UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

KONŠTRUKCIA PORTFÓLIA GARANTOVANÉHO FONDU V DÔCHODKOVOM SYSTÉME

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2015

Bc. Iveta HORNÁČKOVÁ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

KONŠTRUKCIA PORTFÓLIA GARANTOVANÉHO FONDU V DÔCHODKOVOM SYSTÉME

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor:	1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	Mgr. Miroslav Kotov

Bratislava 2015

Bc. Iveta HORNÁČKOVÁ

75429511

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta:	Bc. Iveta Hornáčková
Študijný program:	ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor:	9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce:	diplomová
Jazyk záverečnej práce:	slovenský

Názov: Konštrukcia portfólia garantovaného fondu v dôchodkovom systéme / *Construction of pension fund portfolio with performance guarantees*

Cieľ: Cieľom práce je skonštruovať optimálne dlhopisové portfólio

Vedúci:	Mgr. Miroslav Kotov
Katedra:	FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry:	prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania:	29.01.2014

Dátum schválenia: 10.02.2014

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

študent

vedúci práce

Poďakovanie

Touto cestou sa chcem poďakovať najmä vedúcemu diplomovej práce Mgr. Miroslavovi Kotovi, za ochotu, pomoc, odborné znalosti a cenné rady, ktoré mi veľmi pomohli pri písaní tejto práce. Taktiež za navrhnutie a pridelenie zaujímavej témy.
Ďakujem aj svojej rodine a priateľom za ich trpezlivosť a podporu.

Abstrakt

HORNÁČKOVÁ, Iveta: Konštrukcia portfólia garantovaného fondu v dôchodkovom systéme [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky;
školiteľ: Mgr. Miroslav Kotov, Bratislava, 2015, 57 s.

V našej diplomovej práci sa zaoberáme optimalizáciou garantovaného dlhopisového portfólia s dodatočnými požiadavkami na vývoj jeho hodnoty a výnosu do splatnosti. Začíname s definíciou a budovaním optimalizačnej úlohy, ktorú postupne obohacujeme o vedľajšie ohraničenia. Tie nám spolu so scenármi na budúci vývoj výnosovej krivky poslúžia ako poistka voči nepriaznivému trhovému vývoju úrokových mier, respektíve ich jednorazovým výchylkám. Okrem toho predstavíme možnosť vloženia váh do účelovej funkcie, vďaka ktorým vieme určiť naše preferencie pre výstup optimalizácie. Aby sme sa čo najviac priblížili realite, zavedieme dynamický viackrokový model, ktorému ponúkneme každoročnú možnosť predaja trhovo ocenených dlhopisov. Funkčnosť nášho modelu priebežne testujeme, výstupy poskytujeme k viacerým možným scenárom a ďalej ich analyzujeme. Na koniec sa venujeme aplikácii navrhnutej optimalizačnej úlohy na reálne dáta, presúvame sa na 40 ročný horizont, skúmame ako si model poradí s ročnými príspevkami do systému a so skutočným vývojom výnosovej krivky.

Kľúčové slová: portfólio, model, optimalizácia, dlhopis, výnosová krivka, výnos do splatnosti, metóda umorovanej hodnoty, ocenenie

Abstract

HORNÁČKOVÁ, Iveta: Construction of pension fund portfolio with performance guarantees [Diploma Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Mgr. Miroslav Kotov, Bratislava, 2015, 57 p.

In our diploma thesis we deal with the optimization of a bond portfolio with performance guarantees, including additional requirements for its value and yield to maturity development. First we start by defining and constructing the optimization problem, which we gradually enrich with subsidiary limitations. These will provide us, along with scenarios for the future yield curve movement, an insurance in case of unexpected market interest rate development. Besides that we introduce the possibility to implement a weighted average into the objective function, thanks to which we are able to set our preferences for the optimization output. Since we would like to be as close to real situation as possible, we decided to bring in also the dynamic model with the option of selling the market evaluated bonds once a year. The functionality of our model is being tested continuously, the optimization results are provided for several scenarios and further analyzed. Finally we proceed to testing, we put the actual data into the model, move to 40 year horizon, include the cash flow into system, use actual yield curve development and analyze the optimization performance as well as the output.

Keywords: portfolio, model, optimization, bond, yield curve, yield to maturity, hold to maturity, evaluation

Obsah

Úvod

Jedným zo základných typov fondu v druhom pilieri dôchodkového sporenia je fond garantovaný. Jeho spravovanie je jednou z mnohých povinností každej dôchodkovej správcovskej spoločnosti, ktorá je navyše zákonom viazaná ručiť za zhodnotenie investovaných peňažných prostriedkov v ňom svojimi vlastnými zdrojmi. Možnosti rozloženia nazbieranej sumy v tomto fonde sú veľmi obmedzené, keďže vložiť hotovosť je povolené výlučne do dlhopisov, pričom je možné využiť jeden z dvoch povolených prístupov k ich oceneniu a to klasické trhové alebo takzvanú metódu umorovanej hodnoty. Zaujímavou otázkou, ktorou sme sa v tejto práci zaoberali teda ostáva, ako čo najvýhodnejšie rozložiť investíciu, ktoré ocenenie použiť a tiež ako sa brániť proti riziku prepadu hodnoty portfólia.

V prvej časti našej práce sme sa venovali definícii a objasneniu tých najzákladnejších pojmov z oblasti oceňovania dlhopisov, správy fondov dôchodkových správcovských spoločností a modelovania výnosovej krivky. Okrem toho sme vymenovali jednotlivé prístupy k optimalizačnej úlohe, ktoré sme využili v ďalšom postupe.

Hlavná pozornosť sa ďalej sústreďovala na samotné modelovanie matematického problému, od zostavenia prvej jednoduchej optimalizačnej úlohy, cez pridanie požadovaných ohraničení, až po jej rozšírenie na viackrokový dynamický model s možným praktickým využitím. Okrem toho sme porovnali výhodnosť jednotlivých prístupov k ohodnoteniu dlhopisov v rôznych situáciách, na základe čoho sme vyhodnotili potrebu korigovať časť portfólia ocenenou metódou umorovanej hodnoty. Keďže sme mali záujem priblížiť sa čo najviac k skutočnej trhovej situácii, ponúkli sme modelu aj možnosť obchodovať s nakúpenými cennými papiermi. Veľký priestor sme tiež venovali priebežnému testovaniu, demonštrovaniu a objasneniu jednotlivých výsledkov.

V poslednej kapitole sme sa zamerali na aplikáciu nášho modelu na reálne dáta, použili sme japonské výnosové krivky a vložili sme skutočné ročné odhadnuté vklady do systému, čím sme si overili jeho funkčnosť a vďaka čomu sme tiež boli schopní identifikovať a dať návrh na možné budúce vylepšenia.

1 Zhrnutie základnej teórie

1.1 Oceňovanie dlhopisov

Dlhopis je cenný papier, ktorý vyjadruje právo majiteľa požadovať vyplatenie nominálnej hodnoty, prípadne vyplácanie výnosov (tzv. kupónov) v pevne stanovenom čase a povinnosť osoby oprávnenej vydávať dlhopisy plniť tieto záväzky. Rozlišujeme viacero typov dlhopisov a to napr. štátne, podnikové dlhopisy na základe ich emitenta, teda vydavateľa. Dlhopisy sú z pravidla obchodovateľné na burze cenných papierov, tá určuje a zverejňuje ich aktuálnu cenu na trhu.

Na určenie ceny dlhopisu potrebujeme poznať niekoľko základných parametrov, konkrétne nominálnu hodnotu, ktorá bude vyplatená v čase maturity, vyplácaný kupón a periódu jeho vyplácania, štruktúru úrokových mier (výnosovú krivku), vyjadríme ju nasledovne:

$$P = \sum_{i=1}^{T} \frac{C}{(1+r_i)^i} + \frac{F}{(1+r_T)^T} \tag{1}$$

Pre lepšie porovnanie výhodnosti jednotlivých dlhopisov sa používa výnos do splatnosti, čo je v podstate vnútorný výnos dlhopisu alebo aj efektívna úroková miera, ktorý vyjadruje, aké zhodnotenie nám daný cenný papier ponúka do svojej maturity.

$$P = \sum_{i=1}^{T} \frac{C}{(1+r_{YTM})^i} + \frac{F}{(1+r_{YTM})^T} \tag{2}$$

Hodnota dlhopisu v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde sa môže určiť:

- **metódou reálnej hodnoty:**
  dlhopisy oceňujeme trhovo (ako je uvedené vyššie), čiže ich hodnota sa podriaďuje posunom úrokových mier na trhu, s rastúcimi úrokovými mierami klesá cena/hodnota takto oceneného dlhopisu a naopak. Vieme s nimi však obchodovať, môžeme ich predať v ľubovoľnom čase pred maturitou.

- **metódou umorovanej hodnoty:**
  dlhopisy oceňujeme na základe výnosu do splatnosti v čase ich kúpy, ten je po celú

dobu nemenný a preto je hodnota takto oceneného dlhopisu imúnna voči posunu úrokových mier, čo je výhodné pri ich raste (nestráca na hodnote), naopak pri ich poklese. Veľkou nevýhodou tohto ocenenia je povinnosť spoločnosti držať dlhopis až do splatnosti (hold to maturity = HTM), z čoho vyplýva ich nízka likvidita, preto je snaha limitovať ich podiel v portfóliu.

DSS je povinná rozhodnúť o spôsobe ocenenia v čase nadobudnutia dlhopisu, toto rozhodnutie je nemenné.

1.2 Druhý pilier terminológia

Dlhopisový garantovaný dôchodkový fond: vznikol z dlhopisového dôchodkového fondu na základe zákona č. 252/2012 Z.z., vyznačuje sa tým, že obsahuje iba bezpečné peňažné a dlhopisové investície. V tomto type fondu DSS garantuje sporiteľom vložené finančné prostriedky, ich prípadné straty je zo zákona povinná dorovnávať z vlastného majetku. Aj z tohto dôvodu je investovanie oveľa opatrnejšie, preferované sú menej rizikové cenné papiere na úkor ich výnosu a teda úspory sa zhodnocujú často krát iba veľmi pomaly.

Spomínaná garancia hodnoty fondu je bližšie popísaná v zákone [5] a to nasledovne:
„*Ak v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde v sledovanom období poklesne hodnota dôchodkovej jednotky, dôchodková správcovská spoločnosť je povinná v prvý pracovný deň bezprostredne nasledujúci po poslednom dni sledovaného obdobia doplniť hodnotu majetku v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde z vlastného majetku vo výške absolútnej hodnoty súčinu poklesu hodnoty dôchodkovej jednotky a priemernej čistej hodnoty majetku v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde za sledované obdobie. Záväzok dôchodkovej správcovskej spoločnosti doplniť majetok podľa prvej vety zodpovedá pohľadávke v majetku v príslušnom dôchodkovom fonde voči dôchodkovej správcovskej spoločnosti, ktorú je dôchodková správcovská spoločnosť povinná splatiť do troch pracovných dní od skončenia sledovaného obdobia.*“
Pod sledovaným obdobím sa rozumie posledných 10 po sebe nasledujúcich kalendárnych rokov.

Dôchodková jednotka je podiel na majetku v dôchodkovom fonde, aktuálna hodnota dôchodkovej jednotky (AHDJ) sa určuje nasledovne:

$$AHDJ = \frac{\textit{Čistá hodnota majetku v dôchodkovom fonde}}{\textit{počet všetkých dôchodkových jednotiek (=počet podielov)}} \tag{3}$$

Kde:

Čistá hodnota majetku = hodnota majetku − záväzky
Hodnota majetku je súčet peňažných prostriedkov získaných vydávaním podielových listov a majetku za ne nadobudnutých.

Na vyplatenie nasporenej sumy musí účastník druhého piliera splniť niekoľko podmienok:

- **dovŕšiť (predčasný) dôchodkový vek**
- **minimálna desaťročná doba sporenia**
  (od roku 2015 sa táto podmienka ruší)

Z vyplatených úspor je sporiteľ povinný zakúpiť si doživotnú penziu v ľubovoľnej poisťovni, minimálne však v takej hodnote aby v súčte s dôchodkom z priebežného piliera dosahovala takú výšku, akú by sporiteľ dostal, keby sporil výlučne v prvom pilieri. V prípade, že túto podmienku sporiteľ spĺňa s finančnou rezervou a priemerná hodnota jeho dôchodku je vyššia ako u dôchodcu, ktorý bol 42 rokov poistený v prvom pilieri a dosahoval 1,25 násobok priemernej mzdy, môže si sporiteľ túto finančnú rezervu vybrať v hotovosti a naložiť s ňou podľa svojho uváženia.

2 Optimalizačná úloha

2.1 Modelovanie výnosovej krivky

V čase $t = 0$, teda v čase kedy sa rozhodujeme, do ktorých cenných papierov uložiť kapitál a teda ako rozložiť našu investíciu čo najvýhodnejšie, poznáme len aktuálnu cenu dlhopisov. Aby sme vedeli odhadnúť ich budúcu hodnotu v čase $t \in (0,\mathrm{T}\rangle$, potrebujeme poznať, resp. skonštruovať výnosovú krivku v požadovanom čase t. Existuje viacero prístupov k modelovaniu výnosovej krivky, a to jednoduché posuny úrokových mier alebo forward, ale tiež sofistikovanejšie stochastické modely, ktorým sa však v tejto práci venovať nebudeme.

Na základe úrokových mier, teda výnosovej krivky v čase $t = 0$, budeme modelovať výnosové krivky do ďalších časov $t > 0$, nasledovne:

1. **Forwardove úrokové miery**

   obchod dohodnutý na čas t>0, za podmienok určených dnes $\rightarrow$ je konštruovaný tak aby zamedzil arbitrážnej príležitosti, t.j. keď si kúpim 5-ročný dlhopis od dnes, dostanem rovnaký výnos ako pri kúpe dvojročného dlhopisu dnes a trojročného dlhopisu o dva roky (pri predpoklade, že všetky ostatné parametre dlhopisov sú rovnaké). Toto pravidlo je vyjadrené vzťahom:

$$FWD_{i,j} = \left(\frac{(1+r_j)^j}{(1+r_i)^i}\right)^{\left(\frac{1}{j-i}\right)} - 1 \tag{4}$$

2. **Očakávané posuny výnosovej krivky**

   určíme jeden scenár správania úrokových mier do ďalších rokov, ktorý zakomponujeme do prepočtu budúcej hodnoty dlhopisov, tento prístup budeme využívať ako v hlavnej optimalizácii, tak aj na prepočet ohraničení úlohy.

3. **Forwardove úrokové miery s jednorazovým posunom**

   opäť využijeme forward, k nemu pridáme jednorazový medziročný posun výnosovej krivky.

2.2 Určenie cien dlhopisov

1. **MTM ocenenie**

   klasické trhové ocenenie, teda výnos dlhopisu sa neustále mení na základe zmeny úrokových mier, v našom modeli prepočet v každom čase $t \in \langle 0,\mathrm{T} \rangle$.

2. **HTM ocenenie**

   výnos dlhopisu je určený na začiatku v čase kúpy dlhopisu, tento výnos je nemenný, navyše dlhopis je nepredajný, držíme ho až do splatnosti.

Poznámka: Tieto dva prístupy ohodnotenia dlhopisov majú vplyv len na priebežnú hodnotu dlhopisu, teda aj napriek rôznemu oceneniu majú dva dlhopisy s rovnakými parametrami stále rovnaký cash-flow.

2.3 Doplnkové požiadavky a ohraničenia

1. **Reálny prílev a odlev kapitálu**

   zohľadniť skutočné vklady hotovosti do systému, resp. ich odhad, takisto výdavky, čiže postupné vyplácanie nasporených súm účastníkom II. piliera dôchodkového poistenia. Vyplývajúce záväzky voči sporiteľom vyžadujú určitú likviditu systému, teda mať každoročne k dispozícii určitú hotovosť.

2. **Ohraničenie podielu HTM dlhopisov**

   priveľká časť portfólia ocenená pomocou umorovanej hodnoty nás dokáže významne odkloniť od reálneho vývoja na trhoch. Tomu sa chceme vyhnúť hlavne kvôli udržaniu konkurencieschopnosti. Preto ako jedno z ohraničení úlohy budeme požadovať obmedzenie HTM časti portfólia.

3. **Možnosť predaja trhovo ocenených dlhopisov v ľubovoľnom čase**

   model chceme čo najviac priblížiť reálnej situácii a preto povolíme predaj trhovo ocenených dlhopisov za určitých vopred stanovených podmienok.

4. **Podmienka proti poklesu hodnoty**

   požadujeme aby AHDJ, resp. čistá hodnota portfólia neklesala v porovnaní s hodnotou spred 10-tich rokov. V opačnom prípade je rozdiel plne hradený z vlastných zdrojov DSS, čomu sa chceme vyhnúť.

