

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**



**ANALÝZA MULTIPLIKÁTOROV SLOVENSKEJ
EKONOMIKY NA BÁZE ŠTRUKTÚRNEHO MODELU**

2014

Bc. JÁN ŠPÁNIK

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**



**ANALÝZA MULTIPLIKÁTOROV SLOVENSKEJ
EKONOMIKY NA BÁZE ŠTRUKTÚRNEHO MODELU**

Diplomová práca

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci diplomovej práce: prof. dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčík

Bratislava 2014

Bc. Ján Špánik



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Ján Špánik
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Analýza multiplikátorov slovenskej ekonomiky na báze štruktúrneho modelu

Cieľ: Cieľom diplomovej práce je na základe zovšeobecneného štruktúrneho modelu, zahrňujúceho súčasne tak jednotlivé odvetvia národného hospodárstva ako i vyrábané statky a poskytované služby, analyzovať vplyv zmien v objeme a štruktúre jednotlivých kategórií konečnej spotreby pre slovenskú ekonomiku, odvodiť a kvantifikovať jej základné multiplikátory.

Vedúci: prof. Dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 25.01.2013

Dátum schválenia: 04.02.2013
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

študent

vedúci práce

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som túto diplomovú prácu vypracoval samostatne, s využitím svojich poznatkov, uvedenej literatúry a s odbornou pomocou školiteľa.

V Bratislave, 24.4. 2014

Bc. Ján Špánik

Pod'akovanie

Touto cestou chcem pod'akovať vedúcemu mojej diplomovej práce prof. dipl. Ing. Dr. Mikulášovi Luptáčikovi za čas, ktorý mi venoval, za poskytnuté materiály, odborné rady a pripomienky, ktoré mi pomohli pri vypracovaní tejto práce.

Abstrakt

ŠPÁNIK, Ján: Analýza multiplikátorov slovenskej ekonomiky na báze štruktúrneho modelu [Diplomová práca] - Univerzita Komenského v Bratislave; Fakulta matematiky, fyziky a informatiky; Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky - Vedúci diplomovej práce: prof. dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik - Bratislava, 2014

Hlavným cieľom tejto práce je na základe najnovších dát analyzovať štrukturálne súvislosti v rámci slovenskej ekonomiky. Pomocou rozšíreného Leontiefovho input-output modelu kvantifikujeme multiplikátory produkcie, príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti. Na základe tohto modelu tiež popisujeme vplyvy jednotlivých zložiek konečnej spotreby na hodnoty týchto ukazovateľov v rámci slovenskej ekonomiky. Zamerali sme sa tiež na aplikáciu a porovnanie rôznych prístupov ku konštrukcii input-output modelu. Okrem tradičného modelu, založeného na symetrickej input-output tabuľke, sme preskúmali aj možnosti aplikácie modelov, ktoré môžu byť skonštruované bez použitia tejto tabuľky, vychádzajúc priamo z tabuliek dodávok a použitia. Zistili sme, že použitie takýchto modelov prináša oproti tradičnému modelu viaceré nezanedbateľné výhody. Slabinou týchto modelov však je, že rovnice, ktoré sú v nich použité, musia priamo vychádzať z jedného zo zjednodušujúcich predpokladov o technológii produkcie - predpokladu komoditnej alebo odvetvovej technológie. Nesplnenie týchto predpokladov reálnymi dátami môže viesť k rôznym ťažkostiam s výpočtami. Z tohto dôvodu sme sa tiež rozhodli venovať bližšiemu preskúmaniu výhod a nevýhod použitia každého zo spomínaných predpokladov o technológii produkcie.

Kľúčové slová: Leontiefov input-output model, symetrická input-output tabuľka, tabuľky dodávok a použitia, komoditná technológia, odvetvová technológia, multiplikátory slovenskej ekonomiky

Abstract

ŠPÁNIK, Ján: Multiplier Analysis of the Slovak Economy Using the Structural Model [Master Thesis] - Comenius University in Bratislava; Faculty of Mathematics, Physics and Informatics; Department of Applied Mathematics and Statistics - Supervisor: prof. dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik - Bratislava, 2014

The main goal of this thesis is to analyze the structural interdependencies of the Slovak economy, based on the newest data. Using the augmented Leontief input-output model, we quantify the basic multipliers for output, income, value added, import and employment. Based on this model, we also describe the influence, which the different components of final demand have on these indicators within the Slovak economy. We also focus on the application and comparison of different approaches to constructing the input-output model. In addition to using the traditional model, which is based on the symmetric input-output table, we also explore the possibilities of applying models, which can be constructed without using this table, being derived directly from the supply and use tables. We found out, that using such models, instead of the traditional model, brings us many considerable advantages. Nevertheless, the models derived directly from the supply and use tables also have some weaknesses. Those weaknesses come as a consequence of using equations, which directly impose one of the two simplifying assumptions about production technology - the assumption of a commodity-based technology or of an industry-based technology. The violation of these assumptions by real world data can result into some computational difficulties. Therefore, we also decided to take a closer look at the advantages and disadvantages of using each of the technology assumptions mentioned before.

Keywords: Leontief input-output model, symmetric input-output table, supply and use tables, commodity-based technology, industry-based technology, multipliers of the Slovak economy

Obsah

Úvod.....	1
1. Leontiefov input-output model	4
1.1 Základný otvorený model	4
1.2 Štatistické základy	6
1.2.1 Tabuľky dodávok a použitia	7
1.2.2 Systémy vzťahov komoditnej a odvetvovej technológie	8
1.2.3 Odvodenie matíc totálnych požiadaviek	12
2. Multiplikátory Leontiefovho input-output modelu.....	15
2.1 Multiplikátor produkcie	17
2.2 Multiplikátor príjmov.....	19
2.3 Multiplikátor pridanej hodnoty	21
2.4 Multiplikátor dovozu	22
2.5 Multiplikátor zamestnanosti.....	23
3. Rozšírený input-output model.....	26
3.1 Model založený na symetrickej input-output tabuľke	26
3.2 Modely vychádzajúce z tabuliek dodávok a použitia	29
4. Dáta	34
5. Porovnanie verzií rozšíreného input-output modelu.....	37
5.1 Porovnanie modelov vychádzajúcich z tabuliek dodávok a použitia	37
5.1.1 Teoretické porovnanie	37
5.1.2 Porovnanie výsledkov	40
5.2 Porovnanie modelov založených na SIOT a TDP	41
6. Analýza štruktúry slovenskej ekonomiky za rok 2010	45
6.1 Multiplikátory	46
6.1.1 Multiplikátor produkcie	47
6.1.2 Multiplikátor príjmov.....	49

6.1.3 Multiplikátor pridanej hodnoty	51
6.1.4 Multiplikátor dovozu	53
6.1.5 Multiplikátor zamestnanosti.....	54
6.2 Efekty generované konečnou spotrebou	56
6.2.1 Generovaná produkcia	59
6.2.2 Generované príjmy.....	60
6.2.3 Generovaná pridaná hodnota	61
6.2.4 Generovaný dovoz	62
6.2.5 Generovaná zamestnanosť	64
Záver	66
Zoznam použitej literatúry	67
Prílohy.....	68

Úvod

Jednou z charakteristických črt súčasných ekonomík je vysoká miera špecializácie v produkcii tovarov a služieb. Na úrovni národného hospodárstva štátu pozorujeme širokú škálu procesov produkcie rozmanitých tovarov a služieb. Každý z procesov produkcie využíva svoju špecifickú technológiu a spotrebováva rozdielne vstupy. Produkcie rôznych tovarov a služieb sú ale medzi sebou prepojené intenzívnymi dodávateľsko-odberateľskými väzbami. Na medzinárodnej úrovni zase pozorujeme špecializáciu rôznych typov ekonomík na produkciu a vývoz rôznych tovarov a služieb. Špecializácia jednotlivých ekonomík má za následok zvyšujúci sa objem medzinárodného obchodu a stále intenzívnejšie hospodárske väzby medzi krajinami. Na základe týchto väzieb medzi jednotlivými ekonomikami a procesmi produkcie máva často zmena v objeme produkcie jediného tovaru za následok sériu ďalších zmien v produkcii iných tovarov. Zakladateľ modernej input-output analýzy Wassily Leontief túto situáciu vo svojej knihe [1951, s. 3] ilustroval nasledovným citátom: „Zvýšený predaj áut v New Yorku zvyšuje dopyt po potravinách v Detroite.“ V štúdií M. Lábaja a M. Luptáčka [2008, s. 478] je takáto situácia, vzhľadom na slovenskú ekonomiku, parafrázovaná nasledovne: „Zvýšenie dopytu v zahraničí po automobiloch vyrobených na Slovensku zvýši dopyt po potravinách a spotrebných predmetoch v Košiciach a na Žitnom ostrove.“ Pre účely analýzy takýchto štrukturálnych súvislostí v rámci ekonomiky potrebujeme mať k dispozícii nástroj, umožňujúci kvantifikáciu vzájomných väzieb medzi jednotlivými procesmi produkcie. Týmto nástrojom je input-output analýza.

Input-output analýzu v súčasnej podobe založil v 30. rokoch 20. storočia americký ekonóm ruského pôvodu Wassily Leontief. Základnú myšlienku input-output modelu sformuloval už v roku 1758 francúzsky ekonóm Francois Quesnay, vo svojej publikácii *Tableau Économique*. Wassily Leontief v roku 1936 zostavil pre Spojené štáty prvú input-output tabuľku, čím umožnil kvantitatívne vyjadrenie štrukturálnych súvislostí a vytvoril tak predpoklady pre konštrukciu modelu umožňujúceho analýzu štrukturálnych väzieb v ekonomike. Za jeho prínos v oblasti input-output analýzy mu bola v roku 1973 udelená Nobelova cena za ekonómiu.

Základným nástrojom input-output analýzy je Leontiefov input-output model. Hlavným účelom tohto modelu, je hľadanie odpovedí na otázky typu: Akú zmenu v celkovom objeme produkcie v rámci hospodárstva vyvolá zmena v konečnej spotrebe jedného z tovarov? Aký je vplyv zmeny v exporte automobilov na celkový objem príjmov v hospodárstve? Aká časť pracovných miest v rámci ekonomiky je generovaná spotrebou

verejnej správy?

Pri hľadaní odpovedí na tieto otázky sú často používané jednoduchšie nástroje, ktoré narábajú len s izolovanými sektormi hospodárstva, pričom ignorujú ich vzájomné väzby. Používanie takýchto nástrojov však často vedie k zavádzajúcim výsledkom. Výkon modernej ekonomiky je totiž do značnej miery závislý práve od jej štrukturálnych väzieb. Túto skutočnosť dobre vystihuje nasledovný citát Európskej komisie, uvedený v štúdií M. Lábaja a M. Luptáčka [2008, s. 477]: „Konkurencieschopnosť ekonomiky nie je daná jednoduchým súčtom výkonnosti jednotlivých odvetví, ale je výsledkom komplexnej siete vzájomných vzťahov medzi nimi.“¹ Input-output analýza preto predstavuje veľmi užitočný nástroj pre robenie hospodárskych analýz.

Input-output analýzou slovenskej ekonomiky sa už v minulosti zaoberalo niekoľko starších štúdií. Základnými výsledkami týchto štúdií bolo, že na Slovensku je takmer polovica produkcie a vyše tretina zamestnanosti generovaná vývozom do zahraničia. Poukazované bolo tiež na pomerne vysokú dovoznú náročnosť produkcie komodít, ktoré slovenská ekonomika vyváža.

Jedným z cieľov tejto práce, je použitím najnovších dát, publikovaných len niekoľko mesiacov pred jej dokončením, nadviazať na analýzy predchádzajúcich štúdií. Pre účely výpočtov v predchádzajúcich štúdiách bol zatiaľ vždy používaný základný štruktúrny model - otvorený Leontiefov input-output model. V tejto práci použijeme nový prístup k výpočtom multiplikátorov a generovaných objemov primárnych vstupov. Uskutočnime ich na základe rozšíreného Leontiefovho input-output modelu. Zameriame sa tiež na porovnanie rôznych verzií tohto rozšíreného modelu.

Ďalšou z analýz, ktorým sa budeme v rámci tejto práce venovať, je oddelenie a porovnanie efektov zvýšeného konečného dopytu po jednej z komodít, na efekty súvisiace s procesom produkcie tejto komodity a na efekty spojené s produkciou ostatných komodít v hospodárstve. Z pohľadu základných prístupov, zameraných len na skúmanie izolovaných sektorov, je totiž napríklad zvýšený dopyt po motorových vozidlách spájaný len so zvýšením počtu zamestnancov pracujúcich v automobilovom priemysle. Hlavnou výhodou input-output modelu však je, že nám poskytuje nástroj na výpočet všetkých nepriamych efektov, vyplývajúcich zo vzájomnej previazanosti jednotlivých procesov produkcie tovarov a služieb. Oddelenie spomínaných efektov nám teda ukáže, aká časť generovaných zmien pripadá priamo na produkciu tej komodity, u ktorej sa zmenil konečný dopyt a aká časť, na základe

¹ European Commission, Communication from the Commission-Building the ERA of Knowledge for Growth, Brussels, April 2005

dodávateľských vzťahov, zase pripadá na všetky ostatné komodity.

Táto práca je rozdelená na šesť kapitol. Prvé tri kapitoly tvoria teoretickú časť práce. Sú zamerané na odvodenie vzťahov, potrebných pre výpočty v ďalšej časti práce. Prvá kapitola je zameraná na teoretické odvodenie otvoreného Leontiefovho input-output modelu a na implementáciu komoditno-odvetvového systému, potrebného pre aplikáciu teoretického input-output modelu na reálne dáta v podobe tabuliek dodávok a použitia. V druhej kapitole sú odvodené a interpretované všetky základné multiplikátory, ako aj vzťahy medzi konečnou spotrebou a ňou generovanými primárnymi vstupmi. V tretej kapitole sú odvodené tri rôzne tvary rozšíreného Leontiefovho input-output modelu, ktorý budeme používať pri výpočtoch v praktickej časti práce.

Ďalšie tri kapitoly tvoria praktickú časť práce, v ktorej modely odvodené v teoretickej časti použijeme na prácu s reálnymi dátami. Štvrtá kapitola je zameraná na popis dát, použitých pri výpočtoch v ďalších dvoch kapitolách. V piatej kapitole sa zameriame na porovnanie výsledkov, získaných pri práci s rôznymi tvarmi rozšíreného Leontiefovho input-output modelu, ako aj na porovnanie výhod a nevýhod jednotlivých verzií tohto modelu. V šiestej kapitole sa na základe aplikácie rozšíreného Leontiefovho input-output modelu na najnovšie dáta pokúsime o analýzu štrukturálnych súvislostí v slovenskej ekonomike. V rámci tejto analýzy sa zameriame na výpočet a interpretáciu hodnôt základných multiplikátorov a primárnych vstupov generovaných konečnou spotrebou. Porovnáme tiež vplyvy rôznych zložiek konečnej spotreby na hodnoty jednotlivých ekonomických ukazovateľov.

1. Leontiefov input-output model

1.1 Základný otvorený model

Leontiefov input-output model je založený na kvantifikácii dodávateľsko-odberateľských vzťahov a konečnej spotreby produkcie jednotlivých komodít v rámci hospodárstva, pomocou systému lineárnych rovníc. Skonštruovaný je na základe historických dát pre určitý presne vymedzený ekonomický systém (napríklad ekonomika štátu), za určité fixné obdobie (najčastejšie jeden rok). Tieto dáta predstavujú údaje o objemoch produkcie jednotlivých komodít, o ich použití pri výrobe iných komodít a o ich konečnej spotrebe. Zdrojom týchto dát je takzvaná *symetrická input-output tabuľka*, ktorá obsahuje údaje o výrobnnej medzispotrebe a konečnom dopyte po jednotlivých komoditách.

Všetky druhy ekonomických aktivít si rozdelíme na n komodít, predstavujúcich jednotlivé tovary a služby. Vyprodukované komodity sa vždy spotrebujú buď za účelom produkcie nových komodít, alebo za účelom uspokojenia dopytu po konečnej spotrebe. Celkový objem produkcie i -tej komodity si označíme ako x_i , medzispotrebu i -tej komodity pri produkcii j -tej komodity z_{ij} a celkovú konečnú spotrebu i -tej komodity ako y_i . Nasledovná rovnica zachytáva rozdelenie spotreby i -tej komodity medzi výrobnú spotrebu jednotlivých komodít a konečný dopyt:

$$x_i = z_{i1} + z_{i2} + \dots + z_{in} + y_i \quad (1.1)$$

Systém takýchto lineárnych rovníc potom udáva bilanciu spotreby všetkých komodít v ekonomike:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_{11} + z_{12} + \dots + z_{1n} + y_1 \\ &\vdots \\ x_i &= z_{i1} + z_{i2} + \dots + z_{in} + y_i \\ &\vdots \\ x_n &= z_{n1} + z_{n2} + \dots + z_{nn} + y_n \end{aligned} \quad (1.2)$$

Tento systém môžeme zapísať pomocou maticového zápisu ako:

$$\mathbf{x} = \mathbf{Z}\mathbf{i} + \mathbf{y} \quad (1.3)$$

kde $\mathbf{x}$ je vektor objemov produkcie jednotlivých komodít, $\mathbf{y}$ vektor objemov konečnej spotreby, $\mathbf{i}$ jednotkový vektor a $\mathbf{Z}$ matica medzispotreby.

Objemy výrobnéj spotreby, teda vstupov, sú v Leontiefovom input-output modeli priamo úmerné veľkosti výstupu, ktorým je objem produkcie daného odvetvia. Tento model používa predpoklad takzvanej *leontiefovskej produkčnej funkcie*. Znamená to, že produkcia každej jednotky výstupu vyžaduje fixne dané množstvá jednotlivých vstupov. Akákoľvek substitúcia medzi týmito vstupmi nie je možná. Existujú teda presne dané lineárne vzťahy medzi objemom produkcie a objemom jednotlivých vstupov. Tieto vzťahy sú dané takzvanými *technologickými koeficientmi* a_{ij} , ktoré vypočítame ako pomer medzi objemom vstupu i -tej komodity použitej v produkcii j -tej komodity a celkovým objemom produkcie j -tej komodity:

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j} \quad (1.4)$$

Z pohľadu maticového zápisu vieme maticu technologických koeficientov $\mathbf{A}$ získať tak, že maticu medzis potreby sprava prenásoíme diagonálnou maticou prevrátených hodnôt celkových objemov produkcie jednotlivých komodít:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}\hat{\mathbf{x}}^{-1} \quad (1.5)$$

Pre maticu $\mathbf{A}$ budeme používať termín *matica priamych požiadaviek*.

Ďalším z predpokladov, z ktorých Leontiefov input-output model vychádza je, že technologické koeficienty sú krátkodobo konštantné. K zmene týchto koeficientov dochádza až pri zmene v technológii produkcie, alebo v nákladoch na vstupy. Systém lineárnych rovníc (1.2), rozdeľujúci produkciu komodít medzi výrobnú a konečnú spotrebu, potom vieme pomocou matice technologických koeficientov zapísať ako:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y} \quad (1.6)$$

Jednoduchou úpravou vieme tento systém upraviť na tvar, ktorý pomocou matice $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ vyjadruje explicitný vzťah medzi vektormi produkcie a konečnej spotreby:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (1.7)$$

Pre exogénne daný vektor konečného dopytu $\mathbf{y}$, predstavuje tento systém sústavu n lineárnych rovníc o n neznámych. Vzhľadom na riešiteľnosť a ekonomickú interpretáciu

výsledkov tohto systému, sú pre ďalšiu prácu s modelom veľmi dôležité matematické vlastnosti matice $(I - A)$. Zaujímajú nás najmä odpovede na nasledovné otázky:

- I. Vieme pre ľubovoľný exogénne zadaný vektor $y \geq 0$ zaručiť existenciu vektora $\hat{x} \geq 0$, ktorý je riešením sústavy (1.7)? Je takýto vektor $\hat{x}$ jedinečný?
- II. Existuje inverzia matice $(I - A)$? Sú všetky prvky tejto inverzie nezáporné?

Ukázalo sa, že odpoveď na každú z týchto otázok je kladná vtedy a len vtedy, ak matica $(I - A)$ spĺňa takzvanú *Hawkins-Simonovu podmienku*. Hawkins-Simonova podmienka požaduje, aby boli všetky hlavné minory matice $(I - A)$ kladné. Formuláciou, ako aj hlbšou analýzou tejto podmienky sa zaoberá napríklad kniha A. Takayamu [1985]. V tejto knihe (s. 392) tiež možno nájsť vetu, zaručujúcu vzájomnú ekvivalenciu Hawkins-Simonovej podmienky a kladných odpovedí na spomínané otázky.

Pri splnení podmienky existencie takzvanej *Leontiefovej inverznej matice* $(I - A)^{-1}$ teda získame riešenie sústavy (1.7) v podobe vektora celkových objemov produkcie, potrebných na uspokojenie exogénne daného konečného dopytu:

$$x = (I - A)^{-1}y \quad (1.8)$$

Výsledný model v tvare (1.8) sa nazýva *otvorený Leontiefov input-output model*.

1.2 Štatistické základy

Pri odvodzovaní input-output modelu v predošlej kapitole sme si celkovú produkciu v ekonomike rozdelili na produkcie jednotlivých komodít. Všetky tieto komodity sú produkované v rámci určitých ekonomických odvetví. Ďalším možným prístupom k odvodeniu tohto modelu je práve rozdelenie ekonomiky na jednotlivé odvetvia. Počet a teda aj stupeň špecifikácie týchto odvetví môže byť rôzny. Ekonomika môže byť rozdelená na menší počet veľmi veľkých a všeobecných odvetví, ako napríklad poľnohospodárstvo, priemysel a služby. Tiež ju však môžeme rozdeliť na veľké množstvo menších a veľmi špecifických odvetví, ako napríklad výroba televízorov, poskytovanie sprostredkovateľských služieb a podobne. Pre presnosť modelu je dôležité, aby boli pomery spotreby jednotlivých vstupov v rámci produkcie daného odvetvia viac-menej rovnaké. Čím presnejšie je tento predpoklad splnený, tým vyššia je aj kvalita celého input-output modelu. Ak máme teda k dispozícii maticu Z v rozmere *odvetvia* $\times$ *odvetvia* a vektor konečnej spotreby produkcie

jednotlivých odvetví $\mathbf{y}$, vieme na základe vzťahu (1.3), rovnakým postupom ako pre komodity, odvodiť Leontiefov input-output model aj pre odvetvia.

Nevyhnutným predpokladom pre zostavenie input-output modelu je poznanie matice $\mathbf{Z}$, ktorú označujeme pojmom *symetrická input-output tabuľka*. Na zostavenie tejto tabuľky by sme potrebovali mať k dispozícii dáta o dodávateľsko-odberateľských tokoch, buď medzi jednotlivými odvetviami, alebo medzi produkciou jednotlivých komodít - v závislosti od toho v ktorom rozmere by sme chceli maticu $\mathbf{Z}$ mať. Získanie takýchto dát z reálnej ekonomiky by bolo možné v prípade, že by každé odvetvie vyrábalo práve jednu charakteristickú komoditu a každá z týchto komodít by bola vyrábaná v práve jednom odvetví. V reálnom svete však niektoré odvetvia okrem svojich charakteristických komodít produkujú aj takzvané sekundárne komodity, ktoré môžu byť napríklad vedľajšími produktmi produkcie charakteristickej komodity. To má za následok, že niektoré odvetvia produkujú viacero komodít a niektoré komodity sú produkované vo viacerých odvetviach. Zaznamenávanie tokov iba medzi jednotlivými odvetviami alebo len medzi komoditami teda nie je v reálnej ekonomike možné. Symetrická input-output tabuľka sa preto zostavuje pomocou takzvaných *tabuliek dodávok a použitia*. Tieto tabuľky je možné pre reálnu ekonomiku odhadnúť oveľa ľahšie.

1.2.1 Tabuľky dodávok a použitia

V reálnom hospodárstve odvetvia spotrebovávajú komodity na to, aby mohli produkovať ďalšie komodity. Výrobnú spotrebu komodít jednotlivými odvetviami zachytáva tabuľka (matica) použitia $\mathbf{U}$ (z anglického use). Riadky tejto tabuľky predstavujú jednotlivé komodity a stĺpce jednotlivé odvetvia, ktoré tieto komodity vo svojej výrobe spotrebovávajú. Rozmer tejto matice je teda *komodity* $\times$ *odvetvia*. Prvok u_{ij} kvantifikuje výrobnú spotrebu i -tej komodity j -tým odvetvím.

Tabuľka použitia sa konštruje v dvoch rôznych verziách. Prvou je tabuľka zahŕňajúca výrobnú spotrebu tak domácich, ako aj dovezených komodít. Maticu predstavujúcu takúto tabuľku bežne označujeme ako $\mathbf{U}$. Z hľadiska ďalších analýz však pre nás môže byť oveľa zaujímavejšia tabuľka obsahujúca iba spotrebu domácich komodít. Na základe takejto tabuľky vieme totiž zostaviť takzvanú verziu B symetrickej input-output tabuľky. Verzia B obsahuje len domáce väzby. Takáto tabuľka nám potom umožňuje odizolovať dopady zmien v konečnej spotrebe len na domáce hospodárstvo. Umožňuje nám teda napríklad skúmať zmeny v domácej produkcii, alebo počet pracovných miest vytvorených v rámci domáceho hospodárstva. Domácu verziu matice použitia označujeme

ako U^d . V tejto práci sa budeme zameriavať na analýzu vzťahov v slovenskej ekonomike a preto budeme pri odvodzovaní všetkých ďalších vzťahov pracovať s tabuľkou použitia obsahujúcou len spotrebu domácich komodít. So spotrebou dovezených komodít budeme narábať samostatne.

Tabuľka dodávok nám kvantifikuje produkciu komodít v jednotlivých odvetviach. Pre maticu produkcie (make), ktorá predstavuje transponovanú tabuľku dodávok, používame označenie V . Prvok tejto matice v_{ij} nám udáva objem j -tej komodity vyprodukovanej v i -tom odvetví. Riadok matice V teda obsahuje objemy všetkých komodít vyrobených v danom odvetví, čo znamená, že matica produkcie má rozmer *odvetvia* $\times$ *komodity*.

1.2.2 Systémy vzťahov komoditnej a odvetvovej technológie

Tabuľky dodávok a použitia nám samé o sebe ešte neposkytujú všetky potrebné informácie o medziodvetvových vzťahoch. Z pohľadu odvetví nám matica použitia popisuje len tú časť vstupov do produkcie, ktorú predstavuje výrobná spotreba komodít. Nezachytáva však spotrebu primárnych vstupov, ktoré tvoria pridanú hodnotu procesu produkcie. Z pohľadu komodít nám zase matica použitia popisuje len tú časť ich spotreby, ktorá je odvetviami použitá na výrobu ďalších komodít. Druhú časť spotreby komodít tvorí konečná spotreba. Tá sa v matici použitia nenachádza. Matica produkcie obsahuje údaje o produkcii komodít v rámci jednotlivých odvetví daného hospodárstva. Neobsahuje však objemy komodít, ktoré boli do daného hospodárstva dovezené.

Maticu popisujúcu zložky pridanej hodnoty pre jednotlivé odvetvia si označme ako W a vektor obsahujúci objemy dovezených komodít ako m . V prípade použitia domácej verzie matice použitia je potrebné údaje o výrobnej spotrebe dovezených komodít zachytiť v ďalšej matici použitia, ktorú si označíme ako U^m . Objemy konečnej spotreby domácich a dovezených komodít obsahujú matice Y^d a Y^m .

