

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



RIADENIE PORTFÓLIA S VYUŽITÍM
MULTIKRITERIÁLNYCH METÓD VÝBERU AKCIÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

RIADENIE PORTFÓLIA S VYUŽITÍM
MULTIKRITERIÁLNYCH METÓD VÝBERU AKCIÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Karol Firbas
Študijný program: ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský

Názov: Riadenie portfólia s využitím multikriteriálnych metód výberu akcií. / *Portfolio management using multicriteria methods of stock selection.*

Cieľ: Výber akcií do portfólia sa v praxi často robí na základe historických dát cien, čo môže viesť k chybným rozhodnutiam. V práci budeme rozoberať a testovať metódy, ktoré ohodnotia akcie na základe viacerých kritérií, ktoré poskytujú podrobnejšie informácie ako historické dáta cien.

Vedúci: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 29.01.2014

Dátum schválenia: 10.02.2014
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Pod'akovanie. Týmto by som sa chcel poďakovať vedúcemu mojej diplomovej práce doc. Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD. za ochotu byť k dispozícii kedykoľvek to tvorba práce vyžadovala, za odborné rady, pripomienky a podnetné konzultácie, ktoré bezpochyby prispeli ku tvorbe tejto práce. Takisto ďakujem spoločnosti Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a.s. za poskytnutie dát využívaných v tejto práci. Vďaka patrí v neposlednom rade aj môjmu okoliu, teda rodine za pochopenie a trpezlivosť a priateľom za podporu a ochotu diskutovať problémy spojené s písaním tejto práce.

Abstrakt v štátnom jazyku

FIRBAS, Karol: Riadenie portfólia s využitím multikriteriálnych metód výberu akcií [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2015, 73s.

Práca sa zaoberá riadením portfólia, najmä spôsobom výberu akcií. Objasňuje prístup k výberu akcií ako k problému multikriteriálnej optimalizácie a predstavuje a pre konkrétne dáta kalibruje metódy vhodné na riešenie takéhoto multikriteriálneho optimalizačného problému. Poukazuje tak na komplikácie vznikajúce pri používaní jednotlivých metód a následne navrhuje prístup k zostaveniu portfólia na základe výsledkov týchto metód. Výsledné portfóliá slúžia na porovnanie vhodnosti použitia jednotlivých metód výberu akcií. Cieľom práce je identifikovať najlepšie spomedzi použitých metód výberu akcií a overiť ich výkon v porovnaní s náhodným výberom akcií za účelom overenia opodstatnenosti budovania týchto metód.

Kľúčové slová: Multikriteriálne oceňovanie akcií, DEA modely, PROMETHEE metódy, multikriteriálna optimalizácia, finančné ukazovatele, výnos portfólia, Kendallov koeficient zhody

Abstract

FIRBAS, Karol: Portfolio management using multicriteria methods of stock selection [Master Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2015, 73 p.

Thesis deals with portfolio management, particularly with method of stock selection. It clarifies stock selection as a problem of multicriteria optimization and introduces and for specific data calibrates methods suitable for solving such a multicriteria optimization problem. It points out complications arising when using particular methods and subsequently proposes approach to portfolio forming on the basis of results of these methods. Resulting portfolios serve as a comparison of suitability of use of individual stock selection methods. The aim of the thesis is to identify the best among the used methods of stock selection and to verify their performance in comparison with random stock selection for the purpose of checking the justness of creating these methods.

Keywords: Multicriteria stock valuation, DEA models, PROMETHEE methods, multicriteria optimization, financial indicators, portfolio return, Kendall's coefficient of concordance

Obsah

Zoznam obrázkov	9
Zoznam tabuliek	10
Zoznam použitých symbolov a označení	11
Úvod	12
1 Vstupné dáta, kritériá akcií a použitý matematický aparát	13
1.1 Vstupné dáta	13
1.2 Finančné ukazovatele	14
1.3 Matematický aparát	22
1.3.1 Kendallov koeficient zhody	22
1.3.2 Direchletovo rozdelenie	24
2 DEA model	26
2.1 Voľba DEA modelu	26
2.2 Úprava vstupných dát	30
2.3 Kalibrácia modelu	32
3 PROMETHEE metóda	41
3.1 Odvodenie PROMETHEE II metódy	41
3.2 Úprava dát a kalibrácia metódy	45
3.2.1 Voľba preferenčných funkcií	46
3.2.2 Určenie váh kritérií	47
4 Tvorba a vyhodnotenie portfólia	54
4.1 Tvorba portfólia	54
4.2 Vyhodnotenie portfólií	57
Záver	67
Zoznam použitej literatúry	69

OBSAH

Príloha A	71
Príloha B	72

Zoznam obrázkov

1	Graf počtu numerických chýb v závislosti od maximálneho počtu iterácií podľa variantu kritérií.	34
2	Graf počtu numerických chýb v závislosti od tolerancie účelovej funkcie podľa variantu kritérií.	36
3	Graf počtu numerických chýb v závislosti od parametra ϵ podľa variantu kritérií.	38
4	Graf priemerných vzdialeností poradí v závislosti od variantov kritérií .	39
5	Znázornenie indexu agregovaných tokov	43
6	Znázornenie $\phi^+(a)$	44
7	Znázornenie $\phi^-(a)$	44
8	Porovnanie D/E ratio pre rôzne sektory	49
9	Porovnanie váh vierohodnostných kritérií medzi vybranými odvetviami	53
10	Porovnanie váh ziskovostných kritérií medzi vybranými odvetviami . .	53
11	Graf porovnávajúci jednoročný výnos portfólií s výnosom trhu	59
12	Graf porovnávajúci trojročný výnos portfólií s výnosom trhu	59
13	Graf porovnávajúci jednoročný výnos a volatilitu portfólií s výnosom a volatilitou náhodne generovaných portfólií	60
14	Graf porovnávajúci trojročný výnos a volatilitu portfólií s výnosom a volatilitou náhodne generovaných portfólií	61

Zoznam tabuliek

1	Zoznam odvetví a počet akcií v týchto odvetviach po jednotlivých čisteniach dát	14
2	<i>Vierohodnostné</i> ukazovatele	21
3	Vybrané akcie a ich vybrané ukazovatele	30
4	Skupiny ukazovateľov a ich využitie v modeli	33
5	Presnosť vierohodnostných kritérií	37
6	Presnosť ziskovostných kritérií	37
7	Nastavenia parametrov DEA modelu	40
8	Vyhodnocovacia tabuľka	41
9	Typy preferenčnej funkcie	47
10	Váhy <i>vierohodnostných</i> kritérií - “Basic Materials”	50
11	Váhy <i>ziskovostných</i> kritérií - “Basic Materials”	50
12	Váhy <i>vierohodnostných</i> kritérií - “Technology”	51
13	Váhy <i>ziskovostných</i> kritérií - “Technology”	51
14	Váhy <i>vierohodnostných</i> kritérií - “Telecommunications”	52
15	Váhy <i>ziskovostných</i> kritérií - “Telecommunications”	52
16	Tabuľka počtu akcií jednotlivých odvetví v portfóliu	55
17	Tabuľka minimálneho počtu akcií vybraných podľa <i>vierohodnostných</i> kritérií	56
18	Celkové počty akcií v jednotlivých portfóliách	57
19	Porovnanie jednoročných a trojročných výnosov a volatilit portfólií s výnosom a volatilitou náhodne generovaných portfólií	62
20	Porovnanie jednoročných výnosov akcií vybraných do zvolených portfólií s výnosmi nevybraných akcií	64
21	Porovnanie trojročných výnosov akcií vybraných do zvolených portfólií s výnosmi nevybraných akcií	65
22	Čas behu programu na určenie váh z kapitoly 3.2.2 podľa odvetvia	72
23	Počty akcií jednotlivých odvetví v portfóliách	73

Zoznam použitých symbolov a označení

multimnožina	Zovšeobecnená množina ktorá môže obsahovať jeden prvok viac krát.
\uplus	Multimnožinové sčítanie. Početnosť výskytu každého prvku vo výslednej multimnožine je súčtom početností výskytov tohto prvku v (dvoch) sčítavaných (multi)množinách.
\bar{x}	Priemerná hodnota x_i . $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.
štandardná populačná odchýlka	Štandardná odchýlka celej populácie počítaná ako $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$.

Úvod

Riadenie portfólia akcií je veľmi komplexná a náročná téma, ktorá je nadmieru dôležitá okrem iného pre rôzne investičné a správcovské spoločnosti, rovnako tak pre banky a ďalšie finančné inštitúcie. Existuje mnoho prístupov ako akcie do portfólia vybrať a ako riadiť zloženie akcií v portfóliu. Tieto prístupy (či už vyberania alebo následného riadenia) často závisia na cieľoch a vedomostiach investora, rovnako ako závisia na dátach ktoré má investor k dispozícii.

V tejto práci sa zaoberáme výberom akcií z pohľadu multikriterialnej optimalizácie optimalizujúcej cez hodnoty finančných ukazovateľov akcií. Pri samotnej optimalizácii abstrahujeme od účtovného a finančného významu týchto ukazovateľov, čo vedie k aplikovateľnosti predstavených metód aj v kontexte iných dát ako sú tie naše. Pomocou dvoch rôznych multikriteriálnych optimalizačných metód vytvárame zoradenia akcií ktoré sú základom pre budovanie rôznych portfólií. Následne porovnávame dosiahnuté výnosy týchto portfólií, aby sme ukázali, ktoré z nami zvolených prístupov k tvorbe poradia akcií a následnému výberu akcií do portfólií sa na našich dátach ukázali byť najlepšie. Cieľom práce je teda preskúmať jednotlivé metódy tvorby poradia akcií a ich rôzne nastavenia za účelom zjednodušenia a následnej možnosti využitia našich postupov aj na iných dátach. Cieľom je aj navrhnutie tvorby portfólia akcií na základe existujúcich zoradení akcií a takisto navrhnutie spôsobov vyhodnotenia výnosov nami skonštruovaných portfólií za účelom potvrdenia alebo vyvrátenia vhodnosti našich metód. Tie v prípade dobrých výsledkov považujeme za vhodný doplnkový nástroj na výber akcií a tvorbu akciových portfólií.

Spracovanie uvedenej témy preto považujeme za prínosné, a v prípade že sa navrhnuté metódy ukážu ako vhodné, aj za prakticky využiteľné práve v oblasti budovania portfólií investičných a správcovských spoločností a to vo forme alternatívy alebo rozšírenia v súčasnosti zaužívaných metód a postupov.

1 Vstupné dáta, kritériá akcií a použitý matematický aparát

Ako sme uviedli v úvode, cieľom tejto práce je pomocou dvoch rôznych metód zoradiť akcie od “najlepšej” po “najhoršiu”. Tieto zoradenia budeme robiť pre každé odvetvie zvlášť a v rámci každej metódy a každého odvetvia budeme vytvárať dve poradia podľa dvoch rôznych skupín kritérií (finančných ukazovateľov). V kapitole 4 potom použijeme tieto zoradenia na tvorbu portfólií.

1.1 Vstupné dáta

Prejdime najprv k dátam, ktoré máme k dispozícii. Všetky vstupné dáta pre všetky akcie používané v tejto práci, rovnako ako zoznam a roztriedenie akcií do odvetví a zoznam týchto odvetví nám poskytla *Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a.s.*. Dáta obsahujú zoznam akcií pričom každá akcia je zaradená do jedného z deviatich odvetví (zoznam odvetví v anglickom znení uvádzame v prvom stĺpci tabuľky 1). Každé z týchto akcií sú priradené údaje o finančných ukazovateľoch platné k 31.12.2010. Tieto ukazovatele sú rozdelené do dvoch skupín ktoré pre potreby tejto práce nazveme *vierohodnostné* kritériá (ukazovatele) a *ziskovostné* kritériá (ukazovatele)¹. Po očistení týchto dát o tie akcie ktoré majú neúplné údaje (teda im chýba hodnota aspoň jedného kritéria v aspoň jednej zo skupín kritérií) dostaneme množiny akcií (podľa jednotlivých odvetví) ktoré v tejto práci využívame napríklad pre hľadanie váh kritérií v podkapitole 3.2.2. Počet akcií v jednotlivých odvetviach po takom očistení uvádzame v druhom stĺpci tabuľky 1. Pre účely určenia výnosov a volatilit portfólií zložených z týchto akcií (viac v kapitole 4) ale potrebujeme dáta ďalej čistiť, keďže nie pre všetky akcie máme k dispozícii výšku jednoročných a trojročných výnosov a ich volatilit. Po očistení dát dostávame počty akcií v jednotlivých odvetviach také, ako ich uvádzame v treťom stĺpci tabuľky 1.

¹Viac sa jednotlivým ukazovateľom venujeme v podkapitole 1.2.

Tabuľka 1: Zoznam odvetví a počet akcií v týchto odvetviach po jednotlivých čisteníach dát

Odvetvie	Počet akcií po prvom čistení	Počet akcií po druhom čistení
Utilities	105	84
Consumer Goods	304	245
Basic Materials	203	178
Health Care	144	105
Technology	153	108
Industrials	518	445
Oil & Gas	145	110
Consumer Services	300	228
Telecommunications	50	39

Takto očistené dáta (teda dáta ktoré pre každú akciu určujú odvetvie, hodnoty všetkých kritérií a výšky jednoročných a trojročných výnosov a ich volatilit) sú dáta dostatočné pre všetky operácie ktoré s nimi v tejto práci budeme robiť a nebudeme ich ďalej meniť.

1.2 Finančné ukazovatele

Ako sme už vyššie uviedli, budeme ukazovatele deliť na dve skupiny a to *vierohodnostné* ukazovatele a *ziskovostné* ukazovatele. Uvedieme teraz zoznamy týchto ukazovateľov a detailnejšie ich popíšeme (popis jednotlivých ukazovateľov vychádza z [2], [12], [1], [11] a [15]). Najprv popíšeme *vierohodnostné* ukazovatele ktoré podľa významnosti delíme do troch skupín (na základné, rozširujúce a sporné). Toto delenie vychádza z informácií poskytnutých našim zdrojom dát a nejasnou (alebo nejednotnou) interpretáciou niektorých ukazovateľov.

1. **D/E:** Debt-equity ratio (*Miera zadĺženia*), Základný ukazovateľ

$$D/E = \text{Celkové záväzky} / \text{Celkové vlastné imanie}$$

Vysoká hodnota D/E vo všeobecnosti znamená, že spoločnosť agresívne financuje svoj rast dlhom. Toto môže spôsobiť vyššiu volatilitu výnosov vzhľadom

na zvýšené dlhové náklady. Ak ale firma použije dlh na zvýšenie príjmov a ich nárast bude väčší ako zvýšenie dlhových nákladov spojených s týmto dlhom tak hodnota vlastného imania vzrastie. Naopak, ak zvýšené príjmy nie sú schopné pokryť zvýšené dlhové náklady môže dôjsť až k platobnej neschopnosti spoločnosti. D/E sa vo všeobecnosti líši medzi sektormi a to najmä v závislosti od kapitálovej náročnosti daného odvetvia.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

2. **D/A:** Debt to Asset(s) ratio (*Ukazovateľ veriteľského rizika*), Základný ukazovateľ

$$D/A = \text{Celkové záväzky} / \text{Celkové aktíva}$$

D/A je indikátor spoliehania sa na externých veriteľov pri financovaní majetku spoločnosti. Vysoká hodnota (vo všeobecnosti nad 1) tohto ukazovateľa indikuje zvýšené finančné riziko spoločnosti a jej vyššiu závislosť na pravidelných príjmoch. Dlh ale poskytuje aj príležitosť poníženia daňového základu o úrokové platby (tzv. interest tax shield), ktorý môže veriteľom (externým, rovnako ako držiteľom vlastného imania) zvýšiť hodnotu ich podielu v spoločnosti.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

3. **Quick:** Quick ratio (*Pohotovú likvidita*), Základný ukazovateľ

$$\text{Quick} = (\text{Krátkodobé aktíva} - \text{zásoby}) / \text{Krátkodobé záväzky}$$

Quick poskytuje informáciu o tom, akú časť svojich krátkodobých záväzkov vie spoločnosť pokryť svojimi krátkodobými aktívami. Od nich sú odpočítané zásoby, keďže tieto nemusí byť spoločnosť schopná dostatočne rýchlo predať. Približné pravidlo je že spoločnosť s Quick nad hodnotou 1 bude schopná plniť svoje krátkodobé záväzky. Hodnota Quick (dlhodobo) pod úrovňou 1 môže znamenať pokles predaja alebo zle nastavené splácanie došlých a vyšlých faktúr. Quick však neprihliada na reálne načasovanie a výšku finančných tokov čo je v konečnom dôsledku rozhodujúce pri určení schopnosti splácať krátkodobé záväzky.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

4. **ROE**: Return on equity (*Rentabilita vlastného kapitálu*), Základný ukazovateľ

$$\text{Return on Equity} = \text{Čistý príjem} / \text{Vlastné imanie}$$

ROE sa dá považovať za ukazovateľ efektívnosti. Rastúce ROE hovorí o schopnosti spoločnosti rýchlejšie zvyšovať príjem ako potrebu vlastného kapitálu potrebnú na dosahovanie tohto príjmu. Dalo by sa povedať, že rastúce ROE je pozitívne a naopak, že klesajúce ROE je negatívne. Tu ale treba mať na pamäti, že pomocou skupovania akcií alebo znižovania vlastného imania sa dá ROE umelo zvyšovať. Vysoké ROE môže byť aj znakom vysokého dlhu spoločnosti (ktorý by sa potom veľkou časťou podieľal na generovaní príjmov). Najvhodnejšie je preto ROE používať v kontexte porovnávania jednotlivých spoločností, najlepšie v rámci jedného odvetvia (keďže tu sa dá predpokladať približne rovnaké zadĺženie spoločností).

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

5. **Margin**: Operating margin (*Prevádzková marža*), Základný ukazovateľ

$$\text{Margin} = \text{Prevádzkový príjem} / \text{Čisté tržby}$$

Margin ukazuje aká časť tržieb ostáva spoločnosti po pokrytí variabilných nákladov výroby (suroviny, energie, platy, ...). Hovorí teda, aký podiel tržieb ostane spoločnosti na pokrytie konštantných nákladov (napr. dlhové náklady). Margin je vhodné používať na porovnanie spoločnosti s jej konkurenciou. Pri takomto porovnaní bude platiť že vyšší margin je lepší.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

6. **(D+LIAB)/CFO**: (Long term debt + Other long term liabilities)/Cash flow from operating activities (*Dlhodobý dlh a ostatné dlhodobé záväzky ku peňažnému toku z prevádzky*), Základný ukazovateľ

Dlhodobý dlh a ostatné dlhodobé záväzky sú také záväzky spoločnosti ktoré sú splatné v horizonte dlhšom ako 12 mesiacov (sem obvykle patria dlhy a penzijné záväzky). Peňažný tok z prevádzky zasa hovorí aký tok peňažných prostriedok

generujú pravidelné obchodné aktivity spoločnosti. Nezahŕňa napríklad jednorázový predaj aktív, ktorý zvyšuje peňažný tok ale nevypovedá o zdraví spoločnosti. Pomer týchto dvoch ukazovateľov (dlhodobých záväzkov a peňažného toku z prevádzky) hovorí o schopnosti spoločnosti pokryť svoje dlhodobé záväzky svojou pravidelnou obchodnou činnosťou.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

7. **OPEX/Rev:** Operating Expense / Revenue (*Prevádzkové výdavky ku príjmom*), Základný ukazovateľ

Prevádzkové výdavky sú výdavky spoločnosti slúžiace na zabezpečenie prevádzky a pod pojmom príjem myslíme celý objem peňazí ktorý spoločnosť za nejaké obdobie obdrží. V prípade, že sa spoločnosti nedarí dobíjať nové trhy alebo novú klientelu môže dôjsť k zlepšovaniu (znižovaniu) tohto ukazovateľa prostredníctvom znižovania miezd alebo nákladov na výskum, čo môže viesť až k zníženiu kvality produkcie a strate konkurencieschopnosti.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

8. **Days Rec.:** Days Receivable (*Počet dní potrebných na vyplatenie pohľadávok*), Rozširujúci ukazovateľ

Priemerný počet dní potrebných na obdržanie peňažného toku po predaji tovaru/služby. Je záujmom firmy čo najrýchlejšie dostávať finančné prostriedky za dodaný tovar/služby, keďže sa tak znižuje potreba prekrývania finančných tokov krátkodobými dlhmi. K lepšiemu prehľadu o zdraví finančných tokov firmy by slúžilo pridanie ukazovateľa hovoriaceho ako dlho trvá firme vyplatiť svojich dodávateľov.