2.4 Optimalizácia

Účelová funkcia - možné prístupy:

1. **Maximalizácia celkovej hodnoty nášho portfólia na konci sledovaného obdobia** je jedným z klasických prístupov k optimalizácii, ktorý má samozrejme svoje opodstatnenie, pokiaľ nám najviac záleží na koncovej hodnote výstupu.

2. **Maximalizácia celkovej priebežnej hodnoty portfólia** sa nám zdá v tomto prípade logickejšou voľbou, keďže pri uvažovaní výlučne konečnej hodnoty portfólia znevýhodňujeme účastníkov sporivého piliera, ktorí sa v koncovom čase už nebudú nachádzať v systéme. Okrem iného aj preto si myslíme, že je spravodlivejší takýto prístup k optimalizácii, neskôr uvedieme ďalšie dôvody.

Postup optimalizácie - možné prístupy:

1. **Klasický jednokrokový model**
   v čase t=0 navrhneme rozloženie investície do cenných papierov na celé nami sledované obdobie T a to IBA na základe aktuálnej výnosovej krivky v čase 0 a jej očakávaného vývoja.

2. **Dynamický viackrokový model**
   v každom čase $t \in \langle 0,\mathrm{T}\rangle$ prehodnotíme rozdelenie aktuálne disponovaných finančných prostriedkov na základe medziročného vývoja výnosovej krivky a prispôsobených očakávaní do budúcnosti. Od tohto prístupu očakávame lepšie výsledky ako od "obyčajnej" optimalizácie z času t=0, resp. možné využitie v praxi.

3 Jednokroková optimalizácia

V tejto kapitole budeme definovať model pre jednokrokovú optimalizáciu portfólia a pozorovať jeho správanie vo zvolených príkladových situáciách, kde bude možné výsledky jasne interpretovať. Budeme sledovať, ako si model poradí s očakávaným nárastom, resp. poklesom výnosovej krivky, výsledky porovnáme s našimi očakávaniami. Začneme s týmto klasickým prístupom k optimalizácií, teda s jednorazovou optimalizáciou portfólia na začiatku v čase t=0.

3.1 Základný model

Tento model bude východiskom pre ostatné modely, okrem iného budeme ďalej analyzovať, ako rôzne rozšírenia úlohy v podobe dodatočných podmienok ovplyvnia výsledky, teda optimálne rozloženie investície medzi dlhopisy, priemernú ale aj konečnú hodnotu portfólia. Budeme rozlišovať nasledovné prístupy k účelovej funkcii úlohy a to optimalizáciu konečnej hodnoty portfólia a optimalizáciu cez aritmetický, resp. vážený priemer hodnôt cez všetky časy.

Formulácia úlohy pre optimalizáciu konečnej hodnoty portfólia:

$$
\begin{gathered}
\max\left(\sum_{i\in U} Z^H_{T_i} x^H_i + \sum_{i\in U} Z^M_{T_i} x^M_i\right) \\
Cash\ In_0 = \sum_{i\in U} P^H_{0_i} x^H_i + \sum_{i\in U} P^M_{0_i} x^M_i \\
\sum_{i\in U} F^H_{t_i} x^H_i + \sum_{i\in U} F^M_{t_i} x^M_i + Cash\ In_t \geq \sum_{i\in U} P^H_{t_i} x^H_i + \sum_{i\in U} P^M_{t_i} x^M_i \\
x^H_i, x^M_i \geq 0
\end{gathered}
\tag{5}
$$

Formulácia úlohy pre optimalizáciu váženej hodnoty portfólia:

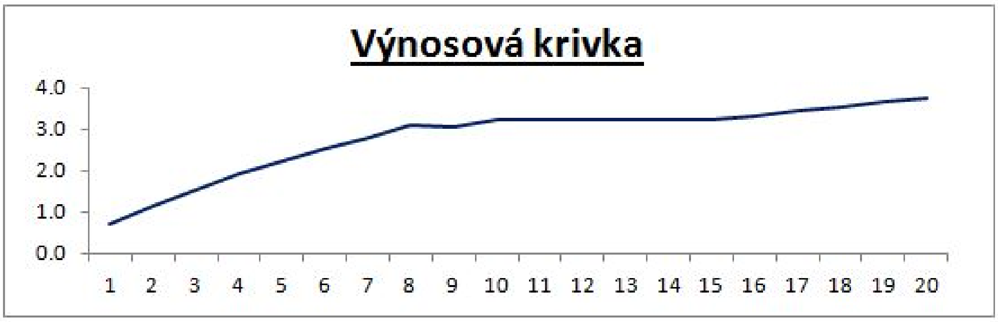
$$\max \left\{ \sum_{t \in \langle 0,T \rangle} weight_t * \left(\sum_{i \in U} Z_{t_i}^H x_i^H + \sum_{i \in U} Z_{t_i}^M x_i^M \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} Cash\ In_0 &= \sum_{i \in U} P_{0_i}^H x_i^H + \sum_{i \in U} P_{0_i}^M x_i^M \\ \sum_{i \in U} F_{t_i}^H x_i^H + \sum_{i \in U} F_{t_i}^M x_i^M + Cash\ In_t &\geq \sum_{i \in U} P_{t_i}^H x_i^H + \sum_{i \in U} P_{t_i}^M x_i^M \\ \sum_{t \in \langle 0,T \rangle} weight_t &= 1 \\ x_i^H, x_i^M &\geq 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Poznámka: optimalizácia konečnej hodnoty predstavuje v podstate len extrémny prípad optimalizácie váženej hodnoty portfólia, kde celú váhu dáme na koncový čas, teda $weight_T = 1$; $weight_t = 0$, $t = 1, \ldots T - 1$; v prípade aritmetického priemeru sú si zase všetky váhy navzájom rovné. Preto budeme v ďalšom postupe využívať výlučne druhý zápis.

Ako prvé zhodnotíme výsledky základného modelu pri zvolenej výnosovej krivke v čase t=0.

Použitá výnosová krivka:



Obr. 1: Výnosová krivka v čase 0

Zdroj: Allianz-Slovenská d.s.s.,a.s., jedná sa o Japonskú výnosovú krivku z dňa 28.06.1996, ktorú sme vybrali hlavne kvôli tomu, že odpovedá súčasnej situácii na európskych trhoch.

Poznámka: Túto výnosovú krivku budeme ďalej využívať v celej práci.

I. Forwardové úrokové miery:

Predpokladáme bezarbitrážnu situáciu na trhu $\Rightarrow$ výnosovú krivku v ďalších rokoch budeme preto modelovať len pomocou forwardových úrokových mier až do koncového času $t = T$.

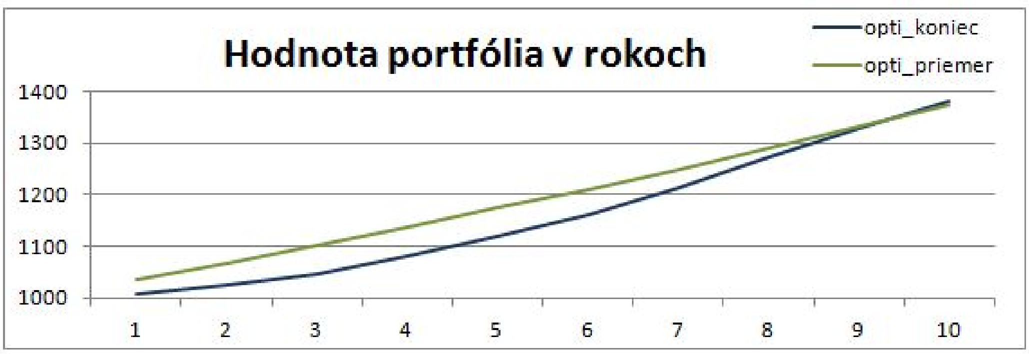
To znamená, že trhovo ocenené dlhopisy sú si navzájom rovnocenné $\Rightarrow$ nezáleží ako ich naväžime, výsledok bude vždy rovnaký (kúpa 2. ročného dlhopisu v čase 0 a následne 3. ročného v čase 2 = kúpa 5. ročného dlhopisu v čase 0), pri rastúcej výnosovej krivke rastie aj ich YTM v čase. To však neplatí pre HTM ocenené dlhopisy, ktorých YTM sa nemení.

Výsledky uvádzame na časovom horizonte 10 rokov, model má na výber z bezkupónových dlhopisov s 1-,2-,5- a 10-ročnou maturitou, istina je zakaždým 100, dlhopisy sú ocenené na základe aktuálnych úrokových mier MTM aj HTM metódou, začiatočná investícia je 1000.

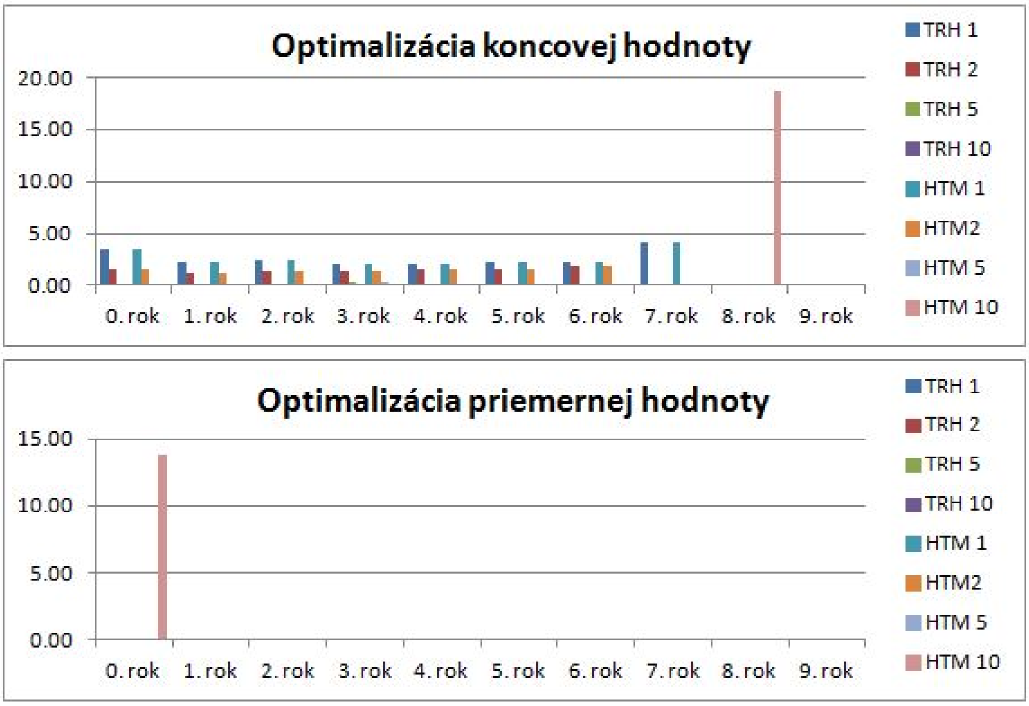
Porovnanie výsledkov optimalizácia konečnej vs. priemernej hodnoty portfólia:

Tabuľka 1: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 163.6	1 197.3
Koncová hodnota	1 379.9	1 374.2



Obr. 2: Vývoj hodnoty portfólia



Obr. 3: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch

Keďže forwardové krivky majú v čase rastúcu tendenciu, je celkom prirodzené, že ceny, resp. hodnoty dlhopisov na trhu v takto definovanej úlohe každoročne klesajú. Na druhej strane, hodnota HTM dlhopisu závisí len od YTM pri nákupe, teda nie je ovplyvnená pohybmi trhových úrokových mier a preto v tomto prípade bude takto ocenený dlhopis dosahovať počas svojej životnosti vyššiu hodnotu. To sa samozrejme odrazilo aj vo výsledkoch nášho modelu, kde môžeme vidieť pri optimalizácii priemernej hodnoty portfólia jasnú preferenciu dlhého HTM dlhopisu. Zaujímavé je skôr vloženie investície do 10-ročného HTM dlhopisu v 8. roku v prípade optimalizácie konečnej hodnoty, čo zrejme vyplýva z tvaru výnosovej krivky, ktorá po 8. roku mení zakrivenie. Vďaka tomuto ťahu dokázal model navýšiť koncovú hodnotu portfólia o 6 jednotiek, avšak na úkor priemernej hodnoty, ktorá si pohoršila veľmi výrazne až o 33 jednotiek.

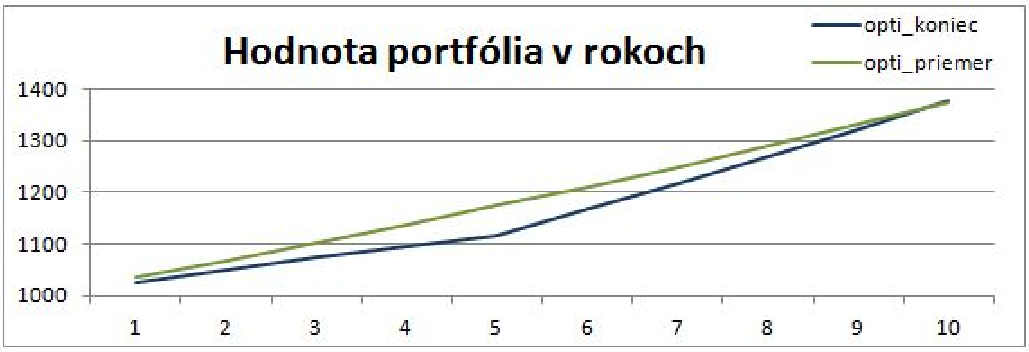
II. Očakávaný vývoj úrokových mier:

Ako by sa zachoval náš model, keby sme mu dopredu dali informáciu o budúcom náraste, resp. poklese výnosovej krivky? Povedzme, že výnosová krivka každoročne narastie, resp. klesne o 0.2%.

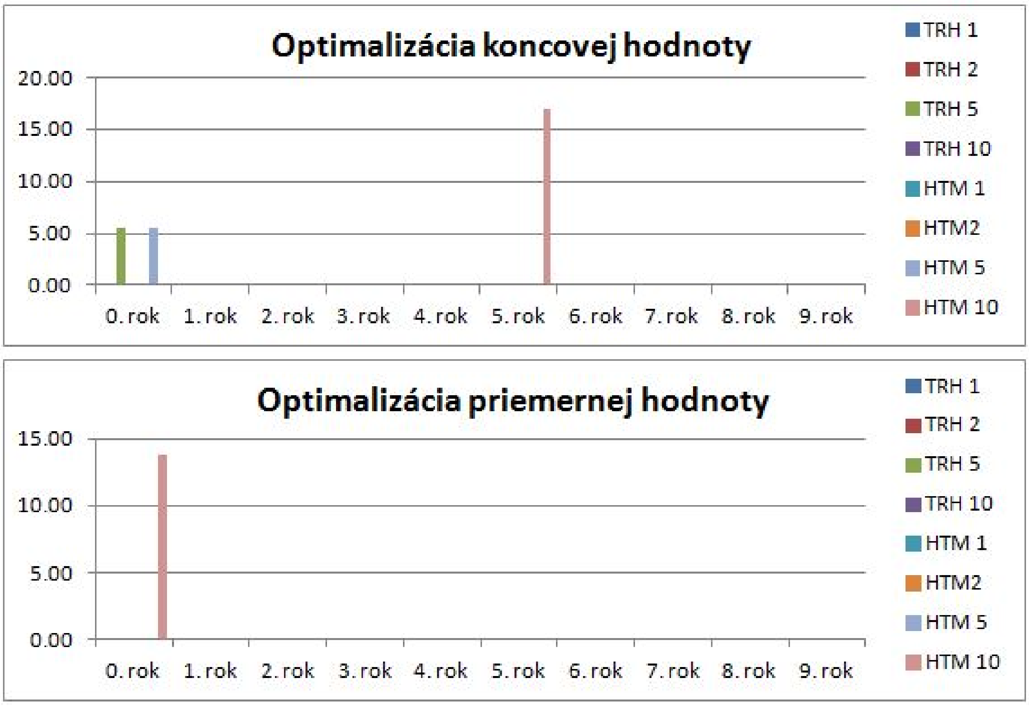
Porovnanie výsledkov optimalizácia konečnej vs. priemernej hodnoty portfólia pri raste výnosovej krivky:

Tabuľka 2: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia pri raste výnosovej krivky

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 171.2	1 197.3
Koncová hodnota	1 376.5	1 374.2



Obr. 4: Vývoj hodnoty portfólia pri raste výnosovej krivky



Obr. 5: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri raste výnosovej krivky

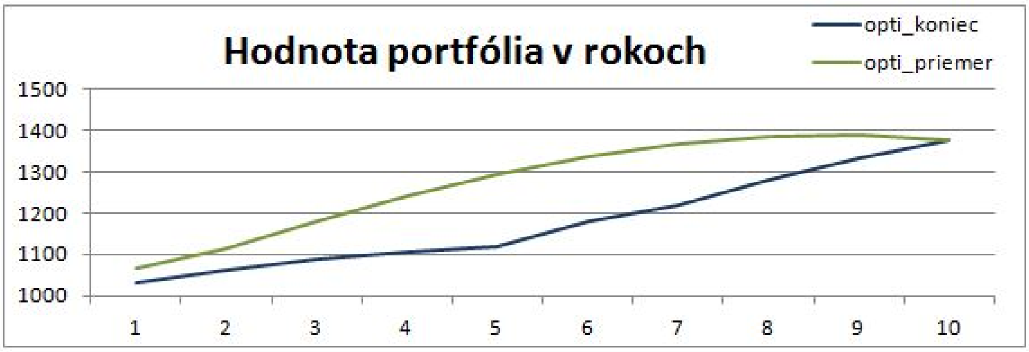
Pri očakávanom medziročnom raste výnosovej krivky zároveň očakávame postupný pokles cien dlhopisov a teda ako sme už spomínali znehodnocovanie ich hodnoty na trhu. Preto sa dá opäť očakávať preferovanie krátkych MTM dlhopisov, resp. HTM ocenenia. V prípade optimalizácie priemernej hodnoty portfólia vidíme znovu investíciu v čase 0 do 10 ročného HTM dlhopisu, čo sme tiež očakávali. Hodnota tohto dlhopisu nám v čase pekne priamočiaro narastá podobne ako v predchádzajúcom prípade, keďže nie je ovplyvnená výkyvmi úrokových mier. Čo sa týka optimalizácie koncovej hodnoty, tu sa presne prejavila veľká nevýhoda tohto prístupu, keď model na začiatku rozdelil investíciu rovnomerne medzi 5-ročný HTM a MTM dlhopis, ktoré keďže sú vyplatené pred koncovým časom, sú pre model rovnocenné, lebo ich istina, resp. ich cash flow je koniec koncov zhodný. Samozrejme my vieme, že tým zbytočne utrpí priebežná hodnota portfólia, ktorá by v tomto prípade bola vyššia pri čisto HTM ocenení. Po vyplatení týchto dlhopisov však už model správne preferuje práve HTM ocenenie, lebo v koncovom čase bude mať vyššiu hodnotu. Čo sa týka výsledkov, opäť pozorujeme mierne navýšenie koncovej hodnoty na úkor pomerne veľkého prepadu priemeru hodnoty nášho portfólia.

