

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



MAKROEKONÓMIA ZDOLA NAHOR

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2015

Bc. Matúš DŽUBÁK

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

MAKROEKONÓMIA ZDOLA NAHOR

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika  
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika  
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
Vedúci práce: doc. RNDr. Ján Boďa, CSc.



## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

- Meno a priezvisko študenta:** Bc. Matúš Džubák  
**Študijný program:** ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** 9.1.9. aplikovaná matematika  
**Typ záverečnej práce:** diplomová  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský
- Názov:** Makroekonómia zdola nahor / *Macroeconomics from the bottom-up*  
**Cieľ:** Na modeli ekonomiky s heterogénnymi účastníkmi (banky, firmy, pracovníci) simulovať jej agregované (makro) správanie.
- Vedúci:** doc. RNDr. Ján Boďa, CSc.  
**Katedra:** FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
**Vedúci katedry:** prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.  
**Dátum zadania:** 29.01.2014
- Dátum schválenia:** 10.02.2014  
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.  
garant študijného programu

.....  
študent

.....  
vedúci práce

**Pod'akovanie** Touto cestou chcem poďakovať svojmu vedúcemu práce doc. RNDr. Jánovi Boďovi, CSc. za konzultácie a odbornú pomoc pri vypracovaní diplomovej práce. Ďalej chcem vysloviť vďaku svojim rodičom, rodine a kamarátom za podporu a pomoc pri štúdiu.

## Abstrakt

DŽUBÁK, Matúš: Makroekonómia zdola nahor [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. RNDr. Ján Boďa, CSc., Bratislava, 2015, 50 s.

Ekonomika pozostáva z rôznych subjektov ako banky, firmy a domácnosti, ktoré navzájom interagujú. Ich rozhodnutia prebiehajú na trhoch ako trh tovarov, práce a trh s pôžičkami. Táto diplomová práca sa pozerá na každého účastníka ekonomiky ako na individuálnu entitu s vlastným rozhodovaním a preferenciami. Zoskupovaním výsledkov ich správania dostáveme makroekonomické agregáty ako nezamestnanosť, HDP, atď... Tento zdola-nahor prístup a BAM model slúžia ako podklad k vývoju vlastného modelu, ktorý sa neskôr využíva k analýze vplyvu investovania do vedy a výskumu na budúci vývoj firiem. Skúmaním rôznych prípadov investovania firem do vedy a výskumu pozorujeme zaujímavé výsledky, ktoré do istej miery môžu mať vplyv pri rozhodovaní o investovaní alebo neinvestovaní do vedy a výskumu.

**Kľúčové slová:** subjekty trhu, makroekonomické agregáty, prístup zdola-nahor, veda a výskum

## Abstract

DŽUBÁK, Matúš: Marcoeconomics from the bottom-up [Diploma Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. RNDr. Ján Boďa, CSc., Bratislava, 2015, 50 p.

The economy consists of various subjects in the market as banks, firms and households that interrogate each other. Their decisions take place in markets such as consumption, labor and credit market. In this diploma thesis, there is a regard to each participant of the economy as the individual entity with its own decision-making and preferences. By clustering of the results of their behaviour we obtain the macroeconomic aggregates such as unemployment, GDP, etc... This bottom-up approach and BAM model serve as the basis for the development of our own model that is later used to analyze the impact of investment in the research and development on the future progress of the company. By examining different cases of firm investment in R&D we can observe some interesting results that may influence the decision whether to invest or not in R&D.

**Keywords:** subjects of the market, macroeconomic aggregates, bottom-up approach, research and development

# Obsah

<b>Zoznam obrázkov</b>	<b>9</b>
<b>Zoznam tabuliek</b>	<b>10</b>
<b>Úvod</b>	<b>11</b>
<b>1 Cesta k modelom ekonomických agentov</b>	<b>12</b>
<b>2 Koncept BAM</b>	<b>14</b>
2.1 Prostredie . . . . .	14
2.2 Stavebné kamene . . . . .	16
2.3 Postupnosť udalostí . . . . .	18
2.4 C-firmy . . . . .	21
2.4.1 Cena a množstvo . . . . .	21
2.4.2 Pracovné a kapitálové požiadavky trhu . . . . .	22
2.4.3 Produkcia . . . . .	24
2.4.4 Zisk firiem . . . . .	24
<b>3 Tvorba vlastného modelu</b>	<b>25</b>
3.1 Špecifiká modelu . . . . .	25
3.2 Vstupy . . . . .	27
3.3 Výstupy . . . . .	29
<b>4 R&amp;D analýza</b>	<b>32</b>
4.1 Čo je to R&D? . . . . .	32
4.2 Implementácia do programu . . . . .	33
4.2.1 R&D v BAM modeli . . . . .	33
4.2.2 R&D v našom modeli . . . . .	34
4.3 Simulácie . . . . .	35
4.3.1 Rôzne typy investovania do R&D . . . . .	37
4.3.2 Hodnotenie simulácií . . . . .	43
4.4 Limitácie . . . . .	44

<b>Záver</b>	<b>46</b>
<b>Zoznam použitej literatúry</b>	<b>47</b>
<b>Príloha A</b>	<b>49</b>
<b>Príloha B</b>	<b>50</b>



## Zoznam obrázkov

1	BAM ekonomika . . . . .	15
2	Možné pozície dvojice ekvilibrium-firma . . . . .	22
3	Ekonomika v našom modeli . . . . .	25
4	HDP . . . . .	30
5	Nezamestnanosť . . . . .	30
6	Vývoj firiem . . . . .	31
7	Finančné rozloženie firiem . . . . .	31
8	Distribučná funkcia rozdelenia náhodnej premennej $z_i$ . . . . .	36
9	Vývoj firiem ak žiadna neinvestuje do R&D . . . . .	38
10	Finančné rozloženie firiem ak žiadna neinvestuje do R&D . . . . .	38
11	Vývoj firiem ak jedna investuje do R&D . . . . .	39
12	Finančné rozloženie firiem ak jedna investuje do R&D . . . . .	39
13	Vývoj firiem ak 10% z nich investuje do R&D . . . . .	40
14	Finančné rozloženie firiem ak 10% z nich investuje do R&D . . . . .	40
15	Porovnanie vývoja cien . . . . .	41
16	Vývoj firiem ak 50% z nich investuje do R&D . . . . .	41
17	Finančné rozloženie firiem ak 50% z nich investuje do R&D . . . . .	42
18	Vývoj firiem ak 100% z nich investuje do R&D . . . . .	42
19	Finančné rozloženie firiem ak 100% z nich investuje do R&D . . . . .	43

## Zoznam tabuliek

1	Vstupná tabuľka . . . . .	27
2	Vstupná tabuľka pre naše simulácie . . . . .	35
3	Porovnanie stredných hodnôt dvoch simulácií . . . . .	41
4	Porovnanie stredných hodnôt $E(\cdot)$ a rozptylov $\sigma(\cdot)$ . . . . .	43
5	Súhrn stredných hodnôt a rozptilov . . . . .	44

## Úvod

Banky, firmy a domácnosti tvoria heterogénnych účastníkov trhu a základ každej ekonomiky na svete. Ich vzájomné interakcie pôsobia na vývoj celej ekonomiky a ovplyvňujú aj ich rozhodovanie. Prepojenie týchto jednotlivých agentov je predmetom skúmania mnohých ekonómov a výskumných pracovníkov, ktorí z pozorovaní a štatistík vytvárajú vzťahy prevedené do matematických rovníc.

Základnou stavebnou jednotkou tejto diplomovej práce je model ekonomiky, ktorý je založený práve na báze agentov a skúma ich správanie už na mikro úrovni. Agenti v ekonomike sú jedineční a majú vlastné preferencie, podľa ktorých sa riadia. Všetky takéto jedinečnosti a preferencie sú charakterizované rovnicami, ktoré sa budú prevádzať do kódu v počítačovom prostredí. Po zhotovení vlastného modelu, agregáciou výstupov všetkých agentov sa vytvoria makro agregáty, ktoré sú predmetom skúmania tejto diplomovej práce.

Hlavným cieľom je vytvoriť model ekonomiky s heterogénnymi účastníkmi v počítačovom prostredí a simulovať ich agregované makro správanie.

Prvá kapitola sa venuje vývoju dvoch rôznych makroekonomických pohľadov na modelovanie ekonomiky. Prvý, je klasický model všeobecnej rovnováhy, ktorého základ je postavený na báze reprezentatívneho agenta. Druhý, je založený na pohľade zdolanahor a zaoberá sa ním táto diplomová práca. Druhá kapitola popisuje BAM model, z ktorého čerpáme inšpiráciu pri tvorbe vlastného modelu ekonomiky. Podrobnejšie sa vývoju BAM modelu už dlhšiu dobu venuje autor Domenico Delli Gatti, ktorý svoj prínos zaznamenáva v rozsiahlej literatúre. Nám posluží hlavne jeho výskumná práca [7], ktorá sa stala obšírnym zdrojom inšpirácie pri vývoji vlastného modelu. Tretiu kapitolu venujeme popisu špecifických vlastností ako aj charakterizácii vstupných a výstupných údajov vlastného modelu. Štvrtá, posledná, kapitola je venovaná praktickej časti, kde popíšeme možnosť firiem investovať do vedy a výskumu a aplikujeme to do modelu. Následne budeme analyzovať vplyv investícií do vedy a výskumu na rôznych simuláciách, ktoré aj kvalitatívne popíšeme.

## 1 Cesta k modelom ekonomických agentov

Mnoho dnešných makroekonomických teórií vychádza z mikroekonomických súvislostí, na základe ktorých sa vysvetľuje čo robia typickí agenti a prečo tak činia. Makroekonomické agregáty (ako nezamestnanosť, HDP, atď...) sú zvyčajne výsledkom rozhodovania mnohých miliónov ľudí, ktorí tvoria ekonomiku. Z tohto dôvodu je celkom rozumné skúmať dynamiku týchto agregátov počnúc charakterizáciou správania jednotlivých agentov už na mikroekonomickej úrovni. Niektoré zmeny politiky (napr. zníženie dane), ktoré ovplyvňujú makro-modely nezaložené na mikroekonomickej báze princípov, môžu mať nedostatky z dôvodu nepredpokladaných reakcií agentov a tým viesť k chybným záverom (*Lucas critique*, Robert Lucas, 1976).

Typy modelov, ktoré sa stali štandardom dnešnej makroekonómie, sa nazývajú dynamické stochastické modely všeobecnej rovnováhy - DSGE modely (*angl. Dynamic Stochastic General Equilibrium models*). Už samotný názov naznačuje, že modely dodržiavajú dynamický prístup. Obavy v DSGE modeloch však súvisia skôr s typom mikro adaptácie. Začnime s niektorými stavebnými kameňmi DSGE modelov, v ktorých sa črtá priestor pre neistotu. Prvý, správanie všetkých agentov tvoriacich ekonomiku je zastúpené reprezentatívnym agentom, t.j. predpokladá sa, že všetci agenti v ekonomike sú rovnakí s rovnakými preferenciami a charakteristikami. V reálnej ekonomike sú agenti rôzni, s rôznymi preferenciami. Druhý, voľba reprezentatívneho agenta je odvodená z maximalizačného problému s predpokladom, že agent má racionálne správanie, t.j. agent efektívne využíva všetky dostupné informácie a pozná podstatu ekonomického modelu. Predsa len, rôzne okolnosti vyžadujú rôzne kritéria individuálneho rozhodovania a preto môže nastať, že niektorí uprednostia rutinné správanie ako ich najlepšiu voľbu pred voľbou odvodenou z maximalizačnej funkcie. Podrobnejšej kritike klasických hlavnoprúdových DSGE modelov s viacerými ilustráciami sa venuje autor Joseph Stiglitz v [13].

Sú dôvody, pre ktoré sa môžeme domnievať, že DSGE modely nie sú správne nastavené na skúmanie kľúčových ekonomických problémov. Ako príklad, spomenutý aj v [1], môžeme uviesť problém homeotických preferencií, t.j. požiadavka, aby preferencie rôznych výrobkov alebo služieb zostali pomerovo konštantné ak sa zvyšuje príjem. V reálnom svete preferencie nie sú homeotické. So zvyšujúcim príjmom sa mení aj

záverečné rozloženie dopytu naprieč rôznym produktom a službám.

Ešte v nedávnej minulosti ekonómovia trvali na osobitom prístupe k rozvoju formálnych modelov a tým vznikali hlavnoprúdové ekonomické smery. S rozvojom počítačových vied sa začali skúmať aj iné možnosti modelovania makroekonomiky. Môžeme sa napríklad zamerať na zložitejší a komplexnejší algoritmický prístup, kde jednou z možností je aj model "zdola nahor", tzv. BAM (*angl. Bottom-up Adaptive Macroeconomics*). Výhoda modelu spočíva v jeho zameraní na dynamickú podstatu ekonomiky a umožnení zavedenia heterogenity do modelu. Tento prístup nesmeruje k menej analytickému pohľadu v ekonómii, naopak, je to podklad pre rôzne zaujímavé typy analýz a jednej takejto analýze sa budeme venovať v tejto diplomovej práci.

