



KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY  
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

---

# MODELOVANIE STRATÉGIÍ HRÁČA POKRU

(Diplomová práca)

BC. TOMÁŠ TATARA

---

Bratislava 2013



KATEDRA APLIKOVANEJ MATEMATIKY A ŠTATISTIKY  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY  
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

---

# MODELOVANIE STRATÉGIÍ HRÁČA POKRU

(Diplomová práca)

BC. TOMÁŠ TATARA

---

Vedúci diplomovej práce: RNDr. Ľubomír Salanci, PhD.  
Študijný program: Ekonomická a finančná matematika  
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika

Bratislava 2013



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Bc. Tomáš Tatara  
**Študijný program:** ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** 9.1.9. aplikovaná matematika  
**Typ záverečnej práce:** diplomová  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský

**Názov:** Modelovanie stratégií hráča pokru

**Cieľ:** Navrhnuť a vytvoriť nástroj na modelovanie hry poker prostredníctvom počítača. Softvérový nástroj bude simulovať priebeh samotnej hry, umožní voľbu a nastavovanie rôznych stratégií hrania a dokáže partie vyhodnocovať.

**Vedúci:** RNDr. Ľubomír Salanci, PhD.  
**Katedra:** FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
**Vedúci katedry:** prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.  
**Dátum zadania:** 25.01.2012

**Dátum schválenia:** 26.01.2012

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.  
garant študijného programu

.....  
študent

.....  
vedúci práce

## Čestné prehlásenie

Čestne prehlasujem, že túto diplomovú prácu som vypracoval samostatne pod odborným vedením RNDr. Ľubomír Salanciho PhD. s použitím uvedenej literatúry a vedomostí získaných počas štúdia.

V Bratislave, apríl 2013

.....

Tomáš Tatara

## **Pod'akovanie**

Ďakujem môjmu vedúcemu RNDr. Ľubomírovi Salancimu PhD. za spoluprácu. Veľmi si vážim, že ma prijal ako svojho diplomanta a venoval mi veľké množstvo času a vedomostí. Okrem toho, že mi pomohol naprogramovať softvér k diplomovej práci, prispel aj k tomu, aby aj text mojej diplomovej práce bol kvalitný. Ďakujem mu za čas, ktorý mi venoval.

# Abstrakt

TATARA, Tomáš: *Modelovanie stratégií hráča* [diplomová práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. Vedúci diplomovej práce: RNDr. Ľubomír Salanci PhD.  
Bratislava, 2013, 55 strán.

V diplomovej práci navrhujeme nástroj na modelovanie a skúmame stratégií v hre poker. Na vyhodnotenie ziskovosti používame zložky vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia a na výpočet intervalu spoľahlivosti pre ich lineárnu kombináciu sme použili teoretický výsledok o asymptotickej normalite odhadu spomínaného vektora. Pri implementácii jednej stratégie sme využili poznatky z teórie hier. Výsledkom našej práce je aj nástroj – softvér, ktorý nám umožní modelovanie hry poker.

**Kľúčové slová:** poker, stratégie, teória hier, zložky vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia

# Abstract

TATARA, Tomáš: *Modelling strategies of the poker player* [master thesis]. Comenius University in Bratislava. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics; Department of Applied Mathematics and Statistics. Supervisor: RNDr. Ľubomír Salanci PhD.

Bratislava, 2013, 55 pages.

In this thesis we design a tool for modelling and we investigate strategies in poker. For evaluation of profit we are using elements of probability vector for multinomial distribution and for computation of confidence interval for their linear combination we used theoretical result about asymptotical normality of estimation of that vector. In implementation of one strategy we used some information from Game Theory. The result of our thesis is also a tool – software for modelling poker.

**Key words:** poker, strategies, game theory, elements of probability vector for multinomial distributio

## Obsah

Úvod .....	2
Teoretické východiská .....	3
1.1 Vymedzenie pojmov .....	3
1.2 Priebeh hry a pravidlá pokru .....	5
1.3 Pravidlá pre vyhodnotenie hry .....	7
1.4 Podobné práce .....	10
1.5 Existujúci softvér .....	11
Analýza problematiky .....	12
2.1 Faktory ovplyvňujúce poker .....	12
2.2 Teória hier .....	19
2.3 Štatistické vyhodnotenie stratégií .....	31
Návrh .....	34
3.1 Funkcie a nastavenia programu .....	34
3.2 Sledovanie vzťahov v hre poker .....	37
3.3 Simulácia hry poker .....	38
Riešenie problému .....	40
4.1 Implementácia hráčov a ich charakteristiky .....	40
4.2 Programovací jazyk .....	43
4.3 Typy stratégií .....	43
4.4 Používateľské prostredie .....	47
Vyhodnotenie experimentov .....	51
Záver .....	54



# Úvod

Cieľom diplomovej práce je navrhnuť a vytvoriť nástroj na modelovanie hry poker prostredníctvom počítača. Softvérový nástroj bude simulovať priebeh samotnej hry, umožní voľbu a nastavovanie rôznych stratégií hrania a dokáže partie vyhodnocovať.

V rámci práce:

1. Navrhne a vytvoríme softvér na simulovanie hry poker.
2. Implementujeme niekoľko typov hráčov a niekoľko rôznych stratégií hrania hry.
3. Umožníme používateľovi softvéru porovnávať stratégie medzi sebou prostredníctvom tabuľky, grafu a štatistických metód.
4. Implementujeme aj stratégiu, v ktorej využívame niektoré poznatky z oblasti teórie hier.

V prvej kapitole zadefinujeme základné pojmy a vysvetlíme pravidlá hry poker. Zhodnotíme existujúce podobné práce a podobný softvér.

V druhej kapitole uvádzame faktory, ktoré ovplyvňujú priebeh hry poker. Stručne analyzujeme poker z pohľadu teórie hier a uvádzame štatistickú metódu pre vyhodnotenie úspešnosti stratégií v hre poker.

V tretej kapitole navrhujeme používateľské prostredie programu a z čoho sa skladá simulácia hry poker.

V štvrtej kapitole popisujeme charakteristiky a spôsob hry jednotlivých protihráčov, naprogramované stratégie. Uvedieme aj ukážky nami realizovaného softvéru.

V piatej kapitole vyhodnocujeme niektoré zaujímavé výsledky zo simulácie a uvádzame ich v prehľadnej tabuľke.

# Kapitola 1

## Teoretické východiská

### 1.1 Vymedzenie pojmov

**1.1.1 Definícia:** Karta je usporiadaná dvojica:

Karta = (Hodnota, Znak)

- Hodnota  $\in \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K,A\}$  pričom hodnoty J,Q,K,A sa dajú chápať aj ako čísla (11=J, 12=Q, 13=K, 14=A v 1=A (podľa situácie))
- Znak  $\in \{\clubsuit, \diamond, \heartsuit, \spadesuit\}$ 
  - ♣ sú kríže
  - ♦ je káro
  - ♥ je srdce
  - ♠ je pika

Napríklad 10♥.

**Poznámka:** Vo všeobecnosti sa dá *karta* chápať ako usporiadaná trojica

(Vidno, Hodnota, Znak)

- *Vidno* nadobúda hodnotu pravda, ak je *karta* otočená lícom a nepravda, ak je *karta* otočená rubom.
- Hodnota  $\in \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,J,Q,K,A\}$
- Znak  $\in \{\clubsuit, \diamond, \heartsuit, \spadesuit\}$

V tejto diplomovej práci budeme *kartu* vnímať podľa definície 1.1.1.

**1.1.2 Definícia:** Balíček kariet je postupnosť *kariet*, ktorá obsahuje 52 prvkov. Obsahuje všetkých 13 hodnôt (od 2 po A) v kombinácií so všetkými štyrmi znakmi (♣, ♦, ♥, ♠).

**Poznámka:** Balíček kariet neobsahuje žolíkov.

**1.1.3 Definícia: Karty**, ktoré držia hráči **na ruke** je dvojprvková množina *kariet z balíčka kariet*, ktorá patrí hráčovi. Hráč drží na *ruke* práve dve *karty*.

**Poznámka:** Hráči **vidia karty**, ktoré sú otočené lícom. Hráči **nevidia karty**, ktoré sú otočené rubom.

**1.1.4 Definícia: Spoločné karty** je množina *kariet z balíčka kariet*, ktoré sú otočené lícom, teda ich *vidia* všetci hráči a patria každému hráčovi.

**Poznámka** Hráči *vidia karty*, ktoré držia v *ruke* a *spoločné karty*. Hráči *nevidia karty*, ktoré držia v *ruke* iní protihráči.

**1.1.5 Definícia: Pot** je suma peňazí, ktorú vložili hráči do hry.

**Poznámka:** Hráči si sadajú k stolu ako im určí krupiér. Ťahajú v smere hodinových ručičiek. Stôl, pri ktorom hráči sedia, je elipsovitého tvaru.

**1.1.6 Definícia: Dealer** je hráč, ktorý má najvýhodnejšiu pozíciu v hre. Je to jeden z hráčov, ktorý sedí pri stole. Väčšinou je na ťahu posledný, a teda vidí ako hráči pred ním ťahali.

**1.1.7 Definícia: Spáliť kartu** znamená odložiť nabok prvú *kartu z balíčka kariet*, otočenú rubom, aby si hráči nemohli značkovať karty, lebo by vedeli, čo bude nasledovať.

**1.1.8 Definícia: Stávka** je suma peňazí, ktorú hráč vloží do *potu*, aby vyzval protihráčov vložiť viac peňazí do hry alebo aby zložili *karty* a nemali nárok vyhriať žiadne peniaze v danej hre.

**Poznámka:** V pokri sa zvyčajne používajú žetóny, ktoré reprezentujú skutočné peniaze. V tejto diplomovej práci budeme používať slovo peniaze kvôli prehľadnosti a jednoduchosti.

## 1.2 Priebeh hry a pravidlá pokru

Existuje viac druhov pokru. V diplomovej práci sa zameriame na No Limit Texas Holdem. No Limit Texas Holdem poker je určený pre 2-10 hráčov. Najčastejšie sa hry zúčastňujú dvaja, šiesti alebo deväti hráči.

### 1.2.1 Hráč má nasledovné povinnosti:

**1. Big Blind** je minimálna povinná *stávka*, ktorú je hráč dve miesta napravo od *dealera* povinný zaplatiť.

**2. Small Blind** je polovica *Big Blindu*, ktorú je hráč napravo od *dealera* povinný zaplatiť. Niekedy v kasínach býva *Small Blind* rovnako veľký ako *Big Blind*. My tento prípad nebudeme uvažovať.

**Poznámka: Big Blind hráč** má pozíciu hráča pri stole dve miesta napravo od *dealera*. Tento hráč musí zaplatiť *Big Blind*.

**Small Blind hráč** má pozíciu hráča pri stole napravo od *dealera*. Tento hráč musí zaplatiť *Small Blind*.

### 1.2.2 Hráč má v hre k dispozícii nasledovné akcie:

**1. Vsadiť všetko** (All in) je akcia hráča, keď hráč vloží do *potu* všetky peniaze, ktoré má pri sebe.

**2. Vsadiť** (Bet) je akcia hráča, ktorou môže hráč do hry vložiť množstvo peňazí z intervalu  $\langle \min(\text{Big Blind}, \text{vsadiť všetko}), \text{vsadiť všetko} \rangle$ .

**3. Navýšiť** (Raise) je akcia hráča, keď hráč na protihráčovu akciu *vsadiť* reaguje zvýšením *stávky* z intervalu  $\langle \text{vsadiť} + \text{Big Blind}, \text{vsadiť všetko} \rangle$ .

**4. Dorovnať** (Call) je akcia hráča, keď hráč na protihráčovu akciu *vsadiť*, *navýšiť* alebo *vsadiť všetko* zaplatí toľko peňazí, koľko bolo v *stávke*. Ak hráč toľko peňazí nemá, musí *vsadiť všetko*.

**5. Zahodiť** (Fold) je akcia hráča, keď hráč na akciu *vsadiť*, *navýšiť* alebo *vsadiť všetko* nie je ochotný *dorovnať* alebo znovu *navýšiť stávk*u, tak musí *karty* zložiť. Hráč tým stráca peniaze, ktoré vložil do hry a nemôže v danej hre vyhrať žiadne peniaze.

**6. Nevsádzať** (Check) je akcia hráča, ktorú môže zvoliť hráč vtedy, ak je prvý v poradí alebo ak hráči pred ním nezahrali žiadnu z akcií {*vsadiť všetko*, *vsadiť*, *navýšiť*}. Hráč nekladá do *potu* žiadne peniaze.

**1.2.3 Poker** je hra, ktorá sa skladá z nasledovných fáz:

**1. Rozdanie kariet** je fáza, keď sa každému hráčovi rozdajú práve dve *karty*. Hráč iným hráčom svoje *karty* neukazuje. *Nevidí karty* protihráčov.

**2. Preflop** je fáza, keď hráči držia svoje dve *karty* v ruke, v *pote* je *Big Blind* a *Small Blind*. Prvý je na ťahu hráč naľavo od *Big Blind hráča*. Posledný je na ťahu *Big Blind hráč*. Hráči majú na výber akcie z tejto množiny {*vsadiť*, *dorovnať*, *navýšiť*, *zahodiť*, *vsadiť všetko*}.

**3. Flop** je fáza, keď hráči držia svoje dve *karty*, v *pote* je *Big Blind* a *Small Blind* a peniaze z *preflop* fázy. Jedna *karta* sa *spáli*. Na stôl pribudnú tri *spoločné karty*, otočené lícom, ktoré *vidia* všetci hráči. Prvý je na ťahu *Small Blind hráč*. Posledný je na ťahu *dealer*. Hráči majú na výber akcie z tejto množiny {*vsadiť*, *dorovnať*, *navýšiť*, *zahodiť*, *nevsádzať*, *vsadiť všetko*}.

**4. Turn** je fáza, keď hráči držia svoje dve *karty*, v *pote* je *Big Blind* a *Small Blind* a peniaze z *preflop* a *flop* fázy. Jedna *karta* sa *spáli*. Na stôl pribudne štvrtá *spoločná karta*, otočená lícom, ktorú *vidia* všetci hráči. Prvý je na ťahu *Small Blind hráč*. Posledný je na ťahu *dealer*. Hráči majú na výber akcie z tejto množiny {*vsadiť*, *dorovnať*, *navýšiť*, *zahodiť*, *nevsádzať*, *vsadiť všetko*}.

