

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



MAKROEKONÓMIA HETEROGÉNNYCH
SUBJEKTOV

Diplomová práca

Bratislava 2013

Bc. Barbora Mlynarčíková

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



MAKROEKONÓMIA HETEROGÉNNYCH SUBJEKTOV

Diplomová práca

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika

Študijný odbor: 9.1.9 Aplikovaná matematika, 1114

Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: Doc. RNDr. Ján Boďa, CSc.

Bratislava 2013

Barbora Mlynarčíková



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Barbora Mlynarčíková
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Makroekonómia heterogénnych subjektov

Cieľ: Ekonomické subjekty sú navzájom poprepájané. Cieľom práce je analyzovať agregované správanie sa sietí takto poprepájaných subjektov.

Vedúci: doc. RNDr. Ján Boďa, CSc.

Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.

Dátum zadania: 25.01.2012

Dátum schválenia: 26.01.2012

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracovala samostatne za pomoci konzultácií a uvedených bibliografických odkazov.

Bratislava 2013

.....

Mlynarčíková Barbora

Podakovanie

Ďakujem svojmu vedúcemu diplomovej práce Doc. RNDr. Jánovi Boďovi, CSc. za odborné vedenie, praktické rady a pripomienky, trpezlivosť a poskytnutú literatúru.

Abstrakt

MLYNARČÍKOVÁ, Barbora: Makroekonómia heterogénnych subjektov [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Doc. RNDr. Ján Boďa, CSc., Bratislava, 2013, 64 s.

V práci sa venujeme vytváraniu vlastného modelu veľmi zjednodušenej ekonomiky, ktorá pozostáva z dvoch druhov heterogénnych firiem. Na jednej strane uvažujeme firmy, ktoré vyrábajú rovnaký, homogénny produkt. Na druhej strane musia v ekonomike existovať investičné firmy, ktoré budú poskytovať týmto firmám investície v podobe strojov (kapitálu), ktorými sa tento homogénny produkt vyrába. V modeli ne-uvažujeme pôžičky, preto firmy musia svoju výrobu prispôbovať ziskom. Po vytvorení konečného modelu opisujeme na základe simulácií daný priebeh ekonomiky a sledujeme zmeny v ekonomike pri zmene jednej premennej.

Kľúčové slová: firma, investičná firma, homogénny produkt, stroje, práca, kapitál, dopyt, produkčná funkcia, zisk

Abstrakt

MLYNARČÍKOVÁ, Barbora: Macroeconomics of heterogeneous subjects [Master thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; supervisor: Doc. RNDr. Ján Boďa, CSc., Bratislava, 2013, 64 s.

The thesis is devoted to creating a custom model of a significantly simplified economy which consists of two heterogeneous types of firms. On one hand, we consider firms producing the same homogeneous product. On the other hand, in the economy there must exist investment companies that provide the mentioned firms with investments in the form of machines (capital) by which the homogeneous goods are produced. In the model we don't consider loans therefore the companies have to adapt their production to profits. After creating the final model, we describe the course of the economy based on simulations and we monitor changes in the economy after altering a specific variable.

Keywords: firm, investment firm, homogeneous product, machine, labor, capital, demand, production function, profit

Obsah

Úvod	10
1 Úvod do modelov	11
1.1 Macroeconomics from the bottom - up. Model BAM	12
1.1.1 Prostredie	12
1.1.2 Postupnosť udalostí	14
1.1.3 Trh práce	15
1.1.4 Trh s pôžičkami	16
1.1.5 Trh tovarov	17
1.1.6 Bankrot. Odchod firiem z trhu. Vstup nových firiem na trh	20
1.1.7 R&D a produktivita	21
1.1.8 Výsledky simulácií BAM modelu	22
2 Tvorba modelu	26
2.1 Firmy s homogénnym produktom	26
2.1.1 Inflácia	27
2.1.2 Výpočet očakávaného dopytu	29
2.1.3 Práca a kapitál	30
2.1.4 Zisk firiem a úspory	33
2.2 Investičné firmy	35
2.3 Produkčná funkcia	38
2.4 Zhrnutie modelu	39
3 Výsledky simulácií a štatistiky	40
3.1 Simulácie	40
3.2 Štatistiky	46
4 Rozšírenie modelu	52
Záver	54
Literatúra	55

Zoznam obrázkov

1	Zmena ceny produktu a množstvo produkcie	19
2	Vzniknuté makroekonomické javy BAM modelu	23
3	Vzniknuté makroekonomické javy BAM modelu	24
4	Vzniknuté makroekonomické javy „Growth+“ modelu	24
5	Vzniknuté makroekonomické javy „Growth+“ modelu	25
6	Graf celkového očak. dopytu, produkcie, priemernej ceny a ceny kapitálu	41
7	Graf 1 celkového očak. dopytu, produkcie, priemernej ceny a ceny kapitálu	42
8	Inflácia, minimálna mzda a pomer produktivity práce voči priemernému platu investičných firiem	42
9	Graf (rastúca produktivita) celkového očak. dopytu, produkcie, priemer- nej ceny a ceny kapitálu	43
10	Graf (rastúca produktivita) celkového očak. dopytu, produkcie, priemer- nej ceny a ceny kapitálu	44
11	Inflácia, minimálna mzda a pomer produktivity práce voči priemernému platu investičných firiem (rastúca produktivita)	44
12	Histogram produkcie firiem	45
13	Histogram produkcie investičných firiem	45
14	Histogram ziskov firiem	46
15	Histogram ziskov investičných firiem	46
16	Vplyv amortizácie na zisk investičných firiem	47
17	Boxplot ziskov investičných firiem	48
18	Vplyv amortizácie na zisk firiem	49
19	Boxplot ziskov firiem	49
20	Boxplot očakávaného dopytu	50

Úvod

V našej práci sa budeme venovať ekonomickým subjektom. Konkrétne dvom druhom firmám a zamestnancom týchto firmám, ktorí sú zároveň aj spotrebiteľia. Cieľom práce je vytvoriť taký model ekonomiky, ktorý sa bude podobáť realite, a skúmať v tejto virtuálnej ekonomike vzťahy medzi spomenutými ekonomickými subjektami. Tieto vzťahy sa nazývajú siete ekonomických subjektov. Firma nemôže mať zisk z predaja produktu, ak nemá čím vyrábať tento produkt. To je príklad jedného vzťahu v našej ekonomike. Veľkosť produkcie firmy závisí od druhej firmy, ktorá jej dodáva stroje. Ďalším vzťahom je vzťah spotrebiteľ - firma. Ak by firma nezamestnávala ľudí, tak tí by si nemohli dovoliť nakupovať produkty. Samozrejme, platia vzťahy aj opačným smerom. Ak by firma nezamestnávala ľudí, tak nevyrába nič a nemá zisk. Všetky existujúce vzťahy nášho modelu sú preberané v tretej kapitole práce.

Prvá kapitola práce je venovaná štúdiu modelu, ktorý nás inšpiroval pri tvorbe nášho modelu. Vybrali sme z neho tie časti, ktoré sa nám zdali byť vhodné a správne, niektoré sme však vynechali zámerne s cieľom ukázať ako bude fungovať iný model. Tento model zachytáva širšiu ekonomiku ako je ekonomika nášho modelu. My neuvažujeme banky ani pôžičky. V prvej kapitole je v krátkosti spomenutý aj model, ktorý sme vytvorili ešte pred naštudovaním si literatúry. Konečný model vznikol aj na základe tohto prvotného modelu.

Ďalšia kapitola je venovaná nášmu modelu. Firmy rozdelíme na dva druhy, firmy, ktoré vyrábajú homogénny produkt pre spotrebiteľov, a investičné firmy, ktoré dodávajú firmám stroje na výrobu tohto produktu. Popisujeme v nej sled udalostí jednotlivých firmám. Ukážeme si hornú hranicu dodatočných investícií, ktorú môžu firmy vložiť na výrobu strojov, ktorá závisí od ziskov a úspor. Táto hranica nemusí spĺňať očakávané, resp. požadované množstvo dodatočných investícií. Na všetky úspory či zisky vplyva inflácia. Infláciu rátame pomocou indexu cien výrobcov (PPI). V závere kapitoly je uvedená produkčná funkcia, podľa ktorej sa riadia oba druhy firmám, rozdiel však bude v produktivite práce.

Tretia kapitola je venovaná simuláciám a výstupom z nášho modelu. Vybrali sme si dve simulácie, na ktorých sa snažíme interpretovať ekonomické cykly a výkyvy. Vybrali sme si prípad recesie a obdobie náhleho prudkého pádu ekonomiky, ktoré je v súčasnej „pokrízovej dobe“ veľmi často spomínané. Koniec tejto kapitoly sme venovali vyhodnocovaniu štatistík. Dáta sme čerpali z našich simulácií. Zafixovali sme jednu premennú a skúmali aký vplyv má na iné premenné. Jednou z premenných, ktorých vplyv sme pozorovali, je doba amortizácie. Porovnávali sme aj dva spôsoby počítania očakávaného dopytu.

Posledná, krátka kapitola nám ukazuje možné rozšírenia modelu. V našom modeli nie sú zachytené napríklad odvody či dane, ktoré v reálnej ekonomike musíme platiť.

1 Úvod do modelov

Model, ktorý budeme podrobnejšie opisovať v druhej časti diplomovej práce, a ktorý tvorí podstatu tejto práce, vznikol spojením dvoch modelov. Jeden model sme zostavili sami, neskôr sme však usúdili, že nie je dostačujúci a má nedostatky. Druhý model je popísaný v práci *Macroeconomics from the bottom - up* (neskôr iba BAM), ktorú napísali Domenico Delli Gatti, Saul Desiderio, Edoardo Gaffeo, Pasquale Cirillo a Mauro Gallegati.

Najprv si v krátkosti popíšeme prvý model. V modeli vystupovali firmy, banky a zákazníci. t predstavuje časové obdobie, i hovorí o i - tej firme. Firma si vždy na začiatku obdobia určila svoj očakávaný dopyt de_{t+1}^i na základe predošlých dopytov, ku ktorým sa pripočítala tzv. náhoda. Náhoda v tomto modeli predstavuje akýsi odhad firmy na budúci vývoj v ekonomike či vo firme. Ak sme mali posledných pár období veľký dopyt, predali sme všetko, čo sme vyrobili, ale vieme, že sa v ďalšom období predpokladá zlá ekonomická situácia, nedostatok peňazí v domácnostiach, tak od váženého priemeru predošlých dopytov odčítame túto „negatívnu predtuchu.“ Naopak, ak očakávame, že sa v ďalšom období bude dariť ekonomike, že naša firma bude úspešnejšia v konkurenčnom boji, napr. pre novú technológiu, tak naše očakávania nebudú založené iba na minulých dopytoch, ktoré mohli byť zlé, a teda aj očakávaný dopyt by bol nízky, ale ich navýšime o náš pozitívny odhad situácie v budúcnosti. Očakávaný dopyt má teda tvar:

$$de_{t+1}^i = \alpha_1 d_t^i + \alpha_2 d_{t-1}^i + \alpha_3 d_{t-2}^i + \phi(0, \sigma^2),$$

kde $\phi(0, \sigma^2)$ je normálne rozdelená náhodná premenná so strednou hodnotou 0 a disperziou σ^2 , a predstavuje naše očakávanie v ekonomike či firme. Očakávaný dopyt sme najčastejšie merali váženým priemerom troch minulých dopytov, kde najväčšiu váhu α_j mal minulý dopyt, menšiu váhu predminulý atď. Za disperziu sme najčastejšie volili desatinu predošlého dopytu.

Keď mala každá firma k dispozícii informáciu o tom, aký dopyt očakáva v budúcom období, tak musela zistiť, či je schopná toľko aj vyrobiť pri svojom súčasnom stave kapitálu K a práce L (počet pracovníkov). Ak nie, tak prijala resp. prepustila zamestnancov a navýšila resp. znížila svoj kapitál. Firmy sme delili na prajné a neprajné. Firma vyplácala svojim zamestnancom fixný plat W , ktorý predstavoval určitú časť z produkcie P . Teda

$$W_t^i = wP_t^i,$$

kde $w \in (0, 1)$ je mzdový kvocient. Ak je mzdový kvocient veľký, tak ide o firmu prajnú, v opačnom prípade ide o neprajnú firmu.

Zatiaľ sme spomínali iba očakávaný dopyt. Firmy však zaujíma skutočný dopyt. Do celkového reálneho dopytu v budúcom čase zahrnieme mzdy všetkých pracovníkov, ktoré im boli vyplatené v čase t , pretože predpokladáme, že za svoje platy si v budúcom

čase nakúpia statky z iných firiem, poprípade i svojej firmy. Podobná úvaha platí aj o ziskoch firiem v čase t . Firma za svoje zisky buď nakúpi nové stroje, alebo z nich vyplatí majiteľov vo forme dividend. Majitelia svoje platy minú na nákupy výrobkov firiem v nasledujúcom čase. Nesmieme zabudnúť na investície, ktoré tiež navyšujú reálny dopyt. Matematický zápis reálneho dopytu všetkých firiem je

$$D_{t+1} = W_t + \pi_t + I_{t+1}.$$

Pri vypočítavaní zisku si každá firma porovná svoju produkciu s reálnym dopytom. Na základe toho sa zisk firmy člení na:

$$\pi_{t+1}^i = \begin{cases} D_{t+1}^i - W_t^i & \text{ak } P_t^i > D_{t+1}^i \\ P_t^i - W_t^i & \text{inak.} \end{cases}$$

Toto bol malý opis nášho prvého modelu. Jeho nevýhody boli najmä v tom, že neexistovala cena výrobku, nebolo jasné v akých jednotkách je kapitál, v akých práca, a pod. Napriek tomu sme niečo v našom finálnom modeli použili aj z tohto modelu, bude to spomenuté neskôr.

1.1 Macroeconomics from the bottom - up. Model BAM

Základnými zložkami BAM modelu sú: agenti, trhy a obchodné procesy. Dôležitým procesom je proces prieskumu: domácnosti sledujú ponuku práce na trhu práce a spotrebný tovar na trhu tovarov, kým firmy sledujú úvery v bankách na trhu s pôžičkami. Tento prieskum je nákladný, preto domácnosti skúmajú iba podmnožinu firiem, ktoré ponúkajú prácu na trhu práce a podmnožinu firiem, ktoré ponúkajú spotrebný tovar na trhu tovarov. Podobne aj firmy sa nebudú zaujímať o pôžičku vo všetkých bankách, ale vyberú si náhodne iba niekoľko bánk.

V tomto modeli budeme spomínať aj bankrot bánk a firiem. Finančná situácia firiem a bánk hrá dôležitú úlohu na všetkých trhoch. Ak sa banka alebo firma dostane na kritický bod svojej finančnej situácie, teda napr. keď je čistý zisk záporný, tak dochádza k bankrotu. Bankrot bude teda určovať v BAM modeli, ktoré firmy či banky opustia našu virtuálnu ekonomiku. Paralelne s odchodom firmy príde na trh nová firma, čiže budeme mať konštantný počet firiem.

Model BAM by mal byť schopný kopírovať reálnu makroekonómiu, tiež by mal poukazovať na nepravidelné krátkodobé fluktuácie agregátnej produkcie, ktorá v súčasnosti charakterizuje reálny ekonomický svet. BAM sa snaží vytvoriť taký virtuálny svet, ktorý vie zachytiť všetky pravidlá agregátnej produkcie ako výsledok interakcií mnohých heterogénnych agentov.

1.1.1 Prostredie

K vybudovaniu modelu potrebujeme tri základné zložky:

1. Súbor agentov, ktorí budú súčasťou modelu. Agentov budeme priraďovať do vhodnej triedy resp. skupiny agentov na základe ich makroekonomickej funkcie.

2. Štruktúru každého agenta, ktorá pozostáva

- zo zoznamu stavových premenných, ktoré popisujú agenta v každej perióde.
- zo zoznamu možných akcií (úroveň riadiacich premenných), ktoré môže agent uskutočniť

Agenti patriaci do rovnakej skupiny majú podobnú štruktúru a rovnakú makroekonomickú funkciu. Rozlišujeme ich na základe jednej alebo viacerých špeciálnych mikroekonomických premenných.

3. Sieť interakcií, ktorá spája agentov vo vnútri skupiny, ale aj skupiny navzájom.

V tomto modeli rozlišujeme tri skupiny agentov, ktorí tvoria našu uzavretú ekonomiku:

- firmy, indexované $i = 1, \dots, I$;
- pracovníci/spotrebitelia, indexovaní $j = 1, \dots, J$;
- banky, indexované $k = 1, \dots, K$;

Každý agent je charakterizovaný stavovými premennými (produktivita, vlastný kapitál) a riadiacimi premennými (cena, množstvo). Agenti prijímajú rozhodnutia v diskretnom čase $t = 1, \dots, T$ na troch rôznych trhoch:

- trh s homogénnym, neskladovateľným spotrebným tovarom
- trh práce
- trh s pôžičkami

Agenti rozhodujú o procesoch na základe nedokonalaj/neúplnej informácie a na základe nedostatočných výpočtových schopností, preto budeme predpokladať, že akcie agentov nevznikajú ako dôsledok *optimalizácie*, ale sú vyberané adaptívne podľa pravidla palca.¹

Model BAM je založený na dvoch pilieroch. Za prvé, pravidlá individuálneho správania a trhových transakcií vznikli na základe štúdií správania sa domácností a podnikov. V modeli BAM sa opierali najmä o „Occam’s Razor“, čo je princíp šetrnosti, hospodárnosti. Spomedzi konkurenčných hypotéz má byť vybratá tá, ktorá má najmenej a najjednoduchšie predpoklady. Za druhé, nebudeme predpokladať centralizovaný mechanizmus riešenia, ale necháme agentov sa samostatne adaptívne vyvíjať.

¹Pravidlo palca je metóda so širokým uplatnením, ktorá nie je vždy striktné daná a nemusí byť spoľahlivá pre každú situáciu. Ide o ľahko naučiteľnú a jednoducho aplikovateľnú metódu napr. na približné výpočty alebo realizáciu rozhodnutí.

