UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

DÔLEŽITOSŤ JEDNOTLIVÝCH ODVETVÍ NÁRODNÉHO HOSPODÁRSTVA

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2015

Bc. Michal JURČO

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

DÔLEŽITOSŤ JEDNOTLIVÝCH ODVETVÍ NÁRODNÉHO HOSPODÁRSTVA

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor:	1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	prof. Dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik

Bratislava 2015

Bc. Michal JURČO

28697941

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta:	Bc. Michal Jurčo
Študijný program:	ekonomická a finančná matematika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor:	9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce:	diplomová
Jazyk záverečnej práce:	slovenský
Sekundárny jazyk:	anglický

Názov: Dôležitosť jednotlivých odvetví národného hospodárstva
The importance of individual sectors of the national economy

Cieľ: Cieľom práce je aplikovať prístup použitý v článku Jianxi Luo: Which Industries to Bail Out First in Economic Recession? Ranking US Industrial Sectors by the Power of Pull, Economic Sytem Research,Vol.25,No.2,157-169,2013 na odvetvia slovenskej ekonomiky, s osobitným dôrazom na automobilový priemysel.

Vedúci:	prof. Dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik
Katedra:	FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry:	prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania:	29.01.2014

Dátum schválenia: 10.02.2014

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

....

študent vedúci práce

Poďakovanie Touto cestou sa chcem poďakovať svojmu vedúcemu diplomovej práce prof. Dipl. Ing. Dr. Mikulášovi Luptáčikovi za ochotu, pomoc, flexibilitu, odborné rady a podnetné pripomienky, ktoré mi pomohli pri písaní tejto práce. Ďakujem aj svojej rodine, priateľom a kolegom za ich trpezlivosť a podporu.

Abstrakt v štátnom jazyku

JURČO, Michal: Dôležitosť jednotlivých odvetví národného hospodárstva [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: prof. Dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik, Bratislava, 2015, 55 s.

Priame ukazovatele veľkosti jednotlivých odvetví ako je množstvo vyrobených produktov, pridanej hodnoty či zamestnanosť nemusí byť jediným kritériom na identifikáciu kľúčových sektorov pre hospodárstvo. Takýto pohľad zároveň predstavuje iba parciálny obraz, keďže sa pozerá na sektory oddelene a nesleduje ich previazanosť. V práci preto prinášame alternatívny postup na identifikáciu kľúčových sektorov, ktorý sa zakladá na input-output analýze a modeloch odvodených Leontiefom a Ghoshom. V práci predstavujeme tzv. odberateľské a dodávateľské väzby, na základe ktorých uvádzame prvú skupinu kľúčových sektorov. Následne predstavujeme indikátor Power-of-Pull na určenie poradia dôležitosti odvetví národného hospodárstva. Skombinovaním tohto indikátora a väzieb predstavujeme kľúčové sektory získané kvantitatívnymi metódami. Vďaka postupu s názvom Minimal Flow Analysis predstavujeme aj kvalitatívny postup, ktorým identifikujeme jadro medzisektorových tokov pre aktuálnu aj štandardnú štruktúru ekonomiky. Nakoniec prienikom všetkých metód získavame kľúčové sektory pre Slovenskú republiku v roku 2009.

Kľúčové slová: Input-output analýza, kľúčové sektory, odberateľské väzby, dodávateľské väzby, minimal flow analysis, Power-of-Pull

Abstract

JURCO, Michal: The importance of individual sectors of the national economy [Diploma thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: prof. Dipl. Ing. Dr. Mikuláš Luptáčik, Bratislava, 2015, 55 p.

Direct indicators of the size of individual sectors such as value of output, value added or employment don't have to be the only criterium for identification of key industries for the economy. This view also presents only partial picture, since it looks at the respective sectors separately and doesn't take into consideration their interconnections. In this paper we provide an alternative method for identification of key industries, which is based on input-output analysis and methods derived by Leontief and Ghosh. We introduce backward and forward intersectoral linkages, based on which we propose first set of key sectors in the economy. Subsequently we introduce Power-of-Pull indicator, which we use for importance ranking of economic sectors. By combining the indicator and linkages, we propose the key sectors based on quantitative methods. Thanks to Minimal Flow Analysis we also introduce qualitative method, with which we identify the core of interindustry flows for actual and also standard structure of the Slovak economy. At the end, by combining all methods, we introduce final set of key sectors for Slovak republic in 2009.

Keywords: Input-output analysis, key sectors, backward linkages, forward linkages, minimal flow analysis, Power-of-Pull

Obsah

Zoznam obrázkov

Zoznam tabuliek

Úvod

V roku 2008 sme boli svedkami toho, ako globálna hospodárska kríza zasiahla ekonomiky po celom svete. Začala sa šíriť zo Spojených štátov amerických a bola dôsledkom hypotekárnej krízy, ktorá sa začala prejavovať už v roku 2007. Dôsledkom bol pád ceny akcií nielen finančných, ale aj energetických, automobilových či metalurgických podnikov. Neskôr sa do recesie dostala celá ekonomika. V Spojených štátoch amerických, ale aj v Európe, sa podľa [6] začali viesť dlhé debaty o tom, ako bude vyzerať plán na zmiernenie dopadu tejto krízy. V USA bol následne predstavený záchranný plán s názvom *Emergency Economic Stabilization Act of 2008*, ktorý mal za úlohu v prvom kole finančne stimulovať finančný a neskôr aj výrobný sektor. V článku [6], ktorý bol motiváciou na vznik tejto práce, sa môžeme dočítať, že napríklad aj 3 veľké americké automobilové firmy, menovite *General Motors*, *Ford* a *Chrysler*, boli výrazne postihnuté recesiou. Ďalej aj IT sektor bol značne zasiahnutý, z ktorého napríklad jedna z najväčších firiem, *IBM*, bola nútená požiadať o pomoc. Prirodzene teda nastáva otázka: "Ktoré sektory hospodárstva sú natoľko dôležité pre ekonomiku, že je potrebné ich zachrániť?"

Ako sme spomínali v odseku vyššie, našou motiváciou bol článok [6] s názvom *Which Industries to Bail Out First in Economic Recession?* od autora s menom *Jianxi Luo*. Na zodpovedanie otázky uvedenej v názve diela, autor predstavuje indikátor *Power-of-Pull*, ktorý je založený na postupe odvodenom Dietzenbacherom v roku 1992 v diele [4] pomocou input-output analýzy. Využívajúc vlastný vektor prislúchajúci dominantnej vlastnej hodnote medzisektorovej transakčnej matice meria dôležitosť jednotlivých sektorov a teda opodstatnenie na ich záchranu počas recesie.

Cieľom práce je aplikovať tento postup na odvetvia slovenskej ekonomiky a identifikovať tak dôležitosť jednotlivých sektorov. Osobitný dôraz chceme klásť na automobilový sektor, pri ktorom očakávame jeho umiestnenie na popredných miestach. Okrem postupu uvedeného v motivačnom článku [6] uvedieme v práci aj ďalšie metódy založené na input-output analýze, pomocou ktorých môžeme identifikovať kľúčové sektory. V prvej kapitole predstavíme základné teoretické poznatky z input-output analýzy, otvorený aj zatvorený *Leontiefov dopytový model*, *Ghoshov ponukový model* a taktiež aj *Cenový model*. V druhej kapitole sa venujeme medzisektorovým väzbám, kde na základe *odberateľských* a *dodávateľských* väzieb určíme poradie sektorov slovenskej ekonomiky a následne určíme ich dôležitosť. V tretej kapitole sa venujeme indikátoru *Power-of-Pull*, pomocou ktorého opäť určíme poradie odvetví. Pomocou týchto dvoch metód, ktoré nazývame aj kvantitatívne metódy, určíme kľúčové sektory hospodárstva na základe kvantitatívnych metód. V štvrtej kapitole sa venujeme kvalitatívnej input-output analýze, kde na základe *Minimal Flow Analysis* určíme jadro medzisektorových tokov, čo budú sektory s najsilnejšími vzájomnými väzbami. Tieto sektory taktiež nazveme kľúčovými. Nakoniec, prienikom kľúčových sektorov získaných všetkými metódami v práci určíme tie sektory, ktoré sú pre slovenskú ekonomiku najdôležitejšie.

1 Kvantitatívna Input-Output analýza

V [1] sa môžeme dočítať, že Input-Output analýza je názov analytického modelu odvodeného profesorom Wassily Leontiefom, za ktorý dostal aj Nobelovu cenu za ekonómiu v roku 1973. Na pomenovanie tohto modelu sa používa aj pojem medzisektorová analýza (angl. interindustry analysis), keďže jeho cieľom je analyzovať vzájomné závislosti sektorov v ekonomike.

V tej najzákladnejšej forme input-output model pozostáva z lineárnych rovníc, ktoré popisujú vzájomné rozdelenie produktov jednotlivých sektorov v hospodárstve. Základom modelu je input-output tabuľka, ktorá je zostrojená z odpozorovaných ekonomických dát pre daný región a pre daný časový úsek (zväčša jeden rok). Tieto tabuľky sa nazývajú aj symetrické tabuľky, keďže riadky aj stĺpce popisujú rovnaké sektory, kde sektory v zmysle producentov sú uvedené ako riadky tabuľky a tie isté sektory v zmysle spotrebiteľov sú uvedené ako stĺpce. Čítajúc tabuľku po stĺpcoch zisťujeme množstvo vstupov (input) do daného sektora, čítajúc tabuľku po riadkoch odčítame množstvo výstupov (output) z daného sektora. Z toho vzniká aj názov input-output tabuľky.

Ilustráciu typickej input-output tabuľky môžeme vidieť aj v Tabuľke 1. Táto tabuľka popisuje tok produktov medzi samotými sektormi navzájom ako aj množstvo produktov vyprodukovaných pre konečnú spotrebu hospodárstva.

Tabuľka 1: Typická input-output tabuľka, Sektor × Sektor

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="8">Sektory ako spotrebitelia</td><td colspan="4">Konečná spotreba</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>Agric.</td><td>Mining</td><td>Const.</td><td>Manuf.</td><td>Trade</td><td>Transp.</td><td>Services</td><td>Other</td><td>Výdavky na osobnú spotrebu</td><td>Súkromné investície</td><td>Vládne nákupy produktov a služieb</td><td>Čistý export produktov a služieb</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Sektory ako producenti</td><td>Agric.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Mining</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Const.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Manuf.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Trade</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Transp.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Services</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Other</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Prid. hodnota</td><td>Zamestnanci</td><td colspan="8">Zamestnanci potrebný na zabezpečenie výroby</td><td colspan="4" rowspan="3">Hrubý Domáci Produkt</td></tr>
<tr><td>Podnikatelia a kapitál</td><td colspan="8">Odpisy kapitálu a zisky</td></tr>
<tr><td>Vláda</td><td colspan="8">Nepriame dane</td></tr>
</table>

Riadky tejto matice reprezentujú rozdelenie výstupov daného sektora v hospodárstve (ako medziprodukt potrebný na ďalšiu výrobu alebo ako finálny produkt). Elektrická energia slúži napríklad aj ako vstup pre výrobu automobilov, ale tiež ako finálny produkt pre domácnosti. Stĺpce matice naopak reprezentujú množstvo vstupov, ktoré daný sektor potrebuje na výrobu jeho produktov. Tieto medzisektorové výmeny reprezentuje sivá časť tabuľky. Pravá časť označená ako konečná spotreba popisuje konečnú spotrebu hospodárstva, či už spotrebu domácností, vlády alebo čistý export. Spodná časť matice s názvom pridaná hodnota ilustruje ďalšie vstupy do produkcie ako je pracovná sila, odpisy kapitálu, nepriame dane či import. Hodnoty takejto matice zväčša reprezentujú peňažnú hodnotu jednotlivých tokov medzi sektormi, aj keď rôzna hodnota peňazí v čase môže predstavovať problémy pri porovnávaní tabuliek pre rôzne roky. V tejto práci sa však zameriame iba na jeden rok, ktorý budeme analyzovať. V prípade potreby porovnania input-output analýzy pre rôzne roky je možné získať aj tabuľky v cenách predchádzajúcich rokov. Pri fyzických jednotkách by sme však mali problém sektory medzi sebou porovnávať.

1.1 Notácia a základné vzťahy

Základný súbor dát v input-output tabuľke predstavujú údaje o transakciách medzi pármi sektorov i a j, ktoré budeme označovať z_{ij}. Je zjavné, že dopyt sektora j po produktoch ostaných sektorov i bude priamo korelovať s výškou jeho produkcie - dopyt automobilovéhho sektora po železe úzko súvisí s množstvom automobilov, ktoré vyrobí. Na druhej strane sa v ekonomike vyskytujú aj spotrebitelia, ktorí sú externí pre priemyselné odvetvie danej krajiny, ako napríklad domácnosti, vláda či medzinárodný obchod. Ich spotreba už nie je natoľko spojená s množstvom ich ďalšej produkcie, ale je spojená s inými faktormi ako sú peňažné prostriedky, potreba ochrany krajiny alebo ceny pohonných hmôt. Takýto dopyt budeme nazývať aj ako *konečný dopyt.*

Ak rozdelíme ekonomiku na n sektorov, celkovú produkciu sektorov označíme ako x_i a f_i označíme veľkosť konečného dopytu po produktoch sektora i, tak môžeme jednoduchou rovnicou ilustrovať distribúciu produktov daného sektora naprieč ekonomikou:

$$x_i = z_{i1} + ... + z_{ij} + ... + z_{in} + f_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ij} + f_i. \tag{1}$$

Takúto rovnicu môžeme napísať pre každý sektor 1 až n nasledovne:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_{11} + ... + z_{1j} + ... + z_{1n} + f_1 \\ &\vdots \\ x_i &= z_{i1} + ... + z_{ij} + ... + z_{in} + f_i \\ &\vdots \\ x_n &= z_{n1} + ... + z_{nj} + ... + z_{nn} + f_n. \end{aligned} \tag{2}$$

Tieto vzťahy môžeme jednoduchšie zapísať pomocou maticového tvaru

$$x = Zi + f, \tag{3}$$

kde $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, $Z = \begin{bmatrix} z_{11} & \dots & z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & \dots & z_{nn} \end{bmatrix}$ a $f = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$. Vektor i predstavuje jednotkový stĺpcový vektor dimenzie n, ktorý sčítava všetky prvky v riadku matice Z.