9. **EPS:** Earnings per Share (*Čistý zisk na akciu*), Základný ukazovateľ

$$\text{EPS} = (\text{Čistý príjem} - \text{dividendy prednostných akcií}) / \text{Priemerný počet vystavených akcií}$$

EPS je jeden z najdôležitejších (ak nie najdôležitejší) ukazovateľ vstupujúci do tvorby ceny akcie. Hovorí o tom, koľko dokáže spoločnosť na jednu vydanú akciu zarobiť. Do tohto ukazovateľa ale nevstupuje informácia o tom, aký zdroj

financovania má výraznejší podiel na generovaní čistého príjmu (nevieme teda, či sa jedná o dlh alebo vlastné imanie). Preto EPS samotné nie je dostatočný ukazovateľ na určenie zdravia a výkonnosti spoločnosti.

V našich dátach máme k dispozícii priemer zmien tohto ukazovateľa za sedem rokov.

10. **CFO**: Cash flow from operating activities per share (*Peňažný to z prevádzky na jednu akciu*), Základný ukazovateľ

$$\text{CFO} = \text{EBIT} + \text{Odpisy} - \text{Dane}$$

CFO hovorí aký tok peňažných prostriedkov generujú pravidelné obchodné aktivity spoločnosti. Nezahŕňa napríklad jednorázový predaj alebo nákup aktív, ktorý zvyšuje peňažný tok ale nevypovedá o zdraví spoločnosti. Je dôležité sledovať tok peňažných prostriedkov kvôli pozorovaniu toho, ako je spoločnosť schopná inkasovať finančné prostriedky za tovar/služby. Pozitívny CFO vypovedá o schopnosti spoločnosti generovať dostatočný objem prostriedkov na svoj ďalší chod a rozvoj.

V našich dátach máme k dispozícii priemer zmien tohto ukazovateľa za sedem rokov.

11. **Rev**: Revenue per share (*Príjmy na jednu akciu*), Základný ukazovateľ

Revenue je celý objem peňazí ktorý spoločnosť za nejaké obdobie obdrží.

V našich dátach máme k dispozícii priemer zmien tohto ukazovateľa za sedem rokov.

12. **FCF**: Free Cash Flow per share (*Voľný peňažný tok na jednu akciu*), Základný ukazovateľ

FCF je ukazovateľ finančnej výkonnosti spoločnosti a reprezentuje peňažné prostriedky ktoré je spoločnosť schopná vygenerovať po odpočítaní prostriedkov potrebných na údržbu a rozširovanie základne aktív. Tento ukazovateľ je pre investora veľmi dôležitý, keďže reprezentuje všetky prostriedky spoločnosti použiteľné na zvýšenie hodnoty spoločnosti z pohľadu držiteľa akcie (spätné nakupovanie

akcií, vyplácanie dividend, redukovanie dlhu). FCF reprezentuje schopnosť spoločnosti generovať hotovosť a preto je niektorými investormi považovaný za jeden z najdôležitejších ukazovateľov pri tvorbe ceny akcie.

V našich dátach máme k dispozícii priemer zmien tohto ukazovateľa za sedem rokov.

13. **XOI/OI**: Extraordinary items / Operating Income (*Mimoriadne položky / Prevádzkový zisk*), Sporný ukazovateľ

XOI sú zisky alebo straty ktoré sa dejú nepravidelne a/alebo neobvykle. Často sa jedná o zisky a straty spôsobené prírodnými katastrofami resp. anomáliami. OI je zisk po odpočítaní prevádzkových nákladov (náklady na predané tovary/služby, platy, ...) a odpisov. Potom XOI/OI je pomer týchto dvoch. Tento ukazovateľ zaradujeme medzi sporné, lebo je podľa nás založený na veľmi náhodných prírodných javoch a jeho využitie ako dôveryhodného ukazovateľa by podľa nás vyžadovalo jeho pozorovanie počas veľmi dlhej doby za účelom určenia pravdepodobnosti nastatia reálne prípustných výnimočných udalostí.

V našich dátach máme k dispozícii sedemročný priemer tohto ukazovateľa.

14. **(CAPEX+R&D)/D&A**: (Capital Expenditure + Research and Development) / Depreciation and Amortization (*Kapitálové náklady, výskum a vývoj k odpisom a amortizácií*), Rozširujúci ukazovateľ

CAPEX sú náklady spojené s obstaraním alebo vylepšením hmotných aktív ako sú budovy a stroje. Často slúžia na financovanie nových projektov alebo rozširovanie poľa pôsobnosti spoločnosti. R&D je spôsob akým môže spoločnosť dospieť k novým produktom alebo výrobným postupom ktoré sú jedným zo spôsobov ako dosahovať budúci rast spoločnosti. Odpisy a amortizácia je proces účtovného odpisovania hodnoty hmotného a nehmotného majetku spoločnosti.

15. **dCFO/GW**: Cash flow from operating activities / Change in Goodwill (*Zmena peňažných tokov z prevádzky ku zmene goodwill-u*), Rozširujúci ukazovateľ

CFO hovorí aký tok peňažných prostriedkov generujú pravidelné obchodné aktivity spoločnosti. Nezahŕňa napríklad jednorázový predaj alebo nákup aktív,

ktorý zvyšuje peňažný tok ale nevytvára o zdraví spoločnosti. GW je nehmotný majetok ktorý je reprezentovaný napr. dobrým menom spoločnosti, populárnou značkou, silnou zákazníckou základňou, dobrými vzťahmi so zamestnancami, patentmi alebo vlastnými technológiami.

16. **GW**: Goodwill (*Goodwill*), Rozširujúci ukazovateľ

GW je nehmotný majetok ktorý je reprezentovaný napr. dobrým menom spoločnosti, populárnou značkou, silnou zákazníckou základňou, dobrými vzťahmi so zamestnancami, patentmi alebo vlastnými technológiami.

V našich dátach máme k dispozícii priemer zmien tohto ukazovateľa.

17. **Div**: Last Dividend (*Posledná dividenda*), Sporný ukazovateľ

Dividenda je podiel zisku spoločnosti vyplatený držiteľovi akcie. Názor investorov na spoločnosti vyplácajúce dividendy sa líši. Sú investori ktorí obľubujú takéto spoločnosti keďže dividenda u stabilnej spoločnosti poskytuje ďalší zdroj príjmu pre investora. Sú ale aj takí investori ktorí považujú vyplatené dividendy za prostriedky zúžitkovateľné pre účely ďalšieho rastu spoločnosti a vyplácanie dividend za prejav neschopnosti (resp. nevhôle) spoločnosti ďalej rásť.

V našich dátach máme k dispozícii tento ukazovateľ ako binárny. Je rovný 1 ak došlo k vyplateniu poslednej dividendy. Inak je rovný 0.

18. **gDiv**: Dividend growth (*Rast dividendy*), Sporný ukazovateľ

Dividenda je podiel zisku spoločnosti vyplatený držiteľovi akcie.

V našich dátach máme k dispozícii tento ukazovateľ ako ternárny. Je rovný 1 ak nedošlo k poníženiu vyplácanej dividendy, 0 ak spoločnosť nevypláca dividendy a -1 ak došlo k poklesu dividendy. Takýto údaj považujeme za nedostatočný keďže nenesie informáciu o pôvodnej výške dividendy.

19. **St BB**: Net decrease of number of shares / Cash flow from operation (*Čistý pokles počtu podielov ku peňažným tokom z prevádzky*), Základný ukazovateľ

Čistý pokles počtu podielov môže mať pozitívny vplyv na cenu akcií a zvyšovať tak hodnotu spoločnosti z pohľadu držiteľov akcií.

1 VSTUPNÉ DÁTA, KRITÉRIÁ AKCIÍ A POUŽITÝ MATEMATICKÝ APARÁT

Na základe uvedeného a na základe údajov poskytnutých spoločnosťou *Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a.s.* uvidíme tabuľku 2 v ktorej zhrnieme všetky *vierohodnostné* ukazovatele a to, či bude naším cieľom ich minimalizovať alebo maximalizovať.

Tabuľka 2: *Vierohodnostné ukazovatele*

Ukazovateľ	Druh ukazovateľa	Max/Min
D/E	Základný	Min
D/A	Základný	Min
Quick	Základný	Max
ROE	Základný	Max
Margin	Základný	Max
(D+LIAB)/CFO	Základný	Min
OPEX/Rev	Základný	Min
Days Rec.	Rozširujúci	Min
EPS	Základný	Max
CFO	Základný	Max
Rev	Základný	Max
FCF	Základný	Max
XOI/OI	Sporný	Min
(CAPEX+R&D)/D&A	Rozširujúci	Max
dCFO/GW	Rozširujúci	Max
GW	Rozširujúci	Max
Div	Sporný	Max
gDiv	Sporný	Max
St BB	Základný	Max

Ďalšou skupinou ukazovateľov ktoré máme k dispozícii sú *ziskovostné* ukazovatele. Jedná sa spolu o štyri ukazovatele ktorých hodnoty poznáme ku koncu rokov 2008, 2009 a 2010. Pre každý ukazovateľ teda máme tri rôzne hodnoty, spolu 12 hodnôt pre všetky ukazovatele. V celej práci k nim budeme pristupovať ako k *12-tim* nezávislým ukazovateľom. Uvedieme teraz zoznam týchto ukazovateľov s ich stručným popisom.

1. **Sales/P**: Sales / Price (*Tržby ku cene akcie*)

Ukazovateľ hovorí o veľkosti tržieb pripadajúcich na jednu menovú jednotku ceny akcie.

2. **EPS/P**: Earnings per share / Price (*Čistý zisk na akciu ku cene akcie*)

Ukazovateľ hovorí o veľkosti čistého zisku na akciu pripadajúceho na jednu menovú jednotku ceny akcie.

3. **CFO PS/P**: Cash flow from operating activities per share / Price (*Peňažný tok z prevádzky na jednu akciu ku cene akcie*)

Ukazovateľ hovorí o veľkosti peňažného toku z prevádzky na jednu akciu pripadajúceho na jednu menovú jednotku ceny akcie.

4. **Book/P**: Book Value / Price (*Účtovná hodnota ku cene akcie*)

Ukazovateľ hovorí o účtovnej hodnote spoločnosti (teda celkovej hodnote spoločnosti poníženej o nehmotný majetok a záväzky) pripadajúcej na jednu menovú jednotku ceny akcie.

Tieto ukazovatele budeme v optimalizačných problémoch uvedených neskôr v tejto práci maximalizovať.

V predchádzajúcom sme uviedli podrobnú štruktúru našich dát aj význam jednotlivých kritérií (ukazovateľov) vzťahujúcich sa na ne. Teraz ešte uvedieme prehľad matematického aparátu, ktorý v tejto práci používame (ale nie až v takej miere aby sme mu venovali väčší priestor) a následne pristúpime ku konštruovaniu optimalizačných algoritmov na prácu s dátami ktoré sme popísali v predchádzajúcich podkapitolách.

1.3 Matematický aparát

Ako sme spomenuli, v tejto práci využívame matematický aparát ktorý nepovažujeme za súčasť základného matematického prehľadu a preto tu takýto aparát predstavíme.

1.3.1 Kendallov koeficient zhody

Často budeme potrebovať porovnať poradie akcií a vyhodnotiť, ktoré poradie sa na seba “podobajú” a ktoré nie. Na tento účel budeme používať takzvaný Kendallov ko-

eficient zhody ktorý v základnej verzii pre poradia bez remíz (to znamená bez poradia v ktorom by dva alebo viac subjektov obsadili rovnakú priečku) navrhuje [13]. Predpokladajme, že máme n objektov a m porotcov. Každý porotca priradí² každému objektu nejaké poradie (predpokladajme, že tieto poradia sú všetky rôzne a preto nahraditeľné prirodzenými číslami $\{1, \dots, n\}$) $r_{i,j}$. Potom

$$R_i = \sum_{j=1}^m r_{i,j} \quad (1.1)$$

je súčet všetkých poradí pridelených i -tému objektu a

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i \quad (1.2)$$

je priemer takýchto súčtov cez všetky objekty. Ďalej definujeme S ako súčet štvorcov odchýliek R_i od \bar{R} :

$$S = \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 \quad (1.3)$$

Tento ukazovateľ sám o sebe by (spolu s informáciou o počte objektov n) postačoval ako ukazovateľ “podobnosti” dvoch poradí. Pre lepšiu interpretáciu je hodnota S normalizovaná výrazom $\frac{m^2(n^3-n)}{12}$ ktorý je maximálnou možnou hodnotou výrazu z rovnice 1.3 [13]. Dostávame:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}. \quad (1.4)$$

Takto definovaný Kendallov koeficient zhody nie je vhodný pre prácu s poradiami obsahujúcimi zhody. Ukazuje sa ale, že pri práci s poradiami generovanými DEA metódou na základe *vierohodnostných* kritérií sa schopnosť pracovať s poradiami s veľkým počtom remíz javí ako veľmi dôležitá. Preto sa pre účely práce s poradiami obsahujúcimi remízy zavádza (viď napr. [17, p. 266]) W v nasledujúcom tvare:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - mT}, \quad (1.5)$$

kde T (viď napríklad [17, p. 266] alebo [18, p. 446]) má tvar:

$$T = \sum_{k=1}^M (t_k^3 - t_k), \quad (1.6)$$

²Tu je dôležité poznamenať, že vo všeobecnosti nie je potrebné predpokladať nič o spôsobe pridelovania poradia. [13]

pričom t_k je počet remízujúcich hodnotení v k -tej skupine remíz a $k \in 1, \dots, M$ sú všetky remízujúce skupiny cez všetky objekty a všetkých porotcov. Kendallov koeficient zhody W je odhadom variácie riadkových súčtov poradí R_i vydelený maximálnou hodnotou ktorú môže táto variancia nadobúdať (čo nastáva keď sú hodnotenia všetkých porotcov zhodné). Z toho dostávame $0 \leq W \leq 1$, pričom $W = 1$ nastáva keď sú hodnotenia všetkých porotcov rovnaké [14].

[13] ďalej navrhuje test signifikantnosti W vychádzajúc z jeho distribúcie. My ale budeme W využívať len na porovnávanie, teda na určenie ktorá z množín vektor hodnotení je podobnejšia inej takejto množine. Pre tieto účely nám bude postačovať informácia poskytovaná samotným koeficientom W . Ďalej si pre naše potreby značenia zdefinujeme:

Definícia 1.1. Výraz $W(L, M)$ definujeme ako Kendallov koeficient zhody na multi-množine K ; $K = \{k; k \in L \uplus M\}$, kde L a M sú množiny obsahujúce l a m (nie nutne rôznych) hodnotení tých istých objektov. Nepožadujeme aby $L \cap M = \emptyset$.

Definícia 1.2. Definujeme nasledovné pojmy v spojitosti s poradiami ako:

Vzdialenosť a a K je $W(a, K)$.

Poradie a ($a \in K$; $K = \{k_1, \dots, k_m\}$) je najbližšie k množine poradí M

$$\Leftrightarrow a = \arg \max_{i=\{1, \dots, m\}} W(k_i, M).$$

Poradie a ($a \in K$; $K = \{k_1, \dots, k_m\}$) je najďalej od množiny poradí M

$$\Leftrightarrow a = \arg \min_{i=\{1, \dots, m\}} W(k_i, M).$$

Poradie a je bližšie k množine poradí M ako poradie b

$$\Leftrightarrow W(a, M) > W(b, M).$$

Poradie a je ďalej od množiny poradí M ako poradie b

$$\Leftrightarrow W(a, M) < W(b, M).$$

1.3.2 Dirichletovo rozdelenie

Pre účely tejto práce tu v krátkosti uvedieme hustotu Dirichletovho rozdelenia [6] [7] a postup, akým sa dajú vektory z Dirichletovho rozdelenia generovať [6].

Tvrdenie 1.1. *Hustota Dirichletovho rozdelenia $Dir(\alpha_1, \dots, \alpha_K)$ stupňa $K \geq 2$ s parametrami $\alpha_1, \dots, \alpha_K > 0$ je daná ako:*

$$f(x_1, \dots, x_{K-1}; \alpha_1, \dots, \alpha_K) = \frac{1}{B(\boldsymbol{\alpha})} \prod_{i=1}^K x_i^{\alpha_i-1}$$

na otvorenom $K - 1$ rozmernom simplexe definovanom:

$$\begin{aligned} 0 &< x_1, \dots, x_{K-1} \\ 1 &> x_1 + \dots + x_{K-1} \\ x_K &= 1 - x_1 - \dots - x_{K-1}. \end{aligned}$$

a 0 inde. Normalizačná konštanta $B(\boldsymbol{\alpha})$ má tvar:

$$B(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\prod_{i=1}^K \Gamma(\alpha_i)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^K \alpha_i\right)}, \quad \boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_K).$$

Generovať vektory z Dirichletovho rozdelenia budeme pomocou generátora Gamma rozdelenia (budeme generovať z Gamma rozdelenia s parametrami $Gamma(\alpha_i, 1)$) na základe nasledovného tvrdenia:

Tvrdenie 1.2. *Pre K nezávislých Gamma rozdelení*

$$Y_1 \sim Gamma(\alpha_1, \theta), \dots, Y_K \sim Gamma(\alpha_K, \theta)$$

platí:

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^K Y_i \sim Gamma\left(\sum_{i=1}^K \alpha_i, \theta\right), \\ X &= (X_1, \dots, X_K) = \left(\frac{Y_1}{V}, \dots, \frac{Y_K}{V}\right) \sim Dir(\alpha_1, \dots, \alpha_K). \end{aligned}$$

V kapitole 3.2.2 hovoríme o takzvanom symetrickom Dirichletovom rozdelení. Symetrické Dirichletovo rozdelenie je také Dirichletovo rozdelenie, ktorého parametre α_i sú rovnaké pre $\forall i$.

2 DEA model

Tak, ako sme uviedli v úvode, budeme v tejto práci dvoma rôznymi metódami porovnávať akcie na základe ich parametrov (finačných ukazovateľov). V tejto kapitole sa budeme venovať porovnávaniu akcií pomocou modelu spadajúceho medzi DEA modely. Najprv nájdeme taký DEA model, ktorý bude mať vlastnosti vhodné na prácu s našimi dátami a jeho výstupy budú vhodné na porovnanie s výstupmi z metódy PROMETHEE z kapitoly 3.

