UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Aplikácie fuzzy logiky v štúdiu finančných trhov

Diplomová práca

Bc. Michal Palacka

Bratislava 2012

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

Aplikácie fuzzy logiky v štúdiu finančných trhov

Diplomová práca

Študijný odbor:	Aplikovaná matematika
Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Vedúci diplomovej práce:	doc. RNDr. Július Vanko, PhD.
Diplomant:	Bc. Michal Palacka
Číslo študijného odboru:	1114

Bratislava 2012

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

86328956

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Michal Palacka
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Aplikácie fuzzy logiky v štúdiu finančných trhov

Cieľ: Overenie možností a efektívnosti použitia fuzzy logiky na modelovanie a optimalizáciu v oblasti financií.

Vedúci: doc. RNDr. Július Vanko, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Dátum zadania: 13.01.2011

Dátum schválenia: 14.01.2011 prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

....
študent vedúci práce

Čestné prehlásenie

Týmto prehlasujem, že som diplomovú prácu na tému „Aplikácia fuzzy logiky v štúdiu finančných trhov“ vypracoval samostatne s použitím uvedenej odbornej literatúry.

Bratislava 15. 04. 2012 ....

Michal Palacka

Poďakovanie

Rád by som poďakoval vedúcemu mojej diplomovej práce doc. RNDr. Júliusovi Vankovi, PhD., za ochotu, čas, usmernenie a rady pri písaní tejto práce.

Abstrakt

PALACKA Michal: *Aplikácia fuzzy logiky v štúdiu finančných trhov*. [Diplomová práca] – Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky.
Vedúci: doc. RNDr. Július Vanko, PhD. Bratislava, 2012, 62 strán.

Táto práca sa zaoberá možnosťami aplikácie fuzzy logiky vo financiách. Poskytuje úvod do problematiky teórie fuzzy množín, fuzzy logiky a teórie behaviorálnych financií. Ponúka podrobný návod ako transformovať finančné premenné na fuzzy premenné. Ukazuje spôsob ako s nimi ďalej pracovať na dosiahnutie požadovaného výsledku. Poukazuje tiež na dôvody, pre ktoré je fuzzy logika vhodným nástrojom na prácu s behaviorálnymi dátami.

Kľúčové slová: fuzzy množina, fuzzy logika, behaviorálne financie, prospect theory, fuzzy logic control

Abstract

PALACKA Michal: *The application of fuzzy logic in study of financial markets* [Master thesis] – Comenius Univesrity in Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics: Department of Applied Mathematics and Statistics. Tutor: doc. RNDr. Július Vanko, PhD. Bratislava, 2012, 62 pages.

This thesis deals with application possibilities of fuzzy logic in finance. It provides an introduction to fuzzy set theory, fuzzy logic and behavioral finance. It offers detailed instructions how to transform the financial variables to fuzzy variables. It shows a way to working with them further to achieve desired results. It points out why fuzzy logic is an appropriate tool to deal with behavioral data.

Key words: fuzzy set, fuzzy logic, behavioral finance, prospect theory, fuzzy logic control

Obsah

Zoznam grafov a obrázkov

Zoznam tabuliek

Slovník

Fuzzy set theory – teória množín, ktorá umožňuje prvkom, aby patrili do množiny nie len absolútne, ale aj čiastočne.

Membership function – funkcia, určujúca stupeň príslušnosti prvku do množiny.

Fuzzy logic – viachodnotová logika zaoberajúca sa približnými vyjadreniami, pomocou ktorej sa dajú vyjadriť lingvistické veličiny ako: starý, veľa, málo, príliš a iné.

Behavioral finance – finančný obor skúmajúci efekt sociálnych, kognitívnych a emocionálnych faktorov na ekonomické rozhodnutia jednotlivca a inštitúcií, a následky týchto rozhodnutí na trhové ceny. [10]

IF-THEN rules (Ak-tak potom pravidlá) – sú pravidlá, na základe ktorých tvoríme výsledné rozhodnutia vo fuzzy logic control systémoch.

Framing – je spôsob prezentovania situácie. To má za následok, že subjekt sa na danú situáciu bude pozerať len z istého hľadiska. Z toho dôvodu môže neúmyselne ignorovať niektoré fakty.

Prospect theory – je teória behaviorálnej ekonómie, ktorá opisuje rozhodovanie sa medzi alternatívami, ktoré zahŕňajú riziko, pričom pravdepodobnosti výstupov sú známe. [8]

Fuzzy logic control – je kontrolný systém, ktorý analyzuje vstupujúce premenné. Na základe fuzzy logiky potom vytvára premenné výstupu.

Úvod

Všetky údaje, s ktorými počítače pracujú, sú v konečnom dôsledku len čísla. Ľudský mozog však funguje odlišne a človek sa často vyjadruje nepresne, prípadne používa nejednoznačné pojmy, ktoré počítač nie je schopný pochopiť. Fuzzy logika ponúka možnosť, ako tieto nejednoznačné pojmy matematicky vyjadriť.

V tejto práci sa budeme zaoberať fuzzy logikou a možnosťami jej aplikácie na rôzne finančné problémy. V reálnom svete sa pravidelne stáva, že finančné trhy nefungujú tak, akoby matematicky mali. My sa pozrieme na situácie, v ktorých sú klasické postupy nedostatočné a ich riešenia nedokážu popísať situácie, ktoré sa dejú v reálnom svete.

V prvej kapitole tejto práce si predstavíme základy teórie fuzzy množín. Popíšeme si hlavné znaky, ktorými sa odlišuje od klasickej teórie množín a ukážeme si niektoré situácie z bežného ľudského života, ktorých popísanie pomocou klasickej teórie množín nie je možné.

V druhej kapitole si na základe poznatkov z prvej kapitoly popíšeme fuzzy logiku. Ukážeme si ako fungujú základné logické operácie v prípade, že výsledkom môžu byť nielen hodnoty pravda a nepravda, ale aj čiastočná pravda a čiastočná nepravda a predstavíme si koncept IF-THEN pravidiel, pomocou ktorých vieme tvoriť výsledné rozhodnutia vo fuzzy logike.

V tretej kapitole popíšeme základné predpoklady behaviorálnych financií. Oboznámime sa s témami, ktoré sú v behaviorálnych financiách najčastejšie skúmané a bližšie sa pozrieme na Prospect theory, ktorá skúma ako sa človek rozhoduje v prípade, že má na výber niekoľko známych možností.

V nasledujúcich kapitolách sa pozrieme na spoločné znaky fuzzy logiky a behaviorálnych financií, a tiež si ukážeme ako pracovať s finančnými dátami s využitím fuzzy metód.

Nakoniec si ukážeme ako je možné nadobudnuté poznatky aplikovať na databázu s využitím matematického softwaru MATLAB 7.9.0 (r2009b).

Kapitola 1

Teória fuzzy množín

Klasická teória množín je postavená na základnom koncepte, že pre každý prvok priestoru vieme povedať, či patrí do danej množiny alebo nie. V klasickej teórii množín nie je povolené aby prvok patril a zároveň nepatril do nejakej množiny. V pravdepodobnosti a štatistike sa síce môžeme stretnúť s nejednoznačnými vyjadreniami ako napríklad: pravdepodobnosť, že prvok X patrí do množiny A je 80%. To ale neznamená, že 80% prvku X patrí do množiny A a 20% prvku X do množiny A nepatrí. Preto sa mnohé problémy z reálneho života nedajú opísať a vyriešiť klasickou teóriou množín.

Oproti tomu fuzzy teória množín povoľuje aj čiastočnú príslušnosť prvku do nejakej množiny.

1.1 Klasická teória množín

V tejto časti si stručne zhrnieme terminológiu, zápis a základné vlastnosti klasických množín. Základným pojmom v teórii množín je príslušnosť. Buď prvok x patrí do množiny A, značíme $x \in A$ alebo prvok x nepatrí do množiny A, značíme $x \notin A$. Množina obsahujúca konečné množstvo prvkov sa nazýva konečná. Ostatné množiny sa nazývajú nekonečné.

1.1.1 Symbolika

Množina A sa rovná množine B, značíme $A = B$, ak všetky prvky množiny A sú zároveň aj prvkami množiny B a všetky prvky množiny B sú zároveň aj prvkami množiny A.

Množina A je podmnožinou množiny B, značíme $A \subseteq B$ ak platí, že všetky prvky množiny A patria aj do množiny B. V prípade, že existuje aspoň jeden prvok množiny B, ktorý nepatrí do množiny A tak hovoríme, že A je vlastná podmnožina množiny B, značíme $A \subset B$.

Množina A je doplnok množiny B ak platí, že všetky prvky množinového priestoru patria do množín A a B, zároveň platí, že prvky, ktoré patria do množiny A nepatria do množiny B, značíme $A = \overline{B}$.

1.1.2 Konvexné množiny

Predpokladajme, že priestor U sa skladá z množiny reálnych čísel R. Potom podmnožina $S \subseteq R$ je konvexná práve vtedy keď pre $\forall x_1, x_2 \in S$, $\forall \lambda \in R, 0 \leq \lambda \leq 1$ platí: $\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in S$ [1]

1.1.3 Charakteristická funkcia

Charakteristická funkcia slúži na určenie toho, či prvok x patrí do množiny A alebo do danej množiny nepatrí.

Definícia[1]: Pre množinu A definujeme charakteristickú funkciu ako $X_A : R \rightarrow \{0,1\}$, pre ktorú platí:

$$X_A(x) = \begin{cases} 1 & ak\ x \in A \\ 0 & ak\ x \notin A \end{cases}.$$

Vidíme, že každú množinu vieme zapísať pomocou jej charakteristickej funkcie ako: $A = \{\ x \mid x \in R \wedge X_A(x) = 1\}$

1.2 Fuzzy množiny

V klasickej teórii množín môže prvok buď patriť do danej množiny alebo nie. Z tohto dôvodu je charakteristická funkcia postačujúca na určenie, ktoré prvky patria do množiny a ktoré nie. Vo fuzzy množinách nám ale binárne rozdelenie nepostačuje. Preto sa v teórii fuzzy množín používa membership funkcia, ktorej definičný obor je interval [0,1]. Pomocou nej vieme definovať fuzzy množinu *A* ako usporiadané dvojice: $A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in A, \mu_A(x) \in [0,1]\}$, kde $\mu_A(x)$ je membership funkcia, ktorá určuje stupeň príslušnosti prvku *x* do množiny *A*.

1.2.1 Príklad fuzzy množiny

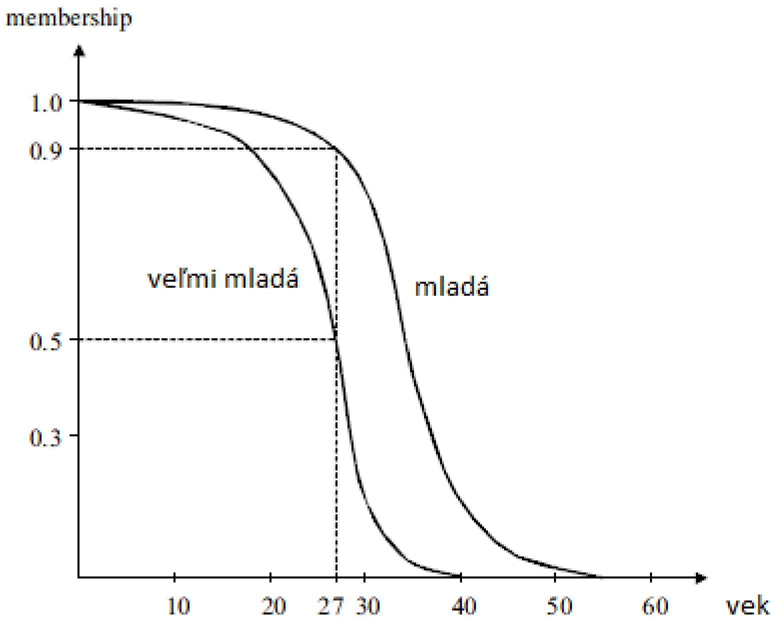
Príklad 1.1[3]

Uvažujme výrok „Janka je mladá“. Pojem „mladá“ je nejasný. Aby sme vedeli presne určiť tento pojem je potrebné si definovať membership funkciu (graf 1.1). Budeme uvažovať vek v rozpätí [0,60]. Horizontálna os ukazuje vek a na vertikálnej osi sú hodnoty membership funkcie. Krivka „mladá“ ukazuje šance (hodnoty membership funkcie) byť obsiahnutý vo fuzzy množine „mladá“. Ak budeme definovať fuzzy množinu „mladá“ pomocou grafu 1.1 tak pokiaľ má Janka 10 rokov tak ju zaradíme do fuzzy množiny „mladá“ a hodnota jej membership funkcie bude rovná 1. Obdobne 27 ročnú ženu zaradíme do fuzzy množiny „mladá“ a hodnota jej membership funkcie bude *0.9*. Naopak človeku nad 60 rokov by sme nepovedali, že je mladý a jeho membership funkcia bude mať v tomto prípade hodnotu 0.

Upravme náš výrok na „Janka je veľmi mladá“. Na to aby bol človek považovaný za veľmi mladého, tak ho musíme minimálne s rovnakou šancou priradiť do fuzzy množiny „mladý“. To znamená, že musí platiť: $\mu_{mladá}(x) \geq \mu_{\mathrm{velmi}\_mladá}(x)$. Z tohto dôvodu bude krivka „veľmi mladá“ posunutá na grafe doľava oproti pôvodnej krivke „mladá“. V takto definovanej fuzzy množine „veľmi mladá“ môžeme uvažovať ľudí do veku 40. Osoby, ktoré majú nad štyridsať rokov majú membership funkciu tejto množiny rovnú nule a teda nie sú súčasťou tejto množiny.

S takto definovanými fuzzy množinami vieme priradiť každému človeku jeho hodnotu membership funkcie a na základe toho určiť, nakoľko ho považujeme za mladého a veľmi mladého.

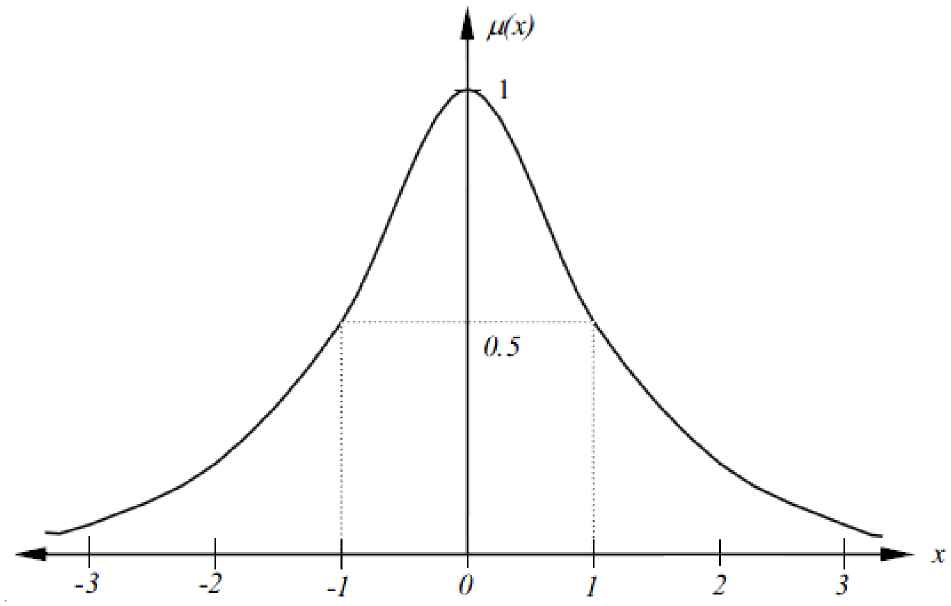
Uvažujme 27 ročnú ženu a označme „mladá“ = *A*, „veľmi mladá“ = *B*. Potom jej membership funkcie majú hodnoty: $\mu_A(27) = 0{,}9$ a $\mu_B(27) = 0{,}5$.