1.1.1 Input-output tabuľky pre národné účty

Vyššie sme popísali základnú časť input-output tabuliek a to transakcie medzi sektormi navzájom. Tabuľky však ilustrujú celú ekonomiku vrátane spotreby domácností, vlád atď. Pre jednoduchšiu ilutráciu budeme v tejto podkapitole pracovať s ekonomikou, ktorá má iba 2 sektory. V Tabuľke 2 vidíme input-output tabuľku pre takúto zjednodušenú ekonomiku. Koeficienty v časti konečná spotreba predstavujú domácu spotrebu c, spotrebu pre súkromné investície i, spotrebu vlády g a export produktov e príslušných sektorov 1 a 2. Zvyčajne ich zoskupujeme do tzv. domácej konečnej spotreby $(C + I + G)$ a zahraničnej konečnej spotreby (E). V našom prípade určite platí, že $f_i = c_i + i_i + g_i + e_i$, pre $i = 1, 2$.

Pridanú hodnotu tvoria výdavky sektorov na zamestnancov l a ďalšie výdavky ako sú poplatky za vládne služby (dane), kapitálové výdavky, prenájom budov, pozemkov, poplatky z podnikania (profit) atď. Všetky tieto ostatné komponenty pridanej hodnoty označíme ako n.

Na výrobu svojich produktov používajú často jednotlivé sektory aj importované produkty. Jeden z prístupov je uviesť množstvá importovaných tovarov pre daný sektor v riadku nazvanom import a v stĺpci export sú uvádzané množstvá exportovaných

Tabuľka 2: Input-output tabuľka pre zjednodušenú 2-sektorovú ekonomiku

		Sektory 1	Sektory 2	Konečná spotreba (f)				Celkový výstup (x)
Sektory	1	z_{11}	z_{12}	c_1	i_1	g_1	e_1	x_1
	2	z_{21}	z_{22}	c_2	i_2	g_2	e_2	x_2
Pridaná		l_1	l_2	l_C	l_I	l_G	l_E	L
hodnota (v')		n_1	n_2	n_C	n_I	n_G	n_E	N
Import		m_1	m_2	m_C	m_I	m_G	m_E	M
Celkové výdakvy (x')		x_1	x_2	C	I	G	E	X

produkuktov daného sektora. Iný prístup je taký, že export zaznamenaný v konečnej spotrebe je uvádzaný ako čistý export (=export-import). V takom prípade rozlišujeme medzi importovanými produktami, ktoré sa taktiež vyrábajú aj v danej ekonomike (konkurenčný import), a medzi produktami, ktoré sa v ekonomike nevyrábajú a teda je nutné ich importovať (nekonkurenčný import). Hodnoty konkurenčného importu budú v tom prípade zaznamenané v stĺpci popisujúcom čistý export a riadok import bude obsahovať len nekonkurenčný import.

Prvky v časti tabuľky, kde sa križujú stĺpce popisujúce konečnú spotrebu a riadky popisujúce pridanú hodnotu, predstavujú platby konenčných spotrebiteľov na mzdy zamestnancov (napríklad l_C môže predstavovať platby za pomocníkov v domácnosti, l_G zas mzdy na vládnych úradníkov) a pre ostatné prvky pridanej hodnoty môže n_C predstavovať dane platené domácnosťami. Pre riadok import hodnota m_G predstavuje vládny nákup importovaných tovarov, prípadne m_E reprezentuje importované tovary, ktoré sú ďalej exportované.

Sčítaním všetých výstupov ekonomiky (posledný stĺpec v Tabuľke 2) získavame hodnotu produkcie celej ekonomiky

$$X = x_1 + x_2 + L + N + M$$

a sčítaním všetkých výdavkov v ekonomike (posledný riadok v Tabuľke 2) získavame tú istú hodnotu

$$X = x_1 + x_2 + C + I + G + E.$$

Ak nás zaujíma konečný produkt ekonomiky - tovary určené pre konečnú spotrebu, export atď, stačí nám porovnať uvedené rovnice vyššie a odčítať hodnoty x_1 a x_2, vďaka čomu získavame po preskupení členov výraz

$$L + N = C + I + G + (E - M).$$

Ľavá strana výrazu predstavuje hrubý národný príjem (celkové platby v ekonomike) a pravá strana predstavuje hrubý domáci produkt (celkové výdavky na spotrebu, investície, vládne výdavky a hodnotu čistého exportu z ekonomiky).

1.2 Input-output modely

1.2.1 Otvorený Leontiefov dopytový model

V práci s input-output tabuľkami pracujeme so základným predpokladom a to, že medzispotreba medzi sektormi i a j závisí výlučne iba od celkového výstupu sektora j za dané sledované obdobie. Model pracuje so základným predpokladom tzv. *Leontiefovej produkčnej funkcie* čo znamená, že každá jednotka výstupu sektora j vyžaduje konkrétne množstvá vstupov ostatných sektorov. Nie je teda možné, aby sa po zvýšení iba jedného vstupu do sektora j zvýšil celkový výstup daného sektora. Vzťah popisujúci, koľko jednotiek vstupov je potrebných na jednu jednotku výstupu, sa nazýva *technický koeficient* a_{ij}. Nech je teda z_{ij} množstvo ocele kúpenej výrobcami automobilov za minulý rok a x_j nech je množstvo vyrobených automobilov, tak potom pomer týchto dvoch jednotiek udáva množstvo ocele potrebnej na vyrobenie jedného automobilu v danej ekonomike pre daný rok. Z nášho príkladu je teda zjavné, že

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}. \tag{4}$$

V input-output analýze sa používa preformulovaný vzťah a síce $a_{ij}x_j = z_{ij}$. Z tohto vzťahu ľahko vypočítame množstvo vstupov sektora i potrebného na vyrobenie x_j jednotiek sektora j. Taktiež je zjavné, že ak budeme chcieť zdvojnásobiť produkciu, budeme musieť zdvojnásobiť množstvo vstupov z iných sektorov. Ekonomika rozsahu je teda ignorovaná, lebo produkcia v Leontiefovom systéme pracuje s konštantnými výnosmi z rozsahu.

Prepísaním rovnice (2) za použitia technických koeficientov získavame súbor rovníc

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11}x_1 + ... + a_{1i}x_i + ... + a_{1n}x_n + f_1 \\ &\vdots \\ x_i &= a_{i1}x_1 + ... + a_{ii}x_i + ... + a_{in}x_n + f_i \\ &\vdots \\ x_n &= a_{n1}x_1 + ... + a_{ni}x_i + ... + a_{nn}x_n + f_n. \end{aligned} \tag{5}$$

Základnou otázkou input-output analýzy však je: Ak odhadneme veľkosť dopytu exogénnych sektorov (konečnú spotrebu) pre ďalší rok, aké množstvo produktov jednotlivých sektorov má byť vyrobené na uspokojenie tohto dopytu? Pri takto položenej otázke sú v rovnici (5) $f_1, ..., f_n, a_{ij}$ známe premenné a premenné x_j sú neznáme. Prenesením všetkých neznámych na ľavú stranu rovnice získavame n lineárnych rovníc

$$\begin{aligned} &(1 - a_{11})x_1 - ... - a_{1i}x_i - ... - a_{1n}x_n = f_1 \\ &\vdots \\ &-a_{i1}x_1 - ... + (1 - a_{ii})x_i - ... - a_{in}x_n = f_i \\ &\vdots \\ &-a_{n1}x_1 - ... - a_{ni}x_i - ... + (1 - a_{nn})x_n = f_n. \end{aligned} \tag{6}$$

Tieto vzťahy vieme jednoducho zapísať v maticovom tvare

$$(I - A)x = f, \tag{7}$$

kde I je jednotková diagonálna matica, $A = Z\hat{x}^{-1}$ je matica technických koeficientov a $\hat{x}$ je diagonálna matica s prvkami vektora x na hlavnej diagonále. Pre dané f máme teda systém n lineárnych rovníc o n neznámych, ktorý môže a nemusí mať jedno riešenie. Množstvo riešení zavisí od singularity matice $(I-A)$ a teda či existuje matica $(I-A)^{-1}$. Riešenie rovníc (6) resp (7) je teda nasledovné

$$x = (I - A)^{-1}f = Lf, \tag{8}$$

kde L je *Leontiefova inverzia* alebo aj *Matica celkových potrieb*. To, či existuje, a za akých podmienok, nezáporné jedinečné riešenie rovnice (7) pre ľubovolný nezáporný vektor konečnej spotreby f, zodpovedá takzvaná *Hawkins-Simonova podmienka*, ktorá požaduje kladnosť hlavných minorov matice $(I - A)$. Znenie, ako aj dôkaz tejto podmienky, nájdeme v diele [14]. Model popísaný vzťahom (8) sa nazýva *Leontiefov otvorený input-output model*.

1.2.2 Aproximácia inverzie (I-A) pomocou nekonečného radu

V reálnom svete pri používaní input-output tabuliek sa stáva, že tabuľky so stovkami sektorov nie sú nezvyčajné. Kedysi takéto tabuľky predstavovali veľký problém, keďže výpočtová kapacita počítačov bola značne obmedzená. Inverzia veľkých matíc bola takmer nemožná. Jedným z prístupv bolo agregovanie dát do menšieho počtu sektorov, či invertovanie matice po menších častiach. Existuje však aj postup, aplikovaním ktorého vieme dostatočne dobre aproximovať výraz $(I-A)^{-1}$ bez nutnosti invertovania veľkých matíc, naviac bude mať takýto postup aj ekonomickú interpretáciu.

Z definície vieme, že matica A má nezáporné členy, teda $a_{ij} \geqq 0$ pre všetky i a j. V otvorenom modeli môžeme pokojne predpokladať, že každý sektor využíva aj exogénne vstupy, ako je pracovná sila, na výrobu svojich produktov a teda určite platí, že stĺpcový súčet $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1$ pre všetky j. Stĺpcový súčet matice A predstavuje peňažnú hodnotu množstva vstupov potrebných na vytvorenie jednej jednotky výstupov, opäť v peňažnom zmysle. Vďaka týmto dvom vlastnostiam (nezápornosť členov a stĺpcový súčet menší ako jedna) je možné aproximovať množstvo výstupov x prisúchajúcich k danej konečnej spotrebe f bez nutnosti invertovania matice $(I-A)$.

Pozrime sa na nasledovný výraz

$$(I-A)(I+A+A^2+A^3+...+A^n).$$

Prenásobením konečného radu na pravej strane zátvorkou vľavo získavame jednoduchý výraz

$$(I-A)(I+A+A^2+A^3+...+A^n) = (I-A^{n+1}), \tag{9}$$

keďže všetky ostatné členy sa navzájom odčítajú. Keďže platí, že $a_{ij} \geqq 0$ a taktiež, že súčet prvkov v stĺpci matice A je menší ako jedna, tak potom pre veľké n (pre $n \to \infty$) prvky matice A^{n+1} budú nulové ($A^{n+1} \to 0$). Na pravej strane výrazu (9) nám ostáva iba jednotková matica I a teda nekonečný rad, ktorý sme prenásobovali zátvorkou $(I-A)$ spĺňa podmienku inverznej matice.

Nech norma matice A (budeme označovať $N(A)$) je najväčší stĺpcový súčet matice. Pre dve matice A a B, ktoré budeme násobiť, platí, že násobok noriem týchto dvoch matíc nie je menší ako norma ich násobku. Nahradením matice B tou istou maticou A

teda získavame vzťah $N(A)N(A) \geq N(A^2)$ a podobne tiež platí, že

$$[N(A)]^n \geq N(A^n). \tag{10}$$

Naviac stále platí, že stĺpcový súčet matice A je menší ako jedna, platí teda aj $N(A) < 1$. Zároveň $a_{ij} \geq 0$ pre všetky i, j a taktiež všetky členy matice A sú menšie, ako $N(A)$. Môžeme teda ukázať, že:

1. $N(A) < 1 \Longrightarrow [N(A)]^n \to 0$ pre $n \to \infty$,
2. zo vzťahu (10) teda vyplýva, že aj $N(A^n) \to 0$ pre $n \to \infty$,
3. teda všetky členy matice $A^n \to 0$.

