

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



KONTEXTUÁLNE PREMENNÉ ŠKOLSKEJ ÚSPEŠNOSTI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

KONTEXTUÁLNE PREMENNÉ ŠKOLSKEJ ÚSPEŠNOSTI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: Mgr. Zuzana Juščáková, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Juraj Falath
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Kontextuálne premenné školskej úspešnosti
Contextual variables of scholar success

Cieľ: V hodnotení práce školy je dôležité prihliadať na tie faktory prospievania žiaka, ktoré škola neovplyvňuje. Úlohou DP bude tieto kontextuálne premenné vytipovať, určiť metódy získavania dát a navrhnúť metodológiu overovania opodstatnenosti kontextuálnej premennej školskej úspešnosti. Vo výbere 2 600 žiakov z 36 stredných škôl Slovenska sme sledovali viaceré premenné. DP prinesie metodológiu skúmania vzťahu intelektového potenciálu žiaka, motivácie žiaka a socioekonomického a kultúrneho statusu žiaka ku jeho školskej úspešnosti a prvé výsledky.

Vedúci: Mgr. Zuzana Juščáková, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 10.02.2015

Dátum schválenia: 11.02.2015
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

študent

vedúci práce

Pod'akovanie Rád by som sa poďakoval svojej školiteľke Mgr. Zuzane Juščákovej, PhD. za množstvo odborných rád a za príkladné vedenie pri písaní tejto práce. Vďaka jej patrí aj za príležitosť pracovať na práci priamo v NÚCEME a za trpezlivosť pri dokončovaní práce. Ďakujem aj svojej rodine a svojej priateľke za podporu a najmä trpezlivosť.

Abstrakt v štátnom jazyku

FALATH, Juraj: Kontextuálne premenné školskej úspešnosti. [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľka: Mgr. Zuzana Juščáková, PhD., Bratislava, 2016. 84 s.

V hodnotení práce školy je dôležité prihliadať na tie faktory prospievania žiaka, ktoré škola neovplyvňuje. Úlohou DP bude tieto kontextuálne premenné vytipovať, určiť metódy získavania dát a navrhnúť metodológiu overovania opodstatnenosti kontextuálnej premennej školskej úspešnosti. Vo výbere 2600 žiakov z 36 stredných škôl Slovenska sme sledovali viaceré premenné. DP prinesie metodológiu skúmania vzťahu intelektového potenciálu žiaka, motivácie žiaka a socioekonomického a kultúrneho statusu žiaka ku jeho školskej úspešnosti a prvé výsledky.

Kľúčové slová: pridaná hodnota vo vzdelávaní, analýza latentných tried, socioekonomický a kultúrny status (ESCS)

Abstract

FALATH, Juraj: Contextual variables of scholar success. [Diploma Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; supervisor: Mgr. Zuzana Juščáková, PhD., Bratislava, 2016. 84 p.

In evaluating school effectiveness, it is important to account for those factors of scholar success that are not influenced by the school. The task of this thesis will be to find those contextual variables and to determine the methodology of verification of the validity of those variables. We have observed several variables in the sample of 2600 pupils from 36 Slovak secondary schools. The thesis will present the methodology of observing the relationship between intellectual potential, motivation and socioeconomic and cultural status with pupils' scholar success and also first results of this observation.

Key words: Value added, Latent class analysis, Socioeconomic status (SES)

Obsah

ÚVOD.....	8
1 TEORETICKÝ ÚVOD.....	9
1.1 PRIDANÁ HODNOTA VO VZDELÁVANÍ.....	9
1.1.1 Hodnotenie škôl na Slovensku	11
1.1.2 Hodnotenie škôl v zahraničí	11
1.1.3 Ekonomický efekt pridanej hodnoty vo vzdelávaní.....	12
1.1.4 Obmedzenia modelov pridanej hodnoty vo vzdelávaní.....	13
1.2 KONTEXTUÁLNE PREMENNÉ ŠKOLSKEJ ÚSPEŠNOSTI	14
1.2.1 Očakávaný vplyv socioekonomického statusu na školskú úspešnosť.....	16
1.2.2 Očakávaný vplyv motivácie žiaka na školskú úspešnosť	16
1.2.3 Očakávaný vplyv intelektového potenciálu žiaka na školskú úspešnosť.....	18
2 MATEMATICKÁ TEÓRIA A METODOLÓGIA	20
2.1 ŠTATISTICKÁ ANALÝZA PREMENNÝCH	20
2.1.1 <i>t</i> -test na nezávislých súborech	20
2.1.2 ANOVA.....	21
2.1.3 Kruskal-Wallis test.....	22
2.2 FAKTOROVÁ ANALÝZA	24
2.2.1 Metóda hlavných faktorov	25
2.2.2 Kritériá výberu počtu faktorov	26
2.2.3 Rotácie faktorov.....	28
2.2.4 Formálne testy faktorovej analýzy.....	29
2.3 ANALÝZA LATENTNÝCH TRIED	30
2.3.1 Definícia modelu LCA	30
2.3.2 Odhadovanie parametrov	32
2.3.3 Kritériá výberu optimálneho modelu.....	33
2.4 MODELÝ PRIDANEJ HODNOTY VO VZDELÁVANÍ	34
2.4.1 Kritériá výberu optimálneho modelu.....	34
2.4.2 Nultý model PHV	35
2.4.3 Kritériá výberu finálneho modelu PHV.....	36
3 ÚVODNÁ PRÁCA S DÁTAMI.....	38

3.1	DESKRIPTÍVNE ŠTATISTIKY	38
3.2	ÚPRAVA PREMENNÝCH	40
4	OVERENIE VONKAJŠÍCH KONTEXTUÁLNYCH PREMENNÝCH	43
4.1	SOCIOEKONOMICKÝ STATUS	43
4.2	MOTIVÁCIA.....	44
4.3	INTELEKTOVÝ POTENCIÁL.....	48
5	SPRACOVANIE SOCIOEKONOMICKÉHO STATUSU.....	50
5.1	FAKTOROVÁ ANALÝZA	51
5.2	ANALÝZA LATENTNÝCH TRIED	57
5.2.1	<i>Kategorizácia subindikátorov ESCS.....</i>	<i>57</i>
5.2.2	<i>Výsledky analýzy latentných tried.....</i>	<i>59</i>
5.2.3	<i>ESCS na medziškolskej úrovni.....</i>	<i>61</i>
5.2.4	<i>Reprezentatívnosť modelu.....</i>	<i>62</i>
6	MODEL PRIDANEJ HODNOTY VO VZDELÁVANÍ.....	63
6.1	PREMENNÉ NA DRUHEJ ÚROVNI (ÚROVEŇ ŠKÔL).....	63
6.2	PREMENNÉ NA PRVEJ ÚROVNI (INDIVIDUÁLNA ÚROVEŇ)	64
6.3	ROZŠÍRENIE MODELU O ESCS.....	65
6.4	FINÁLNY MODEL	66
6.4.1	<i>Prvý model: vrátane ESCS</i>	<i>66</i>
6.4.2	<i>Druhý model: bez ESCS.....</i>	<i>68</i>
ZÁVER	70
LITERATÚRA.....	72
APPENDIX A:	PRIEMERNÉ VÝSLEDKY JEDNOTLIVÝCH ŠKÔL.....	78
APPENDIX B:	FAKTOROVÁ ANALÝZA V SPSS.....	79
APPENDIX C:	ANALÝZA LATENTNÝCH TRIED (LCA) V ŠTATISTICKOM PROGRAME R	81
APPENDIX D:	MODEL PRIDANEJ HODNOTY VO VZDELÁVANÍ V SPSS.....	82

Úvod

Už od 80-tych rokov postupne narastá záujem o problém merania kvality učiteľov a škôl. Metódy merania efektívnosti práce školy prešli za ten čas mnohými zmenami. Dnes existuje legitímna požiadavka, aby modely zohľadňovali podmienky, v ktorých škola pracuje. Tento fakt viedol k vývoju novej triedy modelov pridanej hodnoty vo vzdelávaní, ktoré zohľadňujú vedomostnú úroveň žiakov na vstupe. Ďalšou požiadavkou na kvalitný model je, aby zohľadňoval vonkajšie sprievodné aspekty edukácie, ktoré ovplyvňujú školskú úspešnosť, ale samotná škola na ne nemá dosah.

V roku 2015 obdržali slovenské školy prvý krát informáciu o pridanej hodnote vo vzdelávaní v slovenskom jazyku a literatúre za posledné tri kohorty žiakov. Model však nezohľadňoval vplyv vonkajších kontextuálnych premenných ako napríklad socioekonomického statusu. Cieľom tejto práce je navrhnúť metodológiu spracovania socioekonomického statusu a vylepšenie modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní o tento vplyv. Prezентujeme tiež podrobnú metodológiu na modelovanie pridanej hodnoty vo vzdelávaní, faktorovej analýzy a analýzy latentných tried v programoch SPSS a R.

Podrobným teoretickým vysvetlením konceptu pridanej hodnoty vo vzdelávaní sa snažíme čitateľa uviesť do problematiky. Následne definujeme matematickú teóriu použitých modelov a metód. Empirická časť poskytuje základnú deskripciu dátového súboru, no hlavne podrobné spracovanie konštruktu socioekonomického statusu pomocou faktorovej analýzy a analýzy latentných tried. Premennú spracovanú vo forme príslušnosti do latentných tried následne zahŕňame do modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní a overujeme silu jej vplyvu. Na záver zhodnotíme skúsenosť s novou metodológiou, uvedieme obmedzenia súčasného prístupu a formulujeme odporúčania do budúcnosti.

1 Teoretický úvod

1.1 Pridaná hodnota vo vzdelávaní

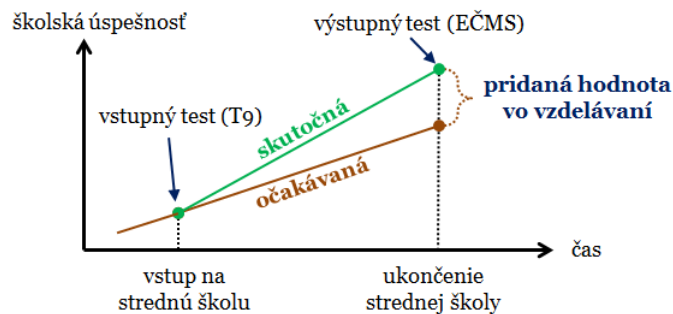
“Aby sme dosiahli objektívne a relevantné meranie kvality školy, musí toto meranie slúžiť priamo škole a nie byť namierené proti nej. Len také hodnotenie – autoevalvácia školy, môže priniesť želané ovocie, ktorým je progres žiaka a sebarealizácia učiteľa.” (Juščáková, 2011) Školám chýba teoretická a personálna výbava na sebahodnotenie a je potrebné im poskytnúť nástroje na tento proces. Práve tu je meranie pridanej hodnoty vo vzdelávaní užitočným zlepšením a malo by spolu s ďalšími nástrojmi pomôcť pri autoevalvácii školy.

V 80tych rokoch “rástol záujem o problém merania kvality učiteľov a škôl” (Hibpsman, 2004, p.4).“ Aj keď v mnohých krajinách sa meranie výkonu vzdelávacích inštitúcií zameriavalo najmä na ukazovatele aktuálneho výkonu, ako napríklad priemer skóre v štandardizovaných testoch” (OECD, 2008), nie je to ani zďaleka optimálny spôsob merania efektivity školy. Jeden z hlavných dôvodov je, že “nedáva zmysel prisudzovať školám zodpovednosť za výšku priemerného skóre ich žiakov, keď žiaci vstupujú do škôl s veľkými priemernými rozdielmi školskej úspešnosti” (Raudenbush, 2004). Na Slovensku sa pomerne často zverejňujú rebríčky stredných škôl¹, založené na priemere výsledkov žiakov školy zo štandardizovaných testov. Existuje legitímny tlak verejnosti, rodičov, ale aj samotných škôl, aby hodnotenie efektívnosti školy bralo do úvahy podmienky, v ktorých škola pracuje a tiež vedomostnú úroveň žiakov v čase, keď ich začíname pozorovať. Už na prvý pohľad je totiž jasné, že napríklad prestížna škola v Bratislave, kde má veľká väčšina žiakov aspoň jedného vysokoškolsky vzdelaného rodiča, môže mať väčšiu šancu dosiahnuť vysoký priemerný výsledok ako škola v zaostávajúcom regióne, kde ku nižšej vzdelanostnej úrovni rodičov pribúdajú obvykle problémy s nezamestnanosťou a finančným zabezpečením, teda aj vybavením vzdelávacími pomôckami a možnosťami mimoškolského vzdelávania.

V zmysle ideí odstránenia vplyvu vstupných schopností žiaka z evalvácie školy, sú za lepšie indikátory efektivity školy považované takzvané modely pridanej hodnoty vo vzdelávaní (PHV) (OECD, 2008). Pridaná hodnota vo vzdelávaní je ukazovateľom pokroku v školskej úspešnosti, ktorý žiak dosiahol počas štúdia na danej škole. Zásľuhu

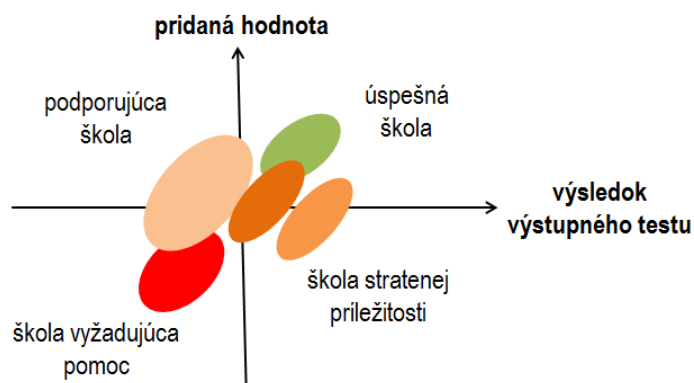
¹ Príkladom je projekt INEKO, ktorý pravidelne zverejňuje rebríčky škôl na adrese <http://skoly.sme.sk>. Výsledky škôl zverejňuje aj portál <http://vysledky.nucem.sk>, no bez tvorby rebríčkov.