Porovnanie výsledkov optimalizácia konečnej vs. priemernej hodnoty portfólia pri klesaní výnosovej krivky:

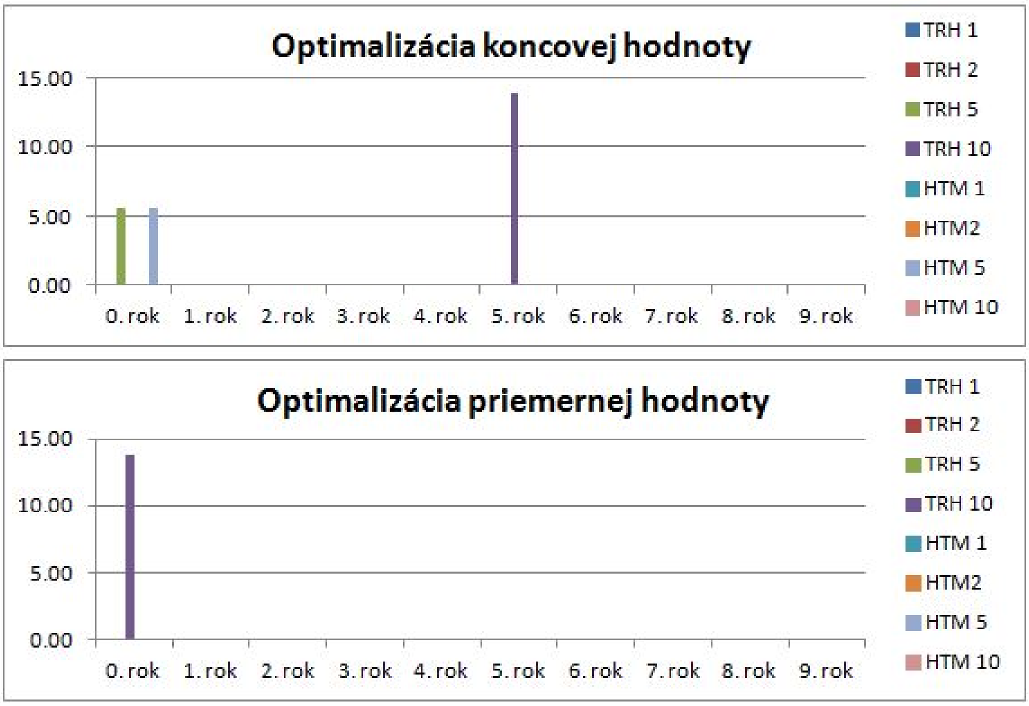
Tabuľka 3: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia pri klesaní výnosovej krivky

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 179.5	1 274.9
Koncová hodnota	1 376.2	1 374.2

Pri klesaní výnosovej krivky nastáva naopak postupné zdražovanie trhovo ocenených dlhopisov, očakávame preto preferenciu dlhých MTM dlhopisov. Presne takéto správanie aj pozorujeme. Pri optimalizácii priemernej hodnoty hneď na začiatku vložíme všetky prostriedky do 10 ročného trhovo oceneného dlhopisu, na grafe môžeme vidieť ako sa takto zložené portfólio pekne prehodnotí, avšak na konci v čase T samozrejme dostaneme rovnakú výplatu ako v predchádzajúcom prípade a preto je koncová hodnota portfólia zhodná s výsledkami z predošlých príkladov, na druhej strane si však môžeme všimnúť nárast priemeru hodnoty portfólia. Pri optimalizácii konečnej



Obr. 6: Vývoj hodnoty portfólia pri klesaní výnosovej krivky



Obr. 7: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri klesaní výnosovej krivky

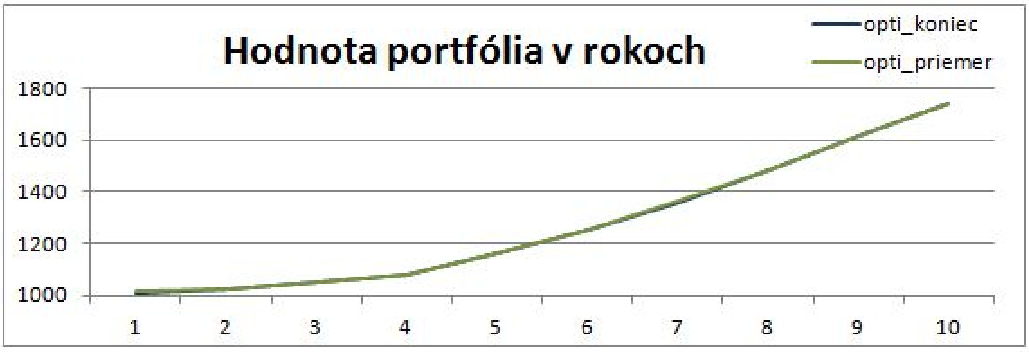
hodnoty opäť pozorujeme na začiatku vklad do 5-ročných dlhopisov, vďaka čomu je koncová hodnota portfólia o niečo vyššia. Zaujímavé je, že oproti scenáru nárastu úrokových mier je konečná hodnota nižšia, čo spôsobuje vyššia nákupná cena dlhopisov v roku 5 a teda ich nižší počet v portfóliu.

Uvažujme teraz opäť bezarbitrážnu situáciu na trhu a teda vývoj úrokových mier podľa forwardu. Okrem tejto úvahy majme informáciu, že v roku štyri náhle stúpnu, respektíve klesnú úrokové miery o dodatočné 2%. Pozrime sa, ako sa náš model zachová pri takomto očakávanom budúcom trhovom vývoji.

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty portfólia pri očakávanom jednorazovom náraste výnosovej krivky o 2%:

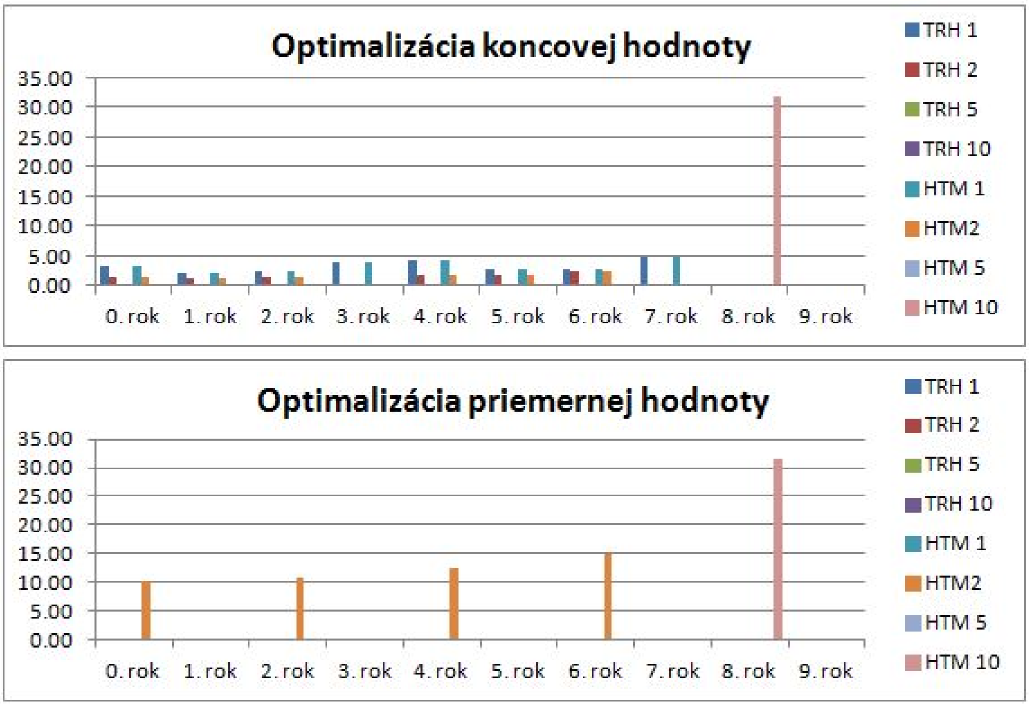
Tabuľka 4: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia pri náraste výnosovej krivky

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 277.5	1 279.0
Koncová hodnota	1 744.4	1 744.4



Obr. 8: Vývoj hodnoty portfólia pri náraste výnosovej krivky

Z rozloženia váh medzi dlhopisy vyplýva, že sa model rok pred očakávaným zvýšením úrokových sadzieb zbavuje všetkých dlhopisov, čo je logické, keďže pri náraste výnosovej krivky by stratili na hodnote, resp. model by prišiel o možnosť nakúpiť lacnejšie dlhopisy. Okrem toho hodnota portfólií je pri oboch účelových funkciách takmer totožná, čo je pri trhovo ocenenej časti spôsobené využitím forwardu, z pohľadu HTM časti faktom, že nakupujeme hlavne krátke dlhopisy, kde sa HTM a MTM ocenenie až tak nelíšia. Všimnime si tiež, že model vyčkáva s investíciou do dlhého dlhopisu takmer až do konca. Pri optimalizácii konečnej hodnoty sme pozorovali rovnaké správanie aj v predošlých príkladoch, preto nás to neprekvapuje, zaujímavejšie je to pri druhom type účelovej funkcie, kde sa nám kvôli posunu výnosovej krivky neoplatí nakúpiť 10-ročný HTM dlhopis hneď na začiatku, keďže by sme prišli o možnosť nakúpiť výhodnejšie dlhopisy neskôr. Očividne ani hneď po náraste úrokových mier nesiahneme po 10-ročnom HTM dlhopise, keďže už nebude mať takú váhu na priemernej hodnote portfólia. Všimnime si tiež graf s vývojom hodnoty portfólií, kde pozorujeme zmenu sklonu v roku 4,



Obr. 9: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri náraste výnosovej krivky

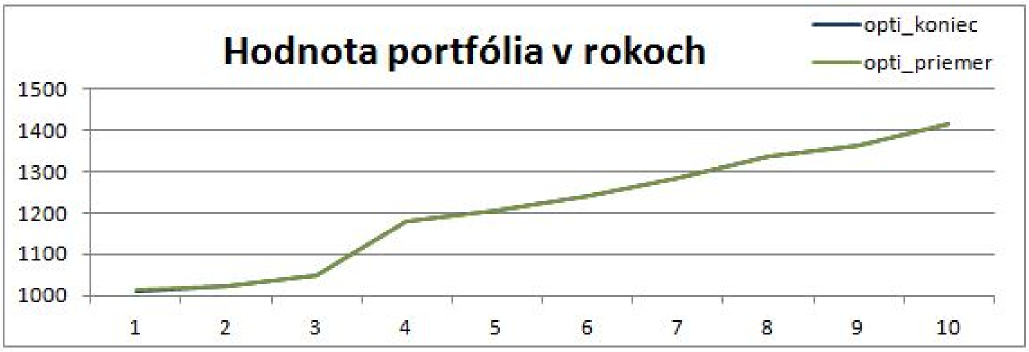
keďže v tomto roku dlhopisy zlacnejú, nakúpime ich preto viac a teda sa naše portfólio ďalej rýchlejšie zhodnocuje.

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty portfólia pri očakávanom poklese výnosovej krivky o 1%:

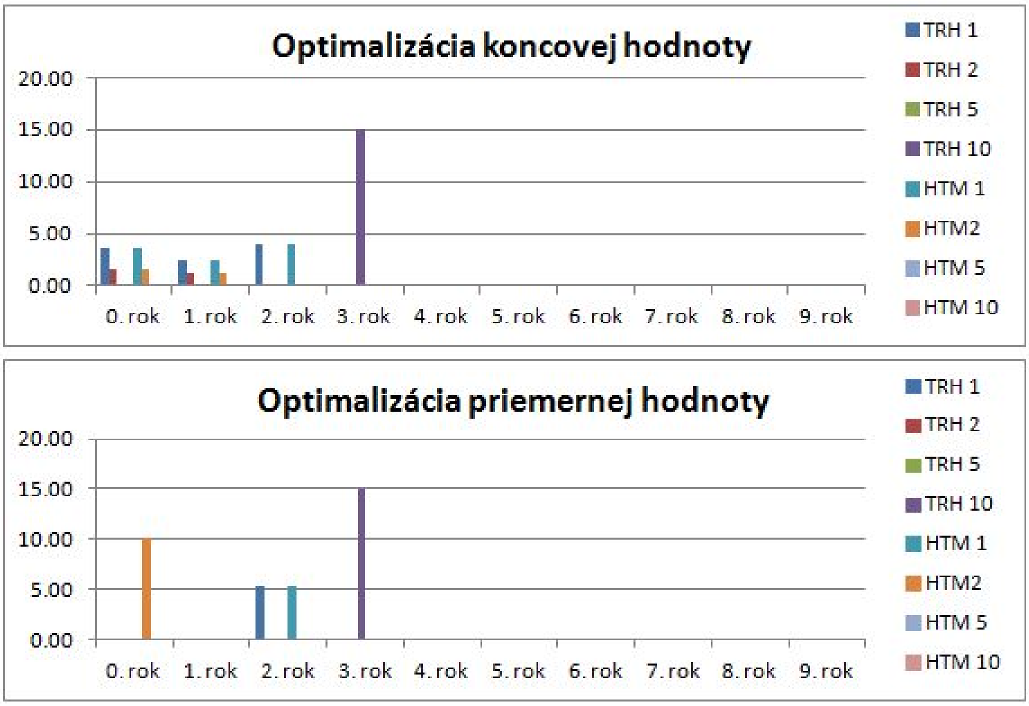
Tabuľka 5: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia pri poklese výnosovej krivky

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 210.3	1 210.7
Koncová hodnota	1 415.0	1 415.0

Náhly medziročný pokles úrokových mier znamená jednorazové navýšenie hodnoty dlhopisov, teda zvýšenie ich trhovej ceny. Preto by teoreticky malo byť najvýhodnejšie nakúpiť rok pred očakávaným poklesom MTM dlhopisy a počkať, ako ich hodnota z roka na rok stúpne. Presne takéto správanie pozorujeme aj na našich výsledkoch, dokonca nezáleží ani na type účelovej funkcie. Bez rozdielu obidve počkajú na tento moment a všetky prostriedky vložia do 10-ročného MTM papiera. Taktiež pozorujeme



Obr. 10: Vývoj hodnoty portfólia pri poklese výnosovej krivky



Obr. 11: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri poklese výnosovej krivky

takmer totožný vývoj hodnoty oboch portfólií, samozrejme kvôli veľmi podobnému rozloženiu investície. Medzi rokom 3 a 4 vidíme pomerne prudký skok, resp. jednorázové prehodnotenie nášho portfólia.