1.1.2 Postupnosť udalostí

Postupnosť udalostí je nasledovná:

1. Každá firma sa rozhodne koľko bude produkovať (a teda koľko ľudí potrebuje zamestnať) a určí cenu homogénneho výrobku podľa očakávaného dopytu. Očakávaný dopyt každej firmy sa mení adaptívne na základe predošlých skúseností (predošlého dopytu).
2. Otvorí sa trh práce. Firma zverejní počet voľných miest a ponúkanú mzdu, nezamestnaní sa budú uchádzať o prácu v konečnom počte M náhodne vybraných firiem. V prípade, že nezamestnaný nikdy predtým nepracoval, tak najprv osloví tú firmu, ktorá ponúka najvyšší plat. Ak bol v minulej perióde prepustený, tak sa uchádza o prácu najprv u svojho bývalého zamestnávateľa, a až potom si pozrie ponuku ďalších $M - 1$ firiem. Firmy potom musia vyplatiť svojich zamestnancov, aby sa mohla začať výroba. Pracovné zmluvy sa uzatvárajú na δ periód.
3. Ak nemá firma dostatok interných zdrojov (čistý zisk) na vyplatenie miezd, tak osloví konečný počet H náhodne vybraných bánk. Najprv osloví tú banku, ktorá ponúka najnižší úrok. Ak si už v minulosti firma brala úver z banky, tak najprv si pozrie aký úrok ponúka práve táto banka, a až potom ho porovná s úrokom ostatných $H - 1$ bánk. Banky následne zoradia firmy podľa ich finančnej solidnosti a poskytnú toľko úverov, koľko im ich úverové zdroje dovoľia. Úroky, ktoré banky poskytujú firmám sa vyrátajú navýšením exogénne danej základnej úrokovej miery (napr. úroková miera centrálnej banky). Ak po uzavretí trhu s pôžičkami firma nemá dostatok finančných zdrojov, interných ani externých, tak niektorí robotníci ostanú nezamestnaní alebo niektorí budú prepustení.
4. Výroba homogénneho statku trvá jednu časovú periódu bez ohľadu na rozsah výroby a veľkosť firmy.
5. Po dokončení výroby sa otvorí trh tovarov. Firmy zverejnia svoje ceny a zákazníci kontaktujú konečný počet náhodne vybraných firiem, začnú samozrejme tou, ktorá ponúka najnižšiu cenu. Ak firma skončí s prebytkom ponuky, tak nepredaný tovar neodloží do skladu za účelom predaja v budúcnosti, ale zlikviduje zásoby s nulovými nákladmi.
6. Firma si vypočíta hrubý zisk. Ak je dostatočne veľký, tak hneď vyplatí banke aj istinu aj úrok. Ak je čistý zisk pozitívny, tak sa vyplatia dividendy majiteľom firmy.
7. Ak je po vyplatení miezd, dividend a pôžičky zisk kladný, tak sa využije na navýšenie vlastného kapitálu firmy. Vlastný kapitál na konci periódy je vlastne suma

všetkých nahromadených ziskov z minulých období. Ak je vlastný kapitál bánk a firiem kladný, tak firmy a banky „prežijú“ do ďalšieho obdobia. Ak naopak, vlastný kapitál je záporný, tak firmy a banky zbankrotujú a opúšťajú trh.

8. Počet nových firiem resp. bánk, ktoré vstupujú na trh, je rovný počtu skrachovaných firiem resp. bánk. Ich veľkosť je ale pri vstupe menšia ako priemerná veľkosť už existujúcich agentov.

1.1.3 Trh práce

Na produkciu Y_{it} v čase t využíva i -ta firma jediný input, ktorým je práca L_{it} :

$$Y_{it} = \alpha_{it} L_{it}, \quad (1)$$

kde α_{it} predstavuje produktivitu práce i -tej firmy v čase t . Produktivitu práce môžeme brať ako parameter, vo všeobecnosti sa však produktivita práce mení v závislosti od technického pokroku.

Z rovnice (1) vyplýva, že v čase t je dopyt po práci i -tej firmy L_{it}^d vyjadrený ako počet pracovníkov, ktorých môže firma najat:

$$L_{it}^d = \frac{Y_{it}^d}{\alpha_{it}},$$

kde Y_{it}^d je plánovaná produkcia vypočítaná na základe očakávaného dopytu.

Na začiatku každého obdobia t zverejní každá firma počet voľných miest vo svojej firme a k nim prislúchajúce ponúkané mzdy. Aby si firma určila správny počet ponúkaných miest, tak si na začiatku obdobia pozrie aktuálnu pracovnú silu svojej firmy $L_{it}^0 = L_{it-1} - \hat{L}_{it-1}$, kde L_{it-1} reprezentujú pracovníci zamestnaní vo firme v čase $t - 1$, \hat{L}_{it-1} je počet pracovníkov, ktorým práve vypršala pracovná zmluva. Ak firma potrebuje zamestnať viac ľudí, teda aktuálna pracovná sila je menšia ako pracovná sila, ktorú firma potrebuje, aby bola schopná vyrobiť plánovanú produkciu, tak ponúkne $V_{it} = L_{it}^d - L_{it}^0$ voľných pracovných miest vo svojej firme. Teda dostávame, že i -ta firma v čase t ponúka V_{it} pracovných miest daných ako

$$V_{it} = \max(L_{it}^d - L_{it}^0, 0).$$

Zamestnanec, ktorý má aktívnu pracovnú zmluvu môže byť prepustený iba v tom prípade, že firma nemá dostatok (interných aj externých) finančných prostriedkov. Ďalej predpokladáme, že uchádzať o prácu sa môžu iba nezamestnaní.

Nezamestnaný pošle M aplikácií náhodne vybraným firmám. Ak jeho zmluva práve expirovala, tak sa najprv uchádza o prácu u svojho bývalého zamestnávateľa. Ak neuspeje, tak osloví ďalších $M - 1$ firiem podľa ponúkanej mzdy. Nezamestnaný je charakterizovaný na jednej strane lojalitou voči svojmu bývalému zamestnávateľovi a na druhej strane snahou poistiť sa proti nezamestnanosti tým, že sa zaujímajú o prácu u

viacerých zamestnávateľov. Samozrejme nemôžeme hovoriť o lojalite voči zamestnávateľovi, ak bol pracovník práve prepustený, alebo firma zbankrotovala.

Nezamestnaní si vyberajú firmy podľa mzdy. Firmy si vyberajú zamestnancov náhodne. Náhodne si usporiadajú záujemcov o miesto a vyberú si požadovaný počet nezamestnaných. Nezamestnaný môže podpísať jednu pracovnú zmluvu počas jednej periódy. Môžu nastať dve situácie. Prvá, počet nezamestnaných robotníkov, ktorí si aktuálne hľadajú prácu, nemusí sedieť s počtom ponúkaných miest, čiže nastáva prebytok dopytu alebo ponuky práce na trhu. Druhá, niektoré firmy - najmä tie, ktoré ponúkajú relatívne vysoký plat - dostávajú viac žiadostí o zamestnanie ako sú ochotné prijať, kým ostatné firmy, hlavne tie, ktoré ponúkajú nižší plat a prijímajú zamestnancov neskôr, majú opačný problém a síce, niektoré ich ponúkané miesta ostávajú neobsadené.

Keď je pracovník prijatý, musí podpísať zmluvu, ktorá určuje jeho nominálnu mzdu na daný počet periód. Zmluvná mzda w_{it}^b ponúkaná i -tou firmou v čase t je vypočítaná nasledovne:

$$\begin{aligned} w_{it}^b &= \max(\hat{w}_{it}, w_{it-1}) & \text{ak } V_{it} &= 0 \\ w_{it}^b &= \max(\hat{w}_{it}, w_{it-1}(1 + \xi_{it})) & \text{ak } V_{it} &> 0, \end{aligned}$$

kde \hat{w}_{it} je minimálna mzda určená „vládou“, a w_{it-1} je mzda, ktorú zamestnávateľ ponúkal svojim zamestnancom minulé obdobie. ξ_{it} je náhodná premenná z rovnomerného rozdelenia z intervalu $(0, h_\xi)$.

1.1.4 Trh s pôžičkami

Na začiatku času t disponuje i -ta firma nahromadeným čistým ziskom z minulých období resp. vlastným kapitálom rovným A_{it} . Ak firma nemá dostatok vlastného kapitálu na vyplatenie miezd W_{it} , tak má záujem o pôžičku od banky v hodnote $B_{it} = W_{it} - A_{it}$. Dopyt po pôžičke je teda daný jednoducho

$$B_{it} = \max(W_{it} - A_{it}, 0).$$

Vzhľadom k transakčným nákladom firma žiada o úver fixný počet $H < K$ náhodných bánk.

V každom časovom období banka navýši množstvo svojho úveru C_k o násobok svojho základného kapitálu: $C_{kt} = E_{kt}/\nu$, kde $0 < \nu < 1$ je koeficient kapitálovej požiadavky. C_k predstavuje množstvo „voľných pôžičiek“, ktoré je banka ochotná poskytnúť. Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že koeficient kapitálovej požiadavky je pre každú banku rovnaký a je určený regulačným orgánom (vládou).

Budeme predpokladať, že k -ta banka poskytuje i -tej firme štandardnú pôžičku na

jednu periódu. Výška úroku je r_{it}^k a splátkový kalendár je:

$$B_{it}(1 + r_{it}^k) \quad \text{ak} \quad A_{it+1} > 0 \quad (2)$$

$$R_{it+1} \quad \text{ak} \quad A_{it+1} < 0, \quad (3)$$

kde R_{it+1} je suma, ktorú banka získa od firmy v prípade jej bankrotu, t.j. ak je vlastný kapitál firmy záporný. Banka k ponúka i -tej firme navýšený úrok centrálnej banky \hat{r} :

$$r_{it}^k = \hat{r}(1 + \phi_{kt}\mu(\ell_{it})).$$

Tento úrok je funkciou:

- špecifikosti banky, ktorá zachytáva rôzne náhodne zmeny a veličiny pomocou náhodnej premennej ϕ_{kt} , ktorá je rovnomerne rozdelená na intervale $(0, h_\phi)$;
- finančnej solidnosti firmy (úrok je tým väčší, čím menšia je solídnosť firmy) $\mu(\ell_{it})$, $\mu' > 0$, kde $\ell_{it} = \frac{B_{it}}{A_{it}}$.

Ak napriek úveru nemá firma dostatok peňazí na zaplatenie platov, tak prepustí nadbytočných pracovníkov za nulové náklady. Môžu nastať dve situácie podobné ako pri prijímaní nových zamestnancov. Banky, najmä tie, ktoré ponúkajú nízky úrok, majú veľký dopyt po svojich úveroch. A banky, ktoré majú vysoké úroky niekedy neposkytnú žiadnu pôžičku.

1.1.5 Trh tovarov

V každom čase si i -ta firma určí svoje riadiace premenné, teda napr. cenu produktu a očakávané množstvo produkcie podľa situácie na trhu. Neuvažujeme o trhu s dokonalou konkurenciou, teda napriek tomu, že ide o homogénny výrobok, tak každá firma si určí vlastnú cenu a produkciu, a je možné, že bude tento statok nakupovať od firmy, ktorá má cenu vyššiu ako ponúka ona samotná. Takto si každá firma časom vybuduje svoje postavenie na trhu.

Z ekonomického prieskumu sa dokázalo, že firma sa prispôbuje ekonomickým cyklom tak, že mení buď cenu produktu alebo množstvo produktu, ktoré má firma vyrobiť. Teda v modeli budeme predpokladať, že firma nikdy nezmení tieto dve riadiace premenné naraz, pričom zmena ceny produktu je rovnako pravdepodobná ako zmena množstva produkcie. Napriek tomu však realita hovorí, že počas recesie firma s väčšou pravdepodobnosťou upraví množstvo produkcie ako jeho cenu.

Či sa i -ta firma v čase t rozhodne pre zmenu ceny alebo množstva záleží v našom modeli od:

- previsu ponuky/dopytu v predchádzajúcom období. Previs ponuky znamená, že firma nepredala všetok tovar ($S_{it-1} > 0$), ktorý nemôže uskladniť a následne predať v ďalšej perióde. Môže ho však zničiť za nulové náklady. V prípade, že je dopyt

rovný ponuke, resp. je dopyt väčší ako ponuka, tak nemáme žiadne zásoby ($S_{it-1} = 0$). V prvom prípade by mala firma znížiť cenu alebo množstvo, v druhom naopak zvýšiť. Cena klesá dovtedy, kým sú pokryté priemerné náklady.

- rozdielu ceny produktu danej firmy od priemernej ceny na trhu $P_{it} - P_{t-1}$, kde priemerná cena je známa všetkým firmám, ceny jednotlivých firiem sú neverejné. Ak je tento rozdiel kladný, tak firma v budúcnosti zníži cenu alebo množstvo, aby bola schopná konkurovať iným firmám. Cena môže klesať iba po hranicu krytia priemerných nákladov.

Z predošlých dvoch bodov a z predpokladu dostávame štyri možnosti:

- Vyrábame viac ako je dopyt a priemerná cena produktu je nižšia ako je naša cena. Vtedy sa firma rozhodne znížiť cenu, množstvo ponechá.
- Firma zvýši cenu a nezmení vyrábané množstvo v prípade, ak priemerná cena je vyššia ako cena produktu firmy a firma má previs dopytu.
- Previs ponuky nad dopytom a zároveň firma ponúka nižšiu cenu produktu ako je jeho priemerná. Firma očakáva v čase t menší dopyt ako bol v čase $t - 1$ a preto zníži svoju produkciu. V tomto prípade by prichádzalo do úvahy aj zníženie ceny, ale takto by firma prišla o zisk.
- Naopak ak firma očakáva dnes väčší dopyt ako bol ten predošlý, a teda cena jej tovaru je vyššia ako priemerná a dopyt je väčší alebo rovný ponuke, tak firma zvýši svoju produkciu. Ak by firma zvýšila cenu, tak by prišla o zákazníkov, ktorí by potom nakupovali u druhej firmy.

Možnosti $a)$ a $b)$ sa dajú zhrnúť do jednoduchého pravidla:

$$P_{it}^s = \begin{cases} \max[P_{it}^l, P_{it-1}(1 + \eta_{it})] & \text{ak } S_{it-1} = 0 \text{ a } P_{it-1} < P_{t-1} \\ \max[P_{it}^l, P_{it-1}(1 - \eta_{it})] & \text{ak } S_{it-1} > 0 \text{ a } P_{it-1} \geq P_{t-1}, \end{cases}$$

kde η_{it} je rovnomerne rozdelená náhodná premenná z intervalu $(0, h_\eta)$, a P_{it}^l je najnižšia cena, ktorou je firma schopná pokryť priemerné náklady:

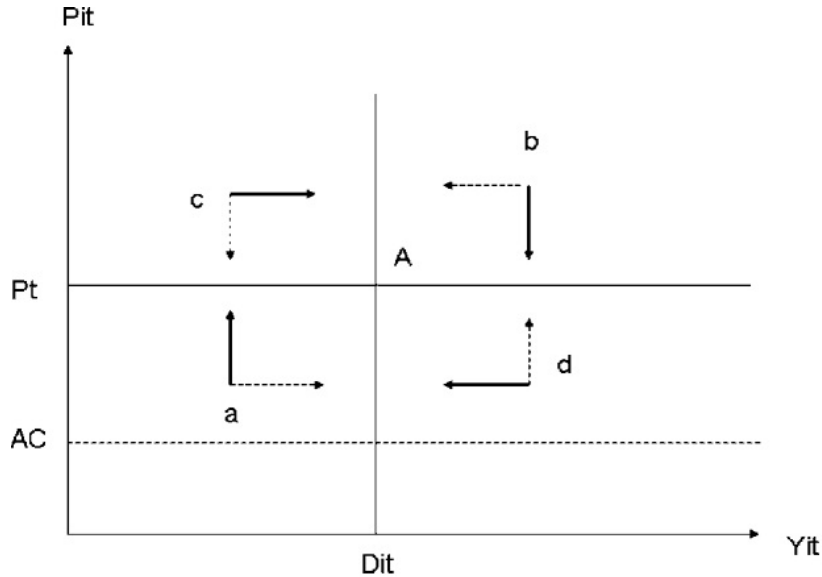
$$P_{it}^l = \frac{W_{it} + \sum_k r_{kit} B_{kit}}{Y_{it}}.$$

V prípade $c)$ a $d)$ položíme požadované množstvo produkcie Y_{it}^d na začiatku periódy t rovné očakávanému dopytu, $Y_{it}^d = D_{it}^e$. Očakávaný dopyt sa mení adaptívne podľa nasledujúceho pravidla:

$$D_{it}^e = \begin{cases} Y_{it-1}(1 + \rho_{it}) & \text{ak } S_{it-1} = 0 \text{ a } P_{it-1} \geq P_{t-1} \\ Y_{it-1}(1 - \rho_{it}) & \text{ak } S_{it-1} > 0 \text{ a } P_{it-1} < P_{t-1}, \end{cases}$$

kde ρ_{it} je rovnomerne rozdelená náhodná premenná z intervalu $(0, h_\rho)$.

Zmena ceny resp. množstva produkcie sa dá znázorniť aj graficky. Bod A na grafe predstavuje ekvilibrium firmy/trhu. Na jednej strane je charakterizované cenou $P_{it} = P_t$ a na druhej strane produkciou $D_{it} = Y_{it}$.



Obr. 1: Zmena ceny produktu a množstvo produkcie

V oblasti a , kde platí $P_{it} < P_t$ a $D_{it} > Y_{it}$ majú firmy motiváciu zvýšiť cenu statku, aby dobehli konkurenciu, ale je tu aj motivácia na zvýšenie množstva produkcie: firmy jednoducho pripočítajú stochastický člen k ich aktuálnej produkcii na určenie budúceho očakávaného dopytu $D_{it+1}^e = Y_{it}(1 + \rho_{it+1})$. Toto je ale v rozpore s našim predpokladom, že zmena ceny produktu a súčasne aj zmena množstva produkcie tohto produktu je nemožná. Preto sme v oblasti a znázornili zvýšenie produkcie nie plnou čiarou. Ostatné tri oblasti vieme podobne vyvodit' z obrázku. Zo šípok je vidieť, že firmy sa takto hýbu smerom k ekvilibriu, ktoré sa každou periódou mení.

Príjem domácností predstavuje suma všetkých vyplatených výplat v čase t a vyplatených dividend majiteľom firiem. Keďže zisky sú realizované na konci periódy $t - 1$, tak aj dividendy sa budú vyplácať v tej istej perióde. Hraničný sklon k spotrebe c , ktorý definujeme klesajúcou funkciou celkového bohatstva pracovníka, ktoré je dané ako suma všetkých výplat plus úspory, je definovaný nasledovne:

$$c_{jt} = \frac{1}{1 + \left[\tanh \left(\frac{SA_{jt}}{SA_t} \right) \right]^\beta},$$

kde SA_t a SA_{jt} predstavujú priemerné úspory a úspory j -teho zákazníka.

Transakčné náklady zákazníka sú nulové, kým nepresiahne veľkosť svojho trhu, kde veľkosť trhu je daná Z firmami. Z firmami, ktoré prislúchajú j -temu zákazníkovi v každej časovej perióde, sú dané kombináciou náhody a deterministickej stálosti. Spôsob, ktorým si zákazníci vyberajú firmu je nasledovný:

- Zákazníci vstupujú na trh postupne, pričom ich poradie sa náhodne mení každé obdobie.
- Zákazník si odhadne ceny Z firmami. Určite si pozrie firmu, ktorá má najväčšiu produkciu, zvyšných $Z - 1$ firmami si vyberá náhodne.
- Po zverejnení cien si zákazník usporiada firmy od tej, ktorá má najnižšiu cenu produktu, po tú firmu, ktorej produkt je najdrahší. Zákazník minie potom c časť zo svojho príjmu zarobeného v čase $t - 1$ a úspory vo firme, ktorú mal na prvom mieste.
- Ak prvá firma nemá dostatok tovaru pre minútie peňazí a úspor j -teho zákazníka, tak ten ide minúť zvyšok do firmy, ktorá bola na druhom mieste a tak ďalej.
- Môže nastať situácia, kedy zákazník neminie všetko čo chcel, pretože ani Z firmami nedokázalo uspokojiť jeho dopyt. Zvyšok si teda zákazník odloží bezúročne na ďalšie obdobie.