## 2 Koncept BAM

V tejto kapitole predstavíme a rozviníme prototyp BAM modelu tak, ako je prezentovaný výskumným projektom CATS (*angl. Complex AdapTive System*) v [7]. V podkapitole 2.1 najprv čitateľa oboznámime s hlavnými súčasťami BAM prostredia: agenti, trhy a obchodné procesy. Neskôr v 2.2 popíšeme základné stavebné kamene modelu a v 2.3 predstavíme postupnosť ekonomických udalostí ako nasledujú po sebe. Všetky interakcie agentov prebiehajú na špecifických trhoch, ktoré popíšeme v časti 2.4.

### 2.1 Prostredie

Uvažujeme ekonomiku pozostávajúcu z agentov, trhov a obchodných procesov.

**Agenti** tvoria podmnožinu populácie modelu, ktorí sú spravidla charakterizovaní osobitými makroekonomickými úlohami. V BAM modeli vystupuje:

- I firiem,
- J domácností,
- K bánk.

Štruktúra každého agenta pozostáva zo stavových premenných a zoznamu možných akcií, ktoré môže vykonať. Stavové premenné popisujú kondíciu agenta v každej perióde časového horizontu a akcie ovplyvňujú stav nie len samotného agenta, ale taktiež aj ostatných v ekonomike. Agenti patriaci do rovnakej triedy majú rovnakú makroekonomickú úlohu a štruktúru. Sú prezentovaní špecifickou úrovňou jednej alebo viacerých mikroekonomických premenných, ktoré im zachovávajú individualitu v rámci každej triedy.

**Trhy** predstavujú prostredia, kde sa jednotliví agenti stretávajú. Základný BAM model je tvorený troma hlavnými trhmi:

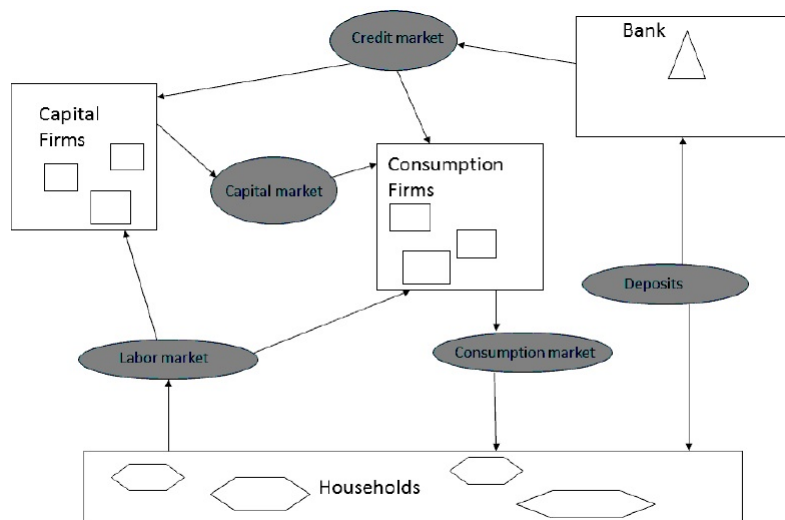
- trh práce,
- trh so spotrebným tovarom (prípadne službami),
- trh s pôžičkami.

Na trhu práce sa stretávajú domácnosti, ktoré hľadajú prácu a zároveň firmy, ktoré prácu ponúkajú. Na trhu so spotrebným tovarom firmy už predávajú finálny produkt domácnostiam a na trhu s pôžičkami firmy žiadajú o úver banky v prípade nedostatočných vlastných zdrojov. Ďalším trhom, s ktorým sa môžeme stretnúť v BAM modeli, je depozitný trh. Ide o trh, na ktorom si domácnosti vyberajú banku (napr. podľa úrokovej miery), v ktorej uložia svoje úspory.

**Obchodné procesy** môžeme charakterizovať ako vzájomné interakcie agentov, ktoré prebiehajú na samotnom trhu. Každý trh má osobité pravidlá pridelovania práce, pôžičky či predaja výrobku, ktoré voláme obchodný proces.

Takto je charakterizovaný základný BAM model v [7]. Jeho vylepšeniu sa venuje [8], ktorý model rozširuje o kapitálové firmy vyrábajúce kapitálový tovar (pr. sústruhy). Ide o tovar a vybavenie potrebné na výrobu finálnych produktov. Týmto sa model expanduje o firmy produkujúce kapitál (sústruhy) a o trh s kapitálom.

Obrázok 1 predstavuje vizualizáciu rozšírenej ekonomiky v zmysle BAM modelu.



**Obr. 1:** BAM ekonomika

Pri pohľade na ekonomiku "zdola nahor" predpokladáme, že agenti nemajú kompletné informácie o celom trhu. Môže im v tom brániť nadmerná veľkosť trhu alebo ohraničenosť spojená s prieskumom celého trhu. Ako jeden z príkladov môžeme uviesť domácnosti. Tie nevedia, ktorá firma ponúka najlacnejší produkt na trhu. Navštívia náhodnú konečnú podmnožinu všetkých firiem vyrábajúcich homogénny produkt, zoradia ich ceny vo vzostupnom poradí a začínajú nakupovať homogénne výrobky od

najlacnejšieho, ktorý však nemusí byť najlacnejším na trhu. Týmto spôsobom firmy, ktoré ponúkajú nižšie ceny, majú väčšiu pravdepodobnosť predat' svoje výrobky. Vďaka tomuto mechanizmu môže súčasne koexistovať nepredaný tovar v niektorých firmách s neuspokojeným dopytom v iných firmách.

## 2.2 Stavebné kamene

V posledných dvoch dekádach pozorujeme rýchly rast ekonomických modelov založených na báze agentov. Pred pokračovaním, je užitočné si predstaviť základných desať charakteristík, ktoré popisujú dané BAM modelovanie [3].

1. *Perspektíva zdola nahor.* Uspokojivý opis ekonomiky je riešený pohľadom zdola nahor. Inými slovami, vlastnosti získaných makro agregátov sú nadobudnuté ako výsledok neobmedzenej mikro dynamiky, ktorá prebieha na úrovni základných entít - agentov. To je v rozpore so "*zhora nadol*" charakterom tradičných neoklasických modelov, kde spodná úroveň je obyčajne zastupovaná reprezentatívnym jedincom a je obmedzená silnými požiadavkami asociovanými s ekvilibríom a hyper-racionalitou.
2. *Heterogenita.* Agenti sú (alebo by mali byť) heterogénni v skoro všetkých ich charakteristikách.
3. *Prístup evolučného komplexného systému.* Agenti sú súčasťou komplexného systému, ktorý sa vyvíja v čase. Z tohto dôvodu, vlastnosti makro agregátov sa objavujú z opakovaných interakcií medzi entitami radšej ako z konzistentných požiadaviek na racionalitu a ekvilibríum zavedené konštruktérom modelu.
4. *Non-linearita.* Interakcie prebiehajúce v BAM modeli, sú vo svojej podstate nelineárne. Okrem toho existujú aj nelineárne spätné väzby medzi mikro a makro úrovňami.
5. *Priame (endogénne) interakcie.* Agenti navzájom pôsobia priamo. Rozhodnutie jedného agenta dnes bezprostredne závisí na minulých rozhodnutiach ostatných agentov v populácii na základe adaptívnych očakávaní.



6. *Ohraničená racionalita.* Reálne ekonomické prostredie, v ktorom agenti žijú, je príliš komplexné pre hyper-racionalitu. Predpokladá sa, že je možné pripísať agentom nanaajvýš niektoré lokálne a čiastkové zásady racionality v danom čase a priestore. Všeobecnejšie, agenti sa správajú ako entity s ohraničenou racionalitou a s adaptívnymi očakávaniami.
7. *Povaha učenia.* Agenti v BAM modeli sú zapojení v hľadaní najlepších riešení v dynamicky sa meniacom prostredí. To je spôsobené činiteľmi ako zavádzanie novinek a vytváranie nových vzorcov správania ale aj komplexnosti interakcií medzi heterogénnymi agentami (viď bod 5).
8. *"Skutočná" dynamika.* Čiastočne ako dôsledok adaptívnych očakávaní (pr. agenti odhadujú budúcnosť v súlade s minulými dejmi) sú BAM modely charakterizované ako "skutočná", nevratná dynamika. Stav systému sa vyvíja spôsobom, v ktorom jednotlivé deje v časových úsekoch na sebe závisia.
9. *Endogénne a vytrvalé novinky.* Socio-ekonomické systémy sú v svojej podstate nestacionárne. Stretávame sa so zavádzaním novinek v ekonomike a generáciou nových znakov správania agentov, ktoré im slúžia ako podklad k učeniu a adaptácii v meniacom sa prostredí. Z tohto dôvodu agenti čelia "neistote" ("*Riziko sa stáva výsledkom neistoty*", F. H. Knight, 1921) a sú schopní iba čiastočne vytvárať očakávania, napríklad na technologických novinkách.
10. *Výberový trhový mechanizmus.* Agenti zvyčajne podstupujú selektívnemu výberu. Produkty a služby poskytované súťažiacimi firmami sú vyberané zákazníkmi. Tieto kritéria výberu môžu byť sami o sebe komplexné s rôznou dimenziou. Môžeme uviesť rovnaký príklad ako v 2.1., kde si domácnosti vyberali najlacnejší homogénny produkt z podmnožiny všetkých firiem na trhu. Ďalším príkladom je výber zamestnávateľa na trhu práce. Domácnosti nezasielajú žiadosť o prácu do všetkých firiem, ktoré ju ponúkajú, ale opäť iba do niekoľkých na základe preferencií samotnej domácnosti.

## 2.3 Postupnosť udalostí

Rozhodnutia agentov prebiehajú v diskretnom čase  $t = 1, \dots, T$ . V týchto časových intervaloch vstupujú na trhy, tam interagujú s inými agentmi a vystupujú z nich. Výsledky takýchto procesov v jednotlivých časových úsekoch môžeme zoskupovať a skúmať ako makroekonomické agregáty. V nasledujúcej časti práce budeme rozlišovať dva pojmy: "kapitálová firma" (K-firma) a "firma vyrábajúca homogénny produkt" (C-firma). K-firma vyrába kapitál (pr. sústruhy) pre C-firmy, ktoré následne využívajú daný kapitál na výrobu, zhotovenie homogénneho produktu.

Sled udalostí v priebehu jednej časovej iterácie je nasledovný:

### 1. Inicializácia

- (a) Veľkosť kapitálu C-firmy sa amortizuje vzhľadom k predchádzajúcej iterácii.
- (b) Každá produktívna C-firma si na začiatku iterácie stanoví dopyt a cenu homogénneho produktu vzhľadom k jej minulým skúsenostiam. Zo stanoveného dopytu si C-firma určí koľko potrebuje prijať zamestnancov a zároveň určí aj o koľko má navýšiť kapitál. Ak C-firma potrebuje vyhodiť zamestnancov, urobí tak hneď aby mohli ešte v danej iterácii sa uchádzať o prácu na trhu práce.
- (c) C-firma prepočítava náklady na prípadné navýšenie kapitálu a na všetkých zamestnancov. Ak jej vlastné zdroje nie sú dostatočné, žiada o pôžičku na trhu s pôžičkami.
- (d) Informácia o výške navýšenia kapitálu C-firmami putuje do K-firiem, ktoré si stanovujú koľko zamestnancov potrebujú prijať, prípadne vyhodiť.

### 2. Trh s pôžičkami

- (a) Na trhu s pôžičkami jednotlivé C-firmy navštívia náhodnú konečnú podmnožinu všetkých bánk v ekonomike. Z tejto podmnožiny začnú s bankou, ktorá ponúka najnižšiu úrokovú mieru.
- (b) Následne si každá banka zoradí žiadosti o pôžičku podľa dôveryhodnosti C-firiem v zostupnom poradí, začínúc najdôveryhodnejšou. Potom vyplatia pôžičky až do vyčerpania limitu peňazí určenej na pôžičky. Zmluvná úroková

miera je vypočítaná rozumným zvýšením ceny exogénnej základnej úrokovej miery (pr. odvodenej od úrokovej miery centrálnej banky), opäť podľa solventnosti C-firmy (viac solventná firma, nižšia výsledná úroková miera).

