zamestnaneckých skupín, preto nebudeme simulovať jednotlivé skupiny pomocou difúzneho modelu pomocou diferenciálnych rovníc. Pri parciálnych diferenciálnych rovniciach pre vedenie tepla platí, že dva blízke body v priestore majú podobnú teplotu. V našich dátach dva susediace regióny nemajú podobné hodnoty pre vývoj zamestnaneckých skupín, preto priestorová premenná nemá vplyv na vývoj zamestnaneckých skupín. Namiesto toho použijeme diskretný grafový model, kde budeme postupne po jednom presúvať ľudí, či už medzi skupinami alebo regiónmi. Vrcholmi grafu sú zamestnanecké skupiny v každom regióne a hrany predstavujú možné presuny ľudí.

Parametrami pre interakciu medzi susedným regiónmi budú rozdiely životnej úrovne a zmena v jednotlivých skupinách. Vzdialenosť nebude do modelu zapojená, keďže sa nepotvrdilo, že regióny, ktoré sú bližšie pri sebe majú vyššiu koreláciu. Vzhľadom na tento jav budú prechody ľudí medzi regiónmi, iba ak regióny spolu susedia.

1.3. Získané pozorovania

V tejto časti zhrnieme zaujímavé pozorovania získané v predchádzajúcej sekcii pomocou korelačnej analýzy:

- a) Regióny, ktoré sú bližšie pri sebe sa nemajú podobnú zmenu v počte zamestnaneckých skupín, preto simulujeme počty ľudí v zamestnaneckých skupinách pomocou grafového modelu.

- b) Dáta reflektujú obdobie ekonomického rastu, krízy a obdobie mimo nich.
- a) Napriek očakávaniu o podobnosti vývoja susediacich regiónov sme podľa obrázkov 12 a 13 a tabuľky 7 zistili, že regióny, ktoré sú bližšie pri sebe nemajú podobný vývoj zamestnaneckých skupín. Platí to pre všetky kategórie: zamestnaných v službách, zamestnaných v priemysle a nezamestnaných. Z tohto dôvodu nebudeme simulovať pomocou difúzie zamestnanosti v priestore, lebo regióny blízko seba sa nesprávajú podobne. Na simuláciu zamestnanosti v jednotlivých skupinách využijeme grafový model. Vrcholy grafu predstavujú jednotlivé zamestnanecké skupiny v jednotlivých regiónoch. Pre každý región máme tri skupiny. Ľudia sa budú presúvať po hranách medzi vrcholmi náhodne, ale tak aby celková miera presunu ľudí ostala zachovaná.
- b) Regióny majú rôzne typy presunov, čo do počtu a typu, počas rastu a krízy ekonomiky oproti obdobiu mimo týchto období. V období rastu a krízy sa regióny správajú veľmi podobne (obrázok 7) vzhľadom na typ presunu ľudí. Výrazne dominuje jeden typ presunu ľudí v rámci celej sledovanej oblasti ($N \rightarrow SP$, $NS \rightarrow P$ a $P \rightarrow NS$). Zaujímavosťou je, že počas prvého roku krízy (rok 2009) dominoval typ presunu $P \rightarrow NS$, aj keď by sme skôr čakali typ presunu $SP \rightarrow N$. Tento typ bol výraznejšie zastúpený až v roku 2010. Mimo týchto období sú typy presunu ľudí rovnomernejšie rozdelené, navyše nie je jeden dominantný typ ako v prípade rastu a krízy ekonomiky (obrázok 6). Priebeh jednotlivých typov, ktoré sú charakteristické pre dané obdobie ekonomického vývoja vidíme na obrázku 7.

2. Numerická simulácia

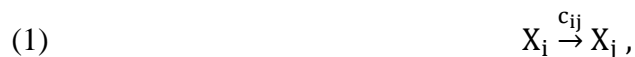
Presuny ľudí medzi zamestnaneckými skupinami (zamestnaní v službách, v priemysle a nezamestnaní) a medzi jednotlivými regiónmi popísané v predchádzajúcej kapitole je možné numericky simulovať so zahrnutím faktu, že presun ľudí je náhodný, ale celková miera presunov zodpovedá získaným dátam. Počty ľudí v jednotlivých skupinách simulujeme pomocou stochastickej simulácie.

Každého človeka v danom regióne budeme simulovať zvlášť. Ľudia sa budú náhodne rozhodovať o tom, či sa presunú z jednej zamestnaneckej skupiny do druhej na základe veľkostí a smeru presunu počas roka. To, aká nastane zmena v počte jednotlivých skupín bude závisieť aj na veľkosti jednotlivých skupín. Náhodné rozhodovanie ľudí spolu s veľkosťami jednotlivých skupín nám určujú dynamiku jednotlivých skupín v čase.

2.1. Gillespieho algoritmus

Stochastický algoritmus alebo kinetická Monte Carlo metóda [17] je bežná metóda použitá vo fyzike [9], chémii [6], biológii [8], ekonómii [18] ale vo veľkej miere aj v modelovaní sociálnych interakcií [19]. Algoritmus simuluje zmenu stavu jednotlivých skupín pomocou ich reakčnej rýchlosti. Prvky v našom prípade budú predstavovať ľudia a rýchlosť reakcie, interakcie medzi dvoma látkami bude predstavovať presun ľudí z jednej skupiny do druhej, rovnako ako keď sa jedna látka mení na druhú. Pravdepodobnosť, že nastane niektorý z presunov závisí na veľkosti zamestnaneckej skupiny, z ktorej daný človek odchádza a veľkosti rýchlosti presunu.

V našom modeli máme presuny ľudí z jednej skupiny do druhej. Z jednej skupiny človek prejde do druhej. Všetky presuny budú typu:



kde stavy X_i a X_j označujú jednotlivé skupiny zamestnaných (N, S, P) a c_{ij} je rýchlosť presunu ľudí medzi týmito skupinami. Presun znamená, že človek odišiel z jednej skupiny do druhej. Pre simuláciu v rámci regiónu, ako aj medzi regiónmi budeme mať šesť takýchto typov.