Komentár k výsledkom

Náš model sa správa presne podľa našich očakávaní, v podstate hľadá dlhopis s najvyšším výnosom a optimálny čas, kedy doň vložiť všetky prostriedky. Samozrejme 10 ročný dlhopis má štandardne najvyšší yield to maturity, preto má náš model tendenciu vložiť všetky prostriedky práve doň v správnom momente, kratšie cenné papiere prakticky využíva iba na prečkanie do tohto času. Pokiaľ by sme vedeli dopredu s úplnou istotou, ako sa budú výnosové krivky v čase vyvíjať, tento model by bol ideálny na naváženie dlhopisov v portfóliu. Avšak je viac ako isté, že úplnú informáciu o výkyvoch úrokových mier mať nikdy nebudeme, prinajlepšom budeme schopní približne určiť ich vývoj do budúcnosti a aj to len s určitou mierou pravdepodobnosti. Z tohto pohľadu je naše portfólio príliš jednostranné a tým pádom vystavené veľkému trhovému riziku, najmä kvôli investíciám do dlhých dlhopisov, ktoré majú najvyššiu duráciu a tým pádom sú najcitlivejšie na prípadný neočakávaný posun úrokových mier. Okrem toho identifikujeme riziko aj pri veľkom podieli HTM dlhopisov na našom portfóliu, keďže ich výnos ani cena sa nehýbe s trhom a hrozí nám tým pádom odklon od MTM ocenených portfólií.

Ďalej by sme chceli poukázať na výhodnosť optimalizácie priemernej hodnoty portfólia, ktorá ako sme očakávali, ponúka výrazne vyššie priebežné zhodnotenie nášho portfólia. Na druhej strane pri uvažovaní iba konečnej hodnoty portfólia vidíme, že model vôbec nerozlišuje medzi MTM a HTM ocenením pred koncovým časom, keďže ich cash flow je zhodný. Na horizonte 10 rokov s uvážením, že máme k dispozícii 10 ročné dlhopisy, bude tento problém zrejme ešte podhodnotený, pri prechode na dlhší časový horizont očakávame stále citelnejšie diferencie.

Celkovo hodnotíme náš model ako veľmi dobre funkčný, avšak pre reálne využitie je v tejto forme nevyhovujúci, preto sa budeme v ďalšom postupe práce pokúšať prispôsobiť ho praktickým požiadavkam.

3.2 Rozšírenia základného modelu

V predošlej sekcii sme mohli pozorovať, že náš model má tendenciu vyhodnotiť najvýhodnejší druh dlhopisu pri zadaných parametroch a v správnom momente doň investovať všetky prostriedky. Avšak aj napriek našim očakávaniam sa môže situácia na finančných trhoch vyvíjať odlišne, preto sa, ako sme už spomínali, v ďalšom modelovaní zameriame na jeho vylepšenie, konkrétne sa budeme sústrediť na nasledovné požiadavky:

1. Diverzifikácia rizika alebo rozloženie investície medzi rôzne typy cenných papierov
2. Korigovanie HTM zložky portfólia a to kvôli nízkej likvidite, riziko odklonenia sa od trhu

Obe vyššie uvedené podmienky možno dosiahnuť pevným ohraničením podielu jednotlivých dlhopisov, teda do modelu by sa vložila fixná horná hranica pre každý druh cenného papiera. Najväčšou výhodou tohto prístupu je jednoduchosť, avšak na druhej strane brzdí voľnú optimalizáciu, veľmi ľahko totiž vieme odhadnúť, ako sa model zachová. Stále sa bude snažiť vložiť čo najviac do pôvodného typu dlhopisu, v podstate doň vloží presne toľko, koľko mu povolíme, čiže nami zvolená hranica má významný vplyv na ďalšie výsledky modelu. Preto zvolíme iný prístup, do úlohy zakomponujeme dodatočné podmienky a budeme sledovať ako ovplyvnia výsledky úlohy.

3.2.1 Výnos portfólia

Na začiatok pridáme podmienku na priemerný výnos portfólia, chceme, aby sa naše portfólio zhodnocovalo približne na úrovni aktuálnych úrokových mier, resp. aby nebolo dlhodobo pod ich úrovňou. Túto požiadavku budeme formulovať pomocou YTM portfólia, okrem iného budeme sledovať aký vplyv bude mať na zloženie portfólia a podiel HTM zložky na ňom.

1. Yield to maturity portfólia

Priemerný výnos do splatnosti portfólia (yield to maturity) vieme určiť v jednotlivých časoch ako vážený priemer výnosov jednotlivých cenných papierov, ktoré sa v danom čase nachádzajú v našom portfóliu.

$$YTM_{portfólio(t)} = \frac{YTM_{dlhopisy(t)_i} * optimálne\ váhy_i}{\sum_{i=1}^{n} optimálne\ váhy_i} \tag{7}$$

A teda samotnú podmienku budeme formulovať nasledovne:

$$YTM_{portfólio(t)} \geq požadovaná\ úroková\ miera(t) \tag{8}$$

Podstatou tohto prístupu je, že pohyb YTM dlhopisu ide proti jeho hodnote, teda sú negatívne korelované alebo inak povedané s klesajúcim YTM rastie hodnota dlhopisu a naopak. Momentálne optimalizujeme hodnotu dlhopisov cez účelovú funkciu bez ohľadu na výnos portfólia. Model bez takéhoto ohraničenia skladá portfólio iba na základe ceny a budúcej hodnoty dlhopisov, preto preferuje vysoký YTM v čase kúpy, avšak keď sa dlhopis nachádza v portfóliu, je podľa pôvodného modelu výhodnejšie klesanie YTM, pretože s jeho poklesom rastie hodnota už zakúpeného dlhopisu, čo navyšuje hodnotu nášho portfólia aj za cenu poklesu jeho výnosu.

Príklad: Pre jednoduchosť si rozoberme prípad optimalizácie priemernej hodnoty portfólia, kedy má model tendenciu vložiť všetky prostriedky na začiatku do najdlhších HTM dlhopisov. Rozoberme si dva prípady:

1. výnosová krivka medziročne klesne $\Rightarrow$ na trhu z roka na rok neočakávane klesne YTM dlhopisov, narastie ich hodnota, v prípade ako je náš, kedy je značná časť portfólia tvorená HTM dlhopismi, síce budeme mať vyšší výnos ako pri trhovom ocenení, na druhej strane bude hodnota nášho portfólia nižšia. Záver: pokiaľ sa nechceme odkloniť od hodnoty trhovo ocenených portfólií, musíme korigovať HTM časť portfólia (ohraničiť YTM portfólia zhora)

2. výnosová krivka medziročne narastie $\Rightarrow$ na trhu z roka na rok neočakávane narastie YTM dlhopisov, klesne ich hodnota, v prípade prevažujúcej HTM časti v portfóliu sa nám portfólio jednorazovo prehodnotí, jeho hodnota bude vyššia ako konkurenčné čisto reálne ocenené portfóliá, avšak na rozdiel od nich celkový YTM portfólia bude v tomto roku ako aj v nasledujúcich nižší. Záver: pokiaľ sa nechceme oddialiť výnosu trhovo ocenených portfólií, musíme korigovať HTM časť portfólia (ohraničiť YTM portfólia zdola)

Táto úvaha poukazuje na potrebu vloženia nového ohraničenia do modelu, konkrétne na vývoj výnosu portfólia, ktorý budeme chcieť previazať s trhovým vývojom úrokových mier. Otázkou ostáva, ako určiť tieto hranice pre výnos portfólia tak, aby boli čo najviac previazané so situáciou na trhu. To docielime zadefinovaním pomocnej optimalizačnej úlohy, v ktorej pripustíme nákup výlučne trhovo ocenených dlhopisov. Výsledné YTM tohto trhového portfólia ďalej použijeme ako ohraničenie pre náš model. Okrem toho použijeme scenár nárastu výnosovej krivky pre určenie dolnej hranice výnosu a naopak scenár poklesu výnosovej krivky pri určení hornej hranice pre naše portfólio, pridáme tiež toleranciu, nakoľko sa môže YTM nášho portfólia od danej hranice oddialiť.

Ako prvú spustíme optimalizáciu pomocnej úlohy na základe výnosovej krivky z času 0, ktorú modelujeme iba pomocou forwardu bez ďalších posunov. Takto získame optimálne rozloženie investície, resp. váhy jednotlivých dlhopisov v trhovo ocenenom portfóliu (vďaka forwardu dávajú v podstate všetky naváženia rovnaký výsledok optimalizácie, pridanie tejto pomocnej optimalizácie bude mať preto väčší význam pri skutočnom očakávanom vývoji úrokových mier). Na základe tohto naváženia vieme určiť YTM pomocného portfólia v jednotlivých rokoch aj pri rôznych pohyboch úrokových mier, stačí jednoducho prepočítať hodnoty dlhopisov pri nami zvolenom pohybe a ich pomocou vieme vypočítať YTM portfólia. Ďalej zvolíme scenár maximálneho poklesu, resp. nárastu výnosovej krivky, ktorý má podľa nás dostatočnú pravdepodobnosť uskutočnenia a prepočítame YTM tohto trhovo oceneného portfólia pri oboch scenároch. Tieto hodnoty ďalej použijeme ako ohraničenia pre hlavnú optimalizačnú úlohu.

Pôvodná optimalizačná úloha sa nám teda rozšíri o jednu pomocnú optimalizáciu a podmienku na YTM portfólia:

$$\max\left\{\sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight_t\left(\sum_{i\in U} Z^M_{t_i} x_i^{M pomocné}\right)\right\}$$
$$\begin{aligned} Cash\ In_0 &= \sum_{i\in U} P^M_{0_i} x_i^{M pomocné}\\ \sum_{i\in U} F^M_{t_i} x_i^{M pomocné} + Cash\ In_t &\geq \sum_{i\in U} P^M_{t_i} x_i^{M pomocné}\\ \sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight_t &= 1\\ x_i^{M pomocné} &\geq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

$$YTM^{nárast}_{pomocné(t)} = \frac{YTM^{nárast}_{dlhopisy(t)_i} * x_i^{M pomocné}}{\sum_{i=1}^n x_i^{M pomocné}}$$
$$YTM^{pokles}_{pomocné(t)} = \frac{YTM^{pokles}_{dlhopisy(t)_i} * x_i^{M pomocné}}{\sum_{i=1}^n x_i^{M pomocné}}$$

$$\max\left\{\sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight_t\left(\sum_{i\in U} Z^H_{t_i} x_i^H + \sum_{i\in U} Z^M_{t_i} x_i^M\right)\right\}$$
$$\begin{aligned} Cash\ In_0 &= \sum_{i\in U} P^H_{0_i} x_i^H + \sum_{i\in U} P^M_{0_i} x_i^M\\ \sum_{i\in U} F^H_{t_i} x_i^H + \sum_{i\in U} F^M_{t_i} x_i^M + Cash\ In_t &\geq \sum_{i\in U} P^H_{t_i} x_i^H + \sum_{i\in U} P^M_{t_i} x_i^M \end{aligned}$$

Dodatočné podmienky:

$$\begin{aligned} YTM^{nárast}_{portfólio(t)} &\geq YTM^{nárast}_{pomocné(t)} - tolerancia\\ YTM^{pokles}_{portfólio(t)} &\leq YTM^{pokles}_{pomocné(t)} + tolerancia \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight_t &= 1\\ x_i^H, x_i^M &\geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

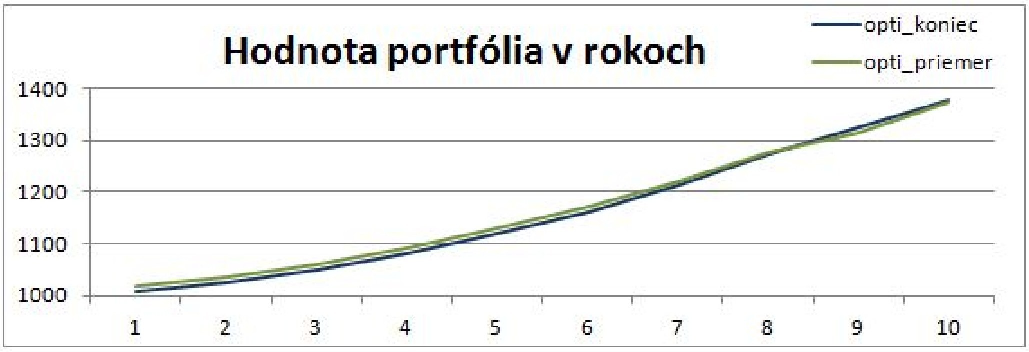
Poznámka: nárast/pokles výnosovej krivky volíme na základe našich očakávaní.

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty po zavedení podmienky na ohraničenie YTM zdola:

V účelovej funkcii sme zvolili opäť vývoj podľa forwardových úrokových mier, do pomocného scenára sme navyše pridali každoročný nárast výnosovej krivky o 0.5%, čo po 10 rokoch znamená dodatočný nárast o 5%, toleranciu sme stanovili na 0.5%.

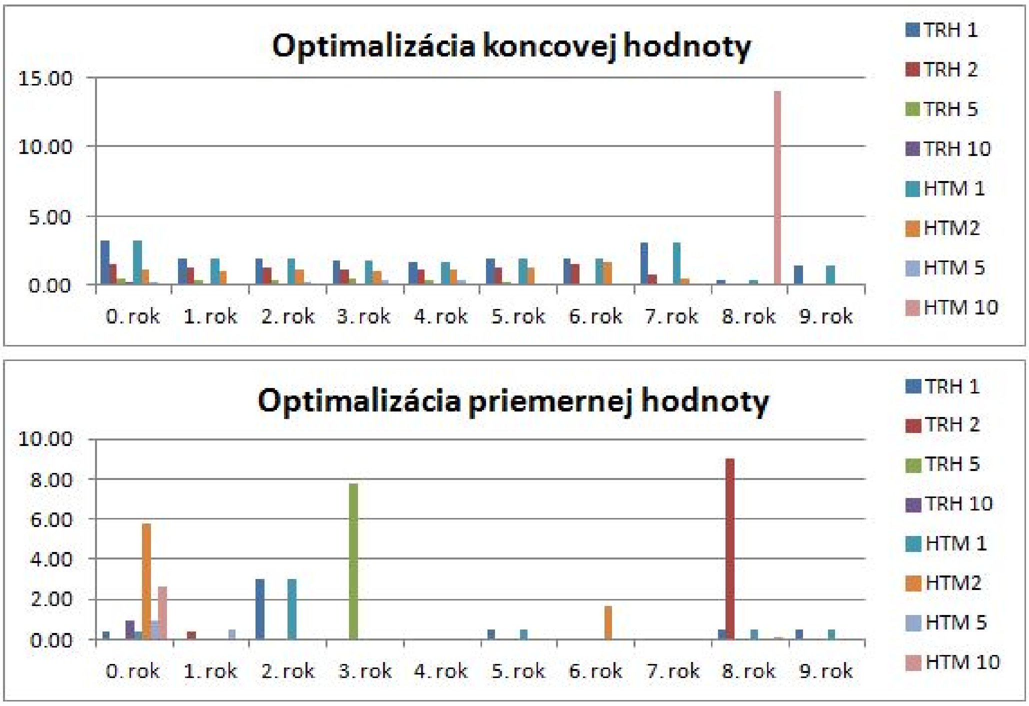
Tabuľka 6: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia s ohraničením na YTM zdola

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 163.0	1 168.8
Koncová hodnota	1 378.5	1 374.3



Obr. 12: Vývoj hodnoty portfólia pri ohraničení YTM zdola

Ako sme už spomínali, od tejto podmienky očakávame v prvom rade obmedzenie HTM časti portfólia a taktiež vyššiu diverzifikáciu rizika, keďže kvôli uváženiu možného posunu výnosovej krivky model investuje aj do kratších cenných papierov. Na druhej strane si však môžeme všimnúť zhoršenie výsledkov optimalizácie, čo je v podstate poplatok za našu poistku voči nárastu úrokových mier. Taktiež pozorujeme menšie rozdiely vo vývoji hodnoty oboch portfólií, čo je logicky zapríčinené rovnakými dodatočnými obmedzeniami. Pri optimalizácii priemernej hodnoty tiež vidíme, že model sa stále snaží využiť 10 ročné HTM hneď na začiatku, keďže pre optimalizáciu je to najvýhodnejšia investícia, avšak kvôli pridaným podmienkam už nemôže naviesť všetky prostriedky iba doň. Okrem toho je z grafu zrejmé, že takéto nastavenie nie je dostatočné pri optimalizácii konečnej hodnoty, keďže model je stále ochotný vložiť značnú časť prostriedkov do dlhého HTM dlhopisu. Na druhej strane tak urobí až ku koncu



Obr. 13: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri ohraničení YTM zdola

optimalizácie, kde stačí splniť podmienku už len dva roky, čiže je možné, že by bolo postačujúce zobrať do úvahy dlhší časový interval.