školy na pokroku žiaka v našom kontexte možno vyčíslieť ako rozdiel medzi skutočným skóre zo štandardizovaného testu a očakávaným skóre toho istého žiaka, vyčísleneného na základe modelu PHV:



Obr. 1: Schématické znázornenie modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní

Skúsenosť zo zahraničia ukazuje, že meranie pridanej hodnoty vo vzdelávaní môže mať mnoho foriem využitia v praxi. Na základe odporúčania OECD (2008) je jedným z možných opatrení identifikácia škôl, ktoré z pohľadu pridanej hodnoty vo vzdelávaní vyčnievajú buď pozitívne alebo negatívne. Následne môžu byť učebné postupy a špecifiká úspešných škôl aplikované na zaostávajúcích školách. Identifikácia problémových škôl je dôležitá aj preto, aby sa pozornosť a zdroje riadiacich orgánov sústredili práve na školy, ktoré ich najviac potrebujú. Proces identifikácie sa dá schematicky zobrazit' nasledovne²:



Obr. 2: Identifikácia úspešných a problémových škôl. Zdroj: Poľsko.

² Stred súradnicovej sústavy reprezentuje školu s priemernou hodnotou školskej úspešnosti a priemernou hodnotou pridanej hodnoty vo vzdelávaní. Excelentné školy sú tie, ktoré majú nadpriemerné hodnoty oboch indikátorov. Naopak, školy vyžadujúce pomoc, majú oba indikátory podpriemerné.

1.1.1 Hodnotenie škôl na Slovensku

V úvode sme spomenuli, že autoevalvácia škôl je jedným z kľúčových nástrojov školy pre zvýšenie jej kvality a kvality jej učiteľov. Slovenské školy stále nemajú zákonnú povinnosť pravidelne štandardne hodnotiť výsledky svojej práce (Juščáková, 2012). Keďže školy nutne potrebujú nástroj na kvalitné sebahodnotenie, začal sa na Slovensku vyvíjať model pridanej hodnoty vo vzdelávaní. Už v roku 2015 NÚCEM poskytol riaditeľom stredných škôl informáciu o pridanej hodnote vo vzdelávaní v slovenskom jazyku a literatúre ich školy za posledné tri kohorty žiakov. Súčasný stav dôveryhodnosti a pokročilosti modelov PHV neumožňuje zverejnenie celonárodných výsledkov PHV a preto sú výsledky známe iba vedeniu samotnej školy.

Model PHV na Slovensku z roku 2015 bol dvojúrovňovým modelom hierarchickej lineárnej regresie s časovým rozpätím štyroch rokov medzi vstupným a výstupným kognitívnym meraním. Vysvetľujúcimi premennými boli základné premenné školského kontextu a individuálne charakteristiky žiaka (Kaclik, et al., 2015). Úlohou našej práce je ďalšie skvalitnenie modelu pomocou zahrnutia vonkajších kontextuálnych premenných, ktoré môžu očistiť súčasný model PHV o efekty, na ktoré škola nemá vplyv.

V roku 1998 začalo prvé testovanie deviatakov, tzv. Monitor 9, ktorý sa v súčasnosti nazýva Testovanie deviatakov (T9) a slúži v modeloch PHV ako vstupné testovanie. Výstupným testovaním je externá časť maturitnej skúšky (EČMS). Dôvodom pre použitie práve týchto dvoch testov je fakt, že nemáme k dispozícii lepšie celoplošné meranie, ktorému podlieha každý žiak školy.

1.1.2 Hodnotenie škôl v zahraničí

Problém neobjektívnosti hodnotenia škôl na základe priemerného skóre v štandardizovanom teste je vnímaný aj v zahraničí. Vznikli preto tzv. *cross-selective* modely, ktoré zohľadňovali demografické pozadie žiakov. Ďalšou logickou požiadavkou na model bolo zohľadnenie hierarchickej štruktúry žiakov sústredených v školách, ktorá vyústila do vzniku tzv. *contextualized attainment* modelov (OECD, 2008). Hlavným problémom takéhoto modelu ostáva fakt, že je založený na jednom časovom priereze školskej úspešnosti. Preto vznikol model pridanej hodnoty vo vzdelávaní, zohľadňujúci aj vstupný výsledok žiaka.

Jeden z najznámejších projektov na meranie PHV je *Tennessee Value-Added Assessment System (TVAAS)*, ktorý je podrobne popísaný v diele Sandersa et al. (1997).

Model zahŕňa výlučne výsledky žiakov v testoch a ich identifikáciu a je preto veľmi jednoduchou verziou modelu PHV. Za fakt, že nedokáže zachytiť rozdiely v socioekonomickom statuse, či demografických charakteristikách, si model vyslúžil kritiku (napr. Linn, 2001). Zaujímavým príspevkom diela je pozorné modelovanie súčasných výsledkov na základe minulých výsledkov žiakov, ktoré majú prirodzene veľkú silu predpovedať budúce výsledky žiaka.

Ďalším príkladom využitia konceptu pridanej hodnoty vo vzdelávaní v praxi je hodnotenie efektivity učiteľov v USA. V niektorých štátoch USA vplyvajú výsledky pridanej hodnoty vo vzdelávaní učiteľov na ich hodnotenie, a teda aj na ich platové podmienky a možný kariérny posun. V roku 2001 bol v USA podpísaný zákon s názvom „*No Child left Behind*”³, ktorého cieľ je zlepšiť úroveň vzdelania žiakov. Zaväzuje všetky štáty k zavedeniu systému evalvácie školského systému na základe pridanej hodnoty vo vzdelávaní (Hull, 2013). Tento zákon využíva rovnaký princíp identifikácie škôl, popísanej v obrázku 2. Zaostávajúcim školám môže riadiaci orgán vymeniť učiteľov alebo osnovy, vyslať tam externých expertov či inšpektorov, alebo predĺžiť školský rok (Jorgensen, Hoffman, 2003). Žiaci a rodičia môžu informácie o pridanej hodnote vo vzdelávaní použiť napríklad aj pri rozhodovaní o budúcej škole (Raudenbush, 2004). Príklady ďalších úspešných projektov pridanej hodnoty vo vzdelávaní sa nachádzajú napríklad v Poľsku (Žóttak, 2013) alebo vo Veľkej Británii (Kelly, Downey, 2010).

1.1.3 Ekonomický efekt pridanej hodnoty vo vzdelávaní

Napriek nedostatku relevantnej literatúry, venujúcej sa ekonomickým efektom efektívnosti učiteľov a škôl, môže mať práve odhad efektu zmien na ekonomický rast výrazný vplyv na rozhodovanie o zavedení opatrení v školstve. Ako spomína Hanushek (2011), „kvalitní učelia sú najdôležitejším aktívom každej školy”. Debata o ekonomických efektoch zvýšenia kvality vzdelávania je momentálne aktívna najmä v kontexte kvality učiteľov. Závěry tejto diskusie môžu byť ľahko prenesené aj do kontextu celých škôl⁴. Úvaha o ekonomickej hodnote zvýšenia efektívnosti učiteľa, či školy, je na mieste najmä v diskusiách o platoch učiteľov, financovaní škôl a príprave žiakov pre dobré začlenenie do pracovného prostredia.

³ Základné informácie sú dostupné na internete, napr. <http://www2.ed.gov/nclb/overview/intro/factsheet.html>

⁴ Po vyhodnotení ekonomických efektov zvýšenia efektívnosti učiteľa vieme tento údaj ľahko prepočítať na ekonomický efekt zvýšenia efektívnosti školy, pretože oba ukazovatele sa počítajú v metrike pridanej hodnoty vo vzdelávaní.

Pri odhadovaní ekonomického efektu zvýšenej pridanej hodnoty vo vzdelávaní školy sa môžeme oprieť o viaceré odhady ekonomického efektu zvýšeného výkonu žiaka⁵. Viaceré štúdie ukázali, že zvýšený výkon žiaka v štandardizovanom teste môže viesť ku zvýšeniu celoživotného zárobku. Murnane et al. (2000) odhadujú, že zvýšené skóre o jednu štandardnú odchýlku vedie ku 15% zvýšeniu ročných zárobkov u mužov a ku 10% zvýšeniu u žien. V mierne pozmenených podmienkach odhaduje Lazear (2003) výšku tohto efektu na 12% a Mulligan (1999) na 11% bez ohľadu na pohlavie. Všetky spomínané štúdie sa sústredili na zárobky na začiatku kariér pozorovaných jednotlivcov. Hanushek a Zhang (2009) uvádzajú, že toto číslo môže stúpnuť až na 20%, ak uvažujeme celoživotný zárobok. V absolútnych číslach môže zvýšenie skóre v štandardizovanom teste o jednu štandardnú odchýlku znamenať pre žiakov z USA zvýšenie celoživotného zárobku v priemere až o 150000 USD⁶. Pozitívne ekonomické efekty sú následne podrobené tzv. cost-benefit analýze, ktorá sa snaží zohľadniť aj náklady spojené so zvyšovaním efektivity⁷ (Belfield, Levin, 2007).

1.1.4 Obmedzenia modelov pridanej hodnoty vo vzdelávaní

Výsledky modelovania pridanej hodnoty vo vzdelávaní by nemali byť považované za dokonalý ukazovateľ efektivity školy z viacerých dôvodov. Po prvé, dátové súbory v edukometrii sú často poznačené chýbajúcimi údajmi a jednorázovosťou meraní. Po druhé, existuje podozrenie, že niektorí žiaci môžu počas testov podvádzať alebo uviesť skreslené osobné informácie, napríklad ohľadom ich socioekonomického statusu. Po tretie, model PHV nemusí zohľadniť efekt viacerých vonkajších kontextuálnych premenných, čo môže viesť ku vychýleným odhadom PHV. Po štvrté, štandardizované testy nereflektujú komplexne kognitívne schopnosti žiaka⁸. Niektorí učitelia môžu pripraviť žiakov na dobrý výkon v jednom štandardizovanom teste na úkor ich celkového vzdelávania. Ďalším problémom modelov pridanej hodnoty vo vzdelávaní je fakt, že neposkytujú informáciu o dôvodoch vynikajúcich alebo slabých výsledkov jednotlivých škôl. Nezachytávajú tiež

⁵ Nižšie spomenuté štúdie neodhadujú ekonomický efekt pridanej hodnoty vo vzdelávaní, ale iba odhadovaný ekonomický efekt zvýšeného skóre žiaka v danom štandardizovanom teste. Je potrebné tieto dva efekty rozlišovať a byť pri odhadoch opatrný.

⁶ Je dôležité si uvedomiť, že ak odhadujeme ekonomický efekt zvýšenia pridanej hodnoty vo vzdelávaní daného učiteľa, ten sa dá odhadnúť ako súčet odhadovaných zvýšení zárobkov všetkých študentov.

⁷ Napr. investícia do lepších platových podmienok, učebné pomôcky, investícia do školení, či dodatočného vzdelávania sa učiteľov.

⁸ V súčasnosti sú na Slovensku používané takzvané NR-testy (norm-referenced tests), ktorých úlohou je žiakov diferencovať a vzájomne porovnať. Nepoužíva sa druhý typ testov, tzv. CR-testy (criterion-referenced tests), ktoré preverujú úroveň vedomostí žiaka bez porovnávania jeho výkonu s inými žiakmi.

žiakov, ktorí (v prípade ZŠ) opustia školu v nižšom, ako záverečnom ročníku, alebo na SŠ aspoň raz prepadli. Pri hodnotení kvality školy je preto kľúčové použiť viac evalvačných nástrojov ako iba pridanú hodnotu vo vzdelávaní. A konečne, treba mať na zreteli, že takáto metóda lineárnej regresie je vo svojej podstate založená na porovnávaní, teda že vysoká kvalita jedného subjektu je dôsledkom nízkej kvality iného subjektu a nie priamej vnútornej zásluhy. Je to vážny skrytý risk interpretácie, ktorého sa môžeme dopustiť pri nesprávnom použití PHV.

1.2 Kontextuálne premenné školskej úspešnosti

Prehľad zahraničného výskumu naznačuje, že modely pridanej hodnoty vo vzdelávaní by mali mať tri kľúčové vlastnosti:

- 1) skúmanie pokroku žiaka v časovom intervale a nie meranie jedného časového prierezu,
- 2) zohľadnenie hierarchickej štruktúry dát (zhlukovanie žiakov do škôl),
- 3) zohľadnenie vplyvu vonkajších kontextuálnych premenných.