Presuny vo vnútri regiónu, platí pre všetky regióny k.		
$N_k \rightarrow S_k$	$N_k \rightarrow P_k$	$S_k \rightarrow N_k$
$S_k \rightarrow P_k$	$P_k \rightarrow N_k$	$P_k \rightarrow S_k$
Presuny medzi regiónmi, platí pre všetky regióny, pre ktoré je životná úroveň $k > l$.		
$N_k \rightarrow S_l$	$N_k \rightarrow P_l$	$N_l \rightarrow S_k$
$N_l \rightarrow P_k$	$P_l \rightarrow P_k$	$S_l \rightarrow S_k$

Hodnoty parametra c_{ij} pre presuny ľudí v rámci regiónu máme vypočítané z dát. Hodnoty parametrov c_{ij} pre presuny ľudí medzi jednotlivými regiónmi si určíme nasledovne (pre presun $N_l \rightarrow P_k$):

1. spočítame hodnoty parametrov c pre reakcie $N_k \rightarrow P_k$ a $S_k \rightarrow P_k$,
2. vypočítanú hodnotu pre násobíme pomerom životných úrovní (životná úroveň v regione k/životná úroveň v regione l),
3. hodnotu ešte vydělíme hodnotou tak, aby celkové presuny ľudí medzi regiónmi boli podstatne menšie ako celkové presuny ľudí v rámci regiónov.

Pre typy v rámci jedného regiónu majú štyri parametre c_{ij} hodnotu 0. Pre typy presunu medzi regiónmi môžeme mať všetky hodnoty c_{ij} kladné, ale aj nulové. Počet ľudí v systéme ostáva konštantný.

Definujeme:

- $x_i \equiv$ počet ľudí v stave X_i ,
- $c_{ij}x_i\Delta t \equiv$ miera presunu (1) v časovom intervale dĺžky Δt ,
- $P(\tau, i, j) \equiv$ pravdepodobnosť v čase t , že prvý presun nastane na intervale $(t + \tau, t + \tau + \Delta t)$ a bude to (1),
- $P_0(\tau) \equiv$ pravdepodobnosť v čase t , že na intervale $(t, t + \tau)$ nenastane žiadny presun.

Potom platí

$$P(\tau, i, j) = P(\text{presun nenastal } (t, t + \tau)) *$$

$$\begin{aligned}
 & * P\left(\text{presun } X_i \xrightarrow{c_{ij}} X_j \text{ nastal na } (t + \tau, t + \tau + \Delta t)\right) = \\
 & = P_0(\tau) * c_{ij} x_i \Delta t
 \end{aligned}$$

Dobrou aproximáciou pre rozdelenie času do nasledujúcej reakcie je exponenciálne rozdelenie

$$P_0(\tau) = \exp\left(-\sum_i \sum_j c_{ij} x_i \tau\right).$$

Potom

$$P(\tau, i, j) = c_{ij} x_i * \exp\left(-\sum_{\forall i, j} c_{ij} x_i \tau\right).$$

2.1.1. Algoritmus

Stochastický Gillespieho algoritmus je založený na jednoduchých princípoch a funguje nasledovne:

Krok 0 (inicializácia). V čase $t = 0$ stanovíme vstupné hodnoty počtu ľudí v jednotlivých skupinách zamestnaných x_i . Rovnako stanovíme hodnoty pre všetky presuny, presnejšie parametre c_{ij} . Určíme koncový čas t_{stop} .

Krok 1. Vypočítame hodnoty $c_{ij} x_i$ pre všetky i a všetky j .

Krok 2. Vygenerujeme $r_1, r_2 \sim R(0,1)$

Krok 3. Vypočítame časový krok τ :

$$\tau = \frac{1}{s} \ln\left(\frac{1}{r_1}\right).$$

Krok 4. Určíme aký presun nastal, tak aby platilo

$$\sum_{\forall i, j}^{k-1} s_{ij} < r_2 s \leq \sum_{\forall i, j}^k s_{ij},$$

kde k určuje, koľko hodnôt s_{ij} spočítavame, k nadobúda hodnoty 1,2 až po celkový počet parametrov c_{ij}

Krok 5. Opakujeme kroky 1-4, až kým $t > t_{\text{stop}}$, alebo niektorý z parametrov x_i nie je rovný nule.

Hodnoty s_{ij} a s sú nasledovné:

$$s_{ij} = x_i c_{ij} ,$$

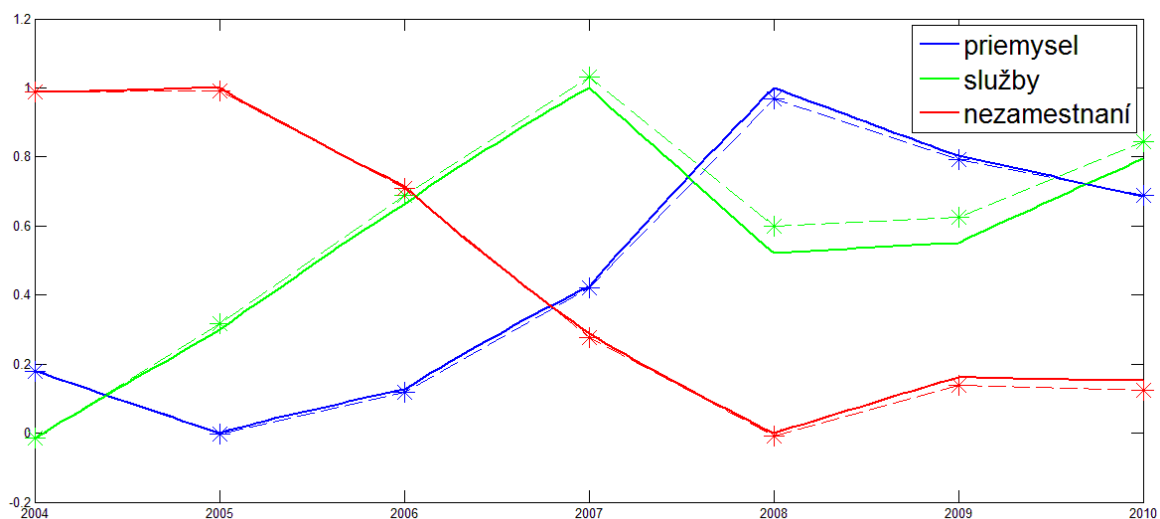
a

$$s = \sum_{\forall i,j}^k s_{ij} = \sum_{\forall i,j}^k x_i c_{ij} .$$

Táto metóda poskytuje rýchly výpočet parametrov τ , i a j . Stačia nám na to dve hodnoty r_1 a r_2 , ktoré sú rovnomerného náhodného rozdelenia na intervale $(0; 1)$. Stačí nám dobrý a rýchly generátor pseudonáhodných čísel z tohto rozdelenia aby sme vedeli rýchlo vykonať Krok 1 v simulačnom algoritme. Z tohto dôvodu je táto metóda jednoduchá, rýchla a dôkladná na výpočet parametrov τ a j .