Pre označenie vektora objemov produkcie jednotlivých komodít alebo odvetví sme doteraz používali označenie x . V ďalších častiach tejto kapitoly bude potrebné rozlišovať medzi vektormi deliacimi celkovú produkciu podľa odvetví a komodít. Pre vektor deliaci celkovú produkciu podľa jednotlivých odvetví preto budeme používať označenie g a pre vektor deliaci produkciu podľa komodít označenie q . Komodity budeme ďalej deliť na domáce a dovezené. Vektory q^d a q^m teda budú obsahovať jednotlivé objemy domácich a dovezených komodít. Celkovú štruktúru údajov komoditno-odvetvového systému popisuje nasledovná tabuľka:

Tabuľka 1: Komoditno-odvetvový systém

	domáce komodity	dovezené komodity	odvetvia	konečný dopyt	celkové výstupy
domáce komodity			matica použitia domácich komodít U^d	konečný dopyt po domácich komoditách Y^d	produkcia domácich komodít q^d
dovezené komodity			matica použitia dovezených komodít U^m	konečný dopyt po dovezených komoditách Y^m	dovezené komodity q^m
odvetvia	matica produkcie V				produkcia odvetví g
dovoz		dovoz m'			primárne vstupy
pridaná hodnota			pridaná hodnota W		
celkové vstupy	produkcia domácich komodít $q^{d'}$	dovezené komodity $q^{m'}$	náklady na produkciiu g'	konečný dopyt	

Pomocou matice U^d a vektora g môžeme rovnakým spôsobom ako v prípade odvodenia technologických koeficientov vo vzťahu (1.4) odvodiť koeficienty b_{ij}^d určujúce fixný pomer medzi objemom produkcie v j-tom odvetví a výrobnou spotrebou i-tej komodity vyprodukovanej v domácej ekonomike:

$$b_{ij}^d = \frac{u_{ij}^d}{g_j} \quad (1.9)$$

Maticu takýchto koeficientov získame, podobne ako v prípade matice technologických koeficientov, pre násobením domácej matice použitia diagonálnou maticou prevrátených hodnôt produkcie jednotlivých odvetví:

$$B^d = U^d \hat{g}^{-1} \quad (1.10)$$

Stĺpce matice B^d nám teda udávajú objemy jednotlivých domácich komodít potrebné na realizáciu jednotkového objemu produkcie v danom odvetví.

Na základe vzťahov v *tabuľke 1* vidíme, že jednotlivé zložky vektora domácej produkcie komodít q^d dostaneme sčítaním príslušných riadkových súčtov matíc U^d a Y^d . Vektor riadkových súčtov matice Y^d si označme ako y^d . Rozdelenie spotreby domácich komodít na výrobnú a konečnú spotrebu potom znázorňuje nasledovný vzťah:

$$q^d = U^d i + y^d \quad (1.11)$$

Prenásobením matice použitia U^d stĺpcovým vektorom jednotiek i dostávame vektor riadkových súčtov matice U^d . Ak si zo vzťahu (1.10) vyjadríme $U^d = B^d \hat{g}$ a vo vzťahu (1.11) dosadíme za U^d , dostávame:

$$B^d g + y^d = q^d \quad (1.12)$$

Tento vzťah sa veľmi podobá na klasický Leontiefov input-output model, používajúci symetrickú input-output tabuľku Z . Na rozdiel od klasického input-output modelu však zo systému (1.12) nevieme vzťah medzi q^d a y^d vyjadriť pomocou nejakej analógie Leontiefovej inverznej matice. Dôvod je ten, že kým na pravej strane rovnice máme produkciu komodít q^d , na ľavej strane je tentoraz produkcia odvetví g . Na to, aby sme mohli odvodiť *maticu totálnych požiadaviek*, jednoznačne určujúcu vzťah medzi konečnou spotrebou a produkciou komodít, budeme najprv musieť zaviesť určitý zjednodušujúci predpoklad o produkcii komodít v jednotlivých odvetviach. Predtým než uvedieme predpoklady umožňujúce odvodenie matice totálnych požiadaviek pre rovnicu (1.12), si ešte zadefinujeme dve matice pomocou ktorých budeme na základe týchto predpokladov uskutočňovať transformácie medzi produkciou odvetví a produkciou komodít.

Riadkové súčty prvkov matice produkcie V nám dávajú vektor objemov domácej produkcie jednotlivých odvetví g . Predelením prvkov matice V objemami produkcie príslušných odvetví g_i , dostávame koeficienty c_{ij} , určujúce podiel j -tej komodity na celkovej produkcii i -teho odvetvia:

$$c_{ij} = \frac{v_{ij}}{g_i} \quad (1.13)$$

Maticu týchto koeficientov získame tak, že transponovanú maticu produkcie sprava prenásobíme diagonálnou maticou prevrátených hodnôt produkcie jednotlivých odvetví:

$$\mathbf{C} = \mathbf{V}'\hat{\mathbf{g}}^{-1} \quad (1.14)$$

Matica $\mathbf{C}$ má rozmer *komodity* $\times$ *odvetvia* a v literatúre je označovaná pojmom *product mix matrix* (matica produktového mixu). Stĺpce tejto matice obsahujú podiely jednotlivých komodít na celkovej produkcii daného odvetvia. Súčet prvkov každého stĺpca tejto matice preto vždy musí byť jedna.

Stĺpcové súčty prvkov matice produkcie $\mathbf{V}$ tvoria vektor objemov domácej produkcie jednotlivých komodít v ekonomike $\mathbf{q}^d$. Predelením prvkov matice $\mathbf{V}$ príslušnými stĺpcovými súčtami $\mathbf{q}_j^d$, dostávame koeficienty $\mathbf{d}_{ij}^d$, určujúce podiel *i*-teho odvetvia na celkovej produkcii *j*-tej komodity v domácej ekonomike:

$$\mathbf{d}_{ij}^d = \frac{v_{ij}}{q_j^d} \quad (1.15)$$

Maticu týchto koeficientov získame prenásobením matice produkcie diagonálnou maticou prevrátených hodnôt objemov komodít, vyprodukovaných v domácej ekonomike:

$$\mathbf{D}^d = \mathbf{V}\hat{\mathbf{q}}^d{}^{-1} \quad (1.16)$$

Matica $\mathbf{D}$ je rozmeru *odvetvia* $\times$ *komodity* a označuje sa pojmom *market share matrix* (matica trhových podielov). Stĺpce tejto matice obsahujú podiely jednotlivých odvetví na celkovej produkcii danej komodity, čo znamená že súčet prvkov v každom stĺpci sa musí rovnať jednej.

Matice $\mathbf{C}$ a $\mathbf{D}^d$ nám umožňujú odvodiť si vzťahy medzi vektormi $\mathbf{g}$ a $\mathbf{q}^d$, na základe ktorých vieme podľa objemov produkcie odvetví vypočítať objemy produkcie komodít a naopak. Pre odvodenie každého z týchto vzťahov je však potrebné použiť jeden z nasledovných dvoch predpokladov: *Predpoklad komoditnej technológie* alebo *Predpoklad odvetvovej technológie*.

Predpoklad komoditnej technológie hovorí, že v produkcii danej komodity sa vždy používa tá istá štruktúra vstupov, bez ohľadu na to, v ktorom odvetví je táto komodita produkovaná. Znamená to, že odvetvie pri produkcii rôznych komodít používa rôznu

štruktúru vstupov. Ak je predpoklad komoditnej technológie splnený, platí medzi vektormi produkcie odvetví a komodít nasledovný vzťah:

$$Cg = q^d \quad (1.17)$$

Súčet prvkov každého stĺpca matice C je jedna. To znamená, že keď túto maticu sprava prenásobíme vektorom produkcie odvetví g , zostane výsledný celkový objem produkcie (súčet prvkov vektora q^d) v ekonomike nezmenený a objemy produkcie jednotlivých odvetví budú podľa predpokladu komoditnej technológie rozdelené do jednotlivých komodít.

Predpoklad odvetvovej technológie hovorí, že produkcia každej komodity v danom odvetví spotrebováva vstupy v tej istej štruktúre. Znamená to, že produkcia tej istej komodity môže vyžadovať rôznu štruktúru vstupov, v závislosti od toho, v ktorom odvetví je táto komodita produkovaná. Ak je splnený predpoklad odvetvovej technológie, potom medzi vektorom produkcie domácich komodít a vektorom produkcie odvetví platí nasledovný vzťah:

$$D^d q^d = g \quad (1.18)$$

Stĺpcové súčty matice D^d sú rovnako ako v prípade matice C jedna. Celkový objem produkcie v ekonomike teda opäť zostáva nezmenený a objemy produkcie jednotlivých komodít sú podľa predpokladu odvetvovej technológie rozdelené medzi jednotlivé odvetvia v ekonomike.

1.2.3 Odvodenie matíc totálnych požiadaviek

Vzťah (1.12) nám sám o sebe neumožňuje jednoznačný výpočet objemov jednotlivých komodít q^d , potrebných pre uspokojenie exogénne daného vektora konečnej spotreby y^d . Dôvod je ten, že obsahuje aj produkciu odvetví g , predstavujúcu ďalšiu neznámu. Zavedením jedného z predpokladov o technológii a použitím jednej z rovníc (1.17) a (1.18), určujúcich vzťah medzi produkciou odvetví a komodít, však vieme tento problém odstrániť.

Na základe predpokladu komoditnej technológie, môžeme pomocou vzťahu (1.17), za predpokladu existencie matice C^{-1} , nahradiť vektor g vektorom $C^{-1}q^d$. Dosadením do rovnice (1.12), dostávame:

$$q^d = B^d(C^{-1}q^d) + y^d = (B^d C^{-1})q^d + y^d \quad (1.19)$$

odkiaľ si môžeme vektor produkcie komodít vyjadriť ako:

$$\mathbf{q}^d = (\mathbf{I} - \mathbf{B}^d \mathbf{C}^{-1})^{-1} \mathbf{y}^d \quad (1.20)$$

Inverzná matica na pravej strane je maticou totálnych požiadaviek v rozmere *komodity* × *komodity*. Ak vo vzťahu (1.20) nahradíme na základe vzťahu (1.17) vektor $\mathbf{q}^d$ vektorom $\mathbf{Cg}$, dostávame:

$$\mathbf{g} = [\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^d \mathbf{C}^{-1})^{-1}] \mathbf{y}^d \quad (1.21)$$

kde je vzťah medzi konečnou spotrebou komodít a produkciou odvetví daný maticou totálnych požiadaviek v rozmere *odvetvia* × *komodity*.

Zavedením predpokladu odvetvovej technológie, môžeme pomocou vzťahu (1.18) nahradiť vektor $\mathbf{g}$ vektorom $\mathbf{D}^d \mathbf{q}^d$. Po dosadení do rovnice (1.12), dostávame:

$$\mathbf{q}^d = \mathbf{B}^d (\mathbf{D}^d \mathbf{q}^d) + \mathbf{y}^d = (\mathbf{B}^d \mathbf{D}^d) \mathbf{q}^d + \mathbf{y}^d \quad (1.22)$$

odkiaľ si vieme vektor produkcie komodít vyjadriť ako:

$$\mathbf{q}^d = (\mathbf{I} - \mathbf{B}^d \mathbf{D}^d)^{-1} \mathbf{y}^d \quad (1.23)$$

Na pravej strane opäť dostávame maticu priamych požiadaviek v rozmere *komodity* × *komodity*. Použitím vzťahu (1.18) si môžeme vzťah (1.23) upraviť na tvar:

$$\mathbf{g} = [\mathbf{D}^d (\mathbf{I} - \mathbf{B}^d \mathbf{D}^d)^{-1}] \mathbf{y}^d \quad (1.24)$$

v ktorom je vzťah medzi produkciou odvetví a konečnou spotrebou komodít daný maticou totálnych požiadaviek v rozmere *odvetvia* × *komodity*.

Prehľad matíc totálnych požiadaviek, ktoré vieme na základe jednotlivých predpokladov o technológii odvodiť zo vzťahu (1.12), v ktorom je konečná spotreba rozdelená podľa komodít sa nachádza v *tabuľke 2*.

Tabuľka 2: Matice totálnych požiadaviek pre model s komoditnou štruktúrou konečnej spotreby

	komoditná technológia	odvetvová technológia
komodity $\times$ komodity	$(I - B^d C^{-1})^{-1}$	$(I - B^d D^d)^{-1}$
odvetvia $\times$ komodity	$C^{-1}(I - B^d C^{-1})^{-1}$	$D^d(I - B^d D^d)^{-1}$

Matice totálnych požiadaviek v rozmeroch *odvetvia $\times$ odvetvia* a *komodity $\times$ odvetvia* je potrebné odvodiť z modelu, v ktorom je konečná spotreba rozdelená podľa odvetví. V rámci input-output analýzy sú však komodity považované za produkty jednotlivých odvetví a je preto logické, že v konečnej spotrebe vystupujú komodity. Model, s produkciou rozdelenou tak podľa jednotlivých odvetví, ako aj podľa komodít a s konečnou spotrebou rozdelenou na odvetvia, nemá veľmi zmysluplnú interpretáciu. Z tohto modelu však vieme vypočítať matice totálnych požiadaviek vo zvyšných dvoch rozmeroch. Vychádzajúc z rovníc (1.20), (1.21), (1.23) a (1.24), v ktorých však bude vektor konečnej spotreby y^d tentokrát v rozmere *odvetvia $\times$ 1*, vieme použitím vzťahov (1.17) a (1.18) vyjadriť matice totálnych požiadaviek v rozmeroch *odvetvia $\times$ odvetvia* a *komodity $\times$ odvetvia*. Výsledné tvary týchto matíc sú uvedené v *tabuľke 3*.

Tabuľka 3: Matice totálnych požiadaviek pre model s odvetvovou štruktúrou konečnej spotreby

	komoditná technológia	odvetvová technológia
odvetvia $\times$ odvetvia	$(I - C^{-1} B^d)^{-1}$	$(I - D^d B^d)^{-1}$
komodity $\times$ odvetvia	$C(I - C^{-1} B^d)^{-1}$	$D^{d^{-1}}(I - D^d B^d)^{-1}$

Problematike výpočtu matice totálnych požiadaviek, ako aj výhodám a nevýhodám použitia jednotlivých predpokladov o technológii, sa budeme bližšie venovať v piatej kapitole. Tá bude zameraná na porovnanie kvality výpočtov, zrealizovaných pomocou *rozšíreného Leontiefovho input-output modelu*, pracujúceho so symetrickou input-output tabuľkou a modelov, ktoré pracujú priamo s tabuľkami dodávok a použitia, a sú preto založené na vzťahoch (1.12), (1.17) a (1.18).

2. Multiplikátory Leontiefovho input-output modelu

Analýza ekonomických dopadov zmien v parametroch, ktoré sú pre Leontiefov input-output model dané exogénne je jedným z jeho hlavných využití. Skúmanie celkových ekonomických dôsledkov zmien v objeme konečnej spotreby niektorej z komodít označujeme pojmom *dopadová analýza*. Pre účely takejto analýzy sa ako veľmi vhodný javí práve Leontiefov input-output model. Na základe tohto modelu vieme pomocou príslušnej Leontiefovej inverznej matice vypočítať, aký dopad bude mať daná okamžitá zmena v konečnej spotrebe na objemy produkcie všetkých komodít v hospodárstve. Príkladmi takejto okamžitej zmeny sú napríklad rozhodnutie vlády zvýšiť výdavky na výstavbu infraštruktúry, alebo zníženie globálneho dopytu po automobiloch, ktoré je dôsledkom náhleho zvýšenia cien pohonných hmôt. Nás bude predovšetkým zaujímať dôsledok takejto zmeny na národné hospodárstvo ako celok. Dopadová analýza je totiž zameraná na skúmanie vplyvu zmeny v konečnej spotrebe určitej komodity na celé hospodárstvo. Nie len na produkciu samotnej komodity, u ktorej došlo k zmene dopytu po konečnej spotrebe.

Základnou otázkou dopadovej analýzy teda je: Ako sa v dôsledku vopred danej zmeny v objeme konečnej spotreby i -tej komodity, na základe dodávateľsko-odberateľských vzťahov v ekonomike, zmenia objemy produkcie ostatných komodít? Pri výpočte objemov produkcie jednotlivých komodít budeme vychádzať z riešenia sústavy rovníc Leontiefovho input-output modelu $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$ (alebo $\Delta\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\Delta\mathbf{y}$). Pomocou tejto sústavy rovníc vieme na základe daného vektora konečnej spotreby $\mathbf{y}$ a známej Leontiefovej inverznej matice (ktorú si vypočítame z input-output tabuľky) určiť príslušný vektor objemov produkcie jednotlivých komodít $\mathbf{x}$, uspokojujúci danú konečnú spotrebu. Ak teda chceme napríklad vypočítať, aké zmeny v produkcii jednotlivých komodít vyvolá zmena v konečnej spotrebe produkcie i -tej komodity v objeme 1 milión Eur, bude i -ty riadok nášho vektora $\Delta\mathbf{y}$ obsahovať hodnotu 1 milión Eur a ostatné riadky budú nulové. Ak tento vektor zľava prenásobíme Leontiefovou inverznou maticou, získame vektor zmien v produkcii jednotlivých komodít $\Delta\mathbf{x}$, vyvolaných danou zmenou v konečnej spotrebe i -tej komodity.

Leontiefova inverzná matica vyjadruje celkovú náročnosť produkcie jednotlivých komodít na vstupy. Celková náročnosť zahŕňa tak priame vstupy, teda vstupy tých komodít ktoré sa spotrebujú priamo pri výrobe danej komodity, ako aj vstupy nepriame. Nepriame vstupy predstavujú súčet všetkých ostatných vstupov, ktoré sú postupne potrebné pri výrobe priamych vstupov. Prvok Leontiefovej inverznej matice, nachádzajúci sa v i -tom riadku a j -

tom stĺpci tejto matice, nám kvantifikuje, o koľko je potrebné zvýšiť produkciu i -tej komodity na to, aby sme mohli uspokojiť zvýšenie dopytu po j -tej komodite o jednu jednotku.

Inverznú maticu v tvare $(I - A)^{-1}$ je za určitých podmienok možné vyjadriť aj pomocou nasledovného nekonečného radu matic:

$$(I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots \quad (2.1)$$

V knihe A. Takayamu [1985 s. 363] je ukázané, že konvergencia tohto súčtu a zároveň platnosť rovnosti (2.1), sú ekvivalentné so splnením Hawkins-Simonovej podmienky, ktorá je nutnou a zároveň postačujúcou podmienkou pre samotnú existenciu Leontiefovej inverznej matice. Vyjadrenie tejto matice pomocou nekonečného radu nám umožňuje lepšie vysvetliť celkovú náročnosť, pretože v takomto súčte vieme od seba oddeliť priame a nepriame vstupy. Leontiefov input-output model bude pri takomto zápise inverznej matice vyzeráť nasledovne:

$$x = y + Ay + A(Ay) + \dots \quad (2.2)$$

Zo zápisu v tvare (2.2) je vidieť, že pre uspokojenie daného vektora konečnej spotreby y je predovšetkým potrebné vyprodukovať objem, rovnajúci sa samotnému vektoru y . Tieto vstupy nazveme počiatocnými a v nekonečnom rade ich asociujeme s jednotkovou maticou I . Na to aby sme mohli takýto objem jednotlivých komodít počiatocných vstupov vyprodukovať, sú však potrebné vstupy v objeme Ay - priame vstupy. Na produkciu priamych vstupov sú zase potrebné vstupy v objeme A^2y , a tak ďalej. Všetky vstupy prislúchajúce druhej a vyšším mocninám matice A nazývame nepriamymi vstupmi.

Systém lineárnych rovníc, predstavujúci Leontiefov input-output model, teda zachytáva priame aj nepriame efekty zmeny v objeme konečnej spotreby danej komodity a umožňuje nám preto robiť dopadovú analýzu takejto zmeny. Prostredníctvom jednotlivých stĺpcov Leontiefovej inverznej matice nám tento model umožňuje vyčíslieť dopad zmeny v konečnej spotrebe jednej z komodít na jednotlivé objemy produkcie všetkých komodít v hospodárstve. Znamená to teda, že stĺpcový súčet prvkov tejto matice kvantifikuje celkovú zmenu produkcie v hospodárstve, vyvolanú jednotkovou zmenou v konečnej spotrebe komodity prislúchajúcej danému stĺpcu. Číslo určujúce objem zmeny v celkovej produkcii, vyvolanej zmenou v konečnej spotrebe danej komodity nazývame *multiplikátorom produkcie*.

Jedným zo základných predpokladov Leontiefovho input-output modelu je linearita

vzťahov medzi vstupmi a výstupmi v procese produkcie komodít. Ak teda máme k dispozícii Leontiefovú inverznú maticu a poznáme tiež koeficienty definujúce lineárne vzťahy medzi objemom produkcie a niektorými ďalšími vstupmi do produkcie, ktoré nespádajú pod výrobnú medzispotrebu komodít v rámci daného hospodárstva (napr. príjmy, pridaná hodnota, dovoz a zamestnanosť), môžeme okrem samotných multiplikátorov produkcie vypočítať tiež multiplikátory niektorých ďalších ekonomicky zaujímavých súčastí tohto procesu. Ukážeme si preto tiež postup pre výpočet *multiplikátora príjmov*, *multiplikátora pridanej hodnoty*, *multiplikátora dovozu* a *multiplikátora zamestnanosti*.

Na základe Leontiefovej inverznej matice a koeficientov jednotlivých vstupov vieme tiež, okrem multiplikátorov, vypočítať objemy rôznych produkčných faktorov, generované určitým exogénne daným vektorom konečnej spotreby. Tento výpočet nám umožní určiť, aký objem týchto vstupov je generovaný konečnou spotrebou určitého množstva niektorej z komodít. Môžeme tak napríklad odhadnúť počet pracovných miest, ktoré v celom hospodárstve vytvára konečná spotreba automobilov.

Na konečnej spotrebe jednotlivých komodít sa tiež podieľajú rôzni ekonomickí agenti, s rôznorodou štruktúrou spotreby. Štruktúra komodít spotrebovaných vládou je určite značne odlišná od štruktúry komodít určených na vývoz. Na základe povahy týchto dvoch ekonomických agentov môžeme napríklad očakávať, že vláda bude viac míňať na služby ako školstvo a zdravotníctvo, kým export bude skôr zameraný na priemyselnú produkciu. Produkcia rôznych komodít pre rôznych konečných spotrebiteľov, si okrem rôznej štruktúry výrobnej spotreby, vyžaduje aj rôznu štruktúru primárnych vstupov. Z hľadiska poznania štruktúry hospodárstva je dôležité poznať vplyv jednotlivých agentov konečnej spotreby na kľúčové veličiny v hospodárstve. Výpočet objemov primárnych faktorov, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, nám napríklad umožní odhadnúť, akú časť pracovných miest generuje v ekonomike export alebo akú časť príjmov generuje spotreba domácností. Zameriame sa preto aj na výpočet celkového objemu piatich produkčných faktorov (produkcia, príjmy, pridaná hodnota, dovoz a zamestnanosť), generovaného jednotlivými zložkami konečnej spotreby. Konečnú spotrebu si rozdelíme na nasledovné štyri zložky: konečnú spotrebu domácností (označenie KSD), konečnú spotrebu verejnej správy (KSVS), tvorbu hrubého fixného kapitálu (THFK) a export (EX).

2.1 Multiplikátor produkcie

Multiplikátor produkcie j -tej komodity definujeme ako hodnotu celkovej produkcie všetkých komodít potrebných na to, aby mohol byť uspokojený konečný dopyt po jednej

jednotke j -tej komodity. Pre účely ďalších výpočtov si Leontiefovú inverznú maticu označíme nasledovným spôsobom:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (2.3)$$

Jednotlivé prvky tejto matice si označíme ako r_{ij} . Prvok matice $\mathbf{R}$ určuje objem i -tej komodity, ktorý musí hospodárstvo vyprodukovať, aby mohla byť zabezpečená produkcia jednej jednotky j -tej komodity pre konečnú spotrebu. Multiplikátor produkcie j -tej komodity potom predstavuje súčet prvkov j -teho stĺpca tejto matice:

$$m(o)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} \quad (2.4)$$

Multiplikátor produkcie kvantifikuje závislosť produkcie j -tej komodity od dodávok všetkých ostatných komodít v hospodárstve. Umožňuje nám teda určiť veľkosť celkovej zmeny objemu produkcie v hospodárstve, spôsobenej zmenou v konečnej spotrebe j -tej komodity. To napríklad znamená, že ak sa s cieľom čo najviac zvýšiť celkovú produkciu v ekonomike rozhodujeme, do spotreby ktorej komodity investovať, mali by sme si zvoliť tú, ktorá má najvyšší multiplikátor produkcie.

Hodnotu produkcie, generovanú jednotlivými zložkami konečnej spotreby, získame prenásobením Leontiefovej inverznej matice príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{KSD} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{x}_{KSVS} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{KSVS} \\ &\dots \\ \mathbf{x}_{EX} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Použité vektory zložiek konečnej spotreby sú bežnou súčasťou symetrických input-output tabuliek, ako aj tabuliek dodávok a použitia. Súčet vektorov produkcie komodít, generovanej jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sa musí rovnať vektoru celovej produkcie jednotlivých komodít $\mathbf{x}$ uvedenému v input-output tabuľke:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_{KSD} + \mathbf{x}_{KSVS} + \dots + \mathbf{x}_{EX} \quad (2.6)$$

Na základe hodnôt produkcie, generovanej jednotlivými zložkami konečnej spotreby, vieme vypočítať multiplikátory produkcie týchto zložiek. Súčet objemov produkcie

jednotlivých komodít, generovaných i -tou zložkou konečnej spotreby (súčet prvkov vektora $\mathbf{x}_i$), si označme ako $\bar{x}_i$ a súčet objemov spotreby, prislúchajúcich i -tej zložke konečnej spotreby (súčet prvkov vektora $\mathbf{y}_i$), si označme ako $\bar{y}_i$. Hodnoty multiplikátorov produkcie pre jednotlivé zložky konečnej spotreby potom vypočítame ako pomery hodnôt generovanej produkcie a prislúchajúcej hodnoty konečnej spotreby:

$$\frac{\bar{x}_{KSD}}{\bar{y}_{KSD}}, \dots, \frac{\bar{x}_{EX}}{\bar{y}_{EX}} \quad (2.7)$$

Tieto multiplikátory nám kvantifikujú objem produkcie, generovaný jednou jednotkou príslušnej zložky konečnej spotreby. Umožňujú nám teda určiť zmenu v celkovej produkcii hospodárstva spôsobenú zmenou v objeme danej zložky konečnej spotreby.

2.2 Multiplikátor príjmov

Multiplikátor príjmov j -tej komodity predstavuje hodnotu príjmov, ktoré v celej ekonomike vygeneruje zvýšenie konečnej spotreby j -tej komodity o jednu jednotku. Pre výpočet tohto multiplikátora potrebujeme poznať koeficienty príjmov pre jednotlivé komodity. Koeficienty príjmov vyjadrujú lineárny vzťah medzi objemom produkcie j -tej komodity a príjmami, ktoré musia byť v súvislosti s produkciou tejto komodity vyplatené. Hodnoty týchto koeficientov získame jednoduchým predelením hodnoty príjmov súvisiacich s produkciou danej komodity celkovým objemom produkcie danej komodity. Všetky tieto hodnoty sú štandardnou súčasťou symetrickej input-output tabuľky. Diagonálnu maticu príjmových koeficientov si označíme ako $\hat{\mathbf{A}}_h$. Ak túto maticu sprava prenásobíme Leontiefovou inverznou maticou, získame maticu kumulatívnych koeficientov príjmov:

$$\mathbf{R}^h = \hat{\mathbf{A}}_h (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (2.8)$$

Prvok matice $\mathbf{R}^h$ nám určuje objem, o ktorý sa musia v produkcii i -tej komodity zvýšiť príjmy na to, aby mohlo byť pre konečnú spotrebu vyprodukované jednotkové množstvo j -tej komodity. Multiplikátor príjmov j -tej komodity potom vypočítame ako príslušný stĺpcový súčet prvkov tejto matice:

$$m(h)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^h \quad (2.9)$$

Multiplikátor príjmov určuje výšku príjmov, ktoré v ekonomike generuje jedna jednotka produkcie j -tej komodity pre konečnú spotrebu. Za predpokladu linearity vzťahu medzi objemom produkcie jednotlivých komodít a vyplatenými príjmami nám teda pomáha odhadnúť dopad zmeny v objeme konečnej spotreby danej komodity na celkovú hodnotu príjmov v ekonomike.

Celkovú hodnotu príjmov, generovanú jednotlivými zložkami konečnej spotreby, získame prenasobením matice kumulatívnych koeficientov príjmov príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{KSD} &= \mathbf{R}^h \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{h}_{KSVS} &= \mathbf{R}^h \mathbf{y}_{KSVS} \\ &\dots \\ \mathbf{h}_{EX} &= \mathbf{R}^h \mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Súčet vektorov príjmov, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sa musí rovnať vektoru celkových príjmov prislúchajúcich jednotlivým komoditám, uvedenému v input-output tabuľke:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_{KSD} + \mathbf{h}_{KSVS} + \dots + \mathbf{h}_{EX} \quad (2.11)$$

Na základe hodnôt príjmov, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, vypočítame multiplikátory príjmov týchto zložiek konečnej spotreby. Súčet objemov príjmov, generovaných i -tou zložkou konečnej spotreby (súčet prvkov vektora $\mathbf{h}_i$), si označme ako $\bar{h}_i$. Hodnoty multiplikátorov príjmov jednotlivých zložiek konečnej spotreby potom vypočítame ako pomery hodnôt generovaných príjmov a príslušných objemov konečnej spotreby:

$$\frac{\bar{h}_{KSD}}{\bar{y}_{KSD}}, \dots, \frac{\bar{h}_{EX}}{\bar{y}_{EX}} \quad (2.12)$$

Tieto multiplikátory kvantifikujú hodnoty príjmov, generovaných jednotkovým objemom danej zložky konečnej spotreby. Umožňujú nám teda určiť dopad zmien v jednotlivých zložkách konečnej spotreby na celkovú hodnotu príjmov v ekonomike.