Kým prvé dva body sú otázkou výberu typu modelu, tretí bod musí zohľadniť viacero faktorov. “Vonkajšie sprievodné aspekty edukácie sú javy, ktoré ovplyvňujú školskú úspešnosť žiaka, ale samotná inštitúcia, kde sa vzdelávanie odohráva, na tieto javy vplyv nemá. Ak chceme hodnotiť výkon školy, musíme odhad nárastu školskej úspešnosti jej žiakov očistiť od vplyvu vonkajších kontextuálnych premenných” (Juščáková, 2014). Pri hodnotení efektivity práce školy je teda dôležité rozlišovať, či škola pracuje s množstvom nadaných žiakov s dobrým ekonomickým či sociálnym zázemím, alebo či škola pracuje so žiakmi, ktorí si nemôžu dovoliť učebné pomôcky, a ktorých rodičia nemajú zamestnanie. Ak máme ambíciu hodnotiť efektívnosť práce školy, musíme pokrok vedomostí jej študentov očistiť o vyššie spomenuté vonkajšie vplyvy, na ktoré škola nemá dosah. Zostavili sme anketu medzi mladými ľuďmi (18-26 rokov)⁹ a pýtali sa, ktoré faktory mimo dosahu školy podľa nich vplývajú na úspech žiakov v škole. Najčastejšími odpoveďami boli:

- vzdelanie rodičov,

⁹ Opýtani boli študenti trojročného rozvojového programu pre mladých - Nexteria Leadership Academy. Anketa bola zverejnená na Facebooku vo forme brainstormingu a obdržali sme 15 odpovedí, pričom odpoveď mohla obsahovať viac položiek.

-
- príjem domácnosti,
 - intelektuálne stimuly rodiny v predškolskom veku,
 - nevzdelanosť a nemotivovanosť okolia,
 - počet členov rodiny (aj kompletnosť rodiny, teda prítomnosť resp. absencia oboch rodičov),
 - vplyvy súrodencov, súrodenecka rivalita,
 - vnútorná motivácia žiaka nad rámec kurikula,
 - vzdialenosť bydliska od školy, bývanie na stredoškolskom internáte,
 - hendikep žiaka,
 - iný jazyk používaný v domácnosti ako prvý,
 - mimoškolské aktivity, šport, brigádovanie popri škole,
 - domáce povinnosti žiaka.

Množstvo odpovedí, ako aj takmer dokonalá zhoda s príčinami spomínanými v odbornej literatúre naznačujú, že tieto problémy sú verejnosti dobre známe. Nahliadnutie do odbornej literatúry pridáva ešte nasledovné faktory (Haverman, 1994):

- počet kníh, študijných pomôcok, počítačov v domácnosti,
- náboženstvo,
- ekonomické a kultúrne charakteristiky okolia obydliia.

Úlohou našej práce je navrhnúť metodológiu na vylepšenie jednoduchého modelu PHV, ktorá by umožnila zahrnúť do výpočtu kontextuálne faktory a poskytla vďaka tomu férovejší a presnejší odhad efektívnosti školy. V našej práci sa bližšie venujeme trom najpoužívanejším kontextuálnym premenným (Juščáková, 2014):

Intelektový potenciál žiaka bol meraný dvakrát, na vstupe (2010) a na výstupe (2013) Testom všeobecných schopností (TVS – verbálny, nonverbálny a numerický), Testom priestorových schopností (TPS) a jednorázovo na vstupe (2010) Testom študijných predpokladov (TŠP).

Motivácia žiaka k výkonu a učeniu bola zisťovaná tiež na vstupe (2010) a na výstupe (2013) Dotazníkom výkonovej motivácie (DMV) a Dotazníkom motivácie k učeniu (M2).

Socioekonomický a kultúrny status žiaka (ESCS) je pravdepodobne najčastejšie skúmaná kontextuálna premenná vo výskume efektívnosti vzdelávania. Výskumníci čoraz

častejšie sledujú vzdelávacie procesy vrátane merateľných výsledkov žiakov (národné testovania atď.) vo vzťahu ku socioekonomickému pozadiu. Mnohé preukázali štatistickú významnosť tohto vzťahu (Coleman et al., 1966). ESCS vyjadruje prístup jedinca ku finančným, sociálnym, kultúrnym a ľudským zdrojom. Tradične obsahuje pri sledovaní školskej úspešnosti tri zložky: najvyššie dosiahnuté vzdelanie rodičov, zamestnanie rodičov a príjem rodiny či domácnosti (Cowan, et al., 2012).

1.2.1 Očakávaný vplyv socioekonomického statusu na školskú úspešnosť

Sirin vo svojej meta-analýze viac ako 70-tich prác na tému vplyvu ESCS na školskú úspešnosť jednoznačne poukázal na opodstatnenosť ESCS ako vonkajšej kontextuálnej premennej, pričom pozoroval jeho priemernú hodnotu korelácie so školskou úspešnosťou vo výške 0,28. V prípade agregovaných korelácií na úrovni škôl bola priemerná hodnota koeficientu až 0,60. ESCS rodiny sa ukazuje ako jeden z najsilnejších kontextuálnych faktorov školskej úspešnosti (Sirin, 2005, str. 432). Prirodzene, nie každá práca, ktorá bola predmetom skúmania meta-analýzy, použila na skúmanie rovnaké premenné socioekonomického statusu. Medzi najčastejšie patrili vzdelanie rodičov (30 prác), povolanie rodičov (15 prác), príjem domácnosti (14 prác, ďalších 10 vo forme práva na zľavnené obedy), ESCS okolia (6 prác) a vybavenie domácnosti (4 práce) (Sirin, 2005, str. 434).

Munck a Hansen argumentujú, že “súčasným trendom je prechod od koncepcie jednorozmernej veličiny ESCS smerom ku viacrozmernej normálne rozdelenej latentnej veličine, ktorá nadobúda rôzne efekty na rôznych úrovniach pozorovania (jednotlivci, školy)” (Munck, Hansen, 2012, str. 51). Vytvorili tri latentné triedy (ekonomicky a kultúrne zabezpečenú triedu, kultúrne znevýhodnenú triedu a kultúrne zabezpečenú triedu) a študovali rozdiely v školskej úspešnosti žiakov na základe príslušnosti do jednej z latentných tried. Opodstatnenosť výberu týchto latentných tried preukazuje aj fakt, že zaradenie žiakov do latentných tried vysvetľovalo 16 % rozdielov v školskej úspešnosti žiakov.

1.2.2 Očakávaný vplyv motivácie žiaka na školskú úspešnosť

Zahraničný výskum naznačuje, že motivácia k učeniu má pozitívny vplyv tak na porozumenie textu, ako aj húževnatosť a výdrž pri študovaní (Wigfried a Guthrie, 1997). Kush et al. (2005) ukázali, že postoj k čítaniu dieťaťa hrá veľkú rolu v jeho neskoršej

školskej úspešnosti. Guthrie et al.(2001) tiež zistili, že motivácia k čítaniu pozitívne vplyva na školskú úspešnosť žiakov. To, či sa zaradí žiak do lepšej alebo horšej skupiny študentov, významne koreluje s motiváciou k učeniu a s postojom k čítaniu (Tse, Xiao, 2014). Na základe týchto zistení očakávame, že motivácia žiaka k výkonu alebo učeniu môže mať vplyv na školskú úspešnosť. Na rozdiel od ESCS existuje pri motivácii názor, že môže byť ovplyvnená pôsobením školy a že sa v ňom môže v čase meniť. Bude preto dôležité overiť, či spĺňa podmienky vonkajšej kontextuálnej premennej.

V literatúre sa motivácia žiaka triedi rôzne, prvotne na vonkajšiu a vnútornú motiváciu. Vonkajšia motivácia vyplýva z tlaku okolia, očakávaní, ambície uspieť alebo mať dobré výsledky. Vnútorná motivácia pramení zo záujmu, a užívania si samotného premetu, činnosti. Baker a Wigfield (1999) delia motiváciu vo svojom výskume na nasledovné kategórie:

- sebavedomie,
- prekonávanie výziev,
- vyhýbanie sa práci,
- zvedavosť,
- pocit zapojenia, inklúzie,
- dôležitosť,
- uznanie,
- študijné výsledky,
- konkurencia, súťaživosť,
- zapadnutie do kolektívu,
- sociálna motivácia.

Podrobnejšie delenie motivácie na jej zložky nájdeme napríklad aj v (Juščáková, 2013), ktoré popisuje delenie činiteľov motivácie na základe dotazníku, ktorým disponujeme pre účely tejto práce.

Baker a Wigfield poukázali na nesignifikantnosť väčšiny ukazovateľov, pričom štatisticky významnú koreláciu pozorovali napríklad pri negatívnom faktore vyhýbania sa práci (korelácia medzi 0,12 – 0,34). Pri faktoroch sebavedomia ($\rho = 0,25 - 0,26$), popasovania sa s výzvou ($\rho = 0,20 - 0,22$), zvedavosti ($\rho = 0,23$), pocitu zapojenia sa ($\rho = 0,20 - 0,21$), pocitu uznania ($\rho = 0,23 - 0,25$), radosti z dobrých známok ($\rho = 0,25$), konkurencie ($\rho = 0,25$) a zapadnutia do kolektívu ($\rho = 0,23 - 0,25$) boli sledované

významné korelácie iba pri niektorej z verzií študijného testu, alebo iba pre niektorú etnicitu¹⁰. Výsledky Bakera a Wigfielda naznačujú, že vzťah motivácie a školskej úspešnosti nemusí byť vždy štatisticky významný, avšak vykazuje znaky kontextuálnej premennej pri určitých jej zložkách. Oproti ESCS očakávame nižšiu závislosť školskej úspešnosti od motivácie žiaka.

1.2.3 Očakávaný vplyv intelektového potenciálu žiaka na školskú úspešnosť

Vplyv verbálnych, numerických a nonkognitívnych schopností na školskú úspešnosť bol pozorovaný vo viacerých zahraničných štúdiách, ktoré boli zhrnuté v meta-analýze DeBaz (1994). O dôležitosti týchto ukazovateľov sa dozvedáme aj zo štúdií, ktoré skúmajú vplyv predchádzajúceho úspechu alebo neúspechu žiaka na ich budúci intelektový a študijný výkon. Pang a Rogers (2013) poukazujú na nutnosť skorej diagnostiky problémov s učením u žiakov a na dôležitosť včasného zásahu. Ukazujú totiž, že žiaci, ktorí mali problémy s učením či všeobecnými schopnosťami v skorších ročníkoch, mali tieto problémy aj v pokročilejšom veku. Skorý zásah vo forme zlepšenia všeobecných schopností a zručností týchto žiakov, napomôže v ich ďalšom napredovaní, pretože budú mať príležitosť na nich neskôr pracovať sami.

Viaceré štúdie skúmali vzťah verbálnych schopností a školskej úspešnosti žiakov. Meta-analýza DeBaza odhaduje, že okolo 25 % variability školskej úspešnosti by mohlo byť vysvetlených verbálnymi predpokladmi. Thorndike (1973) pozoroval vzťah medzi porozumením textu a školskou úspešnosťou, kde sa korelácia rovnala 0,52. Verbálne schopnosti v jeho modeli vysvetľovali 16-25 % variability výsledkov školskej úspešnosti. Fleming a Malone (1983) udávajú silu rovnakého vzťahu na novších dátach rovnú 0,41. Kahl (1982) pozoroval vzťah medzi verbálnymi a jazykovými schopnosťami a školskou úspešnosťou o sile 0,59 pre druhý stupeň a o sile 0,47 pre tretí stupeň žiakov. Tak ako pri motivácii, bude dôležité veľmi pozorne overiť, či môžeme danú premennú chápať ako vonkajšiu kontextuálnu. Už na prvý pohľad je totiž zrejmé, že by zmeny v intelektovom potenciáli mohli byť ovplyvnené prácou školy, čo by nás neoprávňovalo očistiť PHV o tento efekt.

¹⁰ Autori vykonali skupinovú korelačnú analýzu, teda rozdelili pozorovanú populáciu podľa etnicity a analyzovali korelácie samostatne pre každú skupinu.

Staršie štúdie potvrdzovali silné prepojenie všeobecných schopností žiaka a jeho školskej úspešnosti. Práve tieto staršie štúdie používali ako ukazovateľ napríklad IQ, ktoré pomerne spoľahlivo vysvetľovalo rozdiely v školskej úspešnosti. St. John (1970) sa zamerával na viacero štúdií, zaoberajúcich sa vplyvom IQ na známky žiakov, a objavil priemernú silu závislosti vo výške 0,46. Aj ďalší používali rôzne verzie testov IQ žiaka, a objavili pomerne významné korelácie (Flanagan et. al: 0,51, Fleming and Malone (1983): 0,42, Kahl (1982): 0,43-0,46).