Siete, ktoré vznikajú medzi firmami a zákazníkmi sa menia v každom čase. Možno povedať, že tieto vzťahy skôr ovplyvňujú firmy. O firmu, ktorá ponúkla najnižšiu cenu má záujem najväčšia časť zákazníkov, čím vytláča konkurenciu a získava tak dominantné postavenie na trhu. Po tom ako sa uzavrie trh s tovarom, tak i -ta firma predá v čase t Y_{it} tovaru za cenu P_{it} s príjmami $R_{it} = P_{it}Y_{it}$. Je tu možnosť, že firma nepredá všetko, ale ostane jej S_{it} tovaru. Tento tovar sa zlikviduje, ale v budúcnosti slúži firme na určenie množstva produkcie a ceny tovaru.

1.1.6 Bankrot. Odchod firmami z trhu. Vstup nových firmami na trh

Na konci každej periódy t si firma vypočíta zisk π_{it-1} . Ak je pozitívny, tak majiteľom firmy budú vyplatené dividendy Div_{it-1} , ktoré sú vypočítané ako fixná časť δ zo zisku. Zvyšný nerozdelený zisk sa pripočítava k vlastnému kapitálu firmy:

$$A_{it-1} + \pi_{it-1} - Div_{it-1} = A_{it-1} + (1 - \delta)\pi_{it-1}.$$

Ako bolo spomenuté vyššie, tak vlastný kapitál sa používa na vyplatenie miezd zamestnancom firmami. V prípade, že vlastný kapitál nestačí na vyplatenie miezd, tak firma žiada banku o pôžičku. Pravdepodobnosť bankrotu sa zvyšuje s rastom pomeru dlhu voči vlastnému kapitálu. V prípade, že vlastný kapitál je záporný, tak firma sa

stane insolventnou a vyhlási bankrot. Uvažujme, že zbankrotovala firma f . Pre túto firmu platí $\pi_{ft-1} < 0$,

$$A_{ft-1} < -\pi_{ft-1} \text{ a teda } A_{ft-1} - \pi_{ft-1} < 0.$$

Vlastný kapitál slúži na posúdenie životaschopnosti firmy, a zároveň je to mechanizmus, ktorý rozhoduje, či firmy opúšťajú ekonomiku alebo nie. V prípade, že firma zbankrotuje, tak opúšťa trh. Akonáhle opustí firma trh, tak na trh vstúpi ďalšia. Teda vlastný kapitál firmy je aj mechanizmus vstupu novej firmy na trh, čím sa udrží celkový počet firiem konštantný. Veľkosť novej firmy sa určí ako priemer veľkostí už existujúcich firiem.

Banky si každým bankrotom zaznamenávajú nesplatené úvery. Každá skrachovaná firma má určitý podiel na nesplatených úveroch banky, ktorá jej poskytla pôžičku. Kapitál banky je daný ako:

$$E_{kt} = E_{kt-1} + \sum_{i \in \Theta} r_{ikt-1} B_{ikt-1} - BD_{kt-1},$$

kde Θ je portfólio k -tej banky, r_{ikt-1} je úroková miera, ktorá je účtovaná i -tej firme v čase $t - 1$ a $BD_{kt-1} \leq \sum_{i \in \Theta} B_{ikt-1}$ reprezentuje nesplatené pôžičky firmy.

1.1.7 R&D a produktivita

V tejto časti budeme uvažovať endogénny rast produktivity práce a označíme tento model ako „Growth+“ model. Najprv si povieme čo to R&D je.

Definícia Research & Development - R&D

Aktivity, ktoré podnik vykonáva, aby dosiahol vývoj nových produktov či postupov, alebo vylepšil už existujúce produkty či postupy. Research & Development je jedným z prostriedkov, ktorým firma vďaka vývoju nových postupov a produktov zlepší a rozšíri v budúcnosti svoju prevádzku.

Ako príklad môžeme uviesť spoločnosť Gillet, ktorá ročne minie veľkú sumu peňazí na R&D. Robí experimenty s cieľom navrhnuť efektívnejší holiaci strojček. V priemere však firmy míňajú iba malé percento na výskum a vývoj (iba asi 5%). Veľké percento zo svojich príjmov investujú do R&D najmä farmaceutické firmy a softwarové spoločnosti.

Produktivita práce sa bude vyvíjať podľa stochastického procesu

$$\alpha_{it+1} = \alpha_{it} + z_{it}$$

kde z_{it} je náhodná veličina exponenciálne rozdelená s parametrom $\frac{1}{\mu_{it}} = \frac{p_{it} Y_{it}}{\sigma_{it} \pi_{it}}$. Parameter σ_{it} je časť nominálneho zisku, ktorý je investovaný do R&D. Preto μ_{it} sú výdavky

na R&D na jednotku výstupu alebo intenzita R&D výdavkov. To znamená, že čím vyššia je R&D intenzita, tým vyššia produktivita sa očakáva.

V simuláciách bude σ_{it} definovaná ako exponenciálna funkcia klesajúca s finančnou solídnosťou firmy, ktorá je definovaná ako pomer vyplatených miezd k vlastnému kapitálu firmy A_{it} , pričom platí, že $\sigma_{it}(0) = 10\%$. Zmeny vo výdavkoch na R&D môžu byť následkom zmeny v ziskoch alebo zmeny parametru σ_{it} .

V modeli Growth+ vlastný kapitál firmy závisí aj od výdavkov na Research & Development:

$$A_{it} = A_{it-1} + (1 - \sigma_{it-1})(1 - \delta)\pi_{it-1}.$$

Ak nechceme uvažovať model Growth+, tak jednoducho položíme $\sigma_{it} = 0$.

1.1.8 Výsledky simulácií BAM modelu

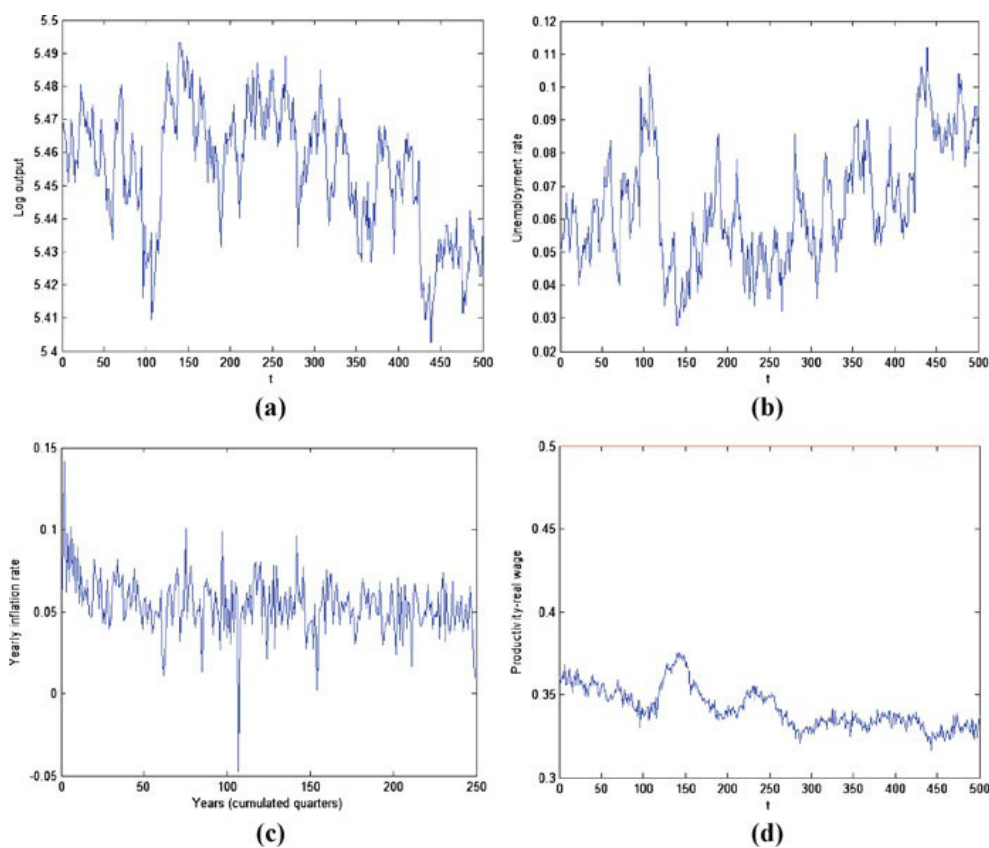
Pri simuláciách modelu BAM boli použité tieto hodnoty premenných:

Tabuľka 1: Tabuľka hodnôt parametrov

	Parameter	Hodnota
I	Počet zákazníkov	500
J	Počet firiem	100
K	Počet bánk	10
T	Časové obdobie	500
c_P	Sklon k spotrebe chudobných zákazníkov	1
c_R	Sklon k spotrebe bohatých zákazníkov	0.5
σ_P	R&D investície malých firiem	0
σ_R	R&D investície veľkých firiem	0.1
h_ξ	Maximálna miera rastu miezd	0.05
H_η	Maximálna miera rastu cien	0.1
H_ρ	Maximálny nárast množstva produkcie	0.1
H_θ	Maximálna výška nákladov bánk	0.1
Z	Počet meraní na trhu tovarov	2
M	Počet meraní na trhu práce	4
H	Počet meraní na trhu s pôžičkami	2

Na začiatku budeme uvažovať konštantnú produktivitu práce, teda $\sigma_P = \sigma_R = 0$. Na *Obrázku 2* sú uvedené niektoré výstupy simulácií:

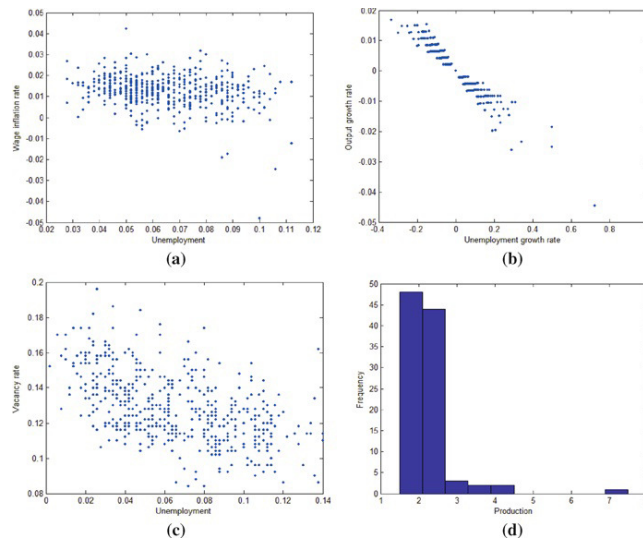
- (a) logaritmus reálneho HDP
- (b) miera nezamestnanosti
- (c) ročná miera inflácie
- (d) pomer produktivity práce a reálnych miezd



Obr. 2: Vzniknuté makroekonomické javy:(a) Reálne HDP (b) miera nezamestnanosti (c) ročná miera inflácie (d) produktivita/reálne mzdy

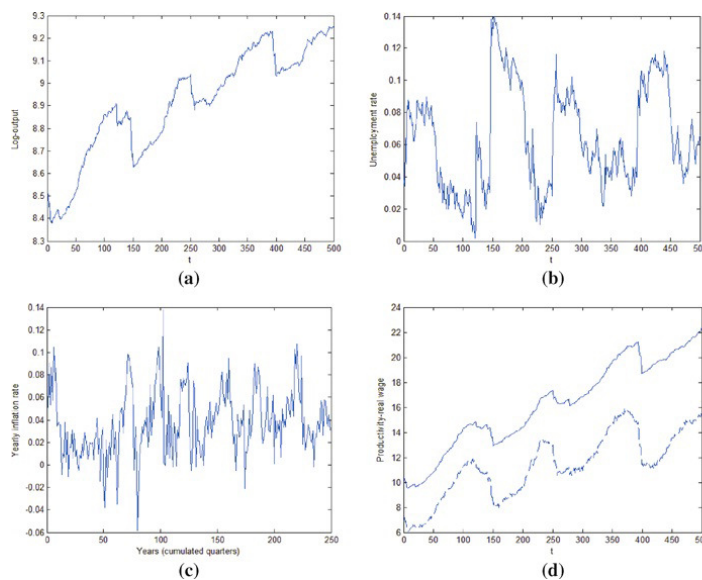
Miera nezamestnanosti je medzi 2% až 12%, priemerná ročná inflácia je okolo 5%, občas sa inflácia striedala s obdobím deflácie. Reálna mzda a produktivita práce majú približne rovnaký priebeh, ich pomer sa ustálil na hodnote okolo $2/3$.

Ďalšie výsledky simulácií sú znázornené na *Obrázku 3*. Časť (a) ilustruje prítomnosť negatívneho vzťahu miery mzdovej inflácie a mierou nezamestnanosti. Panel (b) ukazuje tiež negatívny vzťah medzi mierou nezamestnanosti a mierou rastu produkcie. V časti (c) sa ukázal negatívny vzťah medzi počtom voľných miest (daných pomerom počtu pracovných ponúk k počtu pracovnej sily na začiatku obdobia) a mierou nezamestnanosti. V časti (d) rozdeľujeme firmy podľa veľkosti produkcie. Podobne ako v reálnej ekonomike, tak malé a stredné firmy počtom dominujú v reálnom svete. Naopak, veľké firmy (oligopoly) sú ojedinelé, aj keď predstavujú veľkú časť celkovej produkcie.



Obr. 3: Vzniknuté makroekonomické javy:(a) Phillipsová krivka (b) Okunova krivka (c) Beveridgova krivka (d) rozdelenie firiem podľa produkcie

Teraz si ukážeme výsledky simulácií v prípade, že firmy investujú do R&D, čím sa mení produktivita práce v čase ako bolo popísané v časti 1.1.7, a teda platí $\sigma_R > 0$. Výsledky si ukážeme na *Obrázku 4*, kde je podobne ako v *Obrázku 2* znázornený reálny HDP, miera nezamestnanosti, ročná miera inflácie a pomer produktivity práce s reálnou mzdou.



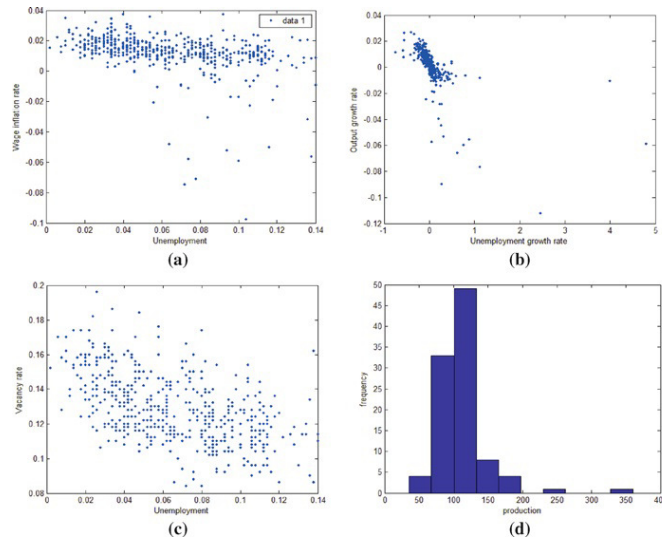
Obr. 4: Vzniknuté makroekonomické javy:(a) Reálne HDP (b) miera nezamestnanosti (c) ročná miera inflácie (d) produktivita/reálne mzdy

Rozdiel medzi týmto modelom a jednoduchým modelom je v tom, že teraz rast produkcie závisí od rastu produktivity práce, ktorá súvisí s investíciami do R&D. Tieto investície zase závisia od finančných podmienok firiem, vyššie zisky znamenajú možnosť

investovať väčšiu sumu do Research & Development, väčšie investície zabezpečia väčšie tempo rastu produktivity práce.

Simulácie nám ukazujú, že pravdepodobnosť a závažnosť hospodárskych kríz sa zvyšuje podľa možnosti spotrebiteľov „vyjednávať“ cenu. Ak by zákazníci rozdelili svoje nakupovanie medzi firmy rovnomerne, nevznikali by na trhu oligopoly, a pravdepodobnosť nájdenia skrachovanej firmy by bola veľmi nízka.

Na záver ešte *Obrázok 5*, kde je znázornená Phillipsova krivka, Okunova a Beveregova krivka a nakoniec rozdelenie firiem podľa veľkosti produkcie.



Obr. 5: Vzniknuté makroekonomické javy:(a) Phillipsová krivka (b) Okunova krivka (c) Beveridgova krivka (d) rozdelenie firiem podľa produkcie

Týmito simuláciami sme ukončili BAM model, ktorý nás inšpiroval k vytvoreniu iného, ale podobného modelu. Časti, ktoré sú s našim vlastným modelom rovnaké už nebudeme znova podrobne popisovať. Skôr sa zameriame na rozdiely medzi našim modelom a modelom BAM.

2 Tvorba modelu

V tejto kapitole si popíšeme model, ktorý najprv vznikol bez pomoci nejakej literatúry, neskôr však bol pre jeho nedostatky upravený o niektoré body z modelu BAM až získal túto konečnú podobu. Najpodstatnejšia podoba s modelom BAM je v tom, že ani my nebudeme uvažovať maximalizáciu ziskov firiem, minimalizáciu nákladov firiem. Všetky rozhodnutia budú adaptívne, budú závisieť od aktuálneho stavu firmy či ekonomiky. Cieľom našej práce je iba makroekonómia heterogénnych subjektov, preto nebudeme uvažovať banky, a teda ani pôžičky. Firmy budú môcť investovať a najímať iba toľko zamestnancov, koľko im ich zisky dovoľia. V modeli budú podobne ako v BAM modeli vystupovať firmy a zákazníci, ktorí sú zároveň aj spotrebitelia. Budeme rozlišovať:

- Firmy, ktoré budú vyrábať a ponúkať rovnaký statok, tzv. firmy s homogénnym statkom. Pre jednoduchosť ich v modeli budeme nazývať firmy.
- Firmy, ktoré budú firmám vyrábať stroje, ktorými sa homogénny produkt vyrába. Novo zakúpené stroje budú predstavovať dodatočné investície firiem s homogénnym produktom. Tieto firmy nazveme investičné firmy.

V BAM modeli boli jediným inputom pracovníci, v našom modeli budeme mať vstupy dva. K pracovníkom, resp. k práci, pridáme ešte aj v čase sa meniaci kapitál i -tej firmy. Kapitál budú predstavovať stroje, sústruhy, ktorými firmy vyrábajú na jednej strane homogénny statok, ale na druhej strane, investičné firmy pomocou sústruhov vyrábajú ďalšie sústruhy, ktoré si od nich firmy kupujú.

Budeme predpokladať, že zamestnanci oboch firiem si za svoj plat budú kupovať homogénny produkt, podobne aj majitelia oboch druhov firiem, ktorým budú vyplácané dividendy, budú nakupovať iba homogénny statok.