2.3 Multiplikátor pridanej hodnoty

Multiplikátor pridanej hodnoty j -tej komodity definujeme ako pridanú hodnotu, ktorú v celej ekonomike vygeneruje zvýšenie konečnej spotreby j -tej komodity o jednu jednotku. Pre výpočet tohto multiplikátora potrebujeme poznať koeficienty pridanej hodnoty jednotlivých komodít. Výpočet a interpretácia týchto koeficientov sú podobné ako v prípade koeficientov príjmov. Stačí nám poznať pridanú hodnotu vytvorenú produkciou jednotlivých komodít a celkové objemy ich produkcie. Tieto údaje sú taktiež štandardnou súčasťou input-output tabuliek. Diagonálnu maticu koeficientov pridanej hodnoty $\hat{A}_w$ sprava pre násobíme Leontiefovou inverznou maticou a získame tak maticu kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty:

$$\mathbf{R}^w = \hat{\mathbf{A}}_w (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (2.13)$$

Prvok matice $\mathbf{R}^w$ určuje, o koľko sa musí v produkcii i -tej komodity zvýšiť objem vytvorenej pridanej hodnoty na to, aby mohlo byť pre konečnú spotrebu vyprodukované jednotkové množstvo j -tej komodity. Multiplikátor pridanej hodnoty j -tej komodity potom vypočítame ako príslušný stĺpcový súčet prvkov tejto matice:

$$m(w)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^w \quad (2.14)$$

Multiplikátor pridanej hodnoty vyjadruje výšku pridanej hodnoty, ktorú v celej ekonomike vygeneruje jedna jednotka konečnej spotreby j -tej komodity. Hodnota vyplatených príjmov je jednou zo súčastí pridanej hodnoty vytvorenej pri produkcii danej komodity. Hodnota multiplikátora príjmov by preto pre danú komoditu nikdy nemala byť vyššia, než hodnota multiplikátora pridanej hodnoty pre tú istú komoditu.

Celkovú pridanú hodnotu, generovanú jednotlivými zložkami konečnej spotreby, získame pre násobením matice kumulatívnych koeficientov pridanej hodnoty príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{KSD} &= \mathbf{R}^w \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{w}_{KSVS} &= \mathbf{R}^w \mathbf{y}_{KSVS} \\ &\vdots \\ \mathbf{w}_{EX} &= \mathbf{R}^w \mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Súčet vektorov pridanej hodnoty, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sa

musí rovnať vektoru $\mathbf{w}$, určujúcemu hodnoty celkovej pridanej hodnoty v ekonomike, prislúchajúce jednotlivým komoditám uvedeným v input-output tabuľke:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_{KSD} + \mathbf{w}_{KSVS} + \dots + \mathbf{w}_{EX} \quad (2.16)$$

Na základe objemov pridanej hodnoty, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, vieme vypočítať multiplikátory pridanej hodnoty týchto zložiek konečnej spotreby. Súčet objemov pridanej hodnoty, generovaných i -tou zložkou konečnej spotreby (súčet prvkov vektora $\mathbf{w}_i$), si označme ako $\bar{w}_i$. Hodnoty multiplikátorov pridanej hodnoty jednotlivých zložiek konečnej spotreby vypočítame ako pomery objemov generovanej pridanej hodnoty a príslušných objemov konečnej spotreby:

$$\frac{\bar{w}_{KSD}}{\bar{y}_{KSD}}, \dots, \frac{\bar{w}_{EX}}{\bar{y}_{EX}} \quad (2.17)$$

Tieto multiplikátory udávajú objemy pridanej hodnoty, generovanej jednotkovým objemom danej zložky konečnej spotreby. Umožňujú nám určiť dopad zmeny v objeme jednotlivých zložiek konečnej spotreby na celkovú pridanú hodnotu v ekonomike.

2.4 Multiplikátor dovozu

Multiplikátor dovozu j -tej komodity určuje celkovú hodnotu dovozu potrebnú na to, aby bolo v danej ekonomike možné zvýšiť hodnotu konečnej spotreby j -tej komodity o jednu jednotku. Pre jeho výpočet je potrebné poznať dovozné koeficienty jednotlivých komodít. Výpočet a interpretácia týchto koeficientov sú podobné ako v prípade koeficientov príjmov a pridanej hodnoty. Údaje o objemoch dovozu, spotrebovaného pri výrobe jednotlivých komodít, sú taktiež štandardnou súčasťou input-output tabuliek. Diagonálnu maticu dovozných koeficientov $\hat{\mathbf{A}}_m$ sprava prenášobíme Leontiefovou inverznou maticou, čím získame maticu kumulatívnych dovozných koeficientov:

$$\mathbf{R}^m = \hat{\mathbf{A}}_m (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (2.18)$$

Prvok matice $\mathbf{R}^m$ nám určuje celkovú hodnotu komodít, ktoré potrebuje produkcia i -tej komodity doviesť na to, aby mohlo byť pre konečnú spotrebu vyprodukované jednotkové množstvo j -tej komodity. Multiplikátor dovozu pre j -tu komoditu potom vypočítame ako príslušný stĺpcový súčet prvkov tejto matice:

$$m(m)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^m \quad (2.19)$$

Celkový objem dovozu, generovaného jednotlivými zložkami konečnej spotreby, získame pre násobením matice kumulatívnych dovozných koeficientov príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{KSD} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{m}_{KSVS} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{KSVS} \\ &\vdots \\ \mathbf{m}_{EX} &= \mathbf{R}^m \mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Súčet vektorov dovozu, generovaného jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sa musí rovnať vektoru celkového objemu dovozu $\mathbf{m}$, prislúchajúcemu výrobnéj spotrebe jednotlivých komodít v hospodárstve:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_{KSD} + \mathbf{m}_{KSVS} + \dots + \mathbf{m}_{EX} \quad (2.21)$$

Na základe objemov dovozu, generovaného jednotlivými zložkami konečnej spotreby, vypočítame multiplikátory pridanej hodnoty týchto zložiek konečnej spotreby. Súčet objemov dovozu, generovaného i -tou zložkou konečnej spotreby (súčet prvkov vektora $\mathbf{m}_i$), si označme ako $\bar{m}_i$. Hodnoty multiplikátorov dovozu pre jednotlivé zložky konečnej spotreby vypočítame ako pomery objemov generovaného dovozu a príslušných objemov konečnej spotreby:

$$\frac{\bar{m}_{KSD}}{\bar{y}_{KSD}}, \dots, \frac{\bar{m}_{EX}}{\bar{y}_{EX}} \quad (2.22)$$

Tieto multiplikátory kvantifikujú objemy dovozu, generovaného jednotkovým objemom danej zložky konečnej spotreby. Umožňujú nám určiť dopad zmien v jednotlivých zložkách konečnej spotreby na celkový objem dovozu v ekonomike.

2.5 Multiplikátor zamestnanosti

Multiplikátor zamestnanosti j -tej komodity udáva počet pracovných miest, ktoré v celom hospodárstve vytvára jedna jednotka konečnej spotreby j -tej komodity. Pre výpočet tohto multiplikátora sú potrebné údaje o počtoch ľudí, ktorí sú zamestnaní v produkcii j -tej

komodity. Takéto údaje súčasťou input-output tabuliek nie sú a je preto potrebné získať ich z iných zdrojov. Na základe údajov o počtoch zamestnancov pracujúcich na produkcii j -tej komodity, ktoré predelíme príslušným objemom produkcie vypočítame koeficienty zamestnanosti jednotlivých komodít. Tieto koeficienty sú vlastne prevrátenou hodnotou produktivity práce. Po prenasobení Leontiefovej inverznej matice diagonálnou maticou koeficientov zamestnanosti získame maticu kumulatívnych koeficientov zamestnanosti:

$$\mathbf{R}^l = \hat{\mathbf{A}}_l(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \quad (2.23)$$

Prvok matice $\mathbf{R}^l$ nám určuje počet pracovných miest, potrebných v produkcii i -tej komodity na to, aby mohlo byť v ekonomike vyprodukované jednotkové množstvo j -tej komodity pre konečnú spotrebu. Multiplikátor zamestnanosti pre j -tu komoditu potom vypočítame ako súčet prvkov príslušného stĺpca tejto matice:

$$m(l)_j = \sum_{i=1}^n r_{ij}^l \quad (2.24)$$

Počty pracovných miest, vytvorených jednotlivými zložkami konečnej spotreby, získame po prenasobení matice kumulatívnych koeficientov zamestnanosti príslušnými vektormi konečnej spotreby:

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_{KSD} &= \mathbf{R}^l \mathbf{y}_{KSD} \\ \mathbf{l}_{KSVS} &= \mathbf{R}^l \mathbf{y}_{KSVS} \\ &\dots \\ \mathbf{l}_{EX} &= \mathbf{R}^l \mathbf{y}_{EX} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Vektor súčtu pracovných miest, vytvorených jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sa musí rovnať vektoru $\mathbf{l}$, obsahujúcemu celkové počty zamestnancov, zamestnaných v produkcii jednotlivých komodít:

$$\mathbf{l} = \mathbf{l}_{KSD} + \mathbf{l}_{KSVS} + \dots + \mathbf{l}_{EX} \quad (2.26)$$

Na základe počtov pracovných miest, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, vieme vypočítať multiplikátory zamestnanosti týchto zložiek konečnej spotreby. Súčet pracovných miest, generovaných i -tou zložkou konečnej spotreby (súčet prvkov vektora $\mathbf{l}_i$), si označme ako $\bar{l}_i$. Hodnoty multiplikátorov zamestnanosti jednotlivých zložiek

konečnej spotreby vypočítame ako pomery objemov generovaných pracovných miest a príslušných objemov konečnej spotreby:

$$\frac{\bar{l}_{KSD}}{\bar{y}_{KSD}}, \dots, \frac{\bar{l}_{EX}}{\bar{y}_{EX}} \quad (2.27)$$

Tieto multiplikátory nám udávajú, koľko pracovných miest je vytvorených jednotkovým objemom danej zložky konečnej spotreby. Umožňujú nám teda určiť dopad zmien v jednotlivých zložkách konečnej spotreby na celkový počet pracovných miest v hospodárstve.

3. Rozšírený input-output model

V nasledujúcej kapitole si ukážeme, ako je problém výpočtu všetkých spomínaných multiplikátorov možné zapísať pomocou jedného systému lineárnych rovníc a vyriešiť invertovaním matice tohto systému. Základom takeého systému je klasický otvorený Leontiefov input-output model, rozšírený o vzťahy zachytávajúce rozdelenie príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti v produkcii jednotlivých odvetví alebo komodít. Otvorený Leontiefov input-output model je možné sformulovať tromi rôznymi spôsobmi. Prvým z týchto spôsobov je klasický prístup v tvare rovnice (1.8), odvodený v kapitole 1.1. Ďalšie dve formulácie využívajú rovnice (1.12), (1.17) a (1.18), odvodené v kapitole 1.2.2. Po zavedení predpokladu komoditnej technológie môžeme použiť formuláciu pozostávajúcu z rovníc (1.12) a (1.17). Pri zavedení predpokladu odvetvovej technológie zase model pozostáva z dvojice rovníc (1.12) a (1.18).

Z pohľadu teoretického prístupu sa model vychádzajúci z rovnice (1.8) zaobíde bez použitia predpokladov o technológii produkcie, potrebných pre odvodenie zvyšných dvoch formulácií. Z hľadiska práce s reálnymi dátami je však nutné maticu A odvodiť na základe tabuliek dodávok a použitia použitím jednej zo zvyšných dvoch formulácií. To znamená, že bez zavedenia jedného z predpokladov o technológii sa pri práci so skutočnými dátami nezaobíde ani jedna z troch spomínaných formulácií modelu. Po odvodení rôznych tvarov rozšíreného input-output modelu sa preto pozrieme aj na výhody a nevýhody jednotlivých zjednodušujúcich predpokladov a tvarov formulácie modelu.

3.1 Model založený na symetrickej input-output tabuľke

Model skonštruovaný na základe symetrickej input-output tabuľky pozostáva zo vzťahu zachytávajúceho rozdelenie produkcie medzi výrobnú a konečnú spotrebu, a zo vzťahov zachytávajúcich skutočnosť, že objemy príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a počet zamestnancov sa rovnajú produktom príslušných diagonálnych matic koeficientov náročnosti a objemu produkcie x :

$$\begin{array}{rclcl}
 Ax & +y & & & = x \\
 \hat{A}_h x & & -h & & = 0 \\
 \hat{A}_w x & & & -w & = 0 \\
 \hat{A}_m x & & & & -m & = 0 \\
 \hat{A}_l x & & & & & -l & = 0
 \end{array} \tag{3.1}$$

Exogénnou premennou bude v našom modeli vektor konečnej spotreby $\mathbf{y}$. Všetky premenné v ostatných vzťahoch budú endogénne. V systéme rovníc teda budú vystupovať ako neznáme. Vypočítame ich na základe exogénne daného vektora $\mathbf{y}$. Pre daný vektor $\mathbf{y}$ vieme z prvej rovnice vypočítať príslušný vektor $\mathbf{x}$. Vektory $\mathbf{h}$, $\mathbf{w}$, $\mathbf{m}$ a $\mathbf{l}$ vo zvyšných rovniciach, vieme následne vypočítať pomocou už známeho vektora $\mathbf{x}$ z prvej rovnice. Exogénnu premennú $\mathbf{y}$ si v prvej z rovníc vyjadríme na pravej strane. Ostatné rovnice exogénne premenné neobsahujú. Ich pravé strany preto ponecháme nulové.

$$\begin{array}{rclcl}
 (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} & & & & = \mathbf{y} \\
 \hat{\mathbf{A}}_h \mathbf{x} & -\mathbf{h} & & & = \mathbf{0} \\
 \hat{\mathbf{A}}_w \mathbf{x} & & -\mathbf{w} & & = \mathbf{0} \\
 \hat{\mathbf{A}}_m \mathbf{x} & & & -\mathbf{m} & = \mathbf{0} \\
 \hat{\mathbf{A}}_l \mathbf{x} & & & & -\mathbf{l} = \mathbf{0}
 \end{array} \quad (3.2)$$

Systém lineárnych rovníc (3.2) možno v maticovom tvare zapísať ako nasledovný vzťah medzi vektormi endogénnych a exogénnych premenných:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{I} & & & & \\ \hat{\mathbf{A}}_h & -\mathbf{I} & & & \\ \hat{\mathbf{A}}_w & & -\mathbf{I} & & \\ \hat{\mathbf{A}}_m & & & -\mathbf{I} & \\ \hat{\mathbf{A}}_l & & & & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{h} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{m} \\ \mathbf{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Za podmienky existencie Leontiefovej inverznej matice $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ môžeme riešenie takéhoto systému lineárnych rovníc, pomocou takzvanej *rozšírenej Leontiefovej inverznej matice* zapísať v nasledovnom tvare:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{h} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{m} \\ \mathbf{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xx} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{hx} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{wx} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{mx} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{lx} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Jednotlivé submatice rozšírenej Leontiefovej inverznej matice určujú vzťahy medzi

konečnou spotrebou komodít a príslušnými endogénnymi premennými. Matica $\mathbf{R}_{xx}$ je klasická Leontiefova inverzná matica modelu z rovnice (1.8). Prvok v i -tom riadku a j -tom stĺpci tejto matice vyjadruje celkový objem produkcie i -tej komodity potrebný na to, aby mohlo byť pre konečnú spotrebu vyprodukované jednotkové množstvo j -tej komodity. To znamená, že stĺpcové súčty tejto matice predstavujú multiplikátory produkcie jednotlivých komodít. Submatice $\mathbf{R}_{hx}$, $\mathbf{R}_{wx}$, $\mathbf{R}_{mx}$ a $\mathbf{R}_{lx}$ sú matice kumulatívnych koeficientov príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a produkcie odvodené v druhej kapitole. Stĺpcové súčty týchto matíc teda rovnako ako v druhej kapitole predstavujú príslušné multiplikátory. Ukázali sme teda, že výpočet všetkých spomínaných multiplikátorov je možné na základe uvedeného modelu zrealizovať výpočtom jedinej inverznej matice - rozšírenej Leontiefovej inverzie. Rovnako ako v prípade klasickej formulácie Leontiefovho input-output modelu je aj tento model možné skonštruovať v rozmere $odvetvia \times odvetvia$. Stačí mať k dispozícii matice $\mathbf{A}$, $\hat{\mathbf{A}}_h$, $\hat{\mathbf{A}}_w$, $\hat{\mathbf{A}}_m$ a $\hat{\mathbf{A}}_l$ v tomto rozmere.

Okrem výpočtu multiplikátorov môžeme tiež model v tvare rovnice (3.4) použiť na výpočet objemov endogénnych premenných generovaných nejakým exogénne daným vektorom konečnej spotreby $\mathbf{y}$. Za vektor konečnej spotreby tak môžeme dosadiť len jednu zložku konečnej spotreby alebo len daný objem jedinej komodity a vypočítať vektory objemov produkcie, príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti generované touto konečnou spotrebou. Takto môžeme vypočítať počet pracovných miest vytvorených jednou zo zložiek konečnej spotreby - napríklad exportom, alebo objem príjmov, ktoré v ekonomike generuje konečná spotreba jednej z komodít - napríklad automobilov.

Aplikácia modelu (3.4), bude v tejto práci zameraná na výpočet multiplikátorov a objemov exogénnych premenných pre slovenskú ekonomiku. Na to, aby sme mohli skúmať vzťahy medzi konečnou spotrebou a jednotlivými endogénnymi premennými v rámci domácej ekonomiky, budeme musieť použiť domácu verziu matice priamych požiadaviek $\mathbf{A}$ (takzvanú verziu B). Použitie matice priamych požiadaviek, zahŕňajúcej aj výrobnú spotrebu dovezených komodít by totiž znamenalo, že primárne vstupy generované daným vektorom konečnej spotreby nie sú použité iba v rámci domácej ekonomiky. Potom by sme napríklad nevedeli určiť, aká časť pracovných miest je generovaná v rámci slovenskej ekonomiky a aká časť je generovaná mimo nej. Ďalšou komplikáciou by bolo to, že by sme museli predpokladať, že koeficienty priamych vstupov sú rovnaké vo všetkých krajinách produkujúcich komodity nachádzajúce sa v dátach, čo vôbec nie je reálne. To by totiž napríklad znamenalo, že vo všetkých ekonomikách produkujúcich tieto komodity je rovnaká

produktivita práce. Použitím domácej verzie matice $\mathbf{A}$ a vektora konečnej spotreby $\mathbf{y}$ zahŕňajúceho len konečnú spotrebu domácich komodít, sa však týmto problémom vyhneme. Interpretácia vypočítaných multiplikátorov, ako aj vektory endogénnych premenných sa preto budú vzťahovať výhradne na slovenskú ekonomiku.

3.2 Modely vychádzajúce z tabuliek dodávok a použitia

V modeloch, ktoré odvodíme v tejto podkapitole, použijeme namiesto klasického Leontiefovho input-output modelu v tvare rovnice (1.8) vzťahy (1.12), (1.17) a (1.18). V prvom modeli zavedieme predpoklad komoditnej technológie a prvú z rovníc modelu (3.1) z predchádzajúcej podkapitoly nahradíme rovnicami (1.12) a (1.17). V druhom použijeme predpoklad odvetvovej technológie a klasický tvar Leontiefovho input-output modelu v prvej z rovníc modelu (3.1) nahradíme vzťahmi (1.12) a (1.18).

Vzťahy medzi konečnou spotrebou a produkciou, sú v týchto modeloch zachytené pomocou rovníc, deliacich produkciu tak na komodity, ako aj na odvetvia. To nám umožňuje pracovať s ostatnými premennými modelu v ľubovoľnom z týchto dvoch rozmerov. Zber dát o príjmoch, pridanej hodnote, dovoze a zamestnancoch, potrebných pre produkciu komodít sa uskutočňuje pre jednotlivé odvetvia. Na to, aby mohli byť všetky údaje v tom istom rozmere ako údaje o produkcii, musí byť využitý jeden z predpokladov o technológii a následne uskutočnená transformácia podľa jedného zo vzťahov (1.17) a (1.18). Každá takáto transformácia nutne využíva jeden zo zjednodušujúcich predpokladov o technológii, čo má za následok zníženie kvality dát. V modeloch založených na tabuľkách dodávok a použitia sa jej však môžeme vyhnúť a pracovať s pôvodnými dátami.

Model z predchádzajúcej podkapitoly bol sformulovaný všeobecne a vzťahy v ňom platia bez ohľadu na to, či ako maticu priamych požiadaviek $\mathbf{A}$ použijeme domácu verziu tejto matice (takzvanú verziu B) alebo verziu zahŕňajúcu aj výrobnú spotrebu dovezených komodít. Treba si len uvedomiť, že interpretácia exogénne dosadeného vektora $\mathbf{y}$, ako aj endogénnych vektorov $\mathbf{x}$, $\mathbf{h}$, $\mathbf{w}$, $\mathbf{m}$, $\mathbf{l}$ závisí od toho, aká verzia matice $\mathbf{A}$ bola pri ich výpočte použitá. Pri formulácii modelov v tejto podkapitole budeme používať označenie z kapitoly 1.2. Dôvod je ten, že pri odvodzovaní rovníc (1.12), (1.17) a (1.18) je potrebné rozlišovať medzi odvodením založeným na tabuľke použitia zahŕňajúcej dovoz a odvodením, ktoré pracuje s domácou tabuľkou použitia. Vzhľadom na povahu aplikácie modelu v tejto práci sme sa v kapitole 1.2 rozhodli pracovať s domácou verziou tabuľky použitia. Model odvodený v tejto kapitole preto bude na odvodenie z kapitoly 1.2 nadväzovať.

Vzhľadom na neskoršie porovnanie modelov z tejto a predchádzajúcej podkapitoly je

dôležité uvedomiť si, že vo všetkých použitých modeloch budeme pracovať len s komoditami vyprodukovanými v domácej ekonomike. Rozdiel je len ten, že pri odvodení modelu z kapitoly 3.1 bolo možné použiť všeobecné označenie, kým pri odvodení modelov v tejto kapitole budeme nútení použiť označenie špecifikujúce matice a vektory založené na domácej verzii tabuľky použitia.

Pri konštrukcii prvého z modelov, vychádzajúcich z tabuliek dodávok a použitia, zavedieme predpoklad komoditnej technológie. Na základe použitia tohto predpokladu, môžeme rozdelenie produkcie komodít medzi výrobnú a konečnú spotrebu zapísať pomocou rovníc (1.12) a (1.17). Zvyšné rovnice budú, podobne ako v modeli (3.1), pomocou diagonálnych matic koeficientov náročnosti zachytávať vzťahy medzi produkciou a objemami príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a počtom zamestnancov. Na rozdiel od modelu (3.1), rozdeľujeme v tomto modeli produkciu tak podľa jednotlivých komodít, ako aj podľa odvetví. To nám umožňuje vyhnúť sa transformácii údajov o primárnych vstupoch z produkcie komodít na produkciu odvetví. Premenné tohto modelu teda môžu mať ten istý rozmer ako pôvodné, netransformované dáta.

$$\begin{array}{rclcl}
 B^d g & + y^d & & & = q^d \\
 C g & & & & = q^d \\
 \hat{A}_h g & & -h & & = 0 \\
 \hat{A}_w g & & & -w & = 0 \\
 \hat{A}_m g & & & & -m & = 0 \\
 \hat{A}_l g & & & & & -l & = 0
 \end{array} \quad (3.5)$$

Exogénnou premennou modelu je konečná spotreba domácich komodít y^d . Pre daný vektor y^d chceme vedieť vypočítať hodnoty endogénnych vektorov x , h , w , m a l . Exogénne daný vektor konečnej spotreby si preto rovnako ako v modeli (3.1) vyjadríme na pravú stranu prvej z rovníc. Endogénne premenné si dáme na ľavé strany rovníc a keďže ostatné rovnice už exogénne premenné neobsahujú, ostanú ich pravé strany nulové:

$$\begin{array}{rclcl}
 q^d & -B^d g & & & = y^d \\
 q^d & -C g & & & = 0 \\
 \hat{A}_h g & & -h & & = 0 \\
 \hat{A}_w g & & & -w & = 0 \\
 \hat{A}_m g & & & & -m & = 0 \\
 \hat{A}_l g & & & & & -l & = 0
 \end{array} \quad (3.6)$$

Maticový zápis takéhoto systému lineárnych rovníc vyzerá nasledovne:

$$\begin{bmatrix} I & -B^d & & & & \\ I & -C & & & & \\ & \hat{A}_h & -I & & & \\ & \hat{A}_w & & -I & & \\ & \hat{A}_m & & & -I & \\ & \hat{A}_l & & & & -I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q^d \\ g \\ h \\ w \\ m \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Ak je splnená podmienka existencie inverznej matice môžeme riešenie pre exogénne daný vektor y^d zapísať pomocou rozšírenej Leontiefovej inverzie:

$$\begin{bmatrix} q^d \\ g \\ h \\ w \\ m \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{qq} & R_{qg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{gq} & R_{gg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{hq} & R_{hg} & -I & 0 & 0 & 0 \\ R_{wq} & R_{wg} & 0 & -I & 0 & 0 \\ R_{mq} & R_{mg} & 0 & 0 & -I & 0 \\ R_{lq} & R_{lg} & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y^d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Po vypočítaní rozšírenej Leontiefovej inverzie, dostávame explicitný vzťah medzi exogénnymi a endogénnymi premennými modelu. Pre daný vektor konečnej spotreby domácich komodít teda vieme, na základe vzťahu (3.8), vypočítať generované objemy produkcie, príjmov, pridanej hodnoty a dovozu, ako aj počet pracovných miest vytvorených touto konečnou spotrebou. Oproti modelu (3.4) nám navyše tento model rozdeľuje celkovú generovanú produkciu tak medzi jednotlivé komodity, ako aj medzi jednotlivé odvetvia národného hospodárstva. Produkcia odvetví v rámci daného hospodárstva je na rozdiel od komodít, ktoré môžu byť dovezené, vždy domáca. Súčty prvkov vektorov produkcie domácich komodít q^d a produkcie odvetví g sa preto musia vždy rovnať.

Jednotlivé submatice rozšírenej Leontiefovej inverzie vyjadrujú závislosť medzi konečnou spotrebou komodít a príslušnými endogénnymi premennými. Oproti modelu (3.4) obsahuje tento model niekoľko vzťahov navyše. Zachytáva totiž aj vzťah medzi konečnou spotrebou komodít a produkciou jednotlivých odvetví, ako aj vzťahy medzi produkciou odvetví a všetkými ostatnými endogénnymi premennými, ktoré predchádzajúci model nezachytával. V závislosti od rozmerov použitých dát, v ňom totiž bola produkcia rozdelená

buď len čisto medzi komodity alebo len čisto medzi odvetvia. Stĺpcové súčty prvkov týchto submatic, predstavujú rovnako ako v prípade modelu (3.4) hodnoty príslušných multiplikátorov. Na základe matice $\mathbf{R}_{gq}$, dostávame objemy produkcie jednotlivých odvetví, potrebné na výrobu jednotkového objemu danej komodity pre konečnú spotrebu. Stĺpcové súčty prvkov tejto matice, ktoré predstavujú multiplikátory produkcie odvetví generovanej konečnou spotrebou komodít, sa musia rovnať stĺpcovým súčtom matice $\mathbf{R}_{qq}$. Celková produkcia generovaná jednotkovým objemom konečnej spotreby totiž musí byť vždy rovnaká. Bez ohľadu na to, či sme ju pred uskutočnením výpočtu celkového objemu delili podľa jednotlivých odvetví alebo komodít.