Graf 1.1 [3]

Príklad 1.2

Definujme fuzzy množinu $A = \{ \textit{čísla blízko nuly} \}$. Pojem blízko nuly je pomerne nejasný. Na jeho určenie si musíme definovať membership funkciu pre množinu *A*, $\mu_A(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Pomocou tejto membership funkcie je potom už jednoduché určiť, či je číslo blízko nuly.



Graf 1.2 [3]

Graf 1.2 znázorňuje membership funkciu množiny *A*.

1.2.2 Rozšírenie fuzzy množín

Hodnota membership funkcie môže obsahovať istú neurčitosť. Majme fuzzy množinu, ktorej membership funkcia je daná inou fuzzy množinou. Potom sa takáto množina nazýva typ-2 fuzzy množina. Tento systém sa dá rozšíriť až na typ-n fuzzy množiny.

Termín „level-2 množina" označuje fuzzy množinu ktorej prvky sú tiež fuzzy množiny. Podobne ako pri typ-n fuzzy množinách vieme aj tieto množiny rozšíriť až na level-k fuzzy množiny.

1.2.3 α-cut množiny

α-cut množiny sú také fuzzy množiny, pre ktoré platí, že všetky prvky takejto množiny majú membership funkciu väčšiu alebo rovnú ako α.

Definícia: Ak pre všetky prvky množiny A_α platí, že $x \in A_\alpha \Leftrightarrow \mu_A(x) \geq \alpha$. Potom fuzzy množinu A_α nazývame α-cut množinou *A* a platí:

$$A_\alpha = \{x \mid x \in R, \mu_A(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \in [0,1].$$

1.2.4 Konvexné fuzzy množiny

Predpokladajme, že univerzálna množina U je definovaná na n-rozmernom euklidovskom priestore $\Re^n$. Ak sú všetky α-cut množiny konvexné, tak aj fuzzy množina týchto α-cut množín je konvexná. Inými slovami, ak platí nasledujúca rovnica:

$$\mu_A(t) \geq Min[\mu_A(r), \mu_A(s)],$$

$$\text{kde} \quad t = \lambda r + (1-\lambda)s \quad r, s \in \Re^n, \lambda \in [0,1],$$

tak potom je fuzzy množina *A* konvexná.[3]

1.2.5 Normalizované fuzzy množiny

Fuzzy množina A je normalizovaná, ak aspoň pre jedno $x \in A$ platí: $\mu_A(x) = 1$. Ak fuzzy množina *A* nie je normalizovaná, tak potom musí platiť: $\max\limits_{x \in A}\{\mu_A(x)\} < 1$.

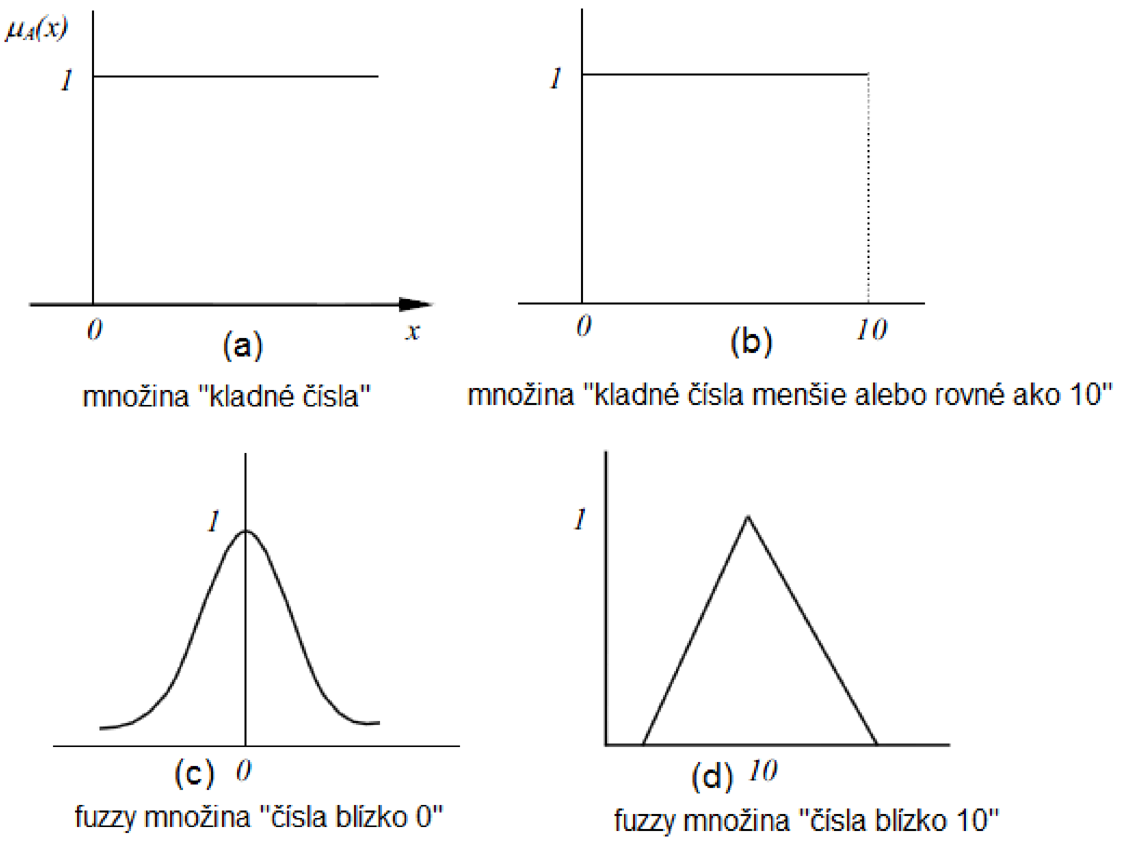
Nech fuzzy množina *A* nie je normalizovaná. Normalizovať fuzzy množinu *A* znamená normalizovať jej membership funkciu $\mu_A(x)$, takže pre znormalizovanú fuzzy množinu $\tilde{A}$ platí, že jej membership funkcia $\mu_{\tilde{A}}(x) = \dfrac{\mu_A(x)}{\max \mu_A(x)}$.

1.3 Fuzzy čísla

Pod pojmom číslo si väčšina z nás predstaví napríklad nejaké kladné celé číslo. Poprípade nejakú konštantu, napríklad π. Ale fuzzy číslo nepredstavuje jednu konkrétnu hodnotu. Fuzzy číslo je označenie pre fuzzy množinu, ak táto množina spĺňa niekoľko podmienok, ako napríklad, že aspoň jeden prvok množiny musí mať membership funkciu rovnú 1.

Pri praktickom využití fuzzy množín v algoritmoch a metódach založených na fuzzy logike sa často požaduje aby vstupné množiny boli zároveň aj fuzzy číslami.

Definícia: Ak je fuzzy množina konvexná a normalizovaná a jej membership funkcia je definovaná na reálnych číslach a je po častiach spojitá, potom sa táto množina nazýva fuzzy číslo.



Graf 1.3 – grafické porovnanie množín (a),(b) a fuzzy množín/fuzzy čísel (c), (d) [3]

1.4 Veľkosť fuzzy množín

Existujú tri možnosti ako určiť veľkosť fuzzy množiny.

a.) skalárna mohutnosť: určenie veľkosti množiny iba pomocou jej membership funkcie: $|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x)$.

b.) relatívna mohutnosť: druhou možnosťou je porovnať veľkosť fuzzy množiny *A* s veľkosťou univerzálneho setu U: $\|A\| = \frac{|A|}{|U|}$.

c.) fuzzy mohutnosť: tretia možnosť je vyjadriť mohutnosť ako fuzzy množinu.

Definícia fuzzy mohutnosti: Vytvorme α-cut množiny z pôvodnej množiny *A*. Označme "počet prvkov množiny A_α" $= |A_\alpha|$. Potom stupeň príslušnosti (membership degree) fuzzy mohutnosti $|A|$ je definovaný ako: $\mu_{|A|}(|A_\alpha|) = \alpha,\ \alpha \in \Lambda_A$, kde A_α je α-cut množina a Λ_A je level množiny.

Príklad 1.4: fuzzy mohutnosť

Majme fuzzy množinu „Vysoký“ $= \{(175{,}0.2);(180{,}0.5);(185{,}0.9);(190{,}1);(200{,}1)\}$. Ak by sme z nej vytvorili α-cut množinu pre $\alpha = 0.2$, dostaneme množinu $Vysoký_{0,2} = \{175;180;185;190;200\}$ a $|Vysoký_{0,2}| = 5$. Následne vytvoríme α-cut množiny pre α rovné 0.5; 0.9; 1. Z týchto α-cut množín potom dostaneme fuzzy mohutnosť množiny „Vysoký“ ako: $|Vysoký| = \{(5{,}0.2);(4{,}0.5);(3{,}0.9);(2{,}1.0)\}$.

1.5 Operácie s fuzzy množinami

Majme dve fuzzy množiny *A* a *B* definované na priestore *U*,

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in A, \mu_A(x) \in [0,1]\}$$

$$B = \{(x, \mu_B(x)) \mid x \in B, \mu_B(x) \in [0,1]\}$$

Operácie medzi týmito množinami budeme opisovať pomocou ich membership funkcií $\mu_A(x)$ a $\mu_B(x)$.

Rovnosť

Fuzzy množiny *A* a *B* sa rovnajú, označujeme *A* = *B* práve vtedy keď pre každé $x \in U$ platí:

$$\mu_A(x) = \mu_B(x).$$

Podmnožina

Množina *A* je podmnožinou množiny B, značíme $A \subseteq B,$ ak pre každé $x \in U$ platí:

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x).$$

Vlastná podmnožina

Množina *A* je vlastnou podmnožinou množiny *B*, značíme $A \subset B,$ ak platí:

$$\forall x \in U \;\; \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$
$$\exists x \in U \;\; \mu_A(x) < \mu_B(x)$$

Prienik množín

Operáciu prienik množín *A* a *B* značíme $A \cap B,$ definujeme pomocou membership funkcie ako

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad x \in U.$$

Zjednotenie množín

Zjednotenie *A* a *B* značíme $A \cup B,$ definujeme pomocou membership funkcie ako

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad x \in U.$$

Kapitola 2

Fuzzy logika

Fuzzy logika je viachodnotová logika, niekedy nazývaná aj pravdepodobnostná logika. Tradičná logika sa zaoberá výrokmi, ktoré sú buď pravdivé alebo nepravdivé. Fuzzy logika je rozšírením tejto logiky. Pomocou tejto logiky sme schopní pracovať s čiastočnou pravdivosťou. Navyše nám dáva nástroj na prácu s lingvistickými premennými. [9]

2.1 Klasická logika

Pod pojmom logika máme na mysli štúdiu metód a princípov ľudského myslenia. Klasická logika sa zaoberá výrokmi, ktoré sú buď pravdivé alebo nepravdivé. Zároveň platí, že každý výrok má svoj protiklad. Takáto klasická logika sa zaoberá kombináciami premenných, ktoré reprezentujú výroky. Každá kombinácia premenných nadobúda jednu z dvoch pravdivostných hodnôt: buď pravdivá (TRUE) alebo nepravdivá (FALSE). Preto sa klasická logika nazýva dvojhodnotová logika. Hlavnou náplňou klasickej logiky je štúdia pravidiel, ktoré nám umožnia produkovať nové logické premenné ako funkcie zložené z konkrétnych, už existujúcich, premenných.

Príklad 2.1 [1]

Majme *n* logických premenných $x_1, \ldots, x_n$ pričom platí:

x_1 má hodnotu *true*

x_2 má hodnotu *false*

$\vdots$

x_n má hodnotu *true.*

Potom môžeme novú logickú premennú *y* definovať pomocou pravidla ak – tak (IF - THEN) ako funkciu premenných $x_1, \ldots, x_n$.

Pravidlo: IF x_1 je true $\wedge$ x_2 je false $\wedge$ ... $\wedge$ x_n je true THEN y je false.

2.1.1 Booleova algebra

Algebra zaoberajúca sa dvojhodnotovou logikou sa nazýva Booleova algebra (podľa Georgea Boolea). V tejto algebre sú iba tri základne logické operácie zosumarizované v tabuľke 2.1:

Názov	Symbol	Príklad	Význam
A	.	a.b	*a* aj b musia byť pravdivé aby celá sústava bola pravdivá
Alebo	+	a+b	ak *a* alebo *b* alebo oboje sú pravdivé tak potom je celá sústava pravdivá
Nie	—	$\bar{a}$	ak *a* je pravdivé tak potom je celá sústava nepravdivá; ak *a* je nepravdivé tak potom je celá sústava pravdivá

Tabuľka 2.1 [1]

2.1.2 Viachodnotová logika

Trojhodnotová logika

Klasická dvojhodnotová logika sa dá rozšíriť na trojhodnotovú logiku viacerými spôsobmi. V typickej trojhodnotovej logike máme hodnoty 1, 0 a 1/2. Pre negáciu platí, že $\bar{a} = 1 - a$. Ďalšie základné operácie sú znázornené v tabuľke 2.2.

a	*b*	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$
0	0	0	0	1	1
0	½	0	½	1	½
0	1	0	1	1	0
½	0	0	½	½	½
½	½	½	½	1	1
½	1	½	1	1	½
1	0	0	1	0	0
1	½	½	1	½	½
1	1	1	1	1	1

Tabuľka 2.2 [1]

Z tabuľky 2.2 vidíme, že jediné nové operácie sú tie, v ktorých sa vyskytuje 1/2. Zároveň je zrejmé, že v trojhodnotovej logike neplatia mnohé základné operácie dvojhodnotovej logiky. Napríklad: $a \wedge \bar{a} \neq 0$ a $a \vee \bar{a} \neq 1$

n-hodnotová logika

Pokiaľ sme si osvojili princípy trojhodnotovej logiky, tak je potom jednoduché túto logiku rozšíriť na n-hodnotovú logiku ($3 < n < \infty$).

Pre dané konečné číslo $n > 3$ n-hodnotová logika nadobúda pravdivostné hodnoty z intervalu $[0,1]$: $0 = \frac{0}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, \ ..., \frac{n-2}{n-1}, \frac{n-1}{n-1} = 1.$ Platí, že každá z týchto pravdivostných hodnôt opisuje „stupeň pravdy".