- (c) Ak pôžičku C-firma nedostane, zníži navýšenie kapitálu a zamestnancov na relevantnú úroveň. V krajných prípadoch C-firma nenavýši kapitál a ešte bude musieť vyhodiť niekoľkých zamestnancov, aby po vyplatení miezd v nasledujúcej iterácii nebola v krachu.

### 3. Trh práce

- (a) C-firmy aj K-firmy zverejnia počet voľných pracovných miest a aj presnú výšku ponúkanej mzdy. Následne sa určí podmnožina všetkých firiem, ktoré hľadajú zamestnancov (vynechané sú firmy, ktoré nikoho nehľadajú, prípadne už vyhodili nejakých zamestnancov v tejto iterácii).
- (b) Nezamestnaní zasielajú žiadosť o prácu do niekoľko náhodne vybratých firiem určenej v časti 3(a). Zoradia si ich podľa ponúkanej mzdy počnúc firmou, ktorá ju ponúka najvyššiu a zašlu im žiadosť o prácu.
- (c) Firmy prijímajú zamestnancov na základe množstva prijatých žiadostí o prácu a podľa počtu hľadaných zamestnancov.
- (d) Pracovný pomer sa uzatvára na dobu určitú, vyprší po  $\theta$  periódach. Ak zamestnancovi expirovala zmluva v predchádzajúcej iterácii, najprv požiada o prácu svojho predchádzajúceho zamestnávateľa.
- (e) Ak je agent z domácností zamestnaný, jeho príjem sa navýši o mzdu (t.j. v tejto iterácii bude pracovať).

### 4. Trh s kapitálom

- (a) K-firmy podľa informácie z 1(d) a počtu svojich zamestnancov vyrábajú kapitál a následne sa distribuje na trh s kapitálom.
- (b) Podobne ako C-firmy žiadajú o pôžičky a nezamestnaní o pracovný pomer, aj na trhu s kapitálom si C-firmy náhodne vyberú podmnožinu K-firiem a kupujú kapitál, začínúc s K-firmou s najnižšou cenou.

- (c) Po uzatvorení trhu s kapitálom sa kapitál distribuje do C-firiem. Nepredaný kapitál sa neponecháva do nasledujúceho obdobia ale likviduje sa s nulovými nákladmi.

#### 5. Trh tovarov

- (a) Všetky C-firmy už vedia svoj konečný stav kapitálu a počtu zamestnancov, od ktorého závisí ich finálna a teda aj skutočná produkcia v danej iterácii.
- (b) Produkcia homogénneho výrobku trvá jeden časový interval. Nehľadí sa na veľkosť C-firmy, ani na rozsah výroby.
- (c) Po otvorení trhu tovarov sa domácnosti uchádzajú o produkty C-firiem. Podobným spôsobom ako si v 4(b) vyberajú náhodnú podmnožinu C-firiem, si domácnosti zoradia ceny ich produktov vzostupne a nakúpia najlacnejší z nich. Ak firma už nemá čo ponúknuť (dopyt bol vyšší ako počet vyrobených výrobkov), zákazník nakúpi v inej firme, ktorá ponúka druhý najlacnejší výrobok z jeho podmnožiny cien.
- (d) Predpokladáme, že výrobky sú neskladovateľné. Preto firma nemôže akumulovať inventár, ponechať si ho z dneška na zajtrajšok a uspokojiť tak budúci dopyt. Z tohto dôvodu ak po uzavretí trhu má firma prebytok ponuky (dopyt bol nadhodnotený), nepredané výrobky zlikviduje za nulové náklady.

#### 6. Sumarizácia

- (a) Firmy inkasujú príjmy a kalkulujú hrubý zisk z ktorého sa vyplatí dlh voči banke - úrok a istina. S vyplatením kreditu banke si firmy už prepočítavajú čistý zisk.
- (b) Ak je čistý zisk kladný, firmy časť z neho vyplatia vo forme dividend pre kapitalistov (majiteľov firiem). V prípade C-firiem sa zlomok zisku investuje do vedy, výskumu a vývoja (*angl. research and development, R&D*), zvyšok zisku sa pripočíta k celkovej finančnej bilancii firmy.
- (c) Ak je finančná situácia firmy (prípadne banky) pozitívna, firma bude aktívna aj v ďalšom období. V prípade negatívnej finančnej situácie firma (resp. banka) krachuje a v ďalších iteráciách už nie je aktívna, opúšťa trh.

- (d) Na trh vstupujú nové firmy (resp. banky), ktorých počet je rovný počtu zbankrotovaných firiem (resp. bánk) s veľkosťou menšou ako priemerná veľkosť firiem (resp. bánk) na trhu.

## 2.4 C-firmy

Popis C-firiem vznikol na báze zdrojov [7, 8], kde je detailne a komplexne vysvetlená ich povaha, charakter postavenia a interakcií v ekonomike.

### 2.4.1 Cena a množstvo

Firmy do inicializačnej fázy vstupujú s dvoma signálmi: priemernou cenou homogénneho produktu na trhu  $p_t$  a počtom vlastných nepredaných výrobkov  $\Delta_{it}$  (chyba odhadu dopytu). Tieto dva signály určujú vzdialenosť medzi aktuálnou pozíciou firmy na trhu a ekvilibriom<sup>1</sup>.

Na báze týchto dvoch signálov si firma stanoví očakávaný dopyt  $D_{it+1}$  a cenu produktu  $p_{it+1}$  na nasledujúce obdobie. Predpokladáme, že firma mení iba svoju aktuálnu cenu alebo iba dopyt, nie oba naraz<sup>2</sup>.

Nasledujúci obrázok 2 reprezentuje možné postavenia dvojice ekvilibrium-firma na trhu z ktorého určíme ako sa môže firma priblížiť k ekvilibriu.

Vzdialenosť posunutia firmy k ekvilibriu reprezentuje rozumne zvolená kladná náhodná premenná<sup>3</sup>.

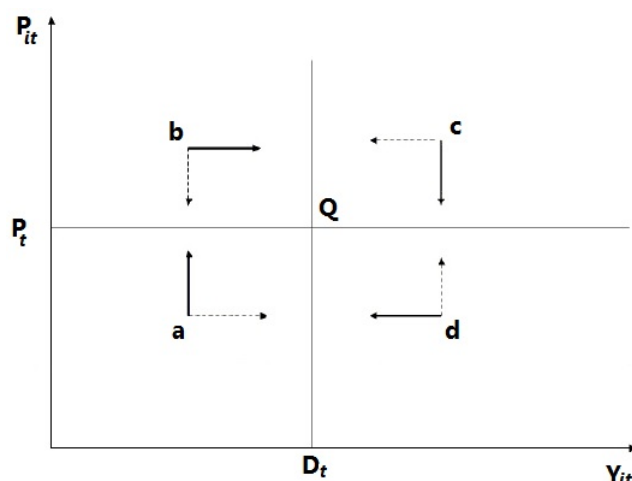
$$p_{it+1} = \begin{cases} p_{it}(1 + \mu_{it+1}) & \text{ak } \Delta_{it} = 0 \text{ a } p_{it} < p_t, \\ p_{it}(1 - \mu_{it+1}) & \text{ak } \Delta_{it} > 0 \text{ a } p_{it} \geq p_t, \end{cases} \quad (1)$$

$$D_{it+1} = \begin{cases} Y_{it}(1 + \rho_{it+1}) & \text{ak } \Delta_{it} = 0 \text{ a } p_{it} \geq p_t, \\ Y_{it}(1 - \rho_{it+1}) & \text{ak } \Delta_{it} > 0 \text{ a } p_{it} < p_t, \end{cases} \quad (2)$$

<sup>1</sup>Situácia na trhu, kde všetky firmy si účtujú rovnakú cenu ( $\frac{P_{it}}{P_t} = 1$ ) a dopyt je rovný ponuke ( $\Delta_{it} = 0$ ).

<sup>2</sup>Kawasaki et al., 1982; Bhaskar et al., 1993 - empirický prehľad rozhodnutí manažérov o cene a kvantite. Navyše, takýto predpoklad uľahčuje modelovanie.

<sup>3</sup>Zdroj [7] uvádza náhodnú premennú z rovnomerného rozdelenia, ktoré budeme taktiež používať pri tvorbe vlastného modelu.



Obr. 2: Možné pozície dvojice ekvilibríum-firma

kde  $Y_{it}$  predstavuje skutočnú produkciu firmy  $i$  v čase  $t$ .

Predpokladáme racionálne správanie firiem:

- ak firma  $i$  predala všetok svoj tovar a cena jej produktu je nižšia ako trhová (bod  $a$ ), zvýši cenu a ponechá množstvo na rovnakej úrovni,
- ak firma  $i$  predala všetok svoj tovar a cena jej produktu je vyššia ako trhová (bod  $b$ ), ponechá cenu a zvýši množstvo,
- ak firma  $i$  nepredala všetok svoj tovar a cena jej produktu je vyššia ako trhová (bod  $c$ ), zníži cenu a ponechá množstvo na rovnakej úrovni,
- ak firma  $i$  nepredala všetok svoj tovar a cena jej produktu je nižšia ako trhová (bod  $d$ ), ponechá cenu a zníži množstvo.

### 2.4.2 Pracovné a kapitálové požiadavky trhu

Pri odhade množstva pracovnej sily  $L_{it+1}^*$  a potrebného kapitálu  $K_{it+1}^*$  do nasledujúceho obdobia sa riadime očakávaným dopytom  $D_{it+1}$ .

$$L_{it+1}^* = \frac{D_{it+1}}{\alpha_{it+1}}, \quad (3)$$

$$K_{it+1}^* = \frac{D_{it+1}}{\alpha_{it+1}}, \quad (4)$$

kde kladný parameter  $\alpha_{it+1}$  reprezentuje produktivitu jedného zamestnanca na jednotku kapitálu (pr. ak je  $\alpha_{it} = 2$ , tak jeden pracovník je na jednom stroji schopný

vyrobiť dva výrobky).

Každá  $i$ -ta firma v čase  $t$  disponuje množstvom kapitálu  $K_{it}$ , ktorý sa do nasledujúcej iterácie amortizuje. Na dosiahnutie (4) je potrebné navýšiť disponibilný kapitál o kladnú konštantu  $K_{it}^{*+}$ :

$$K_{it}^{*+} = \max(0; K_{it+1}^* - \frac{a-1}{a}K_{it}), \quad (5)$$

kde  $a$  predstavuje amortizačný koeficient kapitálu.

Po odhadnutí počtu zamestnancov  $L_{it+1}^*$  a množstva navýšenia kapitálu  $K_{it}^{*+}$  firma prepočítava, či jej vlastné finančné zdroje  $A_{it}$  sú postačujúce na vyplatenie miezd a kúpu kapitálu. Ak nie, má dve možnosti - požiadať banku o pôžičku<sup>4</sup> alebo znižovať odhady  $L_{it+1}^*$  a  $K_{it}^{*+}$  o jednotku až kým jej finančné zdroje nebudú postačujúce. Skutočné odhady zamestnancov a kapitálu, ktoré si firma môže dovoliť označíme  $L_{it+1}$  a  $K_{it}^+$ .

Všetci zamestnanci majú pracovnú zmluvu uzatvorenú na dobu určitú -  $\theta$ -iterácií. Z tohto dôvodu berie každá firma pri zverejňovaní voľných pracovných pozícií túto skutočnosť do úvahy. Množstvo voľných pracovných miest je:

$$V_{it+1} = L_{it+1} - (L_{it} - L_{it\theta}), \quad (6)$$

kde  $L_{it+1}$  je odhad zamestnancov, ktorých si firma môže dovoliť,  $L_{it}$  je aktuálny počet zamestnancov a  $L_{it\theta}$  je počet zamestnancov s expirujúcou pracovnou zmluvou. Ak  $V_{it+1} > 0$ , firma hľadá pracovníkov. Ak  $V_{it+1} \leq 0$ , firma prepúšťa.

Výška mzdy závisí od toho, či firma hľadá alebo nehľadá zamestnancov a riadi sa nasledujúcim pravidlom:

$$\begin{aligned} w_{it+1} &= \max(w_{min}, w_{it}) && \text{ak } V_{it+1} \leq 0, \\ w_{it+1} &= \max(w_{min}, w_{it}(1 + \xi_{it+1})) && \text{ak } V_{it+1} > 0, \end{aligned} \quad (7)$$

kde  $w_{min}$  je minimálna mzda a  $\xi_{it+1}$  je náhodná premenná z rovnomerného rozdelenia.

<sup>4</sup>Problematike obchodných procesov na trhu s pôžičkami sa venuje [7, s. 53].