Pri odvodení druhého z modelov založených na tabuľkách dodávok a použitia zavedieme predpoklad odvetvovej technológie. Produkciu a rozdelenie komodít, medzi výrobnú a konečnú spotrebu, preto modelujeme pomocou rovníc (1.12) a (1.18). Vzťahy medzi objemom produkcie, príjmami, pridanou hodnotou, dovozom a pracovnými miestami popíšeme rovnakými rovnicami ako v predchádzajúcom modeli:

$$\begin{array}{rcccccl}
 \mathbf{B}^d \mathbf{g} & & + \mathbf{y}^d & & = \mathbf{q}^d \\
 & \mathbf{D}^d \mathbf{q}^d & & & = \mathbf{g} \\
 \hat{\mathbf{A}}_h \mathbf{g} & & - \mathbf{h} & & = \mathbf{0} \\
 \hat{\mathbf{A}}_w \mathbf{g} & & & - \mathbf{w} & = \mathbf{0} \\
 \hat{\mathbf{A}}_m \mathbf{g} & & & & - \mathbf{m} & = \mathbf{0} \\
 \hat{\mathbf{A}}_l \mathbf{g} & & & & & - \mathbf{l} & = \mathbf{0}
 \end{array} \quad (3.9)$$

Rovnice si znova upravíme tak, aby exogénna premenná $\mathbf{y}^d$ bola na pravej strane a všetky endogénne premenné boli na ľavej strane:

$$\begin{array}{rcccccl}
 \mathbf{q}^d & - \mathbf{B}^d \mathbf{g} & & & = \mathbf{y}^d \\
 - \mathbf{D}^d \mathbf{q}^d & + \mathbf{g} & & & = \mathbf{0} \\
 & \hat{\mathbf{A}}_h \mathbf{g} & - \mathbf{h} & & = \mathbf{0} \\
 & \hat{\mathbf{A}}_w \mathbf{g} & & - \mathbf{w} & = \mathbf{0} \\
 & \hat{\mathbf{A}}_m \mathbf{g} & & & - \mathbf{m} & = \mathbf{0} \\
 & \hat{\mathbf{A}}_l \mathbf{g} & & & & - \mathbf{l} & = \mathbf{0}
 \end{array} \quad (3.10)$$

Takýto systém lineárnych rovníc vyzerá v maticovom zápise nasledovne:

$$\begin{bmatrix} I & -B^d \\ -D^d & I \\ & \hat{A}_h & -I \\ & \hat{A}_w & & -I \\ & \hat{A}_m & & & -I \\ & \hat{A}_l & & & & -I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q^d \\ g \\ h \\ w \\ m \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Za podmienky existencie inverznej matice vieme na základe rozšírenej Leontiefovej inverzie zapísať vzťah, pomocou ktorého vieme pre daný vektor konečnej spotreby domácich komodít vypočítať všetky endogénne premenné modelu:

$$\begin{bmatrix} q^d \\ g \\ h \\ w \\ m \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{qq} & R_{qg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{gq} & R_{gg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{hq} & R_{hg} & -I & 0 & 0 & 0 \\ R_{wq} & R_{wg} & 0 & -I & 0 & 0 \\ R_{mq} & R_{mg} & 0 & 0 & -I & 0 \\ R_{lq} & R_{lg} & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y^d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Teoretická interpretácia rozšírenej Leontiefovej inverznej matice v tomto modeli je rovnaká, ako v prípade modelu (3.8). Pri odvodení tejto matice v modeloch (3.8) a (3.12) sme však použili iné predpoklady a iné vstupné údaje (matice C a D^d). Zavedenie predpokladov komoditnej a odvetvovej technológie predstavuje určitú mieru zjednodušenia skutočnej ekonomickej situácie. Znamená to, že pri práci s reálnymi dátami sa rozšírené Leontiefove inverzie týchto dvoch modelov nebudú rovnať. V piatej kapitole sa preto bližšie pozrieme na problematiku výpočtu týchto dvoch verzií rozšírenej Leontiefovej inverzie na základe reálnych dát, ako aj na porovnanie výhod a nevýhod zavedenia predpokladov komoditnej a odvetvovej technológie.

4. Dáta

Základným predpokladom pre skonštruovanie modelov odvodených v predchádzajúcich kapitolách je poznanie potrebných dát - tabuliek dodávok a použitia alebo symetrickej input-output tabuľky. Štatistický úrad Slovenskej republiky (ŠÚSR) podľa medzinárodnej metodiky Európskeho systému účtov tieto dáta pravidelne vydáva ako súčasť Systému národných účtov.

Tabuľky dodávok a použitia sú publikované každoročne, avšak s trojročným oneskorením. Takého oneskorenie je spôsobené technickou náročnosťou zberu potrebných dát. Riadky týchto tabuliek tvoria komodity, rozdelené podľa medzinárodného štandardu CPA (Classification of Products by Activity). Stĺpce tvoria odvetvia, rozdelené podľa medzinárodnej klasifikácie obchodných činností NACE (Statistical classification of economic activities in the European Community).²

Symetrickú input-output tabuľku publikuje ŠÚSR s päťročnou periodicitou. Táto tabuľka je zostavovaná základe tabuliek dodávok a použitia, čo znamená, že je tiež vydávaná s trojročným oneskorením. Na základe štandardov Eurostatu je táto tabuľka zostavovaná v rozmere *komodity* × *komodity*. Komodity sú rovnako ako v prípade tabuliek dodávok a použitia rozdelené podľa štandardu CPA. Symetrická input-output tabuľka sa publikuje v dvoch rôznych verziách. Verzia A zahŕňa tak domáce, ako aj zahraničné väzby (dovoz). Verzia B zahŕňa len domáce väzby a bilancia dovozu komodít je v nej zachytená samostatne. Pre analýzu štrukturálnych súvislostí v ekonomike Slovenskej republiky, ktorá je hlavným cieľom práce, je pri výpočte multiplikátorov a generovaných efektov potrebné pracovať s čisto domácimi väzbami. V našich výpočtoch preto použijeme verziu B. V súčasnosti je najnovšia publikovaná symetrická input-output tabuľka za rok 2010. Z pohľadu aktuálnosti použitých dát v našej analýze, bol termín vydania týchto dát ideálne načasovaný. Input-output tabuľka za rok 2010 bola totiž vydaná na konci roka 2013 - len pár mesiacov pred dokončením tejto práce. Vzhľadom na technické možnosti zberu dát o slovenskej ekonomike teda budeme v prípade modelu, založeného na symetrickej input-output tabuľke, pracovať s najaktuálnejšími možnými údajmi.

Symetrickú input-output tabuľku a tabuľku dodávok vydáva ŠÚSR v základných cenách. Tabuľka použitia však býva štandardne publikovaná v kúpnych cenách. Z pohľadu tejto práce to predstavuje pre konštrukciu modelov založených na tabuľkách dodávok a

² Skratka pochádza z francúzskeho názvu tejto klasifikácie - *Nomenclature statistique des activités économiques dans la Communauté européenne*

použitia problém. Oba modely odvodené v kapitole 3.2 sú totiž založené tak na tabuľke dodávok, ako aj na tabuľke použitia. V prípade, že sú údaje v každej z týchto tabuliek v rôznych cenách, nie je na základe takýchto tabuliek možné ustanoviť vzťahy (1.12), (1.17) a (1.18). Pri práci s týmito modelmi preto použijeme dáta zo štúdie M. Luptáčka [2013]: *Národohospodársky význam automobilového priemyslu na Slovensku*. Pre účely tejto štúdie bola totiž odvodená symetrická input-output tabuľka za rok 2008³ so špecifickým rozdelením komodít zohľadňujúcim jej zameranie. Spolu s touto tabuľkou máme tiež k dispozícii tabuľky dodávok a použitia v základných cenách za rok 2008, na základe ktorých bola táto symetrická input-output tabuľka skonštruovaná. Výsledky získané pomocou modelov založených na tabuľkách dodávok a použitia budeme v piatej kapitole porovnávať s výsledkami modelu založeného na symetrickej input-output tabuľke. Na to, aby sme mohli porovnávať výsledky týchto modelov, budeme musieť pracovať s tabuľkami pochádzajúcimi z toho istého roku a rozčleňujúcimi komodity rovnakým spôsobom. Vo všetkých troch modeloch v piatej kapitole preto použijeme dáta za rok 2008, zo štúdie automobilového priemyslu. Piata kapitola je zameraná len na porovnanie výsledkov rôznych modelov. Aktuálnosť dát tu preto nehrá významnú rolu. Dôležité je len to, aby sme vo všetkých modeloch použili rovnakú verziu dát. V modeli použitom na analýzu štrukturálnych súvislostí slovenskej ekonomiky v šiestej kapitole, už samozrejme použijeme najaktuálnejšie dostupné dáta - symetrickú input-output tabuľku za rok 2010. V tomto prípade má totiž aktualita dát priamy dopad na kvalitu analýzy.

Okrem dát o produkcii, medzispotrebe a konečnej spotrebe komodít, budeme pri výpočtoch multiplikátorov a generovaných efektov v tejto práci potrebovať údaje o použití primárnych faktorov v produkcii jednotlivých odvetví a komodít. Hodnoty príjmov, pridanej hodnoty a dovozu, spojeného s produkciou jednotlivých odvetví a komodít sú štandardnou súčasťou tak symetrických input-output tabuliek, ako aj tabuliek dodávok a použitia vydávaných ŠÚSR. Údaje o počtoch zamestnancov pracujúcich v produkcii jednotlivých komodít však súčasťou týchto tabuliek nie sú. Takéto údaje pre jednotlivé komodity, potrebné pre analýzu založenú na symetrickej input-output tabuľke v rozmere *komodity* × *komodity*, dokonca nielenže nie sú súčasťou tabuliek ŠÚSR, ale nie sú ani vôbec k dispozícii. Údaje o zamestnanosti sa totiž vydávajú pre jednotlivé hospodárske odvetvia a nie pre komodity. ŠÚSR pravidelne publikuje dáta o počtoch zamestnancov pracujúcich v jednotlivých odvetviach rozdelených podľa štandardu NACE. To znamená, že delenie odvetví je v týchto dátach rovnaké, ako delenie odvetví v tabuľkách dodávok a použitia. Na

³ Mimo štandardnej päťročnej periodicity vydávania slovenských symetrických input-output tabuliek

to, aby sme si mohli údaje o zamestnancoch pracujúcich v jednotlivých odvetviach transformovať na počty zamestnancov pracujúcich v produkcii jednotlivých komodít zavedieme predpoklad komoditnej technológie. Za tohto predpokladu nám stĺpce matice produktového mixu $\mathbf{C}$ rozdeľujú produkciu odvetví medzi jednotlivé komodity produkované v týchto odvetviach. Rovnako, ako v prípade prepočtu produkcie odvetví na produkciu komodít vo vzťahu (1.17), môžeme pomocou matice $\mathbf{C}$ transformovať počty zamestnancov pracujúcich v jednotlivých odvetviach, na počty zamestnancov pracujúcich v produkcii jednotlivých komodít. Vektor počtov zamestnancov rozdelených podľa odvetví si označme ako $\mathbf{l}_{adv}$. Vektor $\mathbf{l}$, obsahujúci počty zamestnancov rozdelených podľa komodít, získame na základe nasledovného vzťahu:

$$\mathbf{C}\mathbf{l}_{adv} = \mathbf{l} \quad (4.1)$$

Pri výpočtoch v tejto práci, sme ako vstupné dáta vždy použili údaje o zamestnanosti za ten rok, ktorého tabuľky sme v danom modeli použili. V prípade modelu použitého na analýzu štrukturálnych súvislostí v slovenskej ekonomike, sme teda použili údaje o zamestnancoch odvetví slovenského hospodárstva za rok 2010, získané zo ŠÚSR. V modeloch pracujúcich s dátami automobilovej štúdie sme použili priamo vektor počtov zamestnancov pracujúcich na produkcii jednotlivých komodít, použitý v tejto štúdii. Kvôli neštandardnému rozdeleniu komodít v tejto štúdii, boli totiž pre jej požiadavky skonštruované dáta o zamestnanosti v tejto špecifickej štruktúre.

5. Porovnanie verzií rozšíreného input-output modelu

Pre výpočet multiplikátorov slovenskej ekonomiky a následnú analýzu vplyvu zmien v konečnej spotrebe, sa nám ponúkajú tri rôzne verzie rozšíreného Leontiefovho input-output modelu. Prvá je založená na klasickom tvare Leontiefovho input-output modelu a ako vstupné dáta používa symetrickú input-output tabuľku. Ďalšie dve verzie sú založené na modeli, ktorý zahŕňa tak jednotlivé odvetvia v hospodárstve, ako aj komodity produkované týmito odvetviami. Ako vstupné dáta používajú tieto dva modely tabuľky dodávok a použitia. Pre popísanie vzťahu medzi produkciou odvetví a produkciou komodít je však v týchto modeloch potrebné zaviesť jeden z predpokladov o technológii produkcie. Jedna z týchto verzií používa predpoklad komoditnej technológie a druhá zase predpoklad odvetvovej technológie.

V nasledujúcej kapitole sa zameriame na porovnanie výhod a nevýhod jednotlivých verzií rozšíreného input-output modelu a na prezentáciu ich výsledkov pre dáta o slovenskej ekonomike za rok 2008. V prvej časti medzi sebou porovnáme predpoklady a výsledky modelov, založených na tabuľkách dodávok a použitia a využívajúcich predpoklady komoditnej a odvetvovej technológie. Druhá časť bude zameraná na porovnanie modelu založeného na tabuľkách dodávok a použitia a modelu založeného na symetrickej input-output tabuľke.

5.1 Porovnanie modelov vychádzajúcich z tabuliek dodávok a použitia

5.1.1 Teoretické porovnanie

Modely (3.7) a (3.11) nevyžadujú symetrickú input-output tabuľku a oba vychádzajú z tabuliek dodávok a použitia. Používajú však rozdielne predpoklady o technológii produkcie komodít v jednotlivých odvetviach. Model (3.7) využíva predpoklad komoditnej technológie, ktorý hovorí, že pri produkcii danej komodity sú vstupy spotrebovávané vždy v rovnakej štruktúre. Bez ohľadu na to, v ktorom odvetví je produkovaná. Model (3.11) je založený na predpoklade odvetvovej technológie, ktorý zase hovorí, že v danom odvetví sú pri výrobe ktorejkoľvek komodity vždy spotrebovávané tie isté vstupy. V reálnom svete sa stretávame so situáciami, keď jednotlivé odvetvia okrem produktu, charakteristického pre to odvetvie, v ktorom sa vyrába, v menších množstvách produkujú tiež vedľajšie produkty, ktoré sú charakteristické skôr pre iné odvetvia. Ktorý z predpokladov o technológii produkcie je teda v takejto situácii splnený? Ani jeden z týchto dvoch predpokladov nebýva v reálnom svete

splnený na sto percent. Každý z nich má svoje výhody a nevýhody a v praktických aplikáciách sú využívané obidva.

Podľa knihy R. Millera a P. Blaira [2009] je predpoklad komoditnej technológie vhodný pre tie vedľajšie produkty, ktoré sú v danom odvetví produkované v rámci takého zariadenia, ktoré je oddelené od zariadenia zameraného na produkciu charakteristickej komodity a ktoré používa podobnú technológiu ako odvetvie, zamerané hlavne na výrobu týchto vedľajších produktov. O výhodách a nevýhodách jednotlivých predpokladov o technológii produkcie existuje množstvo literatúry. V tejto literatúre však nemožno nájsť zásadnejšiu zhodu na tom, ktorý z predpokladov je vhodnejší. Predpoklad komoditnej technológie je často obhajovaný ako ekonomicky zmysluplnejší. Napríklad P. Kop Jansen a T. Raa, v článku [1990] obhajujú predpoklad komoditnej technológie ako jediný plne konzistentný s klasickým input-output modelom.

Veľkou nevýhodou predpokladu komoditnej technológie však je, že pri výpočtoch matic totálnych požiadaviek, založených na tomto predpoklade, je vždy nutné počítať s inverziou matice produktového mixu $\mathbf{C}$. Tvary matic totálnych požiadaviek, odvodených pre jednotlivé predpoklady o technológii sú uvedené v *tabuľkách 2 a 3* na konci prvej kapitoly. Z matic uvedených v týchto tabuľkách je vidieť, že jednotlivé tvary štvorcových matic priamych požiadaviek $\mathbf{A}$, vypočítaných na základe tabuliek dodávok a použitia vyzerajú tak, ako je to uvedené v *tabuľke 4*. Pri výpočte matic priamych požiadaviek, potrebných pre prácu so základným Leontiefovým input-output modelom, sa teda v prípade použitia predpokladu komoditnej technológie, opäť nevyhneme invertovaniu matice $\mathbf{C}$. Takéto výpočty nie sú možné v prípade, keď je matica $\mathbf{C}$ singulárna. Pri práci s reálnymi dátami sa však ako oveľa väčší problém javí fakt, že matica $\mathbf{C}^{-1}$ často obsahuje záporné prvky, bez ktorých odstránenia nie je ďalšia práca s modelom možná.

Tabuľka 4: *Matice priamych požiadaviek*

	komoditná technológia	odvetvová technológia
komodity $\times$ komodity	$\mathbf{A}_{\mathbf{C} \times \mathbf{C}}^{\mathbf{C}} = \mathbf{B}^d \mathbf{C}^{-1}$	$\mathbf{A}_{\mathbf{C} \times \mathbf{C}}^{\mathbf{I}} = \mathbf{B}^d \mathbf{D}^d$
odvetvia $\times$ odvetvia	$\mathbf{A}_{\mathbf{I} \times \mathbf{I}}^{\mathbf{C}} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^d$	$\mathbf{A}_{\mathbf{I} \times \mathbf{I}}^{\mathbf{I}} = \mathbf{D}^d \mathbf{B}^d$

Predpoklad odvetvovej technológie, je podľa knihy R. Millera a P. Blaira [2009] vhodný pre taký typ produkcie necharakteristických komodít, v rámci ktorej táto komodita vzniká ako vedľajší produkt procesu produkcie komodity, charakteristickej pre dané

odvetvie. Tento predpoklad je oproti predpokladu komoditnej technológie menej konzistentný s ekonomickou realitou. Veľkou výhodou tohto predpokladu však je, že pri výpočte troch zo štyroch tvarov matíc totálnych požiadaviek, uvedených v *tabuľkách 2 a 3*, nie je potrebný výpočet inverzie matice $\mathbf{D}^d$. Výpočet tejto inverzie takisto nie je potrebný pri konštrukcii matíc priamych požiadaviek, uvedených v *tabuľke 4*.

Pri pohľade na model (3.10) vidíme, že posledné štyri rovnice tohto modelu nijak neovplyvňujú hodnoty vektorov $\mathbf{q}^d$ a $\mathbf{g}$, vypočítaných z prvých dvoch rovníc. To znamená, že príslušné submatice rozšírenej Leontiefovej inverzie - $\mathbf{R}_{qq}$ $\mathbf{R}_{qg}$ $\mathbf{R}_{gq}$ a $\mathbf{R}_{gg}$ vychádzajú z modelu pozostávajúceho len z prvých dvoch rovníc. V maticovom tvare ho môžeme zapísať nasledovne:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{B}^d \\ -\mathbf{D}^d & \mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{q}^d \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Tento model pozostáva len zo vzťahov (1.12) a (1.18). Matice totálnych požiadaviek, uvedené v pravom stĺpci *tabuľky 2* boli odvodené práve na základe týchto dvoch vzťahov. To znamená, že vzorce pre submatice $\mathbf{R}_{qq}$ a $\mathbf{R}_{gq}$, vychádzajúce z analytického výpočtu rozšírenej Leontiefovej inverzie modelu (5.1) by sa mali rovnať príslušným maticiam totálnych požiadaviek, uvedeným v *tabuľke 2*.

Matice totálnych požiadaviek vo zvyšných dvoch rozmeroch, uvedené v pravom stĺpci *tabuľky 3*, síce tiež vychádzajú zo vzťahov (1.12) a (1.18), avšak nie priamo z modelu (5.1). Prvý z rovníc tohto modelu totiž treba najprv pomocou vzťahu (1.18) upraviť tak, aby v nej bola konečná spotreba rozdelená podľa jednotlivých odvetví. V jednom zo vzorcov pre výpočet matice totálnych požiadaviek, uvedených v *tabuľke 3*, je navyše potrebné invertovať maticu $\mathbf{D}^d$, čím opäť vzniká riziko výskytu záporných prvkov. Bude nás preto zaujímať, či výsledok analytického výpočtu rozšírenej Leontiefovej inverzie pre model (5.1) tiež povedie k vzorcu obsahujúcemu inverziu matice $\mathbf{D}^d$.

Pre analytický výpočet inverznej matice podľa jednotlivých blokov možno odvodiť nasledovný vzorec:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{Q} \\ \mathbf{R} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{P} - \mathbf{Q}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R})^{-1} & -\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q}(\mathbf{S} - \mathbf{R}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q})^{-1} \\ -\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}(\mathbf{P} - \mathbf{Q}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R})^{-1} & (\mathbf{S} - \mathbf{R}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Q})^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Aplikovaním tohto vzorca na model (5.1) dostávame analytické vyjadrenie rozšírenej Leontiefovej inverzie:

$$\begin{bmatrix} I & -B^d \\ -D^d & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (I - B^d D^d)^{-1} & B^d (I - D^d B^d)^{-1} \\ D^d (I - B^d D^d)^{-1} & (I - D^d B^d)^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Pri pohľade na analytické vyjadrenie jednotlivých submatíc vidíme, že submatice R_{qq} a R_{gq} sa naozaj rovnajú maticiam uvedeným v *tabuľke 2*. Navyše aj vzorec pre submaticu R_{gg} je v rozšírenej Leontiefovej inverzii presne ten istý, ako vzorec pre výpočet matice totálnych požiadaviek v rozmere *odvetvia* $\times$ *odvetvia*, uvedený v *tabuľke 3*. Jediná zo submatíc, ktorej analytické vyjadrenie je iné než príslušná matica totálnych požiadaviek je submatrica R_{qg} . To je však pre ďalšiu prácu s modelom veľmi výhodné, pretože vzorec pre výpočet matice totálnych požiadaviek z *tabuľky 3* obsahoval maticu D^d . Tá sa však v analytickom vyjadrení submatice R_{qg} nevyskytuje. Nahradila ju matica B^d , u ktorej už vieme zaručiť nezápornosť všetkých prvkov. Znamená to, že problém so zápornými prvkami v rozšírenej Leontiefovej inverzii v prípade použitia modelu založeného na predpoklade odvetvovej technológie úplne odpadá.

5.1.2 Porovnanie výsledkov

Na základe tabuliek dodávok a použitia pre slovenskú ekonomiku za rok 2008 sme najprv skonštruovali model v tvare (3.7). Tento model je založený na predpoklade komoditnej technológie. Po výpočte rozšírenej Leontiefovej inverznej matice, znázornenej v rovnici (3.8), sme získali maticu, ktorá vo všetkých svojich nenulových blokoch obsahuje vysoké počty záporných prvkov. To predstavuje veľký problém pre akúkoľvek zmysluplnú ekonomickú interpretáciu tejto matice, ako aj pre ďalšiu prácu s modelom. Pri samostatnom výpočte matice C^{-1} sme opäť získali maticu s vysokým počtom záporných prvkov. Takýto výsledok však bol, s ohľadom na problémy predpokladu komoditnej technológie spomenuté v predchádzajúcej časti tejto kapitoly, do značnej miery očakávaný. Potvrdil sa nám teda fakt, že v praktických aplikáciách matica C^{-1} zväčša obsahuje záporné prvky. Existujú viaceré postupy zamerané na riešenie tohto problému prostredníctvom odstraňovania záporných prvkov z matice C^{-1} . Jeden z nich, takzvaný *Almonov algoritmus*, je popísaný v diplomovej

práci D. Šuhajovej [2010]. Riešeniu tohto problému sa však v rámci tejto práce venovať nebudeme. My namiesto modelu založeného na predpoklade komoditnej technológie použijeme model využívajúci predpoklad odvetvovej technológie. Pri práci s týmto modelom, by sme už na problém so zápornými prvkami v rozšírenej Leontiefovej inverzii naraziť nemali.

Pomocou tých istých tabuliek dodávok a použitia ako v prípade predchádzajúceho modelu, sme tiež skonštruovali model v tvare (3.11), založený na predpoklade odvetvovej technológie. Po výpočte rozšírenej Leontiefovej inverzie, znázornenej vo vzťahu (3.12), sme tentokrát získali maticu, ktorá okrem hodnôt -1 prislúchajúcim diagonálnym prvkom v treťom až šiestom stĺpci submatíc neobsahuje žiadne záporné prvky. Sedí aj kontrolný výpočet, overujúci, či sa rovnajú stĺpcové súčty submatíc R_{qq} a R_{gq} rozšírenej Leontiefovej inverzie. Oba súčty totiž predstavujú hodnoty multiplikátorov produkcie, ktoré musia vyjsť rovnaké bez ohľadu na to, či sme predtým produkciu delili na jednotlivé odvetvia alebo komodity. Navyše platí, že submatice R_{qq} , R_{gq} a R_{gg} vypočítané invertovaním celej matice modelu (3.11) sa rovnajú príslušným maticiam totálnych požiadaviek, vypočítaných pomocou vzorcov z tabuliek 2 a 3. Tento výsledok je v súlade s analytickým vyjadrením týchto submatíc vo vzťahu (5.3). Jediné submatica R_{gg} sa nerovná príslušnej matici totálnych požiadaviek uvedenej v tabuľke 3. Ide o maticu totálnych požiadaviek v rozmere *komodity* $\times$ *odvetvia*, ktorej odvodenie na základe predpokladu odvetvovej technológie sa ako jediné nevyhne výpočtu inverzie matice D^d . Výsledná submatica R_{gg} sa však v súlade s očakávaniami rovná príslušnej matici, vypočítanej na základe analytického vzorca, ktorý je odvodený vo vzťahu (5.3). To znamená, že tento model sa úspešne vyhol problému so zápornými prvkami v rozšírenej Leontiefovej inverzii.

Konštrukcia modelu, založeného na predpoklade odvetvovej technológie, bola vďaka absencii problémov so zápornými prvkami úspešná. Spomedzi dvoch modelov, vychádzajúcich z tabuliek dodávok a použitia, si teda pre ďalšiu prácu zvolíme práve tento model. V ďalšej časti sa zameriame na prezentáciu jeho výsledkov a na jeho porovnanie s modelom, ktorý ako vstupné dáta používa symetrickú input-output tabuľku.

5.2 Porovnanie modelov založených na SIOT a TDP

V nasledujúcej časti sa zameriame na porovnanie modelu (3.3), vychádzajúceho zo symetrickej input-output tabuľky (SIOT) a modelu (3.11), vychádzajúceho z tabuliek dodávok a použitia (TDP) a využívajúceho predpoklad odvetvovej technológie. Výpočty

oboch modelov, porovnávaných v tejto kapitole, vychádzajú z dát pre slovenskú ekonomiku za rok 2008. Na prvý pohľad sa nám môže zdať, že pri konštrukcii modelu vychádzajúceho zo SIOT, zavedenie zjednodušujúceho predpokladu o technológii produkcie nie je nutné. V rámci teoretického odvodenia tohto modelu totiž žiaden takýto predpoklad použitý nebol. Pri práci s reálnymi dátami je však pre konštrukciu tohto modelu nevyhnutné mať k dispozícii SIOT, z ktorej vieme následne vypočítať maticu priamych požiadaviek A . SIOT sa však pre reálne dáta počítajú na základe TDP a pri tomto výpočte je nutné použiť jeden z predpokladov o technológii. Štatistický úrad SR vydáva SIOT v rozmere *komodity* $\times$ *komodity* a pri ich výpočte z TDP využíva predpoklad komoditnej technológie. Navyše musí kvôli záporným prvkom v matici C^{-1} používať jednu z metód, určených na odstránenie týchto prvkov.

Keďže SIOT štatistického úradu je v rozmere *komodity* $\times$ *komodity*, potrebujeme mať pri konštrukcii modelu (3.3) k dispozícii dáta o príjmoch, pridanej hodnote, dovoze a zamestnanosti, rozdelené podľa produkcie jednotlivých komodít. Tieto dáta sú však pôvodne zberané podľa odvetví, čo znamená že na to, aby sme ich mali k dispozícii pre jednotlivé komodity je opäť potrebné uskutočniť transformáciu využívajúcu jeden z predpokladov o technológii. Pri aplikácii modelu založeného na SIOT sa teda použitiu jedného zo zjednodušujúcich predpokladov takisto nevyhneme. Všetky dáta, vstupujúce do modelu založeného na SIOT, musia podliehať určitej transformácii, čo znižuje ich kvalitu.