**5. River** je fáza, keď hráči držia svoje dve *karty*, v *pote* je *Big Blind* a *Small Blind* a peniaze z *preflop*, *flop* a *turn* fázy. Jedna *karta* sa *spáli*. Na stôl pribudne posledná *spoločná karta*, otočená lícom, ktorú *vidia* všetci hráči. Prvý je na ťahu *Small Blind hráč*. Posledný je na ťahu *dealer*. Hráči majú na výber akcie z tejto množiny {*vsadiť*, *dorovnať*, *navýšiť*, *zahodiť*, *nevsádzať*, *vsadiť všetko*}.

**Poznámka:** Ak sú v hre No Limit Texas Holdem Poker dvaja hráči, *dealer* je povinný zaplatiť *Small Blind*, druhý hráč musí zaplatiť *Big Blind*. Vo fáze *preflop* je prvý na ťahu *dealer*. V ostatných fázach hry je *dealer* na ťahu druhý.

## 1.3 Pravidlá pre vyhodnotenie hry

**1.3.1** Každý hráč má práve 5 *kariet*  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5)$ , kde  $(\forall i=\{1,2,3,4,5\} : k_i \in (h_i, z_i) \wedge h_i \in \text{Hodnota} \wedge z_i \in \text{Znak})$ . Môže použiť 3-5 *kariet* zo *spoločných kariet* a 0-2 *karty*, ktoré drží v *ruke*. Navyše platí:

$$\exists a, b: h_a = h_b$$

$$\exists k, l: h_k = h_l \wedge a \neq k \wedge a \neq l$$

V hre poker môžu nastať nasledovné kartové kombinácie:

1. **Royal Flush** (Kráľovská postupka)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1=10; h_2=11; h_3=12; h_4=13; h_5=14 \wedge$

$$z_1=z_2=z_3=z_4=z_5$$

2. **Straight Flush** (Čistá postupka)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1 \in \{A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}; h_2=h_1+1;$

$$h_3=h_2+1; h_4=h_3+1; h_5=h_4+1 \wedge z_1=z_2=z_3=z_4=z_5$$

3. **Four Of Kind** (Poker/Quads)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1=h_2=h_3=h_4; h_1 \neq h_5 \wedge z_1 \neq z_2 \neq z_3 \neq z_4$

4. **Full House**  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1=h_2=h_3; h_4=h_5; h_3 \neq h_4 \wedge z_1 \neq z_2 \neq z_3; z_4 \neq z_5$

5. **Flush** (Farba)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1 \neq h_2 \neq h_3 \neq h_4 \neq h_5 \wedge z_1=z_2=z_3=z_4=z_5$

6. **Straight** (Postupka)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1 \in \{A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}; h_2=h_1+1; h_3=h_2+1;$

$$h_4=h_3+1; h_5=h_4+1; \exists \text{ také } i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\} : z_i \neq z_j$$

7. **Three Of Kind** (Trojica)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1=h_2=h_3; h_3 \neq h_4 \neq h_5 \wedge z_1 \neq z_2 \neq z_3$

8. **Two Pair** (Dva páry)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1=h_2; h_2 \neq h_3; h_3=h_4; h_1 \neq h_5 \wedge z_1 \neq z_2; z_3 \neq z_4$
9. **One Pair** (Pár)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1=h_2; h_2 \neq h_3 \neq h_4 \neq h_5 \wedge z_1 \neq z_2$
10. **High Card** (Vysoká karta)  $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5) \Leftrightarrow h_1 \neq h_2 \neq h_3 \neq h_4 \neq h_5; \exists$  také  $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\} : z_i \neq z_j$

**Poznámka:** Kombinácie sú zoradené od najsilnejšej po najslabšiu, pričom silnejšia kombinácia poráža slabšiu.

*Príklad*

1. Royal Flush     $10 \heartsuit J \heartsuit Q \heartsuit K \heartsuit A \heartsuit$
2. Straight Flush     $2 \clubsuit 3 \clubsuit 4 \clubsuit 5 \clubsuit 6 \clubsuit$
3. Four Of Kind     $7 \clubsuit 7 \diamonds 7 \heartsuit 7 \spadesuit K \heartsuit$
4. Full House     $4 \clubsuit 4 \diamonds 4 \heartsuit 8 \diamonds 8 \clubsuit$
5. Flush     $2 \spadesuit 10 \spadesuit J \spadesuit Q \spadesuit 6 \spadesuit$
6. Straight     $10 \heartsuit J \spadesuit Q \heartsuit K \clubsuit A \diamonds$
7. Three Of Kind     $J \clubsuit J \diamonds J \heartsuit 2 \heartsuit A \diamonds$
8. Two Pair     $3 \clubsuit 3 \spadesuit A \diamonds A \heartsuit 10 \clubsuit$
9. One Pair     $K \spadesuit K \heartsuit 7 \clubsuit A \heartsuit 8 \clubsuit$
10. High Card     $K \diamonds 9 \diamonds J \diamonds 6 \diamonds 2 \clubsuit$

**Poznámka** *Flush* (farba) sa skladá práve z piatich rovnakých znakov.

*Straight* (postupka) sa skladá práve z piatich po sebe idúcich kariet.

*Karta* s hodnotou A môže mať 2 hodnoty. Môže nadobudnúť hodnotu 1 alebo 14, lebo *postupka* obsahujúca hodnotu karty A môže byť A 2 3 4 5, ale aj 10 J Q K A.

*Postupka* nemôže byť K A 2 3 4 5, Q K A 2 3 4, J Q K A 2.

Ak majú viacerí hráči:

- *High Card* (Vysokú karta), porovná sa najprv najvyššia *karta*, potom druhá najvyššia *karta* a tak ďalej. Vyhráva *karta* s vyššou hodnotou.
- *One Pair* (Pár), vyhráva ten z hráčov, ktorého pár tvoria karty s najvyššou hodnotou. Ak majú hráči rovnako vysoký pár, porovná sa *High Card*.

- *Two Pair* (Dva páry), označme  $Pár_v = h_1$ , kde  $h_1=h_2$ ;  $h_3=h_4$ ;  $h_2>h_3$ ;  $h_1, h_2, h_3, h_4 \in$  Hodnota.  $Pár_m = h_3$ , kde  $h_1=h_2$ ;  $h_3=h_4$ ;  $h_2>h_3$ ;  $h_1, h_2, h_3, h_4 \in$  Hodnota. Vyhráva ten, kto má vyšší  $pár_v$ . Ak by nastala zhoda vo výške  $pár_u$ , porovnáme  $pár_m$ . Ak by aj tu nastala zhoda, porovná sa *High Card*.
- *Three Of Kind* (Trojicu), rozhoduje hodnota karty *trojice*. Ak majú viacerí hráči rovnakú *trojicu*, porovná sa *High Card*.
- *Straight* (Postupku), vyhráva ten, kto má najvyššiu *postupku*.
- *Flush* (Farbu), vyhráva ten, kto má najvyššiu hodnotu *karty*, ktorá tvorí *flush*. Ak by hráči mali túto kartu rovnakú, prihliada sa na výšku druhej najvyššej *karty*, ktorá tvorí *flush* a tak ďalej.
- *Full House*, vyhráva ten, kto má vyššiu hodnotu *trojice* ( $h_1=h_2=h_3$ ;  $h_1, h_2, h_3 \in$  Hodnota). Ak majú hráči rovnako vysokú hodnotu *trojice*, rozhoduje výška hodnoty *dvojice* ( $h_1=h_2$ ;  $h_1, h_2 \in$  Hodnota).
- *Four of Kind* (štvoricu), vyhráva ten, kto má vyššiu hodnotu *štvorice* ( $h_1=h_2=h_3=h_4$ , kde  $h_1, h_2, h_3, h_4 \in$  Hodnota). Ak majú hráči rovnako vysokú hodnotu *štvoricu*, rozhoduje *High Card*.
- *Straight Flush* (čistú postupku) vyhráva ten, kto má najvyššiu poslednú *kartu čistej postupky*.

**1.3.2 Side Pot** je *pot*, ktorý môže vyhrať hráč, ktorý síce *vsadil všetko*, ale menej ako boli stávky protihráčov. *Side pot* vypočítame tak, že hráč, ktorý *vsadil všetko*, môže od každého hráča vyhrať maximálne toľko peňazí, koľko peňazí tento hráč v danej hre *vsadil*.

**Poznámka:** V jednej hre môže byť viac *side potov*.

**1.3.3 Split** nastáva na konci hry, keď hráči majú rovnako silnú kartovú kombináciu. *Split* je remíza. Hráči si delia *pot*. Ak peniaze nie je možné rovnomerne medzi hráčov rozdeliť, teda máme zvyšok (napríklad 23 centov treba rozdeliť medzi dvoch hráčov), tak hráč, ktorý bol prvý na ťahu vo fáze *river* dostáva zvyšok peňazí po delení.



**1.3.4 Showdown** je vyhodnotenie hry. Hráči ukazujú svoje *karty*. Prvý ukazuje svoje *karty* posledný hráč, ktorý prejavoval agresiu, teda *vsádzal, navyšoval* alebo *vsádzal všetko*. Ak všetci hráči v hre *vsadili všetko* alebo všetci hráči v hre *nevsádzali*, tak prvý ukazuje *karty* hráč, ktorý sedí naľavo od *dealera*.

*Showdown* vyháva hráč, ktorý poskladá najsilnejšiu kombináciu z piatich *kariet*. Môže použiť 3-5 *kariet* zo *spoločných kariet* a 0-2 *karty*, ktoré drží v *ruke*, ale tak, aby súčet *kariet* bol 5.

**1.3.5 Dokúpenie** (Rebuy) nastane vtedy, ak hráč minul všetky peniaze. Hráč môže za určitých okolností vstúpiť znova do hry s novými peniazmi. Tieto okolnosti definujeme v kapitole 2.1.

**1.3.6 Nové kolo** začne po ukončení *showdownu*, keď sa rozdelia peniaze hráčom z *potov* a *side potov*. *Dealer* sa posunie o jedno sedadlo doľava a každý hráč má teraz inú pozíciu pri *stole*. *Big Blind hráč* je teraz *Small Blind hráč* a tak ďalej. Priebeh hry sa opakuje. Rozdajú sa *karty* a nastáva fáza *rozdanie kariet, preflop, flop, turn, river* a *showdown*.

## 1.4 Podobné práce

Michal Kováč: Implementácia FOSS verzie hry Mariáš s dôrazom na algoritmus pre počítačového protihráča

V uvedenej práci autor naprogramoval kartovú hru, Mariáš. Použil pri tom rôzne algoritmy na vytvorenie rôznych druhov protihráčov. Zaujalo a inšpirovalo nás ako je hra Mariáš popísaná matematickými zápismi pomocou definícií. Ďalej nás zaujalo testovanie hráčov. Zisky hráčov sa priebežne testovali ako sa vyvíjali stratégie hráčov. Autor tvrdí, že v Mariáši záleží na tom, aké *karty* hráč dostane. Preto uvažuje o čo možno najobjektívnejšom testovaní hráčov pomocou zmeny ich pozície pri *stole* a vysokým počtom odohraných partií.

V tejto diplomovej práci ma zaujalo a inšpirovalo ako autor vysvetľuje rozdiel medzi živým hráčom pokru a hráčom, ktorý hrá poker prostredníctvom počítača. Ľudia zohľadňujú nielen to, akú silnú kartovú kombináciu držia, ale aj aký potenciál majú ich karty. Ak hráč čaká na výhernú kombináciu a má vysokú pravdepodobnosť, že mu táto kombinácia príde, tak jeho karty majú vysoký potenciál. Skúsení hráči sú schopní odhadnúť rozpätie kariet, aké môže protihráč držať na základe skúseností z predošlých odohraných partii. Vedia objaviť slabosti slabších hráčov a nájsť optimálnu stratégiu proti nim. Vedia dobre využívať svoju pozíciu (kedy sú na ťahu). Vedia hrať zavádzajúco. Napríklad *Bluffovať* (vsádzať so slabou kartovou kombináciou) alebo naopak nevsádzať, keď držia veľmi silnú kartovú kombináciu. Počítačový hráč používa vo svojej hre expertné systémy, optimálne stratégie získané teóriou hier alebo simulácie a vyhodnotenie. Počítačový hráč dokáže generovať situáciu, keď veľakrát náhodne rozdáme *spoločné karty* na stôl a protihráčovi. Tak vieme zistiť silu našej kartovej kombinácie a potenciál našich kariet. Táto práca nás inšpirovala v tom, že by bolo zaujímavé v našej práci skombinovať spôsob hrania živého hráča so spôsobom hrania počítača.

## 1.5 Existujúci softvér

Poki je prvý komerčne dostupný počítačový program, ktorý používa teóriu hier a strojové učenie. Poki používa teóriu hier pre hru dvoch hráčov a *bluffuje* (vsádza so slabou kartovou kombináciou) s optimálnou *bluff* frekvenciou. Učiaci systém sa učí podľa predošlých odohraných partii. Zahŕňa modelovanie súpera a dokáže sa adaptovať na hru súpera a využiť jeho slabosti. Poki je silný učiaci pokrový nástroj hlavne pre hru dvoch hráčov.

Holdem Manager 2 je profesionálny softvér na zachytávanie frekvencií akcií reálnych hráčov v internetových pokrových herniach. Vieme v ňom sledovať, s akou frekvenciou jednotliví hráči *bluffujú*, vieme zistiť s akou frekvenciou *dorovnávajú*. Ak by súper *zahadzoval* v 80% prípadoch, keď *vsadíme*, pre nás bude dlhodobý ziskový proti takémuto typu hráča *vsádzať* v 100% prípadoch. Z tohto programu sme sa inšpirovali, že by sme mohli používať frekvencie akcií pre *dorovňovanie* a *navyšovanie* v samotnej hre a umožniť používateľovi nastavovať tieto frekvencie.

# Kapitola 2

## Analýza problematiky

### 2.1 Faktory ovplyvňujúce poker

Poker ovplyvňujú rôzne faktory:

- Úroveň hráča
- Pozícia hráča
- Karty, ktoré boli rozdane hráčovi
- Štartovné kombinácie a pokračovanie v hre
- Agresivita hráčov
- Imidž stolu
- Typy protihráčov
- Druh pokru
- Typ hry
- Stratégie
- Počet hráčov pri stole
- Pomer peňazí k Big Blindu
- Počet odohraných partíí
- Miešanie kariet

#### Úroveň hráča

Úroveň hráča v pokri je nesmierne dôležitá. V dlhodobom horizonte rozhoduje, či bude hráč ziskový alebo stratový. Podľa tohto kritéria môžeme pokrových hráčov deliť na *dobrych* alebo *zlých*.