2.1 Voľba DEA modelu

Tu sa budeme venovať výberu vhodného DEA modelu, ktorý bude spĺňať všetky požiadavky, ktoré na DEA model máme. Od modelu očakávame, že DMU (v kontexte tejto práce považujeme akcie za jednotlivé DMU) ktoré označí za efektívne nebudú zahŕňať aj pseudoefektívne DMU. Najdôležitejšou vlastnosťou modelu by ale malo byť, že hodnota účelovej funkcie neefektívnych DMU bude interpretovateľná ako “miera efektívnosti” a budú sa podľa nej dať jednotlivé neefektívne DMU zoradiť od “najefektívnejších” po “najneefektívnejšie”. Toto vyžadujeme najmä preto, aby sme mohli neefektívne DMU zoradiť podľa im prislúchajúcej miery efektívnosti a takto vzniknuté poradie porovnať s poradím získaným pomocou PROMETHEE metódy z kapitoly 3.

Model spĺňajúci obe vyššie uvedené požiadavky je takzvaný SBM model (Slacks Based Measure). Prečo tento model spĺňa obe požiadavky uvedené vyššie uvádzame v tvrdení 2.1. Najprv ako definíciu uvedieme jeho základnú formu v tvare, v ako ju uvádza napríklad [10, s. 130].

Definícia 2.1. Pod základným modelom SBM aplikovaným na DMO_o , kde $o \in \{1, \dots, n\}$ rozumieme úlohu

$$\min_{\lambda, s^x, s^y} \rho := \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^x}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^y}{y_{ro}}} \quad (2.1a)$$

$$kde \sum_{j=1}^n x_j \lambda_j + s^x = x_o \quad (2.1b)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j \lambda_j - s^y = y_o \quad (2.1c)$$

$$s^x, s^y, \lambda \geq 0. \quad (2.1d)$$

Vzhľadom na to, že nepoznáme presné správanie sa vstupov a výstupov z našich dát (teda nevieme ako presne sa správajú jednotlivé finančné ukazovatele akcií), považujeme formuláciu úlohy 2.1 za nevhodnú pre naše účely a rozšírime ju o podmienku variabilných výnosov z rozsahu (veta 2.1 totiž predpokladá konštantné výnosy z rozsahu jednotlivých vstupov a výstupov, čo považujeme za obmedzujúci a pre naše dáta nepotvrdený predpoklad).

Definícia 2.2. Pod modelom Z-SBM-VRS aplikovaným na DMO_o , kde $o \in \{1, \dots, n\}$ rozumieme úlohu

$$\min_{\lambda, s^x, s^y} \rho := \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^x}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^y}{y_{ro}}} \quad (2.2a)$$

$$kde \sum_{j=1}^n x_j \lambda_j + s^x = x_o \quad (2.2b)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j \lambda_j - s^y = y_o \quad (2.2c)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (2.2d)$$

$$s^x, s^y, \lambda \geq 0. \quad (2.2e)$$

Máme teda model, ktorý považujeme za vhodný pre účely tejto práce. Vzhľadom na dĺžku dôkazov niektorých z vybraných vlastností uvádzame tieto vlastnosti ako tvrdenie a čitateľ zaujímajúci sa viac o dôkazy týchto výrokov ich môže nájsť v literatúre na ktorú sa odvolávame.

Tvrdenie 2.1. *Model Z-SBM-VRS má nasledovné vlastnosti:*

1. *Invariantnosť na zmenu jednotiek (viď (P1) v [4, s. 100]).*
2. *Efektivita je monotónne klesajúca v s_x aj v s_y (viď (P2) v [4, s. 100]).*
3. *Pre ρ hodnoty účelovej funkcie platí $\rho \in [0, 1]$. Navyše $\rho = 1 \Leftrightarrow s^x = 0 \wedge s^y = 0$ (viď Veta 22 v [10, s. 130]).*
4. *Efektivitou DMU_o je optimálna hodnota ρ^* . Útvar DMU_o je efektívny, ak pre jeho efektivitu platí $\rho^* = 1$. Ak $\rho^* < 1$ tak je daný DMU_o neefektívny (viď Definícia A.0.1).*
5. *DMU_o efektívne v zmysle (4) je efektívne v zmysle Definície A.0.2 (viď Veta A.0.2). Potom takéto DMU_o nie je pseudoejektívne (viď Veta A.0.1).*
6. *Model z definície 2.2 identifikuje ako efektívne tie isté DMU ako model AD – OM – VRS uvedený v [10, s. 97] (viď Veta A.0.3 a pripojený komentár).*

Zamyslime sa teraz nad hodnotou účelovej funkcie a jej interpretáciou. Nech teda $(s^{x*}, s^{y*}, \lambda)$ je optimálne riešenie úlohy 2.2 a nech $(\hat{x}, \hat{y}) = (X\lambda^*, Y\lambda^*)$. Z podmienok 2.2b a 2.2c dostávame:

$$\begin{aligned} s^{x*} &= x_o - \hat{x} \\ s^{y*} &= \hat{y} - y_o \end{aligned}$$

a dosadiac do účelovej funkcie 2.2a dostávame:

$$\rho := \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^{x*}}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^{y*}}{y_{ro}}} = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{x_{io} - \hat{x}_i}{x_{io}}}{1 + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{\hat{y}_r - y_{ro}}{y_{ro}}} = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\hat{x}_i}{x_{io}}}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{\hat{y}_r}{y_{ro}}} \quad (2.3)$$

Z 2.3 teda vyplýva, že účelová funkcia je podielom aritmetického priemeru parciálnych efektívít vstupov a priemeru obrátených hodnôt parciálnych efektívít výstupov (o obrátených hodnotách tu hovoríme v zmysle hodnôt týchto efektívít - tu platí, že celkový súčet týchto parciálnych efektívít je najmenej 1 a takáto hodnota predstavuje efektívne výstupy). Môžeme teda účelovú funkciu považovať za mieru celkovej efektivity daného DMU. Budeme s ňou pracovať ako s rýdzo rastúcou funkciou efektivity a teda podľa nej budeme vedieť usporiadať jednotlivé DMU od “najefektívnejších” (s ρ blízkym 1) po “najneefektívnejšie” (s ρ blízkym 0).

Našli sme teda model, ktorý spĺňa požiadavky zo začiatku tejto podkapitoly. Je ale potrebné uviesť, že tento model v tvare úlohy 2.2 má aj tri základné nedostatky:

1. Model v tomto tvare nie je úlohou lineárneho programovania.
2. Tento model je schopný pracovať len s kladnými vstupmi a výstupmi.
3. Tento model nie je invariantný na posun.

Prvá s vlastností je dôležitá vzhľadom na výpočtovú náročnosť a jej riešeniu sa budeme venovať v nasledujúcom. Druhý nedostatok budeme samostatne riešiť v podkapitole 2.2. Úloha, tak ako je zadaná podľa definície 2.2 nie je úlohou lineárneho programovania a teda nie je riešiteľná metódami riešenia úloh lineárneho programovania. Existuje ale postup, ako úlohu 2.2 zlinearizovať. My tu tento postup uvádzať nebudeme (čitateľ môže tento postup nájsť napríklad v [10, s. 132]), uvedieme len už zlinearizovanú formu úlohy 2.2 ako definíciu.

Definícia 2.3. Pod (obáľkovým) modelom *SBM-OM-VRS* aplikovaným na DMO_o , kde $o \in \{1, \dots, n\}$ rozumieme úlohu

$$\min_{\Lambda, t, S^x, S^y} \tau := t - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{S_i^x}{x_{io}} \quad (2.4a)$$

$$kde \ t + \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{S_r^y}{y_{ro}} = 1 \quad (2.4b)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j \Lambda_j + S^x = t x_o \quad (2.4c)$$

$$\sum_{j=1}^n y_j \Lambda_j - S^y = t y_o \quad (2.4d)$$

$$\sum_{j=1}^n \Lambda_j = t \quad (2.4e)$$

$$S^x, S^y, \Lambda \geq 0. \quad (2.4f)$$

Takto definovaný model je podľa [10, s. 134] ekvivalentný s modelom definovaným v definícií 2.2. Preto všetky vlastnosti platiace pre model *Z-SBM-VRS* platia aj pre model z definície *SBM-OM-VRS*. Vďaka tomu si môžeme vybrať, ktorý z daných modelov budem používať na odvodzovanie vlastností (pôjde o model *Z-SBM-VRS*) a ktorý pri budovaní programov (*SBM-OM-VRS*).

2.2 Úprava vstupných dát

Ako sme už spomenuli v predchádzajúcom, nami vybraný model vie pracovať len s kladnými vstupmi a výstupmi. V kontexte hľadania “najefektívnejších” akcií budeme za vstupy považovať tie finančné ukazovatele, ktoré chceme minimalizovať a za výstupy tie, ktoré chceme maximalizovať. O výbere minimalizovaných a maximalizovaných finančných ukazovateľoch píšeme viac v kapitole 1. Naše dáta ale nie sú len kladné čísla (ako ukazuje aj tabuľka 3) a preto budeme musieť nájsť transformáciu dát, ktorá skladní všetky vstupy a výstupy a bude v súlade s limitáciami modelu (tu máme na mysli najmä neinvariantnosť vzhľadom na posun).

Tabuľka 3: Vybrané akcie a ich vybrané ukazovatele

	ROE ¹	EPS ²	CFO ³
LVLТ US	-2.08310	-0.04896	0,12061
TWTC US	-0.00494	2.97535	0,23924
MTELEKOM HB	0.13100	0.204834	-0,01938

Uvedené dáta sú aktuálne k 31.12.2010.

¹ Return on Equity;

² Earnings per Share;

³ Cash Flow from Operations - Growth

Viac sa jednotlivým ukazovateľom venujeme v kapitole 1.2.

Transformáciu dát prevediem v dvoch krokoch. V prvom kroku transformujeme všetkými záporné dáta na nezáporné, v druhom transformujeme nulové dáta na kladné. Majme nejaký finančný ukazovateľ, ktorý nadobúda záporné hodnoty pre niektoré z akcií. Najprv budeme riešiť prípad v ktorom je vybraný ukazovateľ považovaný za vstup. Vytvoríme teraz nový vektor vstupov, ktorý sa po zložkách rovná pôvodnému vstupnému vektoru ak sú dané zložky nezáporné. Všetky ostatné zložky položíme rovné 0. Vytvoríme ďalej nový vektor výstupov, ktorý sa po zložkách rovná absolútnej hodnote zložiek pôvodného vektora vstupov ak sú tieto zložky záporné. Všetky ostatné

zložky položíme rovné 0. Symbolicky vieme takúto transformáciu zapísať nasledovne:

$$\begin{aligned}
 x_{i+} &= x_{ij} \Leftrightarrow x_{ij} \geq 0 \\
 &= 0 \Leftrightarrow x_{ij} < 0 \\
 y_{i+} &= |x_{ij}| \Leftrightarrow x_{ij} < 0 \\
 &= 0 \Leftrightarrow x_{ij} \geq 0
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

kde x_{i+} a y_{i+} sú nové vektory vstupov a výstupov, ktoré vznikli transformáciou i -tého vstupu x_i . Tento bude teda v množine vstupných vektorov nahradený vektorom x_{i+} a vektor výstupov y_{i+} bude pridaný do množiny výstupných vektorov. Analogicky vieme sformulovať aj transformáciu výstupného vektoru y_{k+} nasledovne:

$$\begin{aligned}
 y_{k+l} &= y_{kl} \Leftrightarrow y_{kl} \geq 0 \\
 &= 0 \Leftrightarrow y_{kl} < 0 \\
 x_{k+l} &= |y_{kl}| \Leftrightarrow y_{kl} < 0 \\
 &= 0 \Leftrightarrow y_{kl} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Po transformáciách 2.5 a 2.6 dostávame množiny vektorov vstupov a výstupov zložené len z vektorov ktoré sú po zložkách nezáporné. Táto transformácia ale spôsobila, že niektoré z týchto vektorov obsahujú pomerne veľa nulových prvkov. K ich transformácií budeme pristupovať zvlášť pre vektory vstupov a zvlášť pre vektory výstupov.

Začnime transformáciou vstupov. Z interpretácie uvedenej v 2.3 vyplýva, že ak pre nejaké i je $x_{io} = 0$ tak aj efektívny vzor bude mať nulovú hodnotu i -tého vstupu. Toto by sa dalo interpretovať tak, že šetriť na danom vstupe sa už viac nedá. Potom efektivita vzhľadom na i -ty vstup by mala byť rovná jednej. Definitoricky teda kladieme

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^n x_j \lambda_j^*\right)_i}{x_{io}} = 1$$

čo v prípade, že $x_{io} = 0$ znamená, že definujeme $\frac{s_i^x}{x_{io}} = 0$.

Na druhej strane, ak pre niektoré r existuje $y_{ro} = 0$, tak môžeme tvrdiť že efektívny vzor bude mať kladnú hodnotu. Ak by totiž bol nulový, tak celý vektor výstupov $y_{kl} \forall l$ je nulový a zahrnutie takéhoto výstupu do analýzy nemá význam. Záporné vstupy do analýzy nepovoľujeme. Potom príslušný výraz v účelovej funkcii úlohy 2.2 je

$$\frac{\left(\sum_{j=1}^n y_j \lambda_j^*\right)_k}{y_{ko}} = \infty,$$

a teda pre takéto k by platilo $\frac{s_k^y}{y_{ko}} = \infty$ čo indikuje nulovú efektivitu vzhľadom na k -ty výstup. Toto ale automaticky vedie k nulovej efektívite každého DMU_o , ktoré má aspoň jeden nulový výstup. Toto ale nie je žiaduci jav, keďže neefektivita v k -tom výstupe môže byť kompenzovaná inými výstupmi. Preto budeme namiesto nulových výstupov uvádzať transformované výstupy, v ktorých bude každá nulová zložka nahradená kladným ε . Od ε budeme vyžadovať, aby bolo dostatočne malé (řádovo menšie ako najnižšia kladná hodnota daného výstupu), no na druhej strane dostatočne veľké na to, aby nedochádzalo k chybám numeriky v našich programoch ktoré riešia úlohu 2.4 a zahŕňajú tieto transformácie dát. Analýze voľby ε a vplyvu na numerické riešenia sa venujeme v ďalšej podkapitole.

2.3 Kalibrácia modelu

Tu sa budeme venovať voľbe parametrov optimalizačných programov za účelom minimalizovania počtu chýb numeriky vzniknutých v týchto programoch.

Z bodu 6 tvrdenia 2.1 vyplýva, že tie DMU , ktoré model $AD-OM-VRS$ vyhlási za efektívne musia byť efektívne aj v modeli podľa definície 2.3. Počet takých DMU , ktoré boli podľa modelu $AD-OM-VRS^3$ efektívne a podľa numerických výpočtov modelu $SBM-OM-VRS$ v ich prípade nedošlo ku dokonvergovaniu k riešeniu spolu s ďalšími nedokonvergovaniami k riešeniam (takých DMU ktoré podľa $AD-OM-VRS$ neboli efektívne), budeme považovať za počet chýb numeriky výpočtu. Ukazuje sa, že nami používaná metóda (metóda vnútorného bodu) sa stretáva s jednou z nasledovných chýb numeriky:

1. Riešenie neskonvergovalo do maximálneho počtu iterácií.
2. Nenašiel sa žiadny prípustný bod.
3. Problém je neohraničený.

Chyba podľa 1 sa dá riešiť zvýšením počtu iterácií a domnievame sa, že chyby 2 a 3 sa dajú čiastočne riešiť nastavovaním presností výpočtu. Takisto sa ukazuje, že chyby numeriky nastávajú prevažne pri výpočtoch s *vierohodnostnými* dátami. Preto sa v

³Metódu $AD - OM - VRS$ používame pre porovnanie z dôvodu nepozorovania výskytu chýb numeriky na našich dátach

ďalšom budeme venovať kalibrácií výpočtov len vzhľadom na *vierohodnostné* dáta, špeciálne na *vierohodnostné* dáta týkajúce sa najpočetnejšieho odvetvia (čo do počtu sledovaných akcií v tomto odvetví) ktorým je odvetvie “Industrials”.

Ako sme v kapitole 1.2 uviedli, niektoré z *vierohodnostných* kritérií akcií, ktoré máme k dispozícii, považujeme za základné dáta pre našu analýzu a niektoré za rozširujúce dáta. Takisto sú ukazovatele ktorých využitie považujeme v našej analýze za sporné. Na základe tohto rozdelenia si zostavíme tabuľku rôznych volieb kritérií (v tabuľke 4 označujeme vstupy hodnotou -1 , výstupy hodnotou 1 a kritériá nezahrnuté do kalkulácie hodnotou 0). Tieto voľby budeme uvažovať v ďalšom ako súčasť kalibrácie nášho modelu.

Tabuľka 4: Skupiny ukazovateľov a ich využitie v modeli

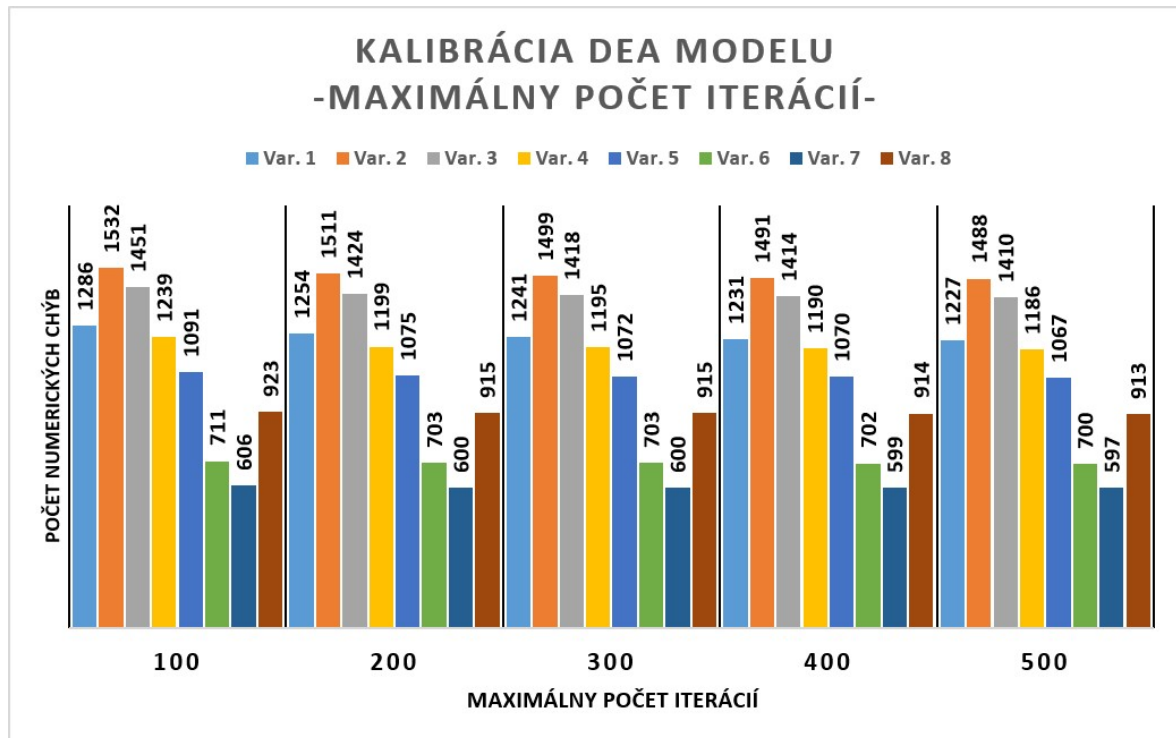
Ukazovateľ	Var. 1	Var. 2	Var. 3	Var. 4	Var. 5	Var. 6	Var. 7	Var. 8
D/E	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
D/A	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Quick	1	1	1	1	1	1	1	1
ROE	1	1	1	1	1	1	1	1
Margin	1	1	1	1	1	1	1	1
(D+LIAB)/CFO	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
OPEX/Rev	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Days Rec.	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0
EPS	1	1	1	1	1	1	1	1
CFO	1	1	1	1	1	1	1	1
Rev	1	1	1	1	1	1	1	1
FCF	1	1	1	1	1	1	1	1
XOI/OI	-1	-1	0	0	-1	-1	0	0
(CAPEX+R&D)/D&A	1	1	1	1	0	0	0	0
dCFO/GW ¹	1	1	1	1	0	0	0	0
GW	1	1	1	1	0	0	0	0
Div	1	0	0	1	1	0	0	1
gDiv	1	0	0	1	1	0	0	1
St BB ²	1	1	1	1	1	1	1	1

¹ Goodwill;

² Stock Buyback; Viac sa jednotlivým ukazovateľom venujeme v kapitole 1.2.