2 Matematická teória a metodológia

2.1 Štatistická analýza premenných

2.1.1 t-test na nezávislých súboroch

Pri hľadaní možných vysvetľujúcich premenných budeme testovať, či sa priemerná úspešnosť v kognitívnych testoch (EČMS, T9) líši naprieč rôznymi skupinami (gymnázia vs. SOŠ, chlapci vs. dievčatá). V našom prípade však nie je možné použiť klasický t-test pre nezávislé súbory, pretože ten predpokladá rovnakú veľkosť súboru a rovnaké variancie. V prípade, že sa budú líšiť iba veľkosti súborov a variancie budú rovnaké, testovaciu štatistiku vypočítame ako:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{X_1X_2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \quad (1)$$

kde

$$s_{X_1X_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_{X_1}^2 + (n_2 - 1)s_{X_2}^2}{n_1 + n_2 - 2}}, \quad (2)$$

kde $s_{X_1X_2}$ je odhad zdieľanej štandardnej odchýlky dvoch súborov. Je definovaný tak, že jeho druhá mocnina predstavuje nevychýlený odhad zdieľanej variancie bez ohľadu na to, či sú stredné hodnoty súborov rovnaké. n predstavuje počet pozorovaní, $n - 1$ je počet stupňov voľnosti pre každú skupinu a $n_1 + n_2 - 2$ je celkový počet stupňov voľnosti pre testovanie štatistickej významnosti. Ak sa variancie nerovnejú, použijeme Welchov t-test (Welch, 1947):

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \quad (3)$$

kde s_i^2 je nevychýlený odhad variancie i-teho súboru a n_i je počet jednotlivcov v i-tej skupine, $i \in \{1,2\}$. Pripomíname, že štvorec menovateľa Welchovej t-štatistiky nie je, na rozdiel od klasického t-testu, zoskupená variancia (tzv. pooled variance). Testová štatistika má Studentovo t rozdelenie s počtom stupňov voľnosti:

$$d.f. = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{(n_1-1)} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{(n_2-1)}}. \quad (4)$$

2.1.2 ANOVA

Analýza rozptylu, často nazývaná ANOVA (Analysis of variance), je štatistický nástroj pre porovnávanie rozdielov stredných hodnôt medzi viacerými skupinami v populácii (tri a viac)¹¹. V prípade edukometrie môže ísť napríklad o skúmanie, či sa priemerný výsledok žiakov z externej časti maturity líši medzi žiakmi rôznych krajov. Na začiatok definujme celkovú varianciu, ako súčet štvorcov rozdielov medzi meraním jednotlivca a celkovým priemerom (tzv. *grand mean*) súboru:

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - x_{**})^2, \quad (5)$$

kde i predstavuje poradie skupiny, n_j počet jednotlivcov v rámci j-tej skupiny a x_{**} je priemer celého súboru. Ďalej definujme varianciu medzi skupinami ako súčet štvorcov rozdielov medzi priemerom každej skupiny a celkovým priemerom súboru:

$$SS_{between} = \sum_{i=1}^k n_i (x_{i*} - x_{**})^2, \quad (6)$$

¹¹ Test je limitovaný iba na prijatie alebo zamietnutie hypotézy o rovnosti všetkých priemerov skupín. V prípade zamietnutia rovnosti nám neposkytne informáciu, ktoré priemery sa navzájom líšia.

pričom suma je vážená počtom meraní n_i v každej skupine a x_{i*} je priemer i-tej skupiny. Napokon definujme varianciu vnútri skupiny ako súčet štvorcov rozdielov medzi meraním jednotlivca a priemerom skupiny:

$$SS_{within} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - x_{i*})^2. \quad (7)$$

Teraz vieme vypočítať F-štatistiku, ktorá sa rovná pomeru variancie medzi skupinami ku variancii v rámci skupiny, pričom oba členy delíme počtom stupňov voľnosti:

$$F = \frac{\frac{SS_{between}}{(k-1)}}{\frac{SS_{within}}{(N-k)}}, \quad (8)$$

kde N je celkový počet jednotlivcov a k je počet skupín. Testujeme hypotézu, či sa priemery všetkých skupín navzájom rovnajú:

$$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_k \quad \text{vs.} \quad H_1: \text{aspoň jeden priemer je odlišný.}$$

F-štatistika má za platnosti H_0 Fisherovo rozdelenie s $k-1$ a $N-k$ stupňami voľnosti. Štatistika bude veľká, ak je variabilita medzi skupinami oproti variabilite v rámci skupiny veľká, čo by naznačovalo nerovnaké priemery medzi skupinami. Hypotézu H_0 zamietneme, ak bude hodnota F-štatistiky väčšia ako 95%-tná kritická hodnota Fisherovho rozdelenia so spomínanými stupňami voľnosti.

2.1.3 Kruskal-Wallis test

Napriek tomu, že “ANOVA (a napríklad aj t-test) funguje dobre aj v situáciách, keď je test normality negatívny” (Kvasnička, 2012), nie je možné sa na tento predpoklad

spoľahnúť. V prípade, že sa skutočne zamietne normalita dát¹², na porovnanie rovnosti priemerov je namiesto ANOVA vhodné použiť neparametrickú metódu, akou je Kruskal-Wallis test (Kruskal, Wallis, 1952).

Tento test, nazývaný aj ANOVA na rankoch, nepredpokladá normalitu reziduí. Je rozšírením Mannovho-Whitneyho U testu pre viac ako dve skupiny dát a vieme pomocou neho odhaliť stochastickú dominanciu skupín. Za predpokladu, že hustoty rozdelení majú rovnaký tvar (rozptyl, zakrivenie, špicatosť), Kruskal-Wallis test bude testovať rovnakú nulovú hypotézu ako pri ANOVA:

$H_0: \mu_1 = \dots = \mu_k$ vs. $H_1: \text{aspoň jeden priemer je odlišný}$.

Metóda používa techniku tzv. rankov. Rank i -teho pozorovania je definovaný ako počet meraní v rámci súboru, ktoré majú menšiu hodnotu, ako i -te meranie¹³. Testová štatistika je definovaná:

$$T := \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{R}_{i*} - \bar{R}_{**})^2}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (R_{ij} - \bar{R}_{**})^2}, \quad (9)$$

kde n_i je počet pozorovaní i -tej skupiny,

R_{ij} je rank j -teho pozorovania z i -tej skupiny,

N je celkový počet meraní v celom súbore,

\bar{R}_{i*} je priemer i -tej skupiny a

\bar{R}_{**} je priemer všetkých meraní.

Ak dáta neobsahujú zhody (tzv. ties)¹⁴, testová štatistika sa dá zjednodušiť nasledovne:

¹² Klasické testy normality sú v prípade dát rozdelených na skupiny nespoľahlivé, odporúča sa napr. analýza Q-Q plotov (Loy, et al., 2014).

¹³ Napríklad, prideliť meraniu s najmenšou hodnotou (povedzme, že takým bolo meranie č.254) rank hodnoty $R_{254} = 1$.

¹⁴ Zhody, *angl. ties*, sú prípady, keď sa hodnoty aspoň dvoch ľubovoľných pozorovaní rovnajú.

$$T := \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{R}_{i*}^2 - \frac{n(n+1)^2}{4}}{\frac{n(n+1)}{12}} = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k n_i \bar{R}_{i*}^2 - 3(n+1). \quad (10)$$

V prípade, že súbor obsahuje zhody, musíme počítať pôvodnú testovú štatistiku, pretože jej zjednodušená verzia už neplatí. Pozorovaniam, ktoré sú zhodami, treba prideliť tzv. *mid ranks*¹⁵. V oboch prípadoch zamietame nulovú hypotézu, ak je testová štatistika väčšia ako 95%-tná kritická hodnota rozdelenia *Chi-kvadrát* s $k - 1$ stupňami voľnosti.

2.2 Faktorová analýza

Faktorová analýza (FA) skúma lineárnu závislosť pozorovaných premenných od iných, nepozorovaných premenných (tzv. faktorov). Faktorová analýza patrí medzi metódy znižovania dimenzie dát, preto očakávame podstatne nižší počet faktorov, ako počet pôvodných premenných.

FA predpokladá, že náhodný vektor $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_p)^T$ pozorovaných premenných, vieme popísať m -dimenzionálnym náhodným vektorom $\mathbf{F} = (F_1, \dots, F_m)^T$ skrytých (latentných) premenných, pričom m je podstatne menšie ako p . Uvažujeme nasledujúci štatistický model:

$$X_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} F_j + U_i, \quad i = 1, \dots, p \quad (11)$$

alebo v maticovej forme:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{F} + \mathbf{U}. \quad (12)$$

Prvky a_{ij} matice \mathbf{A} nazývame faktorové náklady, zložky náhodného vektora \mathbf{F} označujeme ako spoločné faktory a zložky náhodného vektora \mathbf{U} označujeme ako

¹⁵ Majme zoradené pozorovania podľa veľkosti. Majme skupinu k pozorovaní so zhodnými hodnotami, ktorá sa nachádza hneď za pozorovaním s rankom $i-1$ a hneď pred pozorovaním s rankom $i+k$. Mid ranky priradia všetkým pozorovaniam v rámci skupiny zhôd rovnaký rank, rovný priemeru rankov $i-1$ a $i+k$.

špecifické faktory. Zvyčajných teoretických predpokladov, ktoré musia byť splnené je niekoľko. Po prvé, spoločné faktory \mathbf{F} a špecifické faktory \mathbf{U} by mali byť nekorelované. Po druhé, samotné spoločné faktory by mali byť štandardizované a nekorelované, z čoho vyplýva, že kovariančná matica vektora \mathbf{F} je I_m a kovariančná matica vektora \mathbf{U} je diagonálna matica $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_p)$. Ďalej, stredné hodnoty \mathbf{F} , \mathbf{U} a \mathbf{X} sú nulové a taktiež predpokladáme, že pozorované premenné X_1, \dots, X_p sú normalizované na jednotkovú varianciu. Potom platí, že korelačná matica vektora \mathbf{X} je nasledovná:

$$\Psi = \mathbf{A}\mathbf{A}^T + D. \quad (13)$$

Faktorové náklady v takto definovanom modeli predstavujú korelácie medzi pozorovanými premennými a spoločnými faktormi: $a_{ij} = \rho(X_i, F_j)$ pre všetky $i = 1, \dots, p$ a $j = 1, \dots, m$. Prvým krokom faktorovej analýzy je pomocou pozorovaných premenných odhadnúť parametre a_{ij} a d_i .

2.2.1 Metóda hlavných faktorov

V našom prípade použijeme metódu hlavných faktorov (*method of principal factors*). Jej výhodou je fakt, že na rozdiel od konkurenčnej metódy maximálnej vierohodnosti, nemá požiadavky na rozdelenie pozorovaných premenných. Ak by sme poznali maticu $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_p)$ z predchádzajúcej rovnice, vedeli by sme vypočítať tzv. redukovanú korelačnú maticu $\Psi - D = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$. Pomocou tejto matice sme schopní vypočítať maticu faktorových nákladov \mathbf{A} . Diagonálne prvky matice D nazývame komunalitu:

$$d_i = 1 - h_i^2, \quad \text{kde} \quad h_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}^2. \quad (14)$$

Metóda hlavných faktorov určuje $\hat{d}_1 = 1/(R^{-1})_{11}, \dots, \hat{d}_p = 1/(R^{-1})_{pp}$ ako počiatočné odhady prvkov d_1, \dots, d_p a zároveň odhaduje korelačnú maticu pozorovaných premenných pomocou výberovej korelačnej matice R :

$$R^* = R - \text{diag}(\hat{d}_1, \dots, \hat{d}_p). \quad (15)$$

Táto redukovaná korelačná matica je výberová korelačná matica s diagonálnymi prvkami nahradenými odhadmi komunalít $\hat{h}_1^2 = 1 - 1/(R^{-1})_{11}, \dots, \hat{h}_p^2 = 1 - 1/(R^{-1})_{pp}$. Následným krokom počítame vlastné hodnoty $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p$ matice R^* a k nim prislúchajúce ortonormálne¹⁶ vlastné vektory u_1, \dots, u_p . Následne sme schopní odhadnúť maticu faktorových nákladov:

$$\hat{A} = (\sqrt{\lambda_1}u_1, \dots, \sqrt{\lambda_m}u_m). \quad (16)$$

Metóda hlavných faktorov je iteratívna a preto je možné proces opakovať s novými odhadmi komunalít $\sum_{i=1}^m (\hat{A})_{ij}^2, j = 1, \dots, p$ a postup opakovať, až kým proces neskonverguje.

2.2.2 Kritériá výberu počtu faktorov

Jedno z kľúčových rozhodnutí pri exploračnej faktorovej analýze je určenie počtu faktorov. Toto rozhodnutie je dôležité najmä z troch dôvodov:

- 1) Rozhodnutie o počte zachovaných faktorov môže byť dôležitejším rozhodnutím ako ostatné (napr. výber metódy FA, typu rotácie), pretože tieto sa ukázali ako robustné vzhľadom na výber spôsobu (Zwick & Velicer, 1986).
- 2) Užitočnosť celej analýzy závisí na jej schopnosti dostatočne zredukovať dimenziu dát a zároveň adekvátne reprezentovať korelácie v skupine premenných. Je teda kľúčové rozlíšiť dôležité faktory od triviálnych (Fabrigar et al., 1999).
- 3) Existujú koncepčné a empirické dôkazy, že tak špecifikácia príliš málo faktorov, ako aj špecifikácia príliš veľa faktorov, negatívne ovplyvňujú výsledky. Všeobecne je výber príliš malého počtu faktorov považovaný za horší prípad (Velicer, Eaton, & Fava, 2000).

¹⁶ V lineárnej algebre sú dva vektory ortonormálne, ak sú na seba kolmé (ortogonálne) a majú oba zároveň jednotkovú dĺžku.

Vo faktorovej analýze je tiež dôležité zohľadniť teoretické predpoklady a existujúce poznatky. Výskumník tak môže zohľadniť pri výbere počtu faktorov nielen štatistické kritériá, ale aj podstatu a charakter skúmaných dát (Fabrigar et al., 1999).