2.1 Firmy s homogénnym produktom

V tejto časti si uvedieme hlavné pravidlá výpočtu očakávaného dopytu, produkcie či investícií vo firmách s homogénnym statkom. Povieme si kedy firmy budú prijímať zamestnancov a kedy naopak prepúšťať. Uvedieme aj pojem inflácie, jej výpočet a povieme si aký vplyv má inflácia v našom modeli. Firmy, ktoré vyrábajú homogénny výrobok budeme indexovať $i = 1, \dots, I$.

Postupnosť udalostí firiem je takáto:

1. Firmy si určia v čase t očakávaný dopyt na toto isté obdobie na základe reálneho dopytu a priemernej ceny z času $t - 1$.
2. Firmy si následne vypočítajú dodatočné investície a príjmu resp. prepustia zamestnancov.

3. Firmy žiadajú o dodatočné investície investičné firmy.
4. Po dodaní nových strojov firmy začnú s produkciou a predajom homogénneho výrobku v čase t .
5. V tom istom období t sa zistí reálny dopyt firmami.
6. Firma si vypočíta zisk v čase t porovnaním reálneho dopytu so svojou produkciou.
7. Majitelia firiem vyplatia svojim zamestnancom mzdy, majiteľom sú vyplatené dividendy.
8. Časť zisku sa odkladá na zaplatenie ďalších investícií v období $t + 1$. Z tejto časti nám môžu vzniknúť úspory.

2.1.1 Inflácia

Hneď v úvode tejto podkapitoly si povieme o inflácii, pretože inflácia v našom modeli, ale aj v reálnom svete vplýva na zisky firiem, úspory a podobne. Inflácia je makroekonomický jav, ktorý sa vo všeobecnosti vzťahuje na trhové ceny a ich vzostup. Prejavuje sa dlhodobým rastom cenovej hladiny tovarov a služieb, v našom prípade iba tovarov, homogénneho statku a sústruhov. S infláciou úzko súvisia ešte dva pojmy, a síce dezinflácia a deflácia. Dezinflácia je pokles miery inflácie, teda cenová hladina rastie pomalším tempom (t.j. ak inflácia v čase $t = 4\%$ a v nasledujúcom čase $t + 1 = 3.8\%$, tak dezinflácia je 0.2%). Pokles celkovej cenovej hladiny vyjadruje defláciu.

O inflácii by nemalo zmysel hovoriť, keby existovala tzv. čistá inflácia. Nastáva v situácii, keď ročná miera inflácie v ekonomike je povedzme 4% , teda ceny tovarov a služieb vzrástli o 4% , a súčasne vzrástli aj mzdy rovnakou mierou. Spotrebiteľia by si tak kúpili v každom období rovnaké množstvo tovarov a služieb. V reálnom svete a ekonomike však čistá inflácia neexistuje.

Poznáme viacero možností ako vyrátať mieru inflácie, ale my sa budeme zaoberať výpočtom inflácie pomocou indexu cien výrobcov (PPI). Meria sa ním hladina cien na úrovni veľkoobchodu, resp. výroby. Je to index cien, ktorý zahŕňa asi 3400 rôznych cien tovarov - potravín, priemyselných výrobkov a banských produktov. Ako je spomenuté vyššie, v našom prípade ide o homogénny statok a sústruhy ako priemyselný výrobok. Často sa na výpočet inflácie používa index spotrebiteľských cien (CPI), lenže ten sa používa na výpočet zmeny cenovej hladiny tovarov a služieb, ktoré sú rozhodujúce z hľadiska výdavkov domácností. Keďže my sme chceli do inflácie zahrnúť aj zmenu ceny kapitálu, tak sme zvolili PPI.

Cenový index je vážený priemer individuálnych cien vybraného koša reprezentatívnych výrobkov a služieb v dvoch porovnávaných obdobiach. Náš koš obsahuje homogénny statok ocenený jeho priemernou cenou vo východiskovom roku t_1 a sústruhy

ocenené cenou kapitálu vo východiskovom roku t_1 . Tento náš kôš následne oceníme cenami produktov v roku t_2 . Označme Q_1 reprezentatívny kôš a P_1 a P_2 sú ceny produktov, ktoré sú zahrnuté v tomto koši v čase t_1 a t_2 . Potom index cien výrobcov môžeme zapísať v tvare:

$$PPI = \frac{Q_1 P_2}{Q_1 P_1} 100, \text{ t.j. } \frac{\text{reprezentatívny kôš v cenách } P_2}{\text{ten istý reprezentatívny kôš v cenách } P_1} 100$$

Mieru inflácie I_t v čase t potom vyjadríme takto:

$$I_t = \frac{PPI_t - PPI_{t-1}}{PPI_{t-1}} 100$$

Teraz si ukážeme jednoduchý príklad. Predpokladajme našu jednoduchú ekonomiku, kde ľudia nakupujú zo svojich platov homogénny výrobok a firmy nakupujú sústruhy. Uvažujme, že v čase t , ktorý je východiskovým časom, firmy predali dohromady 10 statkov (v cene 2) a firmy nakúpili v súčte 5 strojov (v cene 3). V čase $t+1$ cena statku klesla na 1,8, ale cena sústruhu sa zvýšila na 3,5. V čase $t+2$ sa cena sústruhov opäť zvýšila na 3,6, a tentokrát sa zvýšila i cena produktu na pôvodných 2.

	Počet predaných kusov	Cena v čase t	Cena v čase $t+1$	Cena v čase $t+2$
Homogénny produkt	10	2	1,8	2
Sústruh	5	3	3,5	3,6

Na základe týchto údajov vieme vypočítať PPI.

$$PPI_t = 100$$

$$PPI_{t+1} = \frac{(10 \cdot 1,8) + (5 \cdot 3,5)}{(10 \cdot 2) + (5 \cdot 3)} 100 = \frac{35,5}{35} 100 = 101,4$$

$$PPI_{t+2} = \frac{(10 \cdot 2) + (5 \cdot 3,6)}{(10 \cdot 2) + (5 \cdot 3)} 100 = \frac{38}{35} 100 = 108,6$$

Teraz tieto údaje využijeme na výpočet inflácie v čase $t+1$ a $t+2$.

$$I_{t+1} = \frac{101,4 - 100}{100} 100 = 1,4\%$$

$$I_{t+2} = \frac{108,6 - 101,4}{101,4} 100 = 7,1\%$$

To znamená, že po prvom období je miera inflácie 1,4%, miera zmeny cenovej hladiny v období $t+2$ sa zmenila oproti východiskovému roku o 8,6%, ale v porovnaní s obdobím $t+1$ je miera inflácie o čosi menšia, a síce 7,1%.

Cenová hladina tovarov a služieb rastie rýchlejšie ako nominálne mzdy, čo má vplyv predovšetkým na sociálne slabšie vrstvy obyvateľstva. Rýchle tempo inflácie brzdí ekonomický rast a vedie k stagnácii výroby, pretože ľudia si za svoje platy nakupujú stále menej produktov. Inflácia môže mať aj stimulačné účinky, ktoré pôsobia na rovnováhu a ekonomický rast pozitívne. Preto sa ekonomiky snažia infláciu udržať v prijateľných hraniciach.

Existuje viacero druhov inflácie, spomeniem však iba najnebezpečnejší druh inflácie, ktorou je hyperinflácia. Ide o extrémny prípad, kedy sa dosahuje štvor - a viacnásobné

tempo rastu cenovej hladiny. Peniaze strácajú na svojej hodnote, prestávajú plniť svoje funkcie, zrúti sa hospodárske väzby. Aj keď ide o naozaj extrémny prípad inflácie, stretli sme sa s ním už aj v minulosti (v Nemecku po 1.svetovej vojne, v Bolívii bola miera inflácie v roku 1985 až 11 749%).

2.1.2 Výpočet očakávaného dopytu

Firma prispôbuje svoju výrobu v čase t nielen reálnemu dopytu z predošlého obdobia, zisku z predošlého obdobia, ale musí zohľadniť aj svoje možnosti na ďalšiu výrobu, čo znamená, či má dostatok zamestnancov a kapitálu. Najprv sa však pozrie na reálny dopyt v minulom období a porovná ho so svojou produkciou v tom istom období. Na základe toho, podobne ako v BAM modeli, rozhodne sa buď zmeniť cenu produktu v nasledujúcom období, alebo zmeniť svoju produkciu. Táto zmena produkcie i -tej firmy v čase t predstavuje očakávaný dopyt D_{it}^d , ktorý získame spolu aj s cenou P_{it} v nasledujúcom období nasledovne:

$$a) D_{it}^d = Y_{it-1}^f$$

$$P_{it} = P_{it-1}(1 - \eta_{it}),$$

ak sme vyrobili v predošlom období viac ako bol reálny dopyt a predávali sme za drahšie ako bola priemerná cena.

$$b) D_{it}^d = Y_{it-1}^f$$

$$P_{it} = P_{it-1}(1 + \eta_{it}),$$

ak sme vyrobili v predošlom období menej ako bol reálny dopyt a cena produktu bola nižšia ako bola priemerná cena.

$$c) D_{it}^d = Y_{it-1}^f(1 - \rho_{it})$$

$$P_{it} = P_{it-1},$$

ak sme vyprodukovali v predošlom období menej ako bol reálny dopyt a predávali sme za lacnejšie ako bola priemerná cena.

$$d) D_{it}^d = Y_{it-1}^f(1 + \rho_{it})$$

$$P_{it} = P_{it-1},$$

ak sme vyprodukovali v predošlom období viac alebo rovnako ako bol reálny dopyt a predávali sme za vyššiu sumu ako bola priemerná cena.

Výpočet očakávaného dopytu v tomto modeli je rovnaký ako výpočet očakávanej produkcie v modeli BAM, kde η_{it} je náhodná premenná z rovnomerného rozdelenia na intervale $(0, h_\eta)$ a ρ_{it} je náhodná premenná z intervalu $(0, h_\rho)$ rovnomerne rozdelená. Na uľahčenie výpočtu očakávaného dopytu nám posluží obrázok 1.

To, že firma má určenú cenu a má určité očakávania na produkciu, resp. má určité očakávania o budúcom reálnom dopyte, ešte neznamená, že toľko dokáže aj vyrobiť a následne predáť. Musí sa najprv pozrieť na svoj kapitál a prácu.

2.1.3 Práca a kapitál

Ako bolo spomenuté vyššie budeme uvažovať dva vstupy. Prvým vstupom je práca, resp. zamestnanci, ktorí sú zároveň aj zákazníci. V našom modeli sa nebudú zamestnanci prijímať na dobu δ . Budú mať pracovné zmluvy uzatvárané iba na jedno časové obdobie. Zamestnávateľ ich môže na konci každého obdobia prepustiť alebo im zmluvu predĺžiť na ďalšie obdobie. Práca i -tej firmy v čase t sa vyvíja diferenčnou rovnicou:

$$L_{it}^f = L_{it-1}^f + H_{it}^f, \quad (4)$$

kde H_{it}^f je počet zamestnancov, ktorých firma musí dodatočne zamestnať alebo prepustiť v závislosti od očakávaného dopytu a L_{it-1}^f sú zamestnanci, ktorí pracovali v i -tej firme v minulom období $t - 1$.

Ďalšia podobnosť s BAM modelom je v tom, že aj v našom modeli budeme sledovať mzdu minimálnu, ktorú zákonom stanovuje štát, a mzdu, ktorú ponúkajú firmy zamestnancom. Ako je bežné v reálnej ekonomike, tak tieto firmami ponúkané mzdy budú rozdielne, nie však natoľko, aby jedna firma nezamestnávala vďaka veľkej mzde všetkých zamestnancov. Naši zamestnanci sa okrem mzdy budú pozeráť aj na iné výhody pracovania v tej ktorej firme. Nezamestnajú sa vždy do firmy, ktorá im ponúka najvyšší plat, ale sledujú aj napr. vzdialenosť od práce, počet odpracovaných hodín, kolektív, veľkosť firmy a podobne. Tieto preferencie firiem bude v našom modeli predstavovať náhoda.

Platy, ktoré budú ponúkať firmy závisia od ceny produktu. Plat i -tej firmy v čase t predstavuje 60% z ceny produktu tejto firmy v tomto čase. Majiteľove zásahy do výšky platu predstavuje rovnomerne rozdelená náhodná premenná τ_{it} na intervale $(0, h_\tau)$, čím dostávame predpis na výšku platu firmy:

$$w_{it}^f = 0.6P_{it}(1 + \tau_{it}).$$

Zvýšenie minimálnej mzdy môže znížiť dopyt po práci, a preto sa môže zvýšiť i nezamestnanosť. Rast minimálnej mzdy kopíruje rast priemerného platu. Pri výpočte minimálnej mzdy som sa nechala inšpirovať rezortom práce a sociálnych vecí Slovenskej republiky, ktorého úsilím je zachovať pomer medzi mesačnou minimálnou mzdou a priemernou mzdou v roku 2013 na úrovni aspoň 40%. Minimálna mzda sa v našom modeli mení každé obdobie nasledovne:

$$\hat{w}_t = 0.4 \frac{\sum_{i=1}^I w_{it}^f + \sum_{j=1}^J w_{jt}^i}{I + J} (1 + \varrho_t(0, \sigma^2))$$

kde ϱ_t je náhodná premenná normálne rozdelená so strednou hodnotou 0 a disperziou σ^2 , J a I je počet investičných firiem resp. firiem vyrábajúcich homogénny produkt, a w_{jt}^i je plat, ktorý ponúka investičná firma (spomenieme ho neskôr). Inými slovami, minimálna mzda tvorí 40% priemernej mzdy v našej ekonomike, ku ktorej pripočítavame možné výkyvy v ekonomike, rozhodnutia vlády a podobne.

Mzdu, ktorú dostanú zamestnanci firiem s homogénnym produktom vznikne spojením minimálnej mzdy a mzdy od firiem:

$$w_{it}^F = \max(w_{it}^f, \hat{w}_t).$$

Kapitál v našom modeli predstavujú stroje, ktoré vyrábajú náš daný homogénny výrobok a zároveň sa nimi vyrábajú ďalšie stroje. Tieto stroje, sústruhy, majitelia firiem nakupujú v prípade, že očakávame väčší dopyt po statku ako sme schopní s naším doterajším stavom kapitálu vyrobiť. Tento nákup i -tej firmy v čase t treba chápať ako dodatočné investície I_{it}^f . V situácií, keď očakávame menej ako vieme svojimi strojmi vyrobiť, tak stroje nebudeme predávať, ale ich na dané obdobie odstavíme za nulové náklady. Každý stroj, teda aj náš kapitál, sa časom opotrebuje, ničí, stráca na kvalite a hodnote, znižuje sa jeho produktivita. Budeme teda v modeli uvažovať dobu amortizácie kapitálu, ktorú budeme označovať ako a . Amortizácia sa týka aj tých strojov, ktoré sú odstavené. Rovnica pre zmenu kapitálu v čase t v i -tej firme je:

$$K_{it}^f = \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f + I_{it}^f, \quad (5)$$

kde $\frac{a-1}{a} K_{it-1}^f$ je zamortizovaný kapitál z predošlého obdobia.

Nesmieme zabudnúť ani na cenu kapitálu k_t . Investičné firmy, ktoré budú stroje predávať, budú ponúkať firmám stroje za rovnakú cenu. Nebude medzi nimi existovať cenová konkurencia. Za tú istú cenu ich budú aj vyrábať. Cenu kapitálu sme si určili ako dvojnásobok priemernej ceny homogénneho statku.

Ako som spomínala vyššie, firma síce môže mať vypočítaný očakávaný dopyt a cenu, neznamena to však, že toľko aj vyrobí. Všetko závisí od časti zisku firmy, ktorú má určenú na dodatočné investície, a od vstupných faktorov firmy, čiže práce a kapitálu. Pri výpočte dodatočných investícií a zamestnancov v čase t môžu nastať štyri situácie:

- Dopyt, ktorý očakáva firma v budúcom časovom období je väčší ako zamortizovaný kapitál i ako počet zamestnancov, ktorých zamestnáva v dnešnom období:

$$D_{it}^d \geq \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f \quad \wedge \quad D_{it}^d \geq L_{it-1}^f.$$

V takom prípade potrebujeme zamestnať ďalších ľudí a dokúpiť nové stroje:

$$I_{it}^f = D_{it}^d - \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f$$

$$H_{it}^f = D_{it}^d - L_{it-1}^f > 0.$$

- Očakávaný dopyt je naopak menší ako kapitál v minulom období a zároveň aj zamestnancov máme zbytočne veľa:

$$D_{it}^d < \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f \quad \wedge \quad D_{it}^d < L_{it-1}^f.$$

Budeme teda prepúšťať a niektoré stroje budú stáť:

$$I_{it}^f = 0$$

$$H_{it}^f = D_{it}^d - L_{it-1}^f < 0.$$

- Ďalšou možnosťou je, že zamestnávame veľa ľudí, ale chýbajú nám stroje, aby sme dokázali vyrobiť toľko, koľko očakávame dopyt:

$$D_{it}^d \geq \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f \quad \wedge \quad D_{it}^d < L_{it-1}^f.$$

Opäť budeme prepúšťať, ale stroje budeme musieť dokúpiť:

$$I_{it}^f = D_{it}^d - \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f$$

$$H_{it}^f = D_{it}^d - L_{it}^f < 0.$$

- Posledná situácia je, že nám chýbajú ľudia ku strojom, ale strojov je dostatok, nepotrebuje dokupovať žiadne nové:

$$D_{it}^d < \frac{a-1}{a} K_{it-1}^f \quad \wedge \quad D_{it}^d \geq L_{it-1}^f.$$

Zamestnáme viac ľudí a niektoré stroje sa nebudú používať:

$$I_{it}^f = 0$$

$$H_{it}^f = D_{it}^d - L_{it-1}^f > 0.$$

Teraz sme vo fáze, kedy má i -ta firma vypočítaný očakávaný dopyt pre čas t , vie koľko (H_{it}^f) ľudí prepustiť či najatť. V prípade, že potrebuje prijať ďalších zamestnancov, tak sa začne výberové konanie. V našom prípade prebieha náhodne. Firma potrebuje najatť napr. 5 ľudí, tak budeme predpokladať, že práve piati náhodní nezamestnaní sa budú o toto miesto uchádzať. Pre týchto piatich nezamestnaných to nemusí byť firma, ktorá im ponúka najvyšší plat, ale zohľadňujú preferencie spomenuté vyššie. V extrémnych prípadoch sa môže stať, že nebude dostatok nezamestnaných pre všetky firmy, ktoré zháňajú nových ľudí. My sa však tomu budeme v našom modeli vyhýbať, pretože ani v reálnej ekonomike sa nestretávame s nulovou nezamestnanosťou.