Model vychádzajúci z TDP, pracuje s dátami priamo v tej štruktúre, v ktorej boli zozbierané. V modeli (3.11) je totiž produkcia rozdelená tak podľa jednotlivých komodít, ako aj podľa odvetví, čo nám umožňuje pracovať s vektormi ostatných endogénnych premenných v ľubovoľnom z týchto dvoch delení. Ako už bolo spomenuté, vstupné dáta o príjmoch, pridanej hodnote, dovoze a zamestnanosti v produkcii sú pôvodne získavané pre jednotlivé odvetvia. Preto vektory príslušných endogénnych premenných delíme podľa odvetví, čo nám umožňuje pracovať s pôvodnými dátami. Z hľadiska kvality vstupných dát je preto jednoznačne vhodnejšie používať model založený na TDP. Štatistický úrad SR navyše novú SIOT štandardne vydáva len raz za päť rokov, kým TDP sú vydávané každoročne. Z pohľadu dát o slovenskej ekonomike je teda výhodou modelu, založeného na TDP aj to, že pri jeho konštrukcii netreba čakať na vydanie novej SIOT.

Ďalšou výhodou modelu založeného na TDP je, že oproti modelu založenému na SIOT obsahuje viac informácií. V modeli vychádzajúcom zo SIOT sú totiž všetky dáta prepočítané na komodity, čím sa strácajú údaje o vzťahoch medzi jednotlivými komoditami a

odvetviami. Rozšírená Leontiefova inverzia modelu, založeného na TDP, uvedená v rovnici (3.12) obsahuje oproti matici z rovnice (3.4) jeden riadok a jeden stĺpec submatíc navyše. Model (3.12) teda okrem matíc kumulatívnych koeficientov, odvodených v druhej kapitole, obsahuje v druhom stĺpci blokov rozšírenej Leontiefovej inverzie submatice, popisujúce vzťahy medzi produkciou odvetví a ostatnými endogénnymi premennými. Tieto submatice nám umožňujú kvantifikovať celý rad ďalších zaujímavých multiplikátorov. V nasledujúcom znázornení rozšírenej Leontiefovej inverzie modelu (3.12) sú farebne vyznačené tie submatice, ktoré model vychádzajúci z TDP obsahuje oproti modelu vychádzajúceho zo SIOT navyše:

$$\begin{bmatrix} R_{qq} & R_{qg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{gq} & R_{gg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{hq} & R_{hg} & -I & 0 & 0 & 0 \\ R_{wq} & R_{wg} & 0 & -I & 0 & 0 \\ R_{mq} & R_{mg} & 0 & 0 & -I & 0 \\ R_{lq} & R_{lg} & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Matica R_{gq} kvantifikuje objemy produkcie jednotlivých odvetví potrebné na to, aby mohlo byť pre konečnú spotrebu dodané jednotkové množstvo jednotlivých komodít. Stĺpcové súčty tejto matice predstavujú klasické multiplikátory produkcie. Stĺpce matice R_{qg} obsahujú objemy jednotlivých komodít potrebné na to, aby mohlo dané odvetvie vyprodukovať jednotkový objem svojej produkcie. Prvok matice R_{gg} , nachádzajúci sa v i -tom riadku a j -tom stĺpci, kvantifikuje zmenu produkcie, ktorú v i -tom odvetví vyvolá jednotková zmena produkcie j -teho odvetvia. Prvky matíc R_{hg} , R_{wg} , R_{mg} a R_{lg} kvantifikujú vzťahy medzi produkciou odvetví a príjmami, pridanou hodnotou, dovozom a pracovnými miestami, ktoré jednotkové množstvo tejto produkcie generuje.

Pri porovnaní výsledkov modelov vychádzajúcich zo SIOT a TDP sa zameriavame na tie časti rozšírenej Leontiefovej inverzie, ktoré majú tieto dva modely spoločné. Pri porovnaní hodnôt multiplikátorov produkcie, príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti zistujeme, že ich výsledné hodnoty sú pre tieto dva typy modelov totožné. Rozdiely medzi multiplikátormi týchto dvoch modelov sa pohybujú rádovo v hodnotách okolo 10^{-7} , čo môžeme považovať za zanedbateľnú odchýlku. Z pohľadu týchto základných multiplikátorov teda môžeme tieto modely považovať za rovnocenné.

Rozdielne výsledky môžeme u týchto dvoch modelov pozorovať až vtedy, ak za

vektor konečnej spotreby vo vzťahoch (3.4) a (3.12) dosádzame hodnoty, odlišné od vektora konečnej spotreby získaného z dát, na základe ktorých boli tieto dva modely skonštruované. Oba modely používajú odlišné predpoklady, a výpočet endogénnych premenných uskutočňujú na základe odlišných vzorcov. To má za následok, že pre exogénne zadané vektory konečnej spotreby dostávame v každom z modelov iné hodnoty generovaných endogénnych premenných.

V rámci našej aplikácie je jedinou nevýhodou modelu, založeného na TDP to, že pre rok 2010 nemáme k dispozícii tabuľku použitia v základných cenách. Za rok 2010 však nedávno vyšla SIOT, čo nám umožňuje použiť model, vychádzajúci z tejto tabuľky, na najnovšie dáta. V prípade modelu založeného na TDP sme nútení zostať pri dátach z roku 2008. Z dôvodu možnosti práce s novšími dátami použijeme pri analýze základných multiplikátorov slovenskej ekonomiky v šiestej kapitole model vychádzajúci zo SIOT. V tejto kapitole sme totiž zistili, že hodnoty týchto multiplikátorov sú pre oba modely rovnaké.

V rámci tejto kapitoly sme však tiež poukázali na mnohé výhody modelu, vychádzajúceho priamo z TDP. Tento model vychádza z kvalitnejších dát a za predpokladu, že máme k dispozícii tabuľky dodávok a použitia v základných cenách nie je odkázaný na výpočet SIOT. Ďalšou výhodou tohto modelu je, že nám vďaka tomu, že pracuje tak s jednotlivými odvetviami, ako aj komoditami poskytuje bohatšie výsledky. Jednotlivé multiplikátory je preto z modelu vychádzajúceho z TDP možné získať nielen podľa jednotlivých komodít, ale aj podľa odvetví. Hodnoty multiplikátorov príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti pre konečnú spotrebu produkcie jednotlivých odvetví, ktoré nie je možné vypočítať pomocou modelu vychádzajúceho zo SIOT a ktoré preto nebudeme mať k dispozícii za rok 2010, máme na základe modelu vychádzajúceho z TDP k dispozícii aspoň za rok 2008. Ich hodnoty sú pre jednotlivé odvetvia uvedené v *Prílohe 8*.

6. Analýza štruktúry slovenskej ekonomiky za rok 2010

V nasledujúcej kapitole sa nachádzajú výsledky analýzy štrukturálnych súvislostí v slovenskej ekonomike, ktorú sme uskutočnili na báze rozšíreného štruktúrneho modelu. Všetky výpočty v tejto kapitole boli uskutočnené na základe rozšíreného Leontiefovho input-output modelu, založeného na symetrickej input-output tabuľke. Vstupnými dátami boli B verzia symetrickej input-output tabuľky pre slovenskú ekonomiku za rok 2010 v rozmere *komodity* × *komodity*, ako aj dáta o primárnych faktoroch a počtoch zamestnancov v procesoch produkcie jednotlivých komodít, z toho istého roku.

Táto kapitola je rozdelená na dve hlavné časti. Prvá časť je zameraná na analýzu multiplikátorov produkcie, príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti, pre jednotlivé komodity a zložky konečnej spotreby. V druhej časti sa venujeme výpočtu a porovnaniu objemov primárnych faktorov generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby.

Základným stavebným prvkom, od ktorého sa odvíjajú výsledky všetkých výpočtov v tejto kapitole, je Leontiefova inverzná matica, ktorá pre každú z komodít kvantifikuje vzťahy medzi konečnou spotrebou danej komodity a náročnosťou na produkčné vstupy, v podobe výrobnnej medzispotreby ostatných komodít. Skôr, než pristúpime k analýze multiplikátorov a efektov, ktoré v slovenskej ekonomike generuje konečná spotreba sa pozrieme na hodnoty prvkov Leontiefovej inverzie, ktorá je základom všetkých ďalších výpočtov.

Element r_{ij} Leontiefovej inverzie určuje objem i -tej komodity potrebný na to, aby mohlo byť v ekonomike pre konečnú spotrebu vyprodukované jednotkové množstvo j -tej komodity. Diagonálne prvky tejto matice predstavujú požadovaný objem tej istej komodity, ktorej jednotkové množstvo je určené na konečnú spotrebu. To znamená, že hodnoty týchto prvkov musia byť minimálne 1, keďže jedna jednotka je potrebná pre samotné uspokojenie dodávky pre konečnú spotrebu. Jednotlivé komodity sa však často spotrebávajú aj pri samotnej výrobe tej istej komodity, ako aj v procese produkcie ostatných komodít, ktoré sa potom použijú ako vstupy do produkcie pôvodnej komodity. Z tohto dôvodu sú hodnoty diagonálnych prvkov Leontiefovej inverzie spravidla väčšie ako 1.

Najvyššiu hodnotu diagonálneho prvku Leontiefovej inverzie - 1.74 sme zaznamenali pre komoditu *Skladové a vedľajšie činnosti v doprave*. To znamená, že pri zvýšení objemu konečnej spotreby tejto služby o 1000 € bude potrebné zvýšiť jej produkciu až o 1 740 €. Ďalšie komodity s vysokými hodnotami prvkov na diagonále Leontiefovej inverzie sú: *Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch* - 1.66, *Produkty lesníctva, ťažby dreva a*

súvisiace služby - 1.65 a *Reklama a prieskum trhu* - 1.51. Uvedené komodity sú teda tie, u ktorých vedie zvýšenie ich konečnej spotreby k najvýraznejšiemu zvýšeniu produkcie.

Prvky, nachádzajúce sa mimo diagonály, kvantifikujú závislosť medzi dvoma rozličnými komoditami. V Leontiefovej inverzii, vypočítanej v rámci tejto analýzy, nepresiahol žiaden z týchto prvkov hodnotu 1. Najsilnejší vplyv zmeny v konečnom dopyte jednej z komodít na inú komoditu zaznamenali nasledovné dvojice komodít:

Tabuľka 5: Najvyššie hodnoty mimodiagonálnych prvkov Leontiefovej inverzie

Jednotková konečná spotreba komodity:	Vyžaduje produkciu komodity:	V objeme:
<i>Špecializované stavebné práce</i>	<i>Budovy a výstavba budov</i>	0.53
<i>Služby v oblasti nehnuteľností</i>	<i>Tabakové výrobky</i>	0.51
<i>Pomocné činnosti súvisiace s finančnými a poisťovacími službami</i>	<i>Poistenie a dôchodkové zabezpečenie okrem povinného sociálneho poistenia</i>	0.51
<i>Skladové a vedľajšie činnosti v doprave</i>	<i>Vodná doprava</i>	0.44
<i>Pozemná doprava a doprava potrubím</i>	<i>Skladové a vedľajšie činnosti v doprave</i>	0.41

Tieto dvojice komodít teda v rámci slovenskej ekonomiky vykazujú najvýraznejší vzťah medzi konečnou spotrebou jednej z nich a produkciou druhej z nich.

6.1 Multiplikátory

V nasledujúcej podkapitole sa zameriame na analýzu vypočítaných hodnôt multiplikátorov slovenskej ekonomiky za rok 2010, odvodených v druhej kapitole. Tieto multiplikátory nám kvantifikujú vzťahy medzi exogénnou premennou modelu, ktorou je konečná spotreba domácich komodít a jednotlivými endogénnymi premennými. Postupne sa zameriame na multiplikátory produkcie, príjmov, pridanej hodnoty, dovozu a zamestnanosti.

Hodnoty všetkých uvedených typov multiplikátorov sme vypočítali tak pre jednotlivé komodity, ako aj pre jednotlivé zložky konečnej spotreby. Pri výpočte multiplikátorov sme pracovali s dátami, v ktorých bola celková produkcia hospodárstva rozdelená na 85 komodít. Pri pohľade na produkciu týchto komodít môžeme v rámci slovenskej ekonomiky pozorovať výrazné rozdiely medzi objemami produkcie jednotlivých komodít. Znamená to, že niektoré komodity sú pre slovenskú ekonomiku oveľa dôležitejšie než ostatné. Aj hodnoty multiplikátorov pre tieto komodity majú preto oveľa väčší význam, než hodnoty niektorých ďalších. Pre lepšiu identifikáciu významných komodít medzi ostatnými sme v prílohe č. 1 všetky komodity zoradili podľa hodnoty ich celkovej produkcie v slovenskej ekonomike za rok 2010. Pri analýze multiplikátorov budeme zvlášť sledovať hodnoty tých, ktoré

prislúchajú komoditám s vysokým objemom celkovej produkcie.

V rámci analýzy hodnoty multiplikátorov pre jednotlivé komodity sa tiež pozrieme na to, aká časť tejto hodnoty prislúcha efektu na komoditu samotnú a aká časť prislúcha efektom na ostatné komodity. To znamená, že od celkovej hodnoty daného multiplikátora, ktorú tvorí stĺpcový súčet prvkov Leontiefovej inverzie alebo matice kumulatívnych koeficientov, odčítame hodnotu toho prvku, ktorý sa v danom stĺpci nachádza na diagonále príslušnej matice. Hodnoty efektov na ostatné komodity $m(o)'_j$ vyvolané jednotkovou zmenou konečnej spotreby j -tej komodity teda pre jednotlivé typy multiplikátorov vypočítame ako rozdiel hodnoty multiplikátora a príslušného diagonálneho prvku:

$$\begin{aligned} m(o)'_j &= m(o)_j - r_{jj} \\ &\vdots \\ m(l)'_j &= m(l)_j - r_{jj}^l \end{aligned} \quad (6.1)$$

6.1.1 Multiplikátor produkcie

Multiplikátor produkcie nám kvantifikuje objem produkcie všetkých komodít v ekonomike, potrebných na to, aby mohlo byť uspokojené jednotkové množstvo konečného dopytu po j -tej komodite. Pracujeme s B verziou input-output tabuľky, čo znamená, že aj v prípade multiplikátora ide o jeho B verziu. Táto verzia multiplikátora produkcie obsahuje len hodnotu domácich komodít, potrebných pre uspokojenie jednotkovej konečnej spotreby. Nami vypočítané hodnoty multiplikátorov produkcie teda kvantifikujú celkový efekt konečnej spotreby jednotkového množstva danej komodity na produkciu v slovenskej ekonomike.

Výsledné hodnoty multiplikátorov produkcie pre jednotlivé komodity sa nachádzajú v prílohe č. 2. Najvyššie hodnoty multiplikátora produkcie mali: *Skladové a vedľajšie činnosti v doprave* - 2.75, *Tabakové výrobky* - 2.36 a *Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby* - 2.27. Zmena konečnej spotreby týchto troch komodít má teda najväčší vplyv na celkovú produkciu v hospodárstve. Z pohľadu objemu produkcie ide o komodity, ktoré majú pre slovenskú ekonomiku stredný až malý význam. Spomedzi komodít s veľkými objemami produkcie, mali najvyššie hodnoty multiplikátora produkcie: *Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch* - 2.02, *Budovy a výstavba budov* - 1.94 a *Pozemná doprava a doprava potrubím* - 1.93.

Komoditami s najnižšími hodnotami multiplikátora produkcie boli: *Ropa a zemný plyn* - 1, *Kovové rudy* - 1.13 a *Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti* - 1.17. Ide o

komodity, u ktorých je najnižšia výrobná spotreba produkcie. Hodnota multiplikátora produkcie nikdy nemôže byť nižšia než 1. Pre uspokojenie jednotkového objemu konečného dopytu je totiž potrebné vyprodukovať aspoň tú jednu jednotku určenú pre konečný dopyt. Multiplikátor komodity *Ropa a zemný plyn* dosiahol práve hodnotu 1, čo znamená, že podľa použitých dát nedochádza v procese produkcie tejto komodity v rámci slovenskej ekonomiky, k žiadnej výrobnej spotrebe komodít vyrobených na Slovensku. Z pohľadu objemov produkcie ide v prípade všetkých troch spomínaných komodít o také, ktoré majú pre národné hospodárstvo malý význam. Spomedzi komodít s významnými objemami produkcie majú najnižšie hodnoty multiplikátora produkcie: *Koks a rafinérské ropné produkty* - 1.27, *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 1.42 a *Počítače, elektronické a optické zariadenia* - 1.46.

Pri pohľade na hodnoty efektov zmeny v konečnej spotrebe jednotlivých komodít na ostatné komodity môžeme pozorovať, že vysoké hodnoty dosahujú najmä tie komodity, ktoré majú vysokú hodnotu multiplikátora produkcie. V produkcii dvoch komodít neboli v roku 2010 použité ako výrobné vstupy žiadne (*Ropa a zemný plyn*) alebo takmer žiadne (*Pomocné práce pri ťažbe*) iné domáce komodity, čo znamená, že efekt zmeny konečnej spotreby na ostatné komodity je u nich prakticky nulový. U zvyšných komodít sa podiel efektov na ostatné komodity pohybuje medzi 11.7% a 57.7% z celkového efektu vyvolaného jednotkovou zmenou v konečnej spotrebe.

Komoditou s najväčším objemom produkcie boli v slovenskej ekonomike v roku 2010 *Motorové vozidlá, prívesy a návesy*. Ich efekt na ostatné komodity dosahoval hodnotu 0.4. Spomedzi ďalších päť komodít s najväčším objemom produkcie majú všetky veľmi vyrovnané hodnoty nepriamych efektov - všetky tieto komodity dosahujú hodnoty v rozmedzí 0.35 až 0.49. Medzi v poradí ďalšími významnými komoditami vyčnievajú dve s mimoriadne vysokou hodnotou efektov na produkciu ostatných komodít: *Pozemná doprava a doprava potrubím* - 0.80 a *Budovy a výstavba budov* - 0.94. Pri pohľade na tieto dve komodity a na ďalšiu významnú komoditu s podobnou hodnotou multiplikátora produkcie - *Elektrickú energiu, plyn, paru a studený vzduch*, vidíme veľký rozdiel v podieloch efektov na ostatné komodity. Všetky tri spomínané komodity majú hodnotu multiplikátora produkcie v rozmedzí 1.93 až 2.02. Avšak kým u komodity *Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch*, tvoria efekty na ostatné komodity len 17.5% z celkovej hodnoty multiplikátora, u komodít *Pozemná doprava a doprava potrubím* a *Budovy a výstavba budov* sa až 41.6% a 48.4% hodnoty multiplikátora produkcie skladá z efektov na iné komodity. Znamená to, že tieto dve komodity sú pomerne významné nielen z hľadiska objemov ich produkcie ale aj z

hľadiska vplyvu ich konečnej spotreby na produkciu ostatných komodít.

Hodnoty multiplikátorov produkcie pre jednotlivé zložky konečnej spotreby sa nachádzajú v *tabuľke* 6. Najvyššiu hodnotu - 1.86, dosiahla zložka *Tvorba hrubého fixného kapitálu*. Túto hodnotu môžeme interpretovať tak, že ak sa tvorba hrubého fixného kapitálu zvýši o jednu jednotku, tak celková produkcia komodít v hospodárstve vzrastie o 1.86. Dôležité však je uvedomiť si, že hodnota tvorby hrubého fixného kapitálu, na základe ktorej sme podľa vzťahu (2.7) vypočítali multiplikátor, bola rozdelená medzi určité komodity a hodnota tohto multiplikátora preto závisí od toho, aké množstvá jednotlivých komodít sú spotrebúvané, ako aj od jednotlivých hodnôt multiplikátorov produkcie spotrebúvaných komodít. Na to, aby celková produkcia komodít vzrástla o 1.86 jednotky je preto potrebné, aby bola zachovaná doterajšia štruktúra spotreby. To znamená že jednotka spotreby, o ktorú tvorbu hrubého fixného kapitálu zvýšime, musí byť medzi jednotlivé komodity rozdelená v rovnakom pomere, ako celkový objem použitý pri výpočte hodnoty multiplikátora. Hodnota multiplikátorov jednotlivých zložiek konečnej spotreby teda závisí od toho, aké komodity daná zložka spotrebúva. Na komodity, tvoriace jednotlivé zložky konečnej spotreby, sa bližšie pozrieme pri analýze efektov generovaných konečnou spotrebou v časti 6.2.

Tabuľka 6: Multiplikátory produkcie pre zložky konečnej spotreby

Zložka konečnej spotreby	Multiplikátor produkcie
Konečná spotreba domácností	1.67
Konečná spotreba verejnej správy	1.44
Tvorba hrubého fixného kapitálu	1.86
Export	1.56

6.1.2 Multiplikátor príjmov

Multiplikátor príjmov určuje objem príjmov, ktoré je v celej ekonomike potrebné vyplatiť na to, aby mohol byť uspokojený jednotkový objem konečného dopytu po *j*-tej komodite. Rovnako ako v prípade multiplikátora produkcie pracujeme s B verziou tohto multiplikátora, čo nám zabezpečuje, že všetky príjmy, ktoré sú do tohto multiplikátora započítané, sú vyplatené len v rámci produkcie tých komodít, ktoré boli vyprodukované v rámci slovenskej ekonomiky.

Výsledné hodnoty multiplikátorov príjmov pre jednotlivé komodity sa nachádzajú v *prílohe* č. 3. Najvyššie hodnoty multiplikátora príjmov dosahujú komodity: *Sprostredkovanie práce* - 0.83, *Bezpečnostné a pátracie služby* - 0.74 a *Vzdelávacie služby* - 0.71. Znamená to,

že zvýšenie konečnej spotreby týchto komodít má za následok najväčší nárast príjmov. Spomedzi týchto troch komodít majú pre slovenskú ekonomiku najväčší význam *Vzdelávacie služby*, ktoré patria medzi 20 komodít s najvyšším objemom produkcie. Zvyšné dve komodity majú z pohľadu objemov produkcie pre slovenskú ekonomiku relatívne malý význam. Medzi komoditami s veľkými objemami produkcie, mali najvyššie hodnoty multiplikátora príjmov: *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 0.53, *Zdravotníctvo* - 0.52 a *Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov* - 0.37. Na produkcii všetkých týchto komodít, ako aj na produkcii komodít na ktoré sú previazané, sa vo výraznej miere podieľa pracovná sila, čo sa následne odráža vo vysokej hodnote multiplikátora príjmov.

Najnižšie hodnoty multiplikátora príjmov mali komodity: *Koks a rafinérské ropné produkty* - 0.5, *Činnosti herní a stávkových kancelárií* - 0.6 a *Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov* - 0.9. V input-output tabuľke, s ktorou pracujeme, má komodita *Ropa a zemný plyn* v údajoch o príjmoch hodnotu 0. Takáto hodnota zrejme nie je veľmi reálna a zároveň znamená nulovú hodnotu multiplikátora príjmov. Aj pri pohľade na ostatné údaje a hodnoty multiplikátorov pre túto komoditu sa nám javí, že kvalita dát pre túto komoditu je veľmi nízka. Keďže však ide o komoditu s pomerne nízkym objemom domácej produkcie a s nulovými prepojeniami na ostatné komodity, nepredstavuje nekvalita dát pre túto komoditu problém pre ostatné časti našej analýzy. Spomedzi komodít s najnižšími hodnotami multiplikátora príjmov je z hľadiska objemu produkcie najvýznamnejší *Koks a rafinérské ropné produkty*, ktorý patrí medzi 15 komodít s najvyšším objemom produkcie. Komodita s názvom *Činnosti herní a stávkových kancelárií* patrí medzi stredne významné komodity a *Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov* medzi málo významné. Spomedzi komodít s vysokými objemami celkovej produkcie majú veľmi nízke hodnoty multiplikátora produkcie ešte: *Počítače, elektronické a optické zariadenia* - 0.12 a *Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch* - 0.14. V procese produkcie týchto komodít, ako aj ostatných komodít na ktoré je tento proces previazaný je hlavným vstupom kapitál, čo vysvetľuje nižší podiel pracovnej sily a následne aj generovaných príjmov.

Pri pohľade na efekty jednotkovej konečnej spotreby jednotlivých komodít na ostatné komodity si môžeme všimnúť, že u komodity s najväčším objemom produkcie - *Motorové vozidlá, prívesy a návesy*, pripadá viac než polovica efektu multiplikátora produkcie ostatným komoditám. Znamená to, že až 52.3% príjmov generovaných konečnou spotrebou motorových vozidiel je vyplatených mimo samotného procesu výroby tejto komodity. Aj pri pohľade na ostatné komodity môžeme konštatovať, že vysoký podiel efektov na ostatné komodity dosahujú najmä priemyselné komodity, ktorých produkcia ako hlavný vstup

používa kapitál a u ktorých veľká časť generovaných príjmov pripadá na dodávateľov.

Hodnoty multiplikátorov príjmov pre jednotlivé zložky konečnej spotreby sú uvedené v *tabuľke 7*. Spomedzi jednotlivých zložiek dosiahla najvyššiu hodnotu *Konečná spotreba verejnej správy* - 0.55. Pri zachovaní tej istej štruktúry spotreby komodít teda zvýšenie konečnej spotreby verejnej správy o 1€ zvyšuje celkovú hodnotu príjmov v ekonomike o 0.55€. Vysoká hodnota multiplikátora príjmov tejto zložky je daná najmä tým, že spotrebováva najmä komodity v podobe služieb ako sú školstvo, verejná správa a zdravotníctvo, ktoré taktiež dosahujú vysoké hodnoty multiplikátora príjmov.

Tabuľka 7: Multiplikátory príjmov pre zložky konečnej spotreby

Zložka konečnej spotreby	Multiplikátor príjmov
Konečná spotreba domácností	0.27
Konečná spotreba verejnej správy	0.55
Tvorba hrubého fixného kapitálu	0.25
Export	0.19

6.1.3 Multiplikátor pridanej hodnoty

Multiplikátor pridanej hodnoty kvantifikuje pridanú hodnotu, ktorú je v celej ekonomike potrebné vytvoriť na to, aby mohol byť uspokojený konečný dopyt po jednotkovom objeme *j*-tej komodity. Hodnota multiplikátora pridanej hodnoty musí byť pre danú komoditu vždy väčšia (nanajvýš rovná) ako hodnota multiplikátora príjmov, pretože príjmy sú jednou so zložiek pridanej hodnoty. Ich hodnota preto v rámci žiadnej z produkcií komodít nemôže presiahnuť celkovú pridanú hodnotu. Tak ako pri predchádzajúcich typoch multiplikátorov, pracujeme s B verziou multiplikátora pridanej hodnoty, čo znamená, že celá pridaná hodnota započítaná v tomto multiplikátore je vytvorená v rámci slovenského hospodárstva.

Výsledné hodnoty multiplikátorov pridanej hodnoty pre jednotlivé komodity, sú uvedené v *prílohe č. 4*. Komodity s najvyššími hodnotami multiplikátora pridanej hodnoty boli: *Pomocné práce pri ťažbe* - 1, *Ropa a zemný plyn* - 0.99 a *Činnosti herní a stávkových kancelárií* - 0.98. Hodnota multiplikátora pre komoditu *Pomocné práce pri ťažbe* rovná 1 znamená, že podľa použitých dát nedošlo pri produkcii tejto komodity k žiadnej výrobnnej spotrebe a jediným vstupom do jej produkcie bola pridaná hodnota. Podobná je aj interpretácia hodnoty, vypočítanej pre komoditu *Ropa a zemný plyn*. Domáca produkcia oboch týchto komodít je v slovenskej ekonomike veľmi nízka. Ďalej môžeme pozorovať, že

kým v prípade multiplikátora príjmov dosahovala komodita *Činnosti herní a stávkových kancelárií* jednu z najnižších hodnôt, tak v prípade multiplikátora pridanej hodnoty je to presne naopak a dosahuje tretiu najvyššiu hodnotu spomedzi všetkých komodít. Po preskúmaní príslušného stĺpca input-output tabuľky zisťujeme, že v roku 2010 tvorili u tejto komodity väčšinu produkčných vstupov dve zložky pridanej hodnoty - zisk a dane. Ďalšiu časť vstupov tvorila výrobná spotreba komodít, v ktorých produkcii sa tiež ako hlavný vstup používala pridaná hodnota. Spomedzi komodít s významným objemom produkcie mali najvyššie hodnoty multiplikátora pridanej hodnoty: *Finančné služby, okrem poistenia a dôchodkového zabezpečenia* - 0.95 *Vzdelávacie služby* - 0.91 a *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 0.9.