**Poznámka 2.1.1** Dobrý pokrový hráč je dlhodobý ziskový. Zvyčajne hrá málo štartovných kombinácií. Snaží sa *bluffovať* s optimálnou frekvenciou. Volí optimálne výšky stávk. Vie odhadnúť rozpätie súperových *kariet*. Vie *zahodiť* karty, keď cíti, že drží slabšiu kartovú kombináciu ako súper.

Zlý pokrový hráč je dlhodobý stratový. Zvyčajne hrá priveľa štartovných kombinácií, často a neprofitabilne *bluffuje*, je málo alebo priveľmi agresívny. Je ľahko čitateľný, čiže hrá priamočiara a súper vedia predpokladať, aké *karty* drží na *ruke*. Nerozmýšľa nad tým, aké *karty* by súper mohol mať. Rád *dorovnáva* so slabými *kartami* a nevie *zahodiť* karty.

### Pozícia hráča

Pozícia hráča znamená, že hráč je na ťahu. V pokri je dôležitá pozícia hráča pri stole. Keď napravo od nás sedí dobrý hráč, minimalizujeme straty, lebo sme na ťahu až po tomto dobrom hráčovi. Ak napravo od nás sedí zlý hráč, maximalizujeme naše zisky. Vo všeobecnosti je výhodnejšie byť na ťahu po zlom hráčovi.

Pre vytvorenie čo najobjektívnejších podmienok na simulovanie by bolo vhodné, aby sme hráčov náhodne rozsádzali (napríklad každých 1000 odohraných partii). Nemali by sme náhodne rozsádzať hráčov každú novú partiu, ktorá sa začne hrať, pretože niektorí hráči majú povinnosť vložiť minimálnu povinnú *stávku Big Blind* a polovicu z tejto *stávky Small Blind*. Keby sme hráčov rozsádzali každú partiu, mohlo by sa stať, že by hráč mal vložiť dvakrát po sebe niektorú z povinných minimálnych stávk. Tomu sa chceme vyvarovať, preto bude lepšie hráčov rozsádzať každých  $m$  odohraných partii.

### Karty, ktoré boli rozdane hráčovi

Na začiatku dostane každý hráč dve *karty*. Tomu budeme hovoriť štartovná kombinácia. Ľudia, ktorí nehrávajú poker, si zvyčajne myslia, že poker je iba o šťastí a o tom, aké nám chodia karty. Niektorí profesionáli však tvrdia, že na prvom mieste je úroveň hráča, na druhom mieste je pozícia hráča a až na treťom mieste sú karty, ktoré boli rozdane hráčovi. Najslabšia štartovná kombinácia je, keď hráč dostane *karty* s hodnotami 2 a 7 a tieto *karty* majú rôzne znaky:  $[(2,z_1),(7,z_2)]$ ;  $z_1, z_2 \in \text{Znak} \wedge z_1 \neq z_2$ : napríklad takou kombináciou je

2♣7♦. Z takejto kombinácie ťažko poskladáme postupku či farbu a ak chceme vyhrať, musíme mať aspoň dva páry. Najsilnejšou štartovnou kartovou kombináciou sú dve esá:  $[(A,z_1),(A,z_2)]$ ;  $z_1, z_2 \in \text{Znak} \wedge z_1 \neq z_2$ ; napríklad takou kombináciou je A♥A♠. Medzi tým je veľká škála kariet. Dokopy existuje:

$$\frac{52 \cdot 51}{2} = 1326 \text{ rôznych štartovných kombinácií}$$

Pretože je 52 kariet v balíčku kariet, tak vyberieme jednu kartu, k tomu vyberieme druhú kartu, kde vyberáme z 51 možností, lebo jednu kartu sme už vybrali a nakoniec to vydělíme dvomi, lebo nezáleží na poradí (3♥5♣ je to isté ako 5♣3♥). Rôzne štartovné kombinácie sú rôzne silné. Páry  $[(h_1,z_1),(h_1,z_2)]$ ;  $h_1 \in \text{Hodnota}$ ;  $z_1, z_2 \in \text{Znak} \wedge z_1 \neq z_2$ : napríklad 9♣9♦), vysoké karty  $[(h_1,z_1),(h_2,z_2)]$ ;  $h_1, h_2 \in \text{Hodnota}$ ;  $h_1 \neq h_2$ ;  $z_1, z_2 \in \text{Znak} \wedge z_1 \neq z_2$ : napríklad A♣K♠) sú považované za silné karty. Za silné karty sa považujú aj také karty, ktoré majú rovnaký znak, ale líšia sa v hodnote práve o 1 - teda  $[(h_1,z_1),(h_2,z_1)]$ ;  $h_1, h_2 \in \text{Hodnota}$ ;  $z_1 \in \text{Znak}$ ;  $|h_1 - h_2| = 1$ , čo sú napríklad 6♥7♥, ale aj A♠2♠.

### Štartovné kombinácie a pokračovanie v hre

Profesionálni hráči odhadujú, že iba s 26 percentami štartovných kombinácií pri počte šiestich hráčov pri stole, by sme mali pokračovať v hre. Dokázať, že treba hrať práve 26 percent štartovných kombinácií by bolo nad rámec našej diplomovej práce. Amatérski hráči chcú pokračovať v hre vo viac ako 26 percentách prípadoch. Zvyknú toto percento niekedy zdvojnásobiť alebo strojnásobiť. Chcú pokračovať v hre s každou štartovnou kombináciou s očakávaním, že *spoločné karty* na stole im zabezpečia silnú kombináciu, za čo sú ochotní do hry vložiť veľa peňazí, a teda aj veľa stratiť.

To, v koľkých prípadoch budú hráči pokračovať v hre, odlišuje zlých hráčov od dobrých.

**Poznámka 2.1.3** Počet hraných štartovných kombinácií je počet vyjadrujúci koľko kariet hráč *nezhodí* vo fáze *preflop*. Hrať veľa štartovných kombinácií znamená hrať „Loose“ a hrať málo štartovných kombinácií znamená hrať „Tight“

## Agresivita hráčov

Ďalším dôležitým faktorom ovplyvňujúcim poker je agresivita. Hráči sú agresívni, ale aj pasívni. Agresívni hráči často *vsádzajú* alebo *navyšujú*. Pasívni hráči často *dorovnávajú* alebo *nevsádzajú*. Proti pasívnym hráčom sa hrá jednoducho: vsádzať veľa so silnými kartovými kombináciami a nevsádzať so slabými kartovými kombináciami. Agresívni hráči sú ťažko čitateľní, a teda sú ťažší protivníci.

## Imidž stolu

Imidž stolu môže byť:

- Loose - ak sa veľa hráčov dostane do fázy *flop* (zvykne sa uvádzať nad 30% hráčov). Teda hráči hrajú veľa štartovných kombinácií.
- Tight - ak sa málo hráčov dostane do fázy *flop* (zvykne sa uvádzať pod 30% hráčov). Teda hráči hrajú málo štartovných kombinácií.

Ak je imidž stolu *loose*, hráme *tight* (málo štartovných kombinácií). Ak je imidž stolu *tight*, hráme *loose* (veľa štartovných kombinácií).

## Typy protihráčov

V pokri je dôležité aj to, proti akým hráčom hráme. Z článku [6] sme sa dozvedeli, že existuje 8 typov hráčov. Medzi najdôležitejšie vlastnosti a charakteristiky, ktorými sa líšia hráči, je počet hraných štartovných kombinácií a agresivita.

V našom programe by bolo ideálne použiť, čo najviac typov protihráčov.

## Druh pokru

Existuje viacero druhov pokru. My sa budeme špecializovať na No Limit Texas Holdem Poker. No Limit znamená, že môžeme ľubovoľne veľa *vsádzať* a ľubovoľne veľa *navyšovať* až po *vsadiť všetko*. Bližší popis No Limit Texas Holdem Pokri nájdeme v kapitole 1.2.

## Typ hry

Poznáme rôzne typy hier pokru. Najčastejšie sú:

- Turnaje
- Cash Game

Turnaje sú typ hry, kedy si hráč kupuje žetóny za vopred určený fixný poplatok. V priebehu hry si môže kúpiť ďalšie, len ak to podmienky turnaja dovoľujú (len do stanoveného času turnaja). Minimálne povinné *stávky (blindy)* sa v priebehu hry zvyšujú a hráči postupne vypadávajú. Zvyčajne 10% najlepších hráčov dostane peniaze za dobré umiestnenie.

Táto diplomová práca sa bude zaoberať typom hry Cash Game. V Cash Game si môže hráč kúpiť žetóny v hodnote od 20 po 100 *Big Blindov* pre internetový Cash Game a 30 až 500 *Big Blindov* pre živý Cash Game, a to ľubovoľný počet krát, pokiaľ sa nehrá práve nejaká partia. Hráči v Cash Game môžu kedykoľvek skončiť hru a zameniť žetóny za peniaze.

## Stratégie

V pokri treba poznať čo najviac stratégií. Sú stratégie, ktoré sa dajú použiť iba v jednej fáze hry a sú stratégie, ktoré sa dajú použiť aj vo viacerých fázach hry.

Našou snahou je naprogramovať čo možno najviac stratégií a porovnávať ich medzi sebou. Za cieľ sme si stanovili, aby medzi stratégiami bola aj stratégia využívajúca poznatky z teórie hier a aby sme pri vyhodnocovaní mohli použiť štatistickú metódu. Viac o štatistickej metóde nájdeme v kapitole 2.3.

**Poznámka 2.1.4** Stratégia znamená, že hráč vykonáva v hre opakovane akciu, ktorá často vedie k zisku.

## Počet hráčov pri stole

Počet hráčov, ktorí hrajú poker, je z množiny {2,3,4,5,6,7,8,9,10}.

Najčastejší počet hráčov je šesť, na druhom mieste je deväť hráčov, na treťom mieste sú dvaja hráči, v ojedinelých prípadoch môže hrať až 10 hráčov.

V pokri je dôležitý počet protihráčov pri stole. Čím viac hráčov sa zúčastní hry, tým menej štartovných kombinácií by sme mali hrať. V literatúre sa pri vyššom počte hráčov odporúča hrať pasívne. Je pravdepodobné, že jeden z protihráčov drží silnú kartovú kombináciu. A naopak – ak sa zúčastní hry menej hráčov, môžeme hrať agresívnejšie a môžeme hrať viac štartovných kombinácií a menej z nich budeme zahadzovať.

## Pomer peňazí k Big Blindu

Ovplyvňujúci faktor pokru je pomer peňazí, ktoré máme pri sebe v pomere k výške *Big Blindu*. Je rozdiel, či máme 10 000 v žetónoch, keď *Big Blind* (skratka BB) je 100 alebo keď *Big Blind* je 1 000. Podľa pomeru peňazí k *Big Blindu* rozlišujeme:

- Short Stack 1 - 30 BB (optimálne je hrať s 20 BB)
- Mid Stack 30 - 50 BB (optimálne je hrať so 40 BB)
- Big Stack 50 - 100 BB (optimálne je hrať so 100 BB)
- Deep Stack 100 + BB (optimálne je hrať s 200 BB)

Pre rôzny pomer peňazí k *Big Blindu* existujú aj rôzne stratégie.

Short Stack Strategy (optimálne je hrať s 20 BB) je stratégia, keď môžeme *vsadiť všetko s kartami* s hodnotami 22 - AA alebo *karty* s hodnotami AK a AQ vo fáze *preflop*.

Mid Stack Strategy (optimálne je hrať so 40 BB) je stratégia, keď máme primeraný počet žetónov v pomere k *Big Blindu*. Hráme opatrnejšie. Vo fáze *preflop* by sme mohli *vsadiť všetko s kartami* s hodnotami 88 - AA alebo *s kartami* s hodnotami AK.

Big Stack Strategy (optimálne je hrať so 100 BB) je vhodné použiť v situácii, keď máme veľa žetónov v pomere k *Big Blindu*. Hráme veľmi opatrne a môžeme *vsadiť všetko* vo fáze *preflop* *s kartami* s hodnotami QQ, KK, AA.



Deep Stack Strategy (optimálne je hrať s 200 BB) je vhodné použiť v situácii, keď máme veľmi veľa žetónov v pomere k *Big Blindu*. Treba si dávať extrémny pozor na rozhodnutia, lebo chyby nás môžu stáť veľa peňazí. Vo fáze *preflop* môžeme *vsadiť všetko* už iba s najsilnejšou štartovnou kartovou kombináciou AA.

Rozdiely nastanú aj v ostatných fázach hry. V tejto diplomovej práci budeme využívať stratégiu Big Stack so 100 BB.

### **Počet odohraných partíí**

Poker je hra, v ktorej má náhoda svoju rolu.

Je rozdiel, či odohráme pri stole 10, 100, 1000 alebo milión partíí. Výherný koeficient (počet vyhraných *Big Blindov* na 100 odohraných partíí) začne byť presnejší až pri vyššom počte odohraných partíí. Začiatočník alebo zlý hráč môže poraziť dobrého pokrového hráča, keď odohrajú 10 partíí. Neporazil by ho, keby odohrali 100 000 partíí.

Aby sme dosiahli štatisticky presnejšie výsledky, bude potrebné nastavovať počet odohraných partíí. V článku [4] sme sa dozvedeli, že na vedeckej konferencii s názvom „Computer Poker Challenge at the AAAI 2008 conference“ stanovili na porovnanie počítačových pokrových hráčov 84 náhodných usadení a v každom usadení sa odohralo 6 000 partíí. Dokopy to bolo 504 000 odohraných partíí. Plánujeme simulovať 504 000 odohraných partíí s 84 náhodnými usadeniami tak, aby sa v každom usadení odohralo 6 000 partíí.

### **Miešanie kariet**

Miešanie kariet je v pokri nevyhnutné. Inak by hráči vedeli, čo príde na *stôl*. V kasínach sa používajú dva druhy miešania *kariet*. Buď sa *karty* rozložia na *stôl* a miešajú sa jedna cez druhú alebo sa rozdelí *balíček kariet* na dve polovičky a niektoré *karty* z prvej polovičky sa premiestnia do druhej polovičky a naopak.

Pri realizácii sa pokúsime spoľahnúť na miešanie založené na generátore pseudonáhodných čísiel a funkciách *random* a *randomize*.