Jednou z možností ako sa tomu vyhnúť je neuvažovať konštantý stav populácie. Populácia sa bude meniť každým obdobím nasledovne:

$$popul_t = popul_{t-1}(1 + g) + \varphi_t(0, \sigma^2),$$

kde $popul_{t-1}$ je veľkosť populácie v minulom období, g je miera rastu populácie a φ_t je tentokrát normálne rozdelená náhodná premenná so strednou hodnotou 0 a disperziou σ^2 . Znamená to, že populácia rastie konštantou mierou, náhodná premenná φ_t predstavuje akúsi náhodu. Ak je $\varphi_t < 0$, tak v danom období zomrelo viac ľudí alebo sa menej

narodilo, ak je $\varphi_t > 0$ tak je miera rastu populácie väčšia ako v minulom období. Budeme uvažovať, že noví nezamestnaní sa k tým starým pridávajú vždy až na konci obdobia, zatiaľ čo ľudia sa prijímajú a prepúšťajú v priebehu daného obdobia. Populácia v našom modeli predstavuje pracovnú silu, teda súčet všetkých zamestnaných a všetkých nezamestnaných. Miera nezamestnanosti je potom daná vzorcom

$$u_t = \frac{U_t}{popul_{t-1}},$$

kde U_t je počet nezamestnaných v čase t .

Čiže v tejto fáze už poznáme počet pracovníkov každej firmy (L_{it}^f). Môžeme v tejto chvíli povedať, že poznáme aj množstvo kapitálu? Odpoveď je nie. Firmy síce poznajú koľko dodatočných investícií potrebujú, ale najprv sa musia pozrieť na svoje zisky z minulého obdobia, aby zistili, či majú dostatok peňazí na investovanie.

2.1.4 Zisk firiem a úspory

Kedže neuvažujeme banky, tak firma si môže dovoliť kúpiť iba toľko strojov, ktoré je schopná svojimi financiami zaplatiť. V prípade, že dopyt po sústruhoch i -tej firmy v čase t je väčší ako je firma schopná zo svojho zisku z času $t - 1$ zaplatiť, tak dodatočné investície budú menšie ako firma potrebuje, aby dokázala vyrobiť toľko, koľko očakáva. Poďme si ukázať postupne koľko firma môže investovať do nových strojov. Kedže chceme zaplatiť investície v čase t , tak budeme hovoriť o ziskoch v čase $t - 1$.

Firma musí najprv vždy na konci každého obdobia vyplatiť zamestnancov. V čase $t - 1$ vyplatí i -ta firma celkom mzdy v hodnote:

$$mzdy_{it-1}^f = w_{it-1}^F L_{it-1}^f.$$

Táto suma sa minie na homogénny statok v čase t , samozrejme zmenšená o infláciu.

Potom si firma môže vypočítať zisk, ktorý nezávisí iba od ceny produktu v čase $t - 1$, ale aj od produkcie a reálneho dopytu v čase $t - 1$. Reálny dopyt firiem generujeme náhodne v závislosti od reálneho dopytu v minulom časovom období:

$$real_d_{it-1} = \Omega_{it-1},$$

kde Ω_{it-1} je náhodná rovnomerne rozdelená premenná na intervale

$$(\max(0, 0.95real_d_{it-2}), 1.05real_d_{it-2}),$$

čím sa vyhneme tomu, že reálny dopyt bude záporný. Hodnotu zisku, ak bola produkcia v čase $t - 1$ i -tej firmy dostatočná na pokrytie reálneho dopytu, si firma vypočíta takto:

$$Z_{it-1}^f = P_{it-1}real_d_{it-1} - mzdy_{it-1}^f + \left(1 - \frac{I_{t-1}}{100}\right) uspor_{it-2}^f.$$

Nastať môže aj situácia, kedy by firma predala viac, ale nedokázala vyprodukovať dostatočné množstvo statku. Preto zisk i -tej firmy v čase $t - 1$ je:

$$Z_{it-1}^f = P_{it-1}Y_{it-1}^f - mzdy_{it-1}^f + \left(1 - \frac{I_{t-1}}{100}\right) uspory_{it-2}^f,$$

kde $uspory_{it-2}^f$ sú úspory i -tej firmy z času $t - 2$.

Majiteľom firiem bude vyplatená časť zo zisku vo forme dividend. V našom modeli uvažujeme rovnakú časť zo zisku pre všetky firmy s homogénnym produktom aj pre investičné firmy. Túto časť budeme označovať c . Výška dividend i -tej firmy v čase $t - 1$ je

$$divi_{it-1}^f = cZ_{it-1}^f.$$

Celá táto časť zisku zmenšená o infláciu sa minie na nákup homogénneho produktu v čase t .

Zvyšnú časť zisku investujú firmy na kúpu nových strojov v nasledujúcom období, ktoré si kupujú od investičných firiem. Môžu nastať dve situácie:

- Firma nemá dostatok peňazí na investície. V takom prípade môže investičné firmy požiadať o menšie investície ako v skutočnosti potrebuje na naplnenie svojich očakávaní. Firma nemá žiadne úspory.
- Firma zo zvyšku zisku má na zapltenie dodatočných investícií investičným firmám a ešte jej aj vznikajú úspory, ktoré môže minúť v nasledujúcom období.

Vráťme sa do situácie, kedy chceme zistiť koľko si firma môže dovoliť investovať do nových strojov. Predpokladajme, že v čase $t - 2$ sme zarobili dostatok peňazí na zapltenie investícií v čase $t - 1$ a ešte nám aj vznikli úspory:

$$uspory_{it-1}^f = (1 - c) \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) Z_{it-2}^f - k_{t-1}I_{it-1}^f.$$

Z očakávaného dopytu si firmy určili počet strojov, ktoré potrebujú dokúpiť. Začnú porovnávať cenu týchto investícií so sumou, ktorú majú určenú na investovanie z minulého obdobia a pripočítajú k tomu úspory z toho istého obdobia. Obe tieto hodnoty treba zmenšiť o infláciu. Opäť je viacero možností, ktoré môžu vzniknúť:

- Z časti zisku z času $t - 1$ určeného na investovanie v čase t sme schopní zaplatiť investície a ešte nám aj vzniknú nové úspory. Nebudeme uvažovať akumuláciu úspor, ale úspory, ktoré nevyužijeme na investície, jednoducho pripočítame k zisku, čím na jednej strane zvýšime dividendy majiteľom firiem (zvýšime celkovú spotrebu), na druhej strane zvýšime aj množstvo peňazí určených na investície do budúcnosti. Súčasný zisk však ešte nepoznáme, nevieme koľko strojov firma nakoniec od investičných firiem získa. Matematický zápis tejto možnosti je takýto:

$$I_{it}^f k_t \leq (1 - c) \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) Z_{it-1}^f$$

$$usporoy_{it}^f = (1 - c) \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) Z_{it-1}^f - k_t I_{it}^f$$

- Peňazí na investovanie zo zisku máme málo, ale po pričítaní úspor dokážeme zaplatiť všetky dodatočné investície. V takom prípade sa nám úspory z času $t - 1$ znížia, ale rovnako ako v predošlom prípade ich pripočítame k súčasnému zisku. Nevzniknú žiadne nové úspory. Zápis:

$$I_{it}^f k_t \leq \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) \left[(1 - c) Z_{it-1}^f + usporoy_{it-1}^f\right]$$

$$usporoy_{it-1}^f = \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) usporoy_{it-1}^f - \left[k_t I_{it}^f - (1 - c) \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) Z_{it-1}^f\right]$$

$$usporoy_{it}^f = 0$$

- Zisk firmy bol tak malý, že ani po prirátaní úspor nie je firma schopná zaplatiť potrebný počet strojov. Vtedy minieme všetky úspory a zmení sa nám počet dodatočných investícií. Zapišeme to takto:

$$I_{it}^f k_t \geq \left(1 - \frac{I_t}{100}\right) \left[(1 - c) Z_{it-1}^f + usporoy_{it-1}^f\right]$$

$$I_{it}^f = \frac{\left(1 - \frac{I_t}{100}\right) \left[(1 - c) Z_{it-1}^f + usporoy_{it-1}^f\right]}{k_t}$$

$$usporoy_{it-1}^f = 0$$

$$usporoy_{it}^f = 0$$

2.2 Investičné firmy

Predošlými výpočtami sme dostali konečné investície firiem s homogénnym statkom. Teraz je na investičných firmách, či sú schopné svojimi vstupnými faktormi toľko investícií aj poskytnúť. Vstupnými faktormi investičných firiem je tiež práca a kapitál. Investičné firmy si nepočítajú očakávaný dopyt. Oni sledujú celkové investície, čo je suma všetkých dodatočných investícií firiem s homogénnymi produktom. Firmy si vyberajú od ktorej investičnej firmy chcú nové stroje úplne náhodne, keďže každá ponúka kapitál za rovnakú cenu. Dokonca budeme predpokladať, že i -ta firma môže žiadať o investície aj od viacerých investičných firiem naraz. Pre investičnú firmu je teda dôležité vedieť časť celkových investícií, ktoré musí vyrobiť a následne poskytnúť firmám, pričom sa nezaujíma, ktorej firme koľko poskytuje.

Investičné firmy budeme indexovať $j = 1, \dots, J$. Postupnosť ich udalostí bude nasledovná:

1. Investičné firmy si pozrú akú časť celkových investícií musia poskytnúť firmám.

2. Investičné firmy si vypočítajú svoje dodatočné investície a začnú prepúšťať, resp. prijímať zamestnancov.
3. Investičné firmy si začnú vyrábať vlastné stroje v počte rovnom ich dodatočným investíciám (ak im to ich zisky dovoľia). Zároveň začne výroba strojov pre firmy s homogénnym produktom.
4. Investičné firmy poskytnú investície firmám.
5. Majitelia firiem vyplatia svojim zamestnancom mzdy, majiteľom sú vyplatené dividendy.
6. Investičné firmy si vypočítajú zisk v čase t .
7. Časť zisku sa odkladá na zaplatenie ďalších investícií v období $t + 1$. Z tejto časti nám môžu vznikáť úspory.

Každá investičná firma disponuje určitým kapitálom a prácou, vďaka ktorým vie vyrábať určitý počet sústruhov. Ak investičná firma nedokáže vyrobiť toľko strojov, koľko sa od nej vyžaduje, tak musí aj ona investovať do ďalších sústruhov (dodatočné investície investičných firiem) a najať ďalších ľudí. Budeme predpokladať, že za jedno časové obdobie si investičná firma sama vyrobí dodatočné investície a stihne aj vyrobiť stroje pre firmy s homogénnym statkom.

Pri výpočte dodatočných investícií a zamestnancov investičných firiem v čase t môžu nastať štyri situácie rovnako ako pri firmách, ktoré vyrábajú homogénny statok. Uvedieme však iba jednu možnosť, pretože zvyšné sa dajú odvodiť podobne ako pri firmách s homogénnym statkom:

- Časť celkových investícií, ktorú má j -ta firma v čase t vyrobiť je väčšia ako amortizovaný kapitál z predošlého obdobia, a zároveň dvojnásobok časti celkových investícií, ktorú má j -ta firma v čase t vyrobiť je väčší ako počet zamestnancov, ktorých mala firma doteraz zamestnaných:

$$\beta_{jt} \sum_i I_{it}^f \geq \frac{a-1}{a} K_{jt-1}^i \quad \wedge \quad 2\beta_{jt} \sum_i I_{it}^f \geq L_{jt-1}^i,$$

kde $0 \leq \beta_{jt} \leq 1$ a $\sum_j \beta_{jt} = 1$. V takom prípade treba zamestnať nových ľudí a investičná firma si musí vyrobiť ďalšie stroje:

$$I_{jt}^i = \beta_{jt} \sum_i I_{it}^f - \frac{a-1}{a} K_{jt-1}^i$$

$$H_{jt}^i = 2\beta_{jt} \sum_i I_{it}^f - L_{jt-1}^i.$$

Naskytla sa jedna zmena pri počítaní počtu zamestnancov. Túto zmenu vysvetlíme v časti Produkčná funkcia.

Investičné firmy začnú výberové konanie, ktoré prebieha úplne rovnako ako v prípade firiem s homogénnym statkom. Počet zamestnancov j -tej firmy v čase t je nasledovný:

$$L_{jt}^i = L_{jt-1}^i + H_{jt}^i. \quad (6)$$

Platy, ktoré im investičné firmy ponúknu musia byť približne rovnaké ako ponúkajú firmy s homogénnym statkom svojim zamestnancom. Ak by tomu tak nebolo, tak ľudia by mali záujem sa zamestnať buď v investičných firmách alebo vo firmách s homogénnym produktom v závislosti od toho, ktoré ponúkajú v priemere väčší plat. My predpokladáme, že sme v jednom odvetí, a teda plat bude približne rovnaký a nezamestnaným je jedno, v ktorej firme sú zamestnaní. Plat ponúkaný investičnou firmou v čase t je

$$w_{jt}^i = \frac{\sum_i w_{it}^f}{f} (1 + \tau_{jt}),$$

kde τ_{jt} predstavuje majiteľove zásahy do platu j -tej firmy, ide o rovnomerne rozdelenú náhodnú premennú na intervale $(0, h_\tau)$. Mzda, ktorá je nakoniec vyplatená zamestnancom v investičnej firme zohľadňuje aj minimálnu mzdu:

$$w_{jt}^I = \max(w_{jt}^i, \hat{w}_t).$$

Teraz sa zameriame na dodatočné investície investičných firiem. Opäť budeme uvažovať o ziskoch, mzdách, a podobne, z času $t - 1$, pretože z nich hradíme investície v čase t . Firmy so sústruhmi najprv vyplatia svojich zamestnancov:

$$mzdy_{jt-1}^i = w_{jt-1}^I L_{jt-1}^i.$$

Investičné firmy nemusia porovnávať svoju produkciu s reálnym dopytom, preto je zisk daný takto:

$$Z_{jt-1}^i = k_{t-1} Y_{jt-1}^i - mzdy_{jt-1}^i + \left(1 - \frac{I_{t-1}}{100}\right) uspor_{jt-2}^i,$$

zo zisku sa vyplácajú dividendy majiteľom investičných firiem:

$$div_{jt-1}^i = c Z_{jt-1}^i.$$

Nebudeme sa vracieť k vysvetľovaniu ako vznikajú j -tej firme v čase $t - 1$ úspory, ani ako ich môžu v prípade potreby minúť na výrobu ďalších strojov alebo pripočítať k zisku, pretože je to úplne rovnaké ako pri firmách s homogénnym produktom. Teraz už vieme, koľko dodatočných investícií si investičná firma môže dovoliť, a teda kapitál j -tej firmy v čase t sa zmení na

$$K_{jt}^i = \frac{a-1}{a} K_{jt-1}^i + I_{jt}^i. \quad (7)$$

2.3 Produkčná funkcia

Keď má firma k dispozícii informácie, ktoré sme doteraz uviedli, pozrie sa na svoju produkčnú funkciu a začne výrobu. Produkčná funkcia každej z firiem (aj investičných, aj s homogénnym produktom) je Leontieffova produkčná funkcia, alebo tiež funkcia dokonale komplementárnych faktorov:

$$\min(\alpha_1 x_1, \dots, \alpha_n x_n).$$

Statok, ktorý sa danými vstupmi vyrába musí byť vyrobený zo všetkých faktorov istým pomerom. Nie je možné jeden vstup odobrať, zvýšiť množstvo druhého vstupu a vyrábať tak produkt.

Firmy s homogénnym výrobkom zvolia

$$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$$

a teda spojením jednej jednotky každého faktoru vznikne jedna jednotka výstupu. Inými slovami, aby sme vyrobili jednu jednotku homogénneho produktu potrebujeme jeden sústruh, ktorý bude obsluhovať jeden zamestnanec. Investičné firmy zvolia

$$\alpha_1 = 1, \alpha_2 = \frac{1}{2},$$

čo znamená, že na to, aby sme vyrobili jednu jednotku dodatočných investícií, teda strojov, potrebujeme jeden sústruh, ale až dvoch zamestnancov. A práve to je rozdiel, ktorý sme spomínali, keď sme rátali dodatočné investície investičnej firmy a zisťovali koľko musí prepustiť, resp. prijať zamestnancov.

V našom modeli si najprv svoju produkciu určí investičná firma, pretože ona vie ako prvá koľko strojov vyrobí na základe svojich možností, a teda koľko bude môcť firma s homogénnym statkom vyrobiť produktov. Po vypočítaní kapitálu podľa rovnice (7) a práce podľa (6) s ohľadom na očakávaný dopyt druhých firiem, vlastný zisk a úspory, si zvolí j -ta firma v čase t produkciu vo výške

$$Y_{jt}^i = \min \left(K_{jt}^i, \frac{1}{2} L_{jt}^i \right)$$

a začne vyrábať. Výroba podobne ako v BAM modeli trvá jedno časové obdobie bez ohľadu na veľkosť firmy.

V situácii, keď investičné firmy vedia koľko vyrobia, sa firmy s homogénnym produktom dozvedia, či dostanú toľko investícií o koľko žiadali. Môže nastať situácia, že investičné firmy neboli schopné vyrobiť toľko koľko mali. Aby sme to overili, tak si spočítame celkovú produkciu týchto firiem. V prípade, že celková produkcia je menšia ako celkové investície, tak musíme vypočítať podiel celkovej produkcie s celkovými investíciami a následne týmto pomerom prenásobiť dodatočné investície, o ktoré žiadali firmy s homogénnym produktom, čím dostaneme nové dodatočné investície, ktoré sú

menšia ako boli tie pôvodné:

$$I_{it}^f = \frac{\sum_j Y_{jt}^i}{\sum_i I_{it}^f} I_{it}^f.$$

Takže už poznáme investície aj firiem s homogénnym produktom, firmy si vypočítajú súčasný kapitál podľa (5), súčasný stav zamestnancov podľa (4) a začne sa produkcia v množstve rovnom:

$$Y_{it}^f = \min(K_{it}^f, L_{it}^f).$$

2.4 Zhrnutie modelu

Zhrnieme si ešte raz pár vetami ako funguje náš model. Najprv si firmy vypočítajú svoj očakávaný dopyt a cenu pre súčasné obdobie. Na základe tejto informácie začnú najímať či prepúšťať zamestnancov. Pri počítaní dodatočných investícií musia firmy zohľadniť aj finančnú stránku svojej firmy, či si môžu dovoliť toľko investovať, koľko by chceli na základe očakávaného dopytu. Investičné firmy si zistia akú časť z celkových investícií od nich žiadajú firmy s homogénnym produktom. Na základe tohto začnú aj oni najímať resp. prepúšťať zamestnancov. V prípade, že svojim kapitálom nie sú schopné poskytnúť dostatok investícií firmám, tak aj oni investujú svoje peniaze na dodatočné investície a začne sa výroba strojov. Investičná firma už môže vyplatiť svojich zamestnancov, majiteľov a zvyšok si odloží na ďalšie obdobie na investície. Po poskytnutí investícií firmám s homogénnym statkom, začnú oni s výrobou produktu. Svoju produkciu porovnajú s reálnym dopytom, vypočítajú si zisk, vyplatia zamestnancov a dividendy majiteľom firiem. Časť zisku sa odkladá na budúce investovanie. Nesmieme zabudnúť na infláciu, ktorá vplýva na naše zisky a úspory. V modeli BAM boli spomenuté aj bankroty firiem a vstupy nových firiem do ekonomiky. V našom modeli však firmy nebankrotujú, pretože nemajú pôžičky, ich kapitál je vždy kladný.