Najbežnejšie používaná n-hodnotová logika vo fuzzy systémoch je Lukasiewiez-Zadehová n-hodnotová logika. Pre túto logiku platia nasledujúce logické operácie:

$$\bar{a} = 1 - a,$$

$$a \wedge b = \min\{a, b\},$$

$$a \vee b = \max\{a, b\},$$

$$a \Leftrightarrow b = 1 - |a - b|.[1]$$

2.2 Fuzzy logika

Fuzzy logika je rozšírenie n-hodnotovej logiky zakomponovaním fuzzy množín a fuzzy vzťahov ako nástrojov do systému viachodnotovej logiky. Fuzzy logika poskytuje metodiku na prácu s lingvistickými premennými a uľahčuje zapracovanie bežného ľudského myslenia, ľudského jazyka, do rozhodovacej analýzy a kontrolu činností.

Nasledujúci príklad je ukážkou logiky s použitím lingvistických premenných, ktorú nevieme vyriešiť s použitím dvojhodnotovej logiky:

(i) Každý, kto má od 40 do 70 rokov je starý, ale nie je veľmi starý. Veľmi starý je človek, ak má viac ako 70 rokov.

(ii) Každý, kto má od 20 do 39 rokov je mladý, ale len tí čo majú menej ako 20 rokov sú veľmi mladí.

(iii) Dávid má 40 rokov a Mária ma 39 rokov.

(iv) Dávid je starý, ale nie je veľmi starý. Mária je mladá, ale nie veľmi mladá.[1]

Bod (iv) je jednoduchá a zmysluplná dedukcia, ktorá sa často používa v bežnom živote. Ale nie je ju možné popísať iba pomocou pojmov „pravda“ a „nepravda“. Na to aby sme si s podobnými úvahami poradili, je možné použiť fuzzy logiku. Tá nám umožňuje zakomponovať nepresné termíny ako: starý, drahý, rýchly, málo, veľa a iné.

Na matematický opis fuzzy logiky si predstavíme nasledujúci koncept. Nech U je univerzálna množina a A je fuzzy množina, ktorej membership funkcia je $\mu_A(x),\ x \in U$. Pomocou membership funkcie si definujeme nasledujúce logické operácie: negáciu, a, alebo, implikáciu a ekvivalenciu. Ak $y = \mu_A(x_0)$ je bod na intervale $[0,1]$ reprezentujúci pravdivostnú hodnotu „x_0 je a“, potom pravdivostnú hodnotu „x_0 nie je a“ definujeme ako:

$$\bar{y} = \mu_A(x_0 \ nie \ \ je \ a) = 1 - \mu_A(x_0 \ \ je \ a) = 1 - \mu_A(x_0) = 1 - y.$$

Týmto spôsobom si definujeme aj zvyšné logické operácie:

$$\mu_A(x \wedge y) = \mu_A(x) \wedge \mu_A(y) = \min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\};$$

$$\mu_A(x \vee y) = \mu_A(x) \vee \mu_A(y) = \max\{\mu_A(x), \mu_A(y)\};$$

$$\mu_A(x \Rightarrow y) = \mu_A(x) \Rightarrow \mu_A(y) = \min\{1,\ 1 + \mu_A(y) - \mu_A(x)\};$$

$$\mu_A(x \Leftrightarrow y) = \mu_A(x) \Leftrightarrow \mu_A(y) = 1 - |\mu_A(y) - \mu_A(x)|; \text{ kde } x, y \in S. [1]$$

2.3 Fuzzy IF-THEN pravidlá

V tejto sekcii sa bližšie pozrieme na vzťah $x \Rightarrow y$ a jeho aplikáciu v pravidlách fuzzy logiky. Implikáciu $x \Rightarrow y$ môžeme interpretovať pomocou lingvistických termínov ako „Ak (IF) *x* je pravdivé potom (THEN) *y* je pravdivé.“ Takto formulované pravidlo je platné pre fuzzy logiku a aj pre klasickú dvojhodnotovú logiku. Pre spresnenie tohto lingvistického pravidla uvažujme, že máme fuzzy množinu X a jej membership funkciu μ_X, ktorá priraďuje pravdivostné hodnoty udalostiam $x \in X$ a $y \in X$. Potom úplné lingvistické pravidlo bude v tvare:

$$\left(IF \ \ x \in X \text{ je pravda s pravdivostnou hodnotou } \mu_X(x) \ \ THEN \ \ y \in X \text{ je pravda}\right.$$

$$\left.\text{s pravdivostnou hodnotou } \mu_X(y)\right) \text{ má pravdivostnú hodnotu}$$

$$\mu_A(x \Rightarrow y) = \min\{\ 1,\ 1 + \mu_A(y) - \mu_A(x)\}.$$

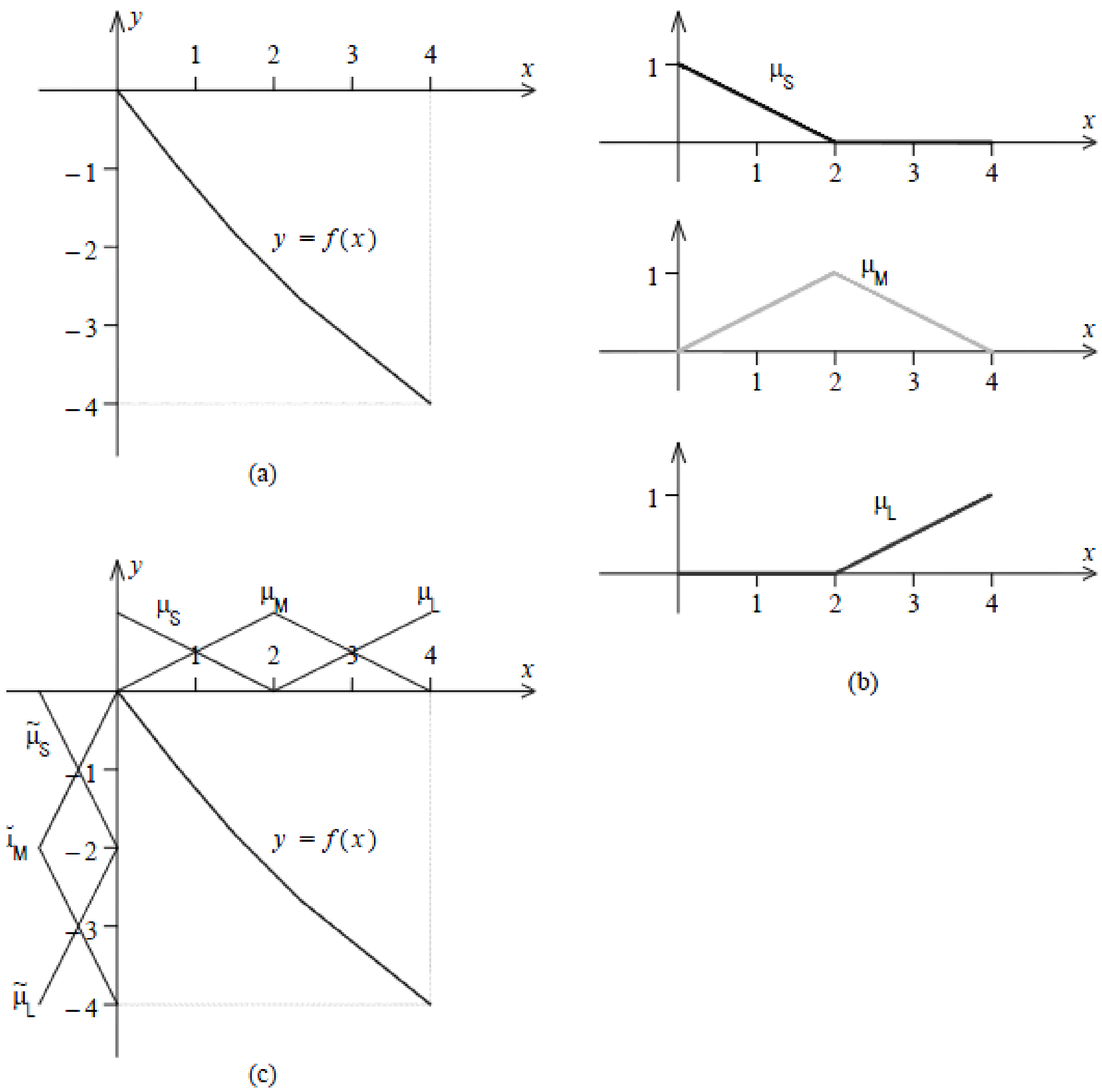
Pravidlo v tomto tvare platí v prípade, že x a y sú z tej istej fuzzy množiny. V prípade, že platí $x \in X$ a $y \in Y$, tak potom lingvistické IF-THEN pravidlo definujeme nasledovne: IF $x \in X$ je pravda s pravdivostnou hodnotou $\mu_X(x)$ THEN $y \in Y$ je pravda s pravdivostnou hodnotou $\mu_Y(y)$. [1]

V prípade, že máme $x_1, x_2, ..., x_n$, ktoré partia do fuzzy množín $X_1, X_2, ..., X_n$ a $y \in Y$ tak potom pre tieto veličiny dostaneme všeobecné IF-THEN pravidlo: IF $x_1 \in X_1$ je pravda s pravdivostnou hodnotou $\mu_{X_1}(x_1)$ AND $x_2 \in X_2$ je pravda s pravdivostnou hodnotou $\mu_{X_2}(x_2)$ AND .... AND $x_n \in X_n$ je pravda s pravdivostnou hodnotou $\mu_{X_n}(x_n)$ THEN $y \in Y$ je pravda s pravdivostnou hodnotou $\mu_Y(y)$.

2.3.1 Aplikácia fuzzy IF-THEN pravidiel

Aplikáciu fuzzy IF-THEN pravidiel si ukážeme na nasledujúcom príklade: Nech $y = f(x)$ je funkcia definovaná na $X = [0,4]$ s oborom hodnôt $Y = [-4,0]$, znázornená na grafe 2.1 (a). Nech $\mu_S(.)$, $\mu_M(.)$ a $\mu_L(.)$ sú membership funkcie definované na X a Y („malá (Small)," „stredná (Medium)" a „veľká (Large)") zobrazené na grafe 2.1 (b). A predpokladajme, že nepoznáme presný predpis pre funkciu f. Pomoc fuzzy pravidiel vieme aproximovať skutočnú funkciu $y = f(x)$, graf 2.1 (c), s použitím nasledujúcich fuzzy IF-THEN pravidiel:

1. IF x je kladné a small s pravdivostnou hodnotou $\mu_S(x)$ THEN y je záporné a small s pravdivostnou hodnotou $\mu_S(y)$
2. IF x je kladné a medium s pravdivostnou hodnotou $\mu_M(x)$ THEN y je záporné a medium s pravdivostnou hodnotou $\mu_M(y)$
3. IF x je kladné a large s pravdivostnou hodnotou $\mu_L(x)$ THEN y je záporné a large s pravdivostnou hodnotou $\mu_L(y)$



Graf 2.1 [1]

Kapitola 3

Behaviorálne financie

Behaviorálne financie sú relatívne nový, ale rýchlo sa rozvíjajúci odbor, ktorý poskytuje vysvetlenia pre ekonomické rozhodovania ľudí pomocou kognitívnej psychológie a konvenčnej ekonomickej a finančnej teórie. Veľkú zásluhu na rozvoji výskumu behaviorálnych financií má neschopnosť vysvetliť mnoho empirických pozorovaní pomocou tradičnej teórie, v ktorej sa racionálny investor snaží maximalizovať svoj zisk. Behaviorálne financie sa snažia vysvetliť nezrovnalosti medzi očakávaným a reálnym vývojom na finančných trhoch pomocou ľudského správania sa, individuálneho a aj v skupine.

Základný predpoklad behaviorálnych financií je, že štruktúra informácií a charakteristiky účastníkov na trhu systematicky ovplyvňujú jednotlivé investičné rozhodnutia ako aj trhové výsledky. Rozhodovací proces u ľudí nefunguje ako u počítačov. Naopak ľudský mozog často spracováva informácie s použitím skratiek a emočných filtrov. Tieto problémy závažne ovplyvňujú rozhodovanie investorov, finančné trhy a správanie manažmentu firiem. Dopad týchto neoptimálnych rozhodnutí má za následok zníženú efektívnosť kapitálových trhov, osobného bohatstva a výkonu firiem.

3.1 Štandardné (tradičné) financie

V tejto sekcii si spomenieme niekoľko kľúčových konceptov štandardných financií potrebných pre behaviorálne financie.

Základným predpokladom štandardných financií je, že všetci účastníci trhu, ako aj trh samotný, sa správajú racionálne s cieľom maximalizovať svoj úžitok. Každý investor, ktorý vykoná neoptimálne rozhodnutie bude potrestaný slabými trhovými výstupmi. Tiež platí, že jednotlivé chyby urobené účastníkmi trhu, nie sú medzi sebou korelované a teda tieto chyby nemajú silu ovplyvniť trhové ceny.

Táto racionalita účastníkov trhu tvorí jednu z klasických teórii štandardného trhu: hypotézu efektívneho trhu (efficient market hypothesis). Ďalším základným konceptom je vzťah medzi očakávaným ziskom a rizikom: rizikovo averzné subjekty na trhu požadujú väčší zisk za rizikovejšie investície.

3.2 Vývoj behaviorálnych financií

Predpoklady tradičných financií sa zdajú byť bezchybné z pohľadu trhu, ale z pohľadu ľudského správania sa majú nerealistické požiadavky. V behaviorálnych financiách sa skúma, aký vplyv majú ľudské obmedzenia na rozhodovanie sa. Behaviorálne financie tento vplyv skúmajú prevažne dvomi metódami.

Prvou metódou sa zaoberajú psychológovia, ktorí študujú rozhodovacie procesy trhových subjektov tak, že pripravia prostredie, v ktorom sa bude výskum konať, tak, aby vedeli ovplyvniť psychiku subjektov podľa potrieb ich výskumu. Táto metóda umožňuje výskumníkom izolovať príslušnú heuristiku, ktorú majú v pláne skúmať. Medzi hlavné nevýhody tohto postupu patrí výber subjektov: často sú vyberaní študenti alebo ľudia s málo skúsenosťami s investovaním a taktiež panujú pochybnosti, či by sa ľudia rozhodovali rovnako aj v reálnom živote.

Druhá metóda, využívaná hlavne študentmi finančných trhov, skúma skutočné dáta z reálnej ekonomiky. Výhodou tejto metódy je presvedčenie, že dané rozhodnutia budú ľudia robiť v reálnom živote. Avšak naopak, určenie prvkov, ktoré mohli ovplyvniť rozhodovací proces, je v týchto testoch oveľa náročnejšie.