Na základe zadefinovania jednotlivých variantov kritérií v tabuľke 4 zostavíme prvý graf, ktorý bude hovoriť o počte numerických chýb v jednotlivých variantoch v závislosti od maximálneho počtu iterácií. Počet numerických chýb pre daný variant a daný maximálny počet iterácií je súčtom počtov numerických chýb všetkých nastavení s týmto variantom a maximálnym počtom numerických chýb⁴.

Obr. 1: Graf počtu numerických chýb v závislosti od maximálneho počtu iterácií podľa variantu kritérií.



Počet meraní v každej dvojici nastavení (variant, maximálny počet iterácií) je 6216.

Z grafu na obrázku 1 vidíme, že počet numerických chýb je nerastúca funkcia maximálneho počtu iterácií vo všetkých ôsmich variantoch kritérií. Tento výsledok bol očakávateľný a jediný nový poznatok, ktorý nám tento graf priniesol je, že rozdiely počtu numerických chýb spôsobené zmenou maximálneho počtu iterácií nie sú signifikantné. Je samozrejmé, že čas potrebný na realizáciu výpočtu je neklesajúca funkcia maximálneho počtu iterácií a preto by bolo vhodné uvažovať aj nad optimalizáciou počtu numerických chýb vzhľadom na výpočtový čas. Keďže ale čas vykonania jedného optimalizačného problému nad približne 500 akciami pri 19 kritériách sa pohybuje rá-

⁴Nastavenie s konkrétnym maximálnym počtom iterácií a konkrétnym variantom nie je len jedno. Takýchto nastavení je viac a líšia sa v nastavení ďalších parametrov, ktorým sa venujeme neskôr

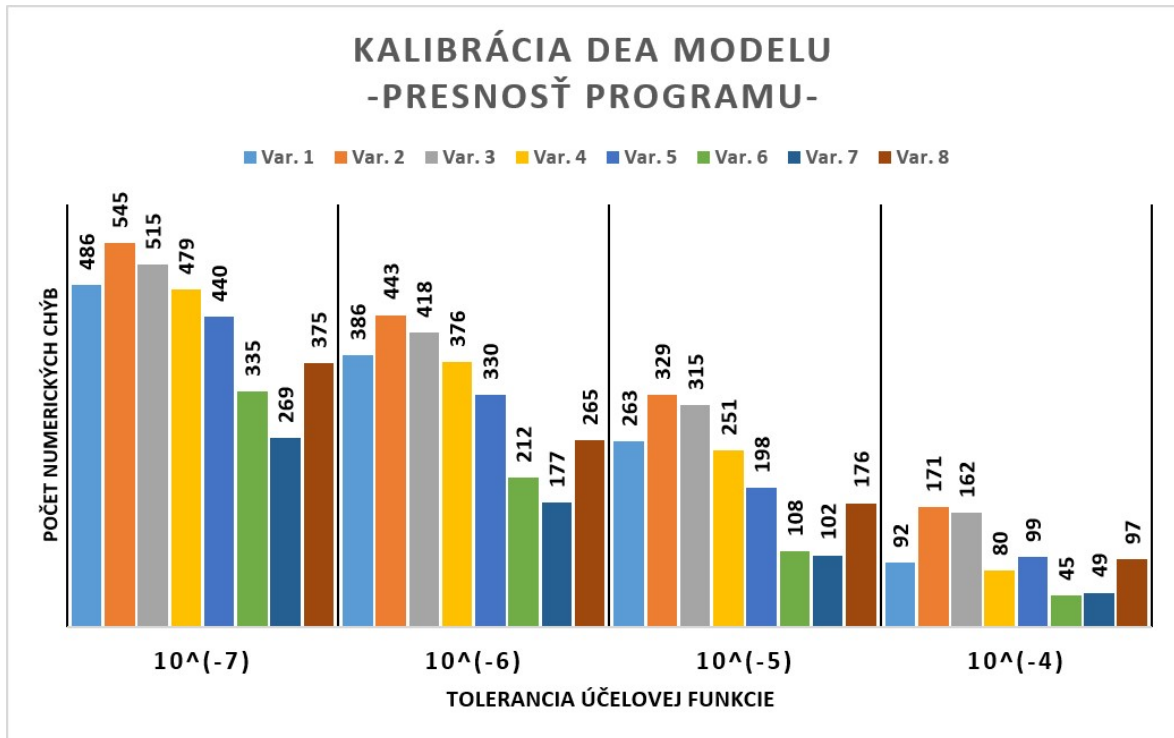
dovo v desiatkach sekúnd, nepovažujeme časovú optimalizáciu (najmä po porovnaní s časovou náročnosťou iných výpočtov - viď napríklad tabuľka 22) za potrebnú. Vzhľadom na uvedené budeme za účelom minimalizovania počtu numerických chýb voliť maximálny počet iterácií rovný 500.

Pre takto zvolený počet budeme bližšie skúmať vplyv ďalších nastavení na výskyt numerických chýb. Ako ďalší parameter budeme skúmať nastavenie presnosti numerickej metódy "LinProg"⁵. Jedná sa o presnosť s ktorou je sledovaná zmena účelovej funkcie danej metódy. Ak medzi dvoma po sebe idúcimi iteráciami dôjde k zmene menšej ako je táto hodnota, algoritmus sa ukončí a ako výsledok vráti aktuálnu hodnotu účelovej funkcie. Na grafe na obrázku 2 uvádzame graf sledujúci závislosť počtu chýb numeriky od presnosti počítačovej metódy podľa jednotlivých variantov kritérií. Počet chýb numeriky pre danú presnosť počítačovej metódy a daný variant kritérií je súčtom chýb numeriky všetkých nastavení s týmto variantom a touto presnosťou počítačovej metódy⁶.

⁵Programovací jazyk: Matlab

⁶Teda sčítavame počty chýb numeriky s konkrétnym nastavením presnosti počítačovej metódy a variantu a ľubovoľným nastavením ε

Obr. 2: Graf počtu numerických chýb v závislosti od tolerancie účelovej funkcie podľa variantu kritérií.



Počet meraní v každej dvojici nastavení (variant, tolerancia účelovej funkcie) je 1554.

V grafe na obrázku 2 už vidíme pomerne signifikantný pokles počtu numerických chýb s klesajúcou presnosťou algoritmu. My budem ďalej pracovať s presnosťou na úrovni 10^{-4} . Jedná sa síce o najnižšiu zo skúmaných presností, ničmenej ju vzhľadom na pomerne nízky počet numerických chýb považujeme za najlepšiu. Očakávame, že takto zvolená presnosť bude mať za následok, že niektoré efektívne *DMU* budú označené metódou za neefektívne s mierou efektívnosti (hodnotou účelovej funkcie τ z 2.4a z modelu 2.3) veľmi blízkou k 1.

S takto zvolenými ostatnými nastaveniami metódy teraz pristúpime k voľbe ε spomenutom aj na konci podkapitoly 2.2. Napriek tomu, že celá optimalizácia prebieha na *vierohodnostných* kritériách a odvetví “Industrials”, bude sa nasledujúca úvaha o voľbe presnosti pre kritériá vzťahovať aj na *ziskovostné* kritériá a na dáta vo všetkých odvetviach. Pre každé kritériu najprv nájdeme jeho minimálnu presnosť. Táto presnosť bude takého rádu ako je minimum absolútnych hodnôt daného kritéria pre všetky akcie ktoré máme k dispozícii. Ak sa táto hodnota rovná 0, budeme voliť druhú najmenšiu z týchto hodnôt. Pre naše kritériá dostávame nasledovné presnosti:

Tabuľka 5: Presnosť vierohodnostných kritérií

Ukazovateľ	Presnosť	Ukazovateľ	Presnosť
D/E	10^{-3}	Rev	10^{-5}
D/A	10^{-3}	FCF	10^{-4}
Quick	10^{-2}	XOI/OI	10^{-4}
ROE	10^{-4}	(CAPEX+R&D)/D&A	10^{-2}
Margin	10^{-4}	dCFO/GW	10^{-4}
(D+LIAB)/CFO	10^{-3}	GW	10^{-4}
OPEX/Rev	10^{-3}	Div ¹	10^{-1}
Days Rec.	10^{-1}	gDiv ²	10^{-1}
EPS	10^{-5}	St BB	10^{-4}
CFO	10^{-4}		

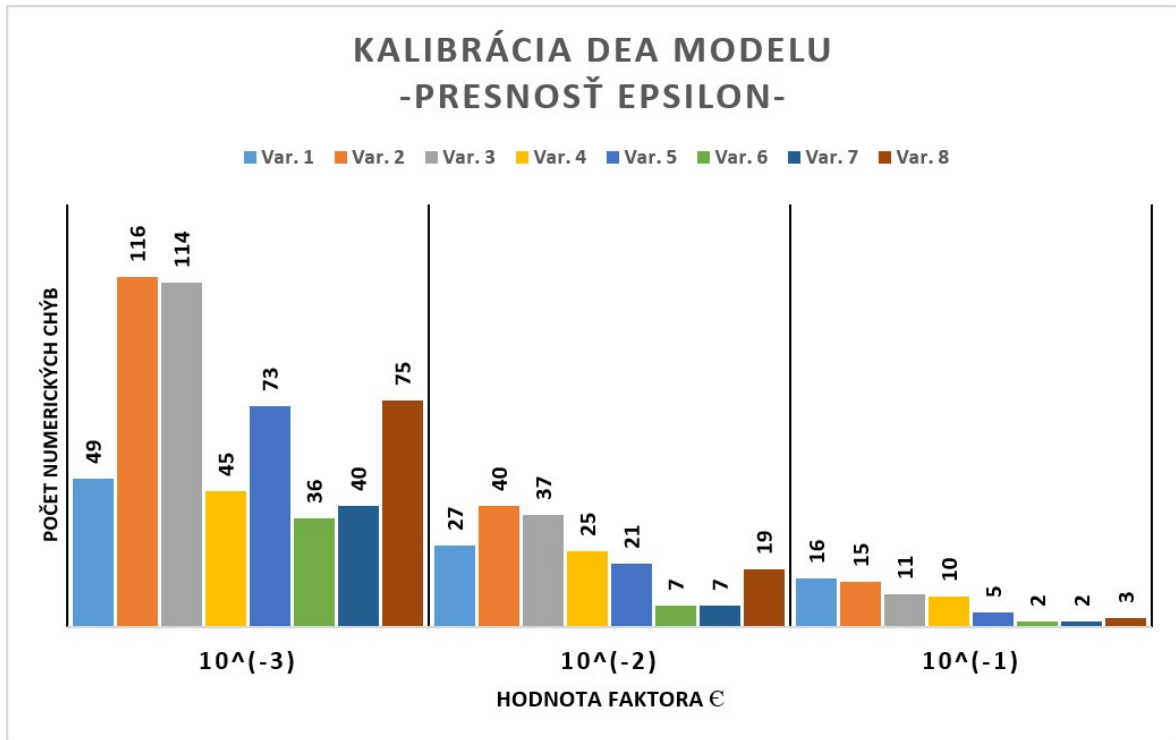
¹ Jedná sa o binárne kritérium, presnosť volíme o jeden rád nižšiu ako hovorí vyššie uvedený postup.

² Jedná sa o ternárne kritérium, presnosť volíme o jeden rád nižšiu ako hovorí vyššie uvedený postup.

Tabuľka 6: Presnosť ziskovostných kritérií

Ukazovateľ	Presnosť	Ukazovateľ	Presnosť
Sales ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	10^{-5}	CFO PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	10^{-5}
EPS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	10^{-3}	Book PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	10^{-5}
CFO PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	10^{-5}	Sales ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	10^{-5}
Book PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	10^{-5}	EPS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	10^{-3}
Sales ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	10^{-5}	CFO PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	10^{-5}
EPS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	10^{-3}	Book PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	10^{-5}

Uvedieme teraz graf závislosti počtu chýb numeriky (na *vierohodnostných* kritériách v odvetví “Industrials”) od parametra ϵ podľa jednotlivých variantov kritérií. Pod parametrom ϵ máme na mysli faktor, ktorým sa budú násobiť presnosti uvedené v tabuľkách 5 a 6 a po ktorých prenásobení faktorom ϵ dostaneme pre každé kritérium samostatne presnosť ϵ spomínanú na konci podkapitoly 2.2.

Obr. 3: Graf počtu numerických chýb v závislosti od parametra ϵ podľa variantu kritérií.

Počet meraní v každej dvojici nastavení (variant, tolerancia účelovej funkcie) je 518.

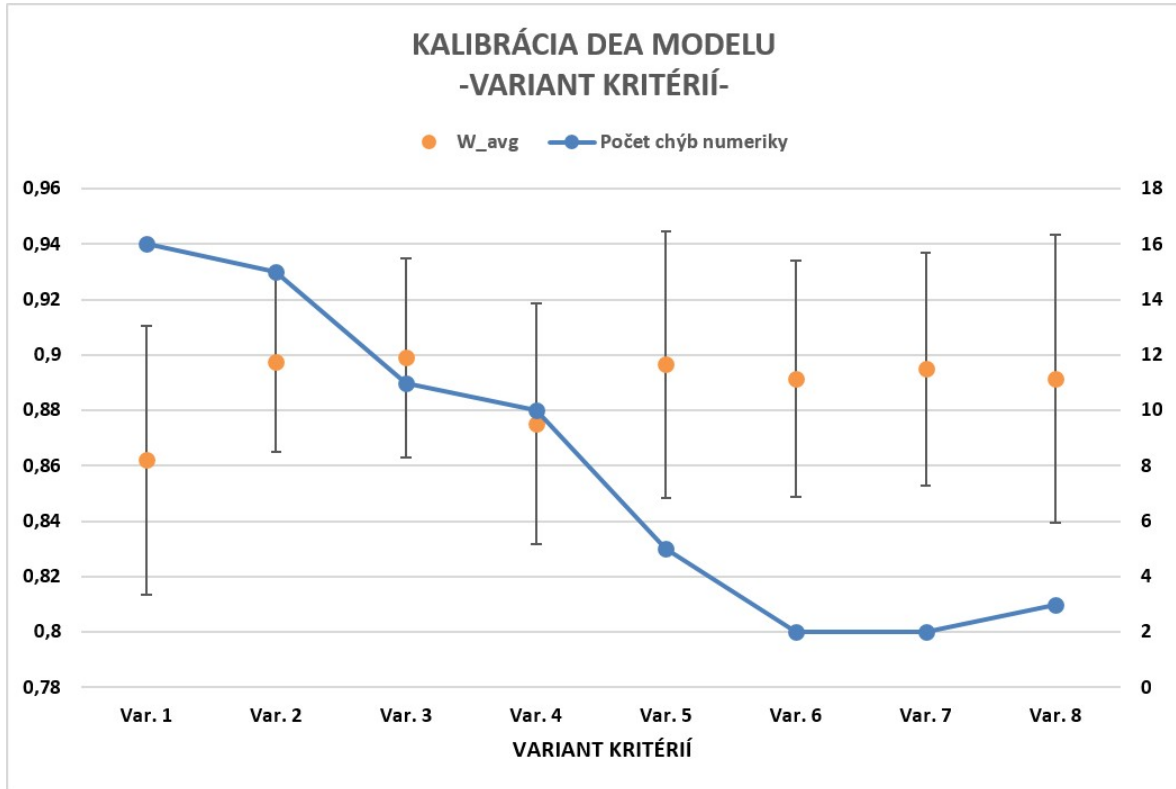
Z grafu na obrázku 3 vyplýva, že podiel numerických chýb na celkovom počte meraní pre hodnotu faktora $\epsilon = 10^{-2}$ a $\epsilon = 10^{-3}$ je pre niektoré varianty kritérií nad úrovňou 5%. Toto je hranica, ktorú nechceme prekračovať a preto budeme ďalej pracovať s $\epsilon = 10^{-1}$.

Posledným parametrom ktorý budeme pre DEA metódu voliť (voľba tohto parametra sa bude vzťahovať aj na PROMETHEE metódu ktorej sa venujeme v kapitole 3) je variant kritérií. Tento parameter budeme voliť tak, aby poradie akcií⁷ zvoleného variantu bolo čo najbližšie k poradiam generovaným ostatnými variantmi. Takto zvolený variant a jemu zodpovedajúce poradie považujeme v zmysle vzdialeností poradí za “reprezentatívne” poradie všetkých poradí daných rôznou voľbou variantu kritérií a teda najvhodnejšie pre ďalšie použitie. Pre vektory poradí o_i a vzdialenosti $W(o_i, o_j)$ definujeme:

⁷Poradie akcií je dané zostopným zoradením podľa hodnoty účelovej funkcie τ , pričom pri rovnakej hodnote účelovej funkcie priradíme akciám rovnaké umiestnenie

$$W_{avg_i} = \frac{1}{7} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^8 W(o_i, o_j) \quad i = \{1, \dots, 8\}. \quad (2.7)$$

Obr. 4: Graf priemerných vzdialeností poradi v závislosti od variantov kritérií



Zostrojili sme teda graf na obrázku 4, v ktorom sme zobrazili W_{avg_i} pre jednotlivé $Var.i$, ich štandardné populačné odchýlky a im prislúchajúce počty chýb numeriky.

Vidíme, že najbližšie k ostatným poradiam je poradie generované variantom kritérií $Var.3$. Tento variant poráža $Var.2$ (ktorý má druhú najbližšiu priemernú vzdialenosť a nižšiu štandardnú populačnú odchýlku ako $Var.3$) v počte chýb numeriky a poráža $Var.5$ a $Var.7$ (ktoré majú nižší počet chýb numeriky ale vynechávajú väčší počet kritérií) v priemernej vzdialenosti aj jej štandardnej populačnej odchýlke. Budeme teda ďalej pracovať s variantom kritérií číslo 3 (nebudeme teda v našich výpočtoch brať do úvahy kritériá “XOI/OP”, “Dividend” a “gDividend”). Všetky parametre nastavenia DEA metódy získané na základe analýzy na *vierohodnostných* kritériách pre odvetvie “Industrials” sú:

Tabuľka 7: Nastavenia parametrov DEA modelu

Parameter	Hodnota
Maximálny počet iterácií	500
Presnosť programu	10^{-4}
Presnosť ϵ	10^{-1}
Variant kritérií	<i>Var.3</i>

3 PROMETHEE metóda

V tejto kapitole popíšeme druhú z metód použitú na vytvorenie poradia akcií. Bude sa jednať o metódu PROMETHEE II (Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluations [9]) ktorá vie pre každé dve akcie rozhodnúť, či je jedna z nich lepšia ako druhá alebo či sú rovnako dobré⁸.

3.1 Odvodenie PROMETHEE II metódy

V tejto podkapitole uvedieme model PROMETHEE II tak, ako je odvodený a uvedený v [3].