Pravá strana výrazu (9) sa teda pre $n \to \infty$ rovná identite a teda môžeme tvrdiť, že

$$L = (I - A)^{-1} = (I + A + A^2 + A^3 + ...). \tag{11}$$

Potom rovnicu (9) môžeme prepísať do tvaru

$$x = f + Af + A^2f + A^3f + ... = f + Af + A(Af) + A(A^2f) + ... \tag{12}$$

Dokonca aj s dnešnými modernými počítačmi môžu byť aproximácie v (11) a (12) užitočné, keďže násobenie matíc je výpočtovo omnoho jednoduchšie a časovo menej náročné, ako invertovanie.

Zo zápisu v (12) môžeme pozorovať, že na zabezpečenie konečnej spotreby f musia sektory v prvom rade také množtvo produktov vyrobiť. Na jeho výrobu však budú potrebovať ďalšie vstupy Af, ktoré nazývame priame vstupy. Na výrobu týchto priamych vstupov budeme však potrebovať ďalšie vstupy $A(Af)$, ktoré nazývame nepriame vstupy. Takto môžeme pokračovať až donekonečna. Avšak platí, že po 7-8 kroku budú prírastky insignifikantné. Otvorený Leontiefov model nám teda pomáha zachytávať priame aj nepriame vstupy potrebné na uspokojenie konečnej spotreby v ekonomike.

1.2.3 Zatvorený Leontiefov dopytový model

Autori Miller a Blair v diele [1] z roku 2009 uvádzajú modifikáciu vyššie predstaveného modelu, $x = (I - A)^{-1}f$. Model závisí od existencie exogénneho sektora, ktorý je externý k technologicky prepojeným sektorom a ktorý vytvára konečný dopyt po ich

Tabuľka 3: Input-output tabuľka s medzisektorovými tokmi spolu s domácnosťami ako endogénnym sektorom

		Kupujúce sektory					
		1	...	j	...	n	Domácnosti (spotreba)
	1	z_{11}	...	$z_{1,j}$	...	$z_{1,n}$	$z_{1,n+1}$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
Predávajúce sektory	i	z_{i1}	...	z_{ij}	...	z_{in}	$z_{i,n+1}$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
	n	z_{n1}	...	z_{nj}	...	z_{nn}	$z_{n,n+1}$
	Domácnosti (pracovná sila)	$z_{n+1,1}$	...	$z_{n+1,j}$	...	$z_{n+1,n}$	$z_{n+1,n+1}$

produktoch. Základné prvky tohto sektora sú spotreba domácností, vlády, investície a čistý export. Zaradenie spotreby domácností do exogénnej časti modelu je otázne, keďže ľudia majú značný príjem z práce pre sektory danej ekonomiky a taktiež ako spotrebitelia míňajú tieto peniaze na kúpu produktov z tohto systému. Teda zmena v množstve pracovnej sily potrebnej na zvýšenú produkciu jednotiek niektorého sektora má za následok zmenu v množstve výdavkov domácností. Aj keď sú tieto výdavky určené na konečnú spotrebu statkov, množstvo tejto spotreby sa odvíja od ich príjmov, ktoré sa odvíjajú od množstva výroby jednotlivých sektorov. Vidíme teda, že aj konečná spotreba domácností má prepojenie na výrobný sektor a môžeme ju teda presunúť do endogénnej časti tabuľky ako ďalší sektor. Takýto krok sa nazýva uzavretie modelu vzhľadom na domácnosti. Potrebujeme do tabuľky teda pridať riadok a stĺpec popisujúci transakcie tohto nového sektora. Nový riadok v matici reprezentuje distribúciu pracovnej sily medzi ostatné sektory a stĺpec je určený pre štruktúru výdavkov domácností rozdelenú medzi ostatné sektory. V tabuľke nám teda vznikne $(n+1)$ riadok reprezentujúci mzdy zamestnancov $[z_{n+1,1}, ..., z_{n+1,n}]$ a taktiež aj $(n+1)$-vý stĺpec

$\begin{bmatrix} z_{1,n+1} \\ \vdots \\ z_{n,n+1} \end{bmatrix}$ reprezentujúci ich spotrebu. Nakoniec, element v $(n+1)$ riadku a $(n+1)$ stĺpci $z_{n+1,n+1}$ predstavuje výdavky domácností na mzdy ich pomocníkov. Tabuľka 3 ilustruje takto upravenú input-output tabuľku tokov medzi sektormi.

Ak sa teraz pozrieme na rovnicu (2), i-ty riadok bude teda vyzerať nasledovne:

$$x_i = z_{i1} + ... + z_{ij} + ... + z_{in} + z_{i,n+1} + f_i^*, \tag{13}$$

kde f^* je teraz zvyšok konečnej spotreby produktov sektora i. Do systému rovníc (2) nám ešte pribudne ďalšia rovnica a to

$$x_{n+1} = z_{n+1,1} + ... + z_{n+1,j} + ... + z_{n+1,n} + z_{n+1,n+1} + f_{n+1}^*. \tag{14}$$

Posledný člen môže reprezentovať napríklad platby vlády na zamestnancov. Technické koeficinety pre nový endogénny sektor domácností nájdeme rovnako ako predtým a to tak, že hodnotu výdavkov sektora j na pracovnú silu $z_{n+1,j}$ vydelíme celkovou hodnotou výstupu daného sektora. Získame tak množstvo pracovnej sily potrebnej na výrobu jednej jednotky produktu $a_{n+1,j} = z_{n+1,j}/x_j$. Podobne postupujeme pri novovzniknutom stĺpci - spotreba domácností výstupov sektora i je vydelená celkovým výstupom sektora domácností a teda celkovým zárobkom pracovnej sily x_{n+1}. Systém rovníc (6) bude v tomto prípade uzavretého modelu nasledovný:

$$\begin{aligned}
(1-a_{11})x_1 - ... - a_{1i}x_i - ... - a_{1n}x_n - a_{1,n+1}x_{n+1} &= f_1^* \\
&\vdots \\
-a_{i1}x_1 - ... + (1-a_{ii})x_i - ... - a_{in}x_n - a_{i,n+1}x_{n+1} &= f_i^* \\
&\vdots \\
-a_{n1}x_1 - ... - a_{ni}x_i - ... + (1-a_{nn})x_n - a_{n,n+1}x_{n+1} &= f_n^* \\
-a_{n+1,1}x_1 - ... - a_{n+1,n}x_n + (1 - a_{n+1,n+1}x_{n+1}) &= f_{n+1}^*.
\end{aligned} \tag{15}$$

Označme novovzniknutý riadkový vektor vstupov pracovnej sily v matici technických koeficientov ako $h_R = [a_{n+1,1}..., a_{n+1,n}]$ a stĺpcový vektor spotreby domácností ako $h_C = \begin{bmatrix} a_{1,n+1} \\ \vdots \\ a_{n,n+1} \end{bmatrix}$ a nakoniec nech $h = a_{n+1,n+1}$. Potom nová matica technických koeficientov dimenzie $(n+1) \times (n+1)$ má tvar $\bar{A} = \begin{bmatrix} A & h_C \\ h_R & h \end{bmatrix}$. Pre získanie konečného tvaru uzavretého Leontiefovho modelu označme $\bar{f} = \begin{bmatrix} f^* \\ f^*_{n+1} \end{bmatrix}$ a taktiež aj $\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_{n+1} \end{bmatrix}$.

Nový model má teda nasledovný tvar

$$(I - \bar{A})\bar{x} = \bar{f}, \tag{16}$$

alebo

$$\begin{bmatrix} I - A & -h_C \\ -h_R & (1-h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^* \\ f^*_{n+1} \end{bmatrix}. \tag{17}$$

V prípade nesingularity matice $(I - A)$ vieme riešenie prepísať ešte do tvaru

$$\bar{x} = (I - \bar{A})^{-1}\bar{f}. \tag{18}$$

Vďaka vzťahom vyššie vieme teda vypočítať dopad zvýšenej konečnej spotreby na jednotlivé výrobné sektory ako aj na domácnosti. Takéto uzavretie modelu má za následok, pri vyššej konečnej spotrebe, generovať väčší vplyv na ekonomiku. Zvýšená konečná spotreba spôsobuje vyšší dopyt po pracovnej sile, ktorá má následne vyššiu spotrebu, ktorú opäť bude potrebné uspokojiť vyššou produkciou.

Podobné uzavretie modelu môže byť spravené aj pre iné prvky konečnej spotreby, ako sú napríklad vládne aktivty. Avšak, keďže spotreba domácností je často najväčší prispievateľ do konečnej spotreby vďaka relatívne priamej spojitosti príjmov a spotreby domácností, je tento sektor najčastejšie presúvaný do endogénnej časti modelu. V reálnom svete však môže byť celý postup komplikovanejší. Model výdavkov je totiž rôzny pre zôzne skupiny obyvateľstva. Nárast príjmu o 100EUR u ľudí s mesačným platom napríklad 800EUR má za následok iné správanie ako takýto nárast príjmu pre človeka s mesačným príjmom 5000EUR. V takomto prípade je možné rozdeliť domácnosti do rôznych príjmových skupín. Hlbšie sa tomuto problému venujú autori diela [1] v kapitolách 3, 6 a 10.

1.2.4 Cenový model

Obidva modely preberané vyššie využívali input-output tabuľky, ktoré boli vedené v peňažných dátach, a teda transakcie medzi sektormi boli udávané ako peňažná hodnota jednotlivých tokov. Rovnako bola cena v daných modelov bola konštantná, menilo sa akurát množstvo vyprodukovaného tovaru, resp. množstvo tovarov v peňažnej hodnote potrebné na konečnú spotrebu. Autori diela [1] uvádzajú aj cenový model, v ktorom budeme mať naopak konštantné množstvo produktov a budeme sledovať dopad zmeny nákladov na výrobu.

Pre jednoduchšie zápisy budeme predpokladať, že časť input-output tabuľky nazývaná pridaná hodnota v bude zastúpená len nákladmi na pracovnú silu. Videli sme, že ak všetky vstupy boli využité na produkciu či konečnú spotrebu, tak súčet prvkov v j-tom stĺpcy bol totožný so súčtom v j-tom riadku. Sčítaním všetkých vstupov do sektora j, teda j-teho stĺpca dostávame výraz $x_j = \sum_{i=1}^{n} z_{ij} + v_j$, inak zapísaný ako

$$x' = i'Z + v', \tag{19}$$

kde $v' = [v_1, ..., v_n]$, kde v reprezentuje ďalšie výdavky sektorov. Ak nahradíme $Z = A\hat{x}$ a prenásobíme výraz hodnotou $\hat{x}^{-1}$, dostaneme

$$x'\hat{x}^{-1} = i'A\hat{x}\hat{x}^{-1} + v'\hat{x}^{-1}, \tag{20}$$

po úpravách máme výraz

$$i' = i'A + v_c', \tag{21}$$

kde $v_c' = v'\hat{x}^{-1} = [v_1/x_1, ..., v_n/x_n]$. Pravá strana výrazu (21) predstavuje náklady na vstupy potrebné na jednu jednotku výstupu daného sektora. Pripomíname, že produkty respektíve výstupy sektorov sú vyjadrované v ich peňažnej hodnote. Keďže ceny produktov sektora sú nastavené ako celkové náklady na výrobu (vo všeobecnosti by tam boli zahrnuté aj zisky výrobcov, teda marža) každá cena je rovná 1, čo je ľavá strana rovnice (21). Ak nastavíme cenu rovnú $\tilde{p}_j$, teda $\tilde{p}' = [p_1, ..., p_n]$, potom cenový input-output model vyzerá nasledovne

$$\tilde{p}' = \tilde{p}'A + v_c', \tag{22}$$

ktorého úpravou získavame

$$\tilde{p}' = v_c'(I - A)^{-1} = v_c'L. \tag{23}$$

Tento model sa často udáva aj v jeho transponovanej podobe:

$$\tilde{p} = (I - A')^{-1}v_c = L'v_c \tag{24}$$

a ilustruje dopad zmeny hodnoty priamych výdavkov do produkcie na výslednu cenu produktov. Ceny produktov sú teda určované na základe exogénnych hodnôt (nákladov) na primárne vstupy. Logika tohto modelu je taká, že zmeny v nákladoch na pracovnú silu vedú k zmene jednotkových cien produktov (nie k zmene vyrobeného množstva). Ak sa predchádzajúce modely nazývajú aj tzv. *demand-pull input-output modely*, tak tento model má názov *cost-push input-output model*. Tabuľka 4 sumarizuje tieto dva tipy modelov, kde indexy 0 a 1 predstavujú hodnoty pred a po zmene exogénnych premenných.