K1 - Kaiserovo pravidlo vlastných hodnôt

Metóda navrhnutá Kaiserom (1960) je pravdepodobne najznámejšia a najpoužívanejšia metóda v praxi. Podľa tohto pravidla ponechávame iba faktory, ktorých vlastné hodnoty sú väčšie ako 1. Napriek obľúbenosti tejto metódy ju odborníci neodporúčajú. Fabrigan et. al (1999) spomínajú tri problémy s používaním tejto metódy:

- 1) Metóda bola navrhnutá pre účely Analýzy hlavných komponentov (PCA) a nie je relevantným pravidlom pre prípad exploračnej faktorovej analýzy, ktorej vlastné hodnoty sa počítajú z korelačnej matice s odhadnutými komunalitami na diagonále.
- 2) V mnohých situáciách rozhodnutie nie je jasné. Rozhodnutie prijať faktor s vlastnou hodnotou 1,01 ako významný a faktor s vlastnou hodnotou 0,99 ako zanedbateľný, môže viesť ku chybe.
- 3) Metóda má tendenciu výrazne nadhodnotiť počet faktorov a v niektorých prípadoch dokonca tento počet podhodnotiť. Nevýhodou metódy teda nie je iba vychýlenosť, ale aj nejednoznačnosť smeru tejto odchýlky (Zwick & Velicer, 1986).

Lakt'ový diagram (Scree plot)

Ďalší populárny prístup je Cartellov Scree test (Cartell, 1966), ktorý je založený na vizuálnom pozorovaní grafu vlastných hodnôt. Vlastné hodnoty sú zobrazené v dvojrozmernom priestore v zostupnom poradí a pospájané čiarou. Následne je potrebné nájsť tzv. *“bod posledného spádu”*, pred ktorým nastal posledný výrazný pokles veľkosti vlastnej hodnoty. Tento bod môžeme interpretovať ako bod, rozdeľujúci významné faktory od tých zanedbateľných. Nevýhodou metódy je jej subjektivita, pretože neexistuje objektívna definícia spomenutého *bodu posledného spádu*. Je tiež možné, že sa v jednom grafe objaví viacero zlomových bodov, čo znova pridáva na nejednoznačnosti riešenia touto metódou. Použitie tejto metódy preto nie je odporúčané (Zwick & Velicer, 1986).

Paralelná analýza (Parallel analysis)

Pri nekonečnej, dokonale náhodne rozdelenej populácii, by boli vlastné hodnoty korelačnej matice všetky rovné jednej. V konečnom výbere však výberová chyba a vychýlenie najmenších štvorcov vedú ku niektorým vlastným hodnotám väčším ako 1 a iným menším ako 1 (Horn, 1965). Znamená to, že pre konečný výber môžu vlastné hodnoty presiahnuť číslo 1 len kvôli výberovej chybe. Paralelná analýza sa prispôbuje výberovej chybe a je preto výberovou alternatívou ku asymptotickému kritériu K1 (Zwick & Velicer, 1986).

Idea paralelnej analýzy je, že faktory z reálnych dát, ktoré majú relevantnú faktorovú štruktúru, by mali mať väčšie vlastné hodnoty, ako paralelné faktory odvodené z náhodných dát s rovnakou veľkosťou súboru a počtom premenných (Ford et al., 1986). Paralelná analýza simuluje veľké množstvo korelačných matíc náhodných paralelných súborov. Kritická hodnota priemeru vlastných hodnôt náhodného súboru je následne porovnaná s reálnymi vlastnými hodnotami (párovo, po poradí podľa veľkosti). Ak je reálna vlastná hodnota vyššia, ako prislúchajúca kritická hodnota vlastnej hodnoty bieleho šumu, je tento faktor signifikantne odlišiteľný od bieleho šumu a mali by sme ho ponechať.

2.2.3 Rotácie faktorov

V teórii sme uviedli spôsob, akým je možné nájsť počiatočné odhady matíc A a D . Tieto odhady ale nemusia mať priamočiaru a jednoduchú interpretáciu, preto je často vhodné použiť na tieto odhady rotáciu. Znamená to prenásobiť maticu \hat{A} takou ortogonálnou maticou rotácie, aby sme dosiahli čo najvyššie hodnoty faktorových nákladov pri premenných sýtiacich svoj faktor a hodnoty blízke nule pre ostatné premenné. Rotácie delíme na ortogonálne a neortogonálne (angl. oblique) rotácie, pričom ortogonálne zachovávajú kolmosť rotovaných faktorov a neortogonálne rotácie povoľujú koreláciu medzi faktormi. Z každej kategórie uvedieme jednu rotáciu, pričom v sociálnych vedách sa zväčša odporúča použiť neortogonálnu rotáciu, teda napr. *Direct Oblimin*.

VARIMAX

Najpoužívanejšou metódou je Varimax, ktorej cieľom je maximalizácia variácie váh faktorov. Snahou je získať niektoré váhy faktorov čo najväčšie a niektoré čo

najmenšie, čo môže zjednodušiť interpretáciu faktorov. Ak označíme \hat{k}_{ij} rotované odhady váh faktorov a $\bar{k}_{ij} = \frac{\hat{k}_{ij}}{h_i}$, potom metóda Varimax maximalizuje výraz:

$$VMAX = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^m \left[\sum_{i=1}^p \bar{k}_{ij}^4 - \frac{(\sum_{i=1}^p \bar{k}_{ij}^2)^2}{p} \right]. \quad (17)$$

DIRECT OBLIMIN

Výraz „Oblimin“ charakterizuje triedu metód obsahujúcich neortogónálne faktory a kritérium minimalizácie. Štartovacie hodnoty obsahuje matica faktorových nákladov, alebo tzv. *primary factor pattern matrix* $\Lambda_{p \times m}$, obsahujúca komponenty λ_{ir} . Jenrich a Sampson (1966) odvodili analytický postup pre priamy výpočet rotovaných nákladov z úvodných hodnôt. Názov „Direct Oblimin“ teda vznikol na základe priamosti procedúry a výsledných neortogónálnych (oblimin) faktorov. Rotácia hľadá jednoduché riešenie priamo minimalizovaním funkcie koeficientov primárnej matice faktorových nákladov:

$$\min F(\Lambda) = \sum_{r \neq s} \left(\sum_i \lambda_{ir}^2 \lambda_{is}^2 - \frac{\gamma}{n} \sum_i \lambda_{ir}^2 \sum_i \lambda_{is}^2 \right), \quad (18)$$

kde Λ je matica primárnych faktorových nákladov s prvkami λ_{ir} . Riešenie „direct oblimin“ teda dostaneme pomocou minimalizácie výrazu $F(\Lambda)$, kde $\Lambda = A(T')^{-1}$. Problém je teda ekvivalentný hľadaniu transformačnej matice T , ktorá minimalizuje výraz $F(\Lambda)$, kde A je matica počiatkových faktorových nákladov za platnosti podmienky $Diag(T'T) = I$.

2.2.4 Formálne testy faktorovej analýzy

Bartlettov test sféricity

Dôvodom pre vykonanie faktorovej analýzy môže byť fakt, že vzájomne korelujúce premenné vieme práve vďaka nenáhodnej korelácií opísať menším počtom nepozorovaných faktorov. Je zrejmé, že tento postup nie je možné použiť v prípade, že sú pôvodné premenné navzájom nezávislé. Bartlettov test sféricity (Bartlett, 1951) testuje

nulovú hypotézu, či je kovariančná matica pôvodných premenných rovná identite. Testová štatistika:

$$B := -\left(n - 1 - \frac{2p + 5}{6}\right) \log(|R|) \quad (19)$$

má približne χ^2 rozdelenie s $p(p - 1)/2$ stupňami voľnosti, kde p je počet premenných, z ktorých sme vypočítali výberovú korelačnú maticu R , a n je počet pozorovaní. Nulovú hypotézu zamietame, ak je testová štatistika väčšia ako kritická hodnota $\chi_{p(p-1)/2, \alpha}^2$, kde α je hladina významnosti (budeme uvažovať 5%).

KMO

KMO je ukazovateľom adekvátnosti výberu a nadobúda hodnoty medzi 0 a 1. Vyjadruje proporciu variancie medzi premennými, ktorá by mohla byť zároveň spoločnou varianciou, čo môže byť náznak existencie nepozorovaných (latentných) faktorov. Kaiser a Rice (1974) udávajú nasledovné hodnotenie adekvátnosti podľa hodnôt KMO:

Tabuľka 1: Adekvátnosť podľa KMO

[0,9; 1]	Vynikajúce
[0,8;0,9)	Chvályhodné
[0,7;0,8)	Priemerné
[0,6;0,7)	Podpriemerné
[0,5;0,6)	Mizerné
Menej ako 0,5	Neakceptovateľné

2.3 Analýza latentných tried

2.3.1 Definícia modelu LCA

Analýza latentných tried je štatistickou technikou na analýzu viacrozmerných kategorických dát. Jej účelom je v populácií odhaliť nepozorované (latentné) skupiny jednotlivcov/pozorovaní, ktorí sa na základe svojich charakteristík podobajú v rámci

skupiny a líšia sa medzi skupinami. Predpokladajme, že pozorujeme J kategorických premenných (tzv. *manifestné* premenné), pričom každá nadobúda K_j ¹⁷ možných hodnôt pre každého z N jednotlivcov. Označme ďalej Y_{ijk} pozorované hodnoty J kategorických premenných tak, že $Y_{ijk} = 1$, ak i -ty jednotlivec spadá do kategórie k pre j -tu premennú. Zároveň priradíme $Y_{ijk} = 0$ inak, pričom $j = 1, \dots, J$ a $k = 1, \dots, K_j$.

Označme π_{jrk} podmienenú pravdepodobnosť, že sa jednotlivec z r -tej triedy ($r = 1, \dots, R$) zaradí do k -tej kategórie v rámci j -tej premennej. Musí teda platiť, že v rámci r -tej triedy a j -tej premennej $\sum_{k=1}^{K_j} \pi_{jrk} = 1$. Ďalej označme p_r ako počiatočnú nepodmienenú pravdepodobnosť, že i -ty jednotlivec patrí do nejakej latentnej triedy, pred tým, ako zohľadníme jeho odpovede Y_{ijk} na J manifestných premenných.

Pravdepodobnosť, že i -ty jednotlivec v r -tej triede bude mať konkrétnu množinu odpovedí na manifestné premenné je súčin:

$$f(Y_i; \pi_r) = \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^{K_j} (\pi_{jrk})^{Y_{ijk}}. \quad (20)$$

Hustota pravdepodobnosti naprieč všetkými triedami je vážená suma:

$$P(Y_i | \pi, p) = \sum_{r=1}^R p_r \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^{K_j} (\pi_{jrk})^{Y_{ijk}}. \quad (21)$$

Pomocou LCA odhadujeme parametre p_r a π_{jrk} . Na základe odhadov \hat{p}_r a $\hat{\pi}_{jrk}$ je potom posteriórna pravdepodobnosť príslušnosti i -teho jedinca do r_i -tej triedy:

$$\hat{P}(r_i | Y_i) = \frac{\hat{p}_r f(Y_i; \hat{\pi}_r)}{\sum_{q=1}^R \hat{p}_q f(Y_i; \hat{\pi}_q)}, \quad (22)$$

¹⁷ Počet možných hodnôt j -tej premennej sa môže pre rôzne premenné líšiť, preto má veličina K rozmer j .

kde $r_i \in \{1, \dots, R\}$ a $\hat{\pi}_{jrk}$ sú odhady pravdepodobností odpovedí podmienené príslušnosťou do r-tej triedy.

2.3.2 Odhadovanie parametrov

Štandardný algoritmus LCA (v našom prípade poLCA v programe R) odhaduje model latentných tried maximalizáciou log-likelihood funkcie:

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \ln \sum_{r=1}^R p_r \prod_{j=1}^J \prod_{k=1}^{K_j} (\pi_{jrk})^{Y_{ijk}}, \quad (23)$$

vzhľadom na p_r a π_{jrk} . Konkrétna funkcia *poLCA* v programe R využíva tzv. *expectation-maximization* (EM) algoritmus (Dempster, Laird a Rubin, 1977). Výpočet postupuje iteratívne a začína ľubovoľnými štartovacími hodnotami odhadov \hat{p}_r a $\hat{\pi}_{jrk}$, ktoré označíme \hat{p}_r^{old} a $\hat{\pi}_{jrk}^{old}$. Po dosadení do rovnice (3) dostaneme odhadnuté pravdepodobnosti príslušnosti do latentných tried. Na základe týchto posteriórnych pravdepodobností maximalizujeme log-likelihood funkciu. Dostaneme nové hodnoty:

$$\hat{p}_r^{new} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{P}(r_i | Y_i) \quad (24)$$

ako nové počiatočné pravdepodobnosti a

$$\hat{\pi}_{jr}^{new} = \frac{\sum_{i=1}^N Y_{ij} \hat{P}(r_i | Y_i)}{\sum_{i=1}^N \hat{P}(r_i | Y_i)} \quad (25)$$

ako nové pravdepodobnosti výstupov podmienené príslušnosťou do r-tej triedy. Iteratívny algoritmus pokračuje až dovtedy, kým log-likelihood funkcia dosiahne maximum, resp. mení sa už iba o zanedbateľné množstvo.

2.3.3 Kritériá výberu optimálneho modelu

Našou úlohou bude vybrať optimálny počet latentných tried, ktoré budú uspokojivo popisovať dáta, a ktorých latentné profily budú dobre interpretovateľné. Výber počtu tried sa bude opierať o analýzu štatistických informačných kritérií a o zohľadnenie teoretických poznatkov a predpokladov. Postupne zostrojíme modely obsahujúce $R \in \{1, 2, \dots, R_{max}\}$ latentných tried, pričom R_{max} bude rozumá horná hranica počtu tried vyplývajúca z teórie a našich analýz. Pre každý model si zapíšeme hodnoty informačných kritérií a vyhodnotíme optimálny model.