Majme multikriteriálny problém v tvare:

$$\max_{a \in A} \{g_1(a), g_2(a), \dots, g_k(a)\} \quad (3.1)$$

kde A je konečná množina prípustných stavov (alternatív) $\{a_1, \dots, a_n\}$ a $\{g_1(\cdot), \dots, g_k(\cdot)\}$ je množina vyhodnocovacích kritérií. Pre takto zadaný problém zväčša neexistuje také $\hat{a} \in A$ ktoré maximalizuje všetky vyhodnocovacie kritériá $g_i(\cdot)$. Aplikujúc uvedené na tu riešený problém s ohodnocovaním akcií dostávame, že môže nastať situácia v ktorej nebude jedna akcia najlepšia vo všetkých kritériách (finančných ukazovateľoch). Majme teda tabuľku ktorá pre každú alternatívu (akciu) určuje hodnotu v danom vyhodnocovacom kritériu (finančnom ukazovateli).

Tabuľka 8: Vyhodnocovacia tabuľka

a	$g_1(\cdot)$...	$g_j(\cdot)$...	$g_k(\cdot)$
a_1	$g_1(a_1)$...	$g_j(a_1)$...	$g_k(a_1)$
...
a_i	$g_1(a_i)$...	$g_j(a_i)$...	$g_k(a_i)$
...
a_n	$g_1(a_n)$...	$g_j(a_n)$...	$g_k(a_n)$

Navyše ak pre alternatívy $a, b \in A$ zavedieme dominanciu⁹ podľa nasledovného:

⁸V zmysle metódy PROMETHEE II

⁹Ak a dominuje b tak je a "lepšie" ako b , čo je vzťah ktorý spomíname aj na začiatku kapitoly 3.

$$\begin{array}{l}
 \forall k : g_k(a) \geq g_k(b) \\
 \exists l : g_l(a) > g_l(b) \\
 \hline
 \forall j : g_j(a) = g_j(b) \\
 \hline
 \exists k : g_k(a) > g_k(b) \\
 \exists l : g_l(a) < g_l(b)
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \iff \\
 \\
 \iff \\
 \iff
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 aPb \\
 \\
 aIb \\
 \\
 aRb
 \end{array}$$

kde aPb znamená preferovanie a pred b , aIb invariantnosť medzi a a b a aRb neporovnateľnosť a a b tak sa ukazuje, že pre väčšinu multikritériálnych problémov z reality je väčšina alternatív a a b neporovnateľná.

Skonstruujeme preto metódu PROMETHEE II tak ako to uvádza [3] ktorá bude vedieť porovnať (teda nebude nastávať situácia aRb) všetky dvojice $a, b \in A$. Zavedme najprv takzvanú preferenčnú funkciu.

Definícia 3.1. Pod pojmom preferenčná funkcia kritéria g_j budeme rozumieť funkciu

$$P_j(a, b) := F_j(d_j(a, b))$$

definovanú pre $\forall a, b \in A$ pričom $d_j(a, b) = g_j(a) - g_j(b)$ a funkcia $F_j(\cdot)$ je neklesajúca funkcia pre ktorú platí

$$\begin{aligned}
 0 \leq F_j(d_j(a, b)) \leq 1 & \quad \text{pre } d_j(a, b) \geq 0 \\
 F_j(d_j(a, b)) = 0 & \quad \text{pre } d_j(a, b) < 0
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

V prípade že kritérium g_j maximalizujeme, udáva funkcia $P_j(a, b)$ mieru s ktorou preferujem a pred b na základe pozorovaných odchýliek hodnoty kritéria g_j . Ďalej definujeme index agregovaných preferencií.

Definícia 3.2. Pod pojmom index agregovaných preferencií budeme rozumieť funkciu

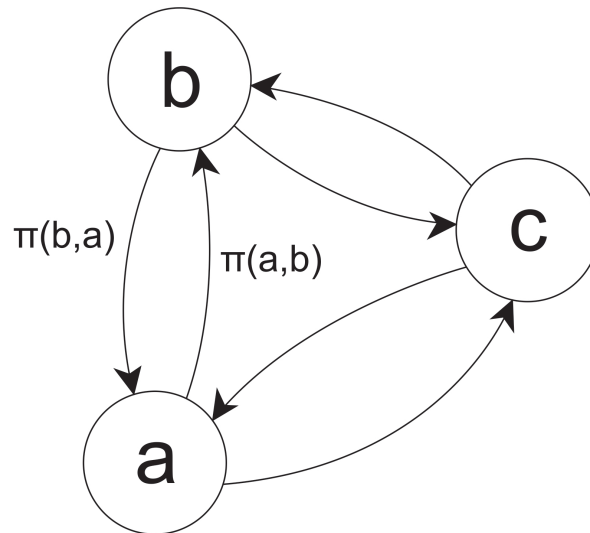
$$\pi(a, b) := \sum_{j=1}^k P_j(a, b) w_j$$

definovanú pre $\forall a, b \in A$ kde w_j je váha kritéria g_j a platí

$$\sum_{j=1}^k w_j = 1 \tag{3.3}$$

Index agregovaných preferencií teda udáva mieru s ktorou je a preferované pred b cez všetky kritériá.

Obr. 5: Znázornenie indexu agregovaných tokov



Väčšinou existujú kritériá, v ktorých je a lepšie¹⁰ ako b ale aj kritériá v ktorých je b lepšie ako a . Preto štandardne nadobúda väčšina indexov agregovaných funkcií pre $a_i, a_j \in A$ kladné hodnoty. Z definície 3.2 zjavne vyplýva nasledovné tvrdenie:

Tvrdenie 3.1. $\pi(a, b)$ definované podľa definície 3.2 spĺňa nasledovné:

1. $\pi(a, a) = 0 \quad a \in A$
2. $0 \leq \pi(a, b) \leq 1 \quad \forall a, b \in A$
3. $0 \leq \pi(a, b) + \pi(b, a) \leq 1$

Pre každú alternatívu a teda existuje $n - 1$ indexov agregovaných funkcií $\pi(a, b)$, $b \in A, b \neq a$ a takisto $n - 1$ indexov agregovaných tokov $\pi(b, a)$, $b \in A, b \neq a$. Zdefinujeme funkciu od $\pi(a, b)$ (resp. $\pi(b, a)$) ktorá bude vyjadrovať ako alternatíva a prekonáva (resp. je prekonávaná) všetkými ostatnými alternatívami.

¹⁰Tu máme na mysli, že $F_j(d_j(a, b)) > 0$

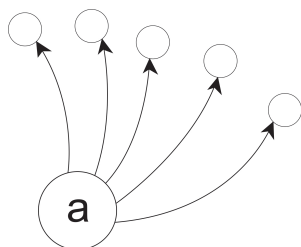
Definícia 3.3. Pod pojmom kladný vyhodnocovací tok budeme rozumieť funkciu

$$\phi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(a, x)$$

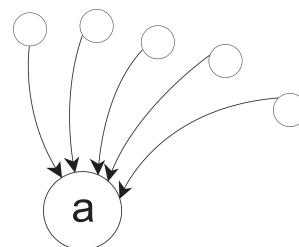
a pod pojmom záporný vyhodnocovací tok budeme rozumieť funkciu

$$\phi^-(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{x \in A} \pi(x, a)$$

pričom obe sú definované pre $\forall a \in A$.



Obr. 6: Znáozornenie $\phi^+(a)$



Obr. 7: Znáozornenie $\phi^-(a)$

Máme teda kladné a záporné vyhodnocovacie toky pre $\forall a \in A$ na základe ktorých môžeme určiť takzvané PROMETHEE I parciálne hodnotenie [3]. V tomto hodnotení ale môže nastať pre nás nežiadúca situácia, že dve alternatívy a a b budú neporovnateľné. Takáto situácia nastáva keď platí:

$$\phi^+(a) > \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) > \phi^-(b)$$

alebo

$$\phi^+(a) < \phi^+(b) \quad \wedge \quad \phi^-(a) < \phi^-(b).$$

Preto [3] zavádza takzvané čisté vyhodnocovacie toky ktoré definujeme nasledovne:

Definícia 3.4. Pod pojmom čistý vyhodnocovací tok budeme rozumieť funkciu:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$$

definovanú pre $\forall a \in A$.

Takto zadefinované čisté vyhodnocovacie toky tvoria úplné¹¹ PROMETHEE II hodnotenie. Funkčné hodnoty $\phi(a)$ vieme zoradiť do nerastúcej postupnosti $\{\phi(a)\}_{a \in A}$

¹¹Každé dve alternatívy $a, b \in A$ sú porovnateľné.

ktorá bude definovať poradie alternatív podľa im prislúchajúcich čistých vyhodnocovacích tokov (čím bude $\phi(a)$ nadobúdať vyššiu hodnotu, tým viac a poráža ostatné alternatívy a tým je alternatíva a "lepšia"). PROMETHEE II úplné hodnotenie teda každej alternatíve $a \in A$ priradí hodnotu čistého vyhodnocovacieho toku $\phi(a)$, čo by mohlo navádzať k pomenovaniu takejto hodnoty funkčnou hodnotou úžitkovej funkcie. Tu si treba uvedomiť, že úžitková funkcia zpravidla vychádza len z hodnôt jednotlivých kritérií pre danú alternatívu. Jej hodnota je teda hodnotou absolútnou vzhľadom na ostatné alternatívy a pri zmene ostatných alternatív sa nemení. Na rozdiel od toho je hodnota čistého vyhodnocovacieho toku hodnotou relatívnou, keďže vychádza z porovnávaní hodnôt kritérií medzi jednotlivými alternatívami. Nehovorí teda o miere užitočnosti danej alternatívy, ale o miere úspešnosti danej alternatívy voči iným alternatívam.

3.2 Úprava dát a kalibrácia metódy

V predchádzajúcom sme skonšturovali metódu PROMETHEE II úplného hodnotenia. Tu sa budeme zaoberať nastavovaním jednotlivých parametrov tejto metódy a prípadnej úprave dát pre účely využitia tejto metódy. Menovite sa budeme venovať nasledovnému:

1. Úprava dát za účelom splnenia tvaru úlohy 3.1.
2. Stanovenie tvarov funkcií $F_j(d_j(a, b))$ tak aby spĺňali 3.2.
3. Určenie váh jednotlivých kritérií podľa 3.3.

Skôr ako sa začneme venovať úprave dát a nastavení parametrov považujeme za potrebné upozorniť na kalibráciu DEA metódy v podkapitole 2.3. Pri tejto kalibrácii sme sa totižto rozhodli, že z ukazovateľov uvedených v podkapitole 1.2 nebudeme brať do úvahy nasledovné finančné ukazovatele:

1. XOI/OI
2. *Dividend* - Vyplatenie poslednej dividendy
3. *gDividend* - Zmena poslednej dividendy

Všetky nasledujúce úvahy v tejto podkapitole teda rátajú s faktom, že z analýzy vynechávame tieto tri ukazovatele.

Vieme, že niektoré z ukazovateľov potrebujeme minimalizovať. Aby tieto ukazovatele vyhovovali úlohe 3.1 v uvedenom tvare, prenásobíme hodnotu takýchto¹² ukazovateľov pre akciu číslom -1 .

3.2.1 Voľba preferenčných funkcií

Preferenčná funkcia definuje citlivosť metódy na deviácie v rámci daného kritéria. Treba si totižto uvedomiť, že v prípade niektorých kritérií môžu byť malé rozdiely $d(a, b)$ bezvýznamné, inokedy už aj malé rozdiely $d(a, b)$ môžu implikovať úplnú preferenciu jednej z akcií pred druhou. Takisto môžu nastávať prípady, kedy je miera preferovania schodovitá funkcia $d(a, b)$ a aj prípady, kedy sa s veľkosťou $d(a, b)$ nemení len miera preferovania jednej alternatívy pred druhou, ale aj veľkosť zmeny tejto miery. Uvediem teraz šesť základných tvarov preferenčnej funkcie tak ako ich uvádza [3].

¹²Zoznam týchto ukazovateľov čitateľ nájde v podkapitole 1.2 alebo v tabuľke 4.

Tabuľka 9: Typy preferenčnej funkcie

Typ	Predpis	Parametre
1	$P(d(a,b)) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow d(a,b) \leq 0 \\ 1 & \Leftrightarrow d(a,b) > 0 \end{cases}$	žiadne
2	$P(d(a,b)) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow d(a,b) \leq q \\ 1 & \Leftrightarrow d(a,b) > q \end{cases}$	q
3	$P(d(a,b)) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow d(a,b) \leq 0 \\ \frac{d(a,b)}{p} & \Leftrightarrow 0 < d(a,b) \leq p \\ 1 & \Leftrightarrow d(a,b) > p \end{cases}$	p
4	$P(d(a,b)) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow d(a,b) \leq q \\ \frac{1}{2} & \Leftrightarrow q < d(a,b) \leq p \\ 1 & \Leftrightarrow d(a,b) > p \end{cases}$	p, q
5	$P(d(a,b)) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow d(a,b) \leq q \\ \frac{d(a,b)-q}{p-q} & \Leftrightarrow q < d(a,b) \leq p \\ 1 & \Leftrightarrow d(a,b) > p \end{cases}$	p, q
6	$P(d(a,b)) = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow d(a,b) \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d(a,b)^2}{2s^2}} & \Leftrightarrow d(a,b) > 0 \end{cases}$	s

Pre všetky použité¹³ kritériá sme zvolili preferenčnú funkciu v tvare zodpovedajúcom Gaussovmu kritériu (typ 6 podľa tabuľky 9). Parameter s tejto funkcie volíme pre každé kritérium g_l ako $s_l = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_l(a_i, a_j)$. Parameter s volíme zvlášť nie len pre každé kritérium, ale aj pre rovnaké kritérium v rámci rôznych sektorov. Pre kritériá Div a $gDiv$ by sme (ak by sme ich používali) vzhľadom na ich binárny (resp. ternárny) charakter volili preferenčnú funkciu typu 1.

3.2.2 Určenie váh kritérií

Postupov ako voliť váhy jednotlivých kritérií je niekoľko. Jedným zo spôsobov, ako pristúpiť k ich voľbe môže byť napríklad využitie faktu, že sa jedná o reálne finančné ukazovatele. Následne pomocou poznatkov fundamentálnej analýzy je možné zvoliť

¹³Teda pre všetky kritériá uvedé v podkapitole 1.2 okrem XOI/OI , Div a $gDiv$.

váhy na základe vplyvu jednotlivých ukazovateľov na výkonnosť a zdravie firmy. My sme volili prístup zodpovedajúci hľadaniu “reprezentatívnych” váh založených na nasledovnej myšlienke.

Majme nejaké odvetvie ktoré zahŕňa nejakú množinu akcií so známymi hodnotami ukazovateľov. Potom pre rôzne voľby vektorov váh $w = (w_1, w_2, \dots, w_k)^T$ zodpovedajúcich kritériám $\{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ môže metóda PROMETHEE II generovať rôzne poradia O alternatív (akcií) $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Pre každé dve takéto poradia vieme nájsť Kendallov koeficient zhody $W(O_i, O_j)$. Navyše ku každej množine poradí $\{O_1, O_2, \dots, O_m\}$ bude existovať také poradie \hat{O} generované vektorom váh \hat{w} , pre ktoré bude platiť:

$$\sum_{i=1}^m W(\hat{O}, O_i) \leq \sum_{i=1}^m W(O, O_i) \quad \forall O \in \Omega \quad (3.4)$$

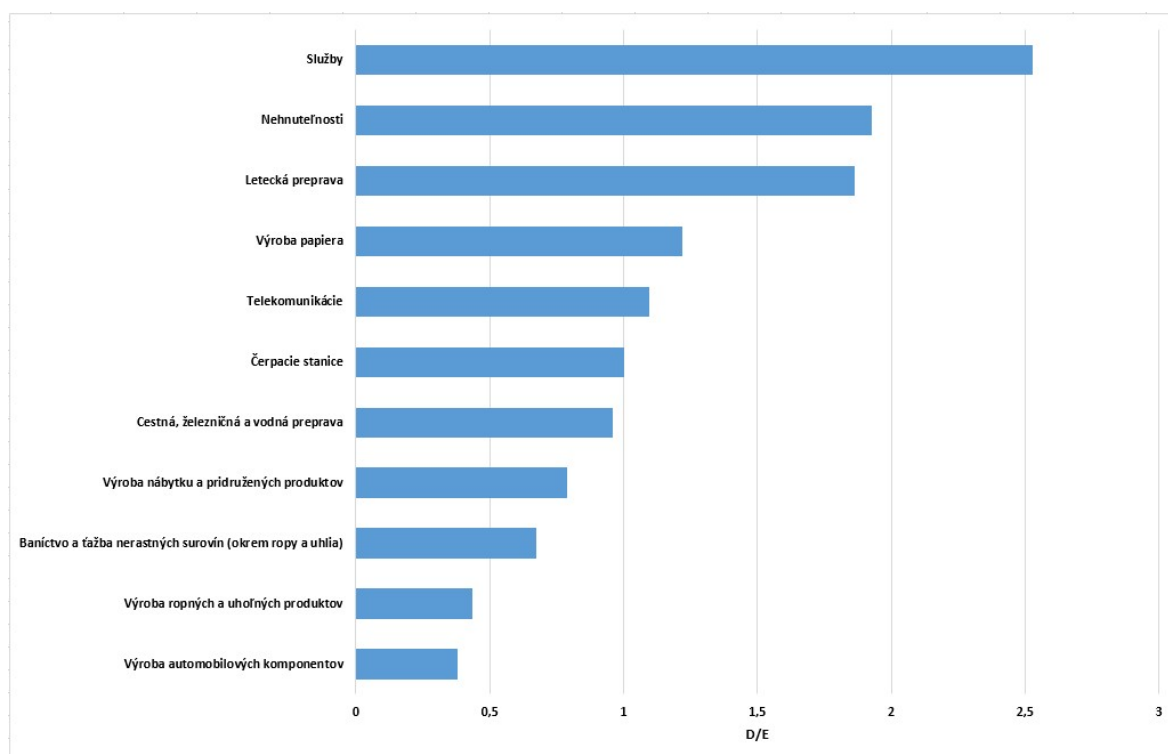
kde Ω je množina všetkých možných poradí alternatív $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ generovaných nejakým vektorom váh w .

My budeme takéto váhy \hat{w} hľadať pomocou metódy stochastickej optimalizácie, konkrétne metódou simulovaného žihania [5] používajúc symetrické Dirichletovo rozdelenie¹⁴ a multištarty. Na začiatok náhodne vygenerujeme množinu vektorov váh. Tieto vektory váh budeme generovať ako viacrozmerné náhodné premenné z Dirichletovho rozdelenia. Toto rozdelenie použijeme najmä preto, že je vhodné na generovanie dát ležiacich na simplexe, keďže súčet zložiek vektora z Dirichletovho rozdelenia je konštantný. Následne budeme postupnými náhodnými transformáciami počiatočne zvoleného vektora váh hľadať vektor váh spĺňajúci vzťah 3.4. Tento proces budeme niekoľkokrát opakovať za účelom zvýšenia spoľahlivosti optimalizácie.

Tento postup budeme realizovať pre každé odvetvie zvlášť. Robíme tak najmä preto, že existujú výrazné rozdiely medzi priemernými hodnotami niektorých ukazovateľov medzi jednotlivými odvetviami (viď napríklad graf na obrázku 8). Na základe toho si dovoľujeme predpokladať, že aj vplyv jednotlivých ukazovateľov na spoločnosti v rôznych odvetviach môže byť rôzny, čo zodpovedá rôznej voľbe váh.

¹⁴Tento spôsob stochastickej optimalizácie používame na základe osobnej konzultácie s Radoslavom Harmanom, FMFI UK, Bratislava.