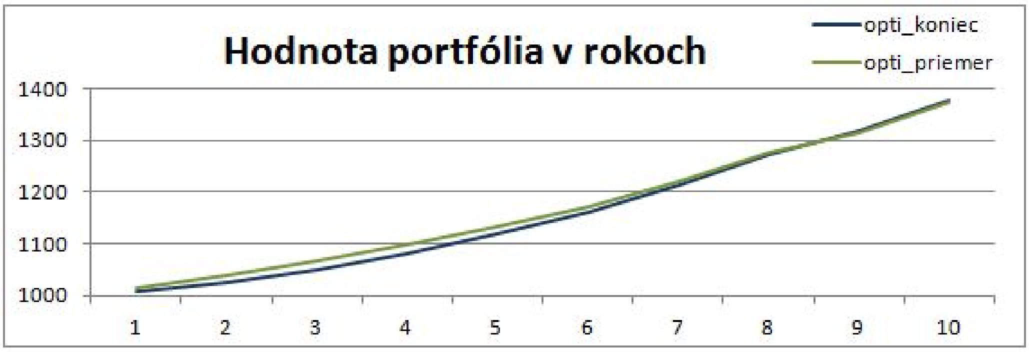
Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty po zavedení podmienky na ohraničenie YTM zhora:

Úrokové miery sme opäť modelovali cez forwardy, do pomocného scenára sme pridali každoročný pokles výnosovej krivky o 0.5% ročne, čo po 10 rokoch znamená dodatočný nárast o 5%, toleranciu sme stanovili na 0.5%.

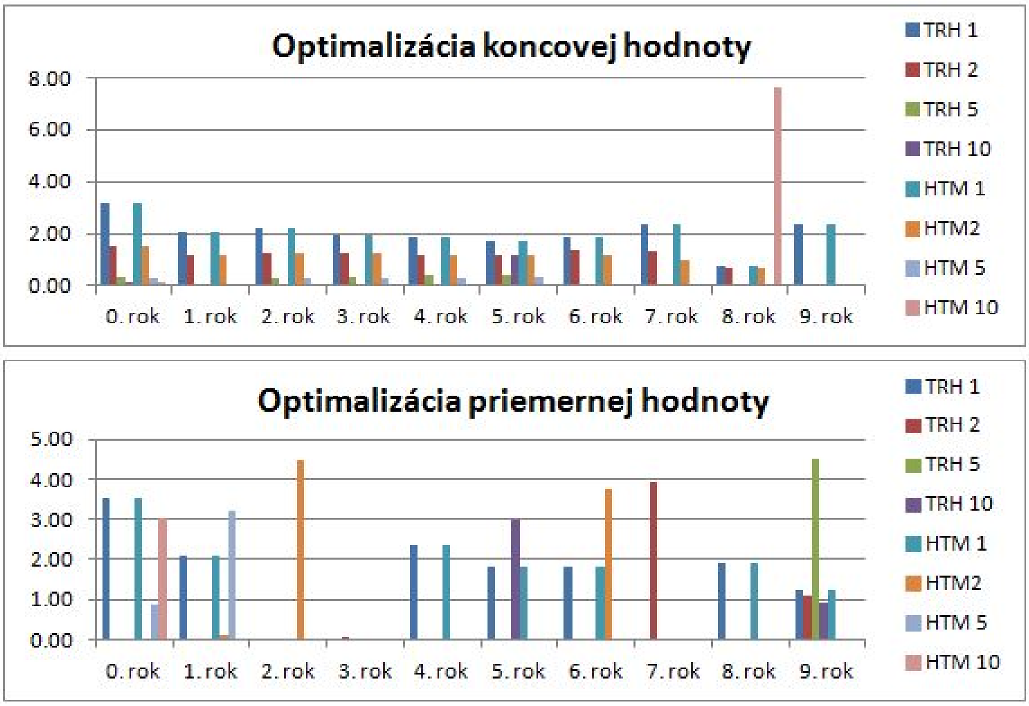
Tabuľka 7: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia s ohraničením na YTM zhora

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 162.5	1 171.2
Koncová hodnota	1 376.6	1 374.2

Pozorujeme veľmi podobné správanie ako pri spodnom ohraničení, avšak zdá sa, že táto podmienka má väčší vplyv na optimalizáciu konečnej hodnoty, keďže sa obmedzí počet nakúpených HTM dlhopisov a zrejme preto je výsledok o niečo horší ako v pred-



Obr. 14: Vývoj hodnoty portfólia pri ohraničení YTM zhora



Obr. 15: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri ohraničení YTM zhora

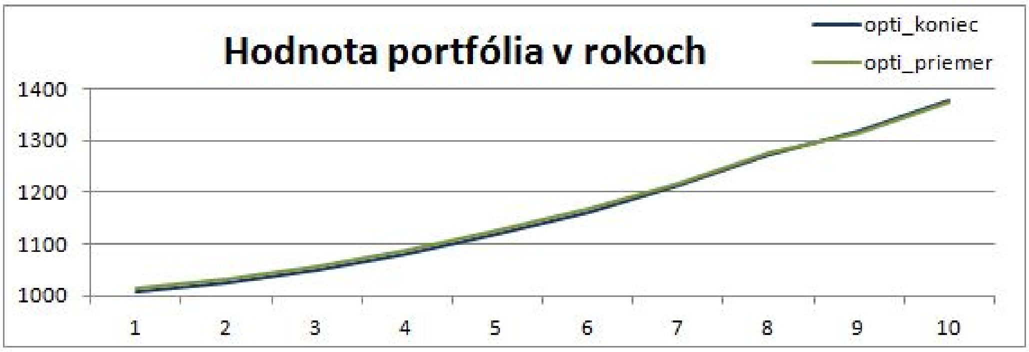
chádzajúcom prípade. Všimnime si tiež, že konečná hodnota pri druhej optimalizačnej úlohe je presne rovnaká ako pri predošlom ohraničení, čo je samozrejme spôsobené využitím forwardových úrokových mier, kde trhovo ocenené dlhopisy sú si rovnocenné a teda nezáleží, ako rozložím investíciu medzi ne. Cash flow rovnakého typu dlhopisov je taktiež totožný a keďže sa pred koncovým rokom vyplatia všetky HTM dlhopisy, to znamená, že táto hodnota by skutočne mala byť totožná, to samozrejme neplatí o priemernej hodnote, keďže ocenenie HTM a MTM je aj pri forwardových mierach odlišné.

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty po zavedení obojstrannej podmienky na ohraničenie YTM:

Rovnaký prístup ako v predšlých príkladoch, navyše sme pridali do pomocného scenára každoročný nárast/pokles výnosovej krivky o 0.5%, čo po 10 rokoch znamená nárast/pokles o 5%, toleranciu sme stanovili na 0.5%.

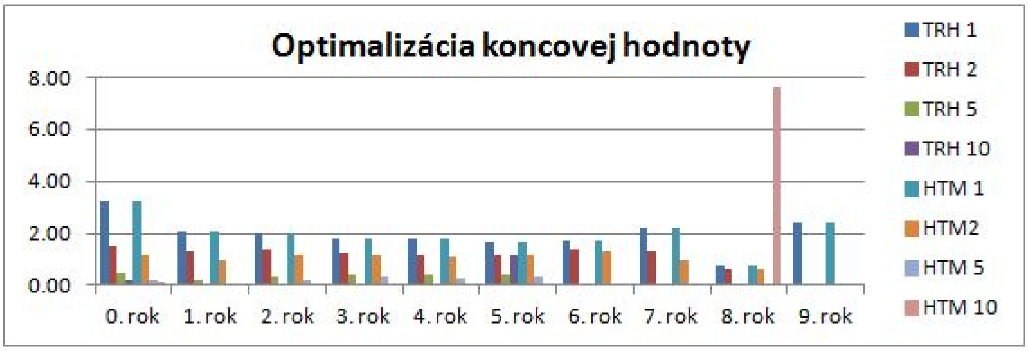
Tabuľka 8: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia s obojstranným ohraničením na YTM

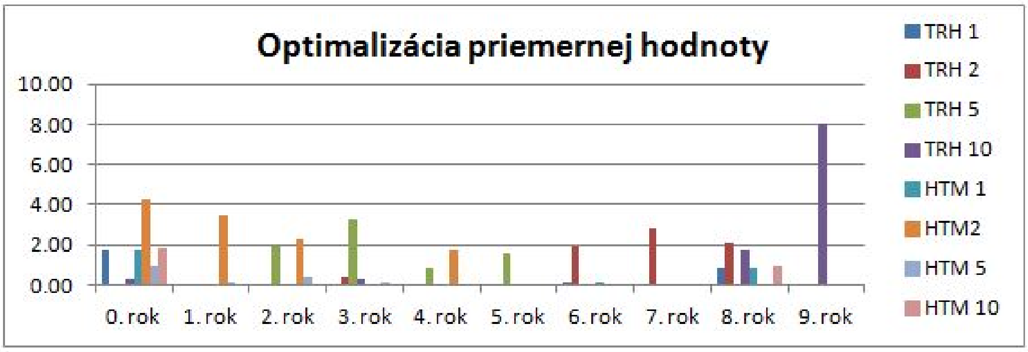
	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 162.4	1 166.8
Koncová hodnota	1 376.5	1 374.5



Obr. 16: Vývoj hodnoty portfólia pri obojstrannom ohraničení YTM

Výsledok nás vôbec neprekvapil, vidíme určitý mix oboch podmienok, samozrejme navrch mala tá prísnejšia.





Obr. 17: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch pri obojstrannom ohraničení YTM

3.2.2 Garancia hodnoty portfólia

Ako sme spomínali už v prvej kapitole, DSS je zo zákonna povinná garantovať hodnotu majetku v garantovanom dlhopisovom fonde, teda doplatiť prípadné straty zo svojich vlastných finančných zdrojov. K tomu môže reálne dôjsť buď pri defaulte dostatočného počtu dlhopisov alebo pri výraznom náraste úrokových mier a teda aj výnosových kriviek. Keďže riziku defaultu dlhopisov sa v našej práci nevenujeme, bude nás zaujímať vloženie poistky v podobe dodatočného ohraničenia na vývoj hodnoty portfólia pri náraste výnosovej krivky. Bežne sa ako mierka využíva AHDJ, ktorú však pre účely nášho modelu nahradíme hodnotou portfólia očistenou o prípadné hotovostné vklady, resp. výbery.

Podmienka bude vyzerať nasledovne:

$$\textit{Hodnota portfólia}_{(t)}^{nárast} - \sum_{t \in \langle t-4, t \rangle} \textit{CashFlow}_t \geq \textit{Hodnota portfólia}_{(t\text{-}5)}^{nárast} \tag{11}$$

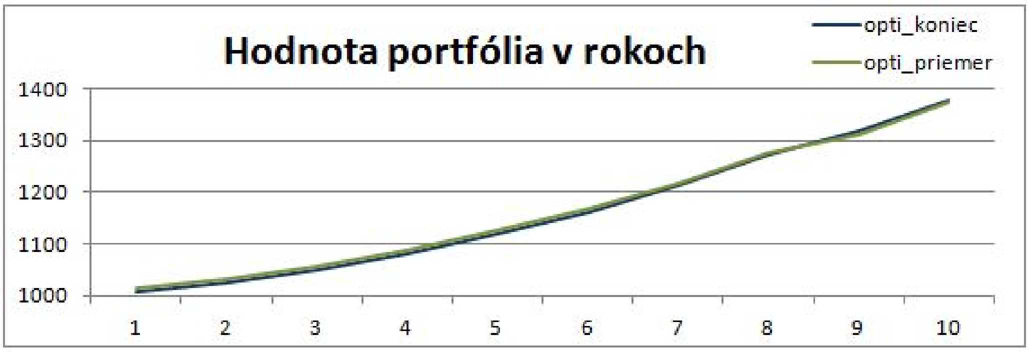
Normálne sa sleduje na 10-ročnom horizonte, čo by však pri dĺžke nášho časového intervalu nemalo zmysel, preto pre účely testovania budeme porovnávať hodnotu portfólia na 5-ročnej báze. Je zrejmé, že testovať túto podmienku bez ohraničenia na YTM portfólia nemá zmysel, keďže model má v takom prípade tendenciu preferovať HTM dlhopisy, ktorých hodnota je voči posunom úrokových mier imúnna. Preto naviažeme tam, kde sme skončili a obmedzenie na hodnotu portfólia pridáme ako ďalšiu dodatočnú podmienku pre náš model.

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty po zavedení podmienky na garanciu hodnoty portfólia:

Ako v predošlých prípadoch vychádzame z forwardových úrokových mier, navyše sme zvolili pomocný scenár každoročného nárastu/poklesu výnosovej krivky o 0.5%, čo po 10 rokoch znamená nárast/pokles o 5%, toleranciu sme stanovili na 0.5%. Okrem toho sme určili druhý pomocný scenár pre garanciu a to každoročný posun výnosovej krivky o 1% nahor, čo je v realite dosť veľký posun, avšak tento nárast je len pre účely testovania.

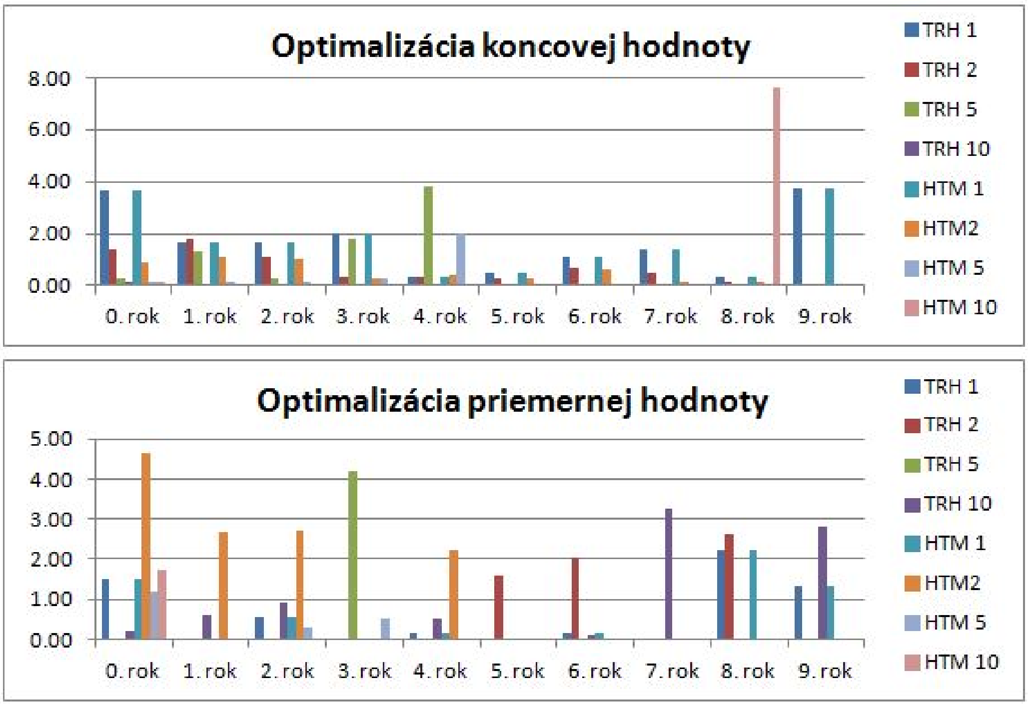
Tabuľka 9: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia po zavedení garancie

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 162.2	1 166.7
Koncová hodnota	1 376.5	1 374.2



Obr. 18: Vývoj hodnoty portfólia po zavedení garancie

Presne ako sme očakávali, zavedenie tejto podmienky má dosah iba na trhovo ocenenú časť portfólia, model je opatrnejší pri investíciách do dlhých MTM papierov. To sa prejavilo aj vo výsledku optimalizácie priemernej hodnoty portfólia, keďže tá vyberala do portfólia aj tento druh dlhopisu.



Obr. 19: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch po zavedení garancie

3.3 Zhrnutie

Začínali sme s modelom na optimalizáciu váženej hodnoty portfólia bez vedľajších ohraničení. Takto postavený model vyberal najvýhodnejší typ dlhopisu a optimálny čas, kedy doň vložiť všetky prostriedky. Z tohto dôvodu sme mali pri výsledkoch prítomnú nízku diverzifikáciu rizika, investovali sme prednostne do dlhých dlhopisov, ktoré majú pri trhovom ocenení najvyššiu duráciu a pri HTM ocenení najvyšší odklon od trhu a preto sú najrizikovejšie. Pridaním ohraničení na YTM nášho portfólia sme dosiahli lepšie rozloženie investície, aj keď na úkor optimalizačných výsledkov, tento krok hodnotíme veľmi pozitívne a preto si ho ponecháme aj do ďalšieho modelovania. Podmienka na neklesajúcosť hodnoty portfólia nám zaručuje splnenie garancie vyplývajúcej zo zákona pre dôchodkové sporenie a tiež predstavuje istú poistku voči prepadu hodnoty portfólia pri náraste úrokových mier, v podstate koriguje podiel dlhých MTM dlhopisov na našom portfóliu. Zaradenie oboch podmienok do modelu považujeme za veľký prínos a zároveň pre účely tejto práce ich vzhľadávame postačujúcimi.