Tabuľka 4: Leontiefove input-output modely, kvantitatívny a cenový

Leontiefov kvantitatívny model	Exogénne premenné	$f^1 = [f_i^1]$
(demand-pull)		alebo
(ceny fixné, množstvá sa menia)		$\triangle f = [\triangle f_i]$
	Endogénne premenné	$x^1 = L^0 f^1$
		alebo
		$\triangle x = L^0(\triangle f)$
Lentiefov cenový model	Exogénne premenné	$v_c^1 = (\hat{x}^0)^{-1} v^1$
(cost-push)		alebo
(množstvá fixné, ceny sa menia)		$\triangle v_c = (\hat{x}^0)^{-1}(\triangle v)$
	Endogénne premenné	$\tilde{p}^1 = (L^0)' v_c^1$
		alebo
		$\triangle p = (L^0)' \triangle v_c$

1.2.5 Ghoshov ponukový model

Podľa [1] v roku 1958 Ghosh predstavil alternatívny model k známemu Leontiefovmu ipnut-output modelu. V predchádzajúcich modeloch Leontiefova inverzia L predstavuje multiplikátori, pomocou ktorých získame množstvo výstupov jednotlivých sektorov potrebných pre uspokojenie konečnej spotreby f, teda produktov, ktoré na konci procesu opúšťajú medzisektorový systém. Ghosh prináša alternatívny prístup, kde Ghoshova inverzia G určuje multiplikátori, ktoré pripisujú množstvo výstupov jednotlivých sektorov pre dané množstvo primárnych vstupov do systému, teda pre hodnoty vstupujúce do systému na začiatku procesu (ako napríklad pracovná sila, kapitál...). Tento prístup v podstate rotuje pôvodný Leontiefov stĺpcový pohľad. Namiesto vydelenia každého stĺpca matice Z hodnotou celkového výstupu sektora prislúchajúceho danému stĺpcu na získanie technických koeficientov budeme v tomto prístupe deliť každý riadok matice Z hodnotou celkového výstupu sektora pruslúchajúceho danému riadku. Získavame tak v tomto prípade maticu B, ktorej členy budeme nazývať *koeficienty pridelenia*. Pre dvojsektorovú ekonomiku by to znamenalo

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_{11}}{x_1} & \frac{z_{12}}{x_1} \\ \frac{z_{21}}{x_2} & \frac{z_{22}}{x_2} \end{bmatrix} = \mathbf{\hat{x}^{-1}Z}, \tag{25}$$

kde $\hat{x}$ je diagonálna matica s prvkami vektora x na diagonále a nulami inde. Koeficient b_{ij} preto predstavuje množstvo, ktoré sektor i dodáva do sektora j potrebné na výrobu jednej jednotky tohto sektora.

Využitím vzťahu (19) a toho, že $Z = \hat{x}B$, môžeme rovnicu (19) prepísať do nasledovného tvaru

$$x' = i'\hat{x}B + v' = x'B + v'. \tag{26}$$

Ďalšou úpravou získavame tvar

$$x' = v'(I - B)^{-1}. \tag{27}$$

Definujme inverznú Ghoshovu maticu $G = (I-B)^{-1}$, ktorej členy môžeme interpretovať ako multiplikátori vplyvu primárnych vstupov sektora i na výstupy sektora j. Inými slovami hovorí o tom, aký vplyv má zmena primárnych vstupov na vyrobené množstvo produktov v ekonomike. Rovnicu (27) môžme prepísať do tvaru

$$x' = v'G, \tag{28}$$

respektíve po transpozícií máme

$$x = G'v. \tag{29}$$

Ak chceme zistiť vplyv zmeny primárnych vstupov na množstvo výstupov ekonomiky, môžeme rovno použiť vzťah

$$\triangle x = G'\triangle v. \tag{30}$$

V prípade, že sa zmení hodnota primárneho vstupu v_i o jednu jednotku, tak potom g_{ij} predstavuje zmenu celkového výstupu $\triangle x_j$ sektora j. Ak napríklad $g_{ij} = 0.72$, tak potom to znamená, že ak sa množstvo pracovnej sily pre sektor i zníži o jednu jednotku (napríklad kvôli štrajku), tak sektor j vyprodukuje o 0.72 menej produktov.

2 Medzisektorové väzby v input-output modeloch

Podľa autorov Millera a Blaira v diele [1] z roku 2009, produkcia každého sektora má dva druhy dopadov na ostatné sektory ekonomiky. Zvýšením produkcie sektora j sa zvýši dopyt tohto sektora po produktoch, ktoré odberá od iných sektorov a slúžia ako vstupy pre jeho produkciu. Tento typ kauzality môžeme sledovať aj v Lentiefovom dopytovom modeli (tzv. demand side model). Na pomenovanie tohto druhu prepojenia sektorov budeme preto používať výraz *odberateľské väzby* (angl. *backward linkages*). Na druhej strane, zvýšenie produkcie sektora j znamená, že v ekonomike je viac produktov tohto sektora, ktoré dodávame ako vstupy na ďalšiu výrobu produktov takých sektorov, ktoré odoberajú vstupy od sektora j. Takúto kauzalitu môžeme pozorovať v Ghoshovom ponukovom modeli (tzv. supply side model). Tento druh prepojenia sektorov budeme nazývať ako *dodávateľské väzby* (angl. *forward linkages*).

Na kvantifikovanie takýchto väzieb boli odvodené viaceré postupy, ktoré si neskôr predstavíme. Sila, respektíve veľkosť týchto väzieb, môže predstavovať jeden z prístupov ako identifikovať, ktoré sektory sú kľúčové v danej ekonomike a ktoré nie. Sektory, ktoré sú najviac prepojené s ďalšími sektormi, majú väčší vplyv na chod ekonomiky. Svojou zvýšenou produkciou buď ťahajú tie sektory, od ktorých nakupujú vstupy, alebo ťahajú tie sektory, ktoré nakupujú svoje vstupy od daného sektora. Kľúčové sektory budú tie, ktoré posúvajú ekonomiku vpred oboma smermi.

2.1 Odberateľské väzby

Podľa [1] je sila odberateľských väzieb v najjednoduchšej forme pre sektor j meraná ako súčet prvkov v *stĺpci* j v matici technických koeficientov A, konkrétne $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$. Keďže koeficienty v tejto matici popisujú len priame prepojenie sektorov, takéto prepojenie budeme nazývať aj ako *priama odberateľská väzba*, matematicky zapísaná ako

$$BL(d)_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}, \tag{31}$$

ktorá hovorí o celkovom množstve vstupov, ktoré sektor j odberá na výrobu jednej jednotky svojho produktu. V zmysle transakčnej matice Z je to v podstate množstvo priamych vstupov do výroby sektora j ($\sum_{i=1}^{n} z_{ij}$) v pomere s množstvom celkových výstupov sektora (x_j). Tento postup v zmysle transakcií bol prvýkrát uvedený autormi

Chenery a Watanabe v diele [2]. Ak definujeme vektor týchto priamych odberateľských väzieb ako $b(d) = [BL(d)_1, ..., BL(d)_n]$, potom môžme (31) zapísať aj v maticovom tvare nasledovne

$$b(d) = i'A. \tag{32}$$

Ak by sme chceli zachytiť priame aj nepriame medzisektorové väzby, tak je podľa [1] potrebné zobrať stĺpcový súčet Leontiefovej inverznej matice L. Táto metóda sa podľa [9] nazýva aj *Rasmussenova metóda* a pre sektor j vyzerá takto

$$BL(t)_j = \sum_{i=1}^{n} l_{ij}, \tag{33}$$

respektíve maticovo zapísaná ako

$$b(t) = i'L, \tag{34}$$

kde člen $b_i(t)$ predstavuje celkové množstvo vstupov potrebných na uspokojenie jednej jednotky konečnej spotreby po produktoch sektora i. Pre lepšiu klasifikáciu uvedených väzieb je ešte potrebné ich normalizovať. My budeme v tejto práci používať nasledovnú formu normalizácie

$$\bar{b}(d) = \frac{i'A}{(i'Ai)/n} = \frac{ni'A}{i'Ai}, \tag{35}$$

kde hodnota odberateľskej väzby sektora je vydelená jednoduchým priemerom všetkých takýchto väzieb (na normalizáciu môžu byť využité aj rôzne vážené priemery všetkých odberateľských väzieb). Pre Rasmussenovu metódu bude normalizácia nasledovná

$$\bar{b}(t) = \frac{i'L}{(i'Li)/n} = \frac{ni'L}{i'Li}. \tag{36}$$

Keďže priemerná hodnota normalizovaných väzieb je 1, z toho vyplýva, že všetky väzby väčšie ako toto číslo budú považované za silné nadpriemerné väzby a naopak.

2.2 Dodávateľské väzby

Podobne ako v predchádzajúcej podkapitole boli matica technických koeficientov A, Leontiefova inverzná matica L a ich *riadkové súčty* podkladom na meranie priamych a celkových dodávateľských väzieb. Podľa [1] sa však tento postup stretol so značnou mierou skepticizmu. Z toho dôvodu sa neskôr, na výpočet dodávateľských väzieb, začal využívať Ghoshov model, ktorý sme predstavili v kapitole 1.2.5.

Na meranie priamych dodávateľských väzieb budeme využívať *riadkový súčet* prvkov v matici B pre daný sektor (Bi). V zmysle transakčnej matice Z je to množstvo predaných produktov sektora i do ostatných sektorov $\sum_{j=1}^{n} z_{ij}$ v pomere s jeho celkovou produkciou x_i. Rovnako aj tento model bol podľa [9] prvýkrát uvedený autormi Chenery a Watanabe a preto sa nazýva ako *Chenery-Watanabe metóda*. Ak chceme merať priame aj nepriame väzby, využijeme v tomto prípade Ghoshovu inverznú maticu G a opäť jej riadkové súčty. Táto metóda dostala názov ako *Jonesova metóda*. Pararelne k (31) a (33) máme rovnice

$$FL(d)_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \tag{37}$$

a

$$FL(t)_i = \sum_{j=1}^{n} g_{ij}, \tag{38}$$

kde $FL(d)_i$ predstavuje podiel produkcie sektora i, ktorý sa dodáva na ďalšiu produkciu. $FL(t)_i$ na druhú stranu predstavuje celkový vplyv jednej jednotky primárnych vstupov do sektora i na ekonomiku. Nakoniec je pre účely klasifikácie opäť potrebné normalizovanie.

Sumár vyššie popísaných metód je možné nájsť v Tabuľke 5, kde $\overline{BL}$ a $\overline{FL}$ predstavujú normované väzby s priemernou hodnotou 1.

Tabuľka 5: Sumár výpočtu medzisektorových priamych aj celkových väzieb

	BL	FL	$\overline{BL}$	$\overline{FL}$
Priame väzby	$i'A$	Bi	$\frac{ni'A}{i'Ai}$	$\frac{ni'B}{i'Bi}$
Celkové väzby	$i'L$	Gi	$\frac{ni'L}{i'Li}$	$\frac{ni'G}{i'Gi}$

2.3 Klasifikácia väzieb a výber kľúčových sektorov

Aby sme vedeli identifikovať dôležitosť jednotlivých sektorov na základe ich medzisektorovýh väzieb, potrebujeme ich jednoducho a prehľadne zatriediť. Autori v [1] identifikujú ako kľúčové sektory tie, ktoré majú nadpriemerné odberateľské ale aj dodávateľské väzby (teda ich normalizované tvary sú väčšie ako 1). Zároveň rozdeľujú všetky sektory do štyroch skupín a to:

1. Všeobecne nerelevantné sektory (obidve väzby sú *menšie* ako 1),

Tabuľka 6: Klasifikácia sektorov podľa veľkosti ich väzieb na ostatné sektory

		Dodávateľské väzby	
		(< 1)	(> 1)
Odberateľské	(< 1)	Všeobecne nerelevantné	Silné dodávateľské väzby
väzby	(> 1)	Silné odberateľské väzby	Kľúčové sektory

2. Kľúčové sektory (obidve väzby sú *väčšie* ako 1),

3. Sektory so silnými odberateľskými väzbami (iba odberateľské väzby sú *väčšie* ako 1),

4. Sektory so silnými dodávateľskými väzbami *väčšie* ako 1).

Celá klasifikácia sektorov je zosumarizovaná aj v Tabuľke 6

2.4 Výsledky jednotlivých väzieb pre slovenskú ekonomiku

V tejto časti kapitoly uvedieme konkrétne hodnoty odberateľských aj dodávateľských väzieb pre jednotlivé sektory slovenskej ekonomiky. Vychádzali sme z postupov popísaných v kapitolách 2.1, 2.2 a 2.3. Input-output tabuľky pre slovenskú ekonomiku je možné voľne stiahnuť na stránkach www.wiod.org, kde ich uvádzajú vo formáte sektor×sektor, v súčasných cenách a všetky hodnoty sú uvedené v miliónoch US$. V čase písania tejto práce boli dostupné tabuľky pre roky 1995 až 2011.

V uvedených tabuľkách máme ekonomiku rozdelenú do 35 sektorov, ďalej však budeme v tejto práci pracovať len s 34 sektormi, keďže posledný z nich s názvom *Private Households with Employed Persons* má v tabuľkách pre všetky dostupné roky nulové hodnoty. V Tabuľke 7 môžme vidieť všetky sektory aj s príslušnými skratkami, ktoré budeme pre pomenovanie sektorov používať.