Obr. 8: Porovnanie D/E ratio pre rôzne sektory



Zostrojené na základe údajov z [8]. Sektory uvedené v tejto tabuľke slúžia len na ilustráciu a nemusia sa zhodovať so sektormi/odvetviami vo zvyšku tejto práce.

Na záver tejto kapitoly teda uvedieme nami zvolené váhy pre vybrané odvetvia¹⁵. Z grafov porovnaní váh priradených jednotlivým ukazovateľom v jednotlivých odvetviach na obrázkoch 9 a 10 môžeme vidieť, že sa váhy medzi sektormi vo väčšine kritérií výrazne nelíšia. Takto určené váhy spolu s ostatnými vyššie uvedenými nastaveniami budeme ďalej používať pre vytváranie poradí akcií v rámci jednotlivých odvetví pomocou PROMETHEE II úplnej metódy.

¹⁵Neuvádzame váhy pre všetky odvetvia vzhľadom na rozsiahlosť takýchto tabuliek

3 PROMETHEE METÓDA

Tabuľka 10: Váhy *virohodnostných* kritérií - “Basic Materials”

Ukazovateľ	Váha	Ukazovateľ	Váha
D/E	0,058	Rev	0,060
D/A	0,064	FCF	0,069
Quick	0,064	XOI/OI ¹	0,000
ROE	0,069	(CAPEX+R&D)/D&A	0,056
Margin	0,062	dCFO/GW	0,067
(D+LIAB)/CFO	0,060	GW	0,056
OPEX/Rev	0,061	Div ¹	0,000
Days Rec.	0,068	gDiv ¹	0,000
EPS	0,065	St BB	0,060
CFO	0,061		

¹ Jedná sa o kritériá ktoré sme na základe kalibrácie DEA modelu vylúčili z analýzy.

Tabuľka 11: Váhy *ziskovostných* kritérií - “Basic Materials”

Ukazovateľ	Váha	Ukazovateľ	Váha
Sales ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,079	CFO PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,085
EPS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,090	Book PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,077
CFO PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,080	Sales ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,081
Book PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,083	EPS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,093
Sales ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,075	CFO PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,090
EPS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,087	Book PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,080

Tabuľka 12: Váhy *vierohodnostných* kritérií - “Technology”

Ukazovateľ	Váha	Ukazovateľ	Váha
D/E	0,059	Rev	0,064
D/A	0,061	FCF	0,061
Quick	0,062	XOI/OI ¹	0,000
ROE	0,064	(CAPEX+R&D)/D&A	0,062
Margin	0,061	dCFO/GW	0,065
(D+LIAB)/CFO	0,059	GW	0,059
OPEX/Rev	0,061	Div ¹	0,000
Days Rec.	0,064	gDiv ¹	0,000
EPS	0,063	St BB	0,065
CFO	0,070		

¹ Jedná sa o kritériá ktoré sme na základe kalibrácie DEA modelu vylúčili z analýzy.

Tabuľka 13: Váhy *ziskovostných* kritérií - “Technology”

Ukazovateľ	Váha	Ukazovateľ	Váha
Sales ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,077	CFO PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,081
EPS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,082	Book PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,069
CFO PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,080	Sales ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,098
Book PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,092	EPS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,097
Sales ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,081	CFO PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,077
EPS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,083	Book PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,083

Tabuľka 14: Váhy *vierohodnostných* kritérií - "Telecommunications"

Ukazovateľ	Váha	Ukazovateľ	Váha
D/E	0,059	Rev	0,064
D/A	0,069	FCF	0,064
Quick	0,065	XOI/OI ¹	0,000
ROE	0,062	(CAPEX+R&D)/D&A	0,076
Margin	0,070	dCFO/GW	0,061
(D+LIAB)/CFO	0,066	GW	0,057
OPEX/Rev	0,057	Div ¹	0,000
Days Rec.	0,053	gDiv ¹	0,000
EPS	0,050	St BB	0,064
CFO	0,063		

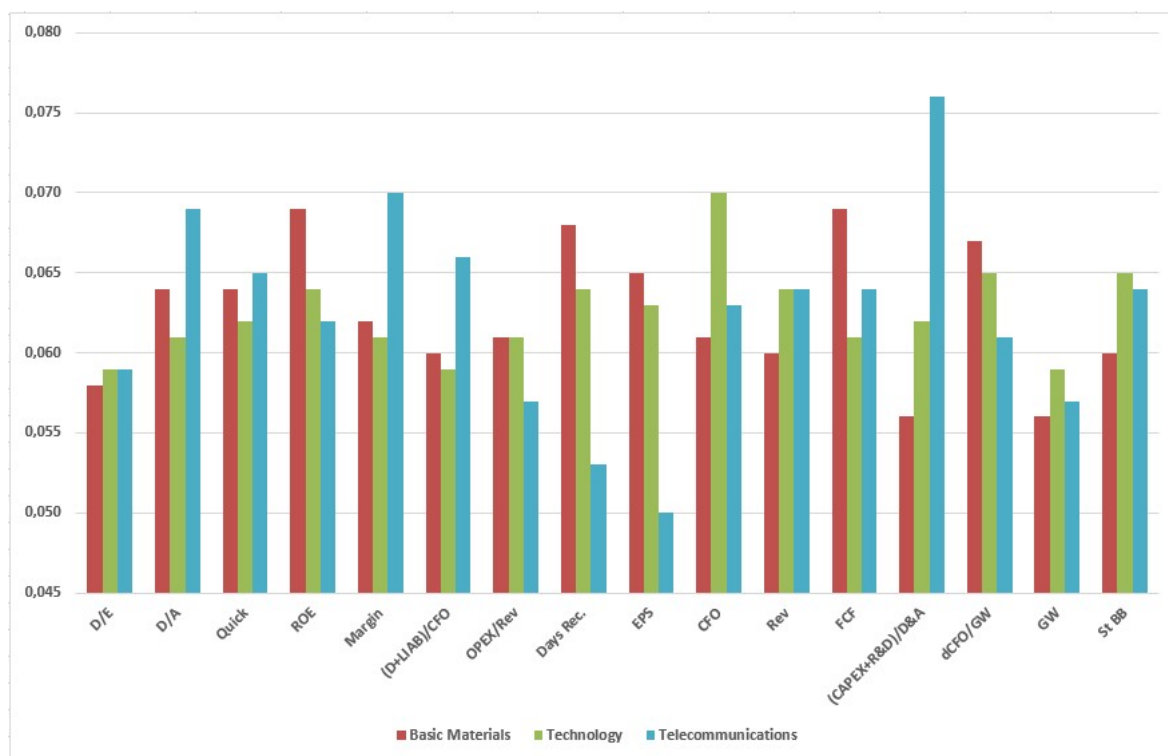
¹ Jedná sa o kritériá ktoré sme na základe kalibrácie DEA modelu vylúčili z analýzy.

Tabuľka 15: Váhy *ziskovostných* kritérií - "Telecommunications"

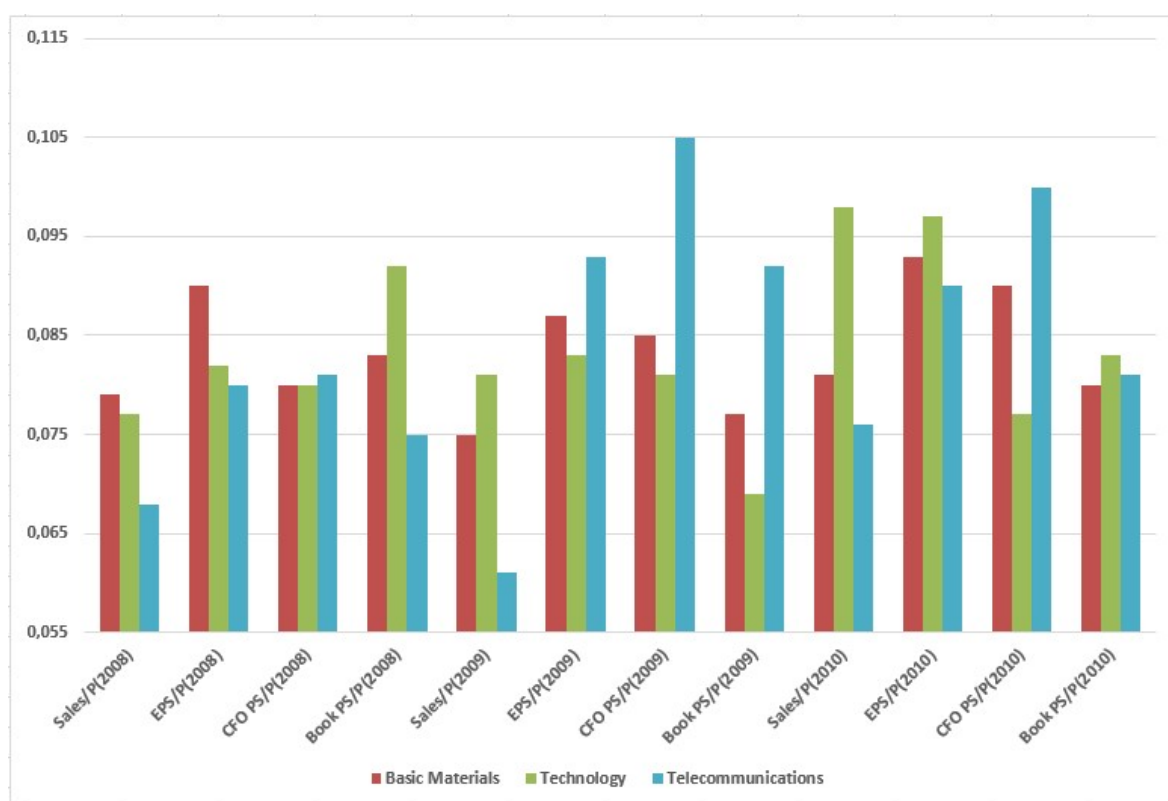
Ukazovateľ	Váha	Ukazovateľ	Váha
Sales ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,068	CFO PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,105
EPS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,080	Book PS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,092
CFO PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,081	Sales ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,076
Book PS ₂₀₀₈ /P ₂₀₀₈	0,075	EPS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,090
Sales ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,061	CFO PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,100
EPS ₂₀₀₉ /P ₂₀₀₉	0,093	Book PS ₂₀₁₀ /P ₂₀₁₀	0,081

3 PROMETHEE METÓDA

Obr. 9: Porovnanie váh vierohodnostných kritérií medzi vybranými odvetviami



Obr. 10: Porovnanie váh ziskovostných kritérií medzi vybranými odvetviami



4 Tvorba a vyhodnotenie portfólia

V predchádzajúcich dvoch kapitolách sme ukázali, ako využijeme model DEA a PROMETHEE II metódu na to, aby sme usporiadali akcie podľa ich finančných ukazovateľov. Pre každé odvetvie sme tak dostali štyri (nie nutne rovanké) poradia. Každá z použitých metód generuje dve poradia, jedno poradie vytvorené na základe *vierohodnostných* a jedno na základe *ziskovostných* kritérií. V tejto kapitole sa budeme zaoberať tým, ako na základe týchto poradí zostrojíme portfólio akcií ktoré následne porovnáme s trhovým¹⁶ portfóliom, poprípade s náhodne zvoleným portfóliom.

4.1 Tvorba portfólia

Pre každú z dvoch metód tvorby poradí (DEA a PROMETHEE II) budeme tvoriť portfólia zvlášť, ale podľa rovnakých princípov. Prvé dva typy portfólií budú veľmi podobné, tretí bude mierne odlišný. Prvé dva typy budeme skladať z pevného počtu akcií. Z každého odvetvia vyberieme taký počet akcií, aby podiel počtu akcií vybraných z daného odvetvia na celkovom počte akcií v portfóliu bol čo najviac podobný pomeru počtu akcií v tomto odvetví ku súčtu počtov akcií vo všetkých odvetviach. Keďže ale niektoré odvetvia obsahujú relatívne málo (v porovnaní s najväčšími odvetviami) akcií, budeme požadovať aby každé odvetvie bolo vo výslednom portfóliu zastúpené aspoň jednou akciou. Váhy akcií v portfóliu budú naivné, teda každá akcia bude mať rovnakú váhu. Uvedieme teraz tabuľku s počtom akcií vybraných z jednotlivých odvetví.

¹⁶Pod pojmom trhovú tu máme na mysli naivne navážené portfólio so všetkých akcií na trhu

4 TVORBA A VYHODNOTENIE PORTFÓLIA

Tabuľka 16: Tabuľka počtu akcií jednotlivých odvetví v portfóliu

Odvetvie	Počet akcií v odvetví	1. Typ ¹	2. Typ ²
Utilities	84	1	3
Consumer Goods	245	3	8
Basic Materials	178	2	6
Health Care	105	1	3
Technology	108	1	4
Industrials	445	6	14
Oil & Gas	110	1	4
Consumer Services	228	3	7
Telecommunications	39	1	1
Spolu	1434	19	50

¹ Portfólio 1. Typu bude spolu obsahovať 19 akcií. Ďalej ho budeme označovať *Portf-19*.

² Portfólio 2. Typu bude spolu obsahovať 50 akcií. Ďalej ho budeme označovať *Portf-50*.

Máme teda definované počty akcií, ktoré budeme z jednotlivých odvetví vyberať. Vyberať ich budeme podľa nasledovnej úvahy:

Keďže skladáme portfólio, od ktorého okrem výnosov očakávame najmä stabilitu a spoľahlivosť, budeme pri výbere uprednostňovať *vierohodné* (tu máme na mysli také akcie, ktoré sa v zoradení podľa *vierohodnostných* kritérií umiestnia v prvej *k-tici* pre dané *k*) akcie. Budeme teda postupovať tak, že z akcií v danom odvetví vyberieme aspoň prvých *k* akcií podľa *vierohodnosti* a potom spomedzi nich vyberieme aspoň prvých l^{17} akcií podľa *ziskovostných* kritérií. Slovo “aspoň” používame preto lebo môže nastať situácia v ktorej kvôli stavu remízy na *k-tej* až *k+a -tej* (kde $a > 0$) (resp. na *l-tej* až *l+a -tej*) pozícií nebudeme vedieť vybrať *k-ticu* (resp. *l-ticu*) akcií. Číslo *l* sme zvolili v závislosti od výsledného portfólia. *k* určíme podľa toho, ako veľký dôraz chceme klásť na *vierohodnosť* vybraných akcií (čím bude *k* bližšie k l^{18} , tým väčší dôraz kladieme na *vierohodnosť* a tým menší na *ziskovosť*). Tu budeme pre každý z typov portfólií *Portf-19* a *Portf-50* voliť dva spôsoby výberu.

¹⁷Kde *l* zodpovedá pre daný typ a dané odvetvie príslušnej hodnote z tabuľky 16

¹⁸Určite platí $k \geq l$

1. $k = \lceil \frac{K}{2} \rceil$, kde K je počet akcií v danom odvetví (Ďalej *v1*).
2. $k = 10l$ (Ďalej *v2*).

Uvedieme tabuľku so zodpovedajúcimi hodnotami k pre jednotlivé portfóliá *Portf-19* a *Portf-50* a jednotlivé odvetvia.

Tabuľka 17: Tabuľka minimálneho počtu akcií vybraných podľa *vierohodnostných* kritérií

Odvetvie	<i>Portf-19</i>		<i>Portf-50</i>	
	<i>v1</i>	<i>2</i>	<i>v1</i>	<i>v2</i>
Utilities	42	10	42	30
Consumer Goods	123	30	123	80
Basic Materials	89	20	89	60
Health Care	53	10	53	30
Technology	54	10	54	40
Industrials	223	60	223	140
Oil & Gas	55	10	55	40
Consumer Services	114	30	114	70
Telecommunications	20	10	20	10

Týmto sme popísali prvé dva typy portfólií. Prejdeme teraz k popisu tvorby tretieho portfólia. Pri jeho tvorbe sme sa pridžžali myšlienky, že nebudeme uprednostňovať *vierohodné* akcie pred *ziskovými* (tu máme na mysli také akcie, ktoré sa v zoradení podľa *ziskovstných* kritérií umiestnia v prvej *k-tici* pre dané k) akciami a že sa nebudeme pridžžat pevného počtu akcií v portfóliu ani pevného podielu jednotlivých odvetví na stavbe portfólia. Zachováme ale naivné váhy. Od vybraných akcií budeme požadovať, aby v oboch skupinách kritérií dosahovali aspoň¹⁹ nejaké dané poradie. Z každého odvetvia vyberieme množinu P_V (resp. P_Z) akcií ktoré patria podľa *vierohodnosti* (resp. *ziskovosti*) medzi aspoň k najlepších. Výsledná množina akcií P vstupujúca za dané odvetvie do výsledného portfólia bude potom prienikom takto vybraných množín: $P = P_V \cap P_Z$. Takéto portfólio budeme v ďalšom označovať ako *Portf-Unlim* a k budeme voliť troma rôznymi spôsobmi nasledovne:

¹⁹Slovo aspoň tu používame z toho istého dôvodu ako v predchádzajúcej úvahe.

1. $k = \lceil \frac{3K}{4} \rceil$, kde K je počet akcií v danom odvetví (Ďalej $v1$).
2. $k = \lceil \frac{K}{2} \rceil$, kde K je počet akcií v danom odvetví (Ďalej $v2$).
3. $k = \lceil \frac{K}{4} \rceil$, kde K je počet akcií v danom odvetví (Ďalej $v3$).

4.2 Vyhodnotenie portfólií

Tu prisupíme k vyhodnoteniam jednotlivých portfólií získaných podľa postupov z predošlej podkapitoly. Spolu²⁰ sme zostavili 14 portfólií. Pred tým, než prejdeme k samotným vyhodnoteniam uvedieme ešte výsledné počty akcií v jednotlivých portfóliách. Môžeme si všimnúť, že pri portfóliách získaných z poradí daných DEA modelom sú po-

Tabuľka 18: Celkové počty akcií v jednotlivých portfóliách

Portfólio ¹	Veľkosť portfólia	Portfólio	Veľkosť portfólia
<i>Portf-19-DEA-v1</i>	77	<i>Portf-50-DEA-v1</i>	88
<i>Portf-19-PROM²v1</i>	19	<i>Portf-50-PROM v1</i>	50
<i>Portf-19-DEA-v2</i>	75	<i>Portf-50-DEA-v2</i>	177
<i>Portf-19-PROM-v2</i>	19	<i>Portf-50-PROM-v2</i>	56

¹ Typ portfólia-Metóda zoradenia-Volba k .

² PROM používame ako skratku PROMETHEE II.

Portfólio	Veľkosť portfólia
<i>Portf-Unlim-DEA-v1</i>	706
<i>Portf-Unlim-PROM-v1</i>	797
<i>Portf-Unlim-DEA-v2</i>	394
<i>Portf-Unlim-PROM-v2</i>	273
<i>Portf-Unlim-DEA-v3</i>	71
<i>Portf-Unlim-PROM-v3</i>	55

čty akcií v portfóliách výrazne vyššie ako cieľové počty, ktoré sme v nich chceli mať. Je to dané práve veľkým množstvom remíz na popredných miestach v jednotlivých zoradeniach.

²⁰Pre poradia získané DEA a PROMETHEE II metódou a všetky hodnoty parametrov uvedené v podkapitole 4.1.