3 Výsledky simulácií a štatistiky

V predposlednej kapitole si ukážeme výsledky našich simulácií a skúsime si ich vysvetliť na príkladoch z reálnej ekonomiky. V podkapitole Štatistiky budeme fixovať všetky premenné v našom modeli až na jednu, ktorú budeme meniť. Našu veľmi zjednodušenú ekonomiku sme programovali v programe MATLAB 7.12.0 (R2011a) a štatistiky sme robili v štatistickom programe R i386 3.0.0.

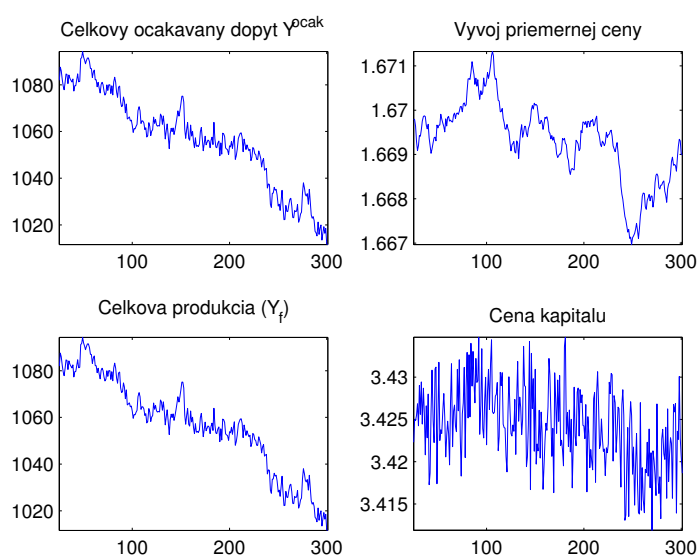
3.1 Simulácie

Pri našich simuláciách je nutné prvých 25 období nebrať do úvahy, pretože firmy vtedy nereagujú na podmienky, aké sú na trhu, ale ich výsledky skôr závisia od počiatočných podmienok. Jedným časovým obdobím sa rozumie štvrt' rok, teda 4 mesiace. Počiatočným obdobím je obdobie 0, výroba sa začína až v období 1. Najprv si v tabuľke ukážeme aké hodnoty premenných sme volili:

Tabuľka 2: Tabuľka hodnôt parametrov

	Parameter	Hodnota
$popul_0$	Celková populácia	1260
I	Počet firiem	300
J	Počet investičných firiem	30
T	Časové obdobie	300
K_{i0}^f	Počiatočný kapitál všetkých firiem	4
K_{j0}^i	Počiatočný kapitál všetkých investičných firiem	1
L_{i0}^f	Počiatočný počet zamestnancov všetkých firiem	3.6
L_{j0}^i	Počiatočný počet zamestnancov všetkých investičných firiem	1.8
c	Spotreba majiteľov	0.3
a	Doba amortizácie	40
u_0	Počiatočná miera nezamestnanosti	0.05
P_{i0}	Cena produktu pre všetky firmy v čase 0	$\frac{10}{6}$
η	Maximálny nárast/pokles ceny produktu	0.005
k_0	Cena kapitálu v čase 0	$\frac{20}{6}$
w_{i0}^f	Mzda všetkých firiem v čase 0	1
η	Maximálny zásah majiteľa firmy na mzdy	0.005
w_{j0}^i	Mzda všetkých investičných firiem v čase 0	1
η	Maximálny zásah majiteľa investičnej firmy na mzdy	0.005
\hat{w}_0	Minimálna mzda na začiatku	0.6
ρ	Maximálny nárast/pokles očakávaného produktu	0.1
g	Miera rastu populácie	0.001
σ_2	Disperzia	0.005

Každá simulácia je iná, my si vyberieme niekoľko špecifických simulácií, na ktorých sa pokúsime vysvetliť danú ekonomickú situáciu na základe reálnych poznatkov z ekonomie. Pozrime sa na *Obrázok 6*, na ktorom je vykreslený celkový očakávaný dopyt, celková produkcia firiem, ktoré vyrábajú homogénny statok, vývoj priemernej ceny a ceny kapitálu. Môžeme si všimnúť krátkodobé výkyvy celkových očakávaní, dlhodobo nám však očakávaný dopyt klesol z hodnoty približne 1080 na 1020. Firmy prispôbujú svoju výrobu očakávaniam, preto vývoj celkovej produkcie je rovnaký ako vývoj celkového očakávaného dopytu. Tým, že celková produkcia je veľmi podobná očakávaniam znamená, že firmy mali takmer vždy dostatok prostriedkov na investície, ktoré im zaručili výrobu rovnú očakávaniam. Túto recesiú spôsobil pokles reálneho dopytu, ktorý je znázornený na *Obrázku 7*.

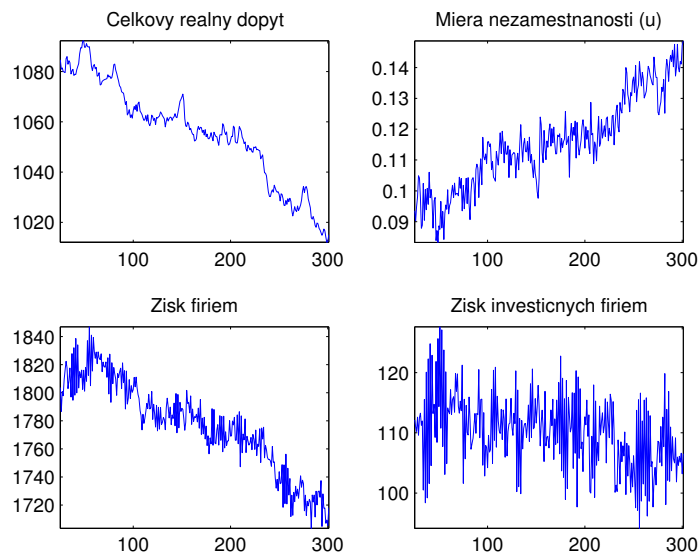


Obr. 6: Graf celkového očak. dopytu, produkcie, priemernej ceny a ceny kapitálu

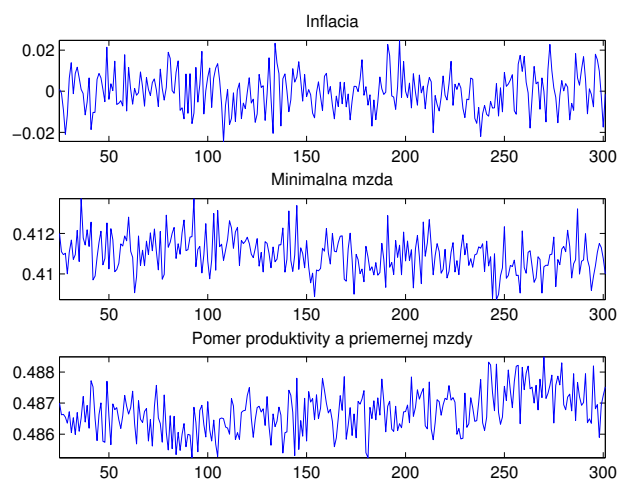
Na *Obrázku 7* je znázornená aj miera nezamestnanosti. V období krízy okrem znížovania výroby sa zvyšuje aj miera nezamestnanosti. Miera nezamestnanosti sa nám zvýšila o 5%. Firmy na jednej strane nepotrebujú veľa zamestnancov (prepúšťanie), pretože vyrábajú stále menej a menej, a na druhej strane tým, že sa im znižujú zisky, nemôžu si dovoliť zamestnať toľko ľudí, koľko potrebujú. Znižujú sa mzdy zamestnancov, čím sa znižuje kúpyschopnosť obyvateľstva, čo spôsobuje ďalšie znižovanie produkcie. Priemerná cena produktu neklesá až tak prudko ako reálny dopyt či produkcia. Bude to spôsobené tým, že sa znížila ponuka, a v snahe udržať si zisk sa cena až tak neznižuje.

Zisk firiem, ktoré vyrábajú homogénny statok, závisí od produkcie (resp. reálneho dopytu) a od ceny produktu. V tomto prípade zisky klesajú s klesaním produkcie. Priemerná cena produktu síce bola v niektorých obdobiach vyššia ako na začiatku,

ale pokles produkcie bol väčší a stiahol zisky firiem dolu. Zisky investičných firiem sú závislé od ceny kapitálu, ktorý sa vyvíja približne ako cena produktu. Ďalej sú závislé od celkových investícií firiem. Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že aj ich zisky by sa mali vyvíjať podobne ako zisky firiem s homogénnym produktom, pretože tie vyrábajú málo a teda potrebujú málo strojov. Lenže my uvažujeme aj dobu amortizácie, ktorá zabezpečuje investičným firmám pravidelný a viac menej rovnaký zisk. Preto pokles ziskov investičných firiem nie je až taký výrazný, ako je to pri ziskoch firiem s homogénnym produktom.



Obr. 7: Graf celkového očak. dopytu, produkcie, priemernej ceny a ceny kapitálu

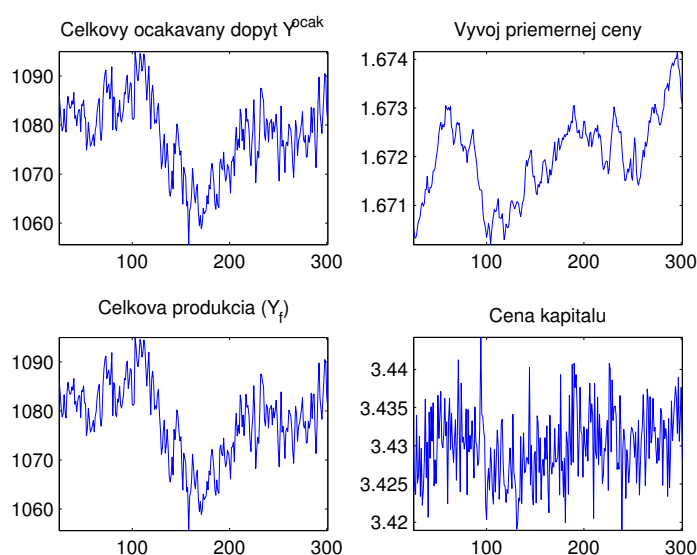


Obr. 8: Inflácia, minimálna mzda a pomer produktivity práce voči priemernému platu investičných firiem

Na poslednom obrázku je znázornená miera inflácie (počítaná každé obdobie, teda štvrtročne), ďalej minimálna mzda a nakoniec pomer produktivity práce voči priemernému platu investičných firiem. Keďže neuvažujeme rast produktivity práce, tak tento pomer rastie resp. klesá v závislosti od priemerného platu. Priemerný plat klesá spolu so znižovaním ceny produktu, preto sa tento podiel o trochu zväčšuje.

Opakom recesie v ekonomike je expanzia. Ak ide o dlhodobú expanziu hovoríme o tzv. boome. Vo fáze expanzie majú firmy zvýšenú investičnú aktivitu, narastá produkcia a nezamestnanosť začne klesať. Zvyšuje sa dopyt zo strany spotrebiteľov, zvyšuje sa zároveň aj cena produktu čo môže naštartovať recesiú. Krátkodobé výkyvy nevieme predvídať a sú nepravidelné. Recesia a expanzia majú globálny charakter.

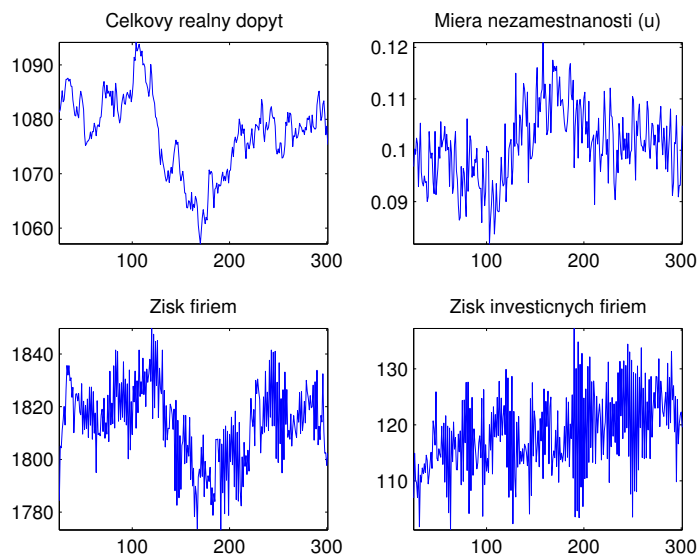
Teraz si opíšeme stav, v ktorom sa približne nachádza naša ekonomika. Pôjde o krízu, ktorá trvá zopár rokov a ekonomike trvá trochu dlhšie, kým sa opäť rozbehne. Malá zmena oproti predošlej simulácii je v tom, že teraz uvažujeme zmenu produktivity práce. Každým obdobím sa nám produktivita práce zvýši o 0.02%.



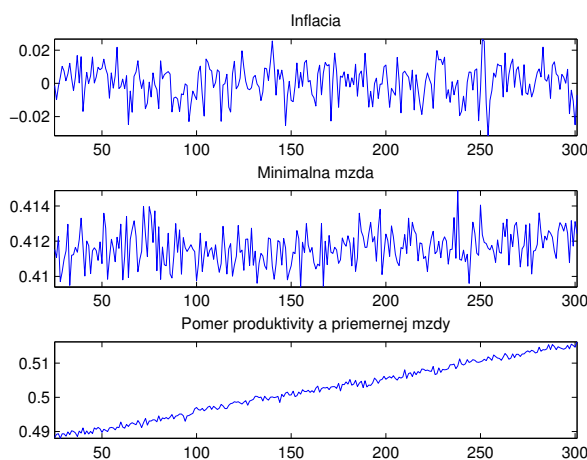
Obr. 9: Graf (rastúca produktivita) celkového očak. dopytu, produkcie, priemernej ceny a ceny kapitálu

Obrázok 9 nám ukazuje ako sa ekonomika prvých približne 100 období pomaly vyvíjala, až na malé krátkodobé cyklycké výkyvy, trend však mala rastúci. Potom prišlo náhle zníženie očakávaní, klesal reálny dopyt a s ním aj celková produkcia v ekonomike. Na začiatku sa prudko zvýšila priemerná cena produktu, čo znamená, že bol veľký dopyt po produkte, preto firmy zvyšovali cenu produktu. Neskôr však boli ceny produktu v mnohých firmách príliš vysoké, ľudia znížili dopyt po produkte. Firmy v snahe udržať predajnosť tovaru prudko znížili cenu, čo ale spôsobilo, že firmy mali málo peňazí na investície, málo vyrábali a začala klesať produkcia. Prudký pokles výroby znamená hromadné prepúšťanie, zníženie plátov a teda zníženie celkového dopytu. Firmy opäť

zvyšujú ceny, ale nie tak prudko, aby udržali svoje zisky. Tým sa ekonomika znova pozvoľna po zhruba 80-tich obdobiach rozbieha a nadobúda rastúci trend.



Obr. 10: Graf (rastúca produktivita) celkového očak. dopytu, produkcie, priemernej ceny a ceny kapitálu

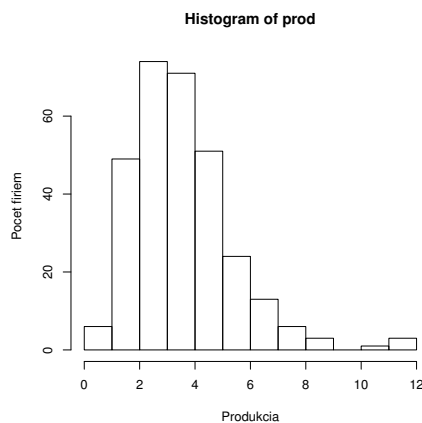


Obr. 11: Inflácia, minimálna mzda a pomer produktivity práce voči priemernému platu investičných firiem (rastúca produktivita)

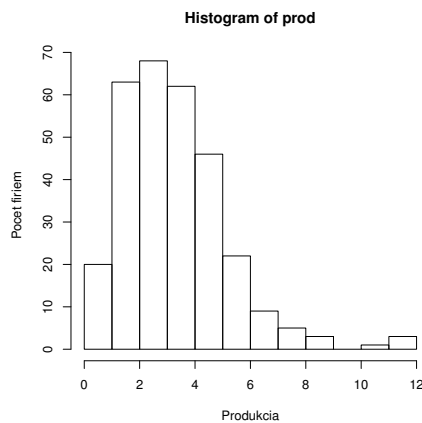
Posledné dva obrázky nám ukazujú celkové zisky firiem, ktoré sa vyvíjali na základe ceny produktu a celkovej produkcie. Úplne iný trend majú zisky investičných firiem. Tie rástli takmer stále. Z výnimkou najväčšej krízy, kedy trochu klesli, ale na konci je viditeľný rast celkových ziskov investičných firiem, pretože firmy chcú opäť vyrábať, a teda investičné firmy vyrábajú aj stroje navyše, nie len tie, ktoré sa opotrebúvajú. Zároveň rastie produktivita práce, teda stačí zamestnávať menej ľudí. Očividná zmena

je pri pomere produktivity práce a priemerného platu investičných firiem. Produktivita práce sa zvyšuje, teda celý pomer sa zväčšuje aj na základe tohto, nielen na základe ponúkaných plátov investičných firiem.

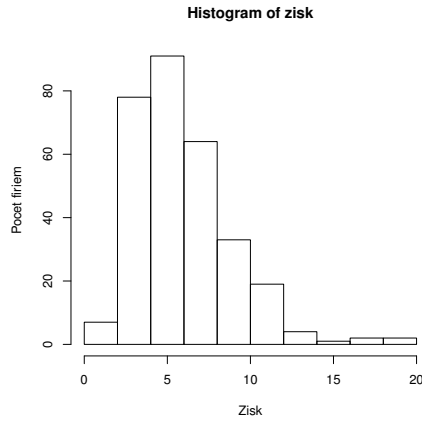
Posledné obrázky budú histogramy produkcie firiem a ich ziskov. Najviac firiem je stredne malých, tých malých je menej, rovnako aj monopolov je minimálne. Tento jav je bežný aj v reálnej ekonomike.