V predchádzajúcich odsekoch sme definovali koncept maximalizácie log-likelihood funkcie, ktorej hodnoty budú jedným z ukazovateľov priliehavosti modelu. Najčastejšie používanými kritériami sú Akaikeho informačné kritérium – AIC (Akaike, 1973) a Bayesovo informačné kritérium – BIC (Schwartz, 1978):

$$BIC = -2\lambda + \Phi \ln N, \quad (26)$$

$$AIC = -2\lambda + 2\Phi, \quad (27)$$

kde λ je hodnota log-likelihood funkcie, Φ celkové množstvo odhadovaných parametrov a N počet skúmaných jednotlivcov. Riadiť sa budeme najmä Bayesovým informačným kritériom (BIC), ktoré sa ukazuje ako jeden z najspoľahlivejších ukazovateľov voľby počtu latentných tried (Nylund et al. 2007, str. 556-559). Hlavným dôvodom je fakt, že BIC výraznejšie penalizuje¹⁸ za nadmerný počet parametrov/tried, čo je v našom prípade vhodné¹⁹. Ako pomocné kritériá použijeme Akaikeho informačné kritérium (AIC) a hodnotu log-likelihood funkcie.

¹⁸ Obe kritériá sa snažíme minimalizovať. Všimnime si, že BIC a AIC sa líšia iba o členy obsahujúce Φ . V prípade, že je $\ln N > 2$ (platí už pre $N > 8$), tak potom BIC penalizuje viac ako AIC za zvýšený počet parametrov Φ relatívne voči log-likelihood funkcii.

¹⁹ Model obsahujúci priveľa latentných tried môže v našom prípade viesť k ich nejasnej interpretácii (nebudú vznikať nové nepozorované triedy, ale model už iba pri každej ďalšej triede bude zhlukovať žiakov, ktorí majú zhodné hodnoty nejakého pozorovaného ukazovateľa).

2.4 Modely pridanej hodnoty vo vzdelávaní

2.4.1 Kritériá výberu optimálneho modelu

Modelovanie pridanej hodnoty vo vzdelávaní je zo svojej podstaty hierarchický problém, pretože skúmaná populácia a jej charakteristiky sa sústredia do podskupín - škôl, tried (tzv. clustering effect). Postupné pridávanie a odoberanie vysvetľujúcich premenných, či rozhodovanie o (ne)náhodnosti priesečníkov a sklonov, je štatistickým cvičením založeným na empirických zisteniach z minulosti, štatistických analýzach dátového súboru a na porozumení teoretických predpokladov. Všeobecná forma modelu PHV je nasledovná:

skóre výstupný test (EČMS) skóre vstupný test (T9) individuálne charakteristiky

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} * X_{ij} + \beta_{2j} * X'_{ij} + r_{ij}$$
$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \sum_{k=1}^p \gamma_{0k} W_{kj} + u_{0j} \longrightarrow \text{pridaná hodnota vo vzdelávaní j-tej školy}$$
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \sum_{k=1}^q \gamma_{1k} W_{kj} \longrightarrow \text{charakteristiky školy}$$
$$\beta_{2j} = \gamma_{20} + \sum_{k=1}^s \gamma_{2k} W_{kj}$$

Obrázok 3: Všeobecný tvar modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní.

de:

Y_{ij} je výsledok i-teho žiaka z j-tej školy vo výstupnom teste (EČMS),

X_{ij} je výsledok i-teho žiaka z j-tej školy vo vstupnom teste (T9),

X'_{ij} sú charakteristiky na prvej (individuálnej) úrovni (napr. pohlavie, ESCS),

W_{kj} sú charakteristiky na druhej (medziškolskej) úrovni (napr. typ školy, podiel dievčat na škole),

r_{ij} je rezíduum na individuálnej úrovni a

u_{0j} je rezíduum na medziškolskej úrovni, a teda hodnota PHV j-tej školy.

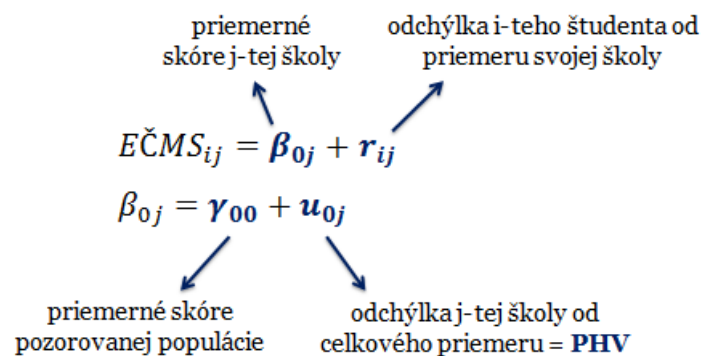
Všeobecný model môžeme prepísať aj do intuitívnejšej formy (Kaclík et al., 2015, str. 13):

$$Y_{ij} - (\gamma_{00} + \sum_{k=1}^p \gamma_{0k} W_{kj} + \beta_{1j} * X_{ij} + \beta_{2j} * X'_{ij}) = \mathbf{u}_{0j} + r_{ij} \quad (28)$$

skutočná úspešnosť – očakávaná úspešnosť = **PHV** + rezíduum

2.4.2 Nultý model PHV

To, v akom rozsahu je školská úspešnosť ovplyvnená hierarchickým charakterom dát, môžeme odhadnúť pomocou tzv. *nultého modelu*, ktorý je základným viacúrovňovým modelom. Výsledok žiaka vo výstupnom teste (EČMS) vysvetlíme iba pomocou konštanty a náhodných členov na prvej aj druhej úrovni:



Obrázok 4: Nultý model PHV

kde γ_{00} je priemerné skóre v rámci celej skúmanej populácie. Školy sa avšak medzi sebou líšia svojimi priemernými výsledkami, preto sa od priemerného skóre celej populácie líšia o náhodný člen u_{0j} (variabilita medzi školami). Súčet týchto dvoch členov sa rovná priesečníku β_{0j} , ktorý je rovný priemernému skóre žiakov j-tej školy. Žiaci z j-tej školy sa zároveň líšia od priemernej úspešnosti na svojej škole o náhodný člen r_{ij} (variabilita na individuálnej úrovni).

Nultý model takto rozdeľuje celkovú variabilitu výsledkov z EČMS na rozdiely v rámci jednotlivých škôl a na rozdiely medzi školami. Tento fakt nám umožňuje odhadnúť, akú časť variability môžeme pripísať rozdielom medzi školami (rozdielom na druhej – medziškolskej úrovni):

$$\begin{aligned} \text{Var}(r_{ij}) &= \sigma^2 \\ \text{Var}(u_{0j}) &= \tau^2 \\ \text{Var}(E\check{C}MS_{ij}) &= \text{Var}(\gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij}) = \text{Var}(u_{0j} + r_{ij}) = \sigma^2 + \tau^2 \end{aligned} \quad (29)$$

2.4.3 Kritériá výberu finálneho modelu PHV

Zostavenie modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní je postupný proces pridávania a odoberania premenných na prvej aj druhej úrovni tak, aby sme na konci dostali model, ktorý čo najlepšie popisuje realitu. Štatistickú kvalitu každého testovaného modelu budeme hodnotiť na základe štyroch ukazovateľov:

Intra class correlation coefficient (ICC) je podiel nevysvetleného rozptylu, ktorý pripadá na rozdiely medzi vyššími celkami, oproti celkovému rozptylu. Z predchádzajúceho nultého modelu vieme, že rozptyl na prvej úrovni predstavuje $\text{Var}(r_{ij}) = \sigma^2$ a rozptyl na druhej úrovni $\text{Var}(u_{0j}) = \tau^2$. Potom vieme ICC napísať ako:

$$ICC = \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2}. \quad (30)$$

V terminológii edukometrie teda vďaka ICC zistíme podiel nevysvetlenej variability medzi školami ku celkovej nevysvetlenej variabilite v modeli (McCoach a Adelson 2010, str. 152-155).

Podiel vysvetlenej variability (PVE₁) je podiel variability na prvej úrovni, ktorú sa nám už podarilo vysvetliť vďaka vysvetľujúcim premenným. Porovnáваме oproti počiatočnému stavu, teda oproti celkovej nevysvetlenej variabilite prvej úrovne v nultom modeli (Raudenbush, Bryk, 2002). V termínoch edukometrie je to podiel vysvetlenej variability medzi jednotlivcami oproti počiatočnej nevysvetlenej individuálnej variabilite.

$$PVE_1 = \frac{\tau_{null}^2 - \tau_{aktuálny}^2}{\tau_{null}^2}, \quad (31)$$

kde τ_{null}^2 je podiel nevysvetlenej variancie prvej úrovne v nultom modeli a $\tau_{aktuálny}^2$ je podiel nevysvetlenej prvoúrovňovej variancie v aktuálnom modeli, ktorý vyhodnocujeme.

Podiel vysvetlenej variability (PVE₂) je analogický ako pri PVE₁, ale platí pre variabilitu druhej úrovne. V termínoch edukometrie je to podiel vysvetlenej variability medzi školami oproti počiatkovej nevysvetlenej medziškolskej variabilite:

$$PVE_2 = \frac{\sigma_{null}^2 - \sigma_{aktuálny}^2}{\sigma_{null}^2}, \quad (32)$$

kde σ_{null}^2 je podiel nevysvetlenej variancie druhej úrovne v nultom modeli a $\sigma_{aktuálny}^2$ je podiel nevysvetlenej druhoúrovňovej variancie v aktuálnom modeli, ktorý vyhodnocujeme.

Deviancia je indikátor priliehavosti modelu:

$$Deviance = -2 * \text{Restricted Loglikelihood} = BIC - k * \ln(n). \quad (33)$$

Je zrejmé, že sa budeme snažiť minimalizovať podiel nevysvetlenej variability medzi školami (ICC) a zároveň maximalizovať podiel vysvetlenej variability na oboch úrovniach. Nie je však nutné nasledovať tieto kroky za každú cenu, pretože v istých prípadoch sa PVE môže zvýšiť aj pridaním nevhodných vysvetľujúcich premenných²⁰. Dôvodom je fakt, že tento ukazovateľ nepenalizuje za nadmernú zložitost' modelu a nevhodnosť prediktorov – preto pri vyhodnocovaní vhodnosti premenných zohľadníme teóriu a zdravý rozum. Deviancia je ukazovateľom priliehavosti modelu a budeme sa ju snažiť minimalizovať. Najlepší model nemusí byť vždy ten, ktorý má najlepšie hodnoty našich ukazovateľov, pretože “cieľom tohto procesu je nájsť uspokojivý parsimónny model správne vystihujúci dáta a poskytujúci zmysluplné a jednoducho interpretovateľné výstupy.” (Kaclík, et al., 2015)

²⁰ Za zmienku stojí fakt, že časť nevysvetlenej variability sa ukáže v samotnej pridanej hodnote vo vzdelávaní školy a preto nie je cieľom vysvetliť 100 % variability medzi školami.

3 Úvodná práca s dátami

3.1 Deskriptívne štatistiky

Pri modelovaní pridanej hodnoty vo vzdelávaní sme použili výsledky externej časti maturitnej skúšky zo slovenského jazyka a literatúry (EČMS SJL²¹) ako výstupný test a výsledky Testovania 9 zo slovenského jazyka a literatúry (T9 SJL²²) ako vstupný test. Pracovali sme so súborom 26 škôl a 1229 žiakov. Na základe odporúčania Hoxa (2002) sme ponechali iba školy s 10 a viac žiakmi²³. V prípade akejkolvek chýbajúcej hodnoty sme vylúčili všetky merania pre daného jednotlivca, pretože nahrádzanie chýbajúcich hodnôt by mohlo znížiť presnosť našich odhadov. Veľkosť súboru je obmedzená najmä malým počtom meraní socioekonomického statusu²⁴, avšak stále ju môžeme považovať za hranične dostačujúcu podľa orientačného pravidla 30/30 (počet škôl/počet žiakov na školu) (Kreft, 1996). Niektoré štúdie však uvádzajú nutnosť väčšieho počtu škôl, napríklad “výsledky ukazujú, že iba malý počet meraní na druhej úrovni (50 a menej) môže viesť k vychýleným odhadom štandardných chýb na druhej úrovni.” (Maas, Hox, 2005, str. 86). Z tohto dôvodu by malo byť do budúcnosti výrazne zvýšený počet meraní socioekonomického statusu.

Problémy môžu vzniknúť aj slabou závislosťou vstupného a výstupného testu, pretože “slabou koreláciou medzi vstupným a výstupným meraním vzniká veľký priestor pre nepresnosti, pričom nepresnosti regresného modelu absorbujú práve reziduá” (Ivica, 2013, str. 29), teda hodnoty PHV. Korelácia vstupného a výstupného testu v našom súbore je $r=0,542$, čo je dostačujúci výsledok. V zahraničí, napríklad v Anglicku, sa však korelácie pohybovali až medzi 0,52 a 0,87 (Fitz-Gibbon, 1997, str. 35). Z úvodnej deskripcie pozorujeme, že v nami pozorovanom súbore majú Gymnázia (GYM) oproti stredným odborným školám (SOŠ) v priemere väčší počet žiakov a tiež väčší podiel dievčat v rámci školy²⁵:

²¹ T9 (Testovanie deviatkov) – Externé testovanie žiakov deviateho ročníka základných škôl. Test sa skladá z 20 otázok (vždy jedna správna odpoveď zo štyroch možností).