## 2.2 Teória hier

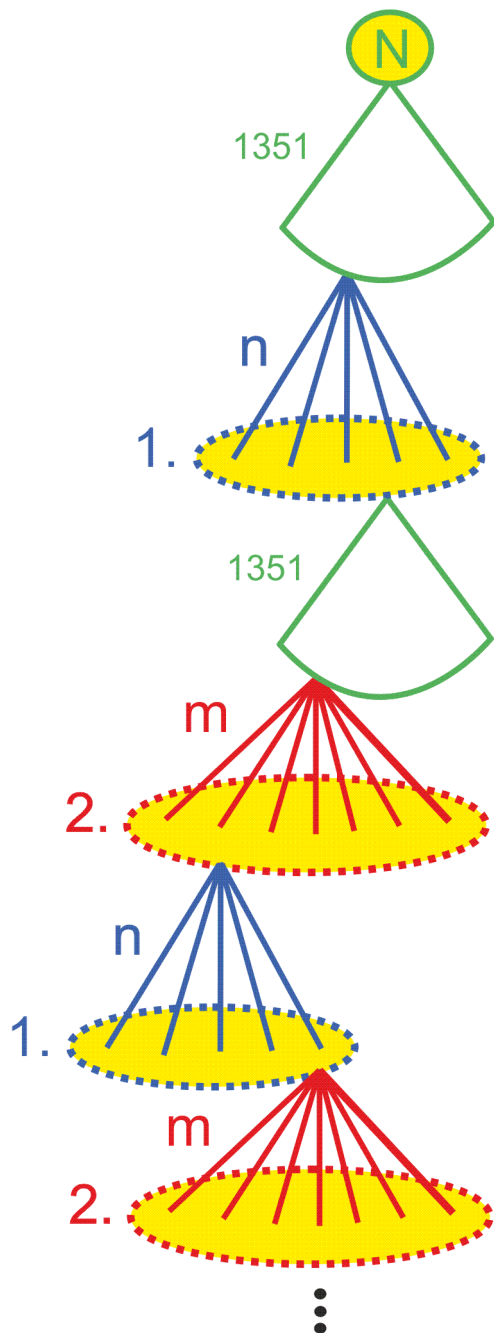
### 2.2.1 Stručný úvod do teórie hier

Podľa teórie hier hra poker spĺňa tieto vlastnosti:

- Je dynamická (hráči sa rozhodujú jeden po druhom)
- Je nekooperatívna (každý hrá sám za seba)
- S nedokonalou informáciou (poznáme výplaty hráčov, ale nepoznáme akciu, ktorú hráči zahrajú. Máme len presvedčenia s akou pravdepodobnosťou zahrajú hráči akciu)
- Je v extenzívnom tvare a zapisuje sa pomocou herného stromu (kvôli tomu, že hra je dynamická)

Text v kapitole 2.2 je voľným prekladom a prepisom textu [1] a [2]. Text sme upravovali a dopĺňali o vlastné poznatky, interpretácie a závery.

## 2.2.2 Reprezentácia hry poker v extenzívnom tvare



- 1) Hráč Náhoda (N) rozdá hráčovi 1 dve karty z balíčka kariet. Celkovo mu môže rozdať 1351 kartových kombinácií.
- 2) Hráč 1 zahrá jednu zo svojich  $n$  stratégií s kartami, ktoré mu boli rozdane.
- 3) Hráčovi 2 sa rozďajú dve karty z balíčka kariet. Celkovo mu môže byť rozdane 1351 kartových kombinácií.
- 4) Hráč 2 zahrá jednu zo svojich  $m$  stratégií s kartami, ktoré mu boli rozdane.
- 5) Krok 2) a 4) opakujeme, pokiaľ hráči prestanú vsádzať a navyšovať.

Kvôli zjednodušeniu sa budeme venovať iba situáciám, kde sú iba dvaja hráči. Takúto hru môžeme popísať jednou bimaticou s  $m$  riadkami a  $n$  stĺpcami. Hráč 1 má  $m$  stratégií ( $S_1, \dots, S_m$ ) a hráč 2 má  $n$  stratégií ( $S'_1, \dots, S'_n$ ). Teda ak si hráč 1 vyberie stratégiu  $S_i$  a hráč 2 zvolí  $S'_j$ , potom bude výplata hráča 1  $A_{ij}$  a hráča 2  $B_{ij}$ .

Bitmatica výplat hráča 1 a hráča 2:

	$S'_1$	$S'_2$	...	$S'_n$
$S_1$	$A_{11} \ B_{11}$	$A_{12} \ B_{12}$	...	$A_{1n} \ B_{1n}$
$S_2$	$A_{21} \ B_{21}$	$A_{22} \ B_{22}$	...	$A_{2n} \ B_{2n}$
...	...	...	...	...
$S_m$	$A_{m1} \ B_{m1}$	$A_{m2} \ B_{m2}$	...	$A_{mn} \ B_{mn}$

V skutočnej hre hráči používajú zvyčajne zmiešané stratégie. Robia to tak, že si vyberú jednu čistú stratégiu, ktorá sa hráčom hodí. Túto stratégiu vyberajú s určitou pravdepodobnosťou. Podľa teórie hier súčet jednotlivých pravdepodobností, s ktorými vyberajú hráči čisté stratégie, je 1. Keby sme chceli zistiť výplatu hráča 1 v zmiešaných stratégiách, vytvoríme si vektor  $p$ , kde zložka vektora  $p_i$  bude pravdepodobnosť, s akou bude hráč 1 hrať stratégiu  $i$ .

Pre hráča 2 analogicky vytvoríme vektor  $q$ , kde zložka  $q_i$  bude pravdepodobnosť, s akou bude hráč 2 hrať stratégiu  $i$ .

### 2.2.3 Nashovo equilibrium

Dvojica stratégií  $(p, q)$ , kde  $p$  je stratégia hráča 1 a  $q$  je stratégia hráča 2, sa nazýva "Nashovo ekvilibrium (NEQ)", ak  $p$  je najlepšia reakcia na  $q$  a  $q$  je najlepšia reakcia na  $p$ .

Pre hráča 1 si nazveme stratégiu  $p$  "najlepšiu reakciu" na stratégiu  $q$  hráča 2, ak  $p$  prinesie hráčovi 1 najvyššiu možnú výplatu:

Hráč 1

		<b>S<sub>21</sub></b>	<b>S<sub>22</sub></b>
		<i>b</i>	<i>1-b</i>
<b>S<sub>11</sub></b>	<i>a</i>	A <sub>11</sub>	A <sub>12</sub>
<b>S<sub>12</sub></b>	<i>1-a</i>	A <sub>21</sub>	A <sub>22</sub>

Hráč 2

		<b>S<sub>21</sub></b>	<b>S<sub>22</sub></b>
		<i>b</i>	<i>1-b</i>
<b>S<sub>11</sub></b>	<i>a</i>	B <sub>11</sub>	B <sub>12</sub>
<b>S<sub>12</sub></b>	<i>1-a</i>	B <sub>21</sub>	B <sub>22</sub>

Výplata hráča 1, keď zahrá stratégiu S<sub>11</sub>:

$$b \cdot A_{11} + (1-b) \cdot A_{12}$$

Výplata hráča 1, keď zahrá stratégiu S<sub>12</sub>:

$$b \cdot A_{21} + (1-b) \cdot A_{22}$$

Výplata hráča 1, keď zahrá stratégiu S<sub>21</sub>:

$$a \cdot B_{11} + (1-a) \cdot B_{21}$$

Výplata hráča 1, keď zahrá stratégiu S<sub>22</sub>:

$$a \cdot B_{12} + (1-a) \cdot B_{22}$$

Kde  $a$  je pravdepodobnosť s akou zahrá hráč 1 stratégiu S<sub>11</sub> a  $1-a$  je pravdepodobnosť s akou zahrá hráč 1 stratégiu S<sub>12</sub>. Hráč 2 zahrá stratégiu S<sub>21</sub> s pravdepodobnosťou  $b$  a stratégiu S<sub>22</sub> pravdepodobnosťou  $1-b$ .

Dá sa ukázať, že v každej hre existuje minimálne jedno NEQ, ktoré nemusí nutne nastať pri čistých stratégiách.

Podrobný dôkaz nájdeme v [3].

Stratégia  $p$  hráča 1 má tvar  $(a, 1-a)$ , kde  $a$  je z intervalu  $[0,1]$ . Zatiaľ čo hráč 2 má stratégiu tvaru  $(b, 1-b)$ .

*Príklad:*

*Pre zjednodušenie: Nech  $A=B=I_2$  (2x2 jednotková matica), potom obaja hráči dostanú výplatu 1 ak zahrajú obaja prvú stratégiu alebo ak obaja zahrajú druhú stratégiu. Inak majú výplatu 0. Ak hráč 1 zvolí prvý riadok, jeho výplata je  $b$ , ale ak zvolí druhý riadok, jeho výplata je  $1-b$ .*

Pre  $b > 1 - b$ , čo je ekvivalentné s  $b > 0,5$  najlepšou reakciou je prvý riadok. Inými slovami  $a = 1$ . Ak však  $b < 0,5$ , potom druhý riadok je najlepšou reakciou. Čiže  $a = 0$ . Pre  $b = 0,5$  hráč 1 obdrží výplatu 0,5. Takže každá stratégia je najlepšou reakciou.

Symetricky spravíme túto úvahu pre hráča 2 a dostávame  $b = 1$  pre  $a > 0,5$  a  $b = 0$  pre  $a < 0,5$  a ľubovoľné  $b$  z interval  $[0,1]$  pre  $a = 0,5$ .

NEQ hry sú  $((1,0), (1,0))$ ,  $((0,1), (0,1))$  a  $((0.5,0.5), (0.5,0.5))$

## 2.2.4 Vsádzacie a dorovňavacie frekvencie

Hráč 1 má tieto čisté stratégie:

- Bluffovať (vsádzať so slabou kartovou kombináciou)
- Nebluffovať (vsádzať so silnou kartovou kombináciou)

V skutočnosti hráči používajú aj zmiešané stratégie, preto hráčovi 1 pridáme aj zmiešanú stratégiu  $(a, 1-a)$ . Čiže hráč 1, keď vsádza, tak *bluffuje* s pravdepodobnosťou  $a$  a *nebluffuje* s pravdepodobnosťou  $1-a$ . Upozornenie: ide o pravdepodobnosť, keď hráč 1 *bluffuje* alebo *nebluffuje* s ľubovoľnými kartami, ktoré drží na ruke a nie o pravdepodobnosť, keď hráč 1 *bluffuje* so zlými kartami.

Hráč 2 má dve čisté stratégie :

- Dorovnať
- Zahodiť

V skutočnosti hráč 2 môže používať aj zmiešané stratégie, preto hráčovi 2 pridáme aj zmiešanú stratégiu  $(b, 1-b)$ . Hráč 2 teda dorovnáva s pravdepodobnosťou  $b$ , ak hráč 1 vsadí a zahadzuje s pravdepodobnosťou  $1-b$ , ak hráč 1 vsadí.

Ak hráč 1 vsádza  $x.Pot$ , na to aby hráč 2 mohol profitabilne *dorovnať*, potrebuje byť popredu

$$\text{v } \frac{x.Pot}{(1+2x)Pot} = \frac{x}{1+2x} \text{ prípadoch.}$$

Ako sme prišli k výrazu:  $\frac{x.Pot}{(1+2x)Pot}$ ?

Roznásobíme daný výraz, kvôli lepšiemu porozumeniu:

$$\frac{x.Pot}{(1+2x)Pot} = \frac{x.Pot}{Pot + 2x.Pot}$$

Z tohto tvaru vidno, že ak súper vsadil  $x.Pot$ , tak musíme dorovnať  $x.Pot$  do celkového *potu* množstvo, ktoré dorovnáваме + množstvo, ktoré súper vsádza + výška *potu*. V tomto prípade najlepšia reakcia na zmiešanú stratégiu hráča 1 ( $a,1-a$ ) je (0,1), teda zahodiť. Inak povedané,  $b = 0$  ak  $a < \frac{x}{1+2x}$

Ak by  $a > \frac{x}{1+2x}$ , najlepšou reakciou hráča 2 na zmiešanú stratégiu hráča 1, ( $a,1-a$ ) by bolo dorovnať, teda (1,0). Inak povedané  $b = 0$ .

Ak by  $a = \frac{x}{1+2x}$ , potom by každá stratégia hráča 2, ( $b,1-b$ ), kde  $b \in [0,1]$  je najlepšou reakciou na zmiešanú stratégiu hráča 1 ( $a,1-a$ ).

Aby bol *bluff* pre hráča 1 profitabilný, musí byť tento *bluff* úspešný v  $\frac{x.Pot}{(1+x)Pot} = \frac{x}{1+x}$  prípadoch. Teda hráč 2 musí *zahodiť* minimálne v  $\frac{x}{1+x}$  prípadoch.

Najlepšia reakcia hráča 1 na zmiešanú stratégiu hráča 2, ( $b,1-b$ ), keď  $b > \frac{x}{1+x}$  je nikdy *nebluffovať*. Čo znamená (0,1) alebo  $a = 0$ .

Najlepšia reakcia hráča 1 na zmiešanú stratégiu hráča 2, ( $b,1-b$ ), keď  $b < \frac{x}{1+x}$  je vždy *bluffovať*. Čo znamená (1,0) alebo  $a = 1$ .

Všetky stratégie sú najlepšou reakciou hráča 1 na zmiešanú stratégiu hráča 2, ( $b,1-b$ ), keď

$$b = \frac{x}{1+x}$$

Dostávame presne jedno Nashovo equilibrium (NEQ):  $(\frac{x}{1+2x}, 1 - \frac{x}{1+2x}, \frac{x}{x+1}, 1 - \frac{x}{x+1})$ .

### 2.2.5 Praktické využitie Nashovho Equilibria

Nech  $x = \frac{1}{4}$ , teda hráč 1 vsadil štvrtinu *Potu*. Keď sa pozrieme na túto situáciu z perspektívy druhého hráča, zistíme, že jeho Nashovo equilibrium je  $(\frac{x}{x+1}, 1 - \frac{x}{x+1})$ . Keď za  $x$  dosadíme  $\frac{1}{4}$ , dostávame NEQ  $(\frac{1}{5}, \frac{4}{5})$ . Ak by hráč 2 dorovnal v 20 % prípadoch a v 80 % prípadoch by zahodil, tak hráča 2 nemôže hráč 1 prekabátiť. V našom prípade hráč 1 nemôže nijako zlepšiť svoj očakávaný výnos.