Vyhodnocovať portfóliá budeme na základe dosiahnutých jednoročných a trojročných výnosov týchto portfólií a na základe volatility ich výnosov. Výnos a volatilitu portfólia počítame ako:

$$R_P = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a r_i \quad (4.1a)$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{1}{a^2} \mathbf{1}^T \Sigma \mathbf{1}}, \quad (4.1b)$$

kde a je počet akcií v danom portfóliu, r_i je výnos i -tej akcie za dané obdobie, $\mathbf{1}$ je stĺpcový vektor jednotiek rozmerov $a \times 1$ a Σ je kovariančná matica výnosov akcií. Vzhľadom na nedostatok dát na vytvorenie kompletnej kovariančnej matice budeme pracovať len s maticou

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \sigma_i^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \sigma_a^2 \end{pmatrix}$$

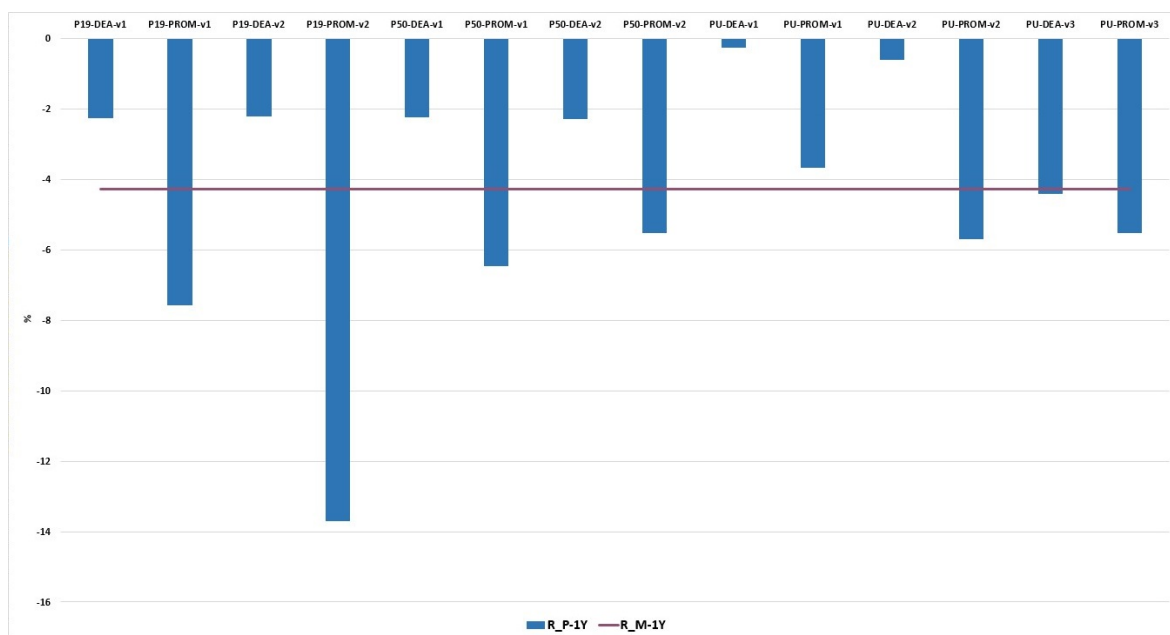
kde σ_i^2 je variancia výnosov i -tej akcie za dané obdobie. Tu je potrebné poznamenať, že pri takto definovanej matici Σ bude volatilita portfólia zhora ohraničiteľná výrazom $\sqrt{\frac{1}{a^2} a \sigma_{max}^2} = \frac{1}{\sqrt{a}} \sigma_{max}$, kde σ_{max} je najväčšia volatilita výnosov akcií v danom portfóliu. Potom pre dve portfóliá s maximálnymi hodnotami volatilit výnosov akcií σ_{1max} a σ_{2max} v týchto portfóliách bude pravdepodobne platiť, že ak pre počty akcií a_1 a a_2 platí $a_1 \gg a_2$ a pre maximálne volatility platí $\sigma_{1max} \approx \sigma_{2max}$ tak $\sigma_1 \leq \sigma_2$. V realite toto nemusí vzhľadom na iný tvar matice Σ platiť. Pre naše porovnania to ale znamená že nebudeme porovnávať volatilitu výnosov portfólií s rôznym počtom akcií, keďže výpovednú hodnotu takéhoto porovnania považujeme za spornú.

Uvedieme najprv grafy znázorňujúce dosiahnuté výnosy (označené ako R_P) jednotlivých portfólií v porovnaní s výnosom (R_M) trhového²¹ portfólia. Označenia $P19$, $P50$ a PU zodpovedajú označeniam *Portf-19* *Portf-50* a *Portf-Unlim* z podkapitoly 4.1

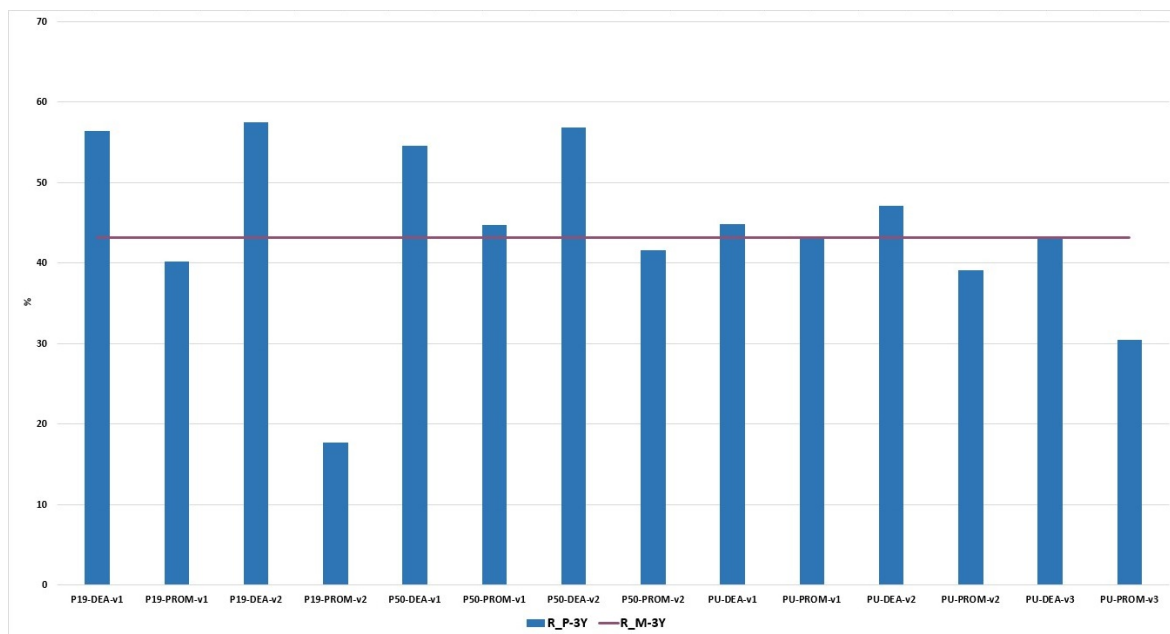
²¹Toto portfólio je zložené zo všetkých akcií o ktorých máme údaje. Každá akcia je v portfóliu s rovnakou váhou

4 TVORBA A VYHODNOTENIE PORTFÓLIA

Obr. 11: Graf porovnávajúci jednoročný výnos portfólií s výnosom trhu



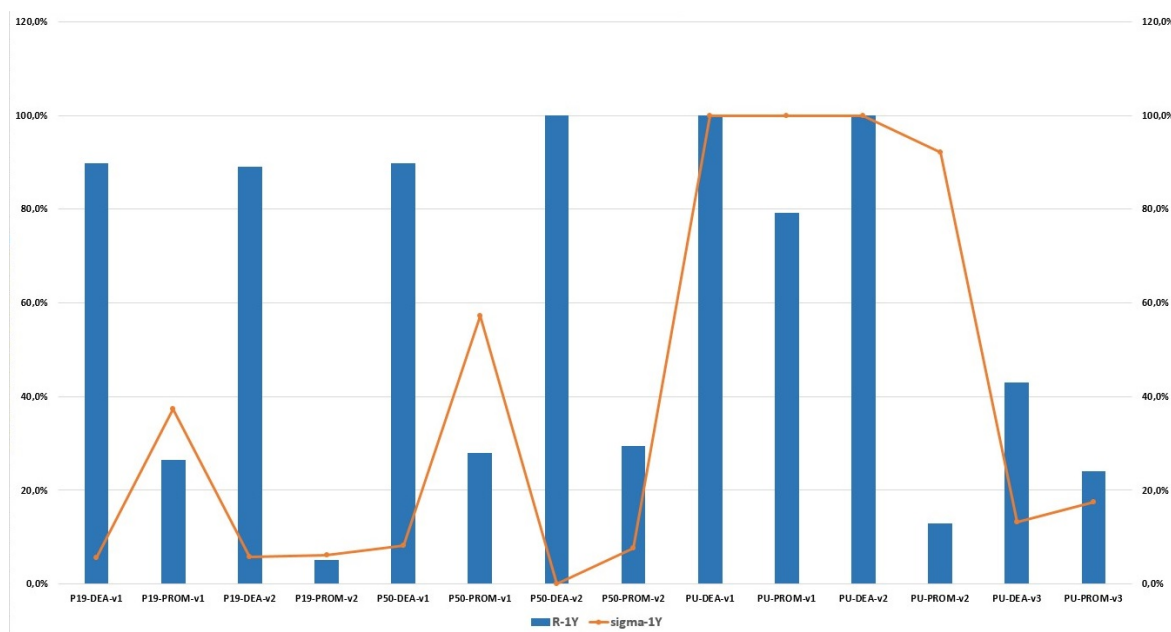
Obr. 12: Graf porovnávajúci trojročný výnos portfólií s výnosom trhu



Pre ďalšie porovnávanie si za účelom zjednodušenia ďalšieho textu zavedieme pojem “trieda portfólií”. Majme niekoľko odvetví s daným (pevným) počtom akcií. Pod pojmo **trieda portfólií** budeme rozumieť množinu portfólií, ktoré obsahujú rovnaký počet (naivne navážených) akcií vybraných z týchto odvetví.

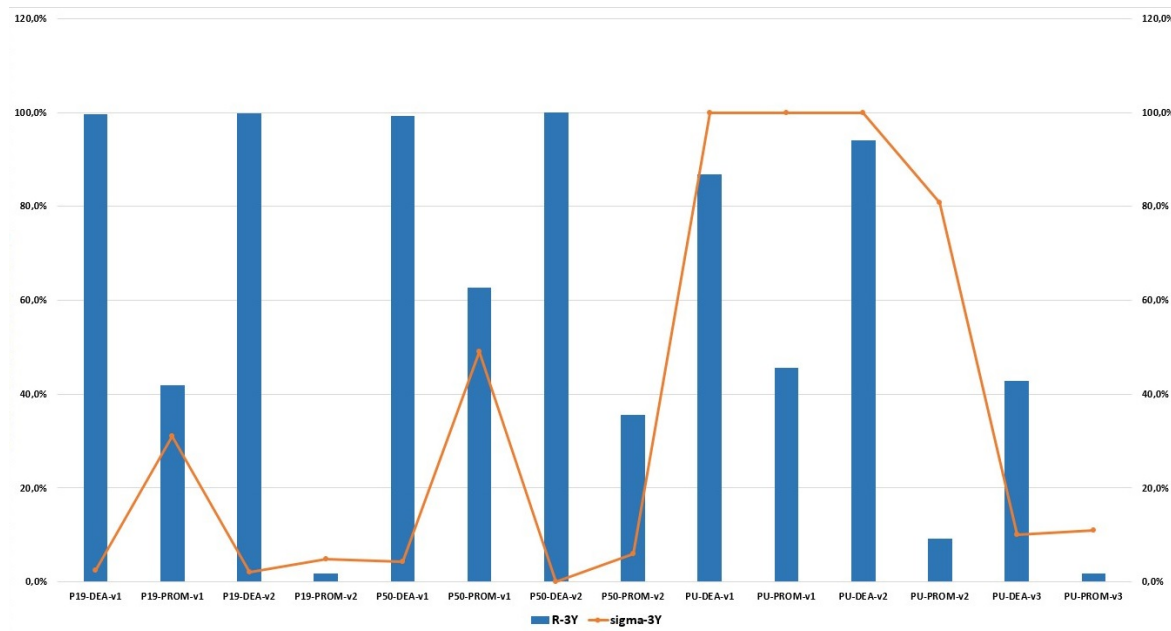
Budeme teraz porovnávať výnosy a volatilitu výnosov nami vytvorených portfólií s výnosmi a volatilitou výnosov náhodne generovaných portfólií spadajúcich do rovnakých tried portfólií. Pre každé nami vytvorené portfólio budeme generovať 5000 náhodných portfólií z rovnakej triedy a zistíme, koľko z nich nami vygenerované portfólio poráza vo výnosoch (teda ich má vyššie) a koľko z nich poráza vo volatilitě výnosov (teda ju má menšiu). Uvedieme teraz grafy pre všetkých 14 nami generovaných portfólií zvlášť pre jednoročné a zvlášť pre trojročné výnosy.

Obr. 13: Graf porovnávajúci jednoročný výnos a volatilitu portfólií s výnosom a volatilitou náhodne generovaných portfólií



Hodnoty výnosov sa viažu na hlavnú zvislú os, hodnoty volatilit na vedľajšiu zvislú os. Obe zvislé osi znázorňujú percento náhodne generovaných portfólií rovnakej triedy, ktoré dané portfólio porazilo.

Ob. 14: Graf porovnávajúci trojročný výnos a volatilitu portfólií s výnosom a volatilitou náhodne generovaných portfólií



Hodnoty výnosov sa viažu na hlavnú zvislú os, hodnoty volatilit na vedľajšiu zvislú os. Obe zvislé osi znázorňujú percento náhodne generovaných portfólií rovnakej triedy, ktoré dané portfólio porazilo.

Pre jednorôčné výnosy sa v oboch použitých porovnaníach (teda na grafoch na obrázku 11 a 13) zdá byť najlepším portfólio *Portf-Unlim-DEA-v1* a ako druhé najlepšie *Portf-Unlim-DEA-v2*. Obe porážajú vo výnosoch trh aj veľkú väčšinu náhodne generovaných portfólií. Veľkú väčšinu náhodne generovaných portfólií porážajú aj vo volatilitě. Uvedené dve portfóliá sú z hľadiska volatility veľmi dobrou voľbou aj pre trojročné výnosy, pričom aj tu vo výnosoch porážajú trh (aj keď len veľmi mierne) a porážajú väčšinu náhodne generovaných portfólií zo svojich tried. Ak by sme ale chceli voliť portfóliá ktoré na trojročných výnosoch porážajú trh výraznejšie a zároveň porážajú veľkú väčšinu náhodne generovaných portfólií svojej triedy, navrhli by sme sa prikloniť k metóde *Portf-50-DEA-v2*. V jej triede síce neporáža skoro žiadne náhodne generované portfóliá vo volatilitě výnosov (či už jednorôčných alebo trojročných), ale v jednorôčných výnosoch poráža veľkú väčšinu náhodne generovaných portfólií svojej triedy a takisto výrazne poráža trh. Z predchádzajúcich výsledkov vidíme, že portfóliá zostavené na základe poradí daných modelom DEA porážajú vo výnosoch tie zostavené na základe PROMETHEE II metódy. Ako ale ukazuje tabuľka 18, portfóliá vychádzajúce z PROMETHEE II metódy sú čo do počtu akcií menšie (a to vďaka

veľkému výskytu remíz na popredných miestach poradí generovaných DEA modelom). Zoberieme si teda tie akcie, ktoré boli vybrané do jednotlivých DEA portfólií a použijeme ich ako množinu akcií na generovanie náhodných portfólií z rovnakých tried ako príslušné PROMETHEE II portfóliá. Toto je možné, keďže pre každý daný typ (ak nehovoríme o *Portf-Unlim*) a danú verziu portfólia sme do DEA portfólia vybrali z každého odvetvia aspoň toľko akcií ako do PROMETHEE II portfólia (viď tabuľka 23). V tabuľke 19 uvádzame koľko percent náhodne vygenerovaných portfólií z rovnakej triedy poráža dané portfólio v uvedených ukazovateľoch.

Tabuľka 19: Porovnanie jednoročných a trojročných výnosov a volatilit portfólií s výnosom a volatilitou náhodne generovaných portfólií

Portfólio	R_{1Y}	σ_{1Y}	R_{3Y}	σ_{3Y}
<i>Portf-19-PROMv1</i>	9.3%	52.3%	12.7%	71.1%
<i>Portf-19-PROMv2</i>	0.7%	1.4%	0.0%	3.2%
<i>Portf-50-PROMv1</i>	1.5%	94.4%	8.3%	98.5%
<i>Portf-50-PROMv2</i>	5.8%	45.4%	0.2%	77.2%

Z tabuľky 18 vidíme, že všetky štyri uvedené PROMETHEE II portfólia porážajú vo výnosoch (či už jednoročných alebo trojročných) len málo (niekedy dokonca skoro žiadne) náhodne generované portfóliá rovnakej triedy zostavené z akcií vybraných do príslušných DEA portfólií. Je síce pravda, že okrem portfólia *Portf-19-PROMv2* sa im vo volatilit výnosov darí relatívne dobre (skoro vždy porazia aspoň polovicu náhodne vygenerovaných portfólií svojej triedy), avšak vzhľadom na tvar našej matice Σ tomuto nebudeme prikladať až tak veľkú váhu (v realite by totiž nám neznáme kovariancie výnosov akcií mohli zapríčiniť aj výrazné zmeny volatilit výnosov porovnávaných portfólií). Preto (čisto na základe údajov o výške výnosov) budeme považovať uvedené štyri portfóliá za jedni z horších portfólií zostavených v tejto kapitole.

V predchádzajúcich odeskoch sme konštatovali, že portfóliá *Portf-Unlim-DEA-v1*, *Portf-Unlim-DEA-v2* a *Portf-50-DEA-v2* považujeme za dobré. Takisto sme konštatovali, že portfóliá tvorené na základe poradí generovaných PROMETHEE II metódou považujeme v porovnaní s DEA portfóliami za horšie. Vyberieme si teraz 5 portfólií

(okrem troch uvedených DEA portfólií si zvolíme ešte portfóliá *Portf-Unlim-PROMv2* a *Portf-19-PROM-v2* ktoré na základe uvedených výsledkov považujeme za najhoršie) a pokúsime sa zistiť, či akcie vybrané do týchto portfólií sú v priemere lepšie ako akcie, ktoré do týchto portfólií vybrané neboli. Toto budeme testovať na všetkých akciách, ale aj v rámci niektorých odvetví (konkrétne v rámci troch odvetví pre ktoré sme uvádzali váhy PROMETHEE II metódy na konci podkapitoly 3.2.2 a najväčšieho odvetvia “Industrials”) zvlášť. To znamená, že budeme porovnávať priemerný výnos akcií, ktoré sme vybrali do portfólia, z daného odvetvia s priemerným výnosom akcií z daného, ktoré sme do portfólia nevybrali. Za test vhodný na testovanie rovnosti stredných hodnôt dvoch nie nutne rovnako veľkých premenných považujeme Mann-Whitneyho U test [16] (tiež známy ako Mann-Whitney-Wilcoxonov test alebo Wilcoxonov dvojjvýberový test). Jedná sa o neparametrický test ktorý nepredpokladá žiadne rozdelenie vstupných premenných. Testuje nasledovné hypotézy:

- H_0 : Distribučné funkcie dvoch náhodných premenných sú rovnaké.
- H_1 : Jedna náhodná premenná je stochasticky väčšia ako druhá náhodná premenná.