4 Viackroková optimalizácia

Predošlé modely mali všetky jeden veľký nedostatok a to neschopnosť reagovať na neustálu zmenu trhových úrokových mier. Ani pridanie našich očakávaní a teda zahrnutie určitého scenára pre vývoj, ani poistenie proti prepadu hodnoty portfólia nedokáže odstrániť túto skutočnosť. Výsledky, ktoré sme teda doposiaľ získali sú skreslené, keďže hodnota dlhopisov a teda aj portfólia v rokoch bola počítaná na základe úrokových mier, ktoré sme očakávali a nie tých reálnych. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli zaviesť viackrokovú optimalizáciu, resp. dynamický model optimalizácie.
Tento prístup nám zároveň umožní z roka na rok vkladať novú výnosovú krivku a tiež prispôsobiť očakávania pre vývoj úrokových mier, okrem toho ponúkneme modelu predaj trhovo ocenených dlhopisov.

4.1 Definícia modelu

Formulácia úlohy:

$$
\begin{aligned}
& \textit{for krok=1:T} \\
\max \left\{ \sum_{t \in \langle 0,T \rangle} weight \left(\sum_{i \in U} Z_{t_i}^{M} x_i^{M pomocn\acute{e}} \right) \right\} & \\
Cash\ In_0 &= \sum_{i \in U} P_{0_i}^{M} x_i^{M pomocn\acute{e}} \\
\sum_{i \in U} F_{t_i}^{M} x_i^{M pomocn\acute{e}} + Cash\ In_t &\geq \sum_{i \in U} P_{t_i}^{M} x_i^{M pomocn\acute{e}} \\
\sum_{t \in \langle 0,T \rangle} weight &= 1 \\
x_i^{M pomocn\acute{e}} &\geq 0
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$$
\begin{aligned}
YTM_{pomocn\acute{e}(t,krok)}^{n\acute{a}rast} &= \frac{YTM_{dlhopisy(t,krok)_i}^{n\acute{a}rast} * x_i^{M pomocn\acute{e}}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{M pomocn\acute{e}}} \\
YTM_{pomocn\acute{e}(t,krok)}^{pokles} &= \frac{YTM_{dlhopisy(t,krok)_i}^{pokles} * x_i^{M pomocn\acute{e}}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{M pomocn\acute{e}}}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\max \left\{ \sum_{t \in \langle 0,T \rangle} weight \left(\sum_{i \in U} Z^H_{t_i} x^H_i + \sum_{i \in U} Z^M_{t_i} x^M_i \right) \right\} & \\
Cash\ In_0 &= \sum_{i \in U} P^H_{0_i} x^H_i + \sum_{i \in U} P^M_{0_i} x^M_i \\
\sum_{i \in U} F^H_{t_i} x^H_i + \sum_{i \in U} F^M_{t_i} x^M_i + Cash\ In_t &\geq \sum_{i \in U} P^H_{t_i} x^H_i + \sum_{i \in U} P^M_{t_i} x^M_i \\
\text{Dodatočné podmienky:} & \\
YTM^{\textit{nárast}}_{\textit{portfólio(t,krok)}} &\geq YTM^{\textit{nárast}}_{\textit{pomocné(t,krok)}} - tolerancia \\
YTM^{\textit{pokles}}_{\textit{portfólio(t,krok)}} &\leq YTM^{\textit{pokles}}_{\textit{pomocné(t,krok)}} + tolerancia \\
Hodnota\ portfólia^{\textit{nárast}}_{\textit{(t)}} - \sum_{t \in \langle t-10,t \rangle} CashFlow_t &\geq Hodnota\ portfólia^{\textit{nárast}}_{\textit{(t-5)}} \\
\sum_{t \in \langle 0,T \rangle} weight &= 1 \\
x^H_i, x^M_i &\geq 0 \\
\text{Už nakúpené dlhopisy:} & \\
x^{fix}_{krok} &= x_{krok} \\
end &
\end{aligned} \tag{13}$$

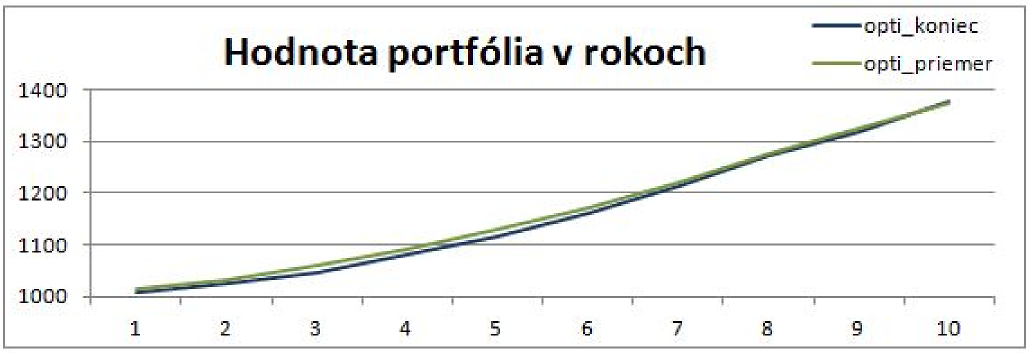
V podstate v každom roku prepočítame optimálne rozloženie voľných finančných prostriedkov až do koncového času T, zrealizujeme nákup pre daný rok a do ďalšieho kroku optimalizácie zafixujeme váhy už nakúpených dlhopisov. Tento prístup volíme kvôli tomu, aby model zohľadňoval pri plnení dodatočných ohraničení aj hodnotu, resp. yield dlhopisov, ktoré sa v portfóliu už nachádzajú.

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty v dynamickom modeli:

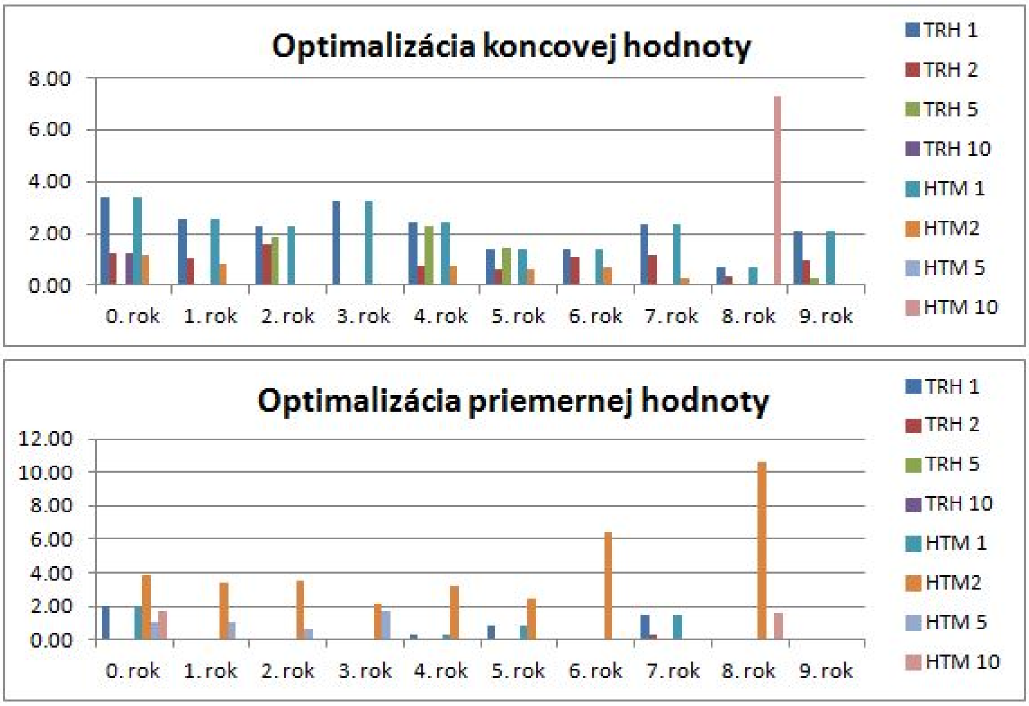
Výnosová krivka ostáva nezmenená z predošlej kapitoly, kvôli lepšiemu porovnaniu výsledkov ju nebudeme meniť ani v jednotlivých krokoch optimalizácie, okrem toho budeme predpokladať, že úrokové miery sa vyvíjali presne podľa forwardu.
Opäť sme zvolili začiatočný pomocný scenár pre modelovanie podmienky na YTM nášho portfólia a to každoročný nárast/pokles výnosovej krivky o 0.5%, čo po 10 rokoch znamená nárast/pokles o 5%, toleranciu sme stanovili na 0.5%. Okrem toho sme určili druhý pomocný scenár pre garanciu a to každoročný posun výnosovej krivky o 1% nahor, čo je, ako sme už spomínali, dosť veľký posun, avšak tento nárast je len pre účely testovania. Po prvom roku sme museli nechať určitú rezervu pre zafixované váhy, kvôli opätovnému prepočítavaniu a s tým spojeným nezrovnalostiam. Táto rezerva je však zanedbateľná a ako budeme môcť vidieť, výsledky nijako výrazne neovplyvní.

Tabuľka 10: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia v dynamickom modeli

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 161.5	1 169.3
Koncová hodnota	1 376.4	1 374.7



Obr. 20: Vývoj hodnoty portfólia v dynamickom modeli



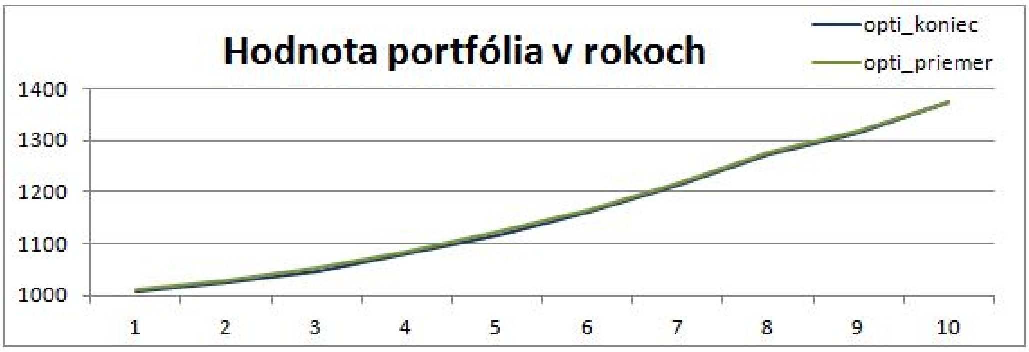
Obr. 21: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch v dynamickom modeli

Vidíme, že pomerne voľné nastavenie podmienky na YTM spôsobilo ochotu nášho modelu investovať do HTM dlhopisov, aj keď len dvojročných. Vyskúšame preto zdvihnúť naše požiadavky z rastu/poklesu o 0.5% na 1% pre toto ohraničenie.

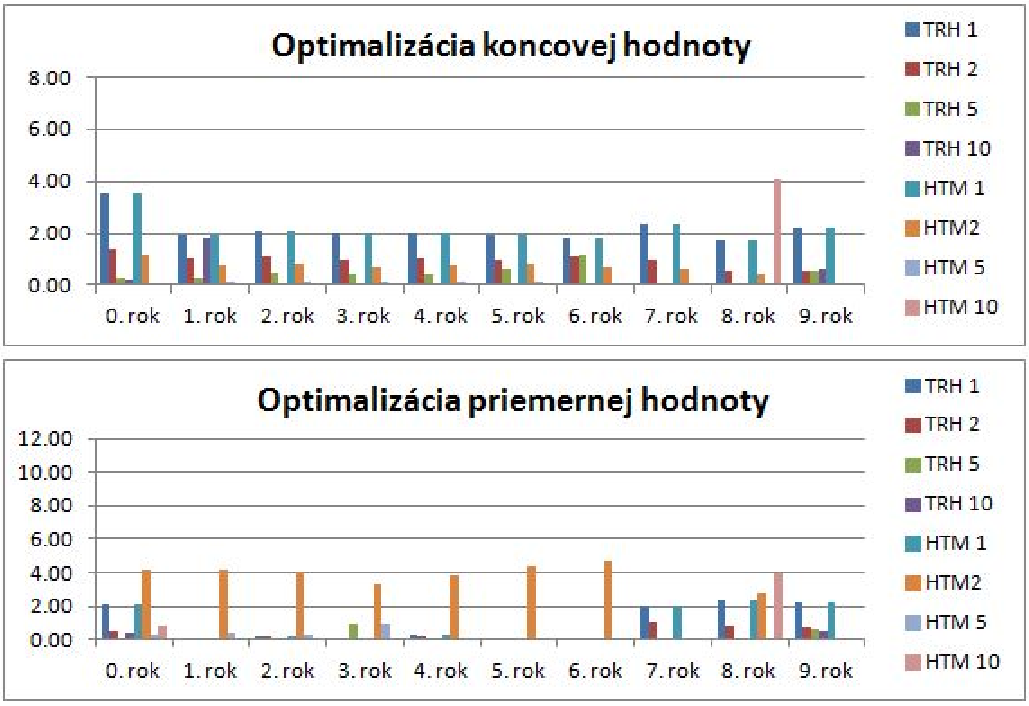
Tabuľka 11: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia so zmenou parametrov

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 161.4	1 165.4
Koncová hodnota	1 375.5	1 375.4

Presne ako sme predpokladali, model je po tejto zmene opatrnejší pri vkladaní prostriedkov do HTM dlhopisov, snaží sa ich kompenzovať vyšším podielom MTM dlhopisov v portfóliu. Okrem toho môžeme pozorovať, že nižší podiel HTM zložky uškodil najmä jeho priemeru, zatiaľ čo konečná hodnota ostala viac menej na rovnakej úrovni.



Obr. 22: Vývoj hodnoty portfólia v dynamickom modeli so zmenou parametrov



Obr. 23: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch v dynamickom modeli so zmenou parametrov

4.2 Predaj trhovo ocenených dlhopisov

Keďže sa chceme čo najviac priblížiť realite ponúkneme nášmu modelu taktiež možnosť predaja trhovo ocenených dlhopisov. Táto podmienka bude užitočná najmä pri skutočných očakávaných posunoch úrokových mier, prípadne po zaradení finančných tokov z a do modelu, respektíve pri vyplácaní nasporených súm zo systému. Vďaka nej nebude model nútený zbytočne nakupovať krátke dlhopisy, namiesto toho bude môcť predať časť trhovo ocenených papierov zo svojho portfólia, to znamená, že náš model bude viac likvidný. V prvom rade si určíme pravidlá predaja dlhopisov.

Pravidlá pre predaj:

1. Predávame len trhovo ocenené dlhopisy.
2. Nepripúšťame krátku pozíciu, teda môžme predať len toľko dlhopisov, koľko sa aktuálne nachádza v našom portfóliu.
3. Pri každom kroku dynamickej optimalizácie povolíme predaj už nakúpených MTM dlhopisov z predošlých rokov.
4. Predaj sa realizuje za trhovú hodnotu dlhopisu v danom čase.