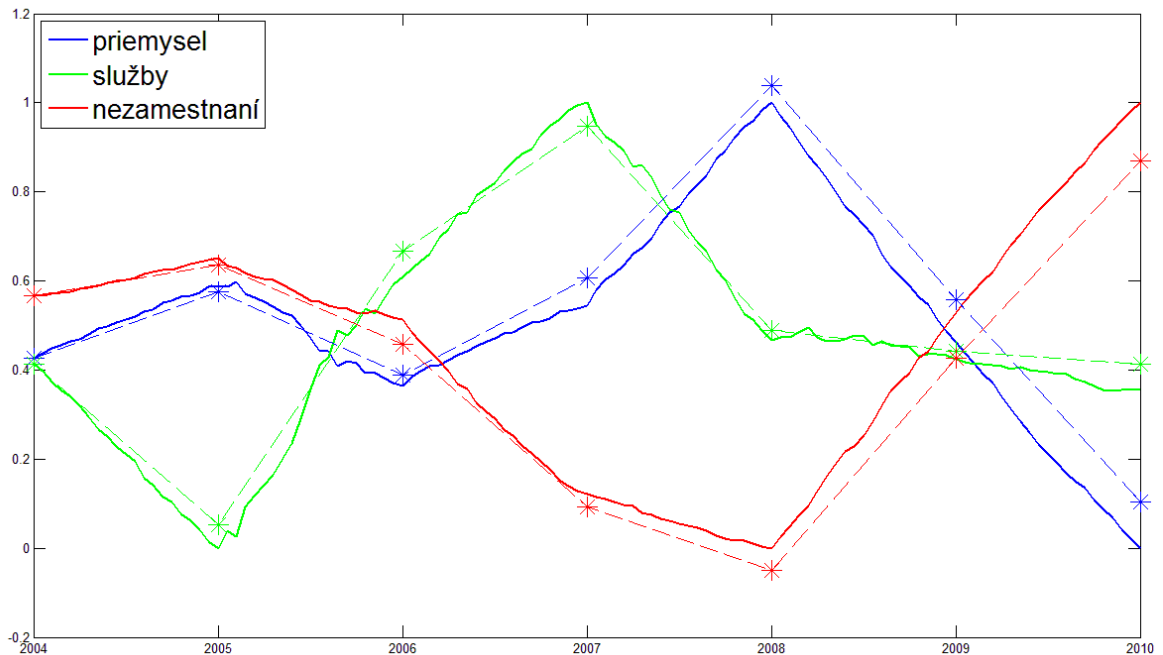
3. Simulácie

V tejto časti simulujeme pomocou stochastického simulačného algoritmu priebeh veľkosti zamestnaneckých skupín počas časového obdobia rokov 2004 až 2010 a porovnáme ich s reálnymi hodnotami, ktoré máme k dispozícii. Algoritmus nemení celkový počet aktívnych ľudí, takže hodnoty simulácie musíme porovnávať s reálnymi relatívnymi hodnotami pre roky, ktoré máme k dispozícii.



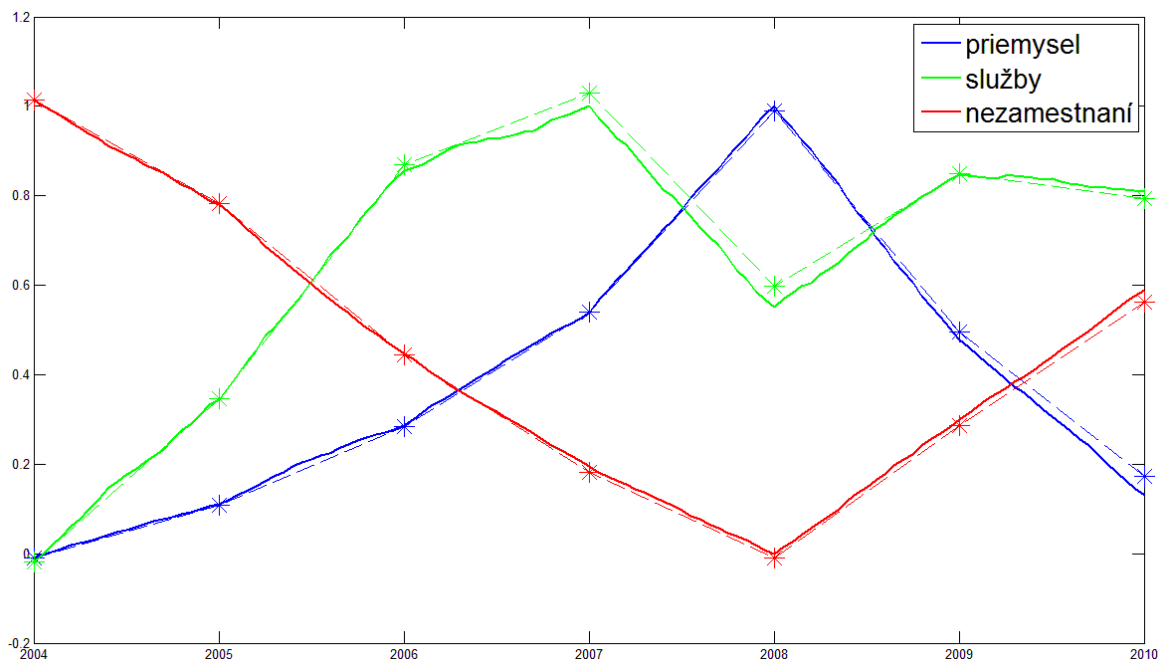
Obrázok 14. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných vo všetkých regiónoch pre roky 2004 až 2010. Plnou čiarou je zobrazená numerická simulácia, prerušovanou je zobrazený rovnomerný presun ľudí. Na ypsilonovej osi sú relatívne početnosti zamestnaneckých skupín. Hodnoty sú preškálované tak, aby boli medzi hodnotami $<0,1>$. Reálne hodnoty, označené hviezdikou, môžu byť aj nad týmito hodnotami. Hodnoty $\{0,1\}$ na ypsilonovej osi sú relatívne hodnoty $\{0.4328, 0.4704\}$ pre zamestnaných v priemysle, $\{0.4481, 0.4679\}$ pre zamestnaných v službách a $\{0.0712, 0.1132\}$ pre nezamestnaných.

Simulácia na obrázku 14 sa javí ako lineárna, bez stochastického charakteru. Je to tým, že celá oblasť má veľký počet obyvateľov a náhodnosť je preto menšia. Služby rástli vo všetkých rokoch okrem jedného roka. V roku 2008 nastal výrazný zlom kedy začala klesať zamestnanosť v priemysle a začala rásť nezamestnanosť. Simulácia na obrázku 14 kopíruje trend aký bol v jednotlivých rokoch pre všetky zamestnanecké skupiny dostatočne dobre. Výraznejšiu odchýlku vidíme až v roku 2008 pre zamestnanosť v službách. V roku 2010 bola nižšia nezamestnanosť v celej sledovanej oblasti ako v roku 2004, čím kríza nemala až taký veľký dopad na celú oblasť.