Tabuľka 7: Zoznam sektorov slovenskej ekonomiky spolu s ich skratkami

Por. číslo sektora	**Názov sektora**	**Skratka**
1	Agriculture, Hunting, Forestry and Fishing	Agr
2	Mining and Quarrying	MaQ
3	Food, Beverages and Tobacco	FBT
4	Textiles and Textile Products	Txt
5	Leather, Leather and Footwear	Lth
6	Wood and Products of Wood and Cork	WaC
7	Pulp, Paper, Printing and Publishing	PPr
8	Coke, Refined Petroleum and Nuclear Fuel	RfP
9	Chemicals and Chemical Products	Chm
10	Rubber and Plastics	RbP
11	Other Non-Metallic Mineral	Mnr
12	Basic Metals and Fabricated Metal	Mtl
13	Machinery, Nec	Mchn
14	Electrical and Optical Equipment	Opt
15	Transport Equipment	Trn
16	Manufacturing, Nec; Recycling	Man
17	Electricity, Gas and Water Supply	EGW
18	Construction	Cns
19	Sale, Maintenance and Repair of Motor Vehicles and Motorcycles; Retail Sale of Fuel	Vhc-SMR
20	Wholesale Trade and Commission Trade, Except of Motor Vehicles and Motorcycles	Whl
21	Retail Trade, Except of Motor Vehicles and Motorcycles; Repair of Household Goods	Rtl
22	Hotels and Restaurants	HaR
23	Inland Transport	InT
24	Water Transport	WtT
25	Air Transport	ArT
26	Other Supporting and Auxiliary Transport Activities; Activities of Travel Agencies	Sup-Trn
27	Post and Telecommunications	Pst
28	Financial Intermediation	Fin
29	Real Estate Activities	REst

30	Renting of M&Eq and Other Business Activities	Rnt-MEq
31	Public Admin and Defence; Compulsory Social Security	Sec
32	Education	Edu
33	Health and Social Work	Hth
34	Other Community, Social and Personal Services	Soc
35	Private Households with Employed Persons	PrH

V nasledujúcej časti uvedieme poradie, v ktorom sa umiestnili sektory pri jednotlivých väzbách, kde pre porovnanie uvedieme všetky metódy. Pre odberateľské väzby to sú:

- *Chenery-Watanabe* metódu - stĺpcové súčty matice technických koeficientov A (berie do úvahy len priame väzby),
- *Rasmussenovu* metódu - stĺpcové súčty Leontiefovej inverznej matice L (berie do úvahy priame aj nepriame väzby).

Naopak, pre dodávateľské väzby máme tieto metódy:

- *Chenery-Watanabe* metódu - riadkové súčty matice B (berie do úvahy len priame väzby),
- *Jones* metódu - riadkové súčty Ghoshovej inverznej matice G (berie do úvahy priame aj nepriame väzby).

V tabuľkách 8 a 9 uvádzame poradie jednotlivých sektorov pre všetky metódy uvedené vyššie, konkrétne pre rok 2009. Tento rok sme vybrali z toho dôvodu, že rok 2009 je rok, kedy sa naplno prejavili dôsledky hospodárskej krízy. V jednotlivých tabuľkách sú uvádzané jednotlivé hodnoty daných väzieb pre danú metódu a v stĺpci vedľa je vždy uvedené poradie, v akom sa daný sektor umiestnil v rámci danej metódy. Prvý stĺpec udáva skratku sektora, pre ktorý platia výsledky. Význam jednotlivých skratiek je možné nájsť v Tabuľke 7. Tabuľka 8 zobrazuje výsledky pre odberateľské väzby a Tabuľka 9 pre dodávateľské väzby.

Tabuľka 8: Odberateľské väzby pre jednotlivé sektory v roku 2009 a ich poradie, sektory sú zoradené zostupne na základe odberateľských väzieb Rasmussenovej metódy

	2009								
	Chen.-Wat.	**Rank**	**Rasm.**	**Rank**		**Chen.-Wat.**	**Rank**	**Rasm.**	**Rank**
Trn	1,382	3	1,394	1	**Man**	1,083	16	1,041	18
Opt	1,439	2	1,364	2	**WtT**	0,895	20	0,965	19
RfP	1,588	1	1,248	3	**WaC**	0,962	19	0,940	20
Mchn	1,261	5	1,185	4	**Whl**	0,855	21	0,910	21
Lth	1,259	6	1,181	5	**Vhc-SRM**	0,817	23	0,906	22
Sup-Trn	1,279	4	1,179	6	**Agr**	0,844	22	0,891	23
EGW	1,256	7	1,173	7	**Rnt-MEq**	0,811	24	0,849	24
Chm	1,239	9	1,168	8	**Pst**	0,804	25	0,836	25
RbP	1,248	8	1,165	9	**HaR**	0,734	27	0,823	26
Mtl	1,209	11	1,127	10	**Hth**	0,690	30	0,823	27
FBT	1,227	10	1,092	11	**MaQ**	0,689	31	0,823	28
Ppr	1,158	12	1,084	12	**Rtl**	0,729	28	0,810	29
ArT	1,150	13	1,071	13	**Soc**	0,710	29	0,795	30
Mnr	1,113	14	1,070	14	**Fin**	0,766	26	0,791	31
Txt	1,106	15	1,060	15	**Sec**	0,665	32	0,780	32
Cns	1,069	17	1,047	16	**REst**	0,473	33	0,691	33
InT	1,062	18	1,042	17	**Edu**	0,426	34	0,675	34

Porovnaním uvedených metód pre odberateľské väzby môžeme urobiť tieto pozorovania:

- medzi jednotlivými metódami nepozorujeme markantné rozdiely v umiestnení sektorov,
- *Transport Equipment*, čo je automobilový sektor, sa zahrnutím nepriamych väzieb dostáva z tretieho na prvé miesto, kde si vymenil pozíciu s *Coke, Refined Petroleum and Nuclear Fuel* sektorom,
- na druhom mieste sa pri použití obidvoch metód umiestnil sektor *Electrical and Optical Equipment.*

Pre pripomenutie, sektory s výraznými odberateľskými väzbami pri zvýšenej konečnej spotrebe ovplyvňujú ekonomiku tak, že nadpriemerne ťahajú ďalšie sektory, od ktorých nakupujú produkty ako vstupy do svojej produkcie. Zvýšenie dopytu po produktoch automobilového sektora bude mať v rámci odberateľských väzieb za následok najmarkantnejšie zvýšenie dopytu po vstupoch do jeho výroby v porovnaní s podobnou zmenou pre ostatné sektory. Naopak, sektory s výraznými dodávateľskými väzbami pri zvýšenej konečnej spotrebe napriemerne ťahajú sektory, ktoré používajú výstupy týchto sektorov ako vstupy do svojej produkcie.

Tabuľka 9: Dodávateľské väzby pre jednotlivé sektory v roku 2009 a ich poradie, sektory sú zoradené zostupne na základe väzieb Jonesovej metódy

	2009								
	Chen.-Wat.	**Rank**	**Jones**	**Rank**		**Chen.-Wat.**	**Rank**	**Jones**	**Rank**
EGW	1,978	3	1,472	1	**RfP**	0,949	19	0,987	18
MaQ	2,082	1	1,445	2	**RbP**	1,003	18	0,934	19
Sup-Trn	1,816	5	1,408	3	**HaR**	0,838	20	0,932	20
WtT	1,879	4	1,395	4	**Soc**	0,788	21	0,913	21
Rnt-MEq	1,983	2	1,380	5	**Mtl**	0,774	22	0,876	22
InT	1,645	6	1,255	6	**FBT**	0,666	23	0,842	23
Vhc-SRM	1,629	8	1,201	7	**Ppr**	0,567	24	0,827	24
Mnr	1,561	9	1,190	8	**Trn**	0,481	25	0,775	25
Rtl	1,644	7	1,177	9	**Man**	0,302	26	0,747	26
Whl	1,535	10	1,143	10	**Opt**	0,295	27	0,731	27
Cns	1,309	12	1,141	11	**Chm**	0,278	28	0,728	28
Pst	1,376	11	1,141	12	**Hth**	0,243	29	0,705	29
REst	1,198	14	1,105	13	**Edu**	0,203	30	0,704	30
ArT	1,139	15	1,077	14	**Mchn**	0,195	31	0,702	31
Fin	1,066	16	1,038	15	**Sec**	0,171	32	0,691	32
Agr	1,201	13	1,021	16	**Txt**	0,116	33	0,676	33
WaC	1,065	17	0,992	17	**Lth**	0,027	34	0,647	34

Pre dodávateľské väzby môžme interpretovať výsledky nasledovne:

- na prvé miesto v Jonesovej metóde sa z tretieho miesta dostáva sektor *Electricity, Gas and Water Supply*, ďalej *Mining and Quarrying* sa posúva na druhé miesto, *Other Supporting and Auxiliary Transport Activities, Activities of Travel Agencies* postupuje na tretie a *Renting of M&Eq and Other Business Activities* sa mierne prepadáva na piate miesto,

- oproti odberateľským väzbám pozorujeme výrazné rozdiely v poradí umietnenia sektorov, kde *Electricity, Gas and Water Supply* bol pri odberateľských väzbách na siedmom mieste - keďže elektrina, voda a plyn sú veľmi podstatné zložky ďalšej výroby a ich nedostatok výrazne ovplyvní ekonomiku a sektory odoberajúce túto komoditu. Rovnako *Mining and Quarrying*, ktorý je v rámci odberateľských väzieb až na 28. mieste. Podobné rozdiely sa prejavili aj pri ďalších sektoroch.

- Sektory, u ktorých je predpoklad, že svojimi produktami viac prispievajú ku konečnej spotrebe ako do ďalšej produkcie, sa nachádzajú v tabuľke s dodávateľskými väzbami nižšie.

V neposlednom rade si môžme všimnúť, že normalizované hodnoty pre väzby jednotlivých sektorov sú všeobecne nižšie pri Rasmussenovej resp. Jonesovej metóde ako pri Chenery-Watanabe metóde. Tieto hodnoty väzieb sú však normalizované takým spôsobom, aby priemerná hodnota bola 1. V skutočnosti sú však nominálne hodnoty väzieb získané Rasmussenovou či Jonesovou metódou väčšie ako Chenery-Watanabe metódou. To vyplýva z toho, že prvé dve metódy zahŕňajú aj nepriame prepojenia sektorov a teda by mali vykazovať väčší vplyv zmeny konečnej spotreby daného sektora na ekonomiku.

2.5 Kľúčové sektory vzhľadom na odberateľské a dodávateľské väzby

Na základe klasifikácie sektorov, ktorú sme vysvetlili v kapitole 2.3 teraz uvedieme tie sektory, ktoré sú podľa nej kľúčové v slovenskej ekonomike. V tomto prípade prepojíme výsledky pre odberateľské a dodávateľské väzby. Zameriame sa hlavne na *Chenery-Watanabe* metódu v prípade priamych väzieb a na kombináciu metód *Rasmussen+Jones* pri priamych aj nepriamych väzbách. Tabuľka 10 ukazuje výsledky pre 34 sektorov slovenskej ekonomiky. Budeme používať nasledovné označenia:

- K - bude označovať kľúčové sektory (odberateľská aj dodávateľská väzba > 1)
- B - bude označovať sektory so silnými odberateľskými väzbami (odberateľská väzba > 1)
- F - bude označovať sektory so silnými dodávateľskými väzbami (dodávateľská väzba > 1)
- W - bude označovať sektory so slabými (angl. weak) väzbami (odberateľská aj dodávateľská väzba < 1)

Tabuľka 10: Klasifikácia sektorov vzhľadom na ich odberateľské a dodávateľské väzby, rok 2009, Chenery-Watanabe a Rasmussen-Jones metódy

	2009				
	Chenery-Watanabe	**Rasmussen-Jones**		**Chenery-Watanabe**	**Rasmussen-Jones**
Mnr	K	K	**Man**	B	B
EGW	K	K	**Agr**	F	F
Cns	K	K	**MaQ**	F	F
InT	K	K	**Vhc-SRM**	F	F
ArT	K	K	**Whl**	F	F
Sup-Trn	K	K	**Rtl**	F	F
FBT	B	B	**WtT**	F	F
Txt	B	B	**Pst**	F	F
Lth	B	B	**Fin**	F	F
Ppr	B	B	**REst**	F	F
RfP	B	B	**Rnt-MEq**	F	F
Chm	B	B	**WaC**	F	W
RbP	K	B	**HaR**	W	W
Mtl	B	B	**Sec**	W	W
Mchn	B	B	**Edu**	W	W
Opt	B	B	**Hth**	W	W
Trn	B	B	**Soc**	W	W

Na základe výsledkov prezentovaných v Tabuľke 10 môžeme uviesť nasledovné závery:

- 6 sektorov môžeme identifikovať ako kľúčové na základe obidvoch metód. Sú to sektory: *Other Non-Metallic Mineral; Electricity, Gas and Water Supply; Construction; Inland Transport; Air Transport* a *Other Supporting and Auxiliary Transport Activities, Activities of Travel Agencies*,
- 11 sektorov má silné odberateľské väzby pre obidve metódy,
- sektor *Rubber and Plastics* vychádza ako kľúčový pre Chenery-Watanabe metódu, pri kombinácii Rasmussen-Jones už však patrí medzi sektory so silnými odberateľskými väzbami (pri zahrnutí nepriamych väzieb ho teda v dôležitosti "predbehliïné sektory),
- 10 sektorov má silné dodávateľské väzby,
- slabé väzby počas celého obdobia má 5 sektorov, z ktorých *Wood and Products*

of Wood and Cork má pre Chenery-Watanabe metódu silné dodávateľské väzby,

- automobilový sektor sa má silné odberateľské väzby, v prípade dodávateľských väzieb sa umiestnil až na 25 mieste a teda nie veľmi významne v porovnaní s ostatnými sektormi. Veľmi veľká časť jeho výroby (až 84%) však končí v konečnej spotrebe a preto sa takýto výsledok dal predpokladať. Pri takto nastavených kritériách kľučových sektorov (nutnosť silných odberateľských ako aj dodávateľských väzieb) automobilový sektor teda medzi kľúčové zaradiť nemôžme.