Behaviorálne financie taktiež predpokladajú, že finančný trh je pri istých okolnostiach informovaný neúplne. Nie všetky chybné ocenenia cenných papierov sú spôsobené psychologickým vplyvom. Niektoré sú spôsobené iba dočasnou nerovnováhou medzi dopytom a ponukou. Napríklad keď spoločnosť Yahoo bola pridaná do indexu S&P500 v decembri 1999, manažéri fondu boli nútení nakupovať ich akcie aj napriek tomu, že ich verejná ponuka bola limitovaná. Tento prebytočný dopyt vytiahol cenu akcie o 50% počas jedného týždňa a až o 100% za jeden mesiac.[6]

3.3 Kľúčové témy v behaviorálnych financiách

Behaviorálne financie môžeme charakterizovať pomocou štyroch základných tém:

- Heuristiky – ľudské rozhodnutia sú často založené iba na odhade z niekoľkých informácií a nie sú robené na základe racionálnej analýzy.
- Framing – rozhodovanie investora je ovplyvnené spôsobom ako je mu situácia prezentovaná
- Emócie – psychické rozpoloženie investora ovplyvňuje jeho rozhodnutia
- Nedokonalosť trhu – teória racionality účastníkov trhu a predpoklady dokonalosti trhu nekorešpondujú s pozorovaniami vývoja na skutočných trhoch [5]

3.3.1 Heuristika

Heuristika, často označovaná aj ako pravidlo palca (rule of thumb), hovorí o redukcii kognitívnych zdrojov, použitých pri hľadaní riešenia problému. Existujú mentálne skratky, ktoré zjednodušia komplexné metódy potrebné na tvorbu rozhodnutí. To môže viesť k neoptimálnym rozhodnutiam. Keď sa má investor rozhodnúť ako rozdelí svoje finančné prostriedky medzi *n* možností, v mnohých prípadoch investor rozdelí svoj majetok s použitím *1/n* pravidla. To znamená, že ak napríklad investuje svoj majetok do troch fondov, tak do každého z nich dá jednu tretinu finančných prostriedkov.[6]

Heuristiky poskytujú subjektívne príťažlivé postupy a reflektujú fakt, že sa ľudský odhad pravdepodobností a rizika zvyčajne vychyľuje od presných hodnôt. Heuristiku je najlepšie vnímať ako nástroj na zjednodušenie rozhodovacieho procesu medzi ponúkanými možnosťami.

Existuje veľa zdôvodnení prečo používať heuristiky. Spomenieme najdôležitejšie z nich:

- Tvorcovia rozhodnutí nemusia byť oboznámení o optimálnom riešení problému. Nemusia mať tiež možnosť získať pomoc od ostatných alebo cena pomoci môže byť privysoká.
- Môže sa stať, že pri tvorbe rozhodnutia nie sú dostupné všetky informácie, ktoré sú potrebné na optimálne rozhodnutie. Alebo v prípade, že majú dostupné všetky potrebné informácie, je možné, že je ich tak veľa, že na ich spracovanie nie je čas a je potrebné pracovať len s časťou dát.
- Jediným problémom nemusí byť schopnosť zohnať informácie. Časté chyby pri rozhodovaní sú spôsobené zlým pochopením dostupných informácií.
- Príliš veľké množstvo informácií nemusí byť iba problém z hľadiska časovej náročnosti, ale samotné množstvo dát môže ovplyvniť psychické rozpoloženie tvorcu rozhodnutí.
- Použitie heuristík je vhodné aj v prípade, že pri presných kalkuláciách dochádza k problémom.
- Zdanlivo úspešné postupy iných subjektov na trhu môžu nabádať tvorcu rozhodnutí, ktorý robí kompletné kalkulácie, vychýliť sa od svojich postupov. Nanešťastie tieto zdanlivo úspešné postupy môžu zahŕňať väčšie riziko než racionálne postupy.
- Použitie heuristických skratiek je najvhodnejšie v prípadoch, keď veľmi dobre aproximujú optimálne riešenie. Konkrétne heuristika „Fast and frugal“ je vhodná hlavne pre situácie, kde sa vyskytuje „flat maxima,“ čo znamená, že niekoľko rôznych rozhodnutí vedie k veľmi podobným vysokým výnosom.

Kategórie heuristík [5]

Je viac spôsobov ako kategorizovať heuristiky. V tejto časti si bližšie rozoberieme delenie vytvorené v roku 1982 Tverskym a Kahnemanom a v roku 2002 doplnené Slovicom. Tieto kategórie sú:

- Reprezentatívnosť (Representativeness)

  Heuristika reprezentatívnosti hovorí o používaní mentálnych skratiek, pri ktorých je človek náchylný predpokladať, že objekt patrí do danej skupiny na základe jeho podobnosti s objektom v skupine. Použitie reprezentatívnosti niekedy reflektuje neschopnosť zobrať do úvahy relevantné celkové informácie pred vytvorením si vlastného úsudku alebo demonštruje štatisticky nerelevantné vzťahy na malých vzorkách.
- Dostupnosť (Availability)

  Dostupnosť je heuristika, ktorá reflektuje priradenie váh jednotlivým informáciám. Použitie tejto heuristiky je možné najmä z dôvodu dramatických nových udalostí. Nanešťastie neexistuje univerzálna dohoda ako určovať váhy daným okolnostiam. Jeden spôsob bol odvodený pomocou skúmania správania sa úspešných manažérov podielových fondov. Zistili, že je vhodné sa vyhýbať akciám, ktoré boli podľa mnohých manažérov ohodnotené ako veľmi dobré z dôvodu, že veľká popularita týchto akcií môže znamenať väčšiu pravdepodobnosť, že tieto akcie sú nadhodnotené.
- Ukotvenie a Prispôsobenie (Anchoring and Adjustment)

  Ukotvenie a prispôsobenie je heuristika, ktorá zahŕňa prispôsobenie rozhodnutia na základe nejakého štartovacieho bodu. Štartovacím bodom môžu byť súčasné dáta ako napríklad veľkosť inflácie či výška ekonomického rastu.
- Citové heuristiky (Affect heuristics)

  Tieto heuristiky poskytujú prvú a takmer automatickú reakciu na podnety. Vo všeobecnosti, pokiaľ majú následky nejakého rozhodnutia silný citový podtón, tak to má vplyv na samotné rozhodnutie.

- Priveľká sebadôvera (Overconfidence)

  Mnohí analytici používajúci heuristiky, hlavne reprezentatívnosť, majú sklony mať príliš veľkú sebadôveru. Nadmerná sebaistota u ľudí vyvoláva dobré pocity a núti ich robiť rozhodnutia, ktoré by inak neurobili. S priveľkou sebadôverou sa môžeme stretnúť pri každodenných činnostiach. Napríklad z prieskumov vyplýva, že veľká väčšina šoférov si o sebe myslí, že sú nadpriemerne dobrí vodiči. Čo ale nie je reálne možné, keďže nadpriemerne lepších vodičov je iba polovica z celkového počtu.

  Táto nadmerná sebadôvera (ale aj nedostatočná dôvera vo svoje schopnosti) môžu viesť k nie plne racionálnym rozhodnutiam.

- Pamäť (Memory)

  Problémy s pamäťou sú veľmi individuálne a v niektorých prípadoch ovplyvňujú rozhodovanie viac ako inokedy. Málokedy sa im však podarí vyhnúť úplne. Štúdia Kahnemana indikuje, že ľudia prisudzujú väčšiu váhu skúsenostiam získaným na začiatku a na konci a menšiu váhu priradia zvyšku.

  Sú prípady, kedy má mozog dve protichodné myšlienky. Napríklad človek môže veriť, že je dobrý investor, ale zároveň byť konfrontovaný so zlými investičnými výsledkami. V takýchto prípadoch je bežné, že človek priradí väčšiu váhu jednej skutočnosti a spomienkam, ktoré túto skutočnosť potvrdzujú. To môže mať za následok, žeak investor bude priveľmi veriť, že je dobrý investor, tak potom nadhodnotí silu svojho portfólia, lebo si pamätá minulé zisky viac ako straty.

Ľudská myseľ nefunguje ako počítač a nie vždy dokáže zahrnúť do tvorby rozhodnutia všetky potrebné informácie. V takýchto prípadoch sa investor podľa behaviorálnych financií uchyľuje k heuristikám. Tie slúžia ako skratky na zjednodušenie problému a uľahčenie kalkulácií. Heuristiky opisujú skutočný spôsob rozhodovania sa ľudí, pričom zahŕňajú emocionálne faktory ako aj kognitívny proces.

3.3.2 Framing

To ako človek vníma možnosti, ktoré má, je silne ovplyvnené spôsobom ako sú mu tie možnosti podané. Zo štúdií vyplýva, že ľudia často robia rôzne rozhodnutia podľa toho ako je im predstavený problém. Toto správanie sa je psychológmi nazývané „frame dependence“, čo sa dá voľne preložiť ako závislosť na podaní problému.

Napríklad v štúdii z roku 2007 Glaser, Langer, Reynders a Weber ukázali, že predpovede vývoja akciového trhu sa líšili podľa toho, či chceli po investorovi predpovedať budúce ceny alebo budúci zisk. Pritom tieto dve veličiny sú medzi sebou previazané a budúci zisk závisí od budúcich cien.[5]

3.3.3 Emocionálne financie

Tradičné financie, odvodené od neoklasickej ekonomickej teórie, predpokladajú, že človek je na trhu racionálny subjekt s primárnym cieľom maximalizovať svoj úžitok. Naproti tomu behaviorálne financie, založené na kognitívnej psychológii, vidia človeka ako „normálneho“. Čo znamená, že človeka v ekonomike považujú za subjekt limitovaný svojimi schopnosťami. Existujú mnohé štúdie, ktoré ukazujú ako sú finančné rozhodnutia, ovplyvniteľné ľudskými emóciami, ignorované finančnými výskumníkmi.

Emocionálne financie vidia finančný trh z perspektívy podvedomia a čerpajú z psychoanalytického chápania ľudskej mysle za účelom objasnenia ako ľudské emócie a pocity ovplyvňujú investičné aktivity. Termín psychoanalýza je v tomto kontexte chápaný ako ucelená množina myšlienok a teórii o tom ako funguje ľudská psychika. Psychoanalytici sa snažia nájsť vzťah medzi pocitmi, myslením, vierou a vnímaním okolia.[5]

Ekonómovia a psychológovia, zaoberajúci sa vplyvom emócií na finančné trhy, sa v posledných rokoch snažili nájsť koreláciu medzi náladou investorov a ich investičnými výsledkami. V týchto štúdiách sa zaoberali faktormi ovplyvňujúcimi náladu, ako sú napríklad počasie alebo dĺžka dňa.

V roku 1993 Saunders publikoval prácu, v ktorej hľadal koreláciu medzi slnečnými dňami a ziskami vybraných akciových indexov na burze v New Yorku v rokoch 1927 až 1990. Predpokladal, že počas slnečných dni má človek lepšiu náladu a to môže ovplyvniť jeho rozhodovanie. Zdokumentoval štatisticky významný a robustný vzťah, ukazujúci, že počas slnečných dní dosahovali indexy Dow Jones Industrial Average a AMEX väčšie zisky ako v dňoch keď nebolo tak slnečno. I keď táto štúdia má aj viacero kritikov, ktorí tvrdia, že si Saunders vyberal len tie regresie, ktoré potvrdzovali jeho hypotézu. Ale štúdia Hirshleifera a Shumwaya v roku 2003 dospela k rovnakým záverom. S využitím dataminingu odhadovali vzťah medzi slnečným počasím a ziskami akcií v 26 krajinách v rokoch 1982 až 1997. Podobne ako Saunders aj oni zistili robustný a signifikantný vzťah medzi počasím a ziskami. Ďalej skúmali, či môže byť obchodovanie s prihliadnutím na predpovede počasia profitujúca stratégia. A Hirshleifer a Shumaway zistili, že ak má obchodník nízke transakčné náklady tak môže využiť „efekt slnečnosti“ na zvýšenie ziskov.

3.3.4 Nedokonalosť trhu

Za zrodom behaviorálnych financií stálo presvedčenie, že kognitívne chyby ovplyvňujú trhové ceny a viera, že pomocou psychológie je možné tieto chyby vysvetliť. Napriek tomu štandardné financie tvrdia, že individuálne chyby investorov nemajú vplyv na trhové ceny, keďže tieto chyby budú využité racionálnymi obchodníkmi za účelom zväčšenia ich vlastného zisku. Ale je tento spôsob, keď racionálni investori objavia na trhu arbitráž a investíciou do danej akcie vrátia cenu akcie na jej správnu hladinu, efektívny? Ukazuje sa, že existujú limity využiteľnosti arbitráže a pri istých podmienkach túto príležitosť racionálny investor nevyužije. Medzi situácie kedy investor nechce využiť príležitosť arbitráže patria napríklad:

- keď nie sú krátke a dlhé pozície na seba dokonale naviazané
- v prípade, že existuje riziko, že sa bude chybné ocenenie akcií aj naďalej prehlbovať až do takej miery, že investor zbankrotuje skôr ako sa dočká napravenia cien a očakávaného zisku
- v prípade, že náklady potrebné na využitie arbitráže sú príliš vysoké [5]

3.4 Prospect theory

Termín Prospect theory bol použitý prvýkrát Danielom Kahnemanom a Amosom Traveskym v článku „Prospect theory: An analysis of Decision under Risk. Econometrica, 1979“. Ich práca dala podnet na vznik nového odboru tým, že poukázali na to, že kvôli skratom v myslení dochádza k systematickému porušovaniu základných princípov teórie pravdepodobnosti. Za toto úspešné spojenie psychológie a ekonómie dostal Daniel Kahneman v roku 2002 Nobelovu cenu za ekonómiu.

Prospect theory skúma, ako sa ľudia rozhodujú pri výbere z viacerých možností. Ale oproti štandardnej teórii má niekoľko podstatných znakov, ktoré Prospect theory odlišujú:

- Medzi základné princípy štandardnej teórie patrí fakt, že ľudia si vyberajú z možných alternatív s cieľom maximalizovať svoj očakávaný zisk. Naproti tomu Prospect theory predpokladá, že ľudia si vyberajú tú alternatívu, ktorá im prinesie najväčšiu zmenu ich bohatstva. To znamená, že ľudia sa na zisk nepozerajú v absolútnom zmysle. Ale posudzujú zisk vzhľadom na referenčný bod. Týmto referenčným bodom býva najčastejšie stav ich majetku na začiatku obdobia.
- Jedným z hlavných rozdielov medzi štandardnou teóriou a Prospect theory je pohľad na riziko a to, akú majú ľudia averziu k riziku. Zatiaľ čo v klasickej teórii sa berie averzia k riziku daného subjektu za nemennú veličinu, v Prospect theory sa averzia k riziku mení podľa toho ako ľudia vnímajú zmenu v ich bohatstve. Kahneman a Tversky navyše predpokladajú, že ľudia sú prirodzene averzní k stratám. To znamená, že stratu 1€ pociťujú výraznejšie ako zisk 1€.
- V Prospect theory sa berie do úvahy, že to, ako sú prezentované možnosti, ovplyvňuje samotný vyber ďalšej stratégie. Tzv.: framing.

3.4.1 Kahnemanove a Tverskyho experimenty

Prospect theory vznikla ako spojenie psychológie a ekonomickej vedy. Preto predpoklady tejto teórie nie je možné dokázať len pomocou exaktných matematických vzorcov. Závery Kahnemana a Tverskyho vychádzajú z rozsiahlych experimentov. V tejto časti si spomenieme niektoré z nich.

Príklad 3.1

V prvom experimente mali subjekty možnosť vybrať si jednu z prezentovaných možností:

Možnosť A	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
2500€	33%
2400€	66%
0	1%

Tabuľka 3.1[4]

Možnosť B	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
2400€	100%

Tabuľka 3.2[4]

V tomto experimente si prvú možnosť vybralo 18% subjektov a možnosť B si vybralo 82% opýtaných. To ale znamená, že 82% ľudí sa nespráva racionálne, keďže možnosť B ponúka očakávanú výplatu 2400*100% = 2400€ a možnosť A ponúka očakávanú výplatu 2500*33% + 2400*66% + 0*1% = 2409€.