Najnižšie hodnoty multiplikátora pridanej hodnoty mali komodity: *Koks a rafinérské ropné produkty* - 0.15, *Počítače, elektronické a optické zariadenia* - 0.33 a *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* - 0.36. Všetky tri komodity patria v rámci slovenskej ekonomiky medzi najvýznamnejšie. Nízke hodnoty multiplikátora pridanej hodnoty poukazujú na to, že tak v samotnej produkcii týchto komodít ako aj v produkcii ich dodávateľov, je hlavným vstupom do produkcie výrobná spotreba a k tvorbe pridanej hodnoty dochádza v relatívne nízkej miere.

Z pohľadu podielu efektov na ostatné komodity môžeme pri multiplikátoroch pridanej hodnoty pozorovať pomerne vysoký podiel týchto efektov u komodít s nízkou hodnotou multiplikátora. U všetkých troch komodít s najnižšími hodnotami multiplikátora pridanej hodnoty, tvoria efekty na ostatné komodity viac než 50% z celkovej hodnoty multiplikátora. Pomerne vysoký podiel týchto efektov, môžeme pozorovať aj u ostatných komodít s nízkymi hodnotami multiplikátora pridanej hodnoty. Naopak u komodít s vysokými hodnotami multiplikátora môžeme pozorovať oveľa nižší podiel efektov na ostatné komodity. Napríklad u prvých troch komodít s najvyššími hodnotami multiplikátora, tvoria efekty na ostatné komodity vždy menej než 10% z celkovej hodnoty multiplikátora. U komodít s nižšími hodnotami multiplikátora pridanej hodnoty teda zväčša sledujeme väčší podiel efektov na ostatné komodity ako v prípade komodít s vysokou hodnotou multiplikátora. Zaujímavé je, že napríklad pri multiplikátore produkcie pozorujeme skôr opačný jav, teda vysoký podiel efektov na ostatné komodity u komodít s vysokou hodnotou multiplikátora.

Hodnoty multiplikátora pridanej hodnoty pre jednotlivé zložky konečnej spotreby sú uvedené v *tabuľke 8*. Najvyššiu hodnotu tohto multiplikátora dosiahla spomedzi jednotlivých zložiek *Konečná spotreba verejnej správy* - 0.89. Naopak najnižšiu hodnotu dosiahol *Export* - 0.49. Hlavnou príčinou nízkeho multiplikátora pridanej hodnoty pre túto zložku je fakt, že

slovenská ekonomika vyváža najmä produkty priemyselnej výroby s relatívne nízkou pridanou hodnotou.

Tabuľka 8: Multiplikátory pridanej hodnoty pre zložky konečnej spotreby

Zložka konečnej spotreby	Multiplikátor pridanej hodnoty
Konečná spotreba domácností	0.79
Konečná spotreba verejnej správy	0.89
Tvorba hrubého fixného kapitálu	0.81
Export	0.49

6.1.4 Multiplikátor dovozu

Multiplikátor dovozu určuje celkovú hodnotu komodít, ktoré je do ekonomiky potrebné doviesť na to, aby v nej mohol byť uspokojený jednotkový konečný dopyt po j -tej komodite. Opäť pracujeme s B verziou multiplikátora, čo znamená, že všetok dovoz započítaný v jeho celkovej hodnote je spojený s produkciou domácich komodít a teda aj dovezený do slovenskej ekonomiky.

Výsledné hodnoty multiplikátorov dovozu pre jednotlivé komodity sú uvedené v prílohe č. 5. Najvyššie hodnoty dosiahli komodity: *Koks a rafinérské ropné produkty* - 0.85, *Počítače, elektronické a optické zariadenia* - 0.67 a *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* - 0.64. Je zaujímavé sledovať, že ide o tie isté tri komodity, ktoré mali najnižšiu hodnotu multiplikátora produkcie. Zároveň ide o komodity s vysokými objemami produkcie a teda aj veľkým významom pre slovenskú ekonomiku. Procesy produkcie týchto troch komodít, ako aj produkcie ich dodávateľov, podľa uvedených výsledkov vykazujú vysokú mieru dovoznej náročnosti. Znamená to, že v postupnom procese finalizácie týchto komodít je značná časť pridanej hodnoty vytvorená v zahraničí, čo má za následok nižšiu tvorbu pridanej hodnoty v rámci domácej ekonomiky. Pri pohľade na ďalšie komodity s vysokými multiplikátormi dovozu je vidieť, že sú to tiež zväčša produkty priemyslu.

Hodnoty multiplikátora dovozu blízke nule, dosiahli komodity: *Ropa a zemný plyn* a *Pomocné práce pri ťažbe*. Znamená to, že domáca produkcia týchto dvoch komodít nie je takmer vôbec závislá na dovoze. Je dôležité uvedomiť si, že pracujeme B verziou input-output tabuľky, ktorá obsahuje len výrobnú a konečnú spotrebu komodít vyrobených v rámci domácej ekonomiky a s dovozom pracuje samostatne. Ropa a zemný plyn, ktoré sa na Slovensko dovážajú preto nie sú v tejto tabuľke zaznamenané ako komodita, ale ako súčasť

výrobného vstupu (napr. pre komoditu *Koks a rafinérské ropné produkty*) s názvom *Dovoz*, obsahujúceho všetky druhy dovezených komodít. Spomedzi komodít, ktoré sú pre slovenskú ekonomiku významné z hľadiska objemu ich produkcie dosiahli najnižšie hodnoty multiplikátora dovozu: *Finančné služby, okrem poistenia a dôchodkového zabezpečenia* - 0.05, *Vzdelávacie služby* - 0.09 a *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 0.1.

U komodít s vysokým multiplikátorom dovozu môžeme väčšinou sledovať relatívne malé efekty na dovoz v produkcii ostatných komodít. Napríklad v prípade komodity *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* tvoria efekty na dovoz v produkcii ostatných komodít iba 9.4% z celkovej hodnoty multiplikátora. Väčšina dovozu potrebného pre uspokojenie konečného dopytu po automobiloch je teda potrebná priamo v produkcii motorových vozidiel. Pri komoditách s nízkymi hodnotami multiplikátora dovozu zase môžeme zväčša pozorovať vysoký podiel efektov na ostatné komodity, čo znamená, že väčšina dovozu potrebného pre ich výrobu je uskutočňovaná prostredníctvom ich dodávateľov a nie priamo v rámci produkcie týchto komodít.

Hodnoty multiplikátora dovozu pre jednotlivé zložky konečnej spotreby sú uvedené v *tabuľke 9*. Spomedzi zložiek konečnej spotreby dosiahol jednoznačne najvyššiu hodnotu multiplikátora dovozu *Export* - 0.51. Znamená to, že produkcia komodít, ktoré slovenská ekonomika vyváža je zároveň pomerne náročná na dovoz komodít zo zahraničia. To do značnej miery vysvetľuje nízku hodnotu multiplikátorov príjmov, pridanej hodnoty a zamestnanosti pre túto zložku konečnej spotreby, keďže vysoká dovozná náročnosť produkcie exportných komodít znižuje hodnoty pozitívnych efektov na domácu ekonomiku.

Tabuľka 9: Multiplikátory dovozu pre zložky konečnej spotreby

Zložka konečnej spotreby	Multiplikátor dovozu
Konečná spotreba domácností	0.21
Konečná spotreba verejnej správy	0.11
Tvorba hrubého fixného kapitálu	0.19
Export	0.51

6.1.5 Multiplikátor zamestnanosti

Multiplikátor zamestnanosti kvantifikuje vzťah medzi konečnou spotrebou a zamestnanosťou. Určuje počet pracovných miest, ktoré je v ekonomike potrebné vytvoriť na to, aby mohol byť uspokojený jednotkový objem konečného dopytu po *j*-tej komodite. Pri

predchádzajúcich typoch multiplikátorov sme tak konečnú spotrebu, ako aj endogénnu premennú v podobe produkcie, príjmov, pridanej hodnoty a dovozu merali v tých istých jednotkách - v eurách. Hodnota multiplikátora preto predstavovala bezrozmerné číslo určujúce pomer medzi konečnou spotrebou a endogénnou premennou. V prípade multiplikátora zamestnanosti však endogénnu premennú predstavuje počet zamestnancov. Za jednotku konečnej spotreby si preto v tomto prípade zvolíme 1 milión €. To znamená, že nami vypočítaná hodnota multiplikátora zamestnanosti predstavuje počet pracovných miest, potrebných na uspokojenie konečného dopytu po *j*-tej komodite v objeme 1 milión €. Rovnako ako u predchádzajúcich typoch multiplikátorov, aj v prípade multiplikátora zamestnanosti pracujeme s jeho B verziou, čo nám zabezpečí, že jeho hodnota obsahuje iba tie pracovné miesta, ktoré sú vytvorené v rámci slovenskej ekonomiky.

Výsledné hodnoty multiplikátora zamestnanosti pre jednotlivé komodity sú uvedené v prílohe č. 6. Najvyššie hodnoty dosahujú komodity: *Služby sociálnej pomoci bez ubytovania* - 167.34, *Bezpečnostné a pátracie služby* - 85.01 a *Starostlivosť v pobytových zariadeniach* - 80.83. Tieto tri služby majú veľmi vysoké koeficienty zamestnanosti, ktoré u nich tvoria väčšinu z celkovej hodnoty multiplikátora zamestnanosti. Efekty na zamestnanosť v produkcii ostatných komodít majú u nich na celkovej hodnote multiplikátora iba malý podiel. Z hľadiska objemov produkcie nie sú tieto tri komodity pre slovenské hospodárstvo veľmi významné. Spomedzi komodít s veľkým objemom produkcie, majú najvyššie hodnoty multiplikátora zamestnanosti: *Vzdelávacie služby* - 60.37, *Zdravotníctvo* - 38.81 a *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 34.4.

Komoditami s najnižšími hodnotami multiplikátora zamestnanosti boli: *Koks a rafinérské ropné produkty* - 3.48, *Pomocné práce pri ťažbe* - 5.73 a *Činnosti herní a stávkových kancelárií* - 7.68. Spomedzi nich môžeme za významnú z pohľadu objemu produkcie považovať komoditu *Koks a rafinérské ropné produkty*. Táto komodita má spomedzi všetkých najnižšiu hodnotu multiplikátora a navyše až 54.9% z tejto hodnoty tvoria efekty na ostatné komodity. To znamená, že táto komodita má mimoriadne nízky koeficient zamestnanosti. Pracovná sila je teda ako vstup pre jej produkciu využívaná len minimálne. Ďalšími významnými komoditami s nízkymi hodnotami multiplikátora zamestnanosti sú: *Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch* - 8.79 a *Služby v oblasti nehnuteľností* - 9.9. Aj u týchto komodít tvoria veľkú časť celkovej hodnoty multiplikátora efekty na ostatné komodity (50.8% resp. 46.7%).

Pri pohľade na hodnoty efektov na zamestnanosť v produkcii ostatných komodít si môžeme všimnúť, že vyššie podiely týchto efektov je vidieť skôr u komodít s nižšími

celkovými hodnotami multiplikátora zamestnanosti. Napríklad u komodity *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* tvoria efekty na ostatné komodity až 42.1% z celkovej hodnoty multiplikátora, ktorá je 10.64 pracovných miest na 1 milión € konečnej spotreby. To znamená, že takmer polovica pracovných miest, vytvorených konečným dopytom po tejto komodite, je vytvorená mimo samotného procesu produkcie tejto komodity. Navyše platí, že v dátach s ktorými pracujeme, sú v rámci tejto komodity zahrnuté aj karosérie a súčiastky pre motorové vozidlá, predstavujúce jeden z hlavných výrobných vstupov procesu produkcie automobilov. Môžeme teda usúdiť, že veľká časť pracovných miest generovaných konečnou spotrebou automobilov (na Slovensku ju tvorí najmä export) je vytváraná mimo samotných závodov zameraných na finálnu produkciu motorových vozidiel. Mimoriadne vysoké efekty na zamestnanosť v produkcii ostatných komodít môžeme sledovať u komodít: Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby - 16.35 a Služby členských organizácií - 15.70. Viac než 60% pracovných miest vytvorených konečnou spotrebou je u oboch týchto komodít spojených s efektmi na ostatné komodity.

Hodnoty multiplikátora zamestnanosti pre jednotlivé zložky konečnej spotreby sú uvedené v *tabuľke 10*. Jednoznačne najvyššiu hodnotu tohto multiplikátora dosahuje *Konečná spotreba verejnej správy*. Zvýšenie tejto zložky konečnej spotreby o 1 milión € vytvára v slovenskej ekonomike až 40 nových pracovných miest.

Tabuľka 10: Multiplikátory zamestnanosti pre zložky konečnej spotreby - počet prac. miest na 1 mil. €

Zložka konečnej spotreby	Multiplikátor zamestnanosti
Konečná spotreba domácností	21.64
Konečná spotreba verejnej správy	40.09
Tvorba hrubého fixného kapitálu	21.24
Export	15.17

6.2 Efekty generované konečnou spotrebou

V predchádzajúcej časti sme sa zamerali na analýzu multiplikátorov, popisujúcich vzťahy medzi konečnou spotrebou a jednotlivými endogénnymi premennými nášho modelu - produkciou, príjmami, pridanou hodnotou, dovozom a zamestnanosťou. V tejto časti sa pozrieme na hodnoty endogénnych premenných, generované konečnou spotrebou jednotlivých komodít a jednotlivými zložkami konečnej spotreby. Zameriame sa tiež na porovnanie vplyvov týchto zložiek na slovenskú ekonomiku, ako aj na analýzu ich

komoditného zloženia.

Vplyvy jednotlivých zložiek konečnej spotreby na slovenskú ekonomiku nie sú dané len celkovou finančnou hodnotou komodít, ktoré sú v rámci danej zložky spotrebované. Dôležitá je aj štruktúra komodít, spotrebovávaných v jednotlivými zložkami konečnej spotreby. Pri pohľade na hodnoty multiplikátorov pre jednotlivé komodity v predchádzajúcej podkapitole si môžeme všimnúť, že jednotkový objem konečnej spotreby môže mať u dvoch rôznych komodít diametrálne odlišný dopad na ekonomiku. Efekty jednotlivých zložiek konečnej spotreby sú teda do značnej miery dané tým, aké komodity daná zložka spotrebováva.

Konečnú spotrebu budeme v tejto kapitole, tak ako aj v ostatných častiach tejto práce, deliť na štyri základné zložky: *Konečnú spotrebu domácností*, *Konečnú spotrebu verejnej správy*, *Tvorbu hrubého fixného kapitálu* a *Export*. V rámci dát s ktorými pracujeme, obsahuje konečná spotreba ešte ďalšie dve zložky, ktoré nezapočítame pod tieto štyri základné: *Tvorba zásob* a *Tvorba cenností*. Celkový objem oboch týchto zložiek je v porovnaní s ostatnými veľmi malý a *Tvorba zásob* navyše pre niektoré komodity vykazuje záporné hodnoty, čo komplikuje interpretáciu niektorých výpočtov. Tieto dve zložky označíme názvom *Iné* a vzhľadom na ich zanedbateľný objem sa ich hlbšej analýze venovať nebudeme. Objemy jednotlivých zložiek konečnej spotreby a ich podiely na celkovej konečnej spotrebe sú uvedené v *tabuľke 11*.

Celkový objem *Konečnej spotreby domácností* bol 26 041.74 mil. €, čo predstavuje 27.8% celkovej konečnej spotreby v slovenskej ekonomike za rok 2010. Na spotrebe domácností sa podieľali hlavne: *Služby v oblasti nehnuteľností* - 14.37%, *Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov* - 12.21%, *Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch* - 11.51% a *Potravinárske výrobky* - 6.42%. Ďalšie významnejšie zastúpené komodity tvoria prevažne rôzne druhy služieb. Konečná spotreba domácností má spomedzi všetkých zložiek konečnej spotreby najpestrejšie zloženie. Až 21 komodít dosahuje viac než 1% podiel na celkovej hodnote tejto zložky.

Celková hodnota *Konečnej spotreby verejnej správy* bola 11 597.20 mil. €, čo predstavuje 12.4% podiel na celkovej konečnej spotrebe. Tvoria ju najmä: *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 53.36% , *Vzdelávacie služby* - 17.73% a *Zdravotníctvo* - 16.97%. Spotreba verejnej správy má oproti spotrebe domácností oveľa jednoduchšie zloženie. Tvoria ju hlavne tieto tri služby. Žiadna ďalšia komodita nepresahuje 2% z celkovej hodnoty a 1% presahujú len tri ďalšie.

Tvorba hrubého fixného kapitálu dosiahla hodnotu 9 178.2 mil. €, čo predstavuje

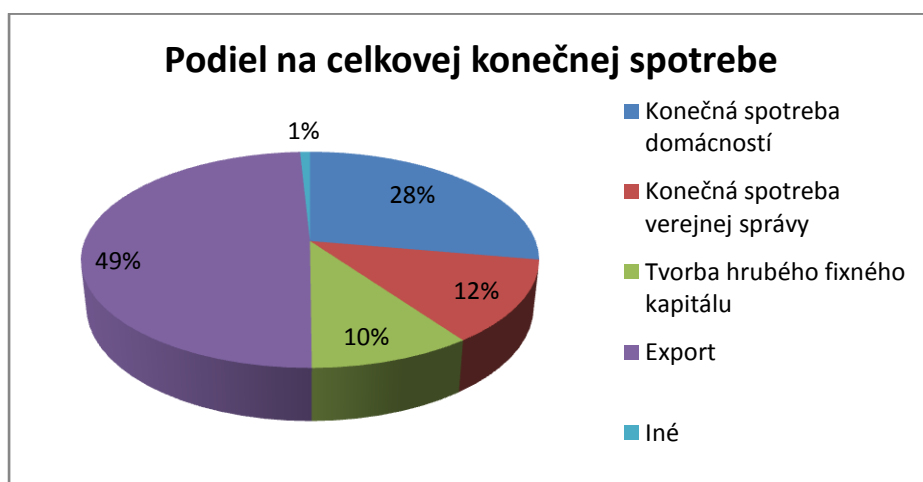
9.8% z celkovej hodnoty konečnej spotreby. Komodity s najväčšími podielmi na tejto zložke konečnej spotreby sú: *Budovy a výstavba budov* - 53.56%, *Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb* - 18.32%, *Služby v oblasti počítačového programovania* - 10.74% a *Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyklov* - 6.11%. Podiel 1% z celkovej hodnoty tejto zložky presahujú ešte štyri ďalšie komodity.

Export slovenskej ekonomiky dosiahol v roku 2010 hodnotu 46 242.3 mil. €, čo predstavuje až 49.3% z celkovej hodnoty konečnej spotreby za tento rok. Komoditami, ktoré sa na vývoze podieľali v najväčšom množstve sú: *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* - 23.1%, *Počítače, elektronické a optické zariadenia* - 13.51%, *Základné kovy* - 9.35% a *Elektrické stroje a prístroje* - 5.66%. Zloženie exportu je z hľadiska počtu komodít pomerne rozmanité, keďže až 20 rôznych komodít dosahuje podiel na celkovej hodnote exportu, ktorý je vyšší než 1%. Z hľadiska typov komodít však už export príliš rozmanitý nie je, keďže ho tvoria takmer výhradne produkty priemyselnej výroby. Služby sú v ňom, z pohľadu podielu na celkovom objeme, zastúpené len minimálne.

Tabuľka 11: Konečná spotreba

Zložka konečnej spotreby	Konečná spotreba (v mil. €)	Podiel
Konečná spotreba domácností	26 041.74	27.8%
Konečná spotreba verejnej správy	11 597.20	12.4%
Tvorba hrubého fixného kapitálu	9 178.20	9.8%
Export	46 242.30	49.3%
Iné	772.02	0.8%

Graf 1: Podiely jednotlivých zložiek na celkovej konečnej spotrebe



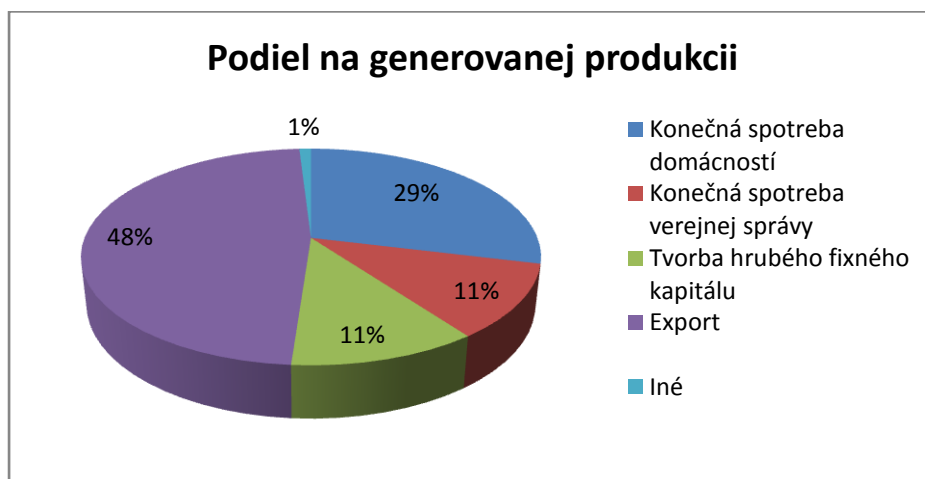
6.2.1 Generovaná produkcia

Hodnoty produkcie, generovanej jednotlivými zložkami konečnej spotreby, ako aj ich podiel na celkovej produkcii sa nachádzajú v *tabuľke 12*. Pri pohľade na tieto hodnoty vidíme, že takmer polovicu slovenskej produkcie (48%) generoval v roku 2010 *Export*. Táto hodnota približne korešponduje s jeho podielom na konečnej spotrebe. *Konečná spotreba domácností* generovala produkciu v hodnote 43 491.82 mil. €, čo predstavovalo zhruba 29% z celkovej hodnoty produkcie. *Tvorba hrubého fixného kapitálu* a *Konečná spotreba verejnej správy* generovali zhruba rovnaký objem produkcie - po 11% z celkovej hodnoty. Podiely jednotlivých zložiek konečnej spotreby na celkovom objeme generovanej produkcie sú veľmi podobné ich podielom na celkovej konečnej spotrebe. Je to dané tým, že multiplikátory produkcie dosahovali u všetkých týchto zložiek podobné hodnoty.

Tabuľka 12: Generovaná produkcia

Zložka konečnej spotreby	Generovaná produkcia (v mil. €)	Podiel
Konečná spotreba domácností	43 491.82	28.8%
Konečná spotreba verejnej správy	16 703.33	11.1%
Tvorba hrubého fixného kapitálu	17 055.27	11.3%
Export	72 301.54	47.9%
Iné	1 463.58	1.0%

Graf 2: Podiely zložiek konečnej spotreby na generovanej produkcii



Ďalej si konečnú spotrebu rozdelíme podľa jednotlivých komodít - bez ohľadu na to, ktorou zložkou boli tieto komodity spotrebované, a pozrieme sa na produkciu, generovanú ich konečnou spotrebou. Objemy produkcie generované konečnou spotrebou jednotlivých komodít sú uvedené v *prílohe č. 7*. Najviac produkcie vygenerovala v slovenskej ekonomike

konečná spotreba komodity *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* - 17 372 mil. €, čo predstavovalo až 11.5% z celkovej produkcie. Ďalšími komoditami, ktorých konečná spotreba vygenerovala vysoké hodnoty produkcie sú: *Budovy a výstavba budov* - 9 522 mil. € a *Počítače, elektronické a optické zariadenia* - 9 301 mil. €. Produkcia každej z týchto komodít vygenerovala vyše 6% z celkovej produkcie.

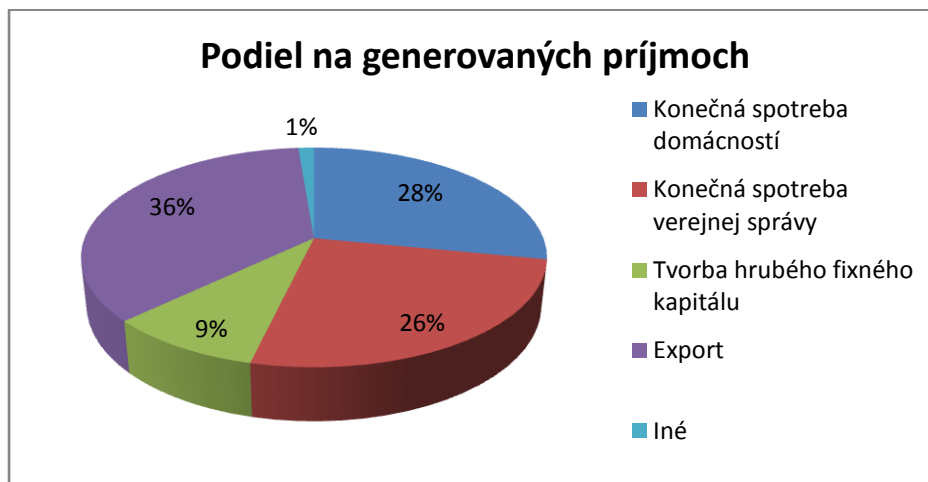
6.2.2 Generované príjmy

V tabuľke 13 sú uvedené hodnoty príjmov, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, ako aj ich podiely na celkovej hodnote vygenerovaných príjmov. Export generoval v slovenskej ekonomike v roku 2010 príjmy v hodnote 8 901 mil. €, čo predstavovalo 36% všetkých príjmov v ekonomike. Aj z hľadiska tejto hodnoty bol teda export najvýznamnejšou zložkou konečnej spotreby. Jeho podiel na generovaných príjmoch je však nižší než jeho podiel na celkovej konečnej spotrebe. Dôvodom tohto rozdielu je, že export dosahuje relatívne nízku hodnotu multiplikátora príjmov. Väčšinu exportu totiž tvoria produkty priemyselnej výroby, ktoré majú najnižšie hodnoty tohto multiplikátora.

Konečná spotreba domácností generovala 28% príjmov. Tento podiel sa zhoduje s jej podielom na konečnej spotrebe. Konečná spotreba domácností sa skladá z pomerne veľkého množstva rôznorodých komodít s rôznymi hodnotami multiplikátora príjmov. Zmes týchto komodít spolu tvorí spotrebu s priemernou hodnotou multiplikátora príjmov. *Konečná spotreba verejnej správy generovala príjmy v hodnote 6 383 mil. €, čo tvorí až takmer 26% všetkých príjmov.* Podiel tejto zložky na celkovom objeme konečnej spotreby bol len 12%. U tejto zložky teda môžeme pozorovať najväčší nepomer medzi podielom na konečnej spotrebe a generovaných príjmoch. Dôvod je ten, že konečná spotreba verejnej správy spotrebovávala najmä komodity: *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie, Vzdelávacie služby a Zdravotníctvo*, ktoré majú všetky mimoriadne vysoké hodnoty multiplikátora príjmov. *Tvorba hrubého fixného kapitálu generovala 9% príjmov*, čo sa zhruba zhoduje s jej podielom na celkovej konečnej spotrebe.

Tabuľka 13: Generované príjmy

Zložka konečnej spotreby	Generované príjmy (v mil. €)	Podiel
Konečná spotreba domácností	6 988.28	28.1%
Konečná spotreba verejnej správy	6 382.86	25.6%
Tvorba hrubého fixného kapitálu	2 305.06	9.3%
Export	8 900.74	35.8%
Iné	319.81	1.3%

Graf 3: Podiely zložiek konečnej spotreby na generovaných príjmoch

Hodnoty príjmov, generovaných konečnou spotrebou jednotlivých komodít, sú uvedené v *prílohe č. 7*. Spomedzi všetkých komodít bolo najviac príjmov generovaných komoditou *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 3 294 mil. €, čo tvorilo vyše 13% všetkých príjmov. Ďalšími v poradí komodít s najvyššími hodnotami generovaných príjmov sú: *Vzdelávacie služby* a *Motorové vozidlá, prívesy a návesy*, ktoré generovali zhruba 8% a 6% príjmov v ekonomike. *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* a *Vzdelávacie služby* síce nepatria ku komoditám s najvyššími objemami konečnej spotreby, avšak vysoká hodnota multiplikátorov príjmov z nich robí komodity s najvyššími hodnotami generovaných príjmov.