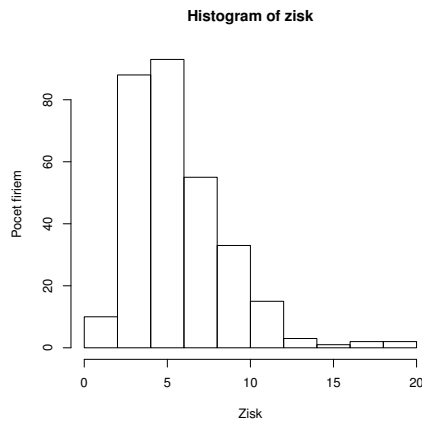
Obr. 12: Histogram produkcie firiem



Obr. 13: Histogram produkcie investičných firiem



Obr. 14: Histogram ziskov firiem

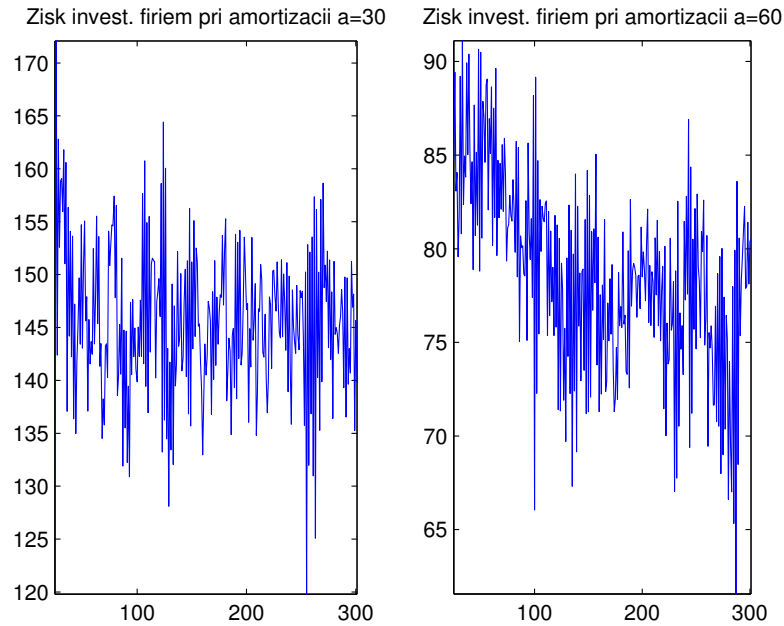


Obr. 15: Histogram ziskov investičných firiem

3.2 Štatistiky

Jednou z premenných, ktorej vplyv na ostatné premenné budeme skúmať je doba amortizácie. Ak sa doba amortizácie predĺži, tak stroje sa opotrebúvajú pomalšie a vydržia dlhšie obdobie. Pre investičné firmy to znamená, že firmy od nich žiadajú menej investícií, čo sa prejaví na ich ziskoch. Ak sa doba amortizácie naopak skráti, tak firmy potrebujú nové stroje skôr, čo pre investičné firmy znamená výrobu nových strojov a zväčšovanie ziskov. Na obrázku 16 si môžeme všimnúť zisk firiem pri dobe amortizácie 60 období a zisk firiem pri dobe amortizácie 30 období. Samozrejme vývoj ziskov je v oboch prípadoch odlišný, ale čo si možno všimnúť je výška ziskov. V prípade doby amortizácie $a = 60$ sa zisky zdajú byť dvakrát menšie ako v prípade doby amortizácie $a = 30$.

Skúsime si túto našu hypotézu overiť. Najprv si však musíme pripraviť dáta, ktoré budeme pri overovaní hypotézy používať. Dáta sme získali takto:



Obr. 16: Vplyv amortizácie na zisk investičných firiem

- Najprv sme zvolili dobu amortizácie $a = 60$, spravili sme 50 simulácií.
- V každej simulácii si zistíme priemerný zisk investičných firiem za 300 období.
- Nakoniec takto dostaneme prvý súbor dát pozostávajúci z 50-tich priemerných hodnôt ziskov.
- Rovnako postupujeme aj s dobou amortizácie 30, čím dostaneme druhý súbor dát.

Najprv si otestujeme normalitu dát:

H_0 : dáta pochádzajú z normálneho rozd. vs. H_1 : dáta nie sú z normálneho rozd.

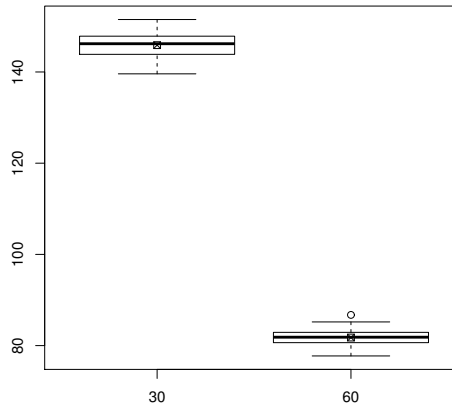
Na testovanie normality sme použili Kolmogorovov - Smirnov test. V oboch prípadoch vyšla p-hodnota menšia ako 5%. Naše dáta teda nepochádzajú z normálneho rozdelenia.

Teraz prejdeme k našej hypotéze. Chceme overiť, či stredná hodnota μ_1 prvého súboru dát ($a = 60$) je dvakrát menšia ako stredná hodnota μ_2 druhého súboru dát ($a = 30$). Inými slovami, testujeme hypotézu:

$$H_0 : 2\mu_1 - \mu_2 = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : 2\mu_1 - \mu_2 \neq 0.$$

Najprv si vykreslíme boxplot a vypočítame stredné hodnoty oboch súborov dát.

Stredná hodnota ziskov investičných firiem pri dobe amortizácie $a = 60$ je $\mu_1 = 81.7700$, stredná hodnota druhého súboru je $\mu_2 = 145.8831$. To čo sa na obrázku zdalo ako dvojnásobok, v skutočnosti je iba 1.784 násobok. Môžeme teda očakávať, že naša hypotéza bude zamietnutá. Overíme si to pomocou Wilcoxonovho 2- výberového testu



Obr. 17: Boxplot ziskov investičných firiem

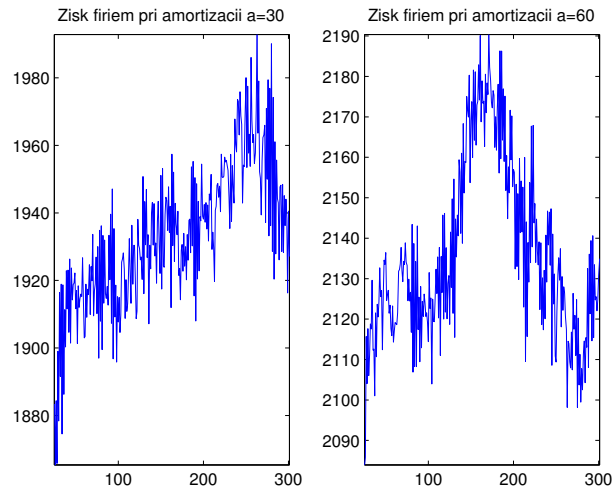
(pretože sme mali zamietnutú normalitu dát). Test nám potvrdil, že zisky pri dvakrát menšej dobe amortizácie nie sú dvakrát väčšie. Skúsime našu hypotézu pozmeniť na základe μ_1 a μ_2 , a síce:

$$H_0 : 1.78\mu_1 - \mu_2 \leq 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : 1.78\mu_1 - \mu_2 > 0.$$

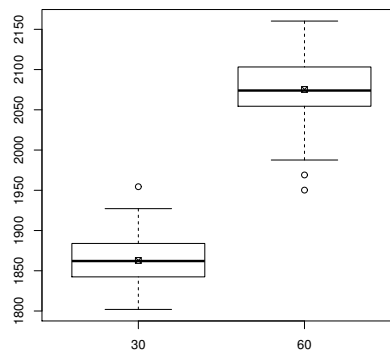
Hypotézu nám test tento krát nezamietol, p-hodnota bola 77%. Možným vysvetlením je, že na zisky investičných firiem nemá vplyv iba doba amortizácie, ale aj očakávania firiem s homogénnym produktom. Preto ak sa aj doba amortizácie dvakrát zmenší, ale očakávania firiem sú zlé, tak sa nám zisky dvakrát nezväčšia, pretože firmy budú chcieť vyrábať menej a teda budú aj menej investovať do strojov. Zisky sa nám ale zvýšia o menej ako 1.78krát.

Pozrime sa aký vplyv má amortizácia na zisky firiem, ktoré vyrábajú homogénny statok. Najprv si vykreslíme jednu simuláciu s dobou amortizácie $a = 30$ a jednu simuláciu s dobou amortizácie $a = 60$.

Ak sa pozrieme na hodnotu celkových ziskov v jednotlivých simuláciách, tak si všimneme, že v tomto prípade má amortizácia opačný vplyv na zisky. Pri zvýšení amortizácie sa zvýšia aj zisky firiem, ktoré vyrábajú homogénny produkt. Nemôžeme ale hovoriť o niekoľko násobnom zvýšení ziskov. Môžeme iba overiť, že zníženie amortizácie nám zníži zisky. Dáta sme získali podobne ako v predchádzajúcej štatistike, rozdiel je iba v počte simulácií, ten sme zvýšili na 100. Postupujeme podobne ako minule. Vykreslením boxplotu vidieť, že zisky sú pri dobe amortizácie $a = 60$ vyššie. Aby sme to mohli testovať, musíme najprv overiť normalitu dát Kolmogorovo - Smirnovym testom. Sada dát s dobou amortizácie $a = 30$ nie je z normálneho rozdelenia, druhá sada dát mala p - hodnotu väčšiu ako 5%. Keď sme si overili normalitu oboch dát naraz, tak sa nám potvrdila normalita dát. Budeme teda predpokladať, že dáta sú z normálneho



Obr. 18: Vplyv amortizácie na zisk firiem



Obr. 19: Boxplot ziskov firiem

rozdelenia, pretože aj p - hodnota dát s dobou amortizácie $a = 30$ bola takmer 5%.

Ak máme dáta z normálneho rozdelenia, tak sa najprv overuje rovnosť disperzií:

$$H_0 : \text{sigmy sa rovnajú} \quad \text{vs.} \quad H_1 : \text{sigmy sú rôzne.}$$

F test zamietol rovnosť disperzií (p -hodnota bola 0.0059). Stredná hodnota ziskov pri dobe amortizácie 30 je $\mu_1 = 1862.818$, druhá stredná hodnota je $\mu_2 = 2075.259$. Naša hypotéza je:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0.$$

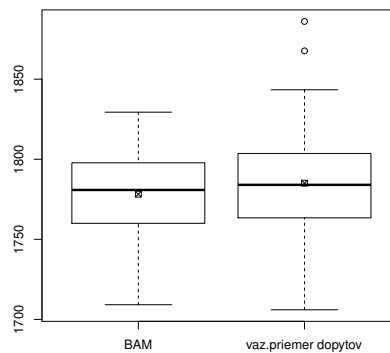
t test, v ktorom sme zadali, že disprezie sa nerovnajú, nám potvrdil našu hypotézu, že zisky pri dlhšej dobe amortizácie sú vyššie ako pri dobe amortizácii o polovicu kratšej. Pre istotu sme urobili aj Wilcoxonov test, ktorý tiež potvrdil našu hypotézu. Investičné firmy majú hlavný príjem z predaja sústruhov, na ktoré má priamy vplyv

doba amortizácie. U firiem s homogénnym statkom to tak nie je. Hlavný príjem majú z predaja produktu. Ak chcú mať veľký zisk, tak musia nakúpiť veľa strojov, aby mohli vyrábať dostatočné množstvo produktu. Pri dlhšej dobe amortizácie im stroje dlhšie vydržia a preto ich nemusia dokupovať v takom množstve ako keď je doba amortizácie krátka, a preto si zisky nezmenšujú dokupovaním nových strojov.

Teraz si skúsime porovnať očakávaný dopyt rátaný ako v BAM modeli, resp. ako v našom modeli, s očakávaným dopytom rátaným na základe predošlých dopytov, pričom každému z týchto dopytov je určená istá váha. Inými slovami, pokúsime sa zistiť či je štatistický rozdiel medzi očakávaným dopyt v našom modeli a modelom, ktorý predchádzal tomu nášmu, ktorý sme v krátkosti spomenuli v úvode. Spravíme si 100 simulácií, kde sa bude očakávaný dopyt rátať podľa obrázka 1. V každej simulácii vypočítame priemernú výšku očakávaní. Potom budeme rovnako postupovať so simuláciami, kde sme očakávaný dopyt rátali nasledovne:

$$D_{it}^d = \frac{1}{2}real_d_{it-1} + \frac{1}{3}real_d_{it-2} + \frac{1}{6}real_d_{it-3}$$

Budeme postupovať ako v predošlej štatistike. Vykreslíme si boxplot aj so strednou hodnotou očakávaného dopytu v oboch prípadoch:



Obr. 20: Boxplot očakávaného dopytu

Z obrázku sa zdá, že stredné hodnoty sa rovnajú, ich hodnoty sú: $\mu_1 = 1778.198$ a $\mu_2 = 1785.074$. Test nám ukázal, že dáta sú z normálneho rozdelenia a ich disperzie sa rovnajú. Požijeme teda klasický t test, pričom naša hypotéza je:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0.$$

P - hodnota testu je takmer 29%, čím sme nezamietli nulovú hypotézu, ale zamietli sme hypotézu H_1 . Inými slovami, štatisticky sa nepotvrdilo, žeby výpočet očakávaného dopytu na základe váženého priemeru minulých dopytov (s váhami $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$) bol odlišný od očakávaného dopytu počítaného na základe reálneho dopytu iba z minulého obdobia.

Preto nech si firmy vyberú akýkoľvek spôsob výpočtu očakávaného dopytu, vždy budú očakávať podobný dopyt.

4 Rozšírenie modelu

V tejto kapitole si teoreticky povieme ako vylepšiť model, aby sa viac podobal na reálnu ekonomiku. Samozrejme, základným rozšírením modelu by bolo zavedenie možnosti vzatia si pôžičky v prípade potreby. V modeli by okrem firiem existovala jedna centrálna banka, alebo okrem nej aj ďalšie komerčné, ktoré by požičiavali peniaze firmám na nákup dodatočných investícií alebo spotrebiteľom na nákup tovaru. Ďalším priblížením sa k realite by bolo, ak by sme neuvažovali o homogénnom produkte. Firmy by vyrábali rôzne produkty, po ktorých by bol rôzny dopyt. Všetky rozšírenia, ktoré sme už spomenuli, a ktoré ešte len spomenieme, by si však vyžadovali viac času, študovania rôznych literatúr, ktoré sa zaoberajú mikroekonomiou firiem, makroekonomiou, a v neposlednom rade si vyžadujú väčšiu znalosť programovania v MATLAB-e.

V našom modeli si zamestnanci vyberajú firmy, do ktorých sa chcú zamestnať náhodne. Nerozhoduje u nich najvyšší plat. Aj platy sú nastavené tak, aby sa veľmi nelíšili, a preto je zamestnancom jedno, kde pracujú. V reálnej ekonomike si však ľudia vyberajú náhodne firmy iba z určitého počtu firiem. Tento počet si určujú na základe výhod jednotlivých firiem. Ak zamestnanec považuje za rozhodujúci plat, tak si vyberie firmy s najvyšším ponúkaným platom, a z tých si náhodne vyberie jednu. V dnešnej dobe je veľká nezamestnanosť, ponuka práce je naozaj veľká, mnohí si nedovolia nevziať prácu, ak je napr. aj ďaleko od bydliska, naopak, ľudia sú ochotní za prácou aj cestovať. Zvlášťne na našom modeli je aj to, že firmy prepúšťajú na štvrtročnej báze. Dá sa to ale vysvetliť. Na jednej strane to môžeme brať ako skúšobnú dobu, ktorou ľudia buď prejdú a sú zamestnaní aj na ďalšie obdobie, alebo sú prepustení. Druhá strana je taká, že v poslednej dobe nie sú obyvatelia zamestnávaní na dobu určitú, majitelia firiem ich môžu kedykoľvek prepustiť. Každopádne by dobrým rozšírením bolo určiť dobu pracovnej zmluvy, podobne ako to bolo v BAM modeli.

Otázna je aj dĺžka jedného časového obdobia. V našom modeli si firma za jedno obdobie stihne zistiť očakávaný dopyt, investície, začne s prepúšťaním alebo najímaním zamestnancov. Po získaní investícií začne výrobu homogénneho produktu, ktorý v tom istom období aj predáva, má z neho zisk, ktorý potom delí medzi zamestnancov, majiteľov a dodatočné investície. Investičné firmy toho musia stihnúť ešte viac. Najprv musia vyrobiť sústruhy pre seba, a potom rýchlo ešte ďalšie stroje pre firmy, ktoré ich využívajú na výrobu homogénneho statku. Potom postupujú ako predošlé firmy, majitelia firiem vypočítajú zisk, vyplatia zamestnancov a mzdy, niečo odložia na výrobu strojov. Možno by bolo vhodné rozdeliť na dve obdobia výrobu strojov pre vlastné využívanie a výrobu strojov pre firmy na dve obdobia.

Posledným zlepšením modelu by bola vláda. Vláda, ktorej by firmy odvádzali dane, zamestnanci platili odvody. V našom modeli spotrebiteľia minú svoj celý plat na nákup produktu. Toto sa deje aj v súčasnosti. Ľudia žijú od výplaty k výplate, nemajú žiadne

úspory. Ale miňajú všetky peniaze až po zdanení.

Záver

Hlavným cieľom práce bolo vymyslieť takú virtuálnu ekonomiku, ktorá by sa čo najviac podobala tej skutočnej. Model, ktorý sme vytvorili vznikol bez akýchkoľvek podkladov, inšpiráciou nám bol iba jeden článok. Po vytvorení konečnej podoby modelu sme sa pustili na jeho programovanie. Veľmi dôležité bolo určenie niektorých počiatočných podmienok. Niektoré nie sú reálne, ale kvôli lepším výstupom sme ich museli zvoliť. Spomeniem napríklad cenu produktu, ktorá nám môže v extrémnych prípadoch narásť o 1.5% ročne. Skutočnosť je taká, že cena niektorých produktov narastie medziročne aj o 1.5%. Inflácia sa nám preto pohybuje v rozmedzí od -0.2% do 0.3% .

Náš model je zjednodušený, napriek tomu sa na základe výstupov z tohto modelu dajú interpretovať niektoré ekonomické javy. V práci sme sa venovali dĺžke doby amortizácie, jej vplyvu na zisk oboch druhov firiem. Opisovali sme aj celkové fungovanie ekonomiky na základe vývoja produkcie, priemernej ceny produktu a podobne. Zamerali sme sa aj na stav krízy, ktorý je v poslednej dobe aktuálny.

Venovali sme sa aj iným zaujímavostiam nášho modelu, ktoré sme ale pre rozsah neuviedli v hlavnej časti práce. Podobne ako vplyv doby amortizácie sme sledovali aký vplyv má výška dividend v našom modeli. Najväčší vplyv mala na nárast priemernej ceny produktu. Firmy zvyšovali cenu produktu, pretože vyššími dividendami majitelia firiem určite nakúpia viac. Všimli sme si aj prípady, kedy ekonomika padá už po pár obdobiach. Ak veľmi zvýšime plat zamestnancom, tak firmy nemajú peniaze na investície, zisky sú záporné, produkcia klesá na nulu. Podobne sa ekonomika správa pri znížení produktivity práce. V našom modeli uvažujeme pri investičných firmách dvoch zamestnancov k jednému stroju. Pri náraste na 3.5 zamestnanca na jeden stroj sa ekonomika správa podobne ako pri zvýšení platu.

Posledná kapitola je venovaná nedostatkom modelu a jeho možným zlepšením či rozšírením. Naša práca môže byť podnetom na vytvorenie podobných prác, vďaka ktorým bude sledovanie ekonomických javov jednoduchšie, aj keď realitu zachytiť dokonale pomocou jedného modelu a simulácií sa nepodarí nikdy.