Obrázok 15. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných v Slovinsku pre roky 2004 až 2010. Plnou čiarou je zobrazená numerická simulácia, prerušovanou je zobrazený rovnomerný presun ľudí. Na ypsilonovej osi sú relatívne početnosti zamestnaneckých skupín. Hodnoty sú preškáľované tak, aby boli medzi hodnotami $<0,1>$. Reálne hodnoty, označené hviezdíčkou, môžu byť aj nad týmito hodnotami. Hodnoty $\{0,1\}$ na ypsilonovej osi sú relatívne hodnoty $\{0.4957, 0.5249\}$ pre zamestnaných v priemysle, $\{0.4215, 0.4394\}$ pre zamestnaných v službách a $\{0.0453, 0.0766\}$ pre nezamestnaných.

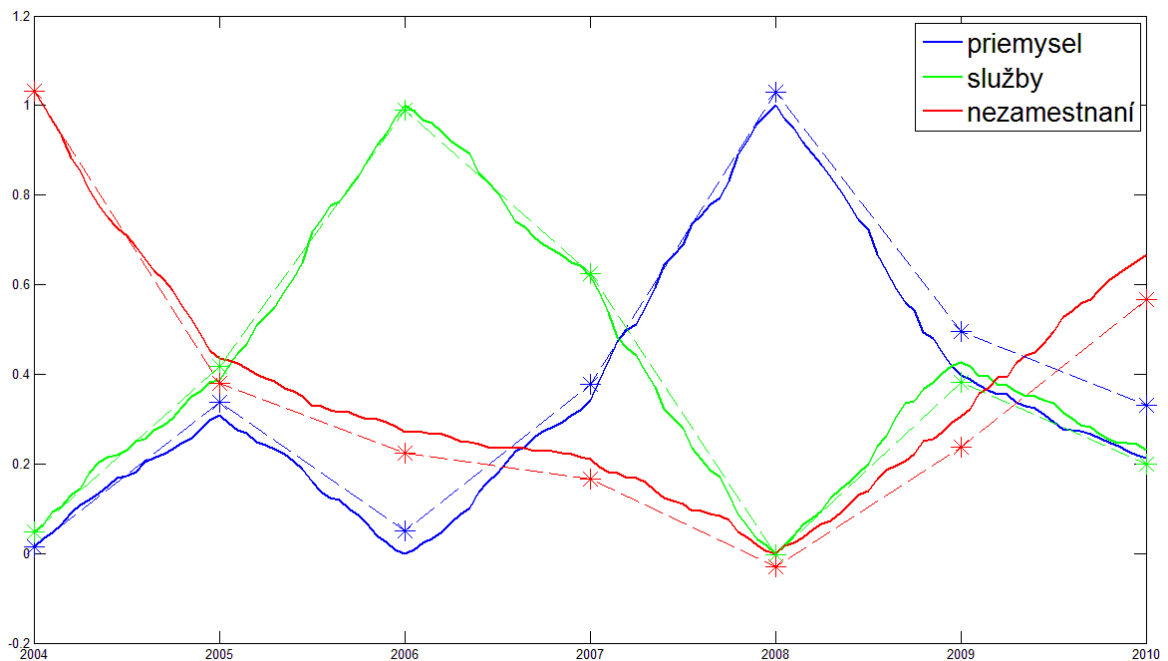
V Slovinsku už vidíme náhodnosť simulácie aj kvôli tomu, že Slovinsko má najmenej aktívnych obyvateľov spomedzi všetkých sledovaných štátov. Simulácia kopíruje trend vývoju zamestnanosti v jednotlivých skupinách. Aj v Slovinsku začala klesať zamestnanosť v službách už v roku 2007, aj keď v priemysle ešte rástla zamestnanosť. Pokles zamestnanosti v službách sa v roku 2008 spomalil. Ku koncu sledovaného obdobia máme opäť väčšie odchýlky ako na začiatku. Slovinsku kríza výrazne ovplyvnila zamestnanosť v jednotlivých skupinách. Počet nezamestnaných je vyšší v roku 2010 ako v roku 2004. Počet zamestnaných v priemysle je nižší v roku 2010 ako na začiatku sledovaného obdobia, v roku 2004. Zamestnanosť v službách je na konci sledovaného obdobia podobná ako na začiatku v roku 2004.



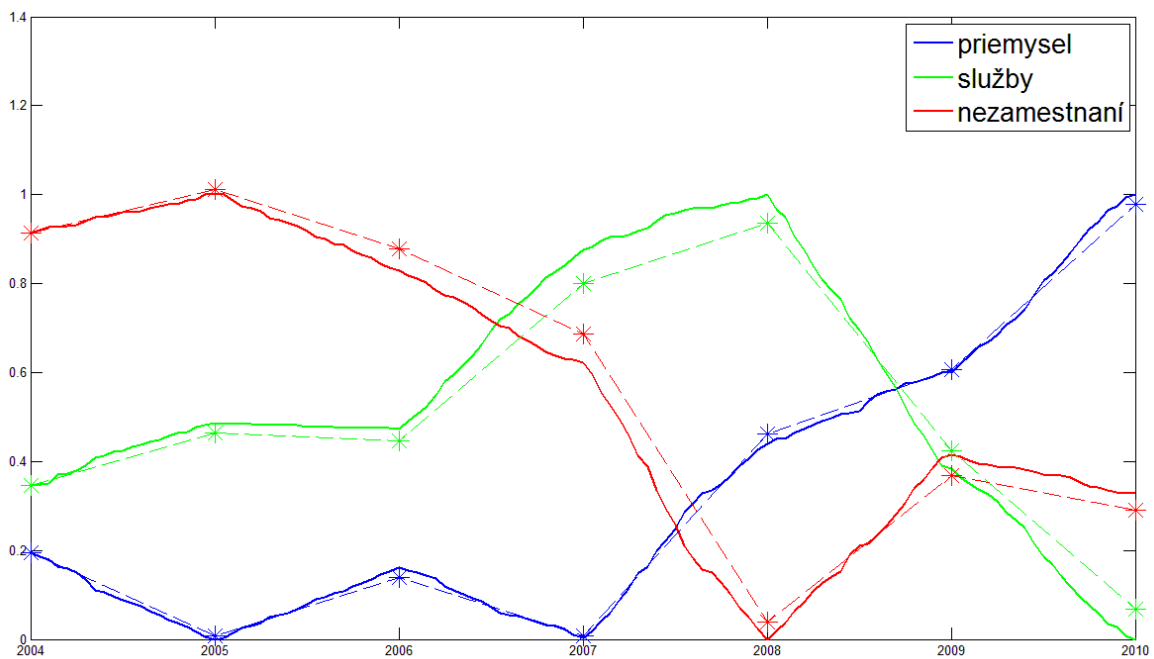
Obrázok 16. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných v Slovensku pre roky 2004 až 2010. Plnou čiarou je zobrazená numerická simulácia, prerušovanou je zobrazený rovnomerný presun ľudí. Na ypsilonovej osi sú relatívne početnosti zamestnaneckých skupín. Hodnoty sú preškáľované tak, aby boli medzi hodnotami $<0,1>$. Reálne hodnoty, označené hviezdíčkou, môžu byť aj nad týmito hodnotami. Hodnoty $\{0,1\}$ na ypsilonovej osi sú relatívne hodnoty $\{0.4239, 0.4910\}$ pre zamestnaných v priemysle, $\{0.3952, 0.4275\}$ pre zamestnaných v službách a $\{0.0960, 0.1809\}$ pre nezamestnaných.