### 2.4.3 Produkcia

Množstvo skutočnej produkcie závisí od počtu pracovníkov  $L_{it}$ , výšky kapitálu  $K_{it}$  a riadi sa Leontieffovou produkčnou funkciou

$$Y_{it} = \alpha_{it} \cdot \min(L_{it}, K_{it}). \quad (8)$$

### 2.4.4 Zisk firiem

Zisk firiem predstavuje rozdiel medzi príjmami a výdavkami. Za príjmy považujeme počet predaných produktov vynásobené jednotkovou cenou produktu. K výdavkom zahrňame náklady na mzdy, investície do vedy a výskumu ( $\sigma$ ) a dividendy pre majiteľov firiem ( $\delta$ )

$$A_{it+1} = A_{it} + (1 - \sigma_{it})(1 - \delta)\pi_{it}. \quad (9)$$



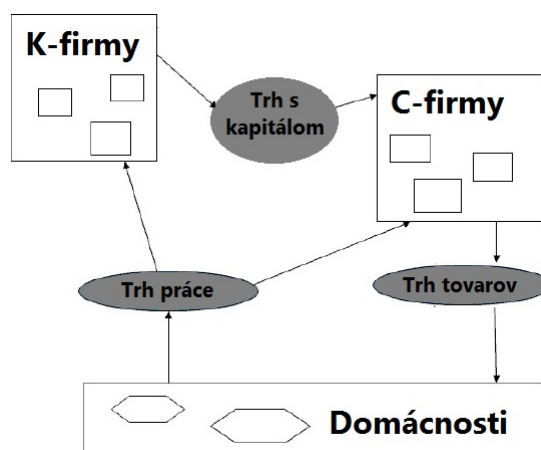
### 3 Tvorba vlastného modelu

Cieľom tejto práce je na modeli ekonomiky s heterogénnymi účastníkmi (banky, firmy, domácnosti) simulovať jej agregované (makro) správanie. K dosiahnutiu tohto cieľa nám ako základ slúži BAM model charakterizovaný v predchádzajúcich dvoch kapitolách. V tejto kapitole sa venujeme vývoju a popisu vlastného modelu, kde v prvej časti poukážeme na niektoré spoločné a rozdielne vlastnosti s BAM a v ďalších dvoch sa venujeme ukážke vstupných a výstupných údajov s ktorými náš model pracuje.

Model ako celok vznikal postupne. Najprv sa determinovali účastníci ekonomiky, následne sa stanovili vzťahy medzi nimi, ktoré prebiehajú na trhoch. Tie sa transformovali do rovníc a neskôr do kódu v matematickom programovacom prostredí Matlab, verzia R2011b.

#### 3.1 Špecifiká modelu

Prvým krokom k vytvoreniu vlastného modelu bolo určenie ekonomického prostrenia. So zreteľom na zameranie tejto práce, kde budeme podrobnejšie analyzovať investície firiem do vedy a výskumu, vynecháme z pôvodného modelu banky a trhy, na ktorých banky vystupujú. Uvažovaný model teda vyzerá nasledovne:



Obr. 3: Ekonomika v našom modeli

Naša ekonomika, rovnako ako aj v BAM, vyrába homogénny produkt, ktorý je identický zo všetkých uhlov pohľadu. Tento produkt sa neskladuje a ak sa v danej iterácii nepredá, na jej konci sa likviduje za nulové náklady.

Domácnosti všetky svoje príjmy a úspory používajú na uspokojenie svojich potrieb, podľa možnosti hneď po ich nadobudnutí. Ak sa im nepodarí všetko minúť v danej iterácii, peniaze v podobe úspor si bezúročne ponechajú do ďalšej iterácie, kde ich budú opätovne chcieť všetky utrátiť. Ak celková naštrená suma domácnosti (úspory+príjem) je nižšia ako cena produktu, domácnosť nič nekúpi a prečká do ďalšej iterácie. Pri vsutupe do prvej iterácie majú všetci nastavené úspory vo výške 0 jednotiek a začnú nakupovať až po obdržaní príjmu z pracovnej činnosti.

Dĺžka pracovného pomeru  $\theta$  každého pracovníka pri prijatí do zamestnania je predvolene nastavená na 12, t.j.  $\theta = 12$ . Po 12 iteráciách je pracovníkovi buď predĺžený kontrakt alebo sa s ním rozviaže pracovný pomer v závislosti od potrieb firmy. Dĺžka 12 reprezentuje jeden rok pri mesačnej báze jednej iterácie. Ak je báza jeden týždeň, pracovná zmluva je uzatvorená na 3 mesiace, čo v reálnej ekonomike aktuálne predstavuje skúšobnú dobu zamestnanca. Časová dĺžka jednej bázy záleží len na uvážení modelátora.

V našom modeli uvažujeme, že jeden pracovník C-firmy obsluhuje jeden stroj, teda k 1 jednotke kapitálu je priradená 1 pracovná jednotka. Závisí len na produktivite  $\alpha_{it}$  pracovníkov samostatných firiem, koľko skutočne budú vyrábať. Ak je  $\alpha_{it} = 1, 2$ , jeden pracovník vyrobí pri jednom stroji 1,2 produktu. Ak je  $\alpha_{it} = 2$ , vyrobí 2 produkty, atď.

Ďalšou špecifickou vlastnosťou nášho modelu je, že K-firmy na výrobu 1 jednotky kapitálu vyžadujú 2 pracovné jednotky. Cena kapitálu je na trhu stanovená ako dvojnásobok priemernej ceny homogénneho produktu v danej iterácii.

C-firma zamestnáva len celočíselný počet zamestnancov (neuvažujeme skrátene pracovné úväzky) a na trhu s tovarom predáva len celé množstvá homogénneho výrobku. K-firma zamestnáva taktiež len celočíselný počet zamestnancov ale na trhu s kapitálom K-firma predáva aj neceločíselné množstvo kapitálu. To znamená, že ak C-firma kúpi pr. 1,15 jednotky kapitálu, K-firma jej dodá 1 stroj a za zvyšok, 0,15 jednotky, jej poskytne služby spojené s údržbou zvyšných stojov (pr. revízia, nahradenie poškodenej súčiastky, atď.).

Ak firma v priebehu iterácií skrachuje, náš model neuvažuje vytvorenie novej. V ekonomike ostávajú len finančne aktívne firmy.

### 3.2 Vstupy

Náš model začína každú simuláciu s parametrami, ktoré si modelátor môže zvoliť sám do vstupnej tabuľky a následne sledovať výstupné dáta. Uvedme si príklad takejto tabuľky a jej vstupy:

**Tabuľka 1:** Vstupná tabuľka

<i>Symbol</i>	<i>Charakter parametra</i>	<i>Hodnota</i>
$T$	počet iterácií	180
$J$	populácia	650
$I$	počet firiem	55
$M$	počet aplikácií o prácu	2
$Z$	počet aplikácií na trhu s tovarom	2
$A$	vlastné fin. zdroje firmy	500
$D$	dopyt	10
$w$	mzda	6
$p$	cena	9
$a$	doba amortizácie	30
$\alpha$	produktivita	1
$\delta$	dividendová miera	0,3
$\rho$	maximálna zmena dopytu	0,02
$\mu$	maximálny rast ceny produktu	0,02
$\xi$	maximálny rast miezd	0,01
$\frac{1}{\lambda}$	koef. rozdelenia pri produktivite	0

Predpokladáme, že všetky firmy sú na počiatku homogénne a teda ich parametre sú totožné. V našich simuláciách sa snažíme kalibrovať vstupné údaje tak, aby čo najpresnejšie vystihovali reálne dáta a aby ekonomika bola v rovnováhe (pr. vyhýbame sa nedostatočnému vstupnému kapitálu, hyper-nezamestnanosti, atď.).

Týmto spôsobom môžeme detekovať niekoľko závislostí.

1. Množstvo kapitálu  $K_{i0}$ , s ktorým prichádza každá C-firma do ekonomiky, je na počiatku závislé od vstupného dopytu  $D_{i0}$  a produktivity zamestnancov  $\alpha_{i0}$ .

Keďže k jednému stroju je priradený jeden pracovník, platí:

$$K_{i0}(D_{i0}, \alpha_{i0}) = \frac{D_{i0}}{\alpha_{i0}}, \quad i = 1, \dots, I. \quad (10)$$

2. Počiatočná miera nezamestnanosti  $u_0$  ako funkcia štyroch parametrov produktivity  $\alpha_{i0}$ , dopytu  $D_{i0}$ , počtu firiem  $I$  a celkovej populácie  $J$ , t.j.  $u_0(\alpha_{i0}, D_{i0}, I, J)$ , sa odvádza z rovnosti medzi počtom pracujúcich a počtom ponúkaných miest.

$$J(1 - u_0) = \sum_{i=1}^I \frac{D_{i0}}{\alpha_{i0}},$$

$$u_0 = 1 - \frac{1}{J} \sum_{i=1}^I \frac{D_{i0}}{\alpha_{i0}}. \quad (11)$$

3. V našom modeli, podľa vzoru BAM, uvažujeme počiatočnú závislosť mzdy  $w$  od ceny homogénneho produktu. Mzda by mala predstavovať približne 60% až 70% z ceny produktu  $p$ .

$$w(p) = p\tau, \quad \tau \in \langle 0, 6; 0, 7 \rangle. \quad (12)$$

Kvôli názornosti uvedieme kalkuláciu týchto závislostí pre hodnoty uvedené v predchádzajúcej Tabuľke 1.

1. Množstvo počiatočného kapitálu podľa (1) je

$$K_{i0}(D_{i0}, \alpha_{i0}) = \frac{10}{1},$$

$$K_{i0} = 10, \quad i = 1, \dots, I. \quad (13)$$

Každá firma vstupuje do ekonomiky s kapitálom rovným 10 jednotiek.

2. Miera nezamestnanosti podľa (2) je

$$u_0 = 1 - \frac{1}{650} \sum_{i=1}^{55} \frac{10}{1},$$

$$u_0 \approx 0,1538 = 15,38\%. \quad (14)$$

Pre porovnanie, podľa najnovších štatistík<sup>5</sup> miera nezamestnanosti na Slovensku dosiahla úroveň 12,39%. V 26 okresoch na Slovensku bola miera nezamestnanosti

<sup>5</sup>zdroj: Ústredie práce, sociálnych vecí a rodiny, február 2015

vyššia ako naše  $u_0$ , zároveň, na úrovni krajov bola vyššia nezamestnanosť v PO, KE a BB, kde sa pohybovala od 15,99% do 17,55%. Z týchto údajov usudzujeme, že naše  $u_0$  môže zodpovedať reálnej miere nezamestnanosti.

3. Pomer mzdy a ceny homogénneho produktu je

$$\begin{aligned} 6 &= 9\tau, \\ \tau &= \frac{6}{9} \approx 0,67 \implies \tau \in \langle 0, 6; 0, 7 \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Teda pomer je podľa (3) vyhovujúci.

Po rozumnej kalibrácii vstupných údajov môžeme očakávať, že naša simulácia prebehne úspešne a výstupné údaje budú mať pomerne realistickú výpovednú hodnotu.

### 3.3 Výstupy

Výstupy z modelu nám slúžia na lepšie pochopenie vzťahov v ekonomike počas iterácií. Skúmaním jednotlivých makro ukazovateľov môžeme odhadnúť ako agregáty na seba vzájomne pôsobia, prípadne výpočtom určiť aká je medzi nimi korelácia.

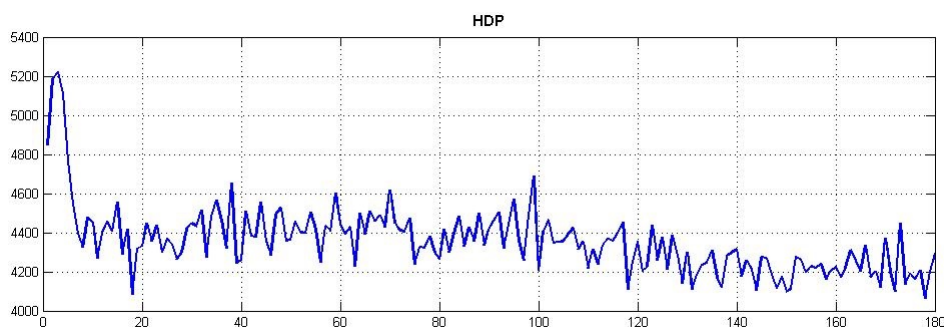
Výstupy máme dvojaké, číselné a grafické. Vzhľadom na komplexnosť, množstvo a neprehľadnosť číselných výstupov budeme v tejto práci uvádzať iba grafické výstupy, z ktorých je už pomerne jednoduché vyčítať číselné údaje, ak sú potrebné.

Podme si na jednom príklade uviesť, aké rôzne ekonomické výstupy môžeme v našom modeli sledovať. Uvažujme vstupy ako sú uvedené v Tabuľke 1. Je potrebné brať do úvahy fakt, že náš model sa v prvých približne desiatich iteráciách ešte svojpomocne dostáva do "rovnováhy". Z tohto dôvodu údaje v prvých iteráciách nepokladáme za príliš relevantné.