3 Indikátor Power-of-Pull

V tejto kapitole uvedieme alternatívny prístup na identifikáciu kľúčových sektorov hospodárstva. Pri tomto prístupe budeme výchadzať aj z článku, ktorý bol motiváciou k tejto práci. Na identifikáciu kľúčových sektorov sa totiž Jianxi Luo, autor diela [6], rozhodol využiť iný postup, ako sme ukázali v predchádzajúcej kapitole. V diele sa autor snaží identifikovat tie sektory v Spojených štátoch amerických, ktoré by mali byť dotované ako prvé počas hospodárskej recesie. Uvádza, že počas krízy v USA bolo predstavených mnoho kritérií, podľa ktorých by sa mali vyberať sektory vhodné pre finančný stimul od vlády. Väčšina kritérií bola založená na samotnej veľkosti daného odvetvia (množstvo vyrobených produktov, veľkosť pridanej hodnoty daného sektora, množstvo zamestnaných ľudí...). Navyše firmy ako IBM používali výrazy ako silný ekonomický *sieťový efekt* (po anglicky *network effect*) ako argument, prečo by napríklad IT sektor mal byť finančne podporovaný. Avšak neexistovali objektívne dôkazy či analýzy, ktoré by podporovali tieto argumenty na podporu daného sektora počas recesie.

Autor článku používa spomínaný *sieťový efekt* ako kvantifikovateľné kritérium. Autor skúma schopnosť jednotlivých sektorov podnecovať/ťahať aktivitu ďalších sektorov, ktoré sú s daným sektorom priamo či nepriamo prepojené, cez svoje aktivity (cez zvýšený výstup produktov). Takúto schopnosť sektorov autor nazýva *Power-of-Pull (PoP)*. Sektor má tým väčší indikátor PoP, čím majú sektory, s ktorými je prepojený, väčšie PoP indikátory. Teda sektory s najväčším PoP majú najväčší potenciál podporovať celkovú ekonomiku počas recesie, ak by boli finančne stimulované. Na kalkuláciu tohto indikátora autor využíva metódu odvodenú Dietzenbacherom v diele [4]. Metóda využíva vlastné vektory korešpondujúce dominantným vlastným hodnotám v medzisektorovej matici technických koeficientov ako indikátor kľúčovosti sektorov.

3.1 Metóda vlastného vektora

Hľadanie finálneho indexu schopnosti ovplyvňovať sieť sektorov môže byť podľa [6] nekonečný regresný proces. Tento problém bol prvýkrát popísaný v kontexte sociálnych sietí autorom [10], ktorý hovorí, že obaja, zdroj aj cieľ vzájomného ovplyvňovania, sú v systéme rovnakí hráči. Hráč ovplyvňuje hráčov, ktorí ovplyvňujú ďalších a tak ďalej donekonečna. Podobný princíp platí aj pre sektory. V input-output metodológii je podľa [6] Dietzenbacherov postup v [4] v súlade s touto teóriou nekonečnej regresie. Dietzenbacher vo svojom diele [4] z roku 1992 uvádza metódu vlastného vektora ako zovšeobecnenie priamej metódy na meranie odberateľských väzieb. Uvádza modifikovanú Chenery-Watanabe metódu, kde sa na získanie odberateľských väzieb používa vážené priemery. Nech

$$m_1' = \frac{nr'A}{r'Ai}, \tag{39}$$

kde r' (> 0) označuje riadkový vektor váh. Dosahuje sa, že sektorom s vysokými odberateľskými väzbami bola pridelená väčšia váha. Vektor m_1, ktorý zobrazuje jednotlivé väzby, môže byť teda opäť použitý ako vektor váh v ďalšom kole, čo bude mať za následok lepšie výsledky pre odberateľské väzby. Ako sa uvádza v [4], platí teda

$$m_2' = \frac{nm_1'A}{m_1'Ai}, \tag{40}$$

kde následne využitím vzťahu (39) vzniká vzťah

$$m_2' = n\frac{nr'A^2/(r'Ai)}{nr'A^2i/(r'Ai)} = \frac{nr'A^2}{r'A^2i}.$$

Prvky vektora m_2 môžu byť opäť použité ako váhy pre ďalšiu iteráciu na získanie ešte lepších výsledkov pre odberateľské väzby. V k-tom kroku bude preto vektor odberateľských väzieb nasledovný

$$m_k' = \frac{nm_{k-1}'A}{(m_{k-1}'Ai)} = \frac{nr'A^k}{r'A^ki}. \tag{41}$$

Takýto postup môže byť iterovaný donekončena, ako uvádza aj teória sociálnych sietí.

Ďalej predpokladajme, že matica A je primitívna matica (existuje také k, pre ktoré platí že $A^k \gg 0$) s dominantnou vlastnou hodnotou λ (> 0). Autori [4] označili ľavý vlastný (Perronov) vektor prislúchajúci k dominantnej vlastnej hodnote λ ako q' a rovnako pravý vlastný Perronov vektor ako y. Platí teda, že $q'A = \lambda q'$ a taktiež $Ay = \lambda y$. Za predpokladu primitívnosti matice A z Perron-Frobeniovej vety platí

$$\frac{A^k}{\lambda^k} \longrightarrow \frac{yq'}{(i'y)(q'i)}, \text{ pre k} \to \infty. \tag{42}$$

Ak menovateľ aj čitateľ v rovnici (41) prenásobíme výrazom λ^k, môžeme využiť konvergenciu v (42). Výraz (41) konverguje do vzťahu

$$\frac{nq'(r'y)/(i'y)(q'i)}{(q'i)(r'y)/(i'y)(q'i)},$$

k čomu dospel aj autor diela [4]. Môžeme tvrdiť, že

$$\lim_{k\to\infty} m'_k = \frac{nq'}{q'i} \tag{43}$$

a že vektor m'_k, čo je vektor vážených odberateľských väzieb, konverguje k normalizovanému ľavému Perronovmu vlastnému vektoru matice A. Môžme si všimnúť, že vôbec nezávisí od pôvodného vektora váh r, ktorý tým pádom môžeme zvoliť ľubovoľne. Dietzenbacher v [4] podobným spôsobom ukazuje, že ak by sme vychádzali z Rasmussenovej metódy na získanie odberateľských väzieb, dopracujeme sa k rovnakému výsledku. Ako indikátor PoP budeme považovať ľavý normalizovaný Perronov vlastný vektor matice A, prislúchajúci k dominantnej vlastnej hodnote.

Predpoklad primitivity matice A sa nám môže zdať dosť limitujúci z ekonomického hľadiska. Autor [4] však uvádza, že nezápororná neredukovateľná štvorcová matica je primitívna, ak má aspoň jeden diagonálny prvok kladný. Dôkaz je možné nájsť v diele Takayama ([14], str. 378) z roku 1985. Podľa Dietzenbachera je táto podmienka ľahko splniteľná, keďže je prirodzené, aby niektoré sektory používali svoje produkty ako vstupy. Taktiež tvrdí, že podmienka neredukovateľnosti nie je limitujúca, keďže nie je nutná. Viac sa môže čitateľ dozvedieť v diele ([4], str. 423).

3.2 Kľúčové sektory vzhľadom na indikátor Power-of-Pull

V tejto časti práce opäť uvedieme praktické výsledky metódy popísanej v predchádzajúcej kapitole. Zameriame sa na slovenskú ekonomiku, konkrétne na sektory popísane v Tabuľke 7 a konkrétne na rok 2009. Výsledky môžeme pozorovať v Tabuľke 11.

V tabuľke pre porovnanie uvádzame aj nominálne hodnoty vstupov, výstupov a veľkosť pridanej hodnoty, vyjadrené v miliónoch US\$. Vo viacerých prípadov môžeme pozorovať, že indikátor PoP priraďuje niektorým sektorom omnoho vyššie resp nižšie poradie, ako tieto priame meratele veľkosti sektorov. Napríklad sektory ako *Leather, Leather and Footwear; Rubber and Plastics; Textiles and Textile Products* či *Chemicals and Chemical Products* nie sú veľmi veľké sektory vzhľadom na veľkosť výstupov, indikátor PoP im ale pripisuje veľkú váhu a podľa tejto metódy majú schopnosť ťahať ďalšie sektory. Na druhú stranu sektory ako *Public Admin and Defence; Compulsory Social Security; Renting of M&Eq and Other Business Activities;* či *Wholesale Trade* *and Commission Trade, Except of Motor Vehicles and Motorcycles* sú relatívne veľké sektory, no indikátor im nepripisuje takú dôležitosť. Automobilový sektor (*Transport equipment*) sa umiestňuje na prvom mieste a aj v tomto meraní je vyhodnotený ako sektor, ktorý má potenciál výrazne ovplyvňovať ekonomiku.

Tabuľka 11: Indikátory Power-of-Pull, poradie sektorov na základe PoP indikátora, veľkosť vstupov a výstupov do/zo sektora v mil. US$, veľkosť pridanej hodnoty sektora v mil. US$

	2009							
	PoP	**Rank**	**Inputs**	**Rank**	**Output**	**Rank**	**Value added**	**Rank**
Trn	2,776	1	10 444	3	13 806	3	3 362	8
Opt	1,967	2	10 025	4	12 724	5	2 699	16
Mchn	1,396	3	2 627	14	3 806	18	1 179	19
EGW	1,350	4	10 616	2	15 440	2	4 824	7
Lth	1,349	5	469	31	681	32	211	32
RbP	1,289	6	2 075	17	3 036	22	961	25
Chm	1,281	7	1 834	19	2 705	24	870	27
RfP	1,276	8	3 505	9	4 031	17	525	30
Sup-Trn	1,271	9	2 380	16	3 398	21	1 018	24
Mtl	1,222	10	6 524	5	9 854	7	3 330	9
Mnr	1,129	11	1 483	24	2 433	25	949	26
Ppr	1,080	12	1 830	20	2 886	23	1 056	22
Txt	1,072	13	879	28	1 451	30	572	29
Cns	1,071	14	11 124	1	18 999	1	7 874	1
InT	1,067	15	4 409	8	7 582	10	3 173	12
Man	1,049	16	1 109	26	1 870	29	761	28
FBT	1,033	17	3 306	12	4 919	14	1 613	18
Vhc-Srv	1,024	18	912	27	2 037	27	1 125	21
ArT	0,996	19	42	33	67	33	25	33
WtT	0,929	20	21	34	43	34	22	34
Whl	0,870	21	6 015	6	12 840	4	6 826	3
WaC	0,769	22	1 148	25	2 181	26	1 033	23
Agr	0,732	23	2 844	13	6 151	12	3 307	10
MaQ	0,667	24	285	32	756	31	471	31
Hth	0,659	25	1 687	22	4 469	16	2 781	14
Rnt-MEq	0,624	26	5 608	7	12 630	6	7 021	2
HaR	0,604	27	783	30	1 948	28	1 165	20
Rtl	0,573	28	3 493	10	8 749	9	5 256	5
Pst	0,565	29	1 560	23	3 542	20	1 982	17
Soc	0,535	30	1 836	18	4 721	15	2 885	13
Sec	0,520	31	3 356	11	9 218	8	5 862	4
Fin	0,423	32	2 381	15	5 680	13	3 299	11

Keďže sme ukázali spojitosť medzi odberateľskými väzbami a vyššie uvedeným indikátorom Power-of-Pull, v Tabuľke 12 porovnáme tieto dve metódy.

Tabuľka 12: Porovnanie výsledkov pre indikátor PoP a odberateľských väzieb získaných Rasumssenovou metódou pre rok 2009 spolu s umiestnením sektorov v rámci uvedenej metódy

	2009								
	PoP	**Rank**	**Rasm.**	**Rank**		**PoP**	**Rank**	**Rasm.**	**Rank**
Trn	2,776	1	1,394	1	**Vhc-Srv**	1,024	18	0,906	22
Opt	1,967	2	1,364	2	**ArT**	0,996	19	1,071	13
Mchn	1,396	3	1,185	4	**WtT**	0,929	20	0,965	19
EGW	1,350	4	1,173	7	**Whl**	0,870	21	0,910	21
Lth	1,349	5	1,181	5	**WaC**	0,769	22	0,940	20
RbP	1,289	6	1,165	9	**Agr**	0,732	23	0,891	23
Chm	1,281	7	1,168	8	**MaQ**	0,667	24	0,823	28
RfP	1,276	8	1,248	3	**Hth**	0,659	25	0,823	27
Sup-Trn	1,271	9	1,179	6	**Rnt-MEq**	0,624	26	0,849	24
Mtl	1,222	10	1,127	10	**HaR**	0,604	27	0,823	26
Mnr	1,129	11	1,070	14	**Rtl**	0,573	28	0,810	29
Ppr	1,080	12	1,084	12	**Pst**	0,565	29	0,836	25
Txt	1,072	13	1,060	15	**Soc**	0,535	30	0,795	30
Cns	1,071	14	1,047	16	**Sec**	0,520	31	0,780	32
InT	1,067	15	1,042	17	**Fin**	0,423	32	0,791	31
Man	1,049	16	1,041	18	**REst**	0,420	33	0,691	33
FBT	1,033	17	1,092	11	**Edn**	0,407	34	0,675	34

Môžeme pozorovať, že u väčšiny sektorov sa poradie výrazne nemení. Indikátor PoP je v podstate presnejšie získaná hodnota pre odberateľské väzby a je získaný iteratívnym procesom, kde sú jednotlivé väzby priemerované váženým priemerom, preto môžeme tvrdiť:

- Rasmussenova metóda výraznejšie nadhodnocuje odberateľské väzby pre sektory *Coke, Refined Petroleum and Nuclear Fuel; Food, Beverages and Tobacco* a *Air Transport*,
- mierne podhodnocuje sektory *Sale, Maintenance and Repair of Motor Vehicles and Motorcycles, Retail Sale of Fuel* a *Mining and Quarrying.*

Na základe výsledkov kvantitatívnych metód uvedených v kapitolách vyššie na identifikáciu kľúčových sektorov Slovenskej republiky v roku 2009 môžeme medzi kľúčové zaradiť nasledovné sektory:

Tabuľka 13: Kľúčové sektory Slovenskej republiky na základe kvantitatívnych metód, kde sektory majú odberateľské, dodávateľské väzby aj indikátor PoP väčšie ako 1

Other Supporting and Auxiliary Transport Activities, Activities of Travel Agencies
Electricity, Gas and Water Supply
Construction
Inland Transport
Other Non-Metallic Mineral

4 Kvalitatívna Input-Output analýza

V tejto kapitole sa zameriame na kvalitatívny prístup k input-output analýze tak, ako ho uviedli autori v dielach [7], [11] a [12]. Autori v daných článkoch hľadajú takzvané jadro tokov výdavkov na vedu a výskum (diela [7] a [12]), respektíve jadro medzisektorových tokov (v diele [11]) a tým pádom kľúčové sektory v hospodárstve na základe kvalitatívnych pozorovaní. Na túto analýzu autori využívaju tzv. metódu *Minimal Flow Analysis*, ktorá vychádza z kvalitatívnej input-output analýzy (*QIOA*) predstavenej v dielach [3], [5] a [13].