### 2.2.6 Bluff z perspektívy teórie hier

Ak držíme vyhrávajúcu kartovú kombináciu a vsadíme, náš protihráč môže buď dorovnať ( $y$  času) alebo zahodiť ( $1-y$  času). Ak hráč 2 dorovná, hráč 1 vyhráva súčasný *pot* plus peniaze, ktoré súper použije na dorovnanie. Čiže  $P+B$ . Ak hráč 2 zahodí. Vyhrávame iba súčasný *pot*  $P$ .

Označme  $E_w$  ako Expected Payoff of Winning, teda očakávaný výnos v prípade výhry, ktorý bude nasledovný:

$$E_w = y(P + B) + (1 - y)P.$$

Pre prehrávajúcu kartovú kombináciu *bluffujeme* ( $x$  času) alebo sa vzdáme a *nevsádzame* ( $1-x$  času). Ak *bluffujeme*, protihráč *dorovnáva* ( $y$  času) a zahadzuje ( $1-y$  času). Keď *dorovná*, strácame výšku našej *stávky* (*bluffu*), čiže  $-B$ . Keď zahodí, vyhrávame terajší *pot*. Čiže keď *bluffujeme* a započítame oba prípady dostávame:

$$(1 - y)P - yB.$$

Ak sa vzdáme, naša výplata bude 0. Takto poskladáme  $E_l$ . Kde  $E_l$  je Expected Payoff Of Loosing, teda očakávaná strata v prípade prehry, ktorá bude:

$$E_l = (1 - x)0 + x[(1 - y)P - yB]$$

Keďže prvá časť je zrejme 0, môžeme ju vynechať a dostávame:

$$E_l = x[(1 - y)P - yB].$$



Ak vieme, že náš súper nikdy nedorovná (v reálnom živote v online pokri napríklad keď je odpojený), tak  $y = 0$  a teda:

$$E_I, y=0 = xP$$

Pre maximalizáciu očakávaného výnosu volíme  $x = 1$ , čiže *bluffujeme* vždy.

Na druhej strane ak súper dorovná náš *bluff* vždy, teda  $y = 1$ , tak:

$$E_I, y=1 = -xB$$

Na maximalizáciu tohto výrazu (resp. minimalizovanie strát) zvolíme  $x=0$ , teda nikdy *nebluffujeme*. Ukázali sme si, že pokrová mantra „nikdy *nebluffuj* proti calling station (hráčovi, čo za každých okolností *dorovná*)“ je pravdivá.

Tieto dva prípady sú však príliš extrémne a v reálnom živote nenastanú. Lebo súper bude *dorovnávať* s určitou pravdepodobnosťou, nebude to vždy 0 alebo 1. Čiže v teórii hier hovoríme o zmiešaných stratégiách. Keby dorovnávali hráči s pravdepodobnosťou 0 alebo 1 sú to čisté stratégie.

## 2.2.7 Optimálne stratégie

Zaujímavosťou je, že náš súper si môže zvoliť takú dorovnávaciu frekvenciu, kedy naše výnosy budú rovnaké bez ohľadu na to akú stratégiu (aké  $x$ ) zvolím. Označme túto dorovnávaciu frekvenciu  $y_{opt}$ .

**Získanie hodnoty  $y_{opt}$ :**

$$E_I = x[(1 - y)P - yB]$$

Ak  $y = y_{opt}$ , moja očakávaná výplata bude rovnaká pre všetky hodnoty  $x$ . Zvolíme teda  $x = 0$

$$E_I, x=0 = 0$$

Teraz zvolíme  $x=1$

$$E_I, x=1 = (1 - y_{opt})P - y_{opt}B.$$

Keďže  $E_I$  musí byť rovnaké pre všetky  $x$ , tak platí:

$$(1 - y_{opt})P - y_{opt}B = 0,$$

Dostávame:

$$(1 - y_{opt})P = y_{opt}B,$$

$$P - y_{opt}P = y_{opt}B,$$

$$P = y_{opt}(P + B),$$

Nakoniec dostávame vzťah:

$$y_{opt} = \frac{P}{P + B}$$

Pozrime sa, čo sa stane s  $E_I$  ak za  $y$  dosadíme  $y_{opt}$ :

$$E_I = x[(1 - y)P - yB]$$

$$E_I, y=y_{opt} = x\left[\frac{PB}{P+B} - \frac{PB}{P+B}\right] = 0.$$

Keďže sa  $x$  nenachádza v rovnici, akúkoľvek stratégiu zvolíme, nemôžeme zvýšiť ani znížiť očakávaný výnos.

*Príklad*

Nech  $B = \frac{2}{3}P$ , kde  $P = 1000\text{€}$ , teda  $y_{opt} = 0,4$ , keď dosadíme naše  $P$  a  $B$  do vzorca  $y_{opt} = \frac{P}{P+B}$

Keď náš súper bude dorovnávať presne 40% času. Nemôžeme ho prekabátiť.

**Získanie hodnoty  $E_{op}$ :**

$$E_{op} = -qyB + q(1 - y)0 + (1 - q)[xy(P + B) + x(1 - y)0 + (1 - x)P].$$

Prvý člen ( $-qyB$ ) zodpovedá prípadu, keď držím výhernú kartovú kombináciu a súper dorovná. Druhý člen ( $q(1 - y)0$ ) je pre prípad, keď držíme výhernú kartovú kombináciu a súper zahodí. Teda v tomto prípade nič nestratíme ani nezískame. Zvyšok výrazu je pre prípad, keď súper drží výhernú kombináciu. Prvá časť hranatých zátvoriek ( $(1 - q)[xy(P + B)]$ ) korešponduje prípadu, keď *bluffujeme* a súper nás dorovná. Strácame súčasný pot a výšku našej *stávky*. Stredná časť výrazu ( $(1 - q)[x(1 - y)0]$ ) korešponduje so situáciou, keď *bluffujeme* a súper zahodí. V tomto prípade nič nestratíme ani nezískame. Posledný výraz v hranatých zátvorkách  $(1 - q)[(1 - x)P]$  zodpovedá prípadu, keď sa vzdáme a prenecháme pot súperovi.

Vynecháme nulové členy:

$$E_{op} = (1 - q)[xy(P + B) + (1 - x)P] - qyB.$$

Keď náš súper vie, že nikdy *nebluffujeme* ( $x=0$ ). Aká je jeho najlepšia reakcia? Nikdy nás nedorovná. Čo môžeme vidieť v nasledujúcej rovnici:

$$E_{op} x=0 = (1 - q)P - qyB.$$

Keď toto chceme maximalizovať zvolíme  $y=0$  (nikdy nedorovnáme)

Pre  $x=1$  máme:

$$E_{op} x=1 = (1 - q)y(P + B) - qyB = y[(1 - q)(P + B) - qB].$$

Ak:

$$(1 - q)(P + B) - qB > 0,$$

$y = 1$  (vždy súper dorovná) bude maximalizovať súperovu očakávanú výplatu.

Ak:

$$(1 - q)(P + B) - qB < 0,$$

Súper zvolí namiesto toho  $y = 0$  (nikdy nedorovná).

$$(1 - q)(P + B) - qB < 0$$

Nerovnicu upravíme:

$$(1 - q)(P + B) < qB,$$

$$P + B - qP - qB < qB,$$

$$P + B < q(P + 2B)$$

A nakoniec dostávame:

$$q > \frac{P + B}{P + 2B}$$

### Príklad

Nech  $P = B = \$100$ , ak  $q > 2/3$ , náš súper by nikdy nemal dorovnať našu stávkú, hoci by vedel, že vždy budeme vsádzať. Preto by sme mali stále bluffovať. Na druhej strane ak  $q < 2/3$ , súper by mal vždy dorovnávať. Všimnime si, že  $q$  závisí iba na veľkosti potu a veľkosti stávky.

Keď hráme optimálne, teda  $x = x_{opt}$ , súper obdrží takýto očakávaný výnos:

$$E_{op} = (1 - q)[xy(P + B) + (1 - x)P] - qyB.$$

$$E_{op, x=x_{opt}} = (1 - q) \left[ qBy \left[ \frac{P+B}{(P+B)(1-q)} \right] + \left[ \frac{P(1-qB)}{(1-q)(P+B)} \right] \right] - qyB.$$

$$E_{op, x=x_{opt}} = qBy + \left[ \frac{P(1-q)(P+B)-qB}{(1-q)(P+B)} \right] - qyB.$$

$$E_{op, x=x_{opt}} = (1 - q)P - \frac{qPB}{P+B}.$$

Keďže v  $E_{op}$  nie je  $y$ , súper nemôže zmeniť svoj očakávaný výnos.

### Získanie hodnoty $x_{opt}$ :

Ak  $x = x_{opt}$ , súperova očakávaná výplata bude rovnaká pre všetky hodnoty  $y$ . Preto zvolíme ako prvé  $y=0$ . Dostávame:

$$E_{op, y=0} = (1 - q)(1 - x_{opt})P.$$

Teraz zoberieme  $y=1$ :

$$E_{op, y=1} = (1 - q)[x_{opt}(P + B) + (1 - x_{opt})P] - qB.$$

Keďže  $E_{op}$  musí byť rovnaké, pre  $y=1$  a  $y=0$  dostávame:

$$(1 - q)(1 - x_{opt})P = (1 - q)[x_{opt}(P + B) + (1 - x_{opt})P] - qB,$$

Odčítame z oboch strán  $(1 - q)(1 - x_{opt})P$

$$qB = (1 - q)x_{opt}(P + B)$$

$$x_{opt} = \frac{qB}{(1 - q)(P + B)}.$$

### Príklad

Nech  $B = P$ , kde  $P = 1000$  € a  $q = 0.1$ . Dosadíme  $P$ ,  $B$  a  $Q$  do vzorca  $x_{opt} = \frac{qB}{(1 - q)(P + B)}$

a získame hodnotu  $x_{opt} = \frac{1}{18}$ . Ak budeme bluffovať v  $\frac{1}{18}$  prípadoch, súper nás nemôže prekabátiť. Aj keby poznal naše  $x_{opt}$ , nemôže nás prekabátiť. Ak by sme však bluffovali častejšie alebo menej často ako je  $x_{opt}$ , súper vie nájsť vhodnú stratégiu, aby nás vedel poraziť. Preto  $x_{opt}$  nám zaručí optimálnu stratégiu.

Pár stratégií (  $x_{opt}$ ,  $y_{opt}$  ) sú stratégie, ktoré nemôže nikto zneužiť vo svoj prospech a výhru. Nazývame ich Nashové Equilibrium.

### 2.2.8 Záver

Keď čelíme silnému protihráčovi, naša najlepšia voľba je hrať stratégiou danou Nashovým Equilibrium:  $x_{opt}$ . V tomto prípade bude protihráč hrať stratégiu danú  $y_{opt}$ . Ak protihráč nebude hrať podľa  $y_{opt}$ , nie je dobrý hráč a môžeme využiť jeho slabosť a nájdeme najlepšiu reakciu na jeho stratégiu. Ak často dorovnáva, *bluffujeme* menej. Ak dorovnáva zriedka, *bluffujeme* viac. Ak vieme odhadnúť jeho dorovnávaciu frekvenciu, vieme vypočítať, o koľko viac alebo o koľko menej budeme *bluffovať*, aby sme maximalizovali očakávaný zisk.

## 2.3 Štatistické vyhodnotenie stratégií

V celej tejto časti využívame štatistické metódy, vzorce a vzťahy podľa článku [5]. Vybrané časti sme preložili, vysvetlili a aplikovali pre našu prácu.

### 2.3.1 Zložky vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia

#### 2.3.1.1 Interval spoľahlivosti pre $P(X>Y)-P(X<Y)$

$X$  - *stratégia 1*

$Y$  - *stratégia 2*

Vstup:

- $N$  - počet iterácií. V našom prípade *počet usadení krát počet odohraných partíí*
- $X_{\text{väčšie}Y}$  - počet prípadov, keď *stratégia 1* zarobila viac ako *stratégia 2*
- $Y_{\text{väčšie}X}$  - počet prípadov, keď *stratégia 2* zarobila viac ako *stratégia 1*
- $X_{\text{rovné}Y}$  - počet prípadov, keď *stratégia 1* zarobila rovnako veľa ako *stratégia 2*

Odhad pravdepodobnosti s akou zarobíme so *stratégiou 1* viac ako so *stratégiou 2*:

$$\hat{p}_1 = \frac{X_{\text{väčšie}Y}}{N}$$

Odhad pravdepodobnosti s akou zarobíme so *stratégiou 2* viac ako so *stratégiou 1*:

$$\hat{p}_2 = \frac{Y_{\text{väčšie}X}}{N}$$

Odhad pravdepodobnosti s akou zarobíme so *stratégiou 1* rovnako veľa ako so *stratégiou 2*:

$$\hat{p}_3 = \frac{X_{\text{rovné}Y}}{N}$$

Rozdiel odhadov pravdepodobnosti  $\hat{p}_1$  a  $\hat{p}_2$ :

$$\hat{p} = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 = \frac{X_{\text{väčšie}Y} - Y_{\text{väčšie}X}}{N}$$

Ak  $\hat{p}$  vynásobíme 100, dostaneme v koľko percentách prípadov sme zarobili so *stratégiou 1* viac ako so *stratégiou 2*. V prípade, že vyjde tento rozdiel odhadov pravdepodobnosti záporný, znamená to, že stratégia 2 zarobila vo väčšom percente prípadov viac ako *stratégia 1*.

Zdefinujeme si stĺpcový vektor  $p$  so zložkami  $p_1, p_2$  a  $p_3$ :

$p_1$  je pravdepodobnosť s akou zarobíme so *stratégiou 1* viac ako so *stratégiou 2*

$p_2$  je pravdepodobnosť s akou zarobíme so *stratégiou 2* viac ako so *stratégiou 1*:

$p_3$  je pravdepodobnosti s akou zarobíme so *stratégiou 1* rovnako veľa ako so *stratégiou 2*

$$p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

Podľa [5] definujeme stĺpcový vektor  $a$ :

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Podľa [5] definujeme maticu  $\Sigma$  s prvkami  $\sigma_{jj}$ :

$$\sigma_{jj} = p_j(1-p_j) \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sigma_{jk} = -p_j p_k \quad (j \neq k)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} p_1(1-p_1) & -p_1 p_2 & -p_1 p_3 \\ -p_2 p_1 & p_2(1-p_2) & -p_2 p_3 \\ -p_3 p_1 & -p_3 p_2 & p_3(1-p_3) \end{pmatrix}$$

Platí:

$$\sqrt{N}(\hat{p} - p) \sim N(0, \Sigma)$$

Za  $p_1, p_2, p_3$  dosadíme  $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3$ . Dostávame:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \hat{p}_1(1-\hat{p}_1) & -\hat{p}_1 \hat{p}_2 & -\hat{p}_1 \hat{p}_3 \\ -\hat{p}_2 \hat{p}_1 & \hat{p}_2(1-\hat{p}_2) & -\hat{p}_2 \hat{p}_3 \\ -\hat{p}_3 \hat{p}_1 & -\hat{p}_3 \hat{p}_2 & \hat{p}_3(1-\hat{p}_3) \end{pmatrix}$$

Keďže nás zaujíma interval spoľahlivosti pre  $p_1-p_2$ , ktoré je rovné  $a^T p$ . Využijeme, že

$$\sqrt{N}(a^T \hat{p} - a^T p) \sim N(0, a^T \Sigma a)$$

z toho dostávame **interval spoľahlivosti (IS) pre  $p_1-p_2$** , čiže pre  $a^T p$ :

$$IS \in \left( a^T p - \sqrt{\frac{a^T \Sigma a}{N}} u(2,5\%), a^T p + \sqrt{\frac{a^T \Sigma a}{N}} u(2,5\%) \right)$$

kde  $u(2,5\%)$  je 97,5% kvantil normálneho rozdelenia.  $u(2,5\%) = 1,96$ .