#### *HDP*

HDP môžeme vypočítať rôznymi spôsobmi (zdroj [9]), pričom by sme stále mali dôjsť k rovnakému výsledku. V našom modeli sa HDP počíta ako "výdavková metóda", kde sa spočítavajú výdavky domácností na kúpu homogénneho produktu a výdavky C-firiem na investície a do R&D, teda kúpu a údržbu strojov, školenia zamestnancov, atď.

Z grafu vieme vyčítať, že ekonomika bola v priebehu 180 iterácií vyrovnaná. Prvých 100 iterácií sa HDP pohybuje okolo hodnoty 4400, nasledujúcich 80 iterácií mierne



Obr. 4: HDP

klesá na hodnotu 4200.

#### *Nezamestnanosť*

Druhým makro ukazovateľom je nezamestnanosť, ktorá je vypočítaná ako rozdiel populácie a počtu obsadených pracovných miest vo všetkých firmách.



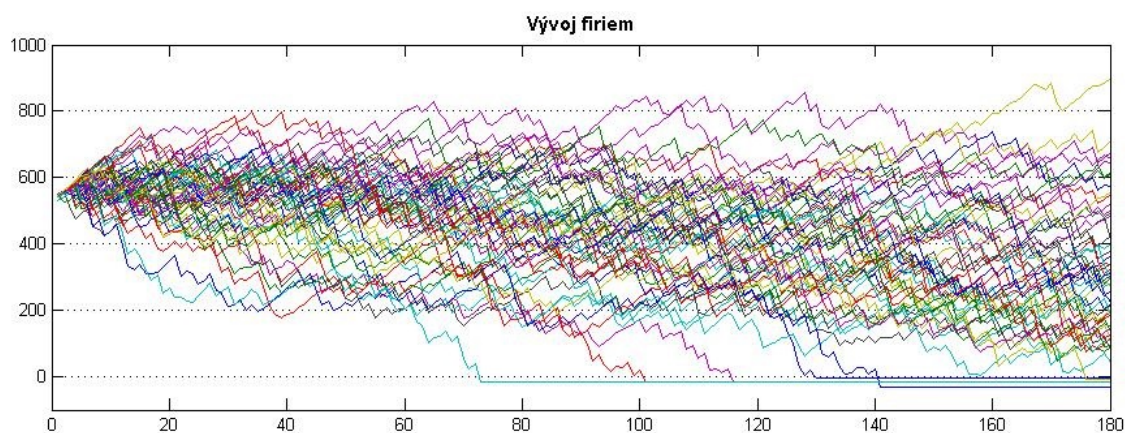
Obr. 5: Nezamestnanosť

Ako pri grafe HDP, prvých 100 iterácií totálna nezamestnanosť kolíše okolo konštantnej hladiny 20, následne pri ďalších 80 iteráciách mierne stúpa. V tomto prípade môžeme usúdiť, že HDP a nezamestnanosť negatívne korelujú, t.j. ak nezamestnanosť stúpne tak HDP klesne. Tento fakt sme potvrdili aj výpočtom, kde korelácia vyšla záporná, konkrétne  $\rho = -0,7439$ .

#### *Finančný vývoj firiem*

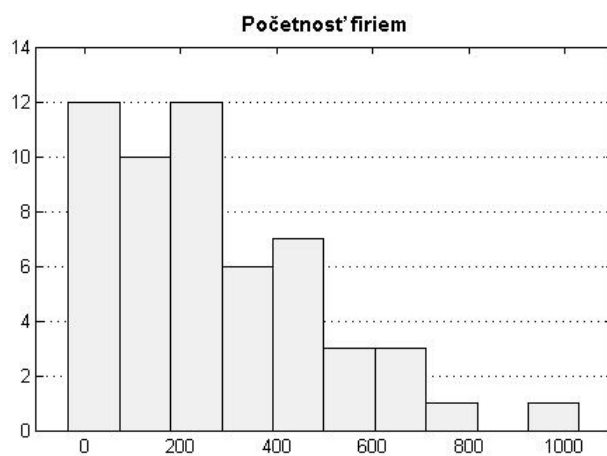
Na nasledujúcom výstupe môžeme vidieť ako sa vyvíjali firmy z hľadiska finančnej situácie.

Finančná situácia všetkých firiem bola na počiatku rovnaká. V priebehu iterácií si ich niekoľko zvýšilo solventnosť, niektoré stagnujú a zopár ich skrachovalo. Pre pre-



Obr. 6: Vývoj firiem

hľadnejšiu vizualizáciu konečného stavu slúži nasledujúci histogram, kde na osi  $y$  je znázornený počet firiem a na osi  $x$  je konečná finančná bilancia.



Obr. 7: Finančné rozloženie firiem

Stredná hodnota konečného stavu rozloženia finančnej situácie jednotlivých firiem je  $E(\cdot) = 284,6$ . Spomenuli sme niektoré výstupy z nášho modelu. Ďalšie ako celkový kapitál firiem, dopyt domácností po produktoch a priemerná trhovú cenu uvádzame v prílohe A.

## 4 R&D analýza

Proces inovácie je jadrom už Schumpeterovského pohľadu ekonomických zmien, kde sú predstavené "nové kombinácie"— nové produkty, postupy, zdroje vstupov, atď. Tie vedú k tvorivým ekonomickým aktivitám, "kreatívnej deštrukcii" (*angl. creative destruction*), a podnikateľskému zisku chránenému dočasnou monopolistickou silou (J. Schumpeter, 1911).

V tejto časti diplomovej práce sa bližšie venujeme inováciám a skúmame vplyv investovania do R&D v nami vytvorenom modeli ekonomiky s finančným vývojom firiem a rôznymi inými ekonomickými činiteľmi ako nezamestnanosť, celkový predaj, priemerná cena na trhu. Prvá podkapitola 4.1 podrobnejšie charakterizuje pojem R&D, nasledujúca podkapitola, 4.2, uvádza ako sa implementuje R&D do nášho modelu a od čoho sa odrážame. Reálnej aplikácii a popisu rôznych typov investovania do R&D sa zaoberáme v 4.3. Samozrejme, aj náš model má nedostatky, tie zachytávame v 4.4, kde sa okrem iného venujeme aj prípadným vylepšeniam a myšlienkam, ktoré by boli vhodným prínosom k skvalitneniu nášho modelu.

### 4.1 Čo je to R&D?

Zdroje [2, 11] charakterizujú vedu, rozvoj a výskum (ďalej R&D) ako investigatívnu aktivitu a činnosť, ktorú podnik vykonáva za účelom vývoja nových výrobkov a procesov alebo vedie k zlepšeniu už existujúcich produktov a postupov. Výskum a vývoj je jedným z prostriedkov, ktorým môže firma pocítiť budúci rast rozvíjaním práve týchto aktivít a rozšíriť tak pôsobnosť vylepšených alebo nových výrobkov/procesov na trhu.

Mnoho ľudí považuje R&D za synonymum spojené s firmami, ktoré sú na vrchole s vyspelými technológiami - ako počítačové odvetvie, medicínska či vesmírna technika, taktiež automobilový priemysel. Tie bojujú o pozíciu na trhu a nesmú si dovoliť zanedbávať R&D aktivity. Ak firma zlyhá v adaptácii najnovších technológií, konkurencia môže prebrať vedenie na trhu a tým spôsobiť katastrofálne dôsledky na sektor predaja pomalšej firmy. Často sú z tohto dôvodu inovácie spojené s udržaním firmy na trhu<sup>6</sup>.

R&D je však podporované aj malými podnikmi, ktoré nevyvíjajú niečo rozsiahle ale

---

<sup>6</sup>Podrobnejšie sa tematike inovácií venujú autori v [2].



skôr vylepšujú už existujúce produkty, postupy. Užívateľsky priateľské, spoľahlivejšie, dizajnovovo vylepšené, kapacitne väčšie - tieto a iné typy prívlastkov pokroku vzišli práve z R&D malých firiem.

R&D, ako je uvedené vyššie, je súčasťou každej ekonomiky, kde má svoje postavenie a hrá dôležitú úlohu. V nasledujúcich častiach sa preto zameriame na implementáciu R&D do nášho modelu a budeme skúmať aký vplyv má na makroekonomické agregáty v rôznych simuláciách.

## 4.2 Implemetácia do programu

### 4.2.1 R&D v BAM modeli

Ekonomika v reálnom svete nie je nemenná ale postupne sa obohacuje o nové znalosti, produkty, postupy a tým rastie. Hlavná predstava teórie rastu pri vývoji BAM modelu je spojená s technologickým pokrokom a teda s rozvojom R&D. Tá ovplyvňuje ekonomiku už na úrovni firiem, čo je zároveň aj implementované v našom modeli. R&D sa rozvíja s rastom produktivity  $\alpha_{it}$ . Tá sa postupne vyvíja v čase podľa autoregresného stochastického procesu

$$\alpha_{it+1} = \alpha_{it} + z_{it}, \quad (16)$$

kde náhodná premenná  $z_{it}$  patrí exponencionálnemu rozdeleniu s parametrom<sup>7</sup>

$\lambda = \frac{p_{it}Y_{it}}{\sigma_{it}\pi_{it}}$ . Čitateľ reprezentuje celkovú možnú tržbu za vyrobené produkty ( $p_{it}$  - cena,  $Y_{it}$  - skutočný počet vyrobených výrobkov) a menovateľ predstavuje časť  $\sigma_{it}$  zo zisku  $\pi_{it}$  v danej iterácii, teda

$$z_{it} \sim Exp(\lambda). \quad (17)$$

Následne sa navýšenie investícií premietne aj do finančnej bilancie firmy, kde sa časť  $\delta$  zo zisku  $\pi$  vyplatí vo forme dividend pre kapitalistov a zo zvyšku sa časť  $\sigma$  investuje do R&D

$$A_{it} = A_{it-1} + (1 - \sigma_{it-1})(1 - \delta)\pi_{it-1} \quad (18)$$

V prípade, že  $\sigma_{it-1} = 0$ , firma v danej iterácii neinvestovala žiadne finančné zdroje do R&D.

<sup>7</sup>V literatúre sa stretávame aj s mutáciou parametra  $\lambda$ , kde platí  $\lambda = \frac{1}{\mu}$ .

Tieto základné predpoklady a rovnica (7) môžu byť myslené ako redukovaná forma odrážajúca teoretické a empirické aspekty navrhované ako podnet na zlepšenie štúdií investovania do R&D. Neskôr poukázali na skutočnosť, že investovanie do vedeckej a výskumnej činnosti v záujme technického pokroku nepriamo súvisí s finančnou krehkosťou firmy (Reynard, 1979; Fazzari a Athey, 1989; Greenwald et al., 1990).

#### 4.2.2 R&D v našom modeli

Na implementáciu R&D do nášho modelu sme použili základnú myšlienku BAM modelu, ktorý etapovo zvyšoval produktivitu zamestnancov  $\alpha_i$  pre jednotlivé firmy. Informácia, ktorá nie je jednoznačne určená v BAM modeli reprezentovaného v [7], je absencia charakterizácie inicializačnej hodnoty  $\alpha_i$  a jej počiatkovej závislosti na parametri  $\lambda = \frac{p_{it}Y_{it}}{\sigma_{it}\pi_{it}}$ . Z tohto dôvodu sme v našom modeli zrealizovali zmenu náhodnej premennej  $z_{it}$ . Zachovali sme jej exponenciálne rozdelenie, zmenili sme však parameter rozdelenia  $\lambda$ , ktorý už nie je závislý na žiadnych premenných ale je možné nastaviť mu nemennú hodnotu pre všetky iterácie cez vstupnú tabuľku.

Pozmenili sme aj predpis pre produktivitu  $\alpha_{it+1}$ , ktorý sa bude etapovo zvyšovať o zlomok z pôvodnej  $\alpha_{it}$ , konkrétne

$$\alpha_{it+1} = \alpha_{it}(1 + z_{it}). \quad (19)$$

Zvýšenie produktivity v rôznych firmách môže stať rôznu sumu. Niekde stačí školenie zamestnancov, niekde sa musia vynaložiť prostriedky na skvalitnenie výrobného procesu, atď. Keďže väčšie firmy majú aj väčší počet zamestnancov a vyšší kapitál ako malé firmy, zvýšenie ich produktivity o jeden bod bude z tohto dôvodu drahšie ako pre malé firmy. Autori v [11] uvádzajú, že podiel investícií firiem do R&D je zvyčajne pod 5% zo zisku v závislosti na type a finančnej kondícii firmy. Tieto údaje nám slúžili ako základ pri aplikácii do modelu, kde väčšie a finančne solventnejšie firmy vynaložili až do 30% z vlastného zisku do R&D a malé firmy do 5% z vlastného zisku. Takýmto spôsobom sme umožnili malým firmám navyšovať ich produktivitu za relatívne nižšiu sumu a presunúť tak ich finančné prostriedky na iné účely. Podobnú formu podpory môžeme asociovať do reálnej ekonomiky, kde štát dotuje malé a stredné podniky rôznymi podpornými fondami a tým zvyšuje ich konkurencieschopnosť.