Tento experiment dokumentuje „Efekt istoty“, ktorý hovorí o tom, že človek uprednostní nižšiu výplatu, ak ju má garantovanú.

Príklad 3.2

V druhom experimente prezentovali subjektom jednu dvojstupňovú hru a jednu jednostupňovú hru. V prvom stupni prvej hry má hráč 75% šancu, že nevyhrá nič a 25% šancu, že postúpi do druhého kola. Ak hráč postúpi do druhého kola tak nastane jedna z dvoch možností:

Možnosť A	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
4000€	80%
0€	20%

Tabuľka 3.3[4]

Možnosť B	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
3000€	100%

Tabuľka 3.4[4]

To či nastane možnosť A alebo možnosť B si hráč zvolí sám na začiatku hry, (ešte predtým než zistí, či postúpil do druhého kola). V tejto hre si 78% ľudí zvolilo možnosť B a len 22% si vybralo možnosť *A*.

Druhá hra sa skladala len z jedného kola, kde si ľudia vyberali z týchto možností:

Možnosť A	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
4000€	20%

Tabuľka 3.5[4]

Možnosť B	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
3000€	25%

Tabuľka 3.6[4]

V tejto hre si 65% vybralo možnosť *A* a 35% si vybralo možnosť *B*.

Keď sa ale pozrieme na tieto dve hry bližšie, tak vidíme, že v prvej hre je šanca na výhru v prípade možnosti *A*: 25%*80% = 20%. Pri výbere možnosti *B* má človek šancu na výhru: 25%*100% = 25%.

Takže vidíme, že obe hry ponúkajú rovnaké výhry s tou istou pravdepodobnosťou, ale spôsob akým boli tieto dve možnosti ponúknuté malo za následok, že v prvej hre si väčšina vybrala možnosť B a v druhej hre naopak možnosť *A*. Z tohto experimentu zistili, že v prípade, ak má človek na výber z viac možností, pričom tieto možnosti obsahujú zhodnú časť a časť, ktorou sa odlišujú, tak potom človek pri rozhodovaní prihliada len na tú časť, ktorá je odlišná. Tento postup je známy ako izolačný efekt.

Prospect theory predpokladá, že hodnotová funkcia je konkávna pre zisky a konvexná pre straty. Hodnotovú funkciu máme načrtnutú na grafe 3.1. Tento fakt môžeme ilustrovať na nasledujúcom experimente:

Príklad 3.3

Tento experiment sa skladal z dvoch častí. V prvej časti si ľudia vyberali z týchto dvoch možností:

Možnosť A	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
4000€	25%
2000€	25%

Tabuľka 3.7[4]

Možnosť B	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
6000€	25%

Tabuľka 3.8[4]

V druhej časti experimentu mali na výber nasledujúce možnosti:

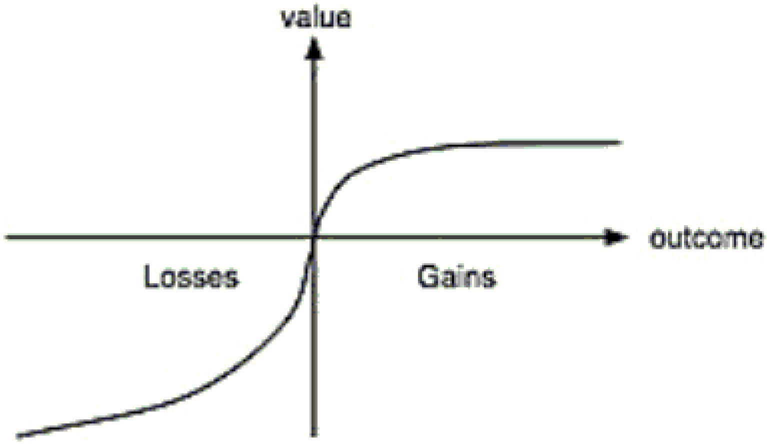
Možnosť A	
Výška straty	Pravdepodobnosť
-4000€	25%
-2000€	25%

Tabuľka 3.9[4]

Možnosť B	
Výška straty	Pravdepodobnosť
-6000€	25%

Tabuľka 3.10[4]

Tento experiment potvrdil predpoklady Kahnemana a Tverskyho, keďže v prvej časti si možnosť A vybralo 82% opýtaných a v druhej časti len 30% ľudí zvolilo túto možnosť.



Graf 3.1

Posledný experiment poukazuje na to, že ľudia prisudzujú malým pravdepodobnostiam priveľký význam. Z tohto dôvodu ľudia tipujú v lotériách a nechávajú sa poistiť aj na veľmi nepravdepodobné príčiny.

Príklad 3.4

Aj v tomto experimente si ľudia vyberali z dvoch možností, v dvoch hrách.

Hra č.1

Možnosť A	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
5000€	0,1%

Tabuľka 3.11[4]

Možnosť B	
Výška výhry	Pravdepodobnosť
5€	100%

Tabuľka 3.12[4]

Hra č.2

Možnosť A	
Výška straty	Pravdepodobnosť
-5000€	0,1%

Tabuľka 3.13[4]

Možnosť B	
Výška straty	Pravdepodobnosť
-5€	100%

Tabuľka 3.14[4]

V hre číslo 1. si prvú možnosť vybralo 72% ľudí. Naopak v druhej hre si možnosť A zvolilo iba 17% subjektov. Tieto výsledky ukazujú na to, že ľudia pripisujú malým pravdepodobnostiam príliš veľký význam.

Kapitola 4

Fuzzy logika a Behaviorálne financie

Napriek tomu, že fuzzy logika bola pôvodne používaná výhradne v technických odboroch, čoraz viac sa začína využívať aj vo finančných teóriách. V tejto časti budeme skúmať či je možné využiť teóriu fuzzy logiky v behaviorálnych financiách.

Ako sme si spomenuli v tretej kapitole, behaviorálne financie neopisujú finančné trhy a procesy rozhodovania sa trhových subjektov pomocou dokonalých matematických modelov, ale vychádzajú z psychologických pozorovaní a spoliehajú sa na používanie heuristík. Mnoho predpokladov behaviorálnych financií a väčšina kľúčových konceptov Prospect theory je odvodených na základe experimentov. Pre výsledky týchto experimentov neexistuje matematický dôkaz, ale mnohé anomálie na reálnych finančných trhoch sa dajú vysvetliť iba pomocou záverov z behaviorálnych financií.

Psychologický faktor a snaha pochopiť prečo reálny trh nefunguje tak ako by podľa matematických modelov mal, robí z behaviorálnych financií odbor, v ktorom sa dá veľa postupov popísať práve pomocou fuzzy logiky.

Ako sme už spomenuli, fuzzy logika je výborný nástroj na prácu s lingvistickými premennými, ktoré sa často vyskytujú v práci s behaviorálnymi dátami. Fuzzy logika nám taktiež ponúka vhodný nástroj na prácu s dátami, pokiaľ hľadáme riešenia, ktoré nemusia byť nutne to najlepšie, ale poskytnú nám dobré výstupy. Čo je tiež jeden zo znakov behaviorálnych financií. Dokonca sa ukazuje, že niektoré fuzzy metódy majú vo svojich algoritmoch priamo zakomponované heuristiky z behaviorálnych financií.

Heuristika reprezentatívnosti

Táto heuristika hovorí o mentálnej skratke, ktorú ľudia používajú pri priradení objektu do nejakej skupiny. Ak človek hodnotí objekt v rámci celej skupiny objektov, tak má tendenciu rozhodnúť o tom, do ktorej skupiny patrí, na základe jeho podobnosti s ostatnými objektmi.

Na podobnom princípe funguje fuzzy zhluková metóda. Zhluková metóda priraďuje objekty do skupín na základe ich vzájomnej podobnosti. Čo v matematickom vyjadrení znamená, že zoskupí tie objekty do jednej skupiny, ktoré majú medzi sebou najmenšiu vzdialenosť. Fuzzy zhluková metóda funguje podobne, ale platí, že jeden objekt môže patriť do viacerých zhlukov. A podobnosť jednotlivých objektov určuje na základe ich membership funkcie.

To znamená, že pokiaľ ideme skúmať finančné rozhodnutia investorov, v prípadoch keď vieme, že mali za úlohu napríklad investovať do niektorých akcií na vybranom trhu a môžeme predpokladať, že pri výbere vhodných akcií zohral úlohu ľudský faktor. Potom môžeme predpokladať, že bola použitá heuristika reprezentatívnosti a je vhodné riešiť tento problém aj s použitím fuzzy zhlukovej metódy.

Heuristika ukotvenia

Ako sme spomenuli v tretej kapitole, ľudia často používajú nejaký štartovací bod (kotvu), na základe ktorého potom upravujú svoje rozhodnutia. Tento štartovací bod si človek môže vytvoriť napríklad z toho ako je mu prezentovaná situácia, na základe ktorej má vytvoriť svoje rozhodnutie. Použitie heuristiky ukotvenia je spájané s konzervatívnymi rozhodnutiami, z dôvodu, že ľudia sú málo náchylní meniť svoje rozhodnutia ak sú im ponúknuté dodatočné informácie. Pri finančných rozhodnutiach bývajú týmto štartovacím bodom často historické ceny daného finančného aktíva.

Tento princíp je obsiahnutý vo viacerých metódach fuzzy logiky. Jednou z nich je vyššie spomenutá fuzzy zhluková metóda. Algoritmus tejto metódy v prvom kroku vyberie počiatočné centrá zhlukov. V ďalšom kroku priradí jednotlivé objekty priestoru do zhlukov podľa podobnosti ich membership funkcie s membership funkciami prvotných centier. A v poslednom kroku vyráta nové centrá vzniknutých zhlukov.

Vidíme, že na začiatku tohto algoritmu je prítomná kotva (počiatočné centrá zhlukov) , od ktorej sa celý algoritmus odvíja.

Táto heuristika je z časti prítomná aj vo „fuzzy logic control“ systéme. Tento systém vyhodnocuje vstupné údaje a na základe určených pravidiel vytvára pomocou týchto údajov výstupné dáta.

Fuzzy logic control systémom sa budeme bližšie zaoberať v nasledujúcich kapitolách.

Kapitola 5

Fuzzy Logic Control vo financiách

Fuzzy logic control sa v súčasnosti využíva hlavne v strojárstve a v elektrotechnickom priemysle, ale čoraz väčšie uplatnenie si nachádza aj v iných oblastiach. V tejto kapitole si predstavíme základnú architektúru „fuzzy logic control" pre potreby financií. Ukážeme si ako vytvárať rozhodnutia s použitím IF-THEN pravidiel.

Metodológie klasickej kontroly sú založené na matematických modeloch objektov, ktoré chceme kontrolovať. Matematické modely opisujú udalosti s použitím rovníc. Použitie matematických modelov však vyvoláva otázku, ako presne vedia tieto modely popísať realitu. V komplikovaných prípadoch môže byť konštrukcia presných matematických modelov náročná alebo dokonca nemožná. To platí aj pre finančné systémy, ktoré zvyčajne zahŕňajú veľké množstvo faktorov, často aj psychologickej povahy.

Cieľom fuzzy logic control v strojárstve je akcia. Vo financiách je cieľom fuzzy logic control nielen akcia, ale aj rada, inštrukcia, predpoveď alebo hodnotenie. Tento model nedokáže nájsť optimálne riešenie, ale je efektívny na hľadanie dobrých riešení, čo v reálnom svete postačuje. [2]

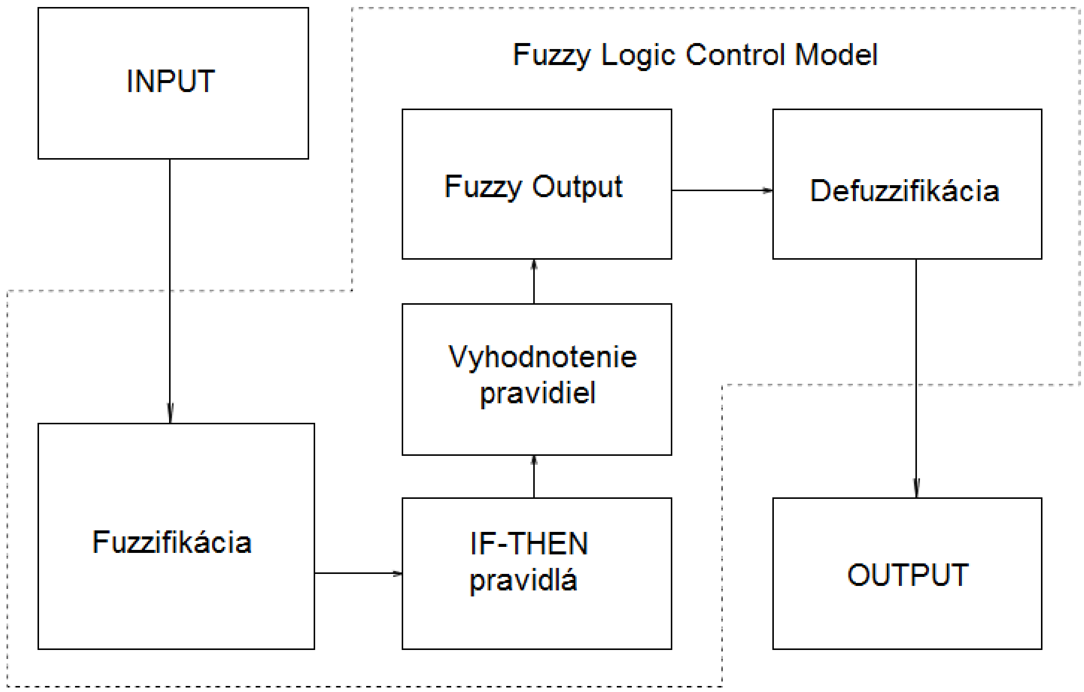
V tejto kapitole si predstavíme základnú štruktúru fuzzy logic control modelu zobrazenú na diagrame 5.1. Popíšeme jednotlivé časti diagramu a priblížime si ich použitie na jednoduchých príkladoch.

5.1 Modelovanie premenných

V každej úlohe máme input a output (vstupné a výstupné dáta). Pri fuzzy problémoch bývajú tieto dáta často lingvistické premenné.

V tejto časti si vysvetlíme fuzzy logic control techniku na systéme s dvomi inputmi *A*, *B* a s jedným outputom *C*. Ďalšia aplikácia tejto techniky na systémy s iným počtom vstupov a výstupov je ľahko odvoditeľná z tohto systému.

V prvom kroku si ukážeme, ako vytvoríme zo vstupných premenných fuzzy čísla. Tento postup sa nazýva fuzzifikácia. Postup vytvárania fuzzy čísel si vysvetlíme na konkrétnom príklade.



Obr 5.1 [2]

Príklad 5.1

Cieľom tohto systému je zistiť toleranciu rizika jednotlivých klientov finančnej inštitúcie. Poznať klientovu toleranciu rizika patrí k najdôležitejším informáciám pri tvorení investičnej stratégie. My budeme túto toleranciu modelovať pomocou klientovho ročného príjmu (RP) a jeho celkového majetku (CM). Tieto dve premenné budú vstupné premenné nášho modelu. Výstupnou premennou bude tolerancia rizika (TR). Tieto tri premenné si zapíšeme ako nasledujúce množiny:

$$\text{Ročný príjem: } A = \{A_1, A_2, A_3\} = \{M, S, V\},$$

$$\text{Celkový majetok: } B = \{B_1, B_2, B_3\} = \{M, S, V\}$$

$$\text{Tolerancia rizika: } C = \{C_1, C_2, C_3\} = \{M, S, V\},$$

kde M = Malý/á, S = Stredný/á, V = Veľký/á.