### 2.3.1.2 Interval spoľahlivosti pre $P(X \geq Y)$

$$\hat{p} = \hat{p}_1 + \hat{p}_3 = \frac{X_{\text{väčšie}Y} + X_{\text{rovné}Y}}{N}$$

Interval spoľahlivosti pre  $\hat{p}$  vypočítame nasledovne:

$$IS \in \left( \hat{p} - \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}} u(2,5\%), \hat{p} + \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}} u(2,5\%) \right)$$

kde  $u(2,5\%)$  je 97,5% kvantil normálneho rozdelenia.  $u(2,5\%) = 1,96$ .



# Kapitola 3

## Návrh

### 3.1 Funkcie a nastavenia programu

Náš program by mal umožniť nastaviť:

- Počet rôznych náhodných usadení hráčov k stolu
- Počet odohraných partií na jedno usadenie
- Protihráčov
- Charakteristiku jednotlivých hráčov
- Nastavenie dvoch rôznych stratégií nášho hráča

Ďalej jednotlivé nastavenia podrobnejšie vysvetlíme:

#### Počet rôznych náhodných usadení hráčov k stolu

Po analýze z kapitoly 2.1 navrhujeme, aby sme zaviedli ako premennú počet usadení, ktorá bude vyjadrovať, koľkokrát sa hráči náhodne rozsadia k stolu pomocou funkcie random.

Množina typov hráčov  $T = \{\text{Loose Aggressive, Tight Aggressive, Loose Passive, Tight Passive, Calling Station, Rock, Maniac, Fish, Náš hráč}\}$

Bližší popis jednotlivých hráčov uvádzame v kapitole 4.1.

Vstup:  $n$ : počet hráčov

$k$ : počet usadení

$m$ : počet partií odohraných na jedno usadenie

Hráči si sadajú za stôl:

$P = \{t_1, t_2, \dots, t_n \mid t_1, t_2, \dots, t_n \in T \wedge t_1 \neq t_2 \neq \dots \neq t_n \wedge t_n = \text{Náš hráč} \wedge n \geq 2\}$

Zadefinujeme si  $\pi(q_1, q_2, \dots, q_n)$ , ktoré je pravda  $\Leftrightarrow \forall i, j: i \neq j \Rightarrow q_i \neq q_j$

Množina usadení  $U = \{[q_1, q_2, \dots, q_n \mid q_1, q_2, \dots, q_n \in P \wedge \pi(q_1, q_2, \dots, q_n)]\}$

Program počas simulácie postupne vyberie  $k$  náhodných usadení, t.j.  $u_1, \dots, u_k \in$  Množina usadení.

### Počet odohraných partíí na jedno usadenie

Čím viac partíí sa zahrá, tým začne byť výherný koeficient presnejší. Preto bude dobré, aby si používateľ mohol nastaviť *počet odohraných partíí na jedno usadenie*.

### Protihráči

V analýze sme zistili, že je dôležité proti akým hráčom hráme. Preto navrhujeme, aby si používateľ mohol vybrať niekoľko z ôsmich nami ponúkaných typov protihráčov, kde každého protihráča môže použiť najviac jeden krát. Keďže existuje veľa kategorizácií hráčov, my sme vychádzali z tých, ktorí sú uvedení v článku [6]. Pričom sme niektorých z nich ešte upravili. Navrhujeme použiť týchto hráčov:

- Loose Aggressive (LAG)
- Tight Aggressive (TAG)
- Loose Passive (LP)
- Tight Passive (TP)
- Rock
- Calling Station
- Maniac
- Fish

Bližší popis o protihráčoch uvádzame v kapitole 4.1.

### Charakteristika jednotlivých hráčov

Charakteristiky hráčov budeme definovať podľa správania protihráčov vo fáze *preflop*:

- *Dorovnanie*: koľkokrát zvolený typ protihráča *dorovnal* skôr, ako *karty* prišli na *stôl* (*preflop*).

- *Navýšenie*: koľkokrát zvolený typ protihráča *navyšoval* skôr, ako *karty* prišli na stôl (*preflop*).
- *Znovu navýšenie*: koľkokrát zvolený typ protihráča znovu *navýšil*, ak niekto pred ním už *navýšil* skôr, ako *karty* prišli na stôl (*preflop*).

Pre charakteristiky hráčov určíme rozsah percentuálneho zastúpenia správania sa hráčov pri danej akcii, ktorý bude vyjadrený prostredníctvom troch číselných hodnôt (minimum,  $\frac{\text{minimum} + \text{maximum}}{2}$  a maximum), pričom jednotlivé hodnoty budú výstižne reprezentovať štýl správania hráča a umožnia odlišovať správanie sa hráčov.

Charakteristika hráča bude zahŕňať aj stupeň agresivity a pasivity.

Aby používateľ mohol ovplyvňovať správanie hráčov v jednotlivých akciách, vytvoríme mu možnosť nastavenia správania sa hráča pri danej akcii v hodnotách od minima po maximum.

### **Nastavenie dvoch rôznych stratégií nášho hráča**

Pri stole sedia rôzni protihráči. Zaujímá nás ako by vyzeral výsledok, keby sme hrali proti rovnakým protihráčom, ale pri hre by sme používali rôzne stratégie. Výslednú stratégiu nášho hráča namiešame z množiny základných stratégií {*Blind Stealing, Squeezing, Continuation Bet, Bluff, Bluff Raise, Pot Odds, Game Theory*}.

Napríklad v jednej hre by sme zahrli stratégie *x, y, z* a v inej hre by sme hrali opäť proti rovnakým protihráčom, ale použili by sme stratégie *p, q*.

Označme slovom *stratégia 1* tie stratégie, ktoré sme použili v prvej hre a *stratégia 2* bude označovať stratégie, ktoré sme použili v druhej hre.

Jednotlivé stratégie zo *stratégie 1* a *stratégie 2* rozdelíme kvôli prehľadnosti do fáz (*preflop, flop, turn* a *river*), v ktorej sa dané stratégie budú hrať.

Stratégie bližšie popíšeme v kapitole 4.3.

Keď si používateľ zvolí *stratégiu 1* a *stratégiu 2* svojho hráča, môže si nastaviť frekvencie ich používania, ktorá bude percentuálnym vyjadrením použitia stratégie.

## 3.2 Sledovanie vzťahov v hre poker

Chceli by sme sledovať vzťahy, ktoré nastávajú pri hraní hry poker:

- Vzťah medzi typom hráča a zvolenou stratégiou
- Vzťah medzi počtom protihráčov a ziskovosťou hráča
- Vzťah medzi počtom usadení a ziskovosťou hráča

### Vzťah medzi typom hráča a zvolenou stratégiou

Niektoré stratégie môžu byť veľmi úspešné a ziskové proti niektorým typom protihráčov, a môžu byť veľmi stratové proti iným typom protihráčov. Proti pasívnym hráčom je vo všeobecnosti neziskové používať akékoľvek stratégie. Stačí *vsádzať*, keď držíme silnú kartovú kombináciu a *nevsádzať* alebo *zahadzovať*, keď držíme slabú kartovú kombináciu. Proti agresívnym a dobrým hráčom sa oplatí používať čo možno najviac vhodných stratégií podľa zvolených typov hráčov a sledovať ich ziskovosť.

### Vzťah medzi počtom protihráčov a ziskovosťou hráča

Čím viac slabších protihráčov je v hre, tým ziskovejší budeme po vyhodnotení hry, lebo sa častejšie dostávame do ziskových situácií. A naopak, pri vyššom počte dobrých hráčov v hre budú naše zisky nižšie a straty vyššie.

Chceme sledovať, či má počet protihráčov vplyv na konečný zisk hráča.

### Vzťah medzi počtom usadení a ziskovosťou hráča

Ako sme už spomínali, je dôležité usadenie, ktoré nám program vyberie. Počet rôznych usadení k stolu môže mať dopad na zisky hráča.

Chceli by sme preskúmať aký vplyv bude mať na zisk rozdiel v *počte usadení*.

### 3.3 Simulácia hry poker

Program bude simulovať No Limit Texas Holdem Poker Cash Game.

V kapitole 1 sme uviedli pravidlá pokru, teraz popíšeme, z čoho sa bude skladať naša simulácia tejto hry.

Vstupom do simulácie je:

- Počet usadení
- Počet partíí
- Množina hráčov  $P$ , ktorých si používateľ zvolí:

$$P = \{ t_1, t_2, \dots, t_n \mid t_1, t_2, \dots, t_n \in T \wedge t_1 \neq t_2 \neq \dots \neq t_n \wedge t_n = \text{Náš Hráč} \wedge n \geq 2 \}$$

kde  $T$ : Množina typov hráčov;  $T = \{\text{Loose Aggressive, Tight Aggressive, Loose Passive, Tight Passive, Calling Station, Rock, Maniac, Fish, Náš hráč}\}$

- Charakteristiky hráčov
- *stratégia 1* nášho hráča
- *stratégia 2* nášho hráča

Simulácia pokru sa skladá z týchto krokov:

1) Pomocou funkcie `random` sa náhodne rozmiestnia hráči z množiny  $P$  k stolu. Spustí sa simulácia pre počet odohraných partíí na jedno usadenie krát. Hráčom sa spočítajú zostávajúce žetóny, pripíšu sa im na konto a začínajú s novým počtom peňazí do nového usadenia vo výške 100 *Big Blindov*. Ďalej sa hráči opäť náhodne rozsadia k stolu a simulácia sa spustí počet odohraných partíí na jedno usadenie krát. Toto sa opakuje toľkokrát ako používateľ nastavil hodnotu *počet usadení*.

1) Jedna partia sa skladá z nasledovných prvkov:

i) Zamiešanie *kariet*.

ii) Rozdanie *kariet* hráčom.

iii) Spustenie fáz v nasledovnom poradí: *preflop*, *flop*, *turn* a *river* s nastavenou *stratégiou 1* pre nášho hráča a charakteristikami protihráčov.

iv) Zapamätanie výsledkov zo simulácie pre *stratégiu 1*.

2) Zopakovanie postupu z bodu 1) so zmenou v bode iii), kedy sa použije *stratégia 2*.

3) Vyhodnotenie hry.

i) Vyplatia sa peniaze víťazom. Keď hráč ostane bez peňazí, automaticky sa *dokupuje*.

ii) Vykreslenie grafu zárobkov nášho hráča v *stratégii 1* a druhého grafu pre *stratégiu 2*.

iii) Vyhodnotenie hry formou tabuľky, v ktorej bude napísané, koľko peňazí hráči na konci simulácie zarobili, koľkokrát sa *dokupovali*, aký je ich výherný koeficient.

iv) Vyhodnotenie hry štatistickou metódou zložky vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia z kapitoly 2.3.

# Kapitola 4

## Riešenie problému

### 4.1 Implementácia hráčov a ich charakteristiky

Typy hráčov sú naprogramované čo najbližšie k ich reálnemu spôsobu hry. Ich charakteristiky vyjadríme v tabuľke a stručne ich popíšeme.

**Správanie hráčov podľa vybraných akcií:**

Typ hráča	Dorovnanie	Navýšenie	Znovu navýšenie	Agresivita	Pasivita
Loose Aggressive	17/25/32	25/35/45	8/10/12	7	5
Tight Aggressive	10/15/20	10/20/30	4/7/10	6	4
Loose Passive	24/35/46	4/8/12	1/2/3	3	8
Tight Passive	12/20/28	11/15/19	3/5/7	3	6
Rock	3/7/11	4/8/12	2/3/4	7	6
Calling Station	20/50/80	10/15/20	1/3/5	2	9
Maniac	8/12/16	0/50/100	5/20/35	10	1
Fish	60/80/100	1/5/9	0/1/2	1	10
Náš hráč	22	27	8	8	3

*Dorovnanie, navýšenie a znovu navýšenie* sú akcie, ktoré zvyknú jednotlivé typy hráčov vykonať v rôznom percentuálnom zastúpení. Tieto akcie sú prezentované 3 číselnými hodnotami ( $x/y/z$ ). Hodnota  $x$  je minimum a hodnota  $z$  je maximum percentuálneho

zastúpenia použitia akcie pre daný typ hráča. Stredná číselná hodnota  $y$  je preddefinovaná hodnota pre daný typ hráča (zároveň je nastavená aj v našom programe). Používateľ si môže nastaviť hodnoty *dorovnaní*, *navýšenia* a *znovu navýšenia* prostredníctvom posuvníka od hodnoty  $x$  po hodnotu  $z$ .

Akcia **Dorovnanie** je hodnota v percentách, ktorá vyjadruje, koľkokrát zvolený typ protihráča *dorovnal* vo fáze *preflop*.

Akcia **Navýšenie** je hodnota v percentách, ktorá vyjadruje, koľkokrát zvolený typ protihráča *navyšoval* vo fáze *preflop*.

Akcia **Znovu navýšenie** je hodnota v percentách, ktorá vyjadruje koľkokrát zvolený typ protihráča *znovu navýšil* ak niekto pred ním už *navýšil* vo fáze *preflop*.

**Agresivita** je tendencia hráča *vsádzať*, *navyšovať* a *znovu navyšovať*. Čím je hráč agresívnejší, tým častejšie *vsádza*, *navyšuje* a *znovu navyšuje*. Vo väčšine prípadov platí, že vsádza väčšie sumy peňazí.

Pre názornú ilustráciu sme ohodnotili hráčov z pohľadu agresivity na stupnici od 1 po 10, pričom 1 je minimálne agresívny hráč a 10 je maximálne agresívny hráč.