Formulácia úlohy s možnosťou predaja trhovo ocenených dlhopisov:

$$
\begin{aligned}
&\textit{for krok=1:T} \\
\max \left\{ \sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight \left(\sum_{i\in U} Z_{t_i}^{M} x_i^{Mpomocn\acute{e}} \right) \right\} & \\
Cash\ In_0 &= \sum_{i\in U} P_{0_i}^{M} x_i^{Mpomocn\acute{e}} \\
\sum_{i\in U} F_{t_i}^{M} x_i^{Mpomocn\acute{e}} + Cash\ In_t &\geq \sum_{i\in U} P_{t_i}^{M} x_i^{Mpomocn\acute{e}} \\
\sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight &= 1 \\
x_i^{Mpomocn\acute{e}} &\geq 0
\end{aligned}
\tag{14}
$$

$$
YTM_{pomocn\acute{e}(t,krok)}^{n\acute{a}rast} = \frac{YTM_{dlhopisy(t,krok)_i}^{n\acute{a}rast} * x_i^{Mpomocn\acute{e}}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{Mpomocn\acute{e}}}
$$

$$
YTM_{pomocn\acute{e}(t,krok)}^{pokles} = \frac{YTM_{dlhopisy(t,krok)_i}^{pokles} * x_i^{Mpomocn\acute{e}}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^{Mpomocn\acute{e}}}
$$

$$\max\left\{\sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight\left(\sum_{i\in U} Z_{t_i}x_i - \sum_{i\in U} Z^M_{t_i}y^M_i\right)\right\}$$

$$
\begin{aligned}
Cash\ In_0 &= \sum_{i\in U} P_{0_i}x_i\\
\sum_{i\in U} F_{t_i}x_i - \sum_{i\in U} F^M_{t_i}y^M_i + Cash\ In_t &\geq \sum_{i\in U} P_{t_i}x_i - \sum_{i\in U} P^M_{t_i}y^M_i\\
\text{Dodatočné podmienky:}&\\
YTM^{nárast}_{portfólio(t,krok)} &\geq YTM^{nárast}_{pomocné(t,krok)} - tolerancia\\
YTM^{pokles}_{portfólio(t,krok)} &\leq YTM^{pokles}_{pomocné(t,krok)} + tolerancia\\
Hodnota\ portfólia^{nárast}_{(t)} - \sum_{t\in\langle t-10,t\rangle} CashFlow_t &\geq Hodnota\ portfólia^{nárast}_{(t\text{-}5)}\\
\sum_{t\in\langle 0,T\rangle} weight &= 1\\
x_i, y^M_i &\geq 0\\
\text{Už nakúpené dlhopisy:}&\\
x^{fix}_{krok} &= x_{krok}\\
y^{fix}_{krok} &\in \langle y_{krok}, x_{krok}\rangle\\
end&
\end{aligned}
\tag{15}
$$

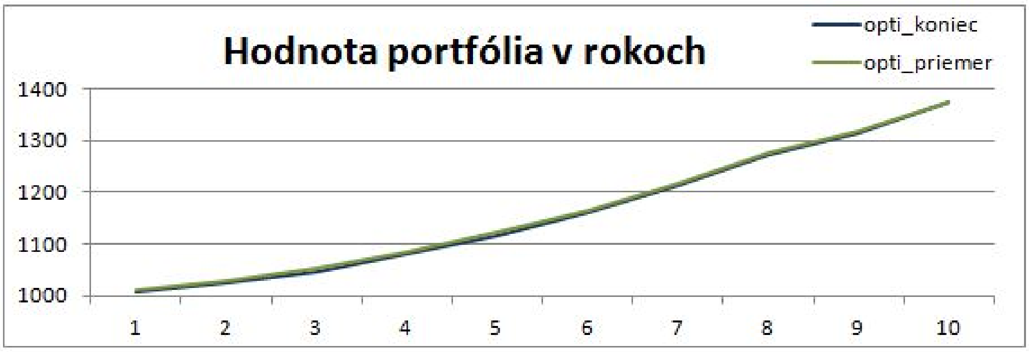
Poznámka: pod spoločným označením x_i budeme rozumieť $[x_i^H, x_i^M]$

Porovnanie výsledkov optimalizácie konečnej vs. priemernej hodnoty v dynamickom modeli:

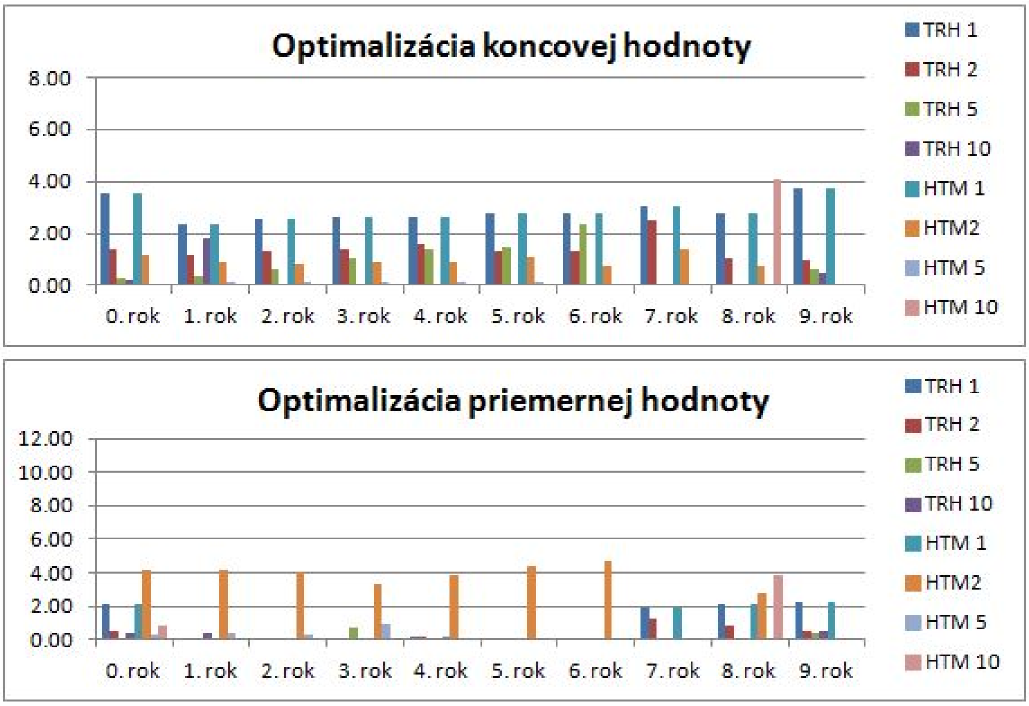
Na testovanie volíme rovnaké parametre ako v predchádzajúcom príklade.

Tabuľka 12: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia s predajom

	Opt koniec	Opt priemer
Priemerná hodnota	1 161.4	1 165.4
Koncová hodnota	1 375.5	1 375.4

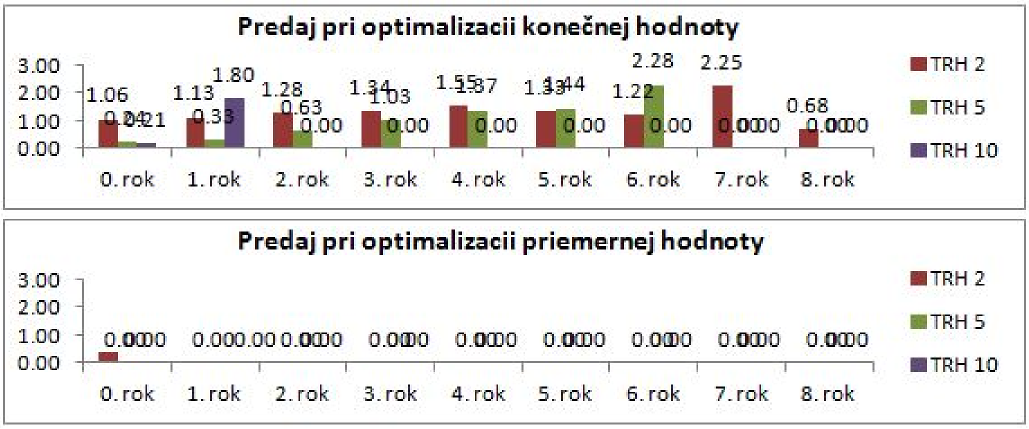


Obr. 24: Vývoj hodnoty portfólia v dynamickom modeli s predajom MTM dlhopisov



Obr. 25: Nakúpené dlhopisy v jednotlivých rokoch v dynamickom modeli s predajom MTM dlhopisov

Pozorujeme, že model sa zatiaľ do predaja dlhopisov nehrnie, tých pár kusov, čo predal, bolo skôr kvôli splneniu vnútorných ohraničení úlohy, než na optimalizačné účely. Tento výsledok nás však neprekvapuje, keďže ako sme už spomínali, trhovo ocenené dlhopisy sú si rovnocenné, vďaka využitiu forwardových úrokových mier. Preto si tiež môžeme všimnúť v podstate rovnaký výstup optimalizácie.



Obr. 26: Predané dlhopisy

Poznámka: predaj dlhopisov môže prebiehať postupne, počas celej doby ich držania, v tabuľke uvádzame súčet celkového počtu predaných kusov z dlhopisu nakúpeného v určitom roku, ten teda mohol byť predávaný postupne v rôznych rokoch.

4.3 Porovnanie a zhodnotenie výsledkov

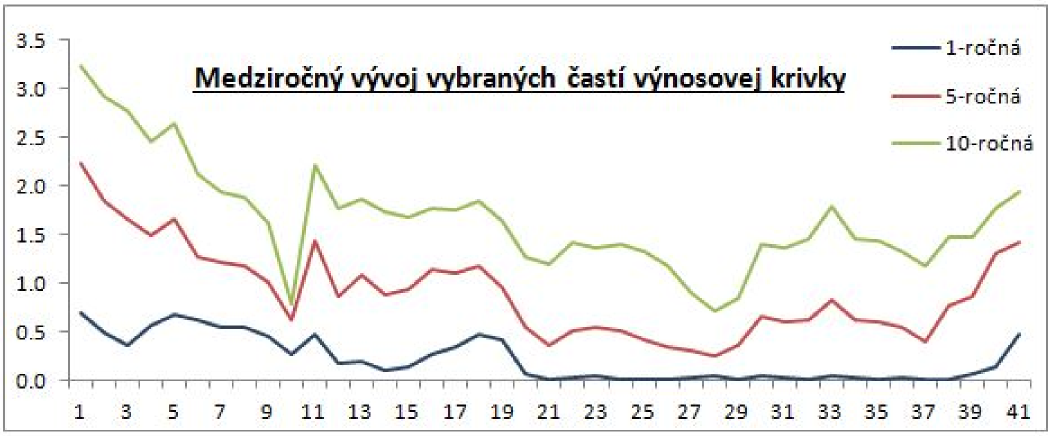
Takto nastavený dynamický model má skutočný potenciál nájsť svoje využitie aj pri praktických úlohách, keďže si vie poradiť aj s medziročnými zmenami na trhu. Do modelu vieme vkladať dodatočné informácie medzi jednotlivými rokmi optimalizácie a teda napríklad tak zlepšiť jeho výsledky. Na rozdiel od klasického prístupu vieme každoročne zohľadniť reálne výnosové krivky a preto naše výsledky budú mať na konci nášho sledovaného času skutočné váhy, ktoré môžeme použiť, keďže budú odpovedať trhovej situácii.

Ako jednou z problematických oblastí sa môže javiť kalibrácia vstupných parametrov modelu, teda určenie konkrétnych scenárov pre nárast/pokles výnosovej krivky a taktiež výšky tolerancie. Na druhej strane to môžeme brať ako výhodu, keďže si vieme vybrať, do akej miery sme ochotní sa poistiť voči pohybom úrokových mier, resp. odklonu od trhovej situácie.

5 Výsledky modelov na reálnych dátach

V tejto kapitole sa budeme venovať aplikácii nášho modelu na reálne dáta, do úlohy vložíme odhadnuté ročné hotovostné vklady a výbery zo systému. Pracovať budeme na dlhšom časovom intervale, preto aj podmienku garancie už môžeme presunúť na 10 ročný horizont. Ďalej prejdeme od optimalizácie aritmetického priemeru hodnoty portfólia na vážený priemer. Váhy určíme na základe počtu sporiteľov v systéme v jednotlivých rokoch, ktoré odhadneme pomocou peňažných tokov z, resp. do systému. Využívať budeme skutočné štvrťročné japonské úrokové miery od 28.06.1996 do 31.03.2006, ktoré podľa nás najlepšie vystihujú súčasnú situáciu na trhoch, keďže sú dlhodobo pomerne nízke.

Medziročný vývoj výnosovej krivky v percentách môžeme pozorovať na obrázku nižšie:



Obr. 27: Vývoj častí výnosovej krivky

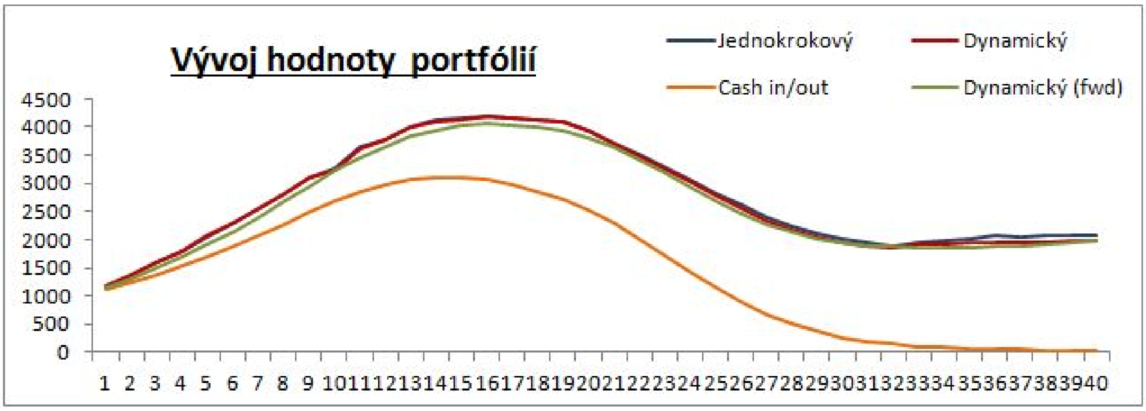
Zdroj: Allianz-Slovenská d.s.s.,a.s.

V tejto kapitole budeme taktiež sledovať, nakoľko znalosť budúceho vývoja výnosovej krivky ovplyvní výsledky optimalizácie.

5.1 Cena informácie

Poďme sa pozrieť koľko nás reálne stojí neschopnosť predvídať pohyby úrokových mier na trhoch. Urobíme to nasledovne: nášmu jednokrokovému modelu dopredu povieme, ako sa budú výnosové krivky vyvíjať v čase. Keďže vývoj už pozná, nebudeme ho nútiť pridávať žiadne ďalšie ohraničenia. Výsledky optimalizácie takto nastavenej úlohy s úplnou informáciou o hodnotách dlhopisov poskytujú samozrejme najoptimálnejšie riešenie, aké sa dá získať, teda získame hornú prípustnú hranicu alebo teoreticky dosiahnuteľné maximum úlohy. Toto ďalej porovnáme s výsledkami nášho dynamického modelu pri dvoch spôsoboch odhadu budúcich úrokových mier a to po prvé, budeme predpokladať, že výnosové krivky sa v budúcich časoch nebudú vôbec hýbať, čo je v praxi absurdné, avšak v dobách ako je táto, kedy sú úrokové miery na svojich minimách, nemáme dôvod očakávať ich výrazné pohyby. Ako druhý spôsob odhadu hodnoty dlhopisov v budúcnosti použijeme forwardové úrokové miery, na ktorých si najmä ukážeme, ako veľmi sa odkloníme od optimálneho riešenia pri použití veľmi nesprávneho odhadu úrokových mier. Do účelovej funkcie použijeme optimalizáciu priemernej hodnoty portfólia, ktorá, ako sme už zdôvodnili, je pre nás výhodnejšia. Do grafu pridávame aj priebeh hodnoty fondu pozostávajúceho iba z finančných tokov z, resp. do systému, teda hodnotu fondu za predpokladu, že by sme dostupné prostriedky neinvestovali vôbec.

Výsledky môžeme vidieť na obrázku nižšie:



Obr. 28: Vývoj hodnoty portfólia v čase

Vidíme, že model bez ohraničení a bez poznania budúceho vývoja v tomto prípade za skutočným optimom oveľa nezaostáva. To je však spôsobené pomerne stabilnou výnosovou krivkou v čase, ktorá má skôr klesajúcu tendenciu, čo zvýhodňuje MTM ocenenie a nemá výrazné dlhodobé výkyvy hodnôt, čo nahráva dlhým dlhopisom. Preto pozorujeme, že očakávanie nemennosti výnosovej krivky a teda investovanie do 10 ročných MTM dlhopisov, dáva veľmi dobrý výstup. Oproti jednokrokovému modelu je horší v podstate len v tom, že nebol schopný využiť krátke jednorazové výkyvy úrokových

Tabuľka 13: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia

	Priemerná hodnota	Koncová hodnota
Bez investovania	1 495.2	40.7
Jednokrokový model	2 755.8	2 092.9
Dynamický model	2 719.3	1 968.7
Dynamický model (fwd)	2 635.6	1 967.4

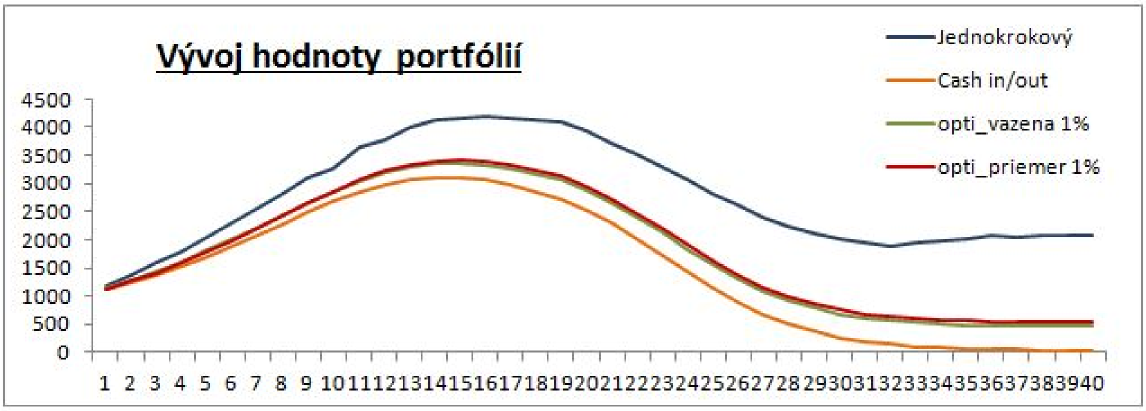
mier. Na druhej strane odhad pomocou forwardu tlačí investíciu hlavne do 10 ročných HTM dlhopisov, kvôli čomu stráca výraznejšie na priemernej hodnote. Koncová hodnota oboch prístupov sa líši len o hodnotu aktuálne vlastnených dlhopisov, keďže ako sme už spomínali, ich cash flow je stále rovnaký.