4.1 Základný prístup QIOA

Podľa [11] základný koncept kvalitatívnej input-output analýzy spočíva v binárnej transformácii vstupov v input-output tabuľkách na základe definovaného filtra F. Znamená to transformáciu klasickej kvantitatívnej transakčnej matice Z do tzv. kvalitatívnej matice tokov (v teórii grafov nazvanej aj ako matice susednosti) W_0, dimenzie $n \times n$, kde n je počet sektorov, ktoré skúmame. Pre danú transformáciu platí vzťah

$$w_0^{ij} = \begin{cases} 1, \text{ ak } z_{ij} \geqq F \\ 0, \text{ inak.} \end{cases} \tag{44}$$

Hodnota $w_0^{i,j} = 1$ znamená, že medzi sektormi i a j existuje tok väčší ako určená hranica filtra F. Na získanie kompletnej štruktúry týchto tokov, priamych aj nepriamych, je podľa [11] v QIOA aplikovaný ešte nasledovný postup

$$\begin{aligned} W^k &= W_0 W^{k-1} \\ W^0 &= I. \end{aligned} \tag{45}$$

Postupnosť matíc W^k nám dáva zvyšnú štruktúru tokov až do k-teho kroku. $w_{il}^k = 1$ iba vtedy, ak $w_{ij} = 1$ a $w_{jl} = 1$, čo reflektuje dvojkrokové spojenie sektorov i a l cez sektor j. Ďalej je potrebné vytvoriť maticu D (tzv. dependancy matrix), ktorá je odvodená booleanovským súčtom matíc W^k. Hodnota $d_{ij} = 1$ znamená, že medzi sektormi i a j existuje tok presahujúci hranicu F, bez ohľadu na to, aký je dlhý. V QIOA sa pre finálnu hodnotu k v rovnici (45) berie hodnota $n-2$, kde n je počet skúmaných sektorov. My sa však budeme na sektory slovenského hospodárstva pozera cez tzv. *Minimal flow analysis*, čo je odvodený postup od vyššie čiastočne predstaveného QIOA.

4.2 Minimal Flow Analysis

Táto metóda vychádza z klasického otvoreného Leontiefovho dopytového modelu predstaveného v kapitole 1.2.1 a teda zo vzťahu $x = Lf$, kde L je Lenotiefova inverzá matica, f je vektor konečného dopytu a x je vektor výstupov jednotlivých sektorov potrebných na uspokojenie tohto konečného dopytu.

V tomto prístupe sa medzisektorové toky presahujúce veľkosť filtra F určuju na tzv. vrstvách, ktoré vznikajú nasledovne. Vďaka matici technických koeficientov A môže byť transakčná matica Z prepísaná ako $Z = A\hat{x}$, kde opäť $\hat{x}$ predstavuje diagonálnu maticu s hodnotami vektora x na diagonále. Ďalej, z Leontiefovho modelu vyplýva, že $x = Lf$. Potom platí, že $Z = A(\widehat{Lf})$. V kapitole 1.2.2 sme ukázali, že Leontiefova inverzná matica L môže byť aproximovaná vzťahom (11) a teda $L = I + A + A^2 + A^3 + ...$ Transakčná matica Z môže byť teda transformovaná do vrstiev korešpondujúcich s Eulerovým radom

$$Z = A(\widehat{Lf}) = A\hat{f} + A\widehat{Af} + A\widehat{A^2f} + ... \tag{46}$$

Jednotlivé vrstvy budú teda vyzerať nasledovne

$$\begin{aligned} Z_1 &= A(\hat{f}) \\ Z_2 &= A(\widehat{Af}) \\ Z_3 &= A(\widehat{A^2f}), \\ &\vdots \end{aligned} \tag{47}$$

V tradičnej QIOA používame $n-2$ ako hornú hranicu, v tejto metóde je však málokedy potrebné ísť až tak ďaleko, keďže umocňovanie matice A za päť či šesť krokov dosiahne insignifikantné čísla.

Výsledné vrstvy transakčnej matice sú teraz transformované do matíc tokov W_k, podobne ako v QIOA a teda pomocou porovnávania, či hodnoty matice prislúchajúcej danej vrstve sú väčšie ako hodnota filtra F podľa vzťahu

$$w_k^{ij} = \begin{cases} 1, \text{ ak } z_k^{ij} \geqq F \\ 0, \text{ inak.} \end{cases} \tag{48}$$

Matice W_k teda pozostávajú iba z čísiel 1 a 0 podľa toho, či medzi sektormi i a j existuje nejaký minimálny tok v danej vrstve. Zaujímavé sú však aj nepriame toky medzi sektormi, teda tie, kde neexistuje priamy tok napríklad medzi sektorom 1 a 3, ale existuje tok medzi sektormi 1, 2 a medzi sektormi 2, 3. Tieto nepriame toky môžme odhaliť nasledovne

$$
\begin{aligned}
W^k &= W_k \star W^{k-1} \\
W^0 &= I \\
W^1 &= W_1 \star W^0 = W_1.
\end{aligned}
\tag{49}
$$

Znak $\star$ označuje booleanovské násobenie, v ktorom sa uplatňuje logika uvedená v Tabuľke 14.

Tabuľka 14: Booleanovské násobenie

X	Y	$X \star Y$
0	1	0
1	0	0
1	1	1
0	0	0

Podľa [8] vďaka tomu platí, že ak $w^1_{ij} = 1$, tak existuje priamy tok medzi sektormi i a j v prvej vrstve, ktorý presahuje hranicu filtra. Ďalej $w^2_{lj} = 1$ znamená, že existuje minimálne jeden sektor i, kde existuje priamy tok medzi sektormi i a j v prvej vrstve a taktiež existuje priamy tok medzi sektormi l a i v druhej vrstve (teda i ovplyvňuje j v prvej vrstve a l ovplyvňuje i v druhej vrstve). Oproti tradičnému postupu v QIOA vidíme, ze matice W_k sú rôzne, pričom predtým sme mali maticu W_0, ktorá bola konštantná.

Tabuľka 15: Booleanovský súčet

X	Y	$X + \#Y$
0	1	1
1	0	1
1	1	1
0	0	0

Kondenzáciou matíc W^k získavame maticu závislostí D (dependancy matrix) a to použitím booleanovského súčtu (označujeme symbolom #). Tento súčet zostrojujeme podľa Tabuľky 15.

Matica D teda pozostáva z takéhoto súčtu všetkých matíc W^k. Jednotlivé členy d_{ij} matice D preto označujú, či existuje medzi sektormi i a j priamy alebo nepriamy tok (akejkoľvek dĺžky), spĺňajúci minimálnu hodnotu toku danú filtrom F. Táto matica je potrebná na získanie tzv. matice spojitosti H (connection matrix), ktorú získame nasledovne

$$H = D + D^T, \tag{50}$$

kde + je algebraický súčet. Tento postup na získanie matice spojitosti použil aj autor diela [7]. Interpretácia hodnôt matice H je nasledovná

- $h_{ij} = 0$, medzi sektormi i a j nie je žiadny tok,
- $h_{ij} = 1$, medzi sektormi i a j je jednosmerný tok,
- $h_{ij} = 2$, medzi sektormi i a j je obojsmerný tok.

Tieto hodnoty však veľmi závisia od hodnoty filtra F. Ak určíme filter príliš vysoký, objavíme tak len veľmi málo tokov (ktoré môžu byť však veľmi silné). Naopak, ak určíme filter veľmi malý, objavíme zasa aj veľmi slabé toky medzi sektormi. Výber tejto hodnoty filtra F je špecifický metodologický problém, ktorému sa venuje napríklad aj Schnabl v dielach [11] a [12]. V tejto práci sme sa rozhodli využiť iný proces výberu hodnoty filtra F a to podľa autorov diela [7], kde hlavné kritérium je nájdenie m obojsmerných (bilaterálnych) tokov. V tejto práci budeme používať hodnotu $m = 10$.

Podľa [11], v rovnici (47) jednotlivé vrstvy závisia aj od toho, ako vyzerá vektor konečnej spotreby f. Tu môžeme rozlišovať medzi *štandardnou* a *aktuálnou* štruktúrou. Ak budeme ako vektor f brať do úvahy aktuálny vektor konečnej spotreby z input-output tabuliek, hovoríme o aktuálnej štruktúre. Vektor konečnej spotreby však môžeme nahradiť umelým vektorom pozostávajúcim z jednotiek. V takom prípade hovoríme o štandardnej štruktúre, ktorá závisí iba od technologických vzťahov medzi sektormi a toky teda nie sú ovplyvňované veľkosťou daného sektora.

4.3 Grafické zobrazenie výsledkov MFA

Na grafické zobrazenie výsledkov tejto kvalitatívnej analýzy existujú viaceré postupy, o ktorých sa hovorí napríklad v diele [11]. My v tejto matici budeme zobrazovať medzisektorové toky pomocou elipsy. Aby sme získali umiestnenie jednotlivých sektorov na elipse, budeme potrebovať tzv. *koeficient centrality* z, čo je v podstate pomer vstupných a výstupných tokov pre daný sektor. Postup získania daného koeficientu je taký, že analýzu MFA budeme vykonávať pre viaceré hodnoty filtra F. Hodnotu filtra budeme zvyšovať ekvidištantne konštantou mierou. Počiatočná hodnota filtra bude 0, kedy všetky medzisektorové kroky budú bilaterálne. Filter budeme zvyšovať až dovtedy, pokým sa nám nestratí aj posledný bilaterálny tok, a teda hodnoty v matici H budú iba 0 alebo 1. Na konci každého kroku budeme kumulovať maticu D_{cum} ako súčet matíc závislostí D pre každú hodnotu filtra F. Na pripomenutie, matica D pozostáva iba z hodnôt 0 a 1, kde 0 znamená, že medzi sektorom i a j nie je žiadny tok presahujúci hranicu filtra F a hodnota 1 znamená že medzi týmito sektormi takýto tok existuje. Ak napríklad počet krokov (s konštantnou dĺžkou kroku) zvyšovania hodnoty filtra F podľa podmienky vyššie je 50, tak potom matica D_{cum} pozostáva zo súčtu 50-ich rôznych matíc D prislúchajúcich rôznym hodnotám filtra F. Koeficient centrality napokon získame ako pomer riadkového a stĺpcového súčtu matice D_{cum}:

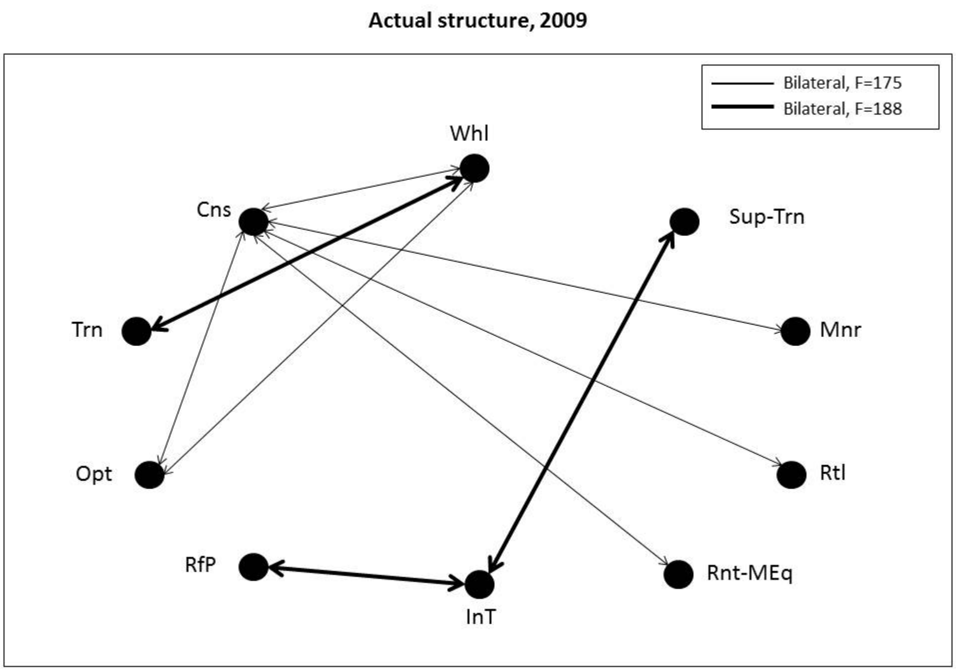
$$z = \frac{D_{cum} \times i}{i' \times D_{cum}}. \tag{51}$$

Sektory, ktoré majú tento koeficient rovný približne 1 budeme nazývať *centrálne sektory*, keďže vstupy týchto sektorov sú približne rovnaké ako výstupy (v našom prípade budú medzi centrálne sektory patriť sektory, pre ktoré $z > 0.7$ a $z < 1.3$). Sektory, pre ktoré platí, že $z < 0.7$ budeme nazývať *prijímajúce sektory* a sektory s $z > 1.3$ naopak *zdrojové sektory*. Na spomínanej elipse budú zdrojové sektory umiestnené vľavo, centrálne sektory budú v strede a prijímajúce sektory budú vpravo. Taktiež platí, že zdrojové sektory majú viac jednosmerných tokov odchádzajúcich od nich a prijímacie sektory budú mať viac jednosmerných tokov prichádzajúcich k nim. Bilaterálne toky sú zvyčajne zobrazované hrubou čiarou a jednosmerné tenkou čiarou so šípkou v smere toku.