V tabuľkách uvádzame stredné hodnoty jednoročných (tabuľka 20) a trojročných (tabuľka 21) výnosov akcií vybraných do portfólií a akcií, ktoré do daných portfólií vybrané neboli. Ku každému páru strednej hodnoty výnosov vybraných (v tabuľke 20 a v tabuľke 21 označené ako “V”) a nevybraných (“N”) akcií uvádzame *p-hodnotu* (“p”) Mann-Whitneyho testu. Výnosy v oboch tabuľkách sú uvedené v %.

Z tabuliek 20 a 21 (uvedené na nasledujúcich stranách) vidíme, že v niektorých prípadoch Mann-Whitneyho U test nezamieta rovnosť distribučných funkcií aj v prípade že pozorujeme pomerne veľký rozdiel v priemernom výnose porovnávaných množín výnosov. Dôvodov môže byť viac. Môže nastávať situácia, že σ oboch porovnávaných rozdelení je tak veľká, že nami pozorovaný rozdiel priemerných výnosov (a teda vzájomný posun testovaných distribučných funkcií) nie je dostatočne veľký na to, aby mohol test s danou spoľahlivosťou prehlásiť že k tomuto posunu vôbec došlo. Ďalším dôvodom môže byť výrazný rozdiel σ_1 a σ_2 uvažovaných rozdelení. Mann-Whitneyho test totiž predpokladá že rozdelenia ktorých distribučné hodnoty testuje hypotéza H_0 sa

4 TVORBA A VYHODNOTENIE PORTFÓLIA

Tabuľka 20: Porovnanie jednoročných výnosov akcií vybraných do zvolených portfólií s výnosmi nevybraných akcií

Portfólio		Telecommunications	Basic Materials	Technology	Industrials	Všetky odvetvia
<i>PU-DEA-v1</i>	V	-3.432	4.330	-9.674	-0.403	-0.266
<i>PU-DEA-v1</i>	N	-2.785	-3.037	-14.084	-1.082	-5.894
<i>PU-DEA-v1</i>	p	0.921	0.273	0.178	0.180	0.000
<i>PU-DEA-v2</i>	V	3.865	6.322	-7.258	-0.470	-0.618
<i>PU-DEA-v2</i>	N	-8.789	-2.998	-15.349	-1.264	-5.558
<i>PU-DEA-v2</i>	p	0.196	0.211	0.029	0.727	0.001
<i>P50-DEA-v2</i>	V	6.141	15.178	-13.513	-0.085	-2.284
<i>P50-DEA-v2</i>	N	-6.704	-2.305	-14.431	-1.977	-4.638
<i>P50-DEA-v2</i>	p	0.711	0.086	0.671	0.829	0.745
<i>P19-PROM-v2</i>	V	-19.619	0.603	-18.557	-0.152	-13.691
<i>P19-PROM-v2</i>	N	-5.291	-2.200	-14.060	-1.940	-4.448
<i>P19-PROM-v2</i>	p	0.477	0.911	0.664	0.025	0.056
<i>PU-PROM-v2</i>	V	15.206	5.536	-8.655	-0.846	-5.685
<i>PU-PROM-v2</i>	N	-8.082	-2.536	-14.901	-1.548	-5.640
<i>PU-PROM-v2</i>	p	0.092	0.566	0.215	0.010	0.712

líšia maximálne posunutím (teda sa okrem iného predpokladá aj rovnosť $\sigma_1 = \sigma_2$). Ďalším dôvodom nezamietania nulovej hypotézy testu môže byť aj malý počet dát v testovaných množinách (čo sa prejavuje najmä pri testovaní dát z odvetvia “Telecommunications”) ²². Dôvodom nezamietnutia H_0 môže samozrejme byť aj fakt že H_0 pre dané dáta platí.

Napriek niekoľkým nezamietnutiam H_0 v prípadoch kedy by sme na základe rozdielu priemerných výnosov očakávali zamietnutie H_0 sa testovanie pomocou Mann-Whitneyho testu ukázalo ako podporujúce naše tvrdenia z predchádzajúcich odsekov. Ako môžeme vidieť z tabuľky 20, test jednoznačne zamietá nulovú hypotézu o zhod-

²²Dôvody nezamietnutia nulovej hypotézy uvádzame na základe osobnej konzultácie s Jánom Somorčíkom, FMFI UK, Bratislava.

4 TVORBA A VYHODNOTENIE PORTFÓLIA

Tabuľka 21: Porovnanie trojročných výnosov akcií vybraných do zvolených portfólií s výnosmi nevybraných akcií

Portfólio		Telecommunications	Basic Materials	Technology	Industrials	Všetky odvetvia
<i>PU-DEA-v1</i>	V	45.302	46.069	19.715	6.183	44.810
<i>PU-DEA-v1</i>	N	25.770	38.397	11.489	6.793	42.905
<i>PU-DEA-v1</i>	p	0.944	0.422	0.274	0.468	0.159
<i>PU-DEA-v2</i>	V	69.637	70.517	24.916	3.738	47.154
<i>PU-DEA-v2</i>	N	20.225	38.725	8.816	8.542	41.257
<i>PU-DEA-v2</i>	p	0.323	0.023	0.063	0.709	0.041
<i>P50-DEA-v2</i>	V	151.616	93.271	10.241	0.501	56.825
<i>P50-DEA-v2</i>	N	24.514	39.578	12.148	11.109	43.222
<i>P50-DEA-v2</i>	p	0.287	0.009	0.933	0.944	0.321
<i>P19-PROM-v2</i>	V	-5.293	113.710	-1.891	-0.099	17.711
<i>P19-PROM-v2</i>	N	39.970	41.407	13.032	11.666	42.958
<i>P19-PROM-v2</i>	p	0.286	0.183	0.664	0.008	0.025
<i>PU-PROM-v2</i>	V	98.765	58.490	21.725	1.421	39.103
<i>PU-PROM-v2</i>	N	20.757	36.959	11.308	9.661	41.101
<i>PU-PROM-v2</i>	p	0.534	0.266	0.258	0.007	0.347

nosti rozdelení výnosov pre portfóliá *Portf-Unlim-DEA-v1* a *Portf-Unlim-DEA-v2* pre všetky dáta. Nevyvracia tak naše predchádzajúce tvrdenie, že uvedené dve portfóliá považujeme za dobré na jednoročných výnosoch. Test takisto len tesne nezamieta H_0 (ak budeme predpokladať že pracujeme so štandardnou hladinou významnosti 5%) v prípade portfólia *Portf-19-PROM-v2*, čo (berúc do úvahy malý počet dát výnosov jednej z množín vstupujúcich do testu) považujeme za nezamietnutie nášho predchádzajúceho tvrdenia hovoriaceho, že portfólio *Portf-19-PROM-v2* považujeme za jedno z najhorších (na dátach so všetkých odvetví). Pre trojročné výnosy taktiež nemôžeme tvrdiť, že portfólio *Portf-19-PROM-v2* má rovnaký priemerný výnos ako množina akcií ktoré sme doňho nevybrali (ak uvažujeme všetky akcie zo všetkých odvetví). Hypotézu H_0 na všetkých dátach zamietame aj pre portfólio *Portf-Unlim-DEA-v2* čo

len potvrdzuje naše tvrdenie, že toto portfólio patrí medzi dobré. V predchádzajúcom sme tvrdili že portfólio *Portf-50-DEA-v2* je pre trojročné výnosy najlepšie. Skutočne môžeme pozorovať rozdiel v priemerných výnosoch akcií v tomto portfóliu a akcií ktoré v tomto portfóliu nie sú. Nič menej Mann-Whitneyho U test nepovažuje tento rozdiel (pravdepodobne kvôli malému počtu akcií v jednej z testovaných množín výnosov) za štatisticky významný.

V tejto kapitole sme teda vyhodnotili výstupné portfóliá založené na DEA modeli a PROMETHEE II metóde. Vidíme, že rôzne typy portfólií založené na poradiach generovaných rôznymi metódami dávajú rôzne výsledky. Zdá sa, že vhodnejšími podkladovými poradiami na tvorbu portfólií sú poradia generované DEA metódou. Takisto sme zistili, že pre naše dáta a naše portfólia sú s dostatočnou štatistickou významnosťou dobré tie DEA portfólia, ktoré nepreferujú *vierohodnosť* akcií pred ich *ziskovosťou*.

Záver

Cieľom našej práce bolo preskúmať jednotlivé metódy tvorby poradia akcií a ich nastavenia a následné vybranie akcií do portfólií a porovnanie ich výkonnosti za účelom nájdenia vhodnej metódy na tvorbu portfólií. V kapitolách 2 a 3 sme v súlade s cieľmi práce najprv predstavili DEA model a PROMETHEE II úplnú metódu. Voľbe DEA modelu predchádzalo nastavenie požiadaviek vyplývajúcich z našich dát (ktorých predstaveniu sme venovali podkapitoly 1.1 a 1.2) a následnému uvedeniu vhodného modelu naštudovaného z [10]. Pre tento model sme realizovali aj kalibráciu rôznych nastavení (v podkapitole 2.3) modelu a počítačových algoritmov za účelom dosiahnutia čo najmenšieho počtu chýb numeriky na testovanom odvetví. V ďalšej kapitole sme potom podľa [3] uviedli PROMETHEE II úplnú metódu, ktorú sme tiež využili na zoraďovanie akcií v jednotlivých odvetviach. Rovnako ako DEA model sme aj PROMETHEE II metódu v podkapitole 3.2 kalibrovali za účelom práce s čo najreprezentatívnejšími poradiami generovanými touto metódou. Poradia akcií získané pomocou *vierohodnostných* a *ziskovostných* ukazovateľov a oboch metód (DEA a PROMETHEE II) sme v kapitole 4 využili v súlade s cieľom práce. V podkapitole 4.1 sme navrhli niekoľko spôsobov tvorby portfólií vychádzajúcich z dvoch druhov poradií tých istých akcií (zostavených na základe *vierohodnostných* a *ziskovostných* ukazovateľov). Takto získaných 14 rôznych portfólií sme potom v podkapitole 4.2 porovnávali (na báze porovnaní jednoročných a trojročných výnosov a ich volatilit) s náhodne generovanými portfóliami rovnakej triedy, s portfóliom ktoré sme nazvali trhovým a nakoniec aj medzi sebou. Pre 5 zvolených portfólií sme v závere tejto kapitoly urobili aj porovnanie ktoré malo za cieľ ukázať, že do daných portfólií boli v priemere vybrané výnosnejšie (resp. menej výnosné) akcie a teda že tieto portfóliá sú skutočne lepšie (resp. horšie) ako portfóliá zostavené z akcií, ktoré sme do porovnávaných portfólií nevybrali. Toto záverečné porovnanie splnilo svoj cieľ a myslíme si teda, že sme boli schopní identifikovať portfóliá majúce vysoké výnosy a takisto portfóliá s veľmi slabými výnosmi.

Prínos tejto práce teda vidíme v preskúmaní problému tvorby akciového portfólia pomocou prístupu multikriteriálnej optimalizácie a identifikovania postupov, ktoré na našich dátach vykazovali najlepšie výsledky. Keďže naše postupy boli nezávislé na účtovnej a finančnej interpretácii ukazovateľov, vidíme potenciál rozšírenia našich po-

ZÁVER

stupov aj na iné dáta s možnosťou dosahovania uspokojivých výsledkov. Myslíme si, že sme našou prácou poskytli alternatívy (resp. rozšírenia) k súčasnému prístupu tvorenia akciových portfólií a to najmä takým investorom, ktorí nemajú skúsenosť s interpretáciou finančných ukazovateľov akcií. To sa týka aj autora tejto práce, keďže jeho skúsenosti s finančnými ukazovateľmi pred tvorbou tejto práce rovnako ako skúsenosti s tvorbou portfólií boli len minimálne. Autor sa práve počas tvorby tejto práce dozvedel ako sa pomerne nenáročným matematickým aparátom bez značných vedomostí o ukazovateľoch dajú tvoriť portfóliá, čo považuje za veľký osobný prínos.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Accounting Tools. Dostupné na internete (25.4.2015): <http://www.accountingtools.com>.
- [2] Berk, J., DeMarzo, P.: *Corporate Finance*. Pearson, Harlow, 3rd edition, 2014. ISBN 9780273792024.
- [3] Brans, J. P., Mareschal, B.: Promethee Methods. In *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, volume 78 of *International Series in Operations Research & Management Science*, pages 163–186. Springer New York, 2005.
- [4] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K.: *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References, and DEA-Solver Software*. Springer, New York, 2nd edition, 2007. ISBN 9780387452814.
- [5] Černý, V.: Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45(1):41–51, 1985.
- [6] Devroye, L.: *Non-uniform random variate generation*. Springer-Verlag, 1986. ISBN 9783540963059.
- [7] Frigyik, B. A., Kapila, A., Gupta, M. R.: Introduction to the Dirichlet Distribution and Related Processes. Technical report, University of Washington, Department of Electrical Engineering, 2010. Dostupné na internete (24.4.2015): <https://www.ee.washington.edu/techsite/papers/documents/UWEETR-2010-0006.pdf>.
- [8] Government of Canada: Statistics Canada - Summary table - Debt to equity ratio by industries. Dostupné na internete (20.4.2015): <http://www.statcan.gc.ca/pub/61-219-x/2009000/t007-eng.htm>.
- [9] Gupta, R., Sachdeva, A., Bhardwaj, A.: Selection of logistic service provider using fuzzy PROMETHEE for a cement industry. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 23(7):899–921, 2012.

- [10] Halická, M.: DEA modely. Učebné texty, FMFI UK, KAMŠ, Bratislava, 2014. Dostupné na internete (8.2.2015): [http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/halicka/text/TextDEA39\(26_3\).pdf](http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/halicka/text/TextDEA39(26_3).pdf).
- [11] Investing Answers. Dostupné na internete (25.4.2015): <http://www.investinganswers.com/>.
- [12] Investopedia. Dostupné na internete (25.4.2015): <http://www.investopedia.com>.
- [13] Kendall, M. G., Babington Smith, B.: The problem of m rankings. *Ann. Math. Statist.*, 10(3):275–287, 09 1939.
- [14] Legendre, P.: Species associations: the Kendall coefficient of concordance revisited. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics*, 10(2):226–245, 2005.
- [15] Management Mania. Dostupné na internete (25.4.2015): <https://managementmania.com>.
- [16] Mann, H. B., Whitney, D. R.: On a Test of Whether one of Two Random Variables is Stochastically Larger than the Other. *Ann. Math. Statist.*, 18(1):50–60, 03 1947.
- [17] Siegel, S., Castellan Jr., N. J.: *Nonparametric Statistics for the Behavioral Science*. HcGraw-Hill, New York, 2nd edition, 1988. ISBN 9780070573574.
- [18] Zar, J. H.: *Biostatistical Analysis*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 4th edition, 1999. ISBN 9780130815422.

Príloha A

Tu uvádzame vety, definície a tvrdenia uvedené v iných prácach potrebné pre účely tejto práce.

Definícia A.0.1. (Uvádžame v znení tak, ako bola uvedená Definícia 22 v [10, s. 131].)

SBM-efektivitou útvaru DMU_o nazveme optimálnu hodnotu ρ^ účelovej funkcie úlohy $(Z - SBM)_o$ (tu: model z definície 2.1). Útvar DMU_o je **SBM-efektívny**, keď pre jeho SBM-efektivitu platí: $\rho^* = 1$. Ak je $\rho^* < 1$, tak je neefektívny.*

Definícia A.0.2. (Uvádžame v znení tak, ako bola uvedená Definícia 10 v [10, s. 66].)

*Bod $(x_A, y_A) \in M$ je Pareto-efektívny v M , vtedy a len vtedy, ak **neexistuje** také $(x, y) \in M$, že $(x, y) \neq (x_A, y_A)$ a zároveň $x_A \geq x$ a $y_A \leq y$. Bod, ktorý nie je Pareto-efektívny nazývame Pareto-**neefektívny** v M .*

Veta A.0.1. (Uvádžame v znení tak, ako bola uvedená Veta 8 v [10, s. 68].)

Nech M je M_{VRS} alebo M_{CRS} . Bod $(x_o, y_o) \in M$ je efektívny v M práve vtedy, keď (x_o, y_o) je z hranice efektívnosti H_E množiny M .

Tu poznamenávame, že autor má na mysli Pareto-efektívnosť. Výraz “Pareto” vzhľadom na jednoznačnosť kontextu vynecháva (takéto vynechávanie autor v práci avizuje: “Ak je z kontextu jasné, že hovoríme o Pareto-efektívnosti vzhľadom na množinu M , tak slovíčko Pareto budeme vynechávať.” [10, s. 66])

Veta A.0.2. (Uvádžame v znení tak, ako bola uvedená Veta 23 v [10, s. 131].)

Útvar DMU_o je efektívny v zmysle Definície 22 (tu: A.0.1) vtedy a len vtedy, ak je efektívny v zmysle Definície 10 (tu: A.0.2).

Veta A.0.3. (Uvádžame v znení tak, ako bola uvedená Veta 26 v [10, s. 137].)

Model SBM – CRS identifikuje ako efektívnu tú istú množinu útvarov ako CCR modely a AD – CRS model.

Táto veta sa dá rozšíriť aj na modely SBM – VRS a AD – VRS vzhľadom na znenie vety A.0.1, ktoré počíta s Pareto-efektívnosťou aj pre M_{VRS} .

Príloha B

Tabuľka 22: Čas behu programu na určenie váh z kapitoly 3.2.2 podľa odvetvia

Odvetvie	Počet akcií	Zostava 1 ¹	Zostava 2 ²
Utilities	105	24393s	
Consumer Goods	304		129878s
Basic Materials	203		63865s
Health Care	144		30061s
Technology	153	34690s	
Industrials	518		401080s
Oil & Gas	145	40817s	
Consumer Services	300		122733s
Telecommunications	50	12203s	

¹ OS: Windows 7 Pro, CPU (využitie 25%): Intel(R) Cote(TM) i7-3520M, 2,90 GHz @ 112%, RAM (využitie 6,4%): 8,00 GB, Program: Matlab(R) R2013a

² OS: Windows 7 Pro, CPU (využitie 14%): Intel(R) Cote(TM) i7-2600K, 3,40 GHz @ 109%, RAM (využitie 3,3%): 16,00 GB, Program: Matlab(R) R2013a

Tabuľka 23: Počty akcií jednotlivých odvetví v portfóliách

Odvetvie	Utilities	Consumer Goods	Basic Materials	Health Care	Technology	Industrials	Oil & Gas	Consumer Services	Telecommunications
<i>Portf-19-DEA-v1</i>	2	16	15	7	10	7	12	4	4
<i>Portf-19-PROM-v1</i>	1	3	2	1	1	6	1	3	1
<i>Portf-19-DEA-v2</i>	2	16	14	7	10	6	12	4	4
<i>Portf-19-PROM-v2</i>	1	3	2	1	1	6	1	3	1
<i>Portf-50-DEA-v1</i>	3	16	15	7	10	14	12	7	4
<i>Portf-50-PROM-v1</i>	3	8	6	3	4	14	4	7	1
<i>Portf-50-DEA-v2</i>	3	16	14	7	10	14	12	7	4
<i>Portf-50-PROM-v2</i>	3	8	6	3	4	14	4	7	1
<i>Portf-Unlim-DEA-v1</i>	39	117	76	60	50	201	58	84	21
<i>Portf-Unlim-PROM-v1</i>	44	129	88	53	54	231	56	123	19
<i>Portf-Unlim-DEA-v2</i>	20	53	37	39	22	127	33	51	12
<i>Portf-Unlim-PROM-v2</i>	18	41	30	19	17	74	21	46	7
<i>Portf-Unlim-DEA-v3</i>	0	24	17	0	0	17	0	13	0
<i>Portf-Unlim-PROM-v3</i>	4	12	2	4	3	13	6	9	2