5.2 Cena poistenia proti výkyvom úrokových mier

Opäť si ponecháme na porovnávanie výsledky klasického modelu so znalosťou budúceho vývoja výnosových kriviek ako aj cash flow do systému. Tentokrát sa zameriame na cenu poistenia voči posunom výnosovej krivky. Očakávať budeme vývoj úrokových mier podľa forwardových vzťahov, keďže pri nich úrokové miery v čase narastajú, a teda preferované bude HTM ocenenie. Vďaka tomu si vieme overiť účinnosť našich dodatočných podmienok, najmä ohraničenie na výnos do splatnosti. Navyše pridáme výsledky aj pre váženú hodnotu portfólia na základe počtu účastníkov v danom roku. Najväčšie váhy budú mať časy, kedy očakávame najväčší nápor vystupujúcich sporiteľov, teda roky, kedy je cash flow do systému najnižší, respektíve záporný. Optimalizáciu spustíme pre tieto dva prístupy k účelovej funkcii, okrem toho zvolíme tiež scenár pre dodatočné podmienky a to každoročný nárast/pokles výnosovej krivky o 1% a toleranciu 0.5%. Vývoj hodnoty ako aj výstupy optimalizácie sú uvedené nižšie:

Tabuľka 14: Výsledky optimalizácie hodnoty portfólia

	Priemerná hodnota	Koncová hodnota
Aritmetický priemer	1 840.9	555.8
Vážený priemer	1 796.8	481.9

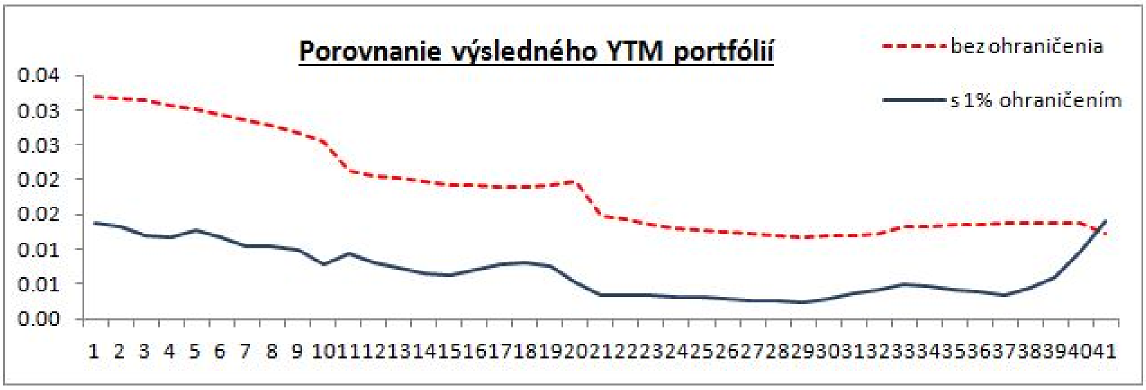


Obr. 29: Vývoj hodnoty portfólia v čase

Poznámka: Výstup optimalizácie uvádzame v prílohe.

Pri optimalizácii aritmetického priemeru, ako môžeme vidieť vo výstupe, sa model snaží stále siahať po 10 ročných HTM dlhopisoch na celom sledovanom období. Toto správanie považujeme za logické, keďže očakávame vývoj podľa forwardu, podmienka na YTM je kompenzovaná najmä 2 ročnými HTM dlhopismi. Na druhej strane pri optimalizácii váženého priemeru pozorujeme najmä zo začiatku, v období nízkych váh, využívanie trhového ocenenia, pri ktorom si model môže dovoliť nakúpiť aj dlhopisy s o niečo dlhšou splatnosťou a teda vyšším výnosom. Vďaka tomuto správaniu dosahuje model v prvých rokoch vyššie priebežné hodnoty, avšak len do času 10, kedy úrokové miery výrazne vzrastú a tým pádom MTM časť portfólia stratí na hodnote. Po roku 15 navyše začínajú vyplácané sumy zo systému prevyšovať jeho príjmy a preto sa dostávame do obdobia vyšších váh. Model sa snaží využívať dlhé HTM dlhopisy, ktoré si kompenzuje najmä 2 ročnými, rovnako ako v prípade optimalizácie priemernej hodnoty, a teda koniec koncov dosahuje celkovo horšie výsledky. Pozorujeme tiež, že dané ohraničenia sa pri zvolenom scenári prejavili na výsledkoch úlohy dosť výrazne, čo je z časti zapríčinené nesprávnymi očakávaniami a tiež prehnanou opatrnosťou. Okrem toho musíme podotknúť, že podmienka na garanciu portfólia nemá v tomto prípade veľký význam, keďže pri danej výnosovej krivke a bezkupónových dlhopisoch by sme ju museli posúvať o nereálne hodnoty aby sa prejavila. Navyše najneskôr po 10 rokoch dlhopis vypláca istinu, teda porovnávať hodnotu na takto dlhom horizonte nemá dostatočne veľký vplyv.

Pozrime sa ešte bližšie na vývoj výnosu do splatnosti portfólia pri scenári s každoročným posunom výnosovej krivky o 1% s toleranciou 0.5% a porovnajme ho s výsladkami portfólia bez ohraničení:



Obr. 30: Ohraničenie na YTM portfólia

Na grafe vidíme, že pri využití ohraničenia na YTM portfólia sa naozaj výnos do splatnosti vyvíja podľa trhu, respektíve kopíruje jeho pohyby. Na konci si môžeme všimnúť prudký nárast, ktorý je spôsobený jednorazovým nákupom 10 ročného dlhopisu, ktorý už model v ďalších rokoch nemusí porovnávať a preto si ho môže dovoliť. Na druhej strane, bez zadania tejto podmienky pozorujeme po každých 10 rokoch jednorazový skok, ktorý je spôsobený vyplatením pôvodného 10 ročného HTM dlhopisu a nakúpením nového. YTM portfólia sa tak jednorazovo prispôsobí aktuálnej hodnote úrokových mier v danom čase, tú si ďalej drží ďalších 10 rokov, nezávisle od trhovej situácie. Ešte by sme chceli podotknúť, že výsledný výnos modelu s ohraničením je pomerne nízky a to kvôli práci s forwardovými úrokovými mierami, ktoré sa prejavia najmä pri navážení pomocnej optimalizačnej úlohy, a prísnym ohraničením, avšak na ilustráciu vývoja je postačujúci.

5.3 Zhodnotenie výsledkov

V tejto kapitole sme si overili funkčnosť nášho modelu aj pri využití skutočných dát na dlhom 40 ročnom horizonte. Konštatujeme, že jeho správanie je v súlade s našimi očakávaniami. Podarilo sa nám tiež implementovať do úlohy odlišný typ naváženia účelovej funkcie, ktorý vychádza z počtu sporiteľov a zameriava sa na optimalizáciu výsledku v časoch, kedy je potrebné vyplácať najvyššie sumy zo systému. Myslíme si, že takýto spôsob určenia váh je z pohľadu DSS najrozumnejší a aj pre samotných účastníkov II. piliera najvýhodnejší. Samozrejme pre zmysluplné praktické využitie je potrebné oveľa presnejšie modelovanie budúceho vývoja výnosových kriviek a citlivejšie nastavenie scenárov pre vedľajšie ohraničenia, teda ochoty poistiť sa voči nepriaznivému vývoju trhových úrokových mier.

Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo skonštruovať optimalizačný model na výber dlhopisov do garatovaného fondu dôchodkového sporenia so zahrnutím vedľajších ohraničení úlohy, ktoré nám pomôžu pri korigovaní vývoja hodnoty portfólia pri nepriaznivých trhových pohyboch. Pri definovaní základných teoretických poznatkov sme vychádzali najmä z uvedenej literatúry a zákonov [3,4] a [5]. Budovanie optimalizačnej úlohy nadväzuje a ďalej rozširuje prácu [2], s využitím poznámok z [1].
Medzi hlavné prínosy tejto práce patrí postupné budovanie úlohy so zapracovaním jednotlivých požiadaviek a testovania správnosti ich nastavenia. Prvá vložená podmienka na yield to maturity portfólia sa ukázala ako veľmi užitočný nástroj pri korigovaní podielu HTM dlhopisov a tiež diverzifikácii rizika, teda pestrejšieho rozloženia našej investície. Ďalej sme pokračovali s garanciou hodnoty portfólia, ktorá je pre dôchodkové správcovské spoločnosti asi najpodstatnejšia, keďže pri jej prekročení sú nútené siahnuť na vlastné zdroje a rozdiely dorovnať. Musíme však skonštatovať, že v našom modeli má len veľmi limitované uplatnenie, keďže pri bezkupónových dlhopisoch by musela výnosová krivka narásť veľmi rapídne a dlhodobo ostať na tejto úrovni, čo je pri uvážení dnešnej situácie na trhu, teda ďalšieho kvantitatívneho uvoľňovania a tým tlačenia úrokových mier ešte na väčšie dno ako už sú, veľmi nepravdepodobné. Z pohľadu využiteľnosti tejto podmienky by bolo vhodnejšie zohľadnenie ďalších parametrov ako napríklad riziko defaultu dlhopisu, respektíve zníženia jeho hodnoty kvôli zhoršeniu ratingu jeho emitenta a podobne.
Ďalšou veľkou pridanou hodnotou je okrem zaradenia dodatočných podmienok tiež úprava účelovej funkcie na aritmetický, respektíve vážený priemer hodnôt v jednotlivých rokoch, ktorý má v praxi oveľa širšie využitie a tiež je oveľa logickejší najmä na dlhých časových intervaloch, ako sústredenie sa výlučne na výsledok v koncovom čase. Overili sme si taktiež možnú aplikáciu na reálne dáta, funkčnosť jednotlivých ohraničení, zaradenie cash flow do a zo systému, na základe ktorého sme tiež naväžili účelovú funkciu. Ďalej sme sa bližšie pozreli na to, koľko by sme vedeli zarobiť za predpokladu, že by sme dopredu poznali vývoj úrokových mier a vďaka zavedeniu dynamického modelu sme vedeli porovnať túto hodnotu s výsledkom pri rôznych očakávaniach od budúceho vývoja výnosovej krivky.

Sme presvedčení, že sme predstavili kvalitný optimalizačný model, ktorý si môže nájsť využitie aj pri riešení skutočných praktických úloh so vstupnými dátami rôznej veľkosti a zložitosti. Ako možné pokračovanie práce si vieme predstaviť presnejšie modelovanie budúceho vývoja výnosovej krivky, citlivejšie nastavenie scenárov pre vedľajšie ohraničenia a tiež rozsiahlejšie testovanie na reálnych dátach. Možností je naozaj veľa, čo iba potvrdzuje veľký potenciál takto nastavenej optimalizačnej úlohy.

Zoznam použitej literatúry

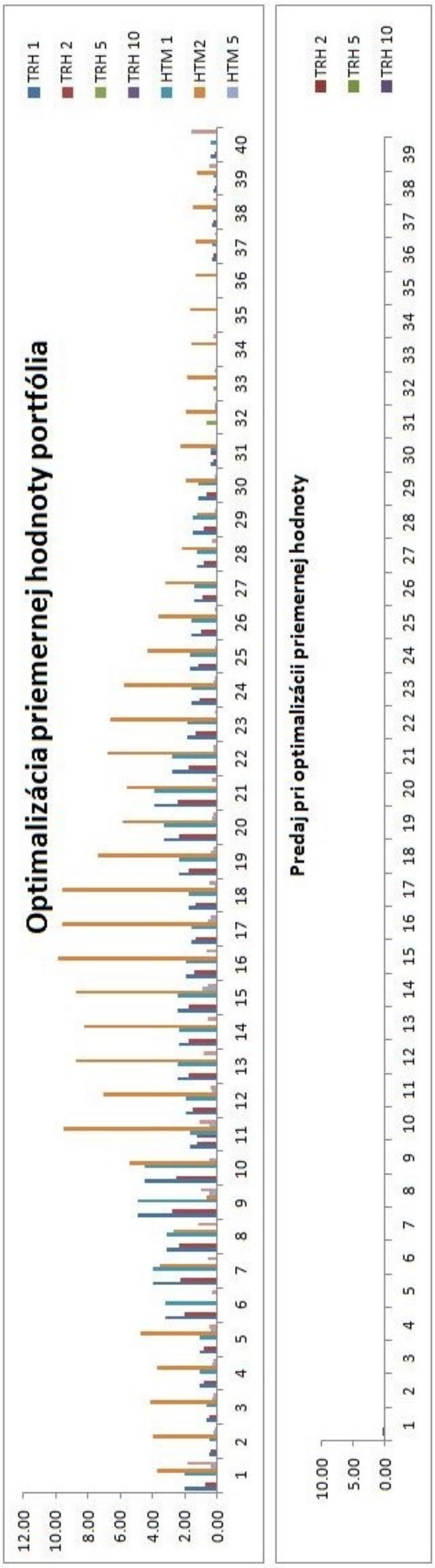
[1] Kotov, M.: osobná komunikácia, Bratislava, 2014/2015

[2] Malik, T.: *HTM dlhopisy v dlhopisovom portfóliu*, Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2013, dostupné na internete: http://www.iam.fmph.uniba.sk/studium/efm/diplomovky/2013/malik/diplomovka.pdf

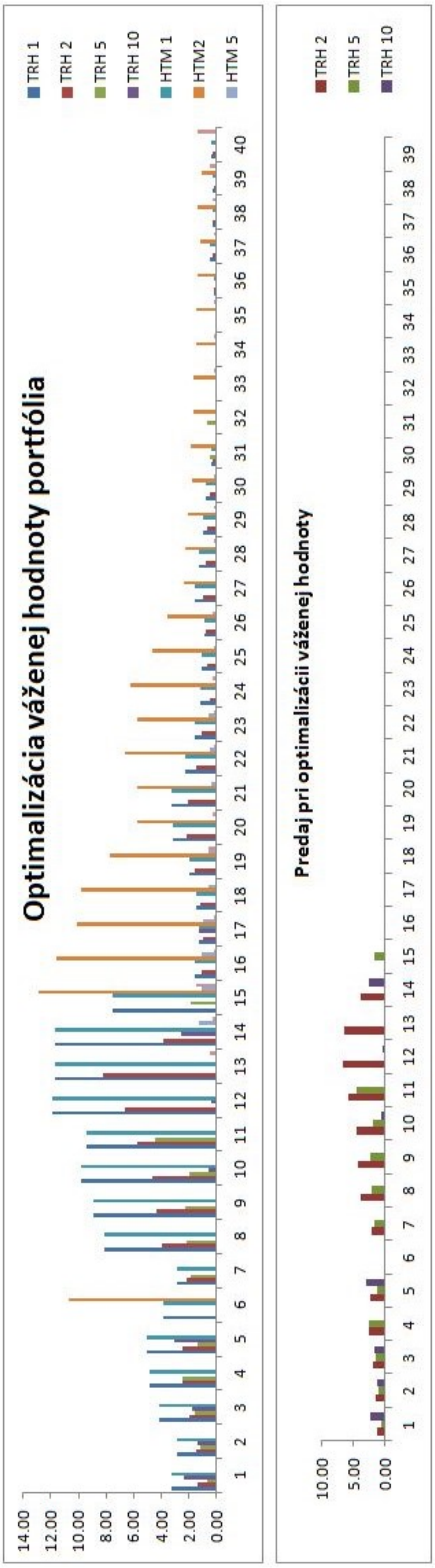
[3] Melicherčík, I., Olšarová L., Úradníček V.: *Kapitoly z finančnej matematiky*, Epos, 2004

[4] Národná banka Slovenska: *Dohľad nad finančným trhom*, dostupné na internete: http://www.nbs.sk/sk/dohlad-nad-financnym-trhom/dohlad-nad-dochodkovym-sporenim/starobne-dochodkove-sporenie

[5] Zákon: *o starobnom dôchodkovom sporení č. 43/2004 Z.z. a o zmene a doplnení niektorých zákonov*, dostupné na internete: http://www.nbs.sk/_img/Documents/_Legislativa/_UplneZneniaZakonov/Z0432004.pdf



Obr. 31: Optimalizačný výstup



Obr. 32: Optimalizačný výstup