4.4 Bilaterálne toky pre sektory slovenskej republiky

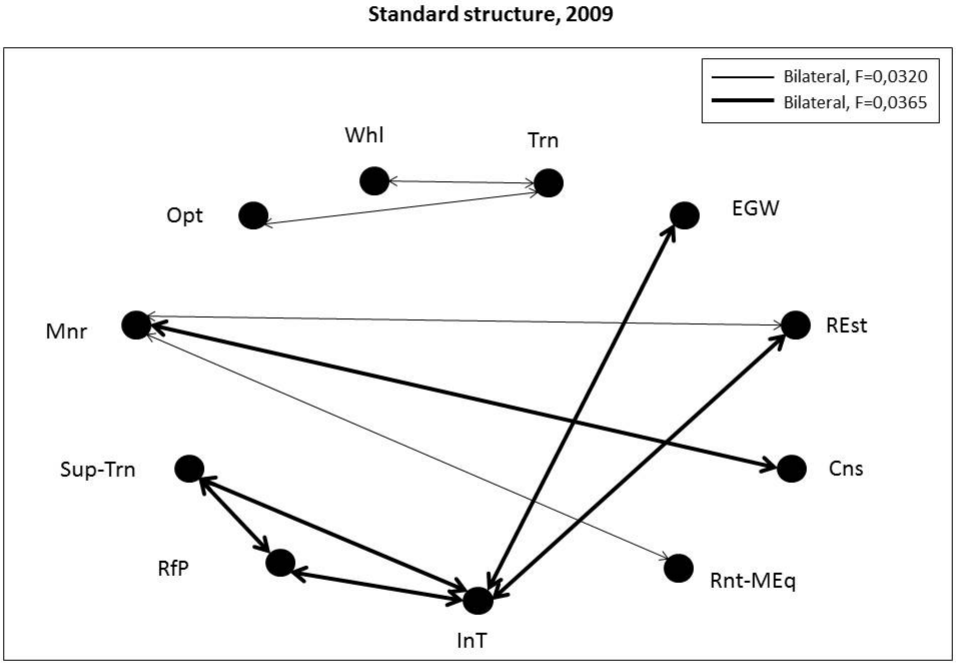
V tejto práci budeme zobrazovať len sektory s bilaterálnymi tokmi, ktoré budú tvoriť takzvané jadro. Budeme ich zobrazovať pre štandardnú aj aktuálnnu štruktúru a vždy pre 2 hodnoty filtra. Slabšou čiarou bude vždy znázornená hodnota filtra, pre ktorý máme zväčša 10 bilaterálnych tokov a hrubšou čiarou budú znázornené bilaterálne toky, ktoré ostávajú aj pri vyššej hodnote filtra. Hodnoty filtra sú vyberané tak, aby počet bilaterálnych tokov bol čo najbližšie k číslam 5 a 10. Sektory sú zoradené podľa koeficientu centrality, kde vľavo dole sú sektory s najnižším koeficientom a teda zdrojové sektory a vpravo dole bude sektor s najvyšším koeficientom centrality a teda prijímajúci sektor. Na Obrázkoch 1 a 2 môžeme pozorovať výsledky analýzy pre rok 2009. Skratky použité v obrázkoch sú vysvetlené v Tabuľke 7.

Obr. 1: Bilaterálne toky pre aktuálnu štruktúru, 2009, Slovenská republika



Porovnaním aktuálnej a štandardnej štruktúry môžeme zistiť, že:

- v štandardnej štruktúre pribudli sektor *Electricity, Gas and Water Supply* a *Real Estate Activities*, ktorých medzi jadro posunulo poučitie jednotkového vektora konečnej spotreby, Obr. 2: Bilaterálne toky pre štandardnú štruktúru, 2009, Slovenská republika



- zo štandardnej štruktúry vypadol sektor *Retail Trade, Except of Motor Vehicles and Motorcycles, Repair of Household Goods*, ktorý v aktuálnej štruktúre patril medzi jadro, kde ho posunula veľkosť jeho konečnej spotreby,
- jednotlivé toky medzi sektormi takzvaného jadra sú rozdielne pre aktuálnu a štandardnú štruktúru.

Kľúčové sektory v slovenskom hospodárstve nájdené kvalitatívnou input-output analýzou budú teda tie sektory, ktoré tvoria jadro bilaterálnych tokov pre štandardnú štruktúru. Tú sme zvolili preto, lebo vernejšie ilustruje prepojenia medzi sektormi, keďže nie je ovplyvnená veľkosťou konečnej spotreby. V Tabuľke 16 sú uvedené tieto kľúčové sektory. Môžeme taktiež pozorovať, že automobilový sektor patrí medzi jadro v aktuálnej, ako aj v štandardnej štruktúre.

Tabuľka 16: Kľúčové sektory pre slovenskú ekonomiku v roku 2009 nájdené pomocou kvalitatívnej input-output analýzy, MFA metódou

Coke, Refined Petroleum and Nuclear Fuel
Other Non-Metallic Mineral
Electrical and Optical Equipment
Transport Equipment
Electricity, Gas and Water Supply
Construction
Wholesale Trade and Commission Trade, Except of Motor Vehicles and Motorcycles
Inland Transport
Other Supporting and Auxiliary Transport Activities; Activities of Travel Agencies
Real Estate Activities
Renting of M&Eq and Other Business Activities

Ak by sme chceli porovnať výsledky kvalitatívnej a kvantitatívnej analýzy (uvedené v Tabuľke 13), zisťujeme, že medzi kľúčové sektory po zohľadnení všetkých kritérií stále patria sektory *Other Non-Metallic Mineral; Construction; Inland Transport; Electricity, Gas and Water Supply* a *Other Supporting and Auxiliary Transport Activities, Activities of Travel Agencies*. Sú to všetky kľúčové sektory z kvantitatívnej analýzy. Ostatné sektory jadra kvalitatívnej časti pre štandardnú štruktúru patria medzi sektory so silnými odberateľskými či dodávateľskými väzbami v kvantitatívnej časti.

Záver

Cieľom tejto diplomovej práce bolo aplikovať postup použitý v článku [6] na odvetvia slovenskej ekonomiky, s osobitným dôrazom na automobilový sektor. Pomocou uvedeného postupu sme chceli identifikovať kľúčové sektory v našej ekonomike. Cieľ sa nám podarilo naplniť. Okrem indikátora *Power-of-Pull* uvedeného v spomínanom článku sme uviedli aj ďalšie metódy založené na input-output analýze, ktorá je základom celej práce. V Kapitole 1 sme uviedli základné teoretické poznatky tejto analýzy, kde sme sa zamerali aj na invertovateľnosť matice technických koeficientov a jej aproximácie. Následne v Kapitole 2 sme predstavili prvý model na určenie dôležitosti sektorov založený na medzisektorových väzbách. V Kapitole 3 sme popísali a aplikovali model predstavený v motivačnom článku. Rovnako sme tu uviedli prepojenie medzi týmto postupom a postupom založeným na odberateľských väzbách v Kapitole 2.1. V poslednej kapitole sme predstavili postup založený na kvalitatívnej analýze, pomocou ktorého sme identifikovali jadro medzisektorových tokov pre aktuálnu aj štandardnú štruktúru slovenskej ekonomiky v roku 2009.

Na základe všetkých metód sa nám podarilo identifikovať 4 kľúčové sektory slovenského hospodárstva, medzi ktoré patrí výroba produktov z nekovových nerastov (Other Non-Metallic Mineral), vnútrozemská preprava (Inland Transport), dodávka vody, plynu a elektriny (Electricity, Gas and Water Supply) a nakoniec ostatné podporné a pomocné činnosti v doprave, činnosti cestovných kancelárií (Other Supporting and Auxiliary Transport Activities, Activities of Travel Agencies). Automobilový sektor (Transport equipment) sa medzi kľúčovými sektormi neumiestnil a to z dôvodu zahrnutia dodávateľských väzieb medzi kritériá na určenie kľučových sektorov. V tých tento sektor vychádza podpriemerne, keďže veľká časť jeho produkcie ide do konečnej spotreby a nie do ďalšej produkcie. Vynechaním tohto kritéria by tento sektor medzi kľúčové celkom iste patril, keďže v rámci odberateľských väzieb aj indikátora Power-of-Pull sa umiestnil na popredných miestach s nadpriemernými výsledkami a rovnako sa umiestnil aj v jadre medzisektorových tokov. Celkom iste patrí medzi dôležité sektory národného hospodársta napriek tomu, že podľa našich kritérií ho nemôžeme zaradiť medzi kľúčové.

Otázka dôležitosti odvetví a ich previazanosť je ako podklad pre hospodársku politiku dôležitá a zároveň sa podobný typ analýzy momentálne nerealizuje. Zároveň na takúto analýzu existuje viacero postupov a vďaka tomu ich porovnanie a aplikácia nepochybne predstavuje prínos pre spoločnosť, čitateľa ako aj samotného autora, pre ktorého bola problematika input-output analýzy na začiatku písania práce nová. Možné rozšírenie práce vidíme vo viacerých aspektoch. Jedným z nich je možnosť previazania kvalitatívnej analýzy na zamestnanosť a následné určenie jadra ekonomiky. Ďalším rozšírením práce by mohlo byť sledovanie štrukturálnych zmien slovenského hospodárstva počas niekoľkých rokov, a teda ako sa menila dôležitosť sektorov v čase.

Zoznam použitej literatúry

[1] Blair, D., Miller, R.: *Ipnut-Output Analysis: Foundation and Extensions, Second edition*, Cambridge University Press, New York, 2009

[2] Chenery, H.B., Watanabe, T.: *International Comparisons of the Structure of Productions*, Econometrica 4 (1958), 487-521

[3] Czayka, L.: *Qualitative Input-Output Analysis*, Meisenheim am Glan, Athenaum, 1972

[4] Dietzenbacher, E.: *The Measurement of Interindustry Linkages: Key Sectors in the Netherlands*, Economic Modeling, 9 (1992), 419-437

[5] Holub, H. W., Schnabl, H., Tappeiner, G.: *Qualitative input-output analysis with variable filter*, Zeitschrift fur die gesamte Staatswissenschaft 141 (1985), 282-300

[6] Luo, J.: *Which Industries to Bail Out First in Economic Recession? Ranking U.S. Industrial Sectors by the Power-of-Pull*, Economic System Research 25 (2013), 157-169

[7] Luptacik, M. et al.: *Growth and Employment Potentials of Chosen Technology Fields*, AUCO Czech Economic Review 2 (2008), 41–75

[8] Mesnard, L.: *Regional industrial clusters: A note on the flaws of MFA (Minimal Flow Analysis)*, University of Burgundy - Institute of Business Administration Dijon, Dijon, 2012

[9] Rodousaki, E.: *Intersectoral Linkages and Key Sectors in the Greek Economy*, Bulletin of Political Economy, 1:1 (2007), 67-81

[10] Seeley, J.R.: *The Net of Reciprocal Influence: A Problem in Treating Sociometric Data*, Candadian Journal of Psychology, 3 (1949), 234-240

[11] Schnabl, H.: *The evolution of production structures, analyzed by a multi-layer procedure*, Economic Systems Research 6 (1994), 51-69

[12] Schnabl, H.: *The subsytem MFA: A qualitative method for analyzing national innovation systems: The case of Germany*, Economic System Research 7 (1995), 383-396

[13] Schnabl, H., Holub, H. W.: *Qualitative und quantitative Aspekte der Input-Output Analyse*, Zeitschrift fur die gesamte Staatswissenschaft 135 (1979), 657-678

[14] Takayama, A.: *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985