Na Slovensku pozorujeme veľmi podobný vývoj ako v celej sledovanej oblasti (obrázok 14). Zamestnanosť v službách tiež klesla už v roku 2007 napriek tomu, že nezamestnanosť klesala. V roku 2008 zamestnanosť v službách rástla aj napriek tomu, že rástla nezamestnanosť a zamestnanosť v priemysle klesala. Zamestnanosť v priemysle a nezamestnanosť sú výrazne ovplyvnené začiatkom krízy. V roku 2008 všetky zamestnanecké skupiny výrazne zmenili svoj vývoj, ak v roku 2007 rástli tak v roku 2008 klesali a naopak. Na Slovensku sme boli na tom lepšie v roku 2010 ako na začiatku sledovaného obdobia v roku 2004. V roku 2010 bola vyššia zamestnanosť v službách aj v priemysle, a nezamestnanosť bola menšia.

Bratislavský región, obrázok 17, sa správa v niektorých veciach podobne ako Slovensko. Nezamestnanosť klesá od roku 2004 do roku 2008, potom sa začína zvyšovať až do roku 2010. Rozdiel bratislavského regiónu od Slovenska je, že zamestnanosť v službách klesá už od roku 2006. V roku 2008 vidíme, že zamestnanosť v priemysle klesá, ale rastie zamestnanosť v službách podobne ako na Slovensku. Bratislavský región si taktiež polepšil oproti roku 2004. Nezamestnanosť je menšia a zamestnanosť v priemysle aj v službách je vyššia, ako v roku 2004.



Obrázok 17. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných v Bratislave pre roky 2004 až 2010. Plnou čiarou je zobrazená numerická simulácia, prerušovanou je zobrazený rovnomerný presun ľudí. Na ypsilonovej osi sú relatívne početnosti zamestnaneckých skupín. Hodnoty sú preškálované tak, aby boli medzi hodnotami $<0,1>$. Reálne hodnoty, označené hviezdíčkou, môžu byť aj nad týmito hodnotami. Hodnoty $\{0,1\}$ na ypsilonovej osi sú relatívne hodnoty $\{0.4025, 0.4531\}$ pre zamestnaných v priemysle, $\{0.5117, 0.5497\}$ pre zamestnaných v službách a $\{0.0817, 0.0353\}$ pre nezamestnaných.



Obrázok 18. Simulácia zamestnaných v priemysle službách a nezamestnaných vo Viedni pre roky 2004 až 2010. Plnou čiarou je zobrazená numerická simulácia, prerušovanou je zobrazený rovnomerný presun ľudí. Na ypsilonovej osi sú relatívne početnosti zamestnaneckých skupín. Hodnoty sú preškálované tak, aby boli medzi hodnotami $<0,1>$. Reálne hodnoty, označené hviezdíčkou, môžu byť aj nad týmito hodnotami. Hodnoty $\{0,1\}$ na ypsilonovej osi sú relatívne hodnoty $\{0.3433, 0.3655\}$ pre zamestnaných v priemysle, $\{0.5322, 0.5558\}$ pre zamestnaných v službách a $\{0.0665, 0.0908\}$ pre nezamestnaných.

Viedeň má úplne iný priebeh zamestnanosti v jednotlivých skupinách ako Bratislavský región. Aj na tomto porovnaní vidíme, že regióny, ktoré sú blízko pri sebe nemajú rovnaký vývoj zamestnanosti v jednotlivých skupinách. Zamestnanosť v priemysle sa počas rokov 2004 až 2007 veľmi nemení a potom začína rásť až do roku 2010. Ani rok 2008, kedy začala kríza, sa neprejavil na výraznej zmene rastu zamestnaných v priemysle. Zamestnanosť v službách rovnako ako zamestnanosť v priemysle veľmi nemenila na začiatku sledovaného obdobia. V roku 2006 začala rásť zamestnanosť v službách, ktoré následne v roku 2008 začali klesať až sa do roku 2010 a dostali pod úroveň, na ktorej boli v roku 2004. Nezamestnanosť sa správa v bratislavskom regióne a vo Viedni pomerne rovnako, do roku 2008 klesá a potom začína rásť. Zmena nastáva v roku 2009, kedy v Bratislave klesá zamestnanosť a vo Viedni sa začína znižovať nezamestnanosť.

Záver

Korelačnou analýzou na dátach zamestnanosti v jednotlivých skupinách sme zistili, že regióny napriek tomu, že sú blízko pri sebe sa nesprávajú podobne. Navyše vzdialenosť, či v kilometroch, či v hodinách, nemá vplyv na podobnosť vývoja zamestnaneckých skupín v susedných oblastiach (tabuľka 7). Na základe tohto zistenia priestorová premenná na simuláciu nemala žiadny vplyv, preto sme nesimulovali zamestnanosť v jednotlivých skupinách pomocou difúzneho modelu, v ktorom platí, že dva body blízko pri sebe sa správajú podobne. Simulovali pomocou grafového modelu.

Vrcholy v grafovom modeli boli zamestnanecké skupiny pre každú oblasť. Ľudia sa presúvali po hranách grafu, ktoré spájali vrcholy. Hrany boli medzi vrcholmi z jednej oblasti, ale aj medzi oblasťami (obrázok 10). Ľudia sa náhodne presúvali medzi vrcholmi tak, aby celkový ročný presun ostal zachovaný.