Takýmto spôsobom sme v našom modeli, odvodeného z BAM modelu, vyvodili rozdelenie náhodnej premennej  $z_{it}$  potrebné k následným simuláciám, kde budeme skúmať vplyv R&D na vybrané makroekonomické agregáty.

### 4.3 Simulácie

Pri simuláciách používame vstupné dáta uvedené v tabuľke 2 nižšie. Samozrejme, vstupné hodnoty boli nastavené tak, aby vyhovovali kalibrácii popísanej v kapitole 3.2.

**Tabuľka 2:** Vstupná tabuľka pre naše simulácie

<i>Symbol</i>	<i>Charakter parametra</i>	<i>Hodnota</i>
$T$	počet iterácií	300
$J$	populácia	650
$I$	počet firiem	55
$M$	počet aplikácií o prácu	2
$Z$	počet aplikácií na trhu s tovarom	2
$A$	vlastné fin. zdroje firmy	1000
$D$	dopyt	10
$w$	mzda	6
$p$	cena	9
$a$	doba amortizácie	40
$\alpha$	produktivita	1
$\delta$	dividendová miera	0,3
$\rho$	maximálna zmena dopytu	0,02
$\mu$	maximálny rast ceny produktu	0,02
$\xi$	maximálny rast miezd	0,01
$\frac{1}{\lambda}$	koef. rozdelenia pri produktivite	0,0015

Pracujeme s 300 iteráciami, ktoré reprezentujú pomerne dlhšie časové obdobie. Vzhľadom na komplexnosť modelu, predpokladáme, že jedna iterácia môže v reálnom svete predstavovať aj jeden týždeň, kde 300 týždňov činí približne 6 rokov. Pri zmene bázy z týždňa na dva týždne, hovoríme o 12 rokoch a pri zmene na mesiac je to až 25

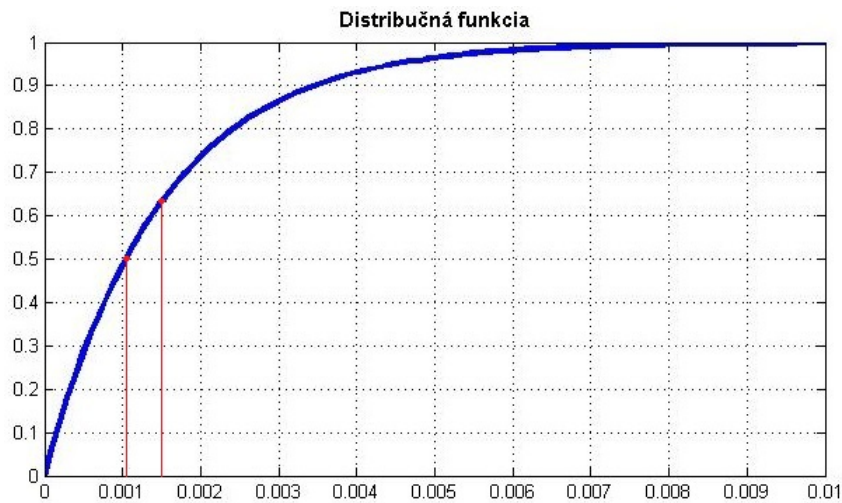
rokov.

S ohľadom na bázu, počet iterácií a počiatočnú hodnotu produktivity sme parameter  $\frac{1}{\lambda}$  položili nízko,  $\frac{1}{\lambda} = 0,0015$ , a teda model používa stochastickú rovnicu (10) a rozdelenie

$$z_{it} \sim \text{Exp}(\lambda \approx 667). \quad (20)$$

Kvôli lepšej predstave uvádzame predpis a graf distribučnej funkcie rozdelenia náhodnej premennej  $z_i$ , jeho strednú hodnotu a medián, ktoré sú taktiež vyznačené v grafe<sup>8</sup>.

$$\begin{aligned} E[Z] &= \frac{1}{\lambda} = 0,0015, \\ \text{med}[Z] &= \frac{\ln(2)}{\lambda} \approx 0,00104, \\ F_Z(z) = P[Z \leq z] &= \begin{cases} 0 & \text{ak } z < 0, \\ 1 - e^{-667z} & \text{ak } z \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$



**Obr. 8:** Distribučná funkcia rozdelenia náhodnej premennej  $z_i$

Produktivita všetkých zamestnancov je na počiatku identická a postupne ju niektoré firmy svojim pracovníkom zvyšujú v závislosti od simulácie. Najskôr sa zaoberáme situáciou, kde žiadna firma v ekonomike nemíňa prostriedky na R&D. Potom simulujeme rôzne možnosti ako jedna firma investuje do R&D, 10%, 50% a 100% firiem investuje do R&D. Jednotlivé simulácie porovnáme a skúsime odhadnúť ako vplýva investovanie do R&D na rôzne ekonomické činitele.

<sup>8</sup>Hodnoty vypočítané na základe zdroja [10].

Ako už bolo spomenuté v úvode podkapitoly 4.1, s investovaním firmy do R&D očakávame aj jej budúci rast ([2,11]). To však má vplyv na vývoj a rozhodovanie zvyšných firiem v ekonomike.

Ak do R&D neinvestuje žiadna firma, predpokladáme dokonalú konkurenciu trhu pretože všetky firmy majú rovnako nastavené počiatočné hodnoty a ich produktivita je konštantná (nerastúca ani neklesajúca) naprieč všetkými iteráciami.

Ak investuje do R&D iba jedna firma, jej produktivita sa voči ostatným navyšuje. V priebehu iterácií to môže viesť od vysokej miery efektívnosti firmy až k výsadnému postaveniu na trhu s vysokou produktivitou. V reálnej ekonomike danú situáciu môžeme interpretovať ako firmu, ktorá disponuje istým druhom patentu.

Ak investuje do R&D viacero firiem, ich budúci rast by mal byť vyšší ako rast firiem, ktoré do R&D neinvestujú. Domnievame sa však, že so zvyšujúcim sa počtom firiem investujúcich do R&D bude ich rast pomalší ako v prípade monopolu z dôvodu väčšej vzájomnej konkurencie.

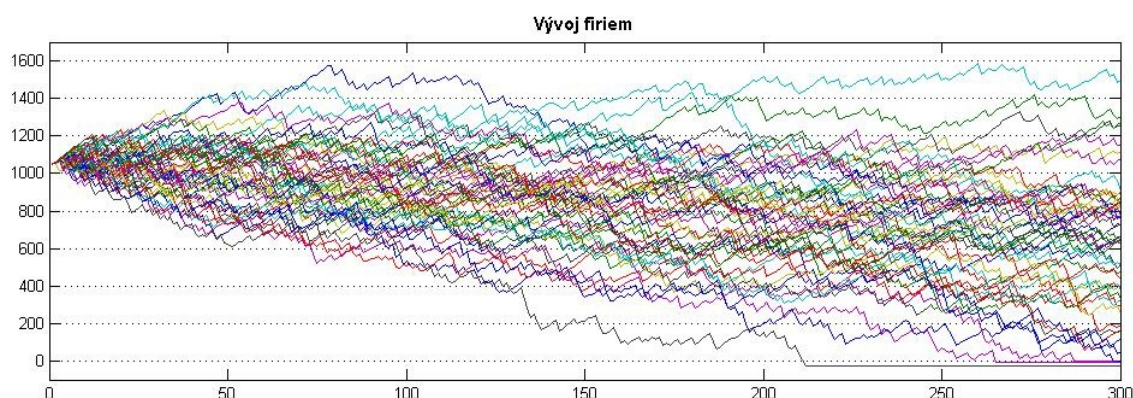
Ak do R&D investujú všetky firmy, opäť predpokladáme dokonalú konkurenciu ako v prípade, kde žiadna firma do R&D neinvestuje. Dôvodom je, že na trhu nebudú firmy, ktoré by sa vzájomne líšili, pretože počiatočné podmienky a ich simulované správanie je nastavené rovnako.

Tieto predpoklady budeme overovať, porovnávať a podrobnejšie popisovať na simuláciách v nasledujúcej časti tejto kapitoly.

#### 4.3.1 Rôzne typy investovania do R&D

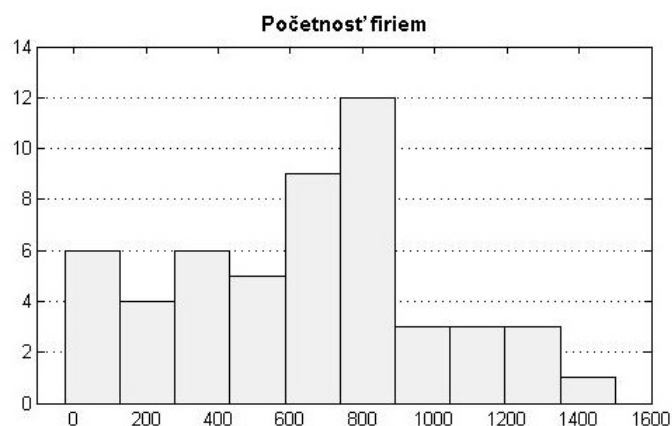
##### *Žiadna firma neinvestuje do R&D*

V tejto simulácii žiadna firma nevynakladá prostriedky do R&D a preto je ich produktivita konštantná naprieč všetkými 300 iteráciami, t.j. pre všetky firmy je parameter  $\frac{1}{\lambda} = 0$  nastavený rovnako. Nasledujúci graf 8 popisuje vývoj firiem z finančného hľadiska, kde si môžeme všimnúť rastúcu disperziu finančnej situácie medzi firmami. Nebadáme však žiadnu rapídne rastúcu, prípadne krachujúcu firmu. Môžeme usúdiť, že žiadna z nich nedosahuje markantný finančný zisk vzhľadom k ostatným a z tohto dôvodu ani jedna firma nemá taký podiel na celkovom trhu, aby mohla ovplyvňovať výslednú trhovú cenu.



**Obr. 9:** Vývoj firiem ak žiadna neinvestuje do R&D

Stredná hodnota koncového stavu firiem je  $E_{n_0}(\cdot) = 649,1$  a kvôli prehľadnosti uvádzame aj histogram ich finančného rozloženia po 300 iteráciách.



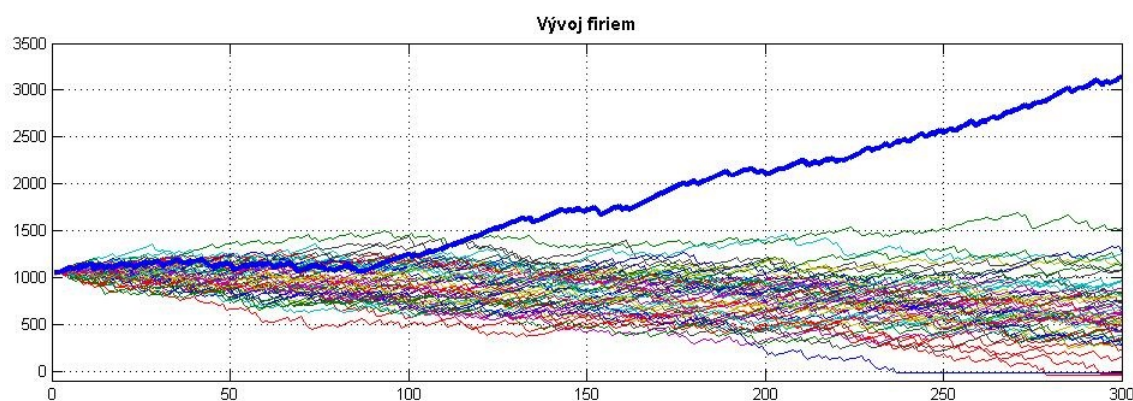
**Obr. 10:** Finančné rozloženie firiem ak žiadna neinvestuje do R&D

Údaje získane z tejto simulácie budeme využívať na porovnanie pri ďalších typoch investovania firiem do R&D. Zároveň v prílohe B doplníme ďalšie makroekonomické faktory ako výsledok tejto simulácie - nezamestnanosť a trhovú cenu homogénneho produktu.