²² EČ MS (Externá časť maturitnej skúšky) – Test sa skladá zo 64 otázok. Otázky 1-40 majú vždy jednu správnu odpoveď zo štyroch. Otázky 41-64 vyžadujú krátku písomnú odpoveď.

²³ Podrobnejšie počty meraní pre všetky školy, ako aj priemery a variancie pre každú školu uvádzame v Appendixe A.

²⁴ V prípade, že by všetci žiaci nášho súboru disponovali aj meraním socioekonomického statusu, mohli by sme pracovať až s približne 30000 meraniami, čo je výrazný rozdiel. Aj z tohto dôvodu je naša práca ukážkou metodológie výpočtu PHV v budúcnosti, s kvalitnejšími dátami.

²⁵ Je dôležité si uvedomiť, že údaje v tabuľke nereprezentujú celoslovenský priemer, ale iba priemery a počty v našom súbore. Inými slovami, nielenže údaje platia iba pre školy, ktoré sme skúmali, ale sumarizujú iba

Tabuľka 2: počet žiakov na školu a podiel dievčat v rámci školy

	počet žiakov	počet škôl	počet žiakov na školu				% dievčat v škole			
			Priemer	St.D.	Min	Max	Priemer	St.D.	Min	Max
SPOLU ²⁶	1229	26	47,27	20,87	17	93	53,85	25,74	0	97,7
GYM	691	13	53,15	21,38	24	93	63,78	11,77	41,7	80,6
SOŠ	538	13	41,38	19,37	17	89	43,92	32,06	0	97,7

Výsledky v EČMS SJL nie sú ovplyvnené iba vstupnými výsledkami z T9 SJL. Hľadáme teda premenné, ktoré môžu v modeli vysvetliť rozdiely medzi úspešnosťou žiakov v EČMS SJL:

Tabuľka 3: Rozdiely v školskej úspešnosti medzi pohlaviami a typmi školy

		Priemer	Št.odch.
GYM	SPOLU	76,06	10,28
	Dievčatá	77,41	9,51
	Chlapci	73,63	11,15
SOŠ	SPOLU	59,82	12,96
	Dievčatá	63,12	12,73
	Chlapci	57,34	12,59

Tabuľka 4: Školská úspešnosť dievčat a chlapcov

	Priemer	Št.odch.
Dievčatá	72,51	12,68
Chlapci	64,62	14,45

Pozorujeme, že gymnazisti dosahujú signifikantne lepšie výsledky ako žiaci SOŠ (p-value<0,001) a tiež vidíme, že dievčatá dosahujú v našom súbore štatisticky významne

tých žiakov, ktorých sme v daných školách mali možnosť pozorovať. Údaje preto neurčujú skutočné celkové počty žiakov alebo pomery dievčat na daných školách.

²⁶ Riadok s názvom "CELKOVO" je iba jednoduchou deskripciou celého súboru, teda zahŕňa žiakov z druhého (GYM) a tretieho (SOŠ) riadku tabuľky.

lepšie výsledky ako chlapci ($p\text{-value} < 0,001$)²⁷. Naznačuje to, že pri vysvetľovaní rozdielov medzi výsledkami v EČMS SJL môžu byť vhodnými prediktormi premenné pohlavia a typu školy. Ďalším možným faktorom je rozdielna sila lineárneho vzťahu medzi EČMS a T9 pre gymnáziá oproti SOŠ a pre chlapcov oproti dievčatám. Porovnali sme priemerné sklony lineárneho vzťahu EČMS a T9 pre rôzne typy škôl a pre obe pohlavia:

Tabuľka 5: Porovnanie sklonov vzťahu T9-EČMS

		Priemer	Št.odch.	Min	Max
GYM	Dievčatá	0,2598	0,2553	-0,04	0,72
	Chlapci	0,2455	0,3116	-0,10	0,86
SOŠ	Dievčatá	0,3672	0,3036	0,01	0,93
	Chlapci	0,3015	0,2556	0,03	0,78

Pozorujeme vyšší sklon pri SOŠ oproti GYM a vyšší sklon u dievčat oproti chlapcom²⁸. Môže to naznačovať, že pre isté skupiny (napr. dievčatá zo SOŠ) môže byť výsledok v T9 silnejším predpokladom úspechu EČMS SJL ako pre iné skupiny. Očakávame preto, že interakcie „T9 – pohlavie“ a „T9 - typ školy“ môžu byť v modeli pridanej hodnoty vo vzdelávaní štatisticky významné.

3.2 Úprava premenných

Zahrnutie neupravených premenných do modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní môže spôsobiť problémy s interpretáciou numerických výsledkov regresie. Preto “je potrebné zvážiť zaradenie určitých relevantných vysvetľujúcich premenných do modelu a správne určiť spôsob ich zahrnutia v modeli (problém centrovania, úrovne, náhodného priesečníka, náhodného sklonu a ďalšie)” (Kaclík et al., 2015, str. 12). Premenné sme upravili podľa tohto citovaného manuálu PHV.

Základnou vysvetľujúcou premennou v modeli pridanej hodnoty vo vzdelávaní je skóre žiaka vo vstupnom teste (T9). Za účelom zmysluplnej interpretácie priesečníka, ako

²⁷ V oboch prípadoch sme použili t-test na nezávislých súborech. Detaily testu uvádzame v matematickej teórii.

²⁸ Na porovnanie sme použili najprv test ANOVA, ale pre podozrenie z nesplnenia normality sme sa nakoniec rozhodli na základa Kruskal-Wallis testu. Rozdiely medzi skupinami boli štatisticky významné.

priemernej hodnoty skóre, musíme centrovať skóre jednotlivcov voči priemeru ich školy (tzv. *group mean centering*):

$$T9_group_{ij} = T9_{ij} - \overline{T9}_{.j}, \quad (34a)$$

$$\text{kde} \quad \overline{T9}_{.j} = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} T9_{ij}, \quad (34b)$$

kde n_j je počet pozorovaných žiakov navštevujúcich j -tu školu. Po tejto úprave vieme priesečník v modeli, obsahujúcom $T9_group$ ako jedinú vysvetľujúcu premennú, interpretovať ako priemerný výsledok žiakov j -tej školy. Štatistická deskripcia naznačuje, že žiaci gymnázií a SOŠ dosiahli rozdielne priemerné skóre v EČMS. Pridaním premennej typu školy zohľadníme tieto rozdiely aj v samotnom modeli. Premenná bude nadobúdať hodnoty:

$$School_Type = 1 - r, \quad \text{pre GYM} \quad (35a)$$

$$School_Type = -r, \quad \text{pre SOŠ} \quad (35b)$$

kde r predstavuje relatívny pomer gymnazistov v celkovej pozorovanej populácii. “Dôsledný pohľad na vzájomné interakcie žiakov v školskom systéme ukazuje, že kolektív výborných žiakov vie „vystupňovať“ výkon aj pôvodne slabšieho jedinca – takzvaný „peer efekt“ (Juščáková, Falath, 2015, str. 7). Pre vytvorenie tohto efektu rovesníkov znova použijeme centrovanie, tentoraz tzv. *grand mean centering* pre premennú $T9$:

$$T9_peer_j = \overline{T9}_{.j} - \overline{MT9}_{.}, \quad (36a)$$

$$\text{kde} \quad \overline{MT9}_{.} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{T9}_{.j}. \quad (36b)$$

Premenná $T9_peer$ popisuje, nakoľko sa priemerný výsledok testu $T9$ v rámci j -tej školy, líši od priemerného výsledku $T9$ v rámci priemernej školy v pozorovanej populácii. V modeli, obsahujúcom $T9_peer$ ako jedinú vysvetľujúcu premennú, môžeme priesečník interpretovať ako skóre EČMS priemerného žiaka z priemernej školy. Deskripcia ukázala,

že dievčatá dosahovali významne lepšie skóre z EČMS ako chlapci. Rovnako by sme teda mali zohľadniť ekvivalent efektu rovesníkov v podobe podielu dievčat na škole²⁹:

$$Girls_Ratio_j = RGirls_j - 0,5 , \quad (37)$$

kde $RGirls_j$ je podiel dievčat na j -tej škole a teda $Girls_Ratio_j$ je odchýlka v podiele dievčat na j -tej škole oproti vyrovnanému stavu³⁰. V modeli, obsahujúcom $Girls_Ratio$ ako jedinú vysvetľujúcu premennú, môžeme priesečník interpretovať ako skóre EČMS priemerného žiaka na škole, ktorá má vyrovnaný pomer dievčat a chlapcov.

²⁹ Dievčatá dosahovali významne lepšie výsledky ako chlapci. Vyšší pomer dievčat na škole preto v priemere znamená kolektív lepších žiakov, ktorí by podľa rovnakej logiky ako pri $T9_peer$ mohli „vystupňovať“ výkon jednotlivca.

³⁰ Vyrovnaný stav predstavuje hodnota $Girls_ratio=0,5$, teda 50 % dievčat a 50 % chlapcov.

4 Overenie vonkajších kontextuálnych premenných

“Vonkajšie sprievodné aspekty edukácie sú javy, ktoré ovplyvňujú školskú úspešnosť žiaka, ale samotná inštitúcia, kde sa vzdelávanie odohráva, na tieto javy vplyv nemá” (Juščáková, 2014). Na základe logickej úvahy musí vonkajšia kontextuálna premenná spĺňať tieto podmienky:

- vplýva na školskú úspešnosť žiaka,
- škola nemá vplyv na zmeny v kontextuálnej premennej počas obdobia stráveného v škole

V tejto kapitole načrtujeme možné spôsoby overovania, či sú vybrané premenné vonkajšími kontextuálnymi premennými. Štatisticky sa pokúsime overiť tri premenné: socioekonomický a kultúrny status, motiváciu k učeniu a výkonu a intelektový potenciál žiaka. Kým socioekonomický status je považovaný za pomerne stálu veličinu mimo vplyvu školy, zvyšné dve premenné sú menej stále a predpokladáme, že škola na ne môže vplývať.

4.1 Socioekonomický status

Socioekonomický status žiaka je považovaný za stálu veličinu mimo vplyvu školy, ktorú žiak navštevuje. Tento výrok ponechávame bez dôkazu, keďže je prirodzené predpokladať, že škola nevplýva na vzdelanie rodičov žiaka, na ich zamestnanie, ani na to, koľko má domácnosť žiaka umeleckých diel. Napriek tomu, že rodičia žiaka môžu počas sledovaného obdobia nadobudnúť nové vzdelanie, výrazne zmeniť zamestnanie či kúpiť auto, budeme pre účel nášho modelu túto veličinu považovať za stálu. Vplyv prípadných zmien ESCS môže byť eliminovaný aj zotrvačnosťou jeho pôsobenia na školskú úspešnosť.

V prípade ESCS nám teda ostáva overiť, či koreluje so školskou úspešnosťou žiaka. Pre lepší prehľad vzťahu týchto dvoch veličín udávame korelácie subindexov ESCS s viacerými údajmi školskej úspešnosti³¹.

³¹ Známkou zo SJL/MAT – známka na vysvedčení v 9. ročníku z predmetov slovenský jazyk a literatúra a matematika.

Úspešnosť SJL/MAT 2.ročník gym – úspešnosť žiaka v simulovanom teste žiakov v 6. ročníku gymnázia alebo 2. ročníku strednej školy.

Úspešnosť z T9 zo SJL/MAT – úspešnosť z Testovania deviatakov (T9) z predmetov slovenský jazyk a literatúra a matematika.

Tabuľka 6: Korelačná analýza vzťahu subindexov ESCS a školskej úspešnosti

	Vyššie dosiahnuté vzdelanie rodiča (HISCED)	Vyššie zamestnanie rodiča (HISEI)	Bohatstvo domácnosti (WELTH)	Kultúrne vybavenie domácnosti (CULTPOSS)	Počet kníh v domácnosti (KNIHY)	Domáce vzdelávacie prostriedky (HEDRES)
Úspešnosť SJL 2.ročník gym	0,053**	0,044*	-0,036	0,043*	0,142**	0,117**
Úspešnosť MAT 2.ročník gym	0,083**	0,069**	-0,006	0,030	0,117**	0,097**
Známka zo SJL	0,022	-0,014	0,064**	-0,016	-0,091**	-0,077**
Známka z MAT	0,000	-0,014	0,065**	-0,007	-0,083**	-0,067**
Úspešnosť v T9 zo SJL	0,065**	0,069**	-0,037*	0,048**	0,185**	0,135**
Úspešnosť v T9 z MAT	0,056**	0,071**	-0,036*	0,004	0,136**	0,100**

V našej práci budeme pracovať s úspešnosťou v T9 zo SJL ako so vstupným údajom školskej úspešnosti. Pozorujeme štatisticky významné³² korelácie subindexov ESCS a školskej úspešnosti, čo naznačuje, že socioekonomický status môže byť činiteľom školskej úspešnosti a teda vonkajšou kontextuálnou premennou. Zaujímavý je fakt, že korelácia indexu bohatstva domácnosti a výsledkov v T9 je záporná, pričom korelácia indexu bohatstva domácnosti a známok z SJL/MAT je kladná³³. Môže to naznačovať, že žiaci zo skromnejších pomerov dosahujú v škole v priemere lepšie výsledky.

4.2 Motivácia

V našom súbore pozorujeme viacero druhov motivácie žiaka³⁴, napríklad motiváciu k učeniu, nemotivovanosť, výkonovú motiváciu, podporujúcu anxiozitu, brzdiacu anxiozitu, či výkonové správanie. Všetky druhy motivácie boli merané na vstupe aj na

³² Vo všetkých tabuľkách označujeme znakom * štatistickú významnosť na hladine 5% a znakom ** štatistickú významnosť na hladine 1%.