Na simuláciu sme použili kinetickú Monte Carlo metódu [17]. Na simuláciách sme videli priebeh v jednotlivých zamestnaneckých skupinách pre niektoré štáty a regióny. Videli sme, že náhodnosť závisí od celkového počtu ekonomicky aktívnych ľudí v regióne. Pri porovnaní Bratislavského regiónu a Viedne sme dospeli, že naozaj regióny, ktoré sú susedné naozaj nemajú podobný vývoj zamestnaneckých skupín.

Pomocou korelačnej analýzy sme zistili, že dynamika presunu ľudí medzi zamestnaneckými skupinami je ovplyvnená ekonomickou situáciou. Pre výrazný rast alebo pokles ekonomiky je príznačné, že dominuje jeden typ presunu medzi zamestnaneckými skupinami. Ostatné typy boli v minoritných počtoch. Navyše typy presunov ľudí medzi jednotlivými zamestnaneckými skupinami sa z roka na rok menili rovnako. Napríklad v jednom roku prevládal napríklad typ $N \rightarrow SP$, tak v nasledujúcom roku prevládal typ $NS \rightarrow P$ a typ $N \rightarrow SP$ bol zanedbateľný.

Z pozorovania môže zistiť, že regióny počas obdobia ekonomického rastu a krízy sa správajú podobne iba vzhľadom na typ presunu ľudí a podľa toho môžeme zistiť, či sú ekonomiky v niektorom z týchto období. Navyše, ak by sme mali podrobnejšie dáta, tak môžeme pozorovať aj lokálnejšie rasty a krízy v jednotlivých regiónoch. Z pozorovania zamestnaneckých skupín sme zistili, že rok pred začatím krízy v roku 2008 zamestnanosť v službách klesala aj napriek tomu, že nezamestnanosť klesala. Navyše v prvom roku krízy rástla zamestnanosť v službách, pričom stúpala nezamestnanosť. Tento jav nám ukázal, že vplyv ekonomického rastu a krízy má iný vplyv na zamestnanosť v službách a iný na zamestnanosť v priemysle.