**Pasivita** je tendencia hráča *nevsádzať* a *dorovnávať*. Čím je hráč pasívnejší, tým častejšie *nevsádza* a *dorovnáva*. Keďže pasívny hráč často dorovnáva, dorovnáva aj so slabými kartovými kombináciami.

Pre názornú ilustráciu sme ohodnotili hráčov z pohľadu pasivity na stupnici od 1 po 10, pričom 1 je minimálne pasívny hráč a 10 je maximálne pasívny hráč.



#### **4.1.1 Loose Aggressive (LAG)**

Loose Aggressive (LAG) je hráč, ktorý hrá veľa štartovných kombinácií (Loose). Hrá agresívne. Loose Aggressive je v dnešnom modernom pokri považovaný za najsilnejšieho protivníka na stoloch, kde sa hrá o veľké množstvá peňazí.

#### **4.1.2 Tight Aggressive (TAG)**

Tight Aggressive (TAG) je hráč, ktorý hrá málo štartovných kombinácií (Tight). Hrá agresívne. Tight Aggressive je v dnešnom modernom pokri považovaný za najsilnejšieho protivníka na stoloch, kde sa hrá o malé množstvá peňazí.

#### **4.1.3 Loose Passive (LP)**

Loose Passive (LP) je hráč, ktorý hrá veľa štartovných kombinácií. Hrá pasívne. Loose Passive je považovaný za jedného z najslabších hráčov.

#### **4.1.4 Tight Passive (TP)**

Tight Passive (TP) je hráč, ktorý hrá málo štartovných kombinácií. Hrá pasívne. Tight Passive je považovaný za veľmi slabého hráča.

#### **4.1.5 Rock**

Rock je hráč, ktorý hrá minimum štartovných kombinácií (Super Tight). Hrá zvyčajne agresívne, ale zvykne hrať aj pasívne. Rock je považovaný za stredne silného hráča.

#### **4.1.6 Calling Station**

Calling Station je hráč, ktorý hrá veľmi pasívne. Calling Station je považovaný za slabého a ľahkého protivníka.

### **4.1.7 Maniac**

Maniac je hráč, ktorý hrá extrémne agresívne a nepredvídateľne, navyšuje niekedy až 7x viac ako je optimálne. Maniac je považovaný za stredne silného protivníka.

### **4.1.8 Fish**

Fish je rekreačný hráč, ktorý hrá zvyčajne veľa štartovných kombinácií. Hrá zvyčajne veľmi pasívne. Fish je považovaný za najslabšieho hráča. Profesionáli väčšinu svojich peňazí zarobili práve na tomto type hráča.

### **4.1.9 Náš hráč**

Nášho hráča sme sa snažili naprogramovať tak, aby mal čo najlepšie charakteristiky a bol najziskovejší hráč spomedzi všetkých hráčov. Náš hráč je vylepšením hráča Loose Aggressive.

## **4.2 Programovací jazyk**

Na naprogramovanie softvéru na modelovanie pokrovej hry sme si zvolili programovací jazyk C++ a prostredie C++ Builder 6, lebo máme s ním dobré skúsenosti, má vhodné používateľské rozhranie s veľkým počtom využiteľných komponentov.

## **4.3 Typy stratégií**

V pokri existuje veľa typov stratégií. Niektoré sú ziskové proti určitému typu hráčov a proti inému typu hráčov môžu byť stratové. Výber vhodnej stratégie je veľmi dôležitý. V nasledujúcej časti si popíšeme naprogramované stratégie.

### 4.3.1 Blind Stealing

Blind Stealing je stratégia, ktorá sa používa vo fáze hry *preflop*, keď hráč z pozície *dealera navýši* na 2,5 – 3,5 násobok *Big Blindu*, ak nikto pred ním *nenavyšoval*. V programe sme použili navýšenie vo výške trojnásobku *Big Blindu* ako priemernú hodnotu uvedených násobkov.

### 4.3.2 Squeezing

Squeezing je stratégia, ktorá sa používa vo fáze hry *preflop*. Squeezing je *znovu navýšenie* z pozície *Big Blind hráča* alebo *Small Blind hráča*, ak niekto pred nami *navyšoval*.

### 4.3.3 Continuation Bet

Continuation Bet je stratégia, ktorá sa používa vo fáze hry *flop*. Continuation Bet je *vsadenie žetónov* vo fáze *flop*, ak vo fáze *preflop* hráč *navyšoval*.

### 4.3.4 Bluff

Bluff je stratégia, ktorá sa používa vo fázach hry *flop*, *turn* a *river*. Bluff nastane vtedy, keď hráč *vsádza*, pritom má slabú kartovú kombináciu.

### 4.3.5 Bluff Raise

Bluff Raise je stratégia, ktorá sa používa vo fázach hry *flop*, *turn* a *river*. Bluff Raise nastane vtedy, keď hráč *navyšuje*, pritom má slabú kartovú kombináciu.

### 4.3.6 Pot Odds

Pot Odds je stratégia, ktorá sa používa vo fázach hry *flop* a *turn*. Vychádza z pokrovej teórie s názvom Pot Odds. Pot Odds nám určuje, koľko peňazí sa môže maximálne *dorovnať*, ak hráč čaká na dokončenie výhernej kartovej kombinácie (napríklad má len 4 karty z *postupky* alebo len štyri rovnaké znaky z *farby*).

## Výpočet Pot Odds:

**Out** je karta, ktorá po vyložení na stôl zabezpečí výhernú kartovú kombináciu.

### 1 Out z fázy flop na turn:

Potrebuje jednu kartu z celkového počtu 47 kariet:

$$\text{Pravdepodobnosť} = \frac{1}{47} = 0,0213 = 2.13\%$$

### 1 Out z fázy turn na river:

Potrebuje jednu kartu z celkového počtu 46 kariet:

$$\text{Pravdepodobnosť} = \frac{1}{46} = 0.0217 = 2.17\%$$

### 1 Out z fázy flop na river:

Pravdepodobnosť, že sme dostali očakávanú kartu z fázy flop na turn je  $\frac{1}{47}$ .

Pravdepodobnosť, že sme dostali očakávanú kartu z fázy turn na river a nedostali ju z fázy flop na turn je  $\frac{1}{46} \cdot \frac{46}{47}$ .

Sčítaním dostávame:

$$\text{Pravdepodobnosť} = \frac{1}{47} + \frac{1}{46} \cdot \frac{46}{47} = 0.0426 = 4.26\%$$

Keď protihráč vsádza a my čakáme na dokončenie našej výhernej kartovej kombinácie, naše dorovnanie bude ziskové len do určitej výšky dorovnaní. Teraz si vypočítame túto maximálnu výšku ziskového dorovnaní:

$$\text{Odds} = \frac{B}{2B+P}$$

- B je výška stávky, teda množstvo, ktoré musíme dorovnať.
- P je výška potu.
- Odds je výška stávky (B) ku výške stávky (B) a výške dorovnaní stávky (B) a potu (P).

Ak Pravdepodobnosť  $\geq$  Odds, dorovnáme. Inak zahodíme.

Nižšie uvedená tabuľka uvádza vypočítané hodnoty *Pravdepodobnosti* pre daný počet outov buď z fázy *flop* na *turn* alebo z *turn* na *river* alebo z *flop* na *river*. Ak máme napríklad 5 outov a čakáme na dokončenie našej výhernej kombinácie z fázy *flop* do fázy *river*, je *Pravdepodobnosť* = 20.35%.

Počet Outov	Z flop na turn	Z turn na river	Z flop na river
1	2.13%	2.17%	4.26%
2	4.26%	4.35%	8.42%
3	6.38%	6.52%	12.49%
4	8.51%	8.70%	16.47%
5	10.64%	10.87%	20.35%
6	12.77%	13.04%	24.14%
7	14.89%	15.22%	27.84%
8	17.02%	17.39%	31.45%
9	19.15%	19.57%	34.97%
10	21.28%	21.74%	38.39%
11	23.40%	23.91%	41.72%
12	25.53%	26.09%	44.96%
13	27.66%	28.26%	48.10%
14	29.79%	30.43%	51.16%
15	31.91%	32.61%	54.12%
16	34.04%	34.78%	56.98%
17	36.17%	36.96%	59.76%
18	38.30%	39.13%	62.44%
19	40.43%	41.30%	65.03%
20	42.55%	43.48%	67.53%
21	44.68%	45.65%	69.94%
22	46.81%	47.83%	72.25%

### 4.3.7 Game Theory

Game Theory je stratégia, ktorá sa používa vo fáze hry *river*, kedy sa hrá iba proti jednému protihráčovi. Game Theory je stratégia, pri ktorej hráč využíva optimálne *bluffovacie* a dorovnávacie frekvencie nájdené pomocou teórie hier. Stratégia Game Theory je aplikáciou kapitoly 2.2.

## 4.4 Používateľské prostredie

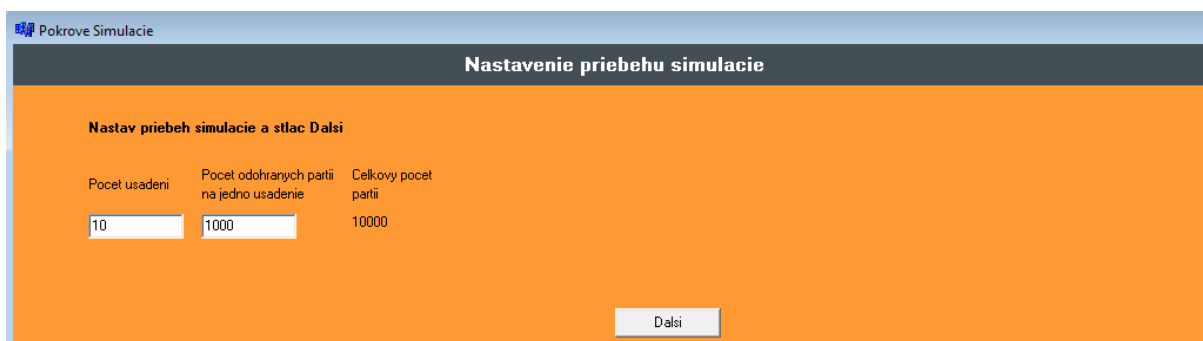
V nasledujúcich častiach uvádzame ukážky nášho prostredia.

Používateľ má možnosť prepínať medzi panelmi pomocou tlačidiel *Ďalší* a *Späť*.

Na každom paneli sa dajú nastavovať iné parametre programu. Tlačidlom *Ďalší* sa dostaneme do nasledujúceho panelu a tlačidlo *Späť* môže používateľ použiť na to, aby sa mohol vrátiť na predchádzajúci panel, keby chcel zmeniť svoje nastavenia.

### 4.4.1 Nastavenie priebehu simulácie

Po spustení aplikácie si môže používateľ nastaviť priebeh simulácie:



Pocet usadení	Pocet odohraných partii na jedno usadenie	Celkový počet partii
10	1000	10000

Dalsi

Ako sme uviedli v kapitole 2.1, v pokri je veľmi dôležitá pozícia hráča (kedy je hráč na ťahu). Z toho dôvodu nastavujeme *počet usadení*. Okienko na zadanie počtu usadení je programom skontrolované pre prípad, ak by používateľ namiesto čísla zadal nejaký znak alebo písmenko, tak tlačidlo *Ďalší* sa znefunkční. Rovnako nie je možné nastaviť *počet usadení*, aby bol rovný 0.

Ďalej môžeme nastaviť *počet odohraných rúk na jedno usadenie*. Pre okienko *počet odohraných rúk na jedno usadenie* platia rovnaké obmedzenia ako pre *počet usadení*.

Program vypíše *celkový počet partii*, ktorý sa odohrá.

Celkový počet partí je od 1 po 10 000 000.

#### 4.4.2 Výber protihráčov

Na druhej obrazovke si môže používateľ vybrať protihráčov a nastaviť im ich charakteristiky:

**Vyber protihracov**

Vyber aspon jedneho protihraca. Nastav posuvnikmi jeho charakteristiky vo faze Preflop a stlac Dalsi  Zvolit vsetkych protihracov

**Typy Protihracov:**  Loose Aggressive  Tight Aggressive  Loose Passive  Tight Passive  Rock  Calling Station  Maniac  Fish

Dorovnanie: 25, 15, 20, 7, 80

Navysenie: 35, 20, 15, 9, 5

Znovu navysenie: 10, 7, 5, 3, 1

Spät Dalsi

Po zaškrtnutí políčka s názvom hráča sa zobrazia posuvníky, pomocou ktorých sa dajú upraviť parametre charakteristík jednotlivých zvolených hráčov.

#### 4.4.3 Výber stratégie 1 a stratégie 2 pre nášho hráča

Na tretej obrazovke si používateľ môže zvoliť *stratégiu 1* a *stratégiu 2* svojho hráča.

**Porovnanie Strategie 1 tvojho hraca voci Strategii 2 tvojho hraca**

**Strategia 1**

**Fazy: Preflop:**  Blind Stealing  Continuation Bet  Bluff Raise

**Flop:**  Continuation Bet  Bluff Raise  Pot Odds  Bluff

**Turn:**  Bluff Raise  Pot Odds  Bluff

**River:**  Bluff Raise  Bluff

**Strategia 2**

**Fazy: Preflop:**  Blind Stealing  Squeezing

**Flop:**  Continuation Bet  Bluff Raise  Pot Odds  Bluff

**Turn:**  Bluff Raise  Pot Odds  Bluff

**River:**  Bluff Raise  Bluff

Spät Spusti Simulaciu

Po výbere príslušnej stratégie sa zobrazí posuvník, ktorým sa dá nastaviť frekvencia použitia stratégie v percentách.