#### *Jedna firma investuje do R&D*

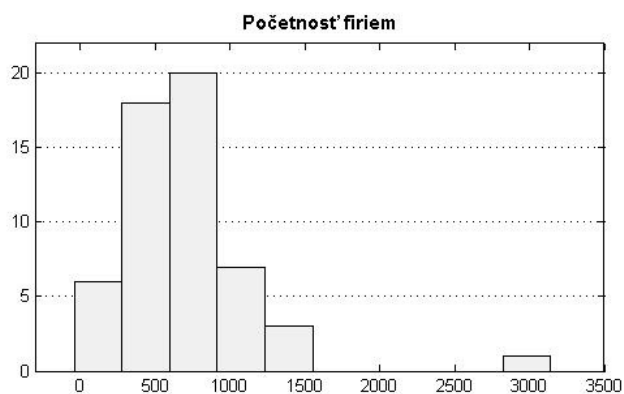
Do vedy, výskumu a vývoja investuje iba jedna firma, ktorej produktivita sa v čase postupne zväčšuje, zvyšné firmy majú produktivitu konštantnú. Na nasledujúcom obrázku 11 sme ju zvýraznili, aby bola ľahšie rozpoznateľná vzhľadom k zvyšným firmám.

Môžeme detekovať dve sekvencie finančného vývoja tejto firmy v porovnaní so zvyškom trhu. V prvej tretine je vývoj porovnateľný s ostatnými firmami. Od začiatku



Obr. 11: Vývoj firiem ak jedna investuje do R&D

druhej tretiny však rastie lineárne a odčleňuje sa od hlavného prúdu, kde v konečnej 300-stej iterácii dosahuje až hodnotu  $E_{i1}(\cdot) = 3132,8$ , čo je približne 5-krát viac ako stredná hodnota koncového stavu ostatných firiem  $E_{n1}(\cdot) = 643,6$ . Kvôli prehľadnosti uvádzame aj histogram koncového rozloženia finančnej situácie všetkých firiem, kde náskok firmy investujúcej do R&D je taktiež viditeľný.

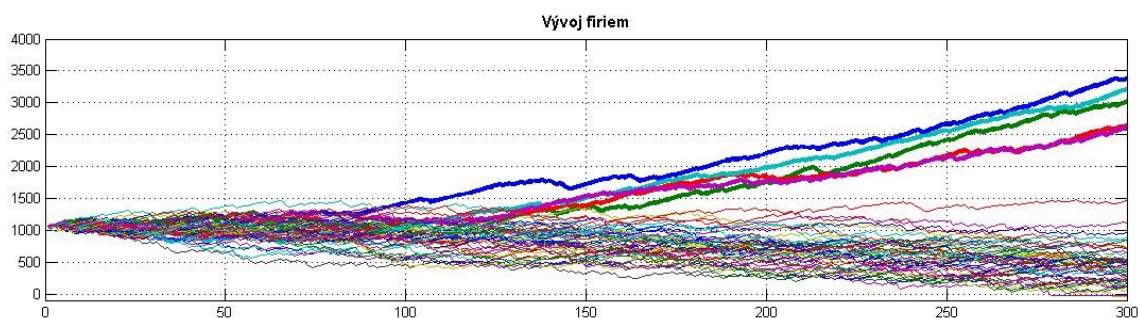


Obr. 12: Finančné rozloženie firiem ak jedna investuje do R&D

Špecifikom tejto simulácie je fakt, že daný stav v ekonomike môžeme prezentovať ako "dočasný" monopol, ktorý disponuje určitým druhom patentu a vlastní patentové právo. Takýto monopol je zvyčajne chránený štátom na určité obdobie, aby sa vynaložené náklady na R&D vrátili firme späť vo forme zisku.

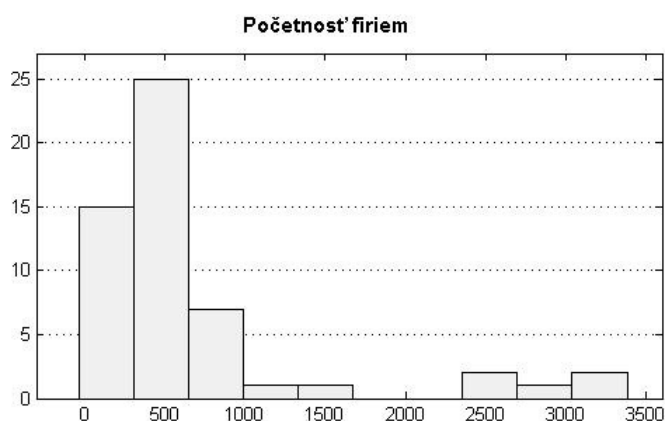
#### *10% firiem investuje do R&D*

Pri investovaní 10% firiem do R&D, môžeme sledovať ich finančný vývoj na obrázku 13. Zvýraznené línie opäť predstavujú firmy investujúce do R&D.



**Obr. 13:** Vývoj firiem ak 10% z nich investuje do R&D

Ako v prípade investovania do R&D iba jednou firmou, aj v tejto simulácii bádame odčlenenie firiem s vyššou produktivitou od ostatných medzi iteráciami 100 až 150. Pozrime sa aj na prvý moment, teda strednú hodnotu týchto dvoch typov firiem po 300 iteráciách.



**Obr. 14:** Finančné rozloženie firiem ak 10% z nich investuje do R&D

Z histogramu pozorujeme dva zhľuky dát. Prvý patrí firmám neinvestujúcim do R&D, kde koncový stav ich finančnej bilancie má strednú hodnotu  $E_{n10}(\cdot) = 485,8$ . Druhá skupina investujúcich firiem má strednú hodnotu  $E_{i10}(\cdot) = 2833,1$ .

Porovnaním týchto hodnôt s hodnotami z predchádzajúcej simulácie (viď tabuľka 3) môžeme detekovať pokles finančnej bilancie ako na strane investujúcich firiem, tak aj na strane neinvestujúcich firiem do R&D.

Dôvodom poklesu je nárast počtu firiem na trhu s vyššou produktivitou a finančne stabilnejšou situáciou. Tie si navzájom konkurujú a zároveň konkurujú aj ostatným firmám v ekonomike vo väčšej miere ako v predchádzajúcej simulácii. Tým pádom tlačia na zníženie cien, ktorých priebeh taktiež uvádzame.



Tabuľka 3: Porovnanie stredných hodnôt dvoch simulácií

	Patent	10%
$E_{neinvest.}$	643,6	485,8
$E_{invest.}$	3132,8	2833,1

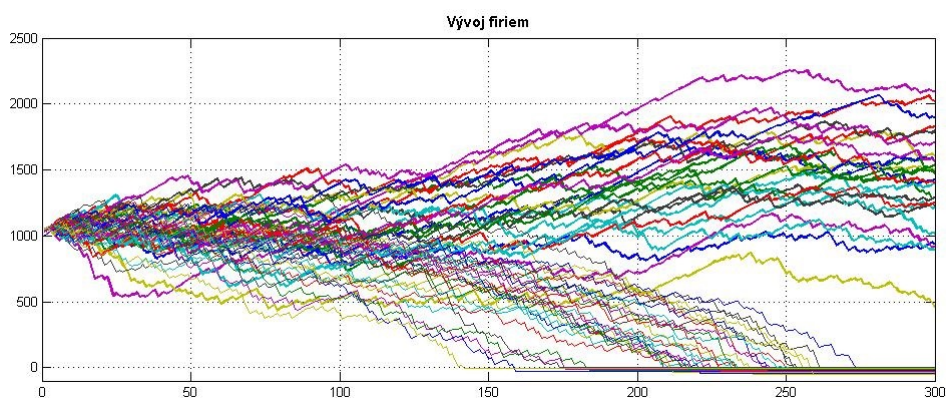


Obr. 15: Porovnanie vývoja cien

Približne od 90 iterácie je cena na trhu nižšia pre prípad investovania 10% firiem do R&D ako len pri investovaní jednej firmy.

#### 50% firiem investuje do R&D

Pozrime sa na vývoj firiem, kde polovica z nich investuje do výskumu (zvýraznené línie) a druhá polovicia nie.

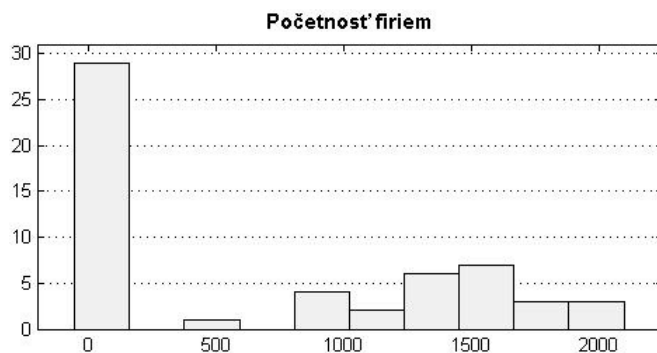


Obr. 16: Vývoj firiem ak 50% z nich investuje do R&amp;D

Priebeh tejto simulácie sa od predchádzajúcich líši. V prvej tretine sa všetky firmy vyvíjajú porovnateľne. Od iterácie 100 do 150 sa tieto dva typy firiem začínajú odľučovať a od 150 iterácie pozorujeme dva samostatné prúdy. Po 300 iteráciách na trhu

ostali len firmy investujúce do výskumu zatiaľ čo ostatné firmy skrachovali.

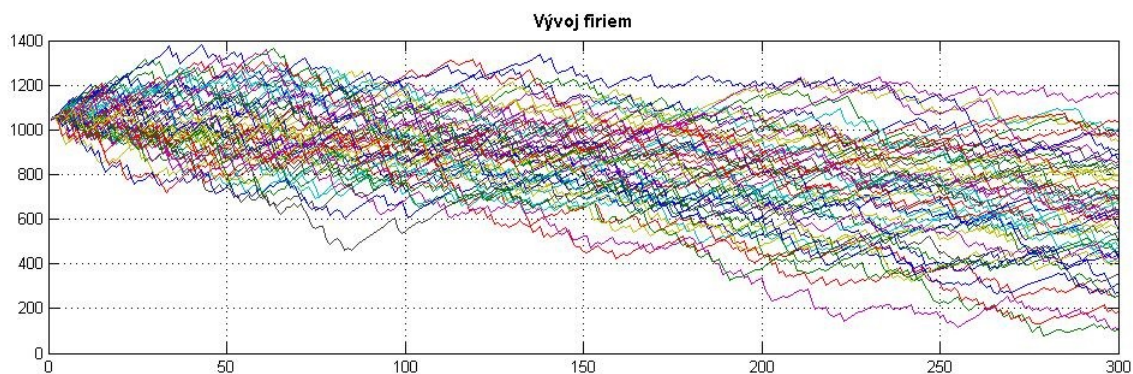
Koncové finančné rozloženie firiem uvádzame na nasledujúcom histograme. Stredná hodnota firiem investujúcich do R&D je  $E_{i50}(\cdot) = 1497,7$ , zvyšné firmy skrachovali, teda  $E_{n50}(\cdot) = 0$ .



**Obr. 17:** Finančné rozloženie firiem ak 50% z nich investuje do R&D

#### *100% firiem investuje do R&D*

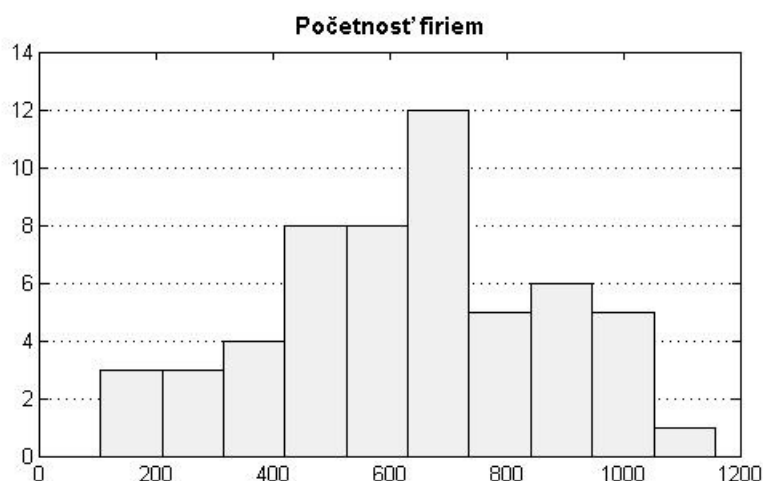
Poslednou simuláciou v tejto sekcii je investovanie všetkých firiem do R&D. Vývoj ich finančnej situácie si môžeme pozrieť na obrázku 18.



**Obr. 18:** Vývoj firiem ak 100% z nich investuje do R&D

Nepozorujeme žiadne výraznejšie odchýlky od hlavného prúdu v priebehu 300 iterácií. Stredná hodnota koncového stavu finančnej bilancie je  $E_{i100}(\cdot) = 550,9$ .