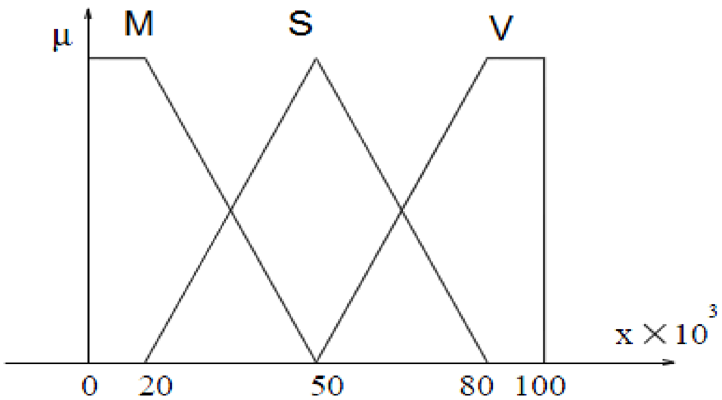
Tieto tri premenné sú fuzzy čísla z univerzálnych množín $U_1 = \{x \times 10^3 \mid 0 \le x \le 100\}$, $U_2 = \{y \times 10^4 \mid 0 \le y \le 100\}$, $U_3 = \{z \mid 0 \le z \le 100\}$. Reálne čísla x a y reprezentujú sumy v tisícoch respektíve v státisícoch a z reprezentuje rizikovú toleranciu na intervale [0,100]. Na to aby sme s premennými M,S a V vedeli pracovať ako s fuzzy číslami, musíme im priradiť membership funkcie:

$$\mu_M(v) = \begin{cases} 1 & pre\ 0 \le v \le 20 \\ \dfrac{50-v}{30} & pre\ 20 \le v \le 50, \end{cases}$$

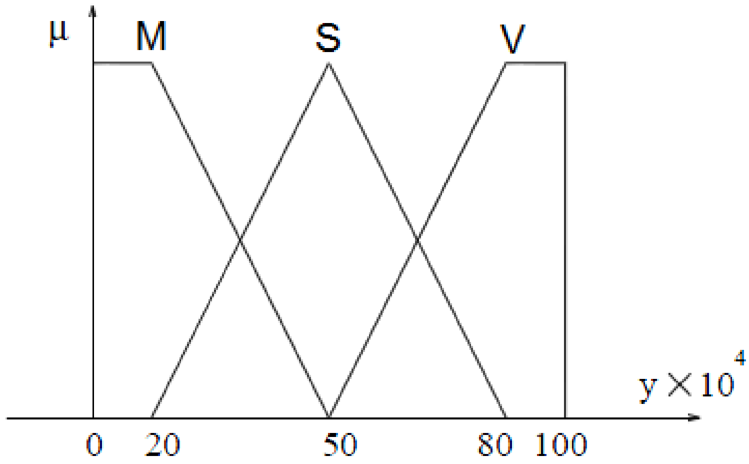
$$\mu_S(v) = \begin{cases} \dfrac{v-20}{30} & pre\ 20 \le v \le 50 \\ \dfrac{80-v}{30} & pre\ 50 \le v \le 80, \end{cases}$$

$$\mu_V(v) = \begin{cases} \dfrac{v-50}{30} & pre\ 50 \le v \le 80 \\ 1 & pre\ 80 \le v \le 100.\ [2] \end{cases}$$

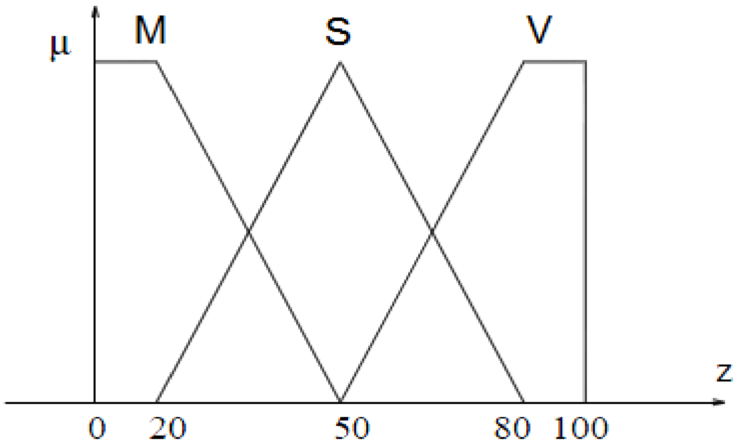
Dosadením x za v dostaneme fuzzy čísla pre RP, graf 5.1, dosadením y za v dostaneme fuzzy čísla pre CP, graf 5.2 a dosadením z za v dostaneme fuzzy čísla pre TR, graf 5.3:



Graf 5.1 [2]



Graf 5.2 [2]



Graf 5.3 [2]

5.2 Tvorba IF-THEN pravidiel

V ďalšom kroku vytvoríme IF-THEN pravidlá. Vo všeobecnosti platí, že ak máme dve vstupné premenné $A = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$ a $B = \{B_1, B_2, ..., B_m\}$ tak počet IF-THEN pravidiel bude *nm*. To znamená, že našom príklade 5.1, kde $n = m = 3$, dostaneme 9 kontrolných pravidiel. Pravidlá budeme formulovať v nasledujúcom tvare: IF x je A_i a y je B_j THEN z je C_{ij}. Zápis pomocou membership funkcií bude vyzerať nasledovne: IF x je A_i s membership funkciou $\mu_{A_i}(x)$ a y je B_j s membership funkciou $\mu_{B_j}(y)$ THEN z je C_{ij} s membership funkciou $\mu_{C_{ij}}(z)$.

Všetkých 9 pravidiel z príkladu 5.1 je schematicky znázornených v rozhodovacej tabuľke 5.1:

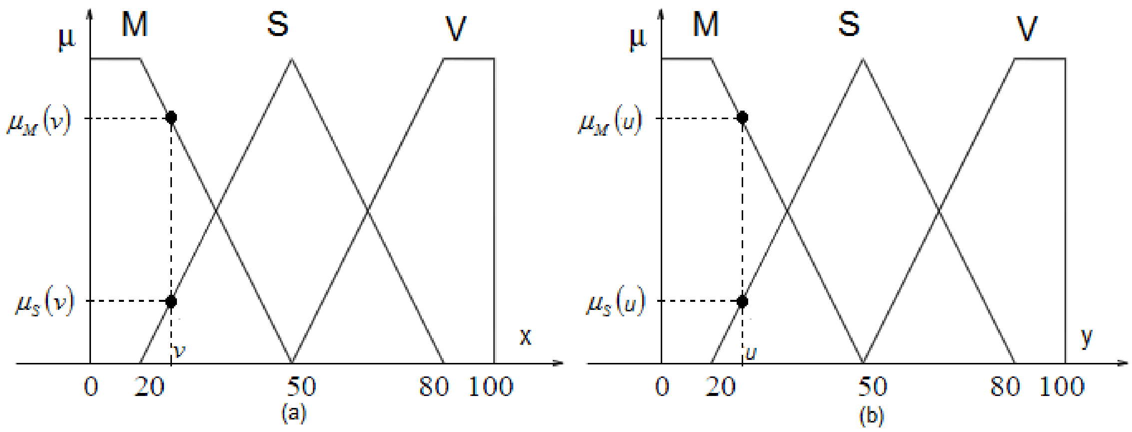
Ročný príjem \ Celkový majetok	M	S	V
M	M	M	S
S	M	S	V
V	S	V	V

Tabuľka 5.1 [2]

Keď sa pozrieme na tieto pravidlá bližšie, vidíme, že dobre opisujú prirodzené správanie ľudí. Je prirodzené, že osoba s malým príjmom a s malým majetkom je ochotná podstúpiť len malé riziko pri investovaní svojho majetku. Naopak ak má človek vysoký ročný príjem a veľký majetok tak je častejšie ochotný investovať s väčším rizikom. Samozrejme tieto predpoklady neplatia pre všetkých rovnako a pri individuálnom investovaní je možné tieto pravidlá upraviť napríklad v prípade, že je klient viac rizikovo averzný. Ale pre prvotné roztriedenie klientov bez ich ďalšieho skúmania sú tieto pravidlá postačujúce.

5.3 Vyhodnotenie pravidiel

Označme vstupujúcu premennú do FLC modelu $x = v$. V prvom kroku musíme preložiť premennú v do lingvistickej premennej a priradiť jej membership funkciu. Keď sa ale pozrieme na graf 5.1 vidíme, že môžu nastať situácie, keď premenná v bude nadobúdať dve rôzne membership funkcie: $\mu_M(v)$ a $\mu_S(v)$ znázornené na grafe 5.4 (a).



Graf 5.4

Obdobná situácia nastane aj pre $y = u$ znázornené na grafe 5.4 (b). Vidíme, že v ani u nepretína membership funkciu $\mu_L(.)$ čo znamená, že $\mu_L(v) = \mu_L(u) = 0$. Pre tieto membership funkcie potom vieme upraviť rozhodovaciu tabuľku 5.1 na tvar:

	$\mu_M(u)$	$\mu_S(u)$
$\mu_M(v)$	$\mu_{C_{MM}}(z)$	$\mu_{C_{MS}}(z)$
$\mu_S(v)$	$\mu_{C_{SM}}(z)$	$\mu_{C_{SS}}(z)$

Tabuľka 5.2

Posledný riadok a stĺpec tabuľky obsahujú iba 0. Z toho dôvodu nie je potrebné ich vypisovať v tabuľke 5.2.

Vyradením jedného stĺpca a jedného riadku nám zostali 4 IF-THEN pravidlá. Označme: $\alpha_{MM} = \mu_M(v) \wedge \mu_M(u) = \min(\mu_M(v), \mu_M(u))$,

$\alpha_{MS} = \mu_M(v) \wedge \mu_S(u) = \min(\mu_M(v), \mu_S(u))$,

$\alpha_{SM} = \mu_S(v) \wedge \mu_M(u) = \min(\mu_S(v), \mu_M(u))$,

$\alpha_{SS} = \mu_S(v) \wedge \mu_S(u) = \min(\mu_S(v), \mu_S(u))$. Kde α je „sila pravidla“

Z toho dostávame upravenú rozhodovaciu tabuľku:

	$\mu_M(u)$	$\mu_S(u)$
$\mu_M(v)$	α_{MM}	α_{MS}
$\mu_S(v)$	α_{SM}	α_{SS}

Tabuľka 5.3

Tabuľky 5.2 a 5.3 sa líšia v tom, že v tabuľke 5.2 sa nachádzajú výstupové fuzzy množiny a v tabuľke 5.3 sú členy vyjadrujúce silu pravidiel. Spojením týchto dvoch tabuliek dostaneme štyri „control output“ pravidlá:

- CO pravidlo 1: $\alpha_{MM} \wedge \mu_{C_{MM}}(z) = \min(\alpha_{MM}, \mu_{C_{MM}}(z))$
- CO pravidlo 2: $\alpha_{MS} \wedge \mu_{C_{MS}}(z) = \min(\alpha_{MS}, \mu_{C_{MS}}(z))$
- CO pravidlo 3: $\alpha_{SM} \wedge \mu_{C_{SM}}(z) = \min(\alpha_{SM}, \mu_{C_{SM}}(z))$
- CO pravidlo 4: $\alpha_{SS} \wedge \mu_{C_{SS}}(z) = \min(\alpha_{SS}, \mu_{C_{SS}}(z))$

Výstup z týchto štyroch pravidiel môžeme spojiť (aggregate) do jedného kontrolného výstupu s membership funkciou $\mu_{agg}(z)$. Predpis tejto membership funkcie potom bude:

$$\mu_{agg}(z) = (\alpha_{MM} \wedge \mu_{C_{MM}}(z)) \vee (\alpha_{MS} \wedge \mu_{C_{SM}}(z)) \vee (\alpha_{SM} \wedge \mu_{C_{SM}}(z)) \vee (\alpha_{SS} \wedge \mu_{C_{SS}}(z))$$
$$= \max\{(\alpha_{MM} \wedge \mu_{C_{MM}}(z)), (\alpha_{MS} \wedge \mu_{C_{SM}}(z)), (\alpha_{SM} \wedge \mu_{C_{SM}}(z)), (\alpha_{SS} \wedge \mu_{C_{SS}}(z))\}. [2]$$

Pre lepšie pochopenie tohto postupu si ukážeme ako vytvoríme $\mu_{agg}(z)$ v príklade 5.1 za predpokladu, že *v = 40* a *u = 25* (čiže uvažujeme, že ročný príjem je \$40.000 a celkový majetok je \$250.000). Dosadením do vzorcov z príkladu dostávame nasledujúce membership funkcie:

$$\mu_M(40) = \frac{1}{3}, \quad \mu_S(40) = \frac{2}{3}, \quad \mu_M(25) = \frac{5}{6}, \quad \mu_S(25) = \frac{1}{6}.$$

A po dosadení do rozhodovacej tabuľky dostávame:

	$\mu_M(25) = 5/6$	$\mu_S(25) = 1/6$	0
$\mu_M(40) = \frac{1}{3}$	$\mu_M(z)$	$\mu_M(z)$	0
$\mu_S(40) = \frac{2}{3}$	$\mu_M(z)$	$\mu_S(z)$	0
0	0	0	0

Tabuľka 5.4 [2]

V ďalšom kroku vyrátame jednotlivé α a dosadíme ich do „control output“ pravidiel:

$$\alpha_{MM} = \mu_M(40) \wedge \mu_M(25) = \min\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{3},$$

$$\alpha_{MS} = \mu_M(40) \wedge \mu_S(25) = \min\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6},$$

$$\alpha_{SM} = \mu_S(40) \wedge \mu_M(25) = \min\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right) = \frac{2}{3},$$

$$\alpha_{SS} = \mu_S(40) \wedge \mu_S(25) = \min\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}\right). = \frac{1}{6}.$$

CO pravidlo 1: $\alpha_{MM} \wedge \mu_{C_{MM}}(z) = \min\left(\frac{1}{3}, \mu_M(z)\right)$

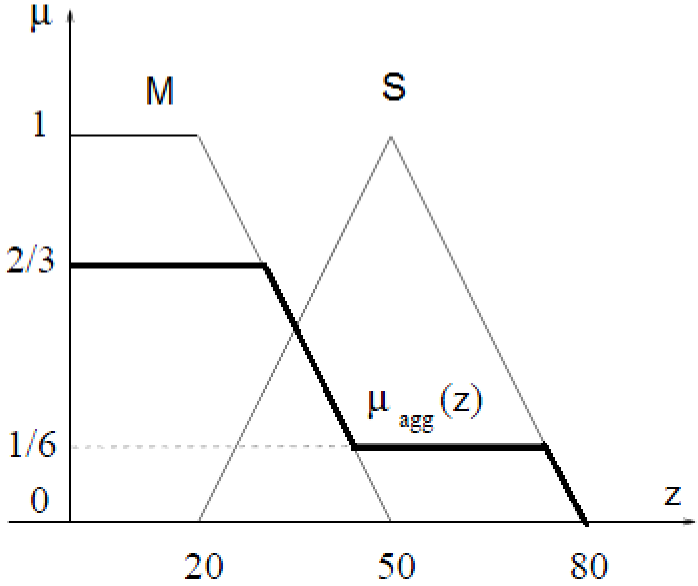
CO pravidlo 2: $\alpha_{MS} \wedge \mu_{C_{MS}}(z) = \min\left(\frac{1}{6}, \mu_M(z)\right)$