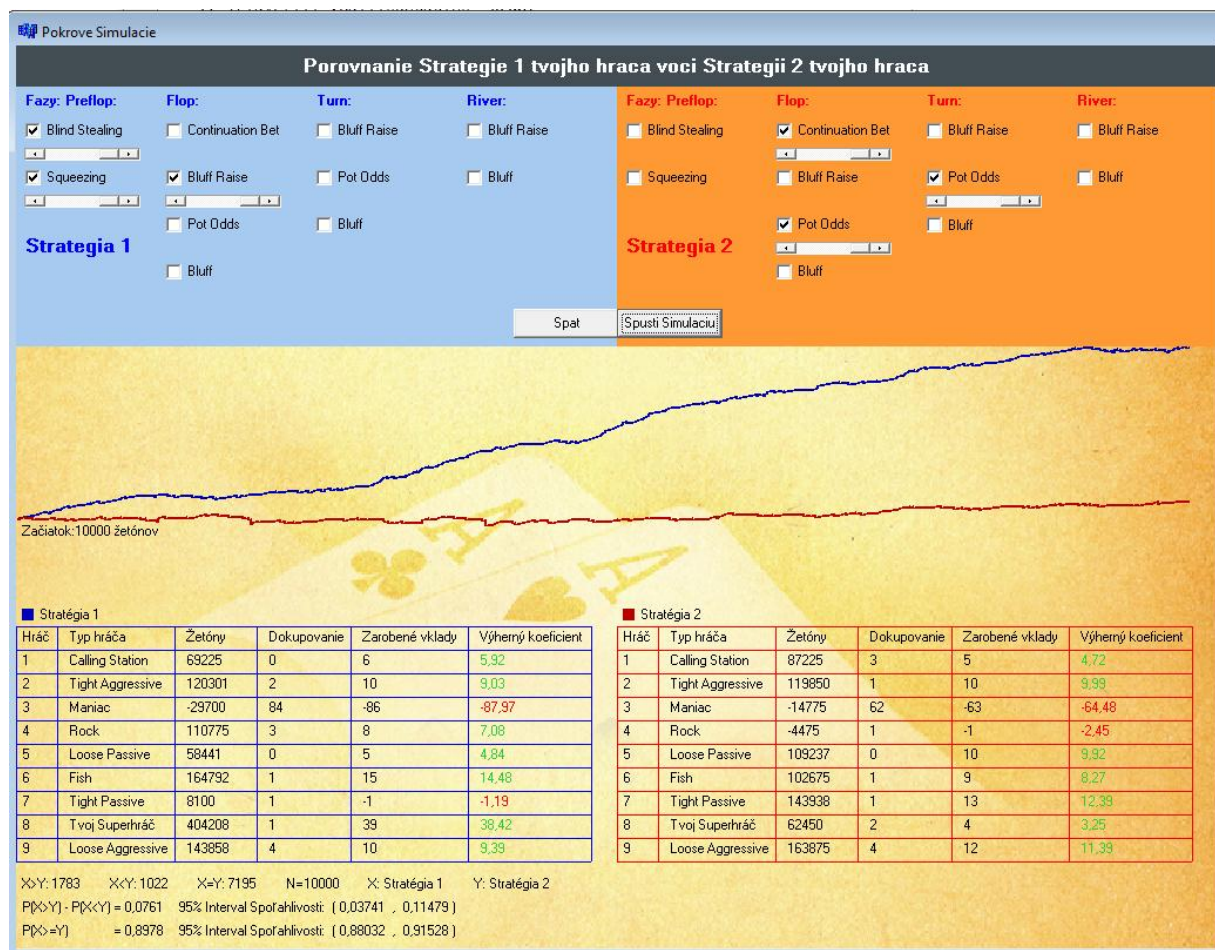
Ak používateľ vo výbere protihráčov zvolil len jedného protihráča, ponuka stratégií sa rozšíri o stratégiu s názvom *Game Theory*.

#### 4.4.4. Spustenie simulácie

Na obrazovke je k dispozícii tlačidlo *Spusti Simuláciu*, ktorým sa spustí simulácia. Po jej dokončení sa zobrazia výsledky.

#### 4.4.5 Vyhodnotenie

Po skončení simulácie sa zobrazí vyhodnotenie *stratégie 1* nášho hráča v porovnaní so *stratégiou 2* nášho hráča proti zvoleným protihráčom. Výsledky sa zobrazia vo forme grafu, tabuľky a výsledkov zo štatistickej metódy.



Výsledný graf *stratégie 1* nášho hráča je v modrej farbe. Graf *stratégie 2* nášho hráča je v červenej farbe.

X – ová os zobrazuje počet odohraných partii. Minimálna hodnota x-ovej osi je 0, maximálna hodnota je počet usadení vynásobená počtom odohraných rúk na jedno usadenie.



Y - ová os zobrazuje počet vyhraných alebo prehraných žetónov v jednotlivých partiách nášho hráča.

V tabuľke sa zobrazuje:

- Typ hráča
- Počet žetónov, ktoré hráč získal počas simulácie
- Počet, koľkokrát sa daný hráč *dokúpil*
- Počet, koľko začiatočných vložených vkladov hráč zarobil počas simulácie
- Výherný koeficient, počet vyhratých *Big Blindov* na 100 odohraných partií

**Poznámka:** 1 začiatočný vložený vklad je 100 Big Blindov.

V online kasíne pri počte šiestich hráčov trvá odohranie 100 partií zvyčajne hodinu. Ak 1 *Big Blind* (minimálna povinná *stávka*) = 100 \$ a výherný koeficient je +1,34 BB/100, tak zarábame 134 \$/hodina.

Na porovnanie úspešnosti *stratégie 1* a *stratégie 2* sme použili štatistickú metódu zložiek vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia. Používateľ vo vyhodnotení získa odhad pravdepodobnosti, v koľko prípadoch (percentuálne) zarobil náš hráč viac so *stratégiou 1* ako so *stratégiou 2*. Pre rozdiel týchto pravdepodobností sme hľadali spomínané 95% intervaly spoľahlivosti. Podrobnejšie sme sa zmienili o tejto štatistickej metóde v kapitole 2.3.

# Kapitola 5

## Vyhodnotenie experimentov

V tejto kapitole vyhodnotíme experimenty v prehľadnej tabuľke a zistíme, ktoré stratégie sú ziskové podľa štatistickej metódy z kapitoly 2.3.

Stratégie testujeme v našom softvéri s nasledujúcimi parametrami:

N = 504 000 (celkový počet odohraných partíí)

Počet usadení = 84

Počet odohraných partíí na jedno usadenie = 6 000

Stratégia	Preflop	Flop	Turn	River	Úspešnosť [%]	95% IS [%]	BB/100
Bez Stratégie	✓	✓	✓	✓	✗	✗	8,71
Blind Stealing	✓	✗	✗	✗	0,957	(0,818 , 1,096)	10,81
Bluff 1 hráča	✗	✓	✗	✗	-0,052	(-0,191 , 0,087)	8,35
Bluff 1 hráča	✗	✗	✓	✗	0,075	(-0,064 , 0,214)	8,32
Bluff 1 hráča	✗	✗	✗	✓	0,009	(-0,13 , 0,148)	9,49
Bluff 1 hráča	✗	✓	✓	✓	0,053	(-0,087 , 0,193)	9,66
Bluff 8 hráčov	✗	✗	✗	✓	0,014	(-0,153 , 0,125)	8,92
Bluff 8 hráčov	✗	✓	✓	✓	0,023	(-0,116 , 0,162)	9,07
Bluff Raise	✗	✓	✗	✗	-0,034	(-0,173,0,105)	8,73
Bluff Raise	✗	✗	✓	✗	0,078	(-0,061 , 0,217)	8,56
Bluff Raise	✗	✗	✗	✓	0,068	(-0,071 , 0,207)	8,93
Bluff Raise	✗	✓	✓	✓	0,034	(-0,105 , 0,173)	8,6
C Bet	✗	✓	✗	✗	0,131	(-0,008, 0,27)	9,01
Pot Odds	✗	✓	✗	✗	0,155	(0,016 , 0,294)	9,45
Pot Odds	✗	✗	✓	✗	-0,059	(-0,199 , 0,081)	9,32
Pot Odds	✗	✓	✓	✗	0,075	(-0,064 , 0,214)	9,48
Squeezing	✓	✗	✗	✗	0,498	(0,363 , 0,633)	20,02

Vysvetlivky:

**BB/100** je výherný koeficient (počet vyhratých *Big Blindov* na 100 odohraných partií).

**Úspešnosť [%]** je  $P(X>Y) - P(X<Y)$ . Bližšie vysvetlenie nájdeme v kapitole 2.3

**95% IS [%]** je 95% interval spoľahlivosti pre *úspešnosť*. Bližšie vysvetlenie nájdeme v kapitole 2.3

**C Bet** je skratka pre stratégiu *Continuation Bet* z kapitoly 4.3.

**Bez Stratégie** je stratégia, v ktorej sme nepoužili žiadnu z naprogramovaných stratégií nášho hráča. *BB/100* sme vypočítali ako aritmetický priemer 16 simulácií, kde každá simulácia mala nasledovné parametre: N = 504 000, Počet usadení = 84 a Počet odohraných rúk na jedno usadenie = 6 000.

Počet hráčov pri stole je 9 vrátane nášho hráča, aby sme zachytili čo najväčšiu rôznorodosť a variabilitu hry. Všetky stratégie sme používali so 100% frekvenciou podľa popisu stratégií uvedených v kapitole 4.3.

Vyhodnotíme aj stratégiu, ktorá využíva poznatky z oblasti hier. Musíme zredukovať počet odohraných partií, pretože stratégia porovnáva silu *kartovej kombinácie* nášho hráča voči všetkým ostatným možným *kartovým kombináciám*, čo značne spomaľuje softvér. Preto sme sa rozhodli spustiť simuláciu s nasledovnými parametrami:

Náš súper bol hráč *Loose Aggressive*.

N = 10 000 (celkový počet odohraných partií)

Počet usadení = 10

Počet odohraných rúk na jedno usadenie = 1 000

Stratégia	Preflop	Flop	Turn	River	Úspešnosť [%]	95% IS [%]	BB/100
Bez Stratégie	✓	✓	✓	✓	✗	✗	0,14
Game Theory 0	✗	✗	✗	✓	0,32	(-1,388 , 2,028)	-0,31
Game Theory 50	✗	✗	✗	✓	-0,016	(-1,621 , 1,301)	0,38
Game Theory 100	✗	✗	✗	✓	0,02	(-1,135 , 1,39)	-0,23

Bez *Stratégie* sme vypočítali BB/100 ako aritmetický priemer 16 simulácií, kde každá simulácia mala nasledovné parametre: N = 10 000, Počet usadení = 10 a Počet odohraných rúk na jedno usadenie = 1 000.

Nasledovné stratégie využívajú poznatky z oblasti teórie hier z kapitoly 2.2.

*Teória Hier 0* znamená, že súper *bluffoval* s frekvenciou 0%.

*Teória Hier 50* znamená, že súper *bluffoval* s frekvenciou 50%.

*Teória Hier100* znamená, že súper *bluffoval* s frekvenciou 100%.

Kombinácia všetkých výherných stratégií:

Stratégia 1	Stratégia 2	Stratégia 3	Úspešnosť [%]	95% IS [%]	BB/100
Blind Stealing	Squeezing	Pot Odds Turn	1.692	(1,557 , 1,827)	17,26

Môžeme predpokladať, že stratégia zo štatistického hľadiska podľa štatistickej metódy „zložiek vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia“ z kapitoly 2.3 je zisková, ak dolná medza 95% intervalu spoľahlivosti je kladná.

Sme prekvapení, že ziskové stratégie vyšli len tri. Boli to *Blind Stealing*, *Squeezing a Pot Odds Turn*. Predpokladali sme, že stratégia využívajúca poznatky z oblasti teórie hier bude zisková, ale nebola. Očakávali sme vyšší výnos stratégií. Keď sme spustili simuláciu s našimi troma ziskovými stratégiami, naša úspešnosť bola len 1.692%. Čiže iba v 1.692% prípadoch sme zarobili s týmito troma stratégiami viac, ako keď sme ich nepoužili. Vo veľa prípadoch nastala v hre remíza medzi stratégiami. Teda žiadna stratégia nezarobila viac ako druhá. Je to kvôli tomu, že náš hráč často zahodil karty, nepokračoval v hre a teda zarobil 0 peňazí. Preto úspešnosť stratégií bola taká nízka.

# Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo: navrhnuť a vytvoriť nástroj na modelovanie hry poker prostredníctvom počítača. Cieľ práce sa nám podarilo splniť. Zrealizovali sme nástroj, ktorý simuluje priebeh samotnej hry, umožňuje voľbu a nastavovanie rôznych stratégií hrania a dokáže partie štatisticky vyhodnocovať.

Môžeme predpokladať, že stratégia zo štatistického hľadiska podľa štatistickej metódy zložiek vektora pravdepodobnosti multinomického rozdelenia je zisková, ak dolná medza 95% intervalu spoľahlivosti je kladná. Táto štatistická metóda stanovuje percentuálne vyjadrenie ako často vybraná stratégia zarobí viac oproti situácií, keď sa použije len základná stratégia. Simuláciou pri počte všetkých 9 hráčov, 84 náhodných usadení a 6 000 odohraných partií na jedno usadenie sme našli tri ziskové stratégie. Sú to *Blind Stealing*, *Squeezing* a *Pot Odds* vo fáze *turn*. Tieto stratégie nemusia byť ziskové pri inom počte hráčov. Závisí proti koľkým protihráčom hráme a proti akým typom protihráčom hráme.

Náš softvér by sa dal vylepšiť o viac druhov grafov. Mohol by do programu pribudnúť koláčový graf alebo histogram. Ďalej by sme mohli optimalizovať kód, aby softvér pracoval rýchlejšie. Tabuľku by sme mohli rozšíriť o nové údaje. Mohli by sme pridať nové stratégie.

# Literatúra

- [1] gsusin, Nash Equilibrium and Bluffing/Calling Frequencies,  
<http://www.pokerstrategy.com/strategy/bss/1620/1/>
- [2] Ferenc, Bluffs from a game theory perspective,  
<http://www.pokerstrategy.com/strategy/bss/1846/1/>
- [3] A.X. Jiang and K. Leyton-Brown, A Tutorial on the Proof of the Existence of Nash Equilibria, University of British Columbia Technical Report TR-2007-25.pdf
- [4] Immanuel Schweizer, Kamill Panitzek, Sang-Hyeun Park, Johannes Fürnkranz Knowledge Engineering Group, An Exploitative Monte-Carlo Poker Agent, Technische Universität Darmstadt Technical Report TUD-KE-2009-2
- [5] Alan Genz, Confidence Intervals for Multinomial Proportions,  
<http://www.math.wsu.edu/faculty/genz/papers/mvnsing/node8.html>
- [6] PokerStrategy.com, The 8 Player Types – How to Get Their Money,  
[www.pokerstrategy.com/bss/1568/1](http://www.pokerstrategy.com/bss/1568/1)
- [7] Gus Hansen, Hra za hrou: Strategie pokerového turnaje profesionála, Zoner Press, Brno, 2011.
- [8] Barry Greenstein, Ace On The River: An Advanced Poker Guide, Last Knight Publishing Company, Colorado, 2005.