6.2.3 Generovaná pridaná hodnota

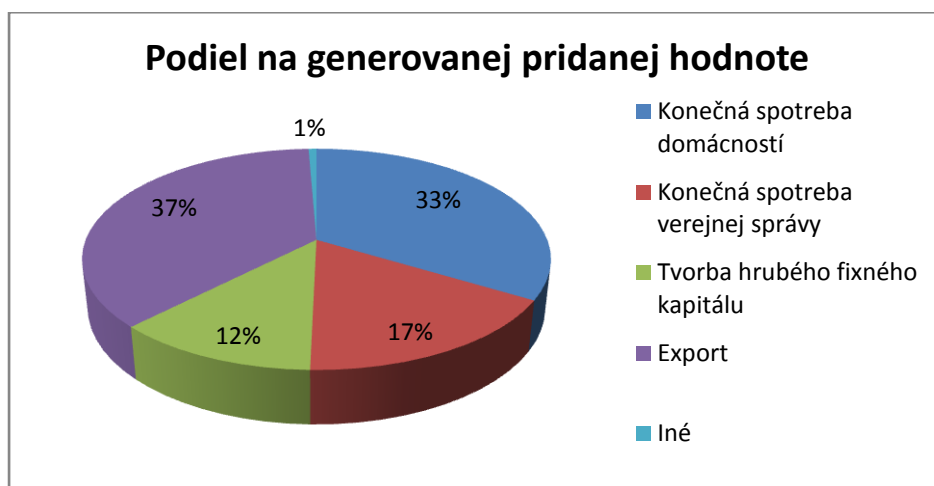
Objemy pridanej hodnoty, generovanej jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sú uvedené v *tabuľke 14*. Na celkovej pridanej hodnote má najväčší podiel *Export*, ktorý z nej generoval takmer 37%. Tento podiel je však výrazne nižší, než podiel exportu na celkovej konečnej spotrebe. Komodity, ktoré slovenská ekonomika vyváža totiž zároveň dosahujú vysokú dovoznú náročnosť, ktorá oslabuje efekty produkcie týchto komodít na domácu ekonomiku. To má za následok nízke hodnoty multiplikátorov pridanej hodnoty a teda aj znížený objem generovanej pridanej hodnoty. *Konečná spotreba domácností* generovala takmer 34% pridanej hodnoty v slovenskej ekonomike v roku 2010. Pri porovnaní tohto podielu s podielom na konečnej spotrebe vidíme, že táto zložka konečnej spotreby dosahuje nadpriemerne vysokú hodnotu multiplikátora pridanej hodnoty. *Konečná spotreba verejnej správy* generovala takmer 17% a *Tvorba hrubého fixného kapitálu* 12% pridanej hodnoty v

ekonomike. Podiel na generovanej pridanej hodnote je teda u týchto zložiek vyšší, než ich podiel na celkovej konečnej spotrebe.

Tabuľka 14: Generovaná pridaná hodnota

Zložka konečnej spotreby	Generovaná pridaná hodnota (v mil. €)	Podiel
Konečná spotreba domácností	20 654.47	33.6%
Konečná spotreba verejnej správy	10 303.05	16.8%
Tvorba hrubého fixného kapitálu	7 402.26	12.0%
Export	22 710.79	36.9%
Iné	397.78	0.6%

Graf 4: Podiely zložiek konečnej spotreby na generovanej pridanej hodnote



Objemy pridanej hodnoty, generované konečnou spotrebou jednotlivých komodít sú uvedené v *prílohe č. 7*. Najväčší podiel na pridanej hodnote, generovanej v slovenskej ekonomike v roku 2010, mala konečná spotreba komodít: *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 9%, *Budovy a výstavba budov* - 7% a *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* - 6%. Komodita *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* nepatrí medzi tie s najvyšším objemom konečnej spotreby. Podobne ako v prípade príjmov, z nej však vysoká hodnota multiplikátora pridanej hodnoty robí komoditu, ktorej konečná spotreba generuje najviac pridanej hodnoty.

6.2.4 Generovaný dovoz

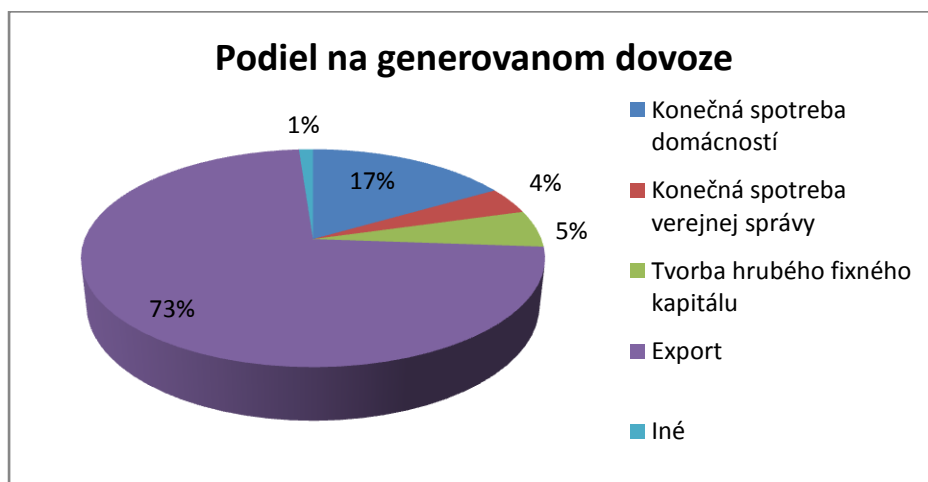
Celkové hodnoty komodít, dovezených do slovenskej ekonomiky za účelom uspokojenia jednotlivých zložiek konečného dopytu sú uvedené v *tabuľke 15*. Väčšina dovozu - až takmer 73%, bola generovaná *Exportom*. Pre uspokojenie tejto zložky konečnej

spotreby boli dovezené komodity v celkovej hodnote 23 532 mil. €. Podiel exportu na generovanom dovoze vysoko prevyšuje jeho podiel na konečnej spotrebe. Dôvodom tohto rozdielu je, že komodity, ktoré slovenská ekonomika vyváža zväčša vykazujú vysokú dovoznú náročnosť vstupov do ich produkcie. Hlavnými vývoznými komoditami v slovenskom hospodárstve sú: *Motorové vozidlá, prívesy a návesy, Počítače, elektronické a optické zariadenia, Základné kovy a Elektrické stroje a prístroje*. Tieto štyri komodity spolu tvoria viac než polovicu slovenského exportu. Zároveň predstavujú štyri z piatich komodít s najvyššími hodnotami multiplikátora dovozu. To má za následok, že export má oproti zvyšku konečnej spotreby mimoriadne vysoký podiel na celkovom dovoze. U ostatných zložiek konečnej spotreby, sú podiely na generovanom dovoze oveľa nižšie než ich podiely na celkovej hodnote konečnej spotreby.

Tabuľka 15: Generovaný dovoz

Zložka konečnej spotreby	Generovaný dovoz (v mil. €)	Podiel
Konečná spotreba domácností	5 387.27	16.6%
Konečná spotreba verejnej správy	1 294.15	4.0%
Tvorba hrubého fixného kapitálu	1 775.94	5.5%
Export	23 531.51	72.7%
Iné	374.25	1.2%

Graf 5: Podiely zložiek konečnej spotreby na generovanom dovoze



Hodnoty dovozu, generovaného konečnou spotrebou jednotlivých komodít sú uvedené v prílohe č. 7. Najviac sa na ňom podieľa konečná spotreba komodity *Motorové vozidlá, prívesy a návesy*, ktorá generuje až 21% z celkového dovozu. Ide o komoditu, ktorá dosahuje najväčší objem konečnej spotreby a zároveň jednu z najvyšších hodnôt multiplikátora dovozu. Rovnako ako táto, tak aj ďalšie dve v poradí komodít generujúcich

najviac dovozu predstavujú produkty priemyselnej výroby, spotrebovávané najmä exportom a dosahujúce mimoriadne vysoké hodnoty multiplikátora dovozu. Ide o *Počítače, elektronické a optické zariadenia* a *Základné kovy*, ktorých konečná spotreba generuje 13% a 9% z celkového dovozu.

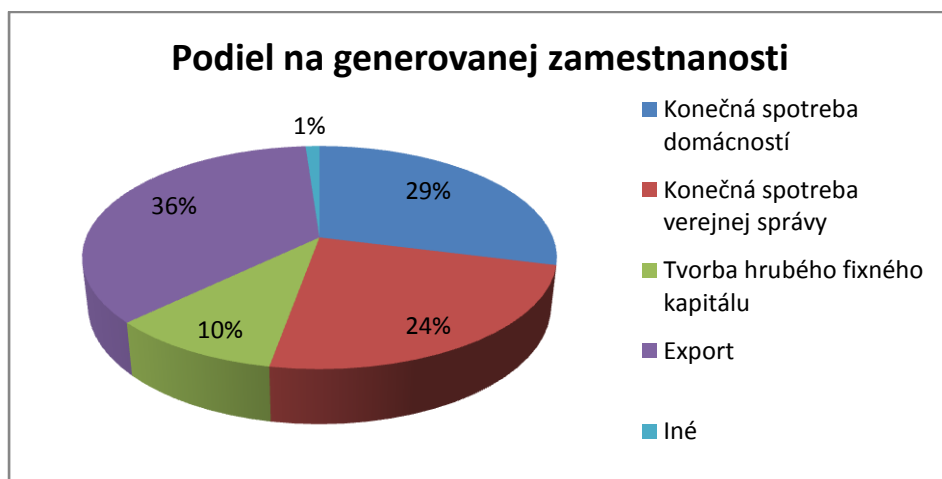
6.2.5 Generovaná zamestnanosť

Počty pracovných miest, generovaných jednotlivými zložkami konečnej spotreby, sú uvedené v *tabuľke 16*. Export generuje v slovenskej ekonomike vyše 700 tisíc pracovných miest. Znamená to, že až 36% zamestnancov pracovalo v roku 2010 priamo alebo nepriamo pre export. Oproti podielu exportu na celkovej konečnej spotrebe je však toto číslo relatívne nízke. Ako už bolo spomenuté v predchádzajúcej časti, hlavným dôvodom nižších efektov tejto zložky konečnej spotreby na domácu ekonomiku je jej vysoká dovozná náročnosť. Naopak *Konečná spotreba verejnej správy*, ktorá spotrebováva najmä komodity s vysokým multiplikátorom zamestnanosti, generovala zhruba 24% pracovných miest, čo je oveľa viac, než jej podiel na celkovej konečnej spotrebe. Zvyšné dve zložky konečnej spotreby generovali zhruba rovnakú časť pracovných miest, ako je ich podiel na konečnej spotrebe.

Tabuľka 16: *Generovaná zamestnanosť*

Zložka konečnej spotreby	Generovaná zamestnanosť (v tisícoch)	Podiel
Konečná spotreba domácností	563.52	28.9%
Konečná spotreba verejnej správy	464.93	23.9%
Tvorba hrubého fixného kapitálu	194.92	10.0%
Export	701.55	36.0%
Iné	21.89	1.1%

Graf 6: *Podiely zložiek konečnej spotreby na generovanej zamestnanosti*



Počty pracovných miest, generovaných konečnou spotrebou jednotlivých komodít, sú uvedené v *prílohe č. 7*. Najviac pracovných miest generovali komodity: *Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie* - 214 242, *Vzdelávacie služby* - 162 423 a *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* - 114 949. Viac než štvrtina zamestnancov v slovenskej ekonomike, pracovala priamo alebo nepriamo pre konečnú spotrebu týchto troch komodít. V prípade prvých dvoch ide o komodity s mimoriadne vysokými hodnotami multiplikátora zamestnanosti. *Motorové vozidlá, prívesy a návesy* majú multiplikátor zamestnanosti nízky, čo je však kompenzované mimoriadne vysokou hodnotou konečnej spotreby tejto komodity v slovenskej ekonomike.

Záver

Analýza vlastností jednotlivých verzií input-output modelov, použitých v rámci tejto práce nás vedie k záveru, že rozšírený input-output model, zahŕňajúci tak hospodárske odvetvia ako aj jednotlivé komodity, ktoré tieto odvetvia produkujú, má oproti modelu založenému na symetrickej input-output tabuľke viaceré nesporné výhody. Tento model vychádza priamo z tabuliek dodávok a použitia a nie je preto odkázaný na zostavovanie symetrickej input-output tabuľky a ani na transformáciu dát o odvetviach na jednotlivé komodity. Vďaka tomu, že sú v ňom zachytené informácie o produkcii komodít v rámci jednotlivých odvetví, nám navyše umožňuje analýzu takých vzťahov, ktoré model pracujúci so symetrickou input-output tabuľkou, kvôli agregácii všetkých dát na komodity, vôbec neobsahuje.

Spomedzi modelov, vychádzajúcich z tabuliek dodávok a použitia sa pri našej aplikácii ako vhodnejší ukázal ten, ktorý je založený na predpoklade odvetvovej technológie. Pri práci s modelom založeným na predpoklade komoditnej technológie sme narazili na problém so zápornými prvkami v matici totálnych požiadaviek, ktorý však bol vzhľadom na teoretickú formuláciu tohto modelu očakávaný. Ako problém, sa pri práci s rozšíreným input-output modelom vychádzajúcim z tabuliek dodávok a použitia ukázala tiež dostupnosť tabuľky použitia v základných cenách. Táto tabuľka totiž býva štandardne publikovaná iba v kúpnych cenách.

V rámci analýzy multiplikátorov slovenskej ekonomiky sa nám po použití najnovšie zverejnených dát za rok 2010 potvrdili závery predošlých štúdií, vychádzajúcich zo starších dát. Najvýznamnejšou zložkou konečnej spotreby v slovenskej ekonomike, tvoriacou zhruba polovicu jej celkového objemu je export. Analýza generovaných efektov ukázala, že priamo alebo nepriamo je exportom vytvorených až 36% pracovných miest v slovenskej ekonomike. Export je teda pre slovenskú ekonomiku mimoriadne dôležitý, keďže generuje veľkú časť pozitívnych efektov, analyzovaných v tejto práci. Hodnoty týchto efektov sú však limitované tým, že slovenský export vykazuje mimoriadne vysokú dovoznú náročnosť. Hodnota multiplikátora dovozu je totiž uňho omnoho vyššia, než u všetkých ostatných zložiek konečnej spotreby. V budúcnosti bude preto pre slovenskú ekonomiku dôležité, aby mala výrobná spotreba exportných odvetví čo najsilnejšie väzby na domácich dodávateľov. To zníži dovoznú náročnosť ich produkcie a povedie k zvýšeniu objemov pridanej hodnoty, príjmov a zamestnanosti, ktoré bude export v rámci domácej ekonomiky vytvárať.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Hančár, J. (2004): Analýza štruktúry slovenskej ekonomiky na základe input-output modelu, Diplomová práca, FMFI UK.
- [2] Kop Jansen, P., Raa, T. (1990): The Choice of Model in the Construction of Input-Output Coefficients Matrices, *International Economic Review*, č. 1, 213-227.
- [3] Lábaj, M., Luptáčík M., Rumpelová, D. (2008): Štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky na báze input-output analýzy, *Ekonomický časopis*, č. 5, s. 477 - 494.
- [4] Leontief, W. (1951): *The Structure of American Economy, 1919 - 1939: An Empirical Application of Equilibrium Analysis*, Oxford University Press, New York.
- [5] Luptáčík, M. (2012): Structures and Interdependencies of the Austrian Economy: Input-Output Analysis, Seminár v zimnom semestri na FMFI UK, Nepublikované.
- [6] Luptáčík, M. a kol. (2013): Národohospodársky význam automobilového priemyslu na Slovensku, Záverečná správa k projektu, Ekonomická univerzita v Bratislave.
- [7] Miller, R. E., Blair, P. D. (2009): *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*, Cambridge University Press, New York.
- [8] Šuhajová, D. (2010): Štrukturálne súvislosti slovenskej ekonomiky, Diplomová práca, FMFI UK.
- [9] Takayama, A. (1985): *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, Cambridge
- [10] Eurostat (2008): Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables, Dostupné na internete: http://www.epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-RA-07-013/EN/KS-RA-07-013-EN.PDF

Prílohy

Príloha č. 1: Domáca produkcia jednotlivých komodít - zoradených podľa objemu produkcie

CPA	Komodita	Objem domácej produkcie v tis. €
29	Motorové vozidlá, prívesy a návesy	13,148,949.0
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	10,455,568.9
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	7,573,016.5
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	6,906,990.4
43	Špecializované stavebné práce	6,429,618.7
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	6,404,487.0
68	Služby v oblasti nehnuteľností	6,320,920.7
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	5,822,708.1
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	5,719,545.0
24	Základné kovy	4,933,242.6
41	Budovy a výstavba budov	4,915,755.0
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	4,249,609.1
19	Koks a rafinérské ropné produkty	3,411,244.4
10	Potravinárske výrobky	3,150,775.2
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	3,104,978.4
28	Stroje a zariadenia i. n.	2,891,277.3
85	Vzdelávacie služby	2,821,307.0
22	Výrobky z gumy a plastov	2,690,493.4
86	Zdravotníctvo	2,669,101.0
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	2,579,561.6
27	Elektrické stroje a prístroje	2,578,540.3
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	2,506,920.2
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	2,274,845.3
61	Telekomunikácie	2,239,573.6
20	Chemikálie a chemické produkty	2,134,986.1
62	Služby v oblasti počítačového programovania	1,696,420.9
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	1,579,745.2
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	1,579,397.7
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	1,488,505.6
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	1,413,956.4
69	Právne a účtovnícke služby	1,408,289.4
73	Reklama a prieskum trhu	1,396,461.7
71	Architektonické a inžinierske služby	1,225,398.3
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	1,167,854.7
17	Papier a výrobky z papiera	1,155,898.0
70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	1,126,765.1
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	1,018,554.0
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	971,524.7
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	900,961.0
31	Nábytok	760,748.1
77	Prenájom a lízing	728,129.1
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	694,049.0
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	672,815.0
11	Nápoje	671,975.0
30	Ostatné dopravné zariadenia	572,927.6
58	Nakladateľské služby	570,215.1
15	Usne a výrobky z usní	555,095.3
32	Ostatné výrobky	547,046.1
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	544,761.1
96	Ostatné osobné služby	510,468.2
14	Odevy	502,007.7
53	Poštové a kuriérske služby	494,373.5
38	Zber, sprac. a líkv. odpadov; recykl. Materiálov	476,188.0
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	472,394.5
63	Informačné služby	433,513.4
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	396,418.0
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinskej výstavby	364,666.0

55	Ubytovacie služby	363,970.2
13	Textílie	336,696.2
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	320,254.4
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	310,638.6
60	Výroba a vysielanie programov	306,454.6
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	280,821.3
78	Sprostredkovanie práce	279,500.8
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	275,847.5
80	Bezpečnostné a pátracie služby	273,196.3
94	Služby členských organizácií	270,759.0
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	260,249.7
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	212,730.9
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	198,312.8
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	179,963.6
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	179,380.7
09	Pomocné práce pri ťažbe	176,883.8
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	128,697.0
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	118,895.1
05	Uhlie a lignit	116,265.3
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	97,431.0
51	Letecká doprava	68,996.6
75	Veterinárne služby	65,640.6
50	Vodná doprava	53,634.0
07	Kovové rudy	44,629.5
06	Ropa a zemný plyn	33,214.8
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	17,788.0
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	12,969.7
12	Tabakové výrobky	177.7

Príloha č. 2: Multiplikátor produkcie pre jednotlivé komodity

CPA	Komodita	Multiplikátor produkcie	Efekty na ostatné komodity	Podiel efektov na ostatné komodity
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	1.69	0.48	28.6%
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	1.91	0.26	13.5%
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	1.68	0.68	40.5%
05	Uhlie a lignit	1.53	0.53	34.7%
06	Ropa a zemný plyn	1.00	0.00	0.0%
07	Kovové rudy	1.13	0.13	11.7%
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	1.79	0.78	43.2%
09	Pomocné práce pri ťažbe	1.31	0.00	0.0%
10	Potravinárske výrobky	1.86	0.81	43.6%
11	Nápoje	1.76	0.71	40.3%
12	Tabakové výrobky	2.36	1.36	57.7%
13	Textílie	1.40	0.39	27.8%
14	Odevy	1.35	0.35	25.7%
15	Usne a výrobky z usní	1.36	0.36	26.6%
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	1.82	0.62	34.0%
17	Papier a výrobky z papiera	1.80	0.77	43.0%
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	1.50	0.43	28.5%
19	Koks a rafinérské ropné produkty	1.27	0.18	14.1%
20	Chemikálie a chemické produkty	1.68	0.65	38.8%
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	1.50	0.50	33.4%
22	Výrobky z gumy a plastov	1.55	0.48	31.0%
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	1.70	0.64	37.8%
24	Základné kovy	1.48	0.45	30.1%
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	1.54	0.36	23.7%
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	1.46	0.39	26.7%
27	Elektrické stroje a prístroje	1.45	0.45	31.1%
28	Stroje a zariadenia i. n.	1.54	0.53	34.7%
29	Motorové vozidlá, prívesy a návesy	1.61	0.40	25.1%
30	Ostatné dopravné zariadenia	1.52	0.43	28.2%
31	Nábytok	1.59	0.59	37.0%
32	Ostatné výrobky	1.53	0.53	34.6%
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	1.66	0.53	31.7%
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	2.02	0.35	17.5%
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	1.65	0.64	38.7%
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	1.65	0.65	39.0%
38	Zber, sprac. a likv. odpadov; recykl. Materiálov	1.41	0.40	28.5%
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	1.47	0.45	30.7%
41	Budovy a výstavba budov	1.94	0.94	48.4%
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	2.06	0.90	43.6%
43	Špecializované stavebné práce	1.63	0.39	23.9%
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	1.52	0.45	29.7%
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	1.56	0.49	31.3%
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	1.58	0.57	36.0%
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	1.93	0.80	41.6%
50	Vodná doprava	2.07	1.05	51.0%
51	Letecká doprava	1.51	0.50	32.9%
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	2.75	1.01	36.7%
53	Poštové a kuriérske služby	1.75	0.43	24.4%
55	Ubytovacie služby	1.64	0.64	39.0%
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	1.54	0.54	35.2%
58	Nakladateľské služby	1.54	0.54	34.7%
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	1.55	0.49	31.8%
60	Výroba a vysielanie programov	1.84	0.81	44.3%
61	Telekomunikácie	1.65	0.38	23.1%
62	Služby v oblasti počítačového programovania	1.58	0.45	28.5%
63	Informačné služby	1.50	0.36	24.1%
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	1.51	0.20	13.2%
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	2.11	0.98	46.6%
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	1.73	0.50	29.1%
68	Služby v oblasti nehnuteľností	1.54	0.52	34.0%

69	Právne a účtovnícke služby	1.41	0.26	18.7%
70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	1.65	0.60	36.1%
71	Architektonické a inžinierske služby	1.68	0.53	31.6%
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	1.30	0.27	21.0%
73	Reklama a prieskum trhu	2.09	0.58	27.8%
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	1.66	0.66	39.4%
75	Veterinárne služby	1.58	0.57	36.2%
77	Prenájom a lízing	1.56	0.53	34.0%
78	Sprostredkovanie práce	1.22	0.18	14.8%
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	2.27	1.08	47.4%
80	Bezpečnostné a pátracie služby	1.30	0.27	20.5%
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinnej výstavby	1.52	0.40	26.6%
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	1.80	0.79	43.9%
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	1.42	0.40	28.2%
85	Vzdelávacie služby	1.32	0.31	23.2%
86	Zdravotníctvo	1.49	0.48	32.1%
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	1.40	0.38	27.0%
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	1.98	0.94	47.4%
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	1.67	0.50	30.1%
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	1.44	0.38	26.7%
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	1.24	0.16	12.9%
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	1.89	0.81	42.8%
94	Služby členských organizácií	2.05	1.04	50.8%
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	1.17	0.17	14.8%
96	Ostatné osobné služby	1.39	0.36	25.8%

Príloha č. 3: Multiplikátor príjmov pre jednotlivé komodity

CPA	Komodita	Multiplikátor príjmov	Efekty na ostatné komodity	Podiel efektov na ostatné komodity
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	0.24	0.07	30.0%
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	0.26	0.04	14.1%
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	0.50	0.10	20.3%
05	Uhlie a lignit	0.55	0.08	14.8%
06	Ropa a zemný plyn	0.00	0.00	-
07	Kovové rudy	0.13	0.02	15.0%
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	0.35	0.12	34.1%
09	Pomocné práce pri ťažbe	0.16	0.00	0.0%
10	Potravinárske výrobky	0.28	0.13	46.6%
11	Nápoje	0.25	0.12	48.0%
12	Tabakové výrobky	0.33	0.17	51.1%
13	Textílie	0.27	0.06	23.3%
14	Odevy	0.36	0.06	15.8%
15	Usne a výrobky z usní	0.25	0.06	25.7%
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	0.24	0.10	39.1%
17	Papier a výrobky z papiera	0.23	0.13	54.6%
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	0.32	0.08	24.1%
19	Koks a rafinérské ropné produkty	0.05	0.03	59.4%
20	Chemikálie a chemické produkty	0.16	0.09	59.2%
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	0.22	0.10	43.9%
22	Výrobky z gumy a plastov	0.23	0.08	36.7%
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	0.28	0.11	38.5%
24	Základné kovy	0.16	0.07	44.6%
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	0.20	0.06	30.3%
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	0.12	0.08	64.8%
27	Elektrické stroje a prístroje	0.23	0.08	36.1%
28	Stroje a zariadenia i. n.	0.27	0.09	31.6%
29	Motorové vozidlá, prívesy a návesy	0.14	0.07	52.3%
30	Ostatné dopravné zariadenia	0.24	0.07	29.1%
31	Nábytok	0.27	0.09	32.3%
32	Ostatné výrobky	0.25	0.08	32.3%
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	0.30	0.09	28.2%
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	0.14	0.07	50.4%
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	0.42	0.10	23.5%
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	0.42	0.10	23.5%
38	Zber, sprac. a likv. odpadov; recykl. Materiálov	0.31	0.07	21.5%
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	0.54	0.06	10.9%
41	Budovy a výstavba budov	0.21	0.12	60.9%
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	0.27	0.13	48.4%
43	Špecializované stavebné práce	0.20	0.07	32.8%
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	0.27	0.07	26.7%
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	0.32	0.08	25.1%
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	0.37	0.09	25.0%
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	0.31	0.11	35.3%
50	Vodná doprava	0.43	0.17	39.7%
51	Letecká doprava	0.31	0.08	26.0%
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	0.47	0.16	34.2%
53	Poštové a kuriérske služby	0.58	0.08	13.1%
55	Ubytovacie služby	0.37	0.09	24.8%
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	0.40	0.08	20.5%
58	Nakladateľské služby	0.28	0.10	37.3%
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	0.09	0.07	76.6%
60	Výroba a vysielanie programov	0.33	0.14	42.3%
61	Telekomunikácie	0.25	0.07	27.8%
62	Služby v oblasti počítačového programovania	0.37	0.08	20.6%
63	Informačné služby	0.36	0.07	19.0%
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	0.34	0.04	11.0%
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	0.36	0.15	42.7%
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	0.24	0.10	43.9%
68	Služby v oblasti nehnuteľností	0.14	0.07	48.5%

69	Právne a účtovnícke služby	0.32	0.04	12.0%
70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	0.35	0.09	26.9%
71	Architektonické a inžinierske služby	0.27	0.09	31.9%
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	0.60	0.04	7.4%
73	Reklama a prieskum trhu	0.41	0.10	24.2%
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	0.28	0.11	38.0%
75	Veterinárne služby	0.15	0.07	44.5%
77	Prenájom a lízing	0.19	0.09	47.4%
78	Sprostredkovanie práce	0.83	0.03	3.5%
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	0.24	0.18	71.8%
80	Bezpečnostné a pátracie služby	0.74	0.05	6.8%
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinnej výstavby	0.64	0.07	11.1%
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	0.20	0.11	53.3%
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	0.53	0.08	14.3%
85	Vzdelávacie služby	0.71	0.04	5.8%
86	Zdravotníctvo	0.52	0.08	14.6%
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	0.69	0.05	7.9%
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	0.44	0.20	44.6%
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	0.53	0.07	13.8%
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	0.63	0.07	11.1%
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	0.06	0.03	40.5%
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	0.33	0.13	37.8%
94	Služby členských organizácií	0.42	0.20	46.5%
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	0.23	0.03	15.0%
96	Ostatné osobné služby	0.17	0.04	25.3%