CO pravidlo 3: $\alpha_{SM} \wedge \mu_{C_{SM}}(z) = \min\left(\frac{2}{3}, \mu_M(z)\right)$

CO pravidlo 4: $\alpha_{SS} \wedge \mu_{C_{SS}}(z) = \min\left(\frac{1}{6}, \mu_S(z)\right)$ [2]

V poslednom kroku spojíme tieto štyri control output pravidlá a pomocou nich dostaneme membership funkciu $\mu_{agg}(z)$. Pri spájaní týchto pravidiel si môžeme všimnúť, že CO pravidlo 3 bude nadobúdať väčšie alebo rovné hodnoty ako pravidlá CO 1 a CO 2 pre všetky z. A teda stačí do spojenej membership funkcie použiť control output pravidlo 3 a 4. Takže dostaneme membership funkciu:

$\mu_{agg}(z) = \max\left\{\min\left(\frac{2}{3}, \mu_M(z)\right), \min\left(\frac{1}{6}, \mu_S(z)\right)\right\}$. graficky znázornenú na grafe:



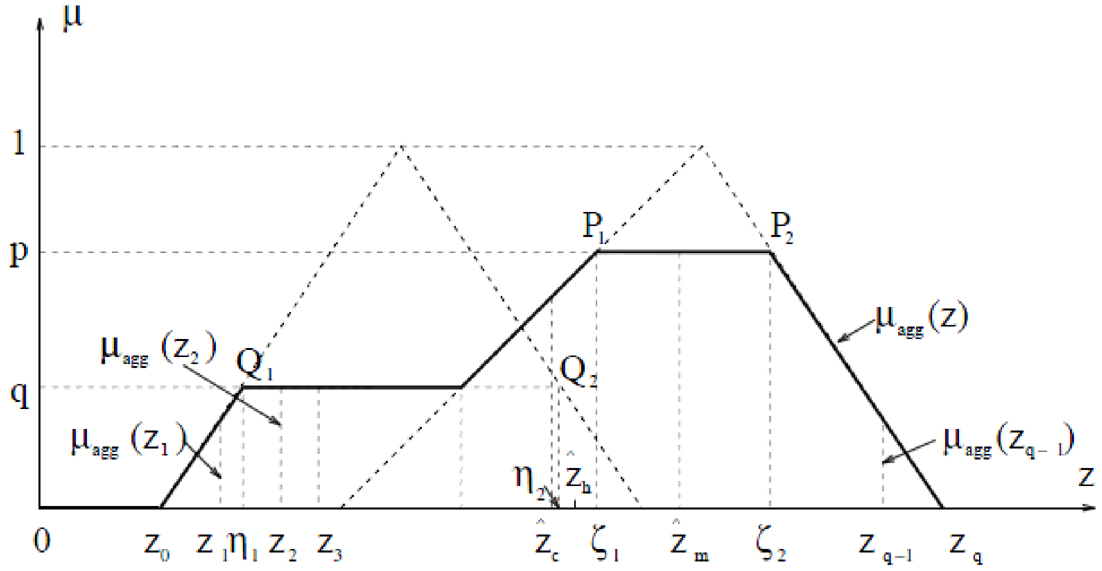
Graf 5.5 [2]

5.4 Defuzzifikácia

Defuzzifikácia alebo zjednodušene povedané dekódovanie výstupov je operácia, ktorá vytvára nie-fuzzy výstup $\hat{z}$, ktorý adekvátne reprezentuje membership funkciu $\mu_{agg}(z)$. Na vytváranie týchto výstupov neexistuje jedna univerzálna metóda. V tejto časti si predstavíme tri metódy defuzzifikácie.

Center of area method (CAM) [2]

Predpokladajme, že sme dostali výstupovú membership funkciu $\mu_{agg}(z),\ z \in \lfloor z_0, z_q \rfloor$, zobrazenú na grafe 5.6. Rozdeľme interval $[z_0,z_q]$ na q častí. Potom



Graf 5.6 [2]

pre hodnotu $\hat{z}_{CAM}$ platí: $\hat{z}_{CAM} = \dfrac{\sum_{i=1}^{q-1} z_k \mu_{agg}(z_k)}{\sum_{i=1}^{q-1} \mu_{agg}(z_k)}$. Táto metóda defuzzifikácie patrí medzi najrozšírenejšie, ale jej výpočet môže byť v niektorých prípadoch príliš náročný.

Mean of maximum method (MMM) [2]

Opäť uvažujme membership funkciu $\mu_{agg}(z)$ z grafu 5.6. V tejto metóde budeme skúmať len tie časti membership funkcie, kde je táto funkcia konštantná. Z grafu vidíme, že membership funkcia je konštantná na dvoch intervaloch. Na prvom intervale dosahuje membership funkcia hodnotu *q* a na druhom intervale dosahuje hodnotu *p*. A platí: *q* < *p*. Preto budeme v tejto metóde pracovať s intervalom $[\zeta_1, \zeta_2]$. Pomocou tohto intervalu dostaneme $\hat{z}_{MMM}$ ako stred tohto intervalu: $\hat{z}_{MMM} = \dfrac{\zeta_2 + \zeta_2}{2}$.

Táto metóda je veľmi jednoduchá na konštrukciu, ale nedosahuje veľmi presné výsledky.

Height defuzzification method (HDM) [2]

Táto metóda, na rozdiel od metódy mean of maximum nepozerá iba na jeden interval, v ktorom je membership funkcia konštantná a zároveň najväčšia, ale na výpočet $\hat{z}$ používa všetky intervaly, na ktorých je výstupová membership funkcia konštantná. V prípade membership funkcie z grafu 5.6 by výpočet $\hat{z}_{HDM}$ vyzeral nasledovne:

$$\hat{z}_{HDM} = \frac{p\frac{\zeta_1+\zeta_2}{2}+q\frac{\eta_1+\eta_2}{2}}{p+q} = w_1\frac{\zeta_1+\zeta_2}{2}+w_2\frac{\eta_1+\eta_2}{2},$$

kde $w_1 = \frac{p}{p+q}$, $w_2 = \frac{q}{p+q}$. Táto metóda je zjednodušená verzia metódy CAM a zároveň zovšeobecnená verzia metódy MMM.

Z týchto troch metód dosahuje najpresnejšie výsledky metóda CAM a v prípadoch, keď máme k dispozícii dostatočnú výpočtovú kapacitu, nie je používanie zvyšných dvoch metód doporučené.

Kapitola 6

Aplikácia Fuzzy Logic Control v programe MATLAB

Cieľom tejto kapitoly je opísať implementáciu Fuzzy Logic Control pomocou matematického softwaru MATLAB 7.9.0 (r2009b).

6.1 Fuzzy Logic Toolbox

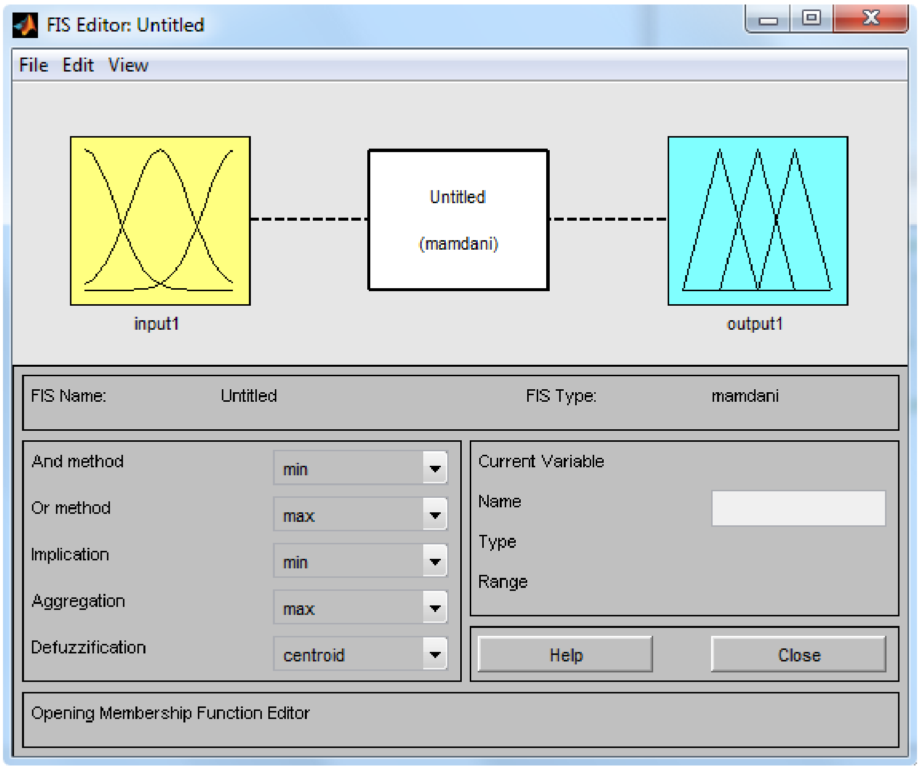
Jednotlivé časti Fuzzy Logic Control, tak ako sú zobrazené na diagrame 5.1, sú priamo vstavané v programe MATLAB prostredníctvom nástrojovej sady Fuzzy Logic Toolbox a teda ich nie je potrebné individuálne programovať.

Fuzzy Logic Toolbox spustíme zadaním príkazu „fuzzy" do príkazového okna. Tým sa nám spustí Fuzzy Inference Systems (FIS), obrázok 6.1.

Pomocou FIS následne vytvoríme membership funkcie pre vstupy, IF-THEN pravidlá, membership funkcie výstupu a metódu defuzzifikácie.

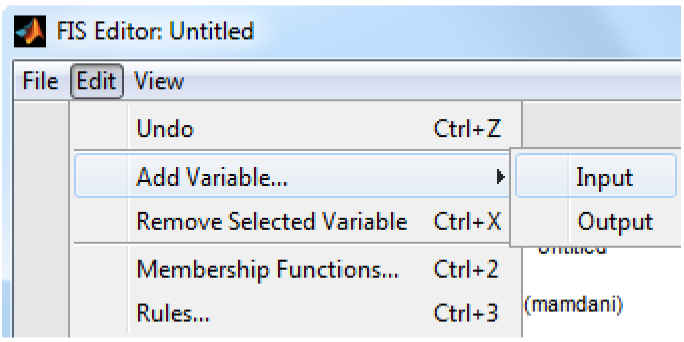
6.1.1 Membership funkcie pre input a output

Uvažujme príklad 5.1, v ktorom sme mali za cieľ určiť mieru tolerancie rizika (TR) klientov finančnej spoločnosti. Toleranciu rizika budeme predpovedať pomocou dvoch premenných: ročný príjem (RP), celkový majetok (CM). Takže pomocou FIS vytvoríme membership funkcie pre dva vstupy.



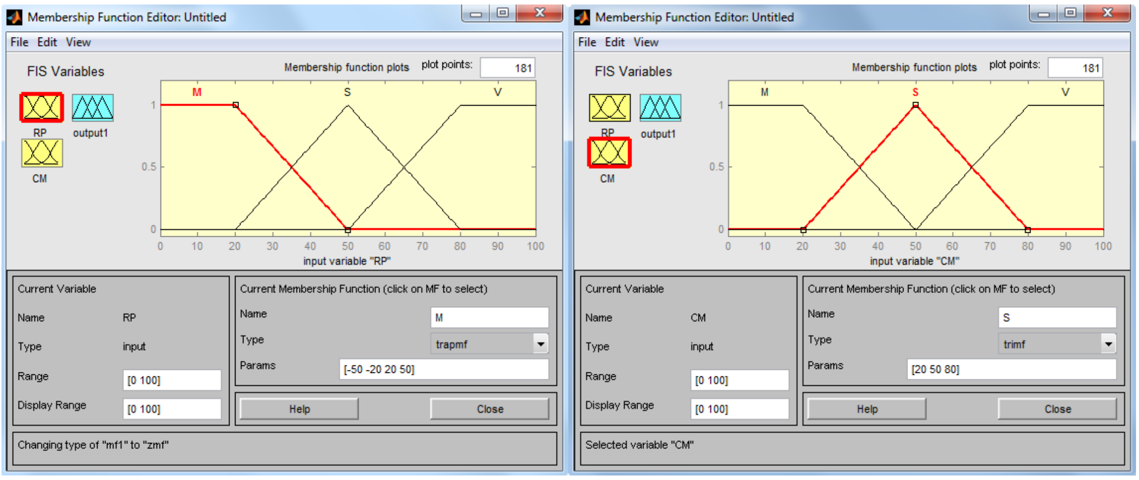
Obr 6.1[7]

FIS editor je po otvorení nastavený na najjednoduchší model s jedným vstupom a jedným výstupom. Preto pridáme druhý vstup, obrázok 6.2. Pred tým si môžeme na obrázku 6.1 všimnúť rôzne možnosti nastavenia v spodnej časti FIS editora. Tu si vieme nastaviť metódu, ktorou bude prebiehať defuzzifikácia. Prednastavená je najčastejšie používaná metóda z názvom „centroid.“ V MATLABe je týmto názvom označovaná mierne upravená metóda „Center of area.“



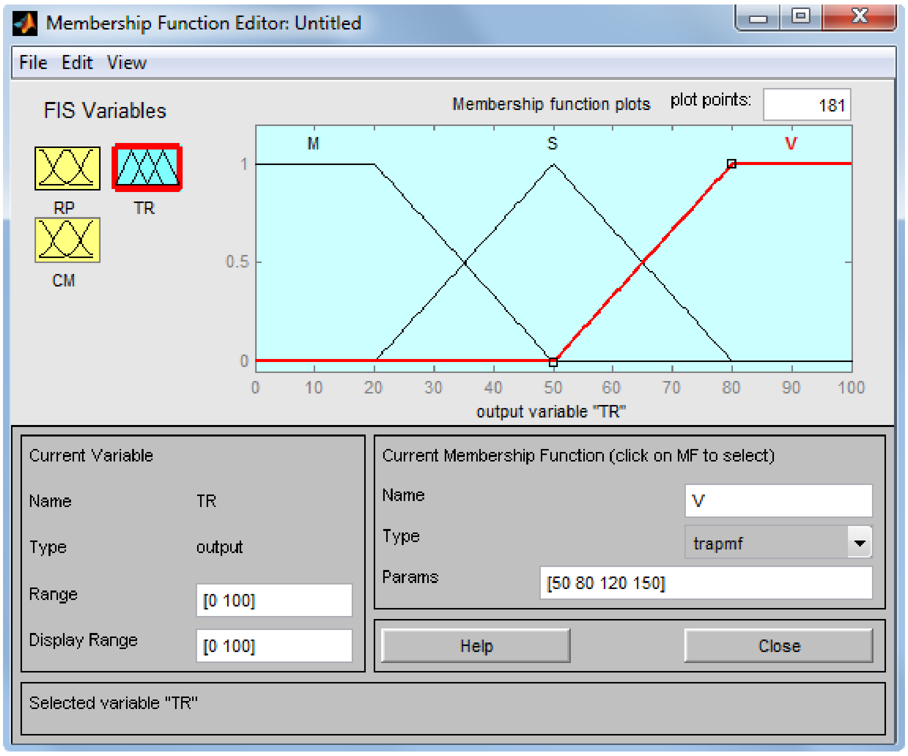
Obr. 6.2

V ďalšom kroku otvoríme editor membership funkcií (Ctrl+2) a podľa grafov 5.1 a 5.2 vytvoríme membership funkcie $\mu_M(.)$, $\mu_S(.)$, $\mu_V(.)$ pre ročný príjem a celkový majetok, obr. 6.3.