Literatúra

- [1] GATTI, Domico Delli, et al. *Macroeconomics from the Bottom - up*, Springer 2011.
ISBN 978-88-470-1970-6
- [2] LISÝ, Ján, et al. *Ekonomía v novej ekonomike*, Bratislava, IURA EDITION 2007.
ISBN 978-80-8078-164-4
- [3] *Research and development*. Dostupné na: <http://www.investopedia.com/terms/r/randd.asp>
- [4] Brunovský P., *Mikroekonómia*. (učebný text na internete:
<http://pc2.iam.fmph.uniba.sk/skripta/brunovsky2/>)

Prílohy

Kód programu

```
clc
```

```
clear
```

```
% PocetSimulacii = 100;
```

```
% SkumanaVelicina = [30 60];
```

```
% for idx = 1:length(SkumanaVelicina)
```

```
% casove obdobie
```

```
T=300;
```

```
% pocet firiem
```

```
f=300;
```

```
s=30;
```

```
% miera nezamestnanosti
```

```
u(1:T+1)=0.1;
```

```
gL=0.001;
```

```
% produktivita
```

```
prod(1:T+1)=2;
```

```
% pociatocny stav kapitalu
```

```
K_f(1:T+1,1:f)=4;
```

```
K_s(1:T+1,1:s)=1;
```

```
% pociatocny stav zamestnancov
```

```
L_f(1:T+1,1:f)=(1-u(1))*K_f;
```

```
L_s(1:T+1,1:s)=(1-u(1))*prod(1)*K_s;
```

```
% celkova populacia
```

```
LTotal(1:T+1)=1260;
```

```
% celkova nezamestnanost
```

```
U(1:T+1)=(LTotal.*u);
```

```
% doba amortizacie kapitalu
```

```
a=40;
```

```
% a=SkumanaVelicina(idx);
```

```
% cena homogenneho produktu
```

```
P(1:T+1,1:f)=10/6;
```

```
% priemerna cena
```

```
priem_cena(1:T+1)=sum(P)'/f;
```

```
% cena kapitalu
```

```
k(1:T+1)=prod(1)*10/6;
```

```
% mzda oboch firiem je rovnaka
```

```
w_f(1:T+1,1:f)=1;
```

```
w_s(1:T+1,1:s)=1;
```

```
% minimalna mzda
```

```
w_min(1:T+1)=0.4;
```



```

% produkcia firiem
Y_f(1:T+1,1:f)=min(K_f,L_f);
Y_s(1:T+1,1:s)=min(K_s,L_s/2);

% realny dopyt sa na zaciatku rovna produkcii
real_dopyt(1:T+1,1:f)=Y_f(1:T+1,1:f);

% premenne na urcenie vah, podla ktoreho si firmy urcia firmu na sustruhy
vahy_citatel(1:T+1,1:s)=round(unifrnd(0,10,[T+1,s]));
vahy_menovatel(1:T+1)=sum(vahy_citatel');

% sklon k spotrebe je 30%
c=0.30;

% percento z ceny produktu na mzdy
plat=0.6;

% zisk firiem
Z_f(1:T+1,1:f)=0;
Z_s(1:T+1,1:s)=0;

% firmy nemaju na zaciatku ziadne peniaze na investicie
na_investicie_s(1:T+1,1:s)=0;
na_investicie_f(1:T+1,1:f)=0;

% uspory nemaju tiez ziadne
uspory_s(1:T+1,1:s)=0;
uspory_f(1:T+1,1:f)=0;

% dividendy nemaju tiez ziadne
dividendy_s(1:T+1,1:s)=0;
dividendy_f(1:T+1,1:f)=0;

% mzdy nemaju tiez ziadne
mzdy_s(1:T+1,1:s)=0;
mzdy_f(1:T+1,1:f)=0;

% for idx2 = 1:PocetSimulacii

for t=1:T
    U(t+1)=U(t);
    % v case sa meniaci produktivita prace
    % prod(t+1)=prod(t)*(1-0.0002);

    for i=1:f
        % realny dopyt si generujem nahodne v zavislosti od minuleho real.dopytu
        real_dopyt(t+1,i) =
unifrnd(max(0,0.95*real_dopyt(t,i)),1.05*real_dopyt(t,i));

        % vypocet ocakavaneho dopytu (produkcie) a novej ceny

        if priem_cena(t) >= P(t,i) && real_dopyt(t,i) >= Y_f(t,i)

            Y_ocak(t+1,i) = Y_f(t,i);
            P(t+1,i)= unifrnd(P(t,i),1.005*P(t,i));

```



```

H_f(t+1,i)=Y_ocak(t+1,i)-L_f(t,i); %prepustam

elseif Y_ocak(t+1,i) >= ((a-1)/a)*K_f(t,i) && Y_ocak(t+1,i) <= L_f(t,i)

    I_f(t+1,i)=Y_ocak(t+1,i)-((a-1)/a)*K_f(t,i);
    H_f(t+1,i)=Y_ocak(t+1,i)-L_f(t,i); %prepustam

elseif Y_ocak(t+1,i) < ((a-1)/a)*K_f(t,i) && Y_ocak(t+1,i) > L_f(t,i)

    I_f(t+1,i)=0;
    H_f(t+1,i)=Y_ocak(t+1,i)-L_f(t,i);
end

% neprepustime viac, ako mame
if -H_f(t+1,i) > L_f(t,i)
    H_f(t+1,i) = L_f(t,i);
end

% nenajmeme viac, ako je nezamestnanych
if H_f(t+1,i) > U(t+1)
    H_f(t+1,i) = U(t+1);
end

% personalisticke rozhodnutie jednej firmy obmedzi rozhodnutie dalsej
U(t+1) = U(t+1) - H_f(t+1,i);
end

% priemerna cena
priem_cena(t+1)=sum(P(t+1,:))'/f;
% celkove ocakavania
celkove_ocakavania(t+1)=sum(Y_ocak(t+1,:))';
% priemerny plat firiem homogennych
priem_w_f(t+1)=sum(w_f(t+1,:))'/f;
% sucet nahodne vygenerovaneho dopytu
sum_real_dopyt(t+1)=sum(real_dopyt(t+1,:))';

for j=1:s
    % kazda investicna firma ponuka svoj vlastny plat odvodeny od platov,
    ktory ponukaju homog.firmy
    w_s(t+1,j)=priem_w_f(t+1)*(1+normrnd(0,0.005*priem_w_f(t+1)));
end

% priemerny plat investicnych firiem
priem_w_s(t+1)=sum(w_s(t+1,:))'/s;
% zmena ceny kapitalu
k(t+1)=priem_w_s(t+1)*20/6;

% navysenie minimalnej mzdy
% Rast minimalnej mzdy kopíruje rast priemerného platu
% priemerny plat vsetkych firiem
priemer_vsetkych_platov(t+1)=(sum(w_f(t+1,:))'+sum(w_s(t+1,:)))/(f+s);
pomer_mzda_produkativita(t+1)=(1/prod(t+1))/priem_w_s(t+1);
w_min(t+1) =
0.4*(sum(w_f(t,:))'+sum(w_s(t,:)))/(f+s)*(1+normrnd(0,0.005*w_min(t+1)));

% ked su urcene nove ceny sustruhov a produktu,mozme ratat inflaciu
% vypocet inflacie
predane_s(2)=sum(Y_s(2,:))';
cena_kosa_s(t+1)=predane_s(2)*k(t+1);

```

```

predane_f(2)=sum(Y_f(2,:))';
cena_kosa_f(t+1)=predane_f(2)*priem_cena(t+1);
CPI(2)=100;

CPI(t+1)=(cena_kosa_f(t+1)+cena_kosa_s(t+1))/(cena_kosa_f(2)+cena_kosa_s(2))*100;
inflacia(t+1)=(CPI(t+1)-CPI(t))/CPI(t)*100;

for i=1:f
    % neinvestujeme viac ako sme predtym zarobili
    % na to co sme zarobili ma vplyv inflacia
    if t>2
        if I_f(t+1,i)*k(t+1) >= na_investicie_f(t,i)*(1-inflacia(t+1)/100)
            if uspor_f(t,i)*(1-inflacia(t+1)/100) > I_f(t+1,i)*k(t+1)-
na_investicie_f(t+1,i)*(1-inflacia(t+1)/100)
                uspor_f(t,i)=uspor_f(t,i)*(1-inflacia(t+1)/100)-
(I_f(t+1,i)*k(t+1)-na_investicie_f(t+1,i)*(1-inflacia(t+1)/100));
            else I_f(t+1,i)=(na_investicie_f(t,i)*(1-
inflacia(t+1)/100)+uspor_f(t+1,i)*(1-inflacia(t+1)/100))/k(t+1);
                uspor_f(t,i)=0;
            end
        else
            uspor_f(t+1,i)=na_investicie_f(t,i)*(1-inflacia(t+1)/100)-
I_f(t+1,i)*k(t+1);
        end
    end
end

% tolko investicii potrebuju firmy dohromady
celkove_investicie_f(t+1)=sum(I_f(t+1,:))';

% firmy na sustruhy zacnu vyrabat, pretoze uz vedia kolko novych strojov
% potrebuju firmy s homogennym produktom
for j=1:s
    % kazda firma vie kolko musi vyrobit
    vahy(t+1,j)=vahy_citatel(t+1,j)/vahy_menovatel(t+1);
    musi_vyrobit(t+1,j)=vahy(t+1,j)*celkove_investicie_f(t+1);

    if musi_vyrobit(t+1,j) >= ((a-1)/a)*K_s(t,j) &&
prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j) > L_s(t,j)
        I_s(t+1,j)=musi_vyrobit(t+1,j)- ((a-1)/a)*K_s(t,j);
        H_s(t+1,j)=prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j)-L_s(t,j);

    elseif musi_vyrobit(t+1,j) < ((a-1)/a)*K_s(t,j) &&
prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j) <= L_s(t,j)
        I_s(t+1,j)=0;
        H_s(t+1,j)=prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j)-L_s(t,j); %prepustam

    elseif musi_vyrobit(t+1,j) >= ((a-1)/a)*K_s(t,j) &&
prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j) <= L_s(t,j)
        I_s(t+1,j)=musi_vyrobit(t+1,j)- ((a-1)/a)*K_s(t,j);
        H_s(t+1,j)=prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j)-L_s(t,j); % prepustam

    elseif musi_vyrobit(t+1,j) < ((a-1)/a)*K_s(t,j) &&
prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j) > L_s(t,j)
        I_s(t+1,j)=0;
        H_s(t+1,j)=prod(t+1)*musi_vyrobit(t+1,j)-L_s(t,j);
    end

    % neprepustime viac, ako mame
    if -H_s(t+1,j) > L_s(t,j)
        H_s(t+1,j) = L_s(t,j);
    end
end

```

```

% personalisticke rozhodnutie jednej firmy obmedzi rozhodnutie dalsej
U(t+1) = U(t+1) - H_s(t+1,j);
if t>2
    if I_s(t+1,j)*k(t+1) >= na_investicie_s(t,j)*(1-inflacia(t+1)/100)
        if uspory_s(t,j)*(1-inflacia(t+1)/100) > I_s(t+1,j)*k(t+1)-
na_investicie_s(t+1,j)*(1-inflacia(t+1)/100)
            uspory_s(t,j)=uspory_s(t,j)*(1-inflacia(t+1)/100)-
(I_s(t+1,j)*k(t+1)-na_investicie_s(t+1,j)*(1-inflacia(t+1)/100));
        else I_s(t,j)=(na_investicie_s(t,j)*(1-
inflacia(t+1)/100)+uspory_s(t+1,j)*(1-inflacia(t+1)/100))/k(t+1);
            uspory_s(t,j)=0;
        end
    else uspory_s(t+1,j)= na_investicie_s(t,j)*(1-inflacia(t+1)/100)-
I_s(t+1,j)*k(t+1);
        end
    end

% zmena prace a kapitalu
K_s(t+1,j) = K_s(t,j)*(a-1)/a + I_s(t+1,j);
L_s(t+1,j) = L_s(t,j) + H_s(t+1,j);

% Leontieffova produkna funkcia
Y_s(t+1,j) = min(K_s(t+1,j),L_s(t+1,j)/prod(t+1));

% firmy na sustruhy vyplatia zamestnancov
mzdy_s(t+1,j)=max(w_s(t+1,j),w_min(t+1))*L_s(t+1,j);

% zisk firiem so sustruhami
Z_s(t+1,j)=k(t+1)*Y_s(t+1,j)-mzdy_s(t+1,j)+uspory_s(t,j);
if Z_s(t+1,j)>0
    % najprv vyplatime dividendy majitelom firiem
    dividendy_s(t+1,j)=c*Z_s(t+1,j);
    % zo zvyšku platime investicie
    na_investicie_s(t+1,j)=Z_s(t+1,j)-dividendy_s(t+1,j);
    else dividendy_s(t+1,j)=0;
        na_investicie_s(t+1,j)=0;
    end
end

% celkova vyroba sustruhov
suma_sustruhov(t+1)=sum(Y_s(t+1,:))';
% ak sa vyrobilo menej, tak kazda firma dostane menej novych sustruhov
if suma_sustruhov(t+1) < celkove_investicie_f(t+1)
    zmensim_I(t+1)=suma_sustruhov(t+1)/celkove_investicie_f(t+1);
else
    zmensim_I(t+1)=1;
end

for i=1:f
    I_f(t+1,i)=I_f(t+1,i)*zmensim_I(t+1);
    % zmena prace a kapitalu
    K_f(t+1,i) = K_f(t,i)*(a-1)/a + I_f(t+1,i);
    L_f(t+1,i) = L_f(t,i) + H_f(t+1,i);

    % Leontieffova produkna funkcia
    Y_f(t+1,i) = min(K_f(t+1,i),L_f(t+1,i));

    % firmy vyplatia svojich zamestnancov
    mzdy_f(t+1,i)=max(w_f(t+1,i),w_min(t+1))*L_f(t+1,i);

```

```

% zisk firmam s homogennym vyrobkom
if real_dopyt(t+1,i) >= Y_f(t+1,i)
    Z_f(t+1,i) = P(t+1,i) * Y_f(t+1,i) - mzdy_f(t+1,i) + uspory_f(t,i);
else
    Z_f(t+1,i) = P(t+1,i) * real_dopyt(t+1,i) - mzdy_f(t+1,i) + uspory_f(t,i);
end

if Z_f(t+1,i) > 0
    % najprv vyplatime dividendy majitelom firmam
    dividendy_f(t+1,i) = c * Z_f(t+1,i);

    % zo zvyšku platime investície
    na_investicie_f(t+1,i) = Z_f(t+1,i) - dividendy_f(t+1,i);
else
    dividendy_f(t+1,i) = 0;
    na_investicie_f(t+1,i);
end
end

% tolko investícií firmy nakoniec dostali
celkove_investicie_f(t+1) = sum(I_f(t+1,:));

% narast populácie
u(t+1) = U(t+1) / LTotal(t);
LTotal(t+1) = LTotal(t) * (1 + gL) + normrnd(0, 0.005 * gL);
U(t+1) = LTotal(t+1) .* u(t+1);
% suma ziskov firmam a očakávaní
suma_f(t+1) = sum(Z_f(t+1,:));
suma_ocakavani(t+1) = sum(Y_ocak(t+1,:));

end

% PriemerneOcakavania(idx2) = mean(suma_f');
%
% end
% end

figure(1);

subplot(2,2,2);
plot(25 : T + 1, u(25 : T + 1));
title('Miera nezamestnanosti (u)');
axis tight;

sumreal_dopyt = sum(real_dopyt');
subplot(2,2,1);
plot(25 : T + 1, sumreal_dopyt(25 : T + 1));
title('Celkový realný dopyt');
axis tight;

% subplot(5,3,7);
% plot(25 : T, w_f(25 : T, :));
% title('Mzda firmam');
% axis tight;
%
% sumI_f = sum(I_f');
% subplot(5,3,8);
% plot(25 : T + 1, sumI_f(25 : T + 1));

```

```

% title('Celkove investicie (I_f)');
% axis tight;
%
% sumH_f = sum(H_f');
% subplot(5,3,9);
% plot(25 : T + 1, sumH_f(25 : T + 1));
% title('Celkova fluktuacia pracovnej sily (H_f)');
% axis tight;
%
% sumdiv_f=sum(dividendy_f');
% subplot(5,3,10);
% plot(25 : T + 1, sumdiv_f(25 : T + 1));
% title('Dividendy_f');
% axis tight;

sumZ_f=sum(Z_f');
subplot(2,2,3);
plot(25 : T + 1, suma_f(25 : T + 1));
title('Zisk firiem');
axis tight;

sumZ_s=sum(Z_s');
subplot(2,2,4);
plot(25 : T+1, sumZ_s(25 : T+1));
title('Zisk investicnych firiem');
axis tight;

% sumuspor_f=sum(uspor_f');
% subplot(5,3,12);
% plot(25 : T + 1, sumuspor_f(25 : T + 1));
% title('Uspory_f');
% axis tight;
%
% subplot(5,3,13);
% plot(25 : T + 1, priemer_vsetkych_platov(25 : T + 1));
% title('Priemerny plat vsetkych firiem');
% axis tight;

% -----

figure(2);

% sumY_s = sum(Y_s');
% subplot(3,3,1);
% plot(25 : T + 1, sumY_s(25 : T + 1));
% title('Celkova produkcia (Y_s)');
% axis tight;

subplot(2,2,2);
plot(25 : T+1 , priem_cena(25 : T+1 ));
title('Vyvoj priemernej ceny');
axis tight;

sumY_f = sum(Y_f');
subplot(2,2,3);
plot(25 : T + 1, sumY_f(25 : T + 1));
title('Celkova produkcia (Y_f)');

```

```

axis tight;

sumY_ocak = sum(Y_ocak');
subplot(2,2,1);
plot(25 : T+1 , sumY_ocak(25 : T+1 ));
title('Celkovy ocakavany dopyt Y^{ocak}');
axis tight;

% sumI_s = sum(I_s');
% subplot(3,3,2);
% plot(25 : T + 1, sumI_s(25 : T + 1));
% title('Celkove investície (I_s)');
% axis tight;
%
% sumH_s = sum(H_s');
% subplot(3,3,3);
% plot(25 : T + 1, sumH_s(25 : T + 1));
% title('Celkova fluktuácia pracovnej sily (H_s)');
% axis tight;
%
% summzdy_s=sum(mzdy_s');
% subplot(3,3,4);
% plot(25 : T + 1, summzdy_s(25 : T + 1));
% title('Mzdy_s');
% axis tight;

subplot(2,2,4);
plot(25 : T + 1, k(25 : T + 1));
title('Cena kapitalu');
axis tight;

% sumdiv_s=sum(dividendy_s');
% subplot(3,3,6);
% plot(25 : T + 1, sumdiv_s(25 : T + 1));
% title('Dividendy_s');
% axis tight;
%
% sumuspor_s=sum(uspor_s');
% subplot(3,3,8);
% plot(25 : T + 1, sumuspor_s(25 : T + 1));
% title('Uspor_s');
% axis tight;

figure(3)

subplot(3,1,1);
plot(25 : T + 1, inflacia(25 : T + 1));
title('Inflacia');
axis tight;

subplot(3,1,2);
plot(25 : T + 1, w_min(25 : T + 1));
title('Minimalna mzda');
axis tight;

subplot(3,1,3);
plot(25 : T + 1, pomer_mzda_produkтивita(25 : T + 1));
title('Pomer produktivity a priemernej mzdy');
axis tight;

```