Príloha č. 4: Multiplikátor pridanej hodnoty pre jednotlivé komodity

CPA	Komodita	Multiplikátor pridanej hodnoty	Efekty na ostatné komodity	Podiel efektov na ostatné komodity
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	0.73	0.21	28.5%
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	0.96	0.13	13.5%
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	0.75	0.29	39.1%
05	Uhlie a lignit	0.84	0.22	26.5%
06	Ropa a zemný plyn	1.00	0.00	0.0%
07	Kovové rudy	0.90	0.06	6.1%
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	0.74	0.35	47.1%
09	Pomocné práce pri ťažbe	1.00	0.00	0.0%
10	Potravinárske výrobky	0.66	0.36	55.2%
11	Nápoje	0.67	0.31	46.7%
12	Tabakové výrobky	0.81	0.71	87.3%
13	Textílie	0.68	0.18	26.3%
14	Odevy	0.67	0.16	24.0%
15	Usne a výrobky z usní	0.71	0.17	23.9%
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	0.82	0.30	36.1%
17	Papier a výrobky z papiera	0.60	0.35	57.8%
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	0.60	0.20	33.2%
19	Koks a rafinérské ropné produkty	0.15	0.08	53.5%
20	Chemikálie a chemické produkty	0.51	0.26	50.8%
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	0.77	0.25	31.8%
22	Výrobky z gumy a plastov	0.51	0.22	43.8%
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	0.66	0.28	42.9%
24	Základné kovy	0.39	0.19	48.2%
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	0.63	0.17	26.5%
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	0.33	0.19	57.5%
27	Elektrické stroje a prístroje	0.48	0.21	43.1%
28	Stroje a zariadenia i. n.	0.54	0.24	44.3%
29	Motorové vozidlá, prívesy a návěsy	0.36	0.19	52.2%
30	Ostatné dopravné zariadenia	0.63	0.19	30.7%
31	Nábytok	0.59	0.26	44.1%
32	Ostatné výrobky	0.78	0.25	31.7%
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	0.70	0.24	33.7%
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	0.57	0.17	29.9%
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	0.83	0.29	35.0%
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	0.82	0.29	35.4%
38	Zber, sprac. a likv. odpadov; recykl. Materiálov	0.82	0.18	21.5%
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	0.89	0.19	21.6%
41	Budovy a výstavba budov	0.83	0.45	54.3%
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	0.74	0.42	57.3%
43	Špecializované stavebné práce	0.82	0.18	21.6%
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	0.83	0.20	24.5%
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	0.82	0.23	28.2%
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	0.86	0.28	32.3%
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	0.80	0.30	37.4%
50	Vodná doprava	0.82	0.35	43.0%
51	Letecká doprava	0.65	0.22	33.7%
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	0.82	0.45	55.1%
53	Poštové a kuriérske služby	0.92	0.19	21.2%
55	Ubytovacie služby	0.74	0.29	39.2%
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	0.82	0.25	30.7%
58	Nakladateľské služby	0.71	0.26	36.2%
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	0.76	0.25	33.5%
60	Výroba a vysielanie programov	0.82	0.39	47.7%
61	Telekomunikácie	0.90	0.19	20.7%
62	Služby v oblasti počítačového programovania	0.88	0.24	27.1%
63	Informačné služby	0.93	0.19	20.7%
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	0.95	0.10	10.8%
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	0.86	0.53	61.3%
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	0.93	0.29	31.1%
68	Služby v oblasti nehnuteľností	0.90	0.23	25.4%

69	Právne a účtovnícke služby	0.94	0.13	13.8%
70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	0.85	0.29	34.0%
71	Architektonické a inžinierske služby	0.81	0.25	31.0%
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	0.89	0.12	13.6%
73	Reklama a prieskum trhu	0.83	0.30	35.8%
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	0.84	0.31	37.1%
75	Veterinárne služby	0.82	0.23	28.4%
77	Prenájom a lízing	0.85	0.25	29.9%
78	Sprostredkovanie práce	0.96	0.09	9.5%
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	0.71	0.50	69.4%
80	Bezpečnostné a pátracie služby	0.92	0.12	13.5%
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinnej výstavby	0.91	0.21	23.0%
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	0.84	0.40	47.1%
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	0.90	0.19	20.8%
85	Vzdelávacie služby	0.91	0.13	14.1%
86	Zdravotníctvo	0.84	0.22	25.8%
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	0.89	0.16	17.9%
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	0.81	0.47	58.5%
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	0.89	0.22	24.5%
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	0.91	0.18	19.4%
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	0.98	0.08	8.3%
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	0.80	0.36	45.3%
94	Služby členských organizácií	0.79	0.50	63.4%
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	0.65	0.09	13.4%
96	Ostatné osobné služby	0.93	0.16	17.0%

Príloha č. 5: Multiplikátor dovozu pre jednotlivé komodity

CPA	Komodita	Multiplikátor dovozu	Efekty na ostatné komodity	Podiel efektov na ostatné komodity
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	0.27	0.08	30.2%
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	0.04	0.03	67.3%
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	0.25	0.11	44.7%
05	Uhlie a lignit	0.16	0.08	49.1%
06	Ropa a zemný plyn	0.00	0.00	0.0%
07	Kovové rudy	0.10	0.02	21.1%
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	0.26	0.11	42.1%
09	Pomocné práce pri ťažbe	0.00	0.00	10.4%
10	Potravinárske výrobky	0.34	0.12	33.9%
11	Nápoje	0.33	0.10	29.4%
12	Tabakové výrobky	0.19	0.14	76.8%
13	Textílie	0.32	0.05	17.0%
14	Odevy	0.33	0.05	13.7%
15	Usne a výrobky z usní	0.29	0.05	16.7%
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	0.18	0.05	29.8%
17	Papier a výrobky z papiera	0.40	0.09	23.0%
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	0.40	0.06	15.0%
19	Koks a rafinérské ropné produkty	0.85	0.02	2.9%
20	Chemikálie a chemické produkty	0.49	0.14	29.1%
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	0.23	0.06	25.5%
22	Výrobky z gumy a plastov	0.49	0.07	14.0%
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	0.34	0.09	25.7%
24	Základné kovy	0.61	0.06	10.1%
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	0.37	0.05	14.3%
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	0.67	0.05	7.4%
27	Elektrické stroje a prístroje	0.52	0.07	14.2%
28	Stroje a zariadenia i. n.	0.46	0.09	20.5%
29	Motorové vozidlá, prívesy a návěsy	0.64	0.06	9.4%
30	Ostatné dopravné zariadenia	0.37	0.07	18.5%
31	Nábytok	0.41	0.09	21.1%
32	Ostatné výrobky	0.22	0.07	33.6%
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	0.30	0.08	25.6%
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	0.43	0.04	9.4%
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	0.17	0.09	52.1%
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	0.18	0.09	50.2%
38	Zber, sprac. a likv. odpadov; recykl. Materiálov	0.18	0.06	34.1%
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	0.11	0.07	63.1%
41	Budovy a výstavba budov	0.17	0.11	68.1%
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	0.26	0.11	43.9%
43	Špecializované stavebné práce	0.18	0.06	30.3%
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	0.17	0.06	38.1%
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	0.18	0.06	30.7%
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	0.14	0.06	45.0%
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	0.20	0.12	60.5%
50	Vodná doprava	0.18	0.12	67.3%
51	Letecká doprava	0.35	0.11	31.1%
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	0.18	0.12	68.1%
53	Poštové a kuriérske služby	0.08	0.05	65.2%
55	Ubytovacie služby	0.26	0.09	33.0%
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	0.18	0.07	38.8%
58	Nakladateľské služby	0.29	0.08	26.2%
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	0.24	0.04	18.1%
60	Výroba a vysielanie programov	0.18	0.10	53.7%
61	Telekomunikácie	0.10	0.04	39.7%
62	Služby v oblasti počítačového programovania	0.12	0.04	35.9%
63	Informačné služby	0.07	0.03	44.6%
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	0.05	0.02	33.2%
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	0.14	0.05	37.1%
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	0.07	0.03	37.0%
68	Služby v oblasti nehnuteľností	0.10	0.07	64.1%

69	Právne a účtovnícke služby	0.06	0.03	49.2%
70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	0.15	0.06	42.3%
71	Architektonické a inžinierske služby	0.19	0.08	39.3%
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	0.11	0.04	35.8%
73	Reklama a prieskum trhu	0.17	0.06	38.3%
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	0.16	0.07	46.7%
75	Veterinárne služby	0.18	0.10	54.0%
77	Prenájom a lízing	0.15	0.07	45.0%
78	Sprostredkovanie práce	0.04	0.02	50.4%
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	0.29	0.11	39.0%
80	Bezpečnostné a pátracie služby	0.08	0.03	32.2%
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinnej výstavby	0.09	0.04	46.2%
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	0.16	0.07	45.4%
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	0.10	0.05	50.7%
85	Vzdelávacie služby	0.09	0.05	53.2%
86	Zdravotníctvo	0.16	0.07	42.2%
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	0.11	0.06	51.4%
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	0.19	0.10	51.7%
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	0.11	0.06	57.3%
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	0.09	0.05	57.7%
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	0.02	0.01	60.4%
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	0.20	0.11	53.9%
94	Služby členských organizácií	0.21	0.13	60.9%
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	0.35	0.02	6.3%
96	Ostatné osobné služby	0.07	0.05	71.7%

Príloha č. 6: Multiplikátor zamestnanosti pre jednotlivé komodity - počet prac. miest na 1 mil. €

CPA	Komodita	Multiplikátor zamestnanosti	Efekty na ostatné komodity	Podiel efektov na ostatné komodity
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	24.33	4.81	19.8%
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	21.54	2.72	12.6%
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	54.59	7.12	13.0%
05	Uhlie a lignit	69.47	5.51	7.9%
06	Ropa a zemný plyn	25.21	0.00	0.0%
07	Kovové rudy	18.63	1.17	6.3%
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	25.72	7.96	30.9%
09	Pomocné práce pri ťažbe	5.73	0.00	0.0%
10	Potravinárske výrobky	27.66	9.90	35.8%
11	Nápoje	17.79	8.15	45.8%
12	Tabakové výrobky	11.97	10.20	85.2%
13	Textílie	29.03	4.08	14.0%
14	Odevy	50.01	3.39	6.8%
15	Usne a výrobky z usní	22.21	4.24	19.1%
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	24.07	6.86	28.5%
17	Papier a výrobky z papiera	14.95	8.29	55.4%
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	20.95	4.81	23.0%
19	Koks a rafinérské ropné produkty	3.48	1.91	54.9%
20	Chemikálie a chemické produkty	12.40	6.41	51.7%
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	11.28	4.84	42.9%
22	Výrobky z gumy a plastov	18.51	5.17	27.9%
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	19.01	7.21	37.9%
24	Základné kovy	10.60	4.62	43.6%
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	16.68	3.86	23.1%
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	10.11	4.58	45.3%
27	Elektrické stroje a prístroje	16.48	5.15	31.2%
28	Stroje a zariadenia i. n.	20.03	5.73	28.6%
29	Motorové vozidlá, prívesy a návěsy	10.64	4.48	42.1%
30	Ostatné dopravné zariadenia	26.01	4.37	16.8%
31	Nábytok	29.26	7.03	24.0%
32	Ostatné výrobky	19.81	5.73	28.9%
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	13.44	5.94	44.2%
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	8.79	4.46	50.8%
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	25.07	6.61	26.4%
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	36.13	6.39	17.7%
38	Zber, sprac. a likv. odpadov; recykl. Materiálov	30.33	4.20	13.8%
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	29.50	3.89	13.2%
41	Budovy a výstavba budov	23.11	8.66	37.5%
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	18.62	8.82	47.3%
43	Špecializované stavebné práce	14.22	4.47	31.5%
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	22.24	4.16	18.7%
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	16.03	4.95	30.9%
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	28.29	5.55	19.6%
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	24.41	6.32	25.9%
50	Vodná doprava	41.45	9.30	22.4%
51	Letecká doprava	50.54	4.91	9.7%
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	24.02	12.83	53.4%
53	Poštové a kuriérske služby	57.64	6.08	10.6%
55	Ubytovacie služby	65.47	6.45	9.8%
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	59.34	5.30	8.9%
58	Nakladateľské služby	20.04	6.16	30.8%
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	8.71	4.14	47.5%
60	Výroba a vysielanie programov	20.59	8.77	42.6%
61	Telekomunikácie	12.94	3.72	28.7%
62	Služby v oblasti počítačového programovania	17.89	4.40	24.6%
63	Informačné služby	14.45	3.64	25.2%
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	15.22	2.37	15.5%
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	19.87	9.59	48.3%
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	14.97	5.12	34.2%
68	Služby v oblasti nehnuteľností	9.90	4.63	46.7%

69	Právne a účtovnícke služby	15.50	2.22	14.3%
70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	11.60	6.00	51.8%
71	Architektonické a inžinierske služby	13.43	4.79	35.7%
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	28.25	3.48	12.3%
73	Reklama a prieskum trhu	16.98	6.28	37.0%
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	12.09	6.49	53.7%
75	Veterinárne služby	18.40	3.91	21.3%
77	Prenájom a lízing	11.83	5.66	47.9%
78	Sprostredkovanie práce	15.44	1.88	12.2%
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	25.47	16.35	64.2%
80	Bezpečnostné a pátracie služby	85.01	2.48	2.9%
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinnej výstavby	45.33	4.86	10.7%
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	13.94	7.56	54.2%
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	34.40	5.55	16.1%
85	Vzdelávacie služby	60.37	2.93	4.9%
86	Zdravotníctvo	38.81	5.30	13.7%
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	80.83	4.28	5.3%
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	167.34	14.61	8.7%
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	32.62	6.11	18.7%
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	42.26	5.21	12.3%
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	7.86	1.61	20.5%
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	33.34	9.35	28.0%
94	Služby členských organizácií	25.01	15.70	62.8%
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	20.12	2.05	10.2%
96	Ostatné osobné služby	19.87	2.89	14.6%

Príloha č. 7: Hodnoty endogénnych premenných generované konečnou spotrebou komodít v mil. € a tis. zamestnancov

CPA	Komodita	x_{gen}	h_{gen}	w_{gen}	m_{gen}	l_{gen}
01	Produkty poľnohospodárstva, poľovníctva a súv. služby	2165.77	304.47	936.71	345.09	31.19
02	Produkty lesníctva, ťažby dreva a súvisiace služby	346.80	47.89	173.90	7.93	3.92
03	Ryby a produkty rybolovu; služby súvisiace s rybolovom	13.25	3.92	5.89	1.99	0.43
05	Uhlie a lignit	43.60	15.59	23.91	4.54	1.98
06	Ropa a zemný plyn	30.89	0.00	30.82	0.07	0.78
07	Kovové rudy	19.14	2.15	15.27	1.62	0.31
08	Ostatné produkty ťažby a dobývania	194.25	37.49	80.43	27.91	2.79
09	Pomocné práce pri ťažbe	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	Potravinárske výrobky	5376.01	815.48	1892.35	992.83	79.80
11	Nápoje	1078.11	156.38	410.91	203.11	10.92
12	Tabakové výrobky	0.15	0.02	0.05	0.01	0.00
13	Textílie	450.84	87.68	219.06	103.42	9.36
14	Odevy	670.06	180.19	333.50	163.98	24.88
15	Usne a výrobky z usní	755.99	138.67	395.74	159.11	12.32
16	Drevo a výrobky z dreva a korku, okrem nábytku	1011.88	135.26	458.30	97.50	13.38
17	Papier a výrobky z papiera	1916.34	244.50	640.91	425.86	15.95
18	Tlač a reprodukcia záznamových médií	176.53	37.29	70.82	46.91	2.47
19	Koks a rafinérské ropné produkty	2922.49	113.89	336.09	1959.09	7.99
20	Chemikálie a chemické produkty	3153.92	301.29	957.55	922.37	23.31
21	Základné farmaceutické výrobky a farm. prípravky	463.71	68.50	238.62	70.10	3.48
22	Výrobky z gumy a plastov	2928.63	428.01	958.57	929.46	34.95
23	Ostatné nekovové minerálne výrobky	1248.04	205.10	482.30	253.69	13.99
24	Základné kovy	6791.71	746.33	1792.72	2782.96	48.52
25	Hotové kovové výrobky, okrem strojov a zariadení	3504.23	467.44	1443.25	838.58	38.06
26	Počítače, elektronické a optické zariadenia	9300.86	753.82	2100.62	4264.63	64.34
27	Elektrické stroje a prístroje	3725.12	578.70	1240.95	1322.57	42.25
28	Stroje a zariadenia i. n.	4284.40	761.80	1500.86	1286.41	55.83
29	Motorové vozidlá, prívesy a návesy	17372.05	1538.97	3901.23	6899.00	114.95
30	Ostatné dopravné zariadenia	646.73	103.01	268.69	157.69	11.09
31	Nábytok	1185.96	203.56	440.98	305.05	21.83
32	Ostatné výrobky	818.25	136.13	416.91	117.93	10.60
33	Oprava a inštalácie strojov a prístrojov	19.17	3.50	8.04	3.49	0.15
35	Elektrická energia, plyn, para a studený vzduch	6412.24	438.30	1815.26	1363.30	27.95
36	Prírodná voda; úprava a dodávka vody	371.85	94.94	187.89	37.43	5.65
37	Odpadové vody; kanalizačné kaly	263.15	65.97	131.19	27.97	5.75
38	Zber, sprac. a likv. odpadov; recykl. Materiálov	585.29	127.71	340.40	75.11	12.60
39	Ozdravovacie čin. a ostatné čin. nakladania s odpadom	3.13	1.15	1.89	0.24	0.06
41	Budovy a výstavba budov	9522.18	1007.96	4100.61	815.15	113.61
42	Stavby a práce na stavbe inžinierskych stavieb	3720.13	492.74	1338.65	469.96	33.69
43	Špecializované stavebné práce	940.00	114.94	473.21	105.09	8.22
45	Veľkoobch., maloobch. a opravy motor. voz. a motocyk.	772.47	134.92	422.86	85.27	11.30
46	Veľkoobchod okrem motorových vozidiel a motocyk.	3941.87	799.35	2062.23	460.89	40.44
47	Maloobchod, okrem motorových vozidiel a motocyklov	5729.93	1333.08	3121.17	505.38	102.60
49	Pozemná doprava a doprava potrubím	5048.45	805.59	2088.69	529.86	63.91
50	Vodná doprava	28.23	5.83	11.15	2.51	0.57
51	Letecká doprava	44.30	8.96	19.02	10.27	1.48
52	Skladové a vedľajšie činnosti v doprave	883.93	152.38	264.51	56.72	7.71
53	Poštové a kuriérske služby	293.30	98.07	154.43	13.42	9.67
55	Ubytovacie služby	415.20	93.08	186.24	67.10	16.59
56	Služby spojené s podávaním jedál a nápojov	1586.36	409.53	845.35	182.22	60.97
58	Nakladateľské služby	768.76	137.35	351.96	146.39	9.99
59	Tvorba filmov, videozáznamov a televíznych programov	159.96	9.46	77.90	25.07	0.90
60	Výroba a vysielanie programov	543.73	97.53	242.53	53.31	6.09
61	Telekomunikácie	2015.86	300.95	1098.44	122.10	15.79
62	Služby v oblasti počítačového programovania	1965.79	463.05	1099.23	144.35	22.25
63	Informačné služby	71.66	17.29	44.48	3.33	0.69
64	Finančné služby, okrem poistenia a dôch. zabezpeč.	1655.22	367.99	1039.31	56.70	16.68
65	Poistenie, a dôch. zabezpečenie okrem povin. soc. poist.	1473.76	251.13	604.32	95.31	13.90
66	Pomocné činnosti súvisiace s fin. a poisť. službami	316.05	43.79	169.59	13.51	2.74
68	Služby v oblasti nehnuteľností	5916.88	553.70	3445.77	395.94	38.05
69	Právne a účtovnícke služby	247.10	55.29	164.86	10.02	2.71

70	Vedenie firiem; poradenstvo v oblasti riadenia	216.83	45.53	111.93	19.56	1.53
71	Architektonické a inžinierske služby	286.79	46.08	137.48	32.91	2.29
72	Služby súvisiace s vedeckým výskumom a vývojom	207.53	95.40	142.50	16.87	4.50
73	Reklama a prieskum trhu	112.38	21.81	44.60	9.07	0.91
74	Ostatné odborné, vedecké a technické služby	408.77	69.26	206.81	38.92	2.97
75	Veterinárne služby	92.75	8.78	47.73	10.82	1.08
77	Prenájom a lízing	126.37	15.12	68.69	12.37	0.96
78	Sprostredkovanie práce	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
79	Služby cestovných agentúr a ostatné rezervačné služby	874.43	94.19	275.37	110.19	9.82
80	Bezpečnostné a pátracie služby	13.91	7.92	9.81	0.88	0.91
81	Služby týkajúce sa údržby budov a krajinnej výstavby	171.71	72.59	102.28	10.50	5.11
82	Administratívne a iné obchodné pomocné služby	46.27	5.19	21.61	4.12	0.36
84	Verejná správa a obrana; povinné sociál. zabezp.	8857.34	3294.49	5622.93	605.35	214.24
85	Vzdelávacie služby	3553.33	1912.98	2454.49	236.08	162.42
86	Zdravotníctvo	3863.49	1342.66	2184.90	411.79	100.78
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	476.63	233.65	301.42	38.86	27.50
88	Služby sociálnej pomoci bez ubytovania	182.70	40.34	74.54	17.70	15.44
90	Tvorivé, umelecké a zábavné služby	252.52	80.98	135.24	16.27	4.94
91	Služby knižníc, archívov, múzeí a ostatných kult. zar.	171.20	74.48	107.96	11.21	5.04
92	Činnosti herní a stávkových kancelárií	1155.65	59.95	913.20	21.92	7.35
93	Športové služby a zábavné a rekreačné služby	457.27	80.40	192.28	49.37	8.06
94	Služby členských organizácií	487.76	100.02	188.49	49.10	5.94
95	Oprava počítačov a potrieb pre domácnosti	147.43	28.42	81.88	43.72	2.53
96	Ostatné osobné služby	540.80	67.46	363.12	26.70	7.75

Príloha č. 8: Hodnoty multiplikátorov podľa jednotlivých odvetví za rok 2008

NACE	Odvetvie	Mult. príjmov	Mult. pridanej hodnoty	Mult. dovozu	Mult. zamest. (na 1 mil. €)
01	Poľnohospodárstvo a poľovníctvo	0.19	0.76	0.24	23.18
02	Lesníctvo a ťažba dreva	0.22	0.94	0.06	21.09
03	Rybolov a akvakultúra	0.19	0.86	0.14	4.86
05	Ťažba uhlia a lignitu	0.43	0.79	0.21	47.06
06	Ťažba ropy a zemného plynu	0.17	0.85	0.15	153.29
07	Dobývanie kovových rúd	0.40	0.75	0.25	77.55
08	Iná ťažba a dobývanie	0.27	0.82	0.18	31.52
09	Pomocné činnosti pri ťažbe	0.13	0.99	0.01	3.38
10	Výroba potravín	0.27	0.70	0.30	27.72
11	Výroba nápojov	0.26	0.68	0.32	20.06
12	Výroba tabakových výrobkov	0.23	0.77	0.23	168.79
13	Výroba textilu	0.25	0.54	0.46	32.46
14	Výroba odevov	0.29	0.57	0.43	45.18
15	Výroba kože a kožených výrobkov	0.31	0.49	0.51	37.24
16	Spracovanie dreva a výrobky z dreva	0.24	0.82	0.18	24.49
17	Výroba papiera	0.22	0.61	0.39	16.93
18	Tlač a reprodukcia záznam. médií	0.32	0.67	0.33	23.53
19	Výroba koksu a rafinérskych rop. prod.	0.05	0.21	0.79	2.82
20	Výroba chemických produktov	0.16	0.52	0.48	13.51
21	Výroba farmaceutických výrobkov	0.24	0.67	0.33	18.24
22	Výroba výrobkov z gumy a plastov	0.22	0.47	0.53	20.63
23	Výroba ostat. nekovových miner. výr.	0.24	0.66	0.34	18.20
24	Výroba a spracovanie kovov	0.18	0.46	0.54	13.02
25	Výroba kovových konštrukcií	0.19	0.60	0.40	18.98
26	Výroba počítačov a opt. zariadení	0.10	0.31	0.69	10.67
27	Výroba elektrických zariadení	0.21	0.45	0.55	22.66
28	Výroba strojov a zariadení i. n.	0.27	0.50	0.50	22.12
291	Výroba motorových vozidiel	0.11	0.29	0.71	7.55
29 bez 291	Výroba karos. a súčiast. mot. voz.	0.18	0.42	0.58	19.10
30	Výroba ostat. dopr. prostriedkov	0.23	0.43	0.57	26.31
31	Výroba nábytku	0.28	0.62	0.38	31.91
32	Iná výroba	0.23	0.54	0.46	21.31
33	Oprava a inštalácia strojov	0.26	0.58	0.42	8.25
35	Dodávka elektriny, plynu a pary	0.13	0.58	0.42	7.53
36	Zber, úprava a dodávka vody	0.40	0.80	0.20	31.83
37	Čistenie odpadových vôd	0.23	0.84	0.16	64.28
38	Zber, sprac. a likvid. odpadov	0.31	0.80	0.20	45.72
39	Ostat. čin. nakladania s odpadom	0.39	0.84	0.16	43.20
41	Výstavba budov	0.19	0.78	0.22	22.40
42	Inžinierske stavby	0.24	0.68	0.32	17.85
43	Špecializované stavebné práce	0.18	0.78	0.22	14.64
45	Veľkoobch. a maloobch. služby	0.36	0.76	0.24	23.94
46	Veľkoobch. okrem mot. voz.	0.28	0.79	0.21	11.32
47	Maloobch. okrem mot. voz.	0.33	0.85	0.15	30.35
49	Pozemná a potrubná doprava	0.28	0.76	0.24	26.18
50	Vodná doprava	0.38	0.73	0.27	96.42
51	Letecká doprava	0.23	0.53	0.47	15.44
52	Sklad. a pomoc. čin. v doprave	0.35	0.77	0.23	16.35
53	Poštové a kuriérske služby	0.55	0.86	0.14	56.84
55	Ubytovacie služby	0.33	0.84	0.16	74.10
56	Činnosti reštaurácií a pohostinstiev	0.34	0.83	0.17	68.20
58	Nakladateľské činnosti	0.33	0.82	0.18	19.59
59	Tvorba filmov a videozáznamov	0.20	0.76	0.24	14.51
60	Činnosti pre rozhl. a TV vysielanie	0.33	0.81	0.19	19.14
61	Telekomunikácie	0.22	0.85	0.15	11.77
62	Počítačové programovanie	0.41	0.82	0.18	17.32
63	Informačné služby	0.37	0.81	0.19	9.38
64	Fin. služ. okrem poisť. a dôch. zabezp.	0.38	0.84	0.16	18.33
65	Poistenie a dôchodkové zabezp.	0.29	0.88	0.12	22.38
66	Pomocné činnosti finančných služieb	0.21	0.88	0.12	12.62
68	Činnosti v oblasti nehnuteľností	0.09	0.92	0.08	5.64

69	Právne a účtovnícke činnosti	0.30	0.89	0.11	16.80
70	Vedenie firiem; poradenstvo	0.38	0.77	0.23	8.09
71	Architektonické činnosti	0.25	0.82	0.18	14.35
72	Vedecký výskum a vývoj	0.53	0.80	0.20	29.23
73	Reklama a prieskum trhu	0.32	0.80	0.20	15.17
74	Ostatné odborné služby	0.24	0.80	0.20	8.57
75	Veterinárne činnosti	0.19	0.72	0.28	48.69
77	Prenájom a lízing	0.16	0.80	0.20	5.72
78	Sprostredkovanie práce	0.71	0.90	0.10	22.00
79	Služby cestovných kancelárií	0.22	0.74	0.26	28.75
80	Bezpečnostné a pátracie služby	0.68	0.90	0.10	86.32
81	Údržba budov a krajinná úprava	0.53	0.89	0.11	51.49
82	Administr. a pomoc. kancel. služby	0.21	0.84	0.16	13.09
84	Verejná správa a obrana	0.51	0.87	0.13	34.48
85	Vzdelávanie	0.67	0.92	0.08	69.15
86	Zdravotníctvo	0.49	0.78	0.22	39.15
87	Starostlivosť v pobytových zariadeniach	0.67	0.87	0.13	91.14
88	Sociálna práca bez ubytovania	0.58	0.88	0.12	264.38
90	Tvorivé a zábavné činnosti	0.45	0.86	0.14	29.63
91	Činnosti knižníc, archívov a múzeí	0.51	0.87	0.13	38.14
92	Činnosti herní a stávkových kancel.	0.16	0.82	0.18	14.04
93	Športové a rekreačné činnosti	0.27	0.76	0.24	21.63
94	Činnosti členských organizácií	0.42	0.77	0.23	23.38
95	Oprava počítačov a osobných potrieb	0.13	0.88	0.12	14.10
96	Ostatné osobné služby	0.26	0.87	0.13	40.22