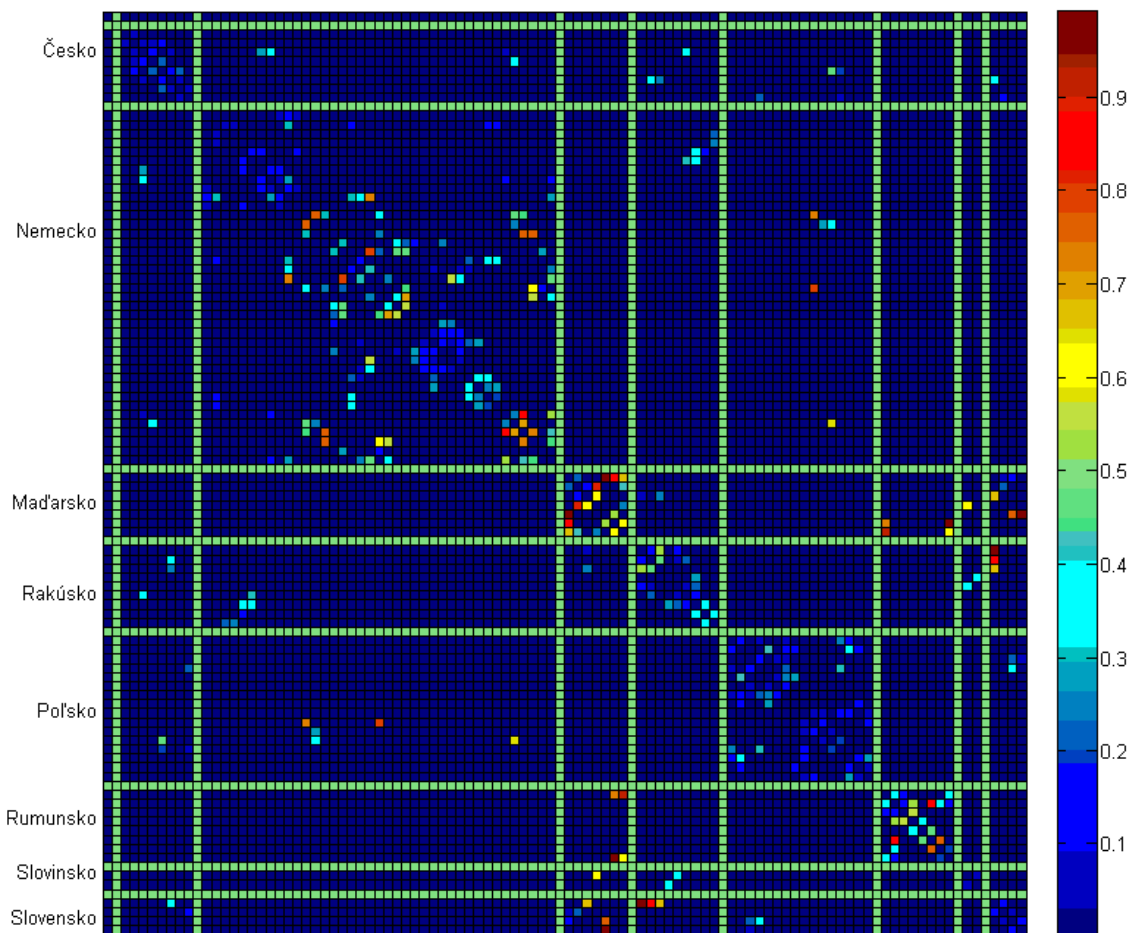
Bibliografia

- [1]. Nomenclature des Unités territoriales statistiques (NUTS),
http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/nuts_nomenclature/introduction.
- [2]. EUROPEAN COMMISSION, NACE Rev. 2 – Statistical classification of economic activities in the European Community, ISBN 978-92-79-04741-1, 2008.
- [3]. Databáza Eurostat,
http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search_database.
- [4]. Google Maps, <http://maps.google.com/>.
- [5]. http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php?title=File:The_NUTS_classification_in_the_European_Union_and_corresponding_statistical_regions_in_Candidate_countries_and_EFTA-countries.PNG&filetimestamp=20110216124059.
- [6]. D. T. GILLESPIE, A general Method for Numerically Simulating the Stochastic Time Evolution of Coupled Chemical Reactions, Journal of Computational Physics, 22 (1976), strany 403-434.
- [7]. Služby, ich špecifiká a marketing v službách,
<http://ssosra.edupage.org/text/?text=subjects/35003&subpage=3&>.
- [8]. T. LU, D. VOLFSON, L. TSMIRING a J. HASTY, Cellular growth and division in the Gillespie algorithm, Syst. Biol., Vol. 1, No. 1, June 2004, strany 121-128
- [9]. J. TALBOT a P VIOT, Application of the Gillespie algorithm to a granular intruder particle, J. Phys. A: Math. Gen., 2006.
- [10]. Tallinn si zvolil bezplatnú MHD, <http://www.sme.sk/c/6313463/tallinn-si-zvolil-bezplatnu-mhd.html>.
- [11]. WIFI IN SEATTLE, <http://www.seattle.gov/html/citizen/wifi.htm>
- [12]. Wi-Fi internet zadarmo v Bratislave - miesta s pokrytím,
<http://www.bratislavaguide.com/wifi-hotspoty-bratislava>
- [13]. Justice -- Wait for It -- on the Checkout Line,
<http://online.wsj.com/article/SB125063608198641491.html>
- [14]. Inpatient and Outpatient Waiting Times statistics,
<http://www.dh.gov.uk/en/Publicationsandstatistics/Statistics/Perfomancedataandstatistics/HospitalWaitingTimesandListStatistics/index.htm>
- [15]. RADOSLAV HARMAN, Pravdepodobnosť a štatistika (1-INF-435), Poznámky k prednáškam, KAMŠ, FMFI UK, 2010, strana 37.

- [16]. JANINE LESCHKE a ANDREW WATT, How do institutions affect the labour market adjustment to the economic crisis in different EU countries?, ISSN 1994-4454, 2010
- [17]. A. F. VOTER, Radiation Effects in Solids, NATO Science Series, Vol. 235, edited by K. E. Sickafus, E. A. Kotomin, and B. P. Uberuaga (Springer Netherlands, Dordrecht, 2007) kapitola 1, strany 1-23.
http://www.ipam.ucla.edu/publications/matut/matut_5898_preprint.pdf
- [18]. FABRIZIA MEALLI a STEPHEN PUDNEY, Occupational pension ans mobility in Britain estimation of a random effects competing risks model, Journal of applied econometrics, Vol.11, 1996, strany 293-320
- [19]. ANDREAS PYKAL a THOMAS GREBEL, Agent-Based Modelling – A Methodology for the Analysis of Qualitative Development Processes, ISBN-10 3-7908-1640, 2006

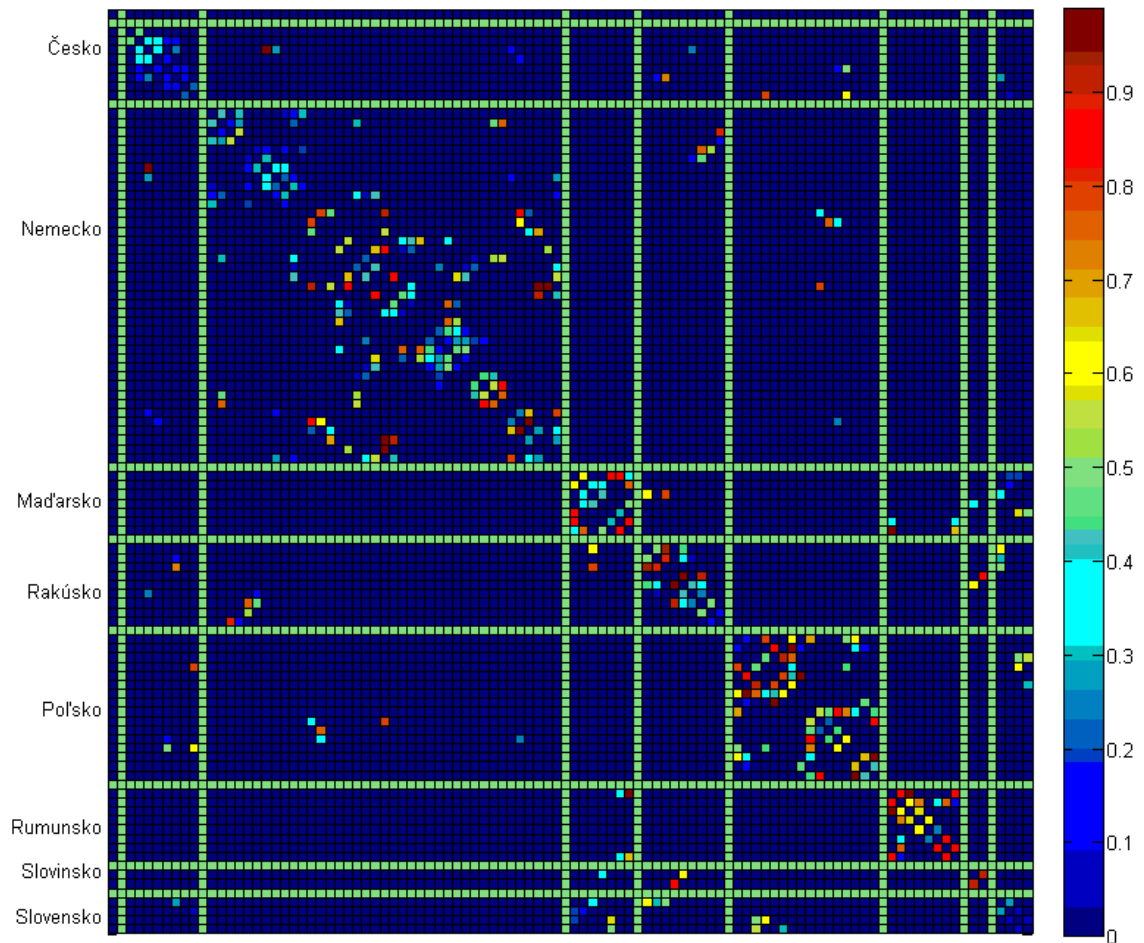
Prílohy

Príloha č. 1



Korelácia zmien nezamestnaných medzi dvoma susednými oblasťami. Koreláciu počítame so zmien medzi v zamestnanosti počtu ľudí v službách za roky 2005 až 2010. $H=1-|\rho|$ Hodnota 1 v obrázku predstavuje koreláciu 0 Hodnota 0 v obrázku predstavuje koreláciu 1 a -1. Zvolili sme takúto škálu z toho dôvodu, aby sme ho mohli porovnať s obrázkom 12.

Príloha č. 2



Korelácia zmien v priemysle medzi dvoma susednými oblast'ami. Koreláciu počítame so zmien medzi v zamestnanosti počtu ľudí v službách za roky 2005 až 2010. $H=1-|\rho|$ Hodnota 1 v obrázku predstavuje koreláciu 0 Hodnota 0 v obrázku predstavuje koreláciu 1 a -1. Zvolili sme takúto škálu z toho dôvodu, aby sme ho mohli porovnať s obrázkom 12.