Ako pri prvej simulácii, kde žiadna firma neinvestovala svoje finančné zdroje do R&D, aj v tomto prípade môžeme predpokladať, že sa trh správa ako pri dokonalej konkurencii. Dôvodom sú rovnaké počítačové podmienky a žiadna diferenciácia medzi



**Obr. 19:** Finančné rozloženie firiem ak 100% z nich investuje do R&D

firmami počas priebehu iterácií. Porovnajme tieto dve simulácie na báze stredných hodnôt  $E(\cdot)$  a rozptylov  $\sigma(\cdot)$ .

**Tabuľka 4:** Porovnanie stredných hodnôt  $E(\cdot)$  a rozptylov  $\sigma(\cdot)$

	0%	100%
$E(\cdot)$	649, 1	550, 9
$\sigma(\cdot)$	350, 2	245, 2

Vyššiu strednú hodnotu  $E(\cdot)$  koncového stavu pri prvej simulácii môžeme vysvetliť tým, že firmy nemíňali žiadne finančné zdroje do R&D. Pri poslednej simulácii tieto zdroje boli investované v priebehu všetkých 300 iterácií.

Nižšia hodnota rozptylu v poslednej simulácii naznačuje vyrovnanejší koncový stav firiem a teda môžeme predpokladať, že boli kompetitívnejšie. Tento fakt poukazuje aj na to, že ceny finálneho produktu boli vystavené väčšiemu znižovaniu a teda boli nižšie ako pri prvej simulácii. So znižovaním cien súvisí aj nižší príjem pre firmy a to vysvetľuje aj nižšiu strednú hodnotu koncového stavu v poslednej simulácii.

#### 4.3.2 Hodnotenie simulácií

Reálna ekonomika je veľmi obsiahla, komplexná a poprepájaná medzi subjektami na mikroúrovni. Modelovať makroekonomiku od takého detailného stupňa je preto veľmi náročné.

Ako sme predpokladali pred samotnými simuláciami a ako uvádzajú zdroje [2,11], investície do R&D sú spojené s budúcim rastom firiem. Táto domnienka sa nám potvrdila aj v našich simuláciách ale iba ak na trhu vystupovali oba typy firiem, teda tie čo investovali do R&D a tie čo neinvestovali. Pri investovaní všetkých firiem na trhu do R&D bola ich výsledná stredná hodnota finančnej situácie nižšia ako keď žiadna firma do R&D neinvestovala.

V nasledujúcej tabuľke uvádzame súhrn stredných hodnôt a rozptylov jednotlivých simulácií po 300 iteráciách.

**Tabuľka 5:** Súhrn stredných hodnôt a rozptilov

	0%	patent	10%	50%	100%
$E_{neinvest.}$	649, 1	643, 6	485, 8	0	—
$E_{invest.}$	—	3132, 8	2833, 1	1497, 7	550, 9
$\sigma_{neinvest.}$	350, 2	304, 8	281, 1	0	—
$\sigma_{invest.}$	—	0	235, 6	379, 9	245, 2

Podľa výskumnej práce a štatistík, ktoré spracúva zdroj [11] sa v reálnej ekonomike nachádza až 49% firiem, ktoré do R&D neinvestujú, 23% firiem investuje nepravidelne a zvyšných 28% z nich regulárne mŕňa finančné zdroje do rozvoja R&D.

Z našich predpokladov, výsledkov simulácií a reálneho rozloženia investícií firiem do R&D môžeme usúdiť, že investovanie do R&D v reálnej ekonomike by mohlo viesť k budúcemu rastu firmy z dlhodobého hľadiska. Samozrejme, záleží to aj od mnohých exogénnych faktorov, ktoré náš model neuvažuje.

## 4.4 Limitácie

V tejto podkapitole zhrnieme a popíšeme nedostatky nášho modelu a stručne načrtneme ich možné riešenia. Ďalej skúsime navrhnúť zlepšenia, ktoré by viedli k precíznejšiemu prístupu a skvalitneniu modelovania.

Najväčším deficitom nášho modelu je absencia bánk a trhov na ktorých pôsobia. Z tohto dôvodu firmy neboli schopné požičať si peniaze a domácnosti neboli schopné si svoje úspory uložiť. S tým je spojený aj ďalší nedostatok, sklon k spotrebe domácností.

Tie všetky svoje príjmy hneď minuli na uspokojenie svojich potrieb a peniaze si nechali do ďalšej iterácie iba v prípade ak na trhu už nebol žiaden produkt.

Vláda a jej rozhodnutia taktiež vo veľkej miere vstupujú do vývoja reálnej ekonomiky. Náš model, žiaľ, kvôli komplexnosti tento subjekt v ekonomike neuvažoval.

K vylepšeniu nášho modelu môže slúžiť uskladnenie homogénneho produktu do nasledujúcich iterácií za určitých podmienok. Potom sa náš model môže vylepšiť rozšírením portfólia výrobkov na trhu, ktoré by precíznejšie pokrývalo potreby spotrebiteľov.

Spomenieme ešte niektoré minoritné faktory, ktoré vplývajú na vývoj ekonomiky v menšej miere ako banky a vláda. Populácia v našom modeli nemá dynamický charakter. Je konštantná a v priebehu iterácii nerastie ani neklesá, čo v reálnom svete je nepravdepodobné. Ďalej uvedieme dobrovoľnú nezamestnanosť, ktorú náš model nepripúšťa, pretože všetci nezamestnaní hľadajú prácu. Tento druh nezamestnanosti je do istej miery spojený s benefitmi vlády, ktorá v našom modeli chýba.

## Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo na modeli ekonomiky s heterogénnymi účastníkmi ako banky, firmy a domácnosti simulovať jej agregované makro správanie. K dosiahnutiu tohto cieľa sme vytvorili v matematickom prostredí Matlab-u vlastný model ekonomiky, v ktorom sme skúmali priblíženie zdola-nahor, teda od mikroekonomických subjektov cez agregáciu ich výstupov až na úroveň makroekonomiky.

Vytvorili sme si ekonomické prostredie s domácnosťami a produkčnými a kapitálovými firmami, kde každý účastník mal vlastné simultánne správanie a preferencie, ktoré ho charakterizovali už na mikroúrovni. Agenti sa stretávali na trhoch ako trh práce, trh so spotrebným tovarom a trh s kapitálovým tovarom, kde navzájom interagovali a z ich výstupov sme agregáciou dostali makroekonomické činitele ako nezamestnanosť, vývoj HDP, dopyt a ponuka na trhu, atď. Tie sme pozorovali a boli schopní ich kvalitatívne popísať.

V prvej kapitole sme sa venovali dvom prístupom k modelovaniu makroekonomiky, kde jeden z nich je založený na princípe zdola-nahor, použitý v našej diplomovej práci.

V druhej kapitole bol popísaný BAM model, moderný pohľad na modelovanie zdola-nahor, ktorý slúžil ako oporný kameň pri tvorbe vlastného modelu. V tejto kapitole sme podrobnejšie popísali vzťahy agentov na mikroúrovni, charakterizovali ich správanie a predstavili hlavný prúd interakcií medzi účastníkmi na trhu.

Tretia kapitola sa venovala špecifickým vlastnostiam nami vytvoreného modelu, popísala vstupy a výstupy modelu.

V štvrtej kapitole sme sa venovali analýze vplyvu investícií do vedy a výskumu (R&D) na budúci vývoj firmy z dlhodobejšieho hľadiska. Prvá časť kapitoly popisuje implementáciu investovania do R&D v našom modeli a v druhej časti sme na množstve rôznych simulácií (napr. žiadna alebo všetky firmy investujú do R&D, jedna firma investuje do R&D, 10% a 50% firiem na trhu investuje do R&D) skúmali vývoj firiem.

Z výsledkov našich simulácií by z dlhodobého hľadiska bolo vhodné investovať do R&D len v prípade, ak sa na trhu nachádza aj nejaký počet firiem, ktoré do R&D neinvestujú. Samozrejme, náš model nie je dokonalý a má nedostatky. Tie zachytávame v poslednej časti štvrtej kapitoly.

## Zoznam použitej literatúry

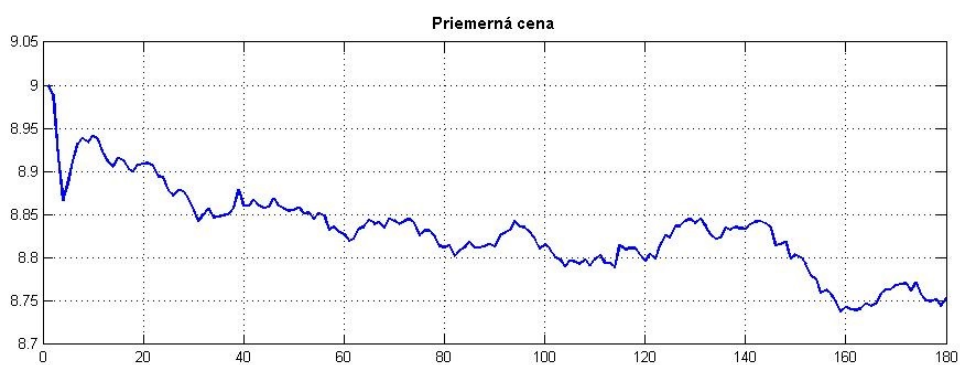
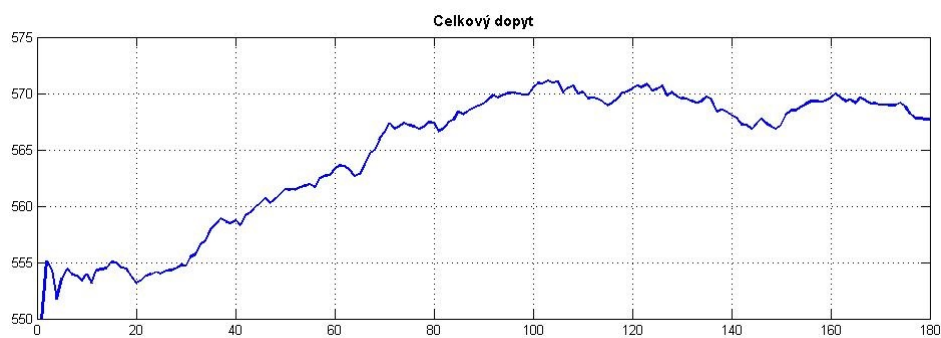
- [1] BABUTSIDZE, Z. et al.: *Agent Based Models*: výskumná správa č.3. Paríž: OfCE, 2012. 15 s.
- [2] BAUMOL, J. W.; BLINDER, A. S. et al.: *Microeconomics: Principles and Policy*. Mason(USA): Cengage Learning, 2011. ISBN 978-05-3845-362-2.
- [3] FAGIOLO, G.; ROVENTINI, A.: *Macroeconomic Policy in DSGE and Agent-Based Models*: výskumná správa. Paríž: OfCE, 2012. 34 s.
- [4] FARMER, J. D.; FOLEY, D. 2009 The economy needs agent-based modelling. In *Nature*. 2009, vol. 460, no. 6, p. 685-686
- [5] GAFFARD, J. L.; NAPOLETANO, M.: *Agent-based models and economic policy*: výskumná správa č. 124. Paríž: OfCE, 2012. 448 s. ISBN 978-23-1200-316-0.
- [6] GAFFARD, J. L.; NAPOLETANO, M.: *Supplement : Comments and replies*: doplnok k výskumnej správe č. 124. Paríž: OfCE, 2012. 90 s.
- [7] GATTI, D. D.; DESIDERIO, S. et al.: *Macroeconomics from the Bottom-up*. Miláno: Springer, 2011. ISBN 978-88-4701-970-6.
- [8] GRAZZINI, J.; ASSENZA, T.: *The Macroeconomic Agent Based Model (MABM): Towards Mark II*: výskumná správa. Miláno: CRISIS, 2012. 28 s.
- [9] HOLMAN, R.: *Makroekonomie, středně pokročilý kurz*. 2. vydanie, Praha: C. H. Beck, 2010. ISBN 978-80-7179-861-3.
- [10] JANKOVÁ, K.; PÁZMAN, A.: *Pravdepodobnosť a štatistika*. Bratislava: Vydavateľstvo UK, 2011. ISBN 978-80-2232-931-6.
- [11] JOHANSSON, B.; LOOF, H.: *The Impact of Firm's R&D Strategy on Profit and Productivity*: výskumná správa č. 156. Stockholm: CESIS, 2008. 28 s.
- [12] OEFFNER, M.: *Agent-based Keynesian macroeconomics - an evolutionary model embedded in an agent-based computer simulation*. Dizertačná práca. Würzburg: 2008.

- [13] STIGLITZ, J. 2011. Rethinking macroeconomics: what failed and how to repair it. In *Journal of the European Economic Association*. vol. 9, 2011, p. 591-645.



# Príloha A

## Kapitola 3 - výstupy



## Príloha B

Žiadna firma neinvestuje do R&D