Obr 6.3

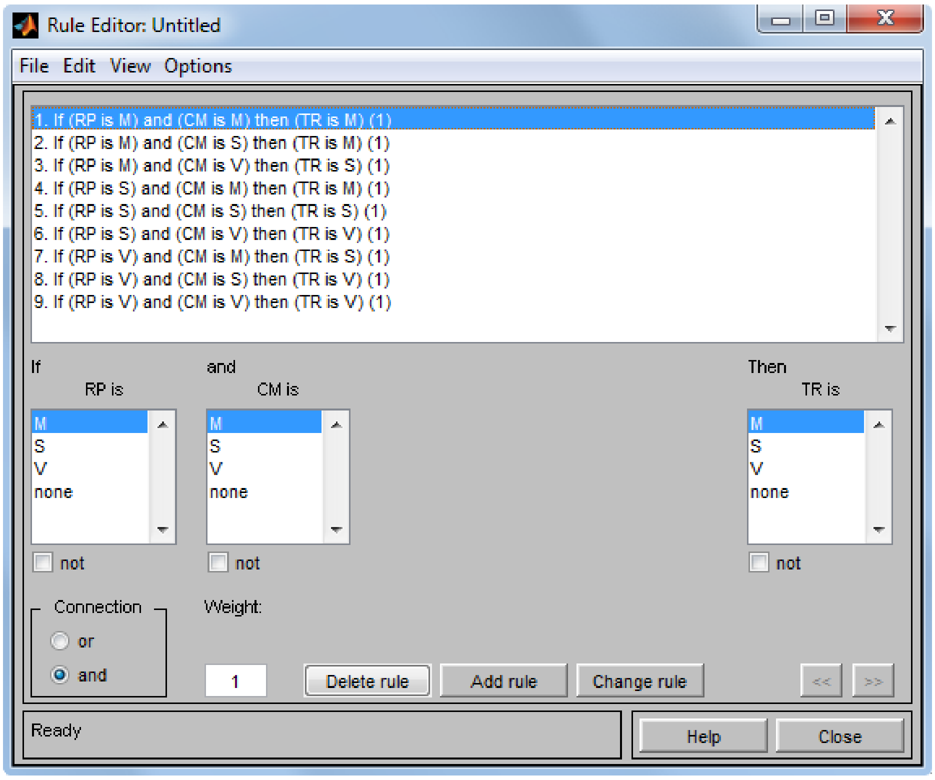
Následne vytvoríme membership funkcie pre náš výstup „Tolerancia rizika“, obr 6.4.



Obr 6.4

6.1.2 IF-THEN pravidlá a tvorba výstupu

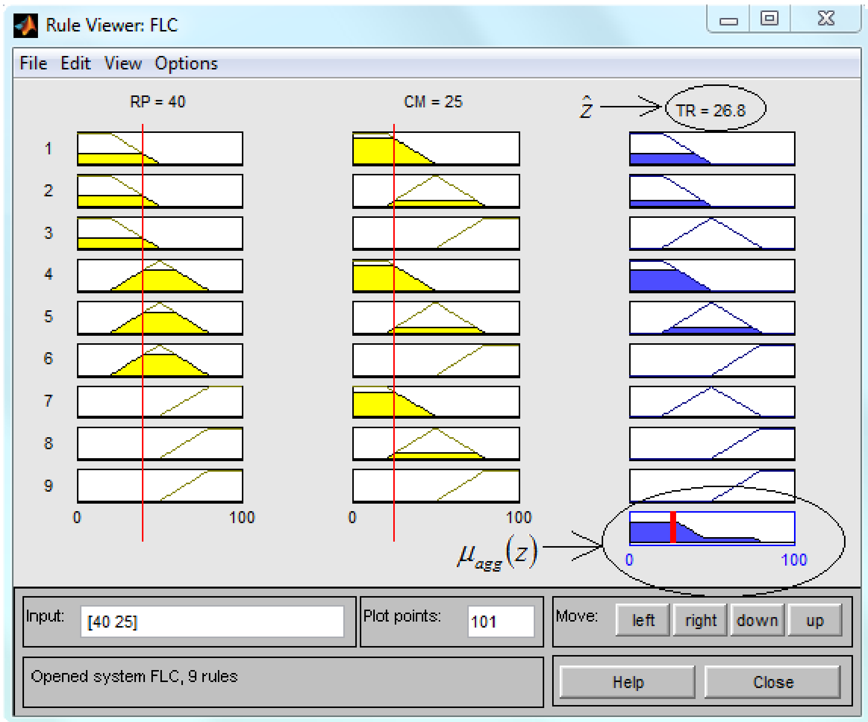
Po zadefinovaní všetkých potrebných membership funkcií môžeme začať s tvorbou IF-THEN pravidiel. V našom konkrétnom príklade máme dokopy 9 pravidiel schematicky znázornených v tabuľke 5.1. Vo FIS vytvárame IF-THEN pravidlá pomocou funkcie Rule Editor (Ctrl+3).



Obr 6.5 Všimnime si, že v Rule Editore je možné vytvárať pravidlá aj s použitím operátorov *alebo* (OR) a *nie* (NOT).

Keď už máme vytvorené všetky membership funkcie vstupov aj výstupov, všetky potrebné IF-THEN pravidlá a nastavenú metódu defuzzifikácie, tak potom môžeme pristúpiť k spusteniu nášho Fuzzy Logic Control systému.

To, či máme tento systém správne nastavený, si môžeme skontrolovať na príklade z piatej kapitoly. Tam sme vypočítali výstupnú membership funkciu $\mu_{agg}(z)$ pre hodnoty $x = 40$ a $y = 25$, graf 5.5. Hodnoty pre x a y zadáme vo FIS editore cez Rule Viewer (Ctrl+5), obrázok 6.6. Keď porovnáme graf 5.5 a $\mu_{agg}(z)$ z obrázku 6.6 vidíme, že sme dostali tú istú membership funkciu. Na obrázku 6.6 zároveň vidíme, že Rule Viewer nám nielen vyhodnotí pravidlá a ukáže výslednú membership funkciu výstupu, ale podľa nastavenej metódy defuzzifikácie, obrázok 6.1, nám vypočíta výsledný výstup $\hat{z} = 26{,}8$. Veličina $\hat{z} = 26{,}8$ dosahuje v membership funkciách $\mu_M(.)$, $\mu_S(.)$, $\mu_V(.)$ hodnoty: $\mu_M(\hat{z}) = \dfrac{50-26{,}8}{30} = \dfrac{23{,}2}{30} = 0{,}77\overline{3}$, $\mu_S(\hat{z}) = 0{,}22\overline{6}$, $\mu_V(\hat{z}) = 0$.



Obr 6.6

Na základe týchto výsledkov by potom vedela finančná inštitúcia priradiť klienta s ročným príjmom $40.000 a celkovým majetkom $250.000 do kategórie s nízkou až stredne nízkou toleranciou rizika a podľa toho mu ponúknuť vhodný investičný produkt.

6.2 Použitie FLC na celú databázu klientov

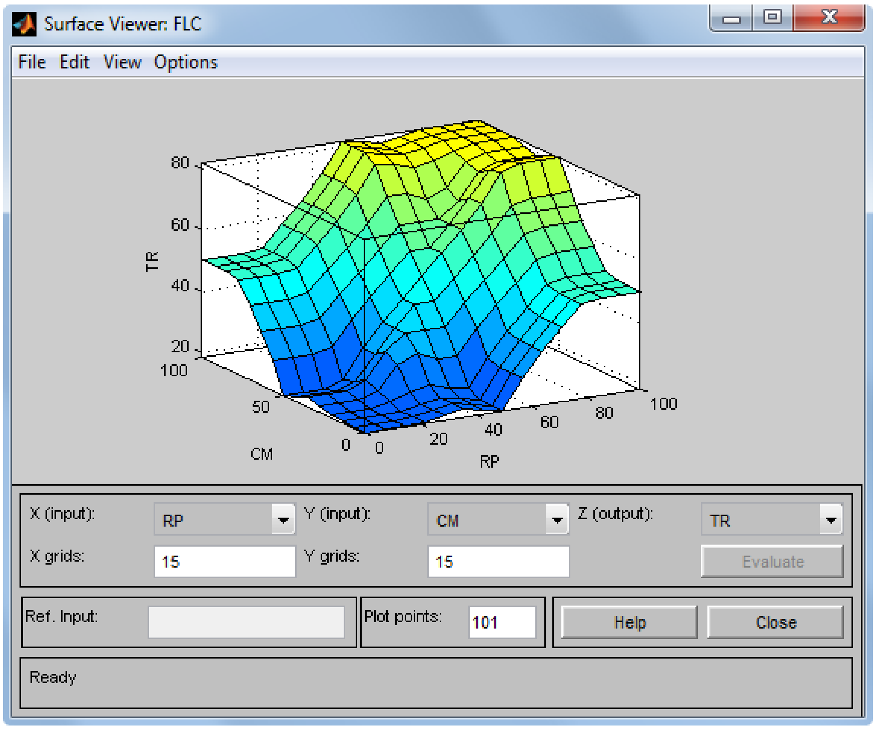
Overili sme si, že náš program fuzzy logic control funguje a môžeme ho aplikovať na celú databázu klientov danej finančnej inštitúcie.

Vzhľadom na to, že pomocou FIS Editora je možné vyhodnocovať fuzzy logic control pre dvojice premenných [RP; CM] iba jednotlivo, je vhodné použiť priamo prostredie MATLABu. Výsledný output dostaneme pomocou nasledujúcich krokov:

- V prvom kroku si načítame náš FIS program do workspace-u príkazom „*FLC = readfis('FLC.fis');*"
- V druhom kroku importujeme databázu klientov do dvoch vektorov RP a CM. Tak aby platilo, že hodnota RP_i a CM_i predstavujú ročný príjem v tisícoch a celkový majetok v desaťtisícoch *i*-teho klienta.

- A nakoniec v treťom kroku vytvoríme výstupovú premennú TR pomocou príkazu: „*TR = evalfis([RP CM], FLC);*“.

Množinu všetkých hodnôt, ktoré môžu jednotlivé členy vektora TR nadobúdať si vieme graficky zobraziť pomocou Surface Viewer-u vo FIS, obrázok 6.7.



Obr. 6.7 Surface Viewer (Ctrl+6)

Spojením postupu vysvetleného v kapitole 5 a jednotlivých krokov programovania FLC v MATLABe vysvetlených v tejto kapitole dostávame jednoduchý návod ako aplikovať fuzzy logiku na mnoho rôznych finančných problémov.

Stačí pridať požadovaný počet vstupných a výstupných premenných, obrázok 6.2, a podľa nich upraviť formu a počet IF-THEN pravidiel.

Záver

V tejto diplomovej práci sme hľadali možnosti ako využiť fuzzy logiku vo financiách. Základnou prednosťou fuzzy logiky je schopnosť matematicky vyjadriť informácie vyjadrené slovne. Vďaka tomu sa fuzzy logika ukazuje byť veľmi dobrým nástrojom na prácu s behaviorálnymi dátami.

Behaviorálne financie berú do úvahy ľudský faktor pri tvorbe finančných rozhodnutí. Z toho dôvodu behaviorálne financie často používajú lingvistické dáta a preto je na ich popísanie vhodné použiť metódy založené na fuzzy logike. Dokonca sa ukazuje, že niektoré postupy z behaviorálnych financií sú priamo zakomponované vo fuzzy metódach.

Behaviorálne financie, ale nie sú jedinou oblasťou financií, kde sa dá využiť fuzzy logika. Fuzzy Logic Control metódu, popísanú v tejto práci, je možné aplikovať na rôzne problémy vo financiách. My sme si ukázali jej použitie pri snahe zistiť, akú toleranciu rizika majú klienti na základe ich ročného príjmu a celkového majetku. V tejto práci sme vytvorili návod ako naprogramovať Fuzzy Logic Control model v matematickom softwari MATLAB a následne sme ukázali ako ho aplikovať na náš príklad odhadovania tolerancie rizika. Pomocou tohto postupu je možné modelovať množstvo problémov, ktorým môžeme čeliť na finančných trhoch, stačí pridať požadovaný počet vstupných a výstupných premenných a vytvoriť k nim potrebné IF-THEN pravidlá.

V tejto práci sme ukázali, že aj napriek tomu, že sa fuzzy logika v súčasnosti využíva najmä v technických smeroch, má využitie aj v oblasti financií. Našli sme výraznú spojitosť medzi metódami fuzzy logiky a behaviorálnymi financiami. V práci sme poukázali na fakt, že heuristiky reprezentatívnosti a ukotvenia sú priamo zakomponované vo fuzzy zhlukovej metóde a pri práci s behaviorálnymi dátami, kde môžeme predpokladať použitie týchto heuristík, sa javí využitie fuzzy metód ako vhodný postup na dosiahnutie želaných výsledkov.

Táto práca môže zároveň slúžiť aj ako podnet na ďalší výskum v oblasti použitia fuzzy logiky vo financiách. Najmä v prípadoch, v ktorých je potrebné počítať s vplyvom človeka a výskytom lingvistických premenných.

Literatúra

[1] Guanrong Chen, Trung Tat Pham: Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic and Fuzzy Control Systems
ISBN 0-8493-1658-8

[2] George Bojadziev, Maria Bojadziev: FUZZY LOGIC FOR BUSINESS, FINANCE, AND MANAGEMENT,
ISBN-13 978-981-270-649-2

[3] Kwang H. Lee: First Course on Fuzzy Theory and Applications,
ISBN 3-540-22988-4

[4] Daniel Kahneman, Amos Tversky: Prospect theory: An analysis of Decision under Risk. Econometrica, Vol 47, 1979, No.2, s. 263 - 292

[5] H. Kent Baker, John R Nofsinger: Behavioral finance: investors, corporations, and markets
ISBN 978-0-470-49911-5

[6] Jay R. Ritter: Behavioral Finance. Pacific-Basin Finance Journal Vol. 11, No. 4, 2003, s.429-437

[7] [online] [10.4.2012]
Dostupné z :<http://www.mathworks.com/help/toolbox/fuzzy/fp754.html/>

[8] [online] [10.4.2012]
Dostupné z :<http://en.wikipedia.org/wiki/Prospect_theory>

[9] [online] [10.4.2012]
Dostupné z :<http://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_logic>

[10] [online] [10.4.2012]
Dostupné z :<http://en.wikipedia.org/wiki/Behavioral_finance>