Príloha č. 2 Simulačný algoritmus

```
function c=inicializacia(prechody,prechody1,data,vzdialenost,ZU)
m=102*6;
c=zeros(m,5);
for i=1:102
    for j=1:3
        for k=1:2
            if(k==1 && prechody(i,j)>0)
                c(6*i-2*(4-j)+k,1)=prechody(i,j);
            end
            if(k==2 && prechody(i,j)<0)
                c(6*i-2*(4-j)+k,1)=abs(prechody(i,j));
            end
            c(6*i-2*(4-j)+k,2)=i;
            c(6*i-2*(4-j)+k,4)=i;

            if(j==1 && k==1 || j==2 && k==1)
                c(6*i-2*(4-j)+k,3)=1;
            end
            if(j==3 && k==1 || j==1 && k==2)
                c(6*i-2*(4-j)+k,3)=2;
            end
        end
    end
end
```



```

end
if(j==3 && k==2 || j==2 && k==2)
    c(6*i-2*(4-j)+k,3)=3;
end

if(j==1 && k==2 || j==2 && k==2)
    c(6*i-2*(4-j)+k,5)=1;
end
if(j==3 && k==2 || j==1 && k==1)
    c(6*i-2*(4-j)+k,5)=2;
end
if(j==3 && k==1 || j==2 && k==1)
    c(6*i-2*(4-j)+k,5)=3;
end

end
end
end
p=1;
for i=1:102
    for j=1:102
        if(vzdialenost(i,j)~=0)
            l=inicializaciaZU(ZU,prechody1,i,j,data);
            c(m+p,1)=l(1);
            c(m+p,2)=i;
            c(m+p,3)=3;
            c(m+p,4)=j;
            c(m+p,5)=2;
            c(m+p+1,1)=l(2);
            c(m+p+1,2)=i;
            c(m+p+1,3)=3;
            c(m+p+1,4)=j;
            c(m+p+1,5)=1;
            c(m+p+2,1)=l(3);
            c(m+p+2,2)=j;
            c(m+p+2,3)=3;
            c(m+p+2,4)=i;
            c(m+p+2,5)=2;
            c(m+p+3,1)=l(4);
            c(m+p+3,2)=j;
            c(m+p+3,3)=3;
            c(m+p+3,4)=i;
            c(m+p+3,5)=1;
            c(m+p+4,1)=l(5);
            c(m+p+4,2)=j;
            c(m+p+4,3)=2;
            c(m+p+4,4)=i;
            c(m+p+4,5)=2;
            c(m+p+5,1)=l(6);
            c(m+p+5,2)=j;
            c(m+p+5,3)=1;
            c(m+p+5,4)=i;
            c(m+p+5,5)=2;
            p=p+6;
        end
    end
end
nula=find(c(:,1)~=0);
c=c(nula,:);

```

```
function c=inicializaciaZU(ZU,prechody,i,j,data)
```

```
A=ZU(i)-ZU(j);
```

```
c=zeros(6,1);
```

```
if(A>0)
```

```
    c(1)=-prechody(j,3)+prechody(j,1);
```

```
    c(2)=-prechody(j,2)-prechody(j,1);
```

```
    c(3)=-prechody(i,3)+prechody(i,1);
```

```
    c(4)=-prechody(i,2)-prechody(i,1);
```

```
    c(5)=-prechody(i,3)+prechody(i,1);
```

```
    c(6)=-prechody(i,2)-prechody(i,1);
```

```
    c(3:6)=c(3:6)*abs(ZU(i)/ZU(j));
```

```
    c(1:2)=c(1:2)*abs(ZU(j)/ZU(i));
```

```
end
```

```
    for h=1:6
```

```
        if(c(h)<0)
```

```
            c(h)=0;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
c(1)=c(1)*(sum(data(i,:))+sum(data(j,:)))/(data(i,3));
```

```
c(2)=c(2)*(sum(data(i,:))+sum(data(j,:)))/(data(i,3));
```

```
c(1)=c(1)*(sum(data(i,:))+sum(data(j,:)))/(data(j,3));
```

```
c(1)=c(1)*(sum(data(i,:))+sum(data(j,:)))/(data(j,3));
```

```
c(1)=c(1)*(sum(data(i,:))+sum(data(j,:)))/(data(j,2));
```

```
c(1)=c(1)*(sum(data(i,:))+sum(data(j,:)))/(data(j,1));
```

```
c=c/1000;
```

```
function pocet=model(d,data,a1,vzdialenost,UZ)
```

```
c=inicializacia(a1,d,data,vzdialenost,UZ);
```

```
t=0;
```

```
tstop=1.00;
```

```
    for q=1:length(c)
```

```
        h(q)=data(c(q,2),c(q,3));
```

```
    end
```

```
a=h*c(:,1);
```

```
while(t<tstop)
```

```
tau=(1/a)*log(1/rand(1));
```

```
r2=rand(1);
```

```
for i=1:length(c)
```

```
    b(i)=h(1:i)*c(1:i,1)/a;
```

```
end
```

```
mi=min(find(b>r2));
```

```
t=t+tau;
```

```
if(t+tau>tstop)
```

```
    break
```

```
end
```

```
data(c(mi,2),c(mi,3))=data(c(mi,2),c(mi,3))-0.05;
```

```
data(c(mi,4),c(mi,5))=data(c(mi,4),c(mi,5))+0.05;
```

```
l=[c(mi,2) c(mi,3)];
```

```
n=[c(mi,4) c(mi,5)];
```

```
k1=find(c(:,2)==l(1));
```

```
k2=find(c(:,3)==l(2));
```

```
k=intersect(k1,k2);
```

```
o1=find(c(:,2)==n(1));
```

```
o2=find(c(:,3)==n(2));
```

```
o=intersect(o1,o2);
```

```
for w=1:length(k)
```

```
    h(k(w))=data(c(k(w),2),c(k(w),3));
```

```
end
```

```
for w=1:length(o)
```

```
h(o(w))=data(c(o(w),4),c(o(w),5));  
end  
a=h*c(:,1);  
%c=inicializacia(a1,d,data,vzdialenost,UZ);  
end  
pocet=data;
```

```
function [data1]=simulacia(data,d,UZ,vzdialenost,a1)  
data1=zeros(102,3,20);  
for i=1:20  
data=model(d,data,a1,vzdialenost,UZ);  
data1(:, :,i)=data;  
end
```