³³ Kladná korelácia znamená, že vyššia hodnota bohatstva je v priemere sprevádzaná vyššou hodnotou známky zo SJL a MAT. V našom známkovom systéme znamená vyššia známka horší výsledok, teda vyššie bohatstvo domácnosti je v našom súbore sprevádzané v priemere horším výsledkom.

³⁴ Premenné boli vytvorené ako latentné premenné súboru odpovedí na dotazník o motivácií (DMV a M2).

výstupe. Je prirodzené predpokladať, že rôzne druhy motivácie žiaka sa počas štúdia budú vyvíjať a že na veľa z nich bude vplývať samotná škola. Takéto premenné by nespĺňali kritériá vonkajšej kontextuálnej premennej a nebolo by teda správne očistiť pridanú hodnotu vo vzdelávaní školy o ich vplyv. Rozumným krokom však môže byť identifikácia takých zložiek motivácie, ktoré sú vrodenu vlastnosťou alebo ktoré sa v čase nemenia. Jednou z takých premenných môže byť „výkonová motivácia, ktorá predstavuje osobne príznačnú, relatívne stálu tendenciu človeka dosahovať čo najlepší výkon, či aspoň „držať sa čo najlepšie“ v činnostiach, v ktorých je možné uplatniť meradlo kvality, a ktoré sa môžu či nemusia podariť, resp. v ktorých človek môže dosiahnuť úspech či zažiť neúspech“ (Heckhausen, 1989; in Bedrnová, Nový et al., 1998). Počítali sme vzájomné korelácie vstupnej a výstupnej výkonovej motivácie a tiež korelácie výkonovej motivácie so vstupným a výstupným testom:

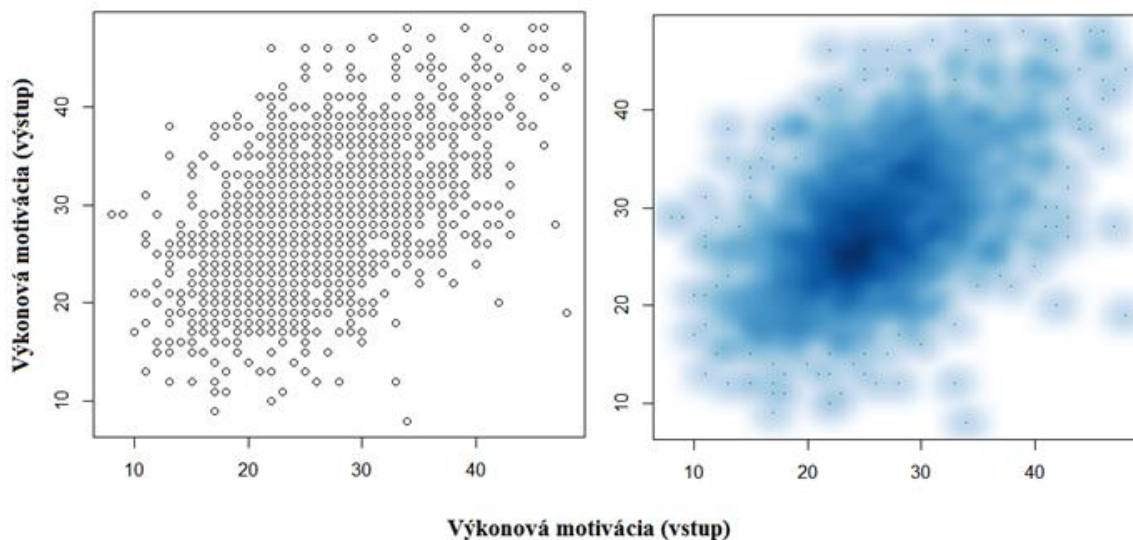
Tabuľka 7: Korelačná analýza výkonovej motivácie

	Úspešnosť v T9 zo SJL	Úspešnosť v EČMS zo SJL	Výkonová motivácia VSTUP	Výkonová motivácia VÝSTUP
Výkonová motivácia VSTUP	0,054	0,032	1*****	0,510**
Výkonová motivácia VÝSTUP	0,041	0,049	0,510**	1*****

Vyššie uvádzame hypotézu, že výkonová motivácia je relatívne stálou vlastnosťou. Vstupno-výstupný koeficient korelácie ale nie je veľmi silný³⁵. Pre lepšiu predstavu sme zostrojili aj bodový graf závislosti vstupnej a výstupnej hodnoty výkonovej motivácie³⁶:

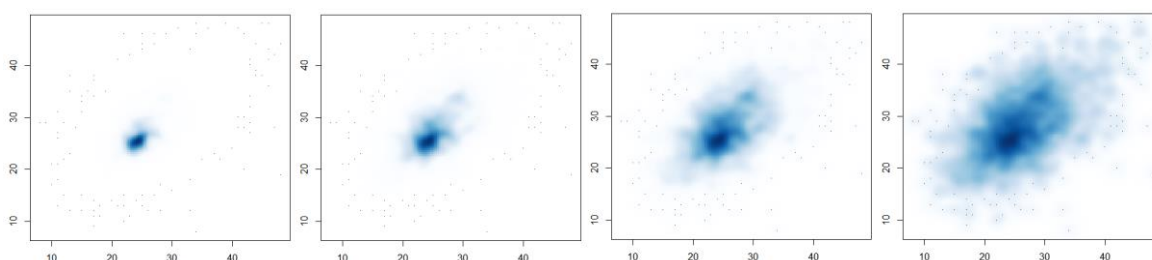
³⁵ Za veľmi silný vzťah je považovaný korelačný koeficient väčší ako 0,8.

³⁶ Problémom pri zobrazovaní nespojitých premenných niekedy býva fakt, že množstvo meraní sa zobrazí v rovnakom bode na súradnicovej sústave. Aj silný korelačný vzťah môže pri takomto spôsobe zobrazenia pripomínať veľmi rozptýlenú množinu bodov. Použili sme teda takzvaný „smooth scatter plot“, ktorý graficky rozlíši aj početnosť dát v jednotlivých bodoch súradnicovej sústavy. V programe R na takýto graf slúži príkaz „smoothScatter“. Viac informácií sa nachádza na: <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/graphics/html/smoothScatter.html>



Obrázok 5: Vzťah vstupnej a výstupnej výkonovej motivácie: porovnanie metód zobrazenia³⁷

Transformácia scatter plotu pomocou jadrových odhadov hustoty (angl. kernel density estimate) pridelí každému bodu okolie a kumuluje tmavosť farby v prípade, ak sa stretne viacero okolí bodov. Transformovaný graf nám tak poskytuje oveľa lepšiu informáciu. Graf síce vykazuje trend, ale dáta pôsobia rozptýlene. Keďže v rámci zobrazenia volíme funkciu transformácie, pre ešte lepší obraz o vzťahu sme vyskúšali viacero hodnôt transformačnej funkcie:



Obrázok 6: Porovnanie transformácií zjemňovania scatter plotu³⁸

Korelácia sa mohla značne oslabiť nedokonalosťou testovacieho nástroja na meranie výkonovej motivácie. Ďalším pozorovaním je fakt, že výkonová motivácia štatisticky významne nekoreluje so vstupným ani výstupným testom. Nedovolíme si teda

³⁷ Porovnávame dva spôsoby zobrazenia. Vľavo je klasický scatter plot, ktorý nezohľadňuje fakt, že niektoré body boli namerané viac krát ako iné. Vpravo je graf tzv. *smoothed scatter plotu*, ktorý uvádzame v predchádzajúcej poznámke pod čiarou.

³⁸ Počnúc vľavo sme použili nasledovné funkcie transformácie: $x^4, x^2, x^1, x^{\frac{1}{2}}$.

tvrdiť, že premenná výkonovej motivácie spĺňa kritériá vonkajšej kontextuálne premennej a odporúčame toto tvrdenie v budúcnosti overiť na početnejšom dátovom súbore. Overujeme tiež vplyv ďalších druhov motivácie na školskú úspešnosť:

Tabuľka 8: Korelácie rôznych druhov motivácie na vstupe so školskou úspešnosťou

MOTIVÁCIA NA VSTUPE	Úspešnosť v T9 zo SJL	Úspešnosť v EČMS zo SJL
Motivácia k učeniu	-0,048	-0,072*
Nemotivovanosť	-0,079*	-0,160**
Výkonová motivácia	0,059	0,041
Podporujúca anxiozita	-0,019	-0,061
Brzdiaca anxiozita	-0,021	-0,011
Výkonové správanie	0,038	0,047

Tabuľka 9: Korelácie rôznych druhov motivácie na výstupe so školskou úspešnosťou

MOTIVÁCIA NA VÝSTUPE	Úspešnosť v T9 zo SJL	Úspešnosť v EČMS zo SJL
Motivácia k učeniu	-0,092**	-0,094**
Nemotivovanosť	-0,044	-0,108**
Výkonová motivácia	0,036	0,044
Podporujúca anxiozita	0,043	0,000
Brzdiaca anxiozita	-0,040	-0,023
Výkonové správanie	0,018	0,052

Väčšina druhov motivácie štatisticky významne neovplyvňuje na školskú úspešnosť a teda nejaví znaky kontextuálnej premennej. Signifikantný vplyv v našom súbore majú iba motivácia k učeniu a nemotivovanosť. Vstupno-výstupná hodnota korelácie pre nemotivovanosť sa v našom súbore rovná $\rho = 0,404$ a pre motiváciu k učeniu $\rho = -0,139$. Ukazuje sa teda, že v našom súbore nie sú premenné významne vplyvajúce

na školskú úspešnosť stálymi premennými a pomerne stála premenná výkonovej motivácie zas nevlýva na školskú úspešnosť³⁹.

V prípade, že by zmeny v motivácií kučeniu a v nemotivovanosti neboli ovplyvnené pôsobením školy, môžu stále spĺňať predpoklady vonkajších kontextuálnych premenných. Jedným z možných postupov overenia môže byť pozorovanie, či existujú rozdiely medzi školami v zmene danej premennej motivácie. Tu je ale potrebná dôkladná analýza viacerých ďalších faktorov a odporúčame ju do budúcnosti vykonať podrobne.

4.3 Intelektový potenciál

V prípade intelektového potenciálu žiaka je prirodzené predpokladať, že ho škola kultivuje. Skúmame tri premenné: verbálny test, non-verbálny test a numerický test. Vo všetkých troch boli žiaci testovaní na vstupe aj na výstupe.

Tabuľka 10: Korelácie testov všeobecných schopností so školskou úspešnosťou

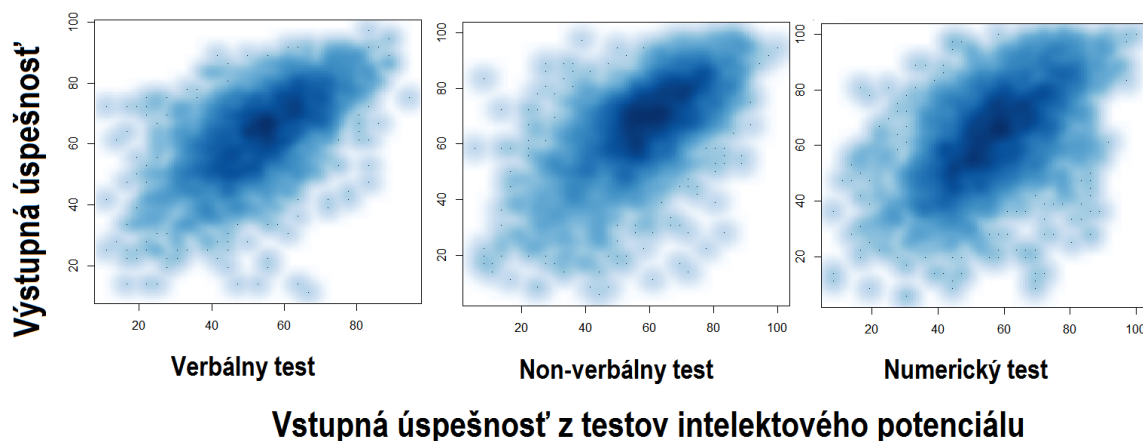
	Úspešnosť v T9 zo SJL	Úspešnosť v EČMS zo SJL
Verbálny test (vstup)	0,368**	0,496**
Verbálny test (výstup)	0,360**	0,523**
Non-verbálny test (vstup)	0,284**	0,382**
Non-verbálny test (výstup)	0,272**	0,394**
Numerický test (vstup)	0,248**	0,291**
Numerický test (výstup)	0,241**	0,331**

Pozorujeme očakávaný, štatisticky významný vplyv premenných intelektového potenciálu na školskú úspešnosť. Ďalej testujeme silu vstupno-výstupných korelácií v jednotlivých testoch, aby sme zhodnotili, nakoľko sú dané veličiny stabilné.

³⁹ Ako vždy upozorňujeme na fakt, že naše premenné nie sú dokonalým ukazovateľom motivácie ani jej zložiek, a že výsledky platia iba pre náš dátový súbor. Existuje oveľa viac ukazovateľov a premenných motivácie, ktoré môžu byť navrhnutou metodológiou v budúcnosti overené.

Tabuľka 11: Korelácia vstupného a výstupného merania testov intelektového potenciálu

	Verbálny test	Non-verbálny test	Numerický test
Vstupno-výstupná korelácia	0,607**	0,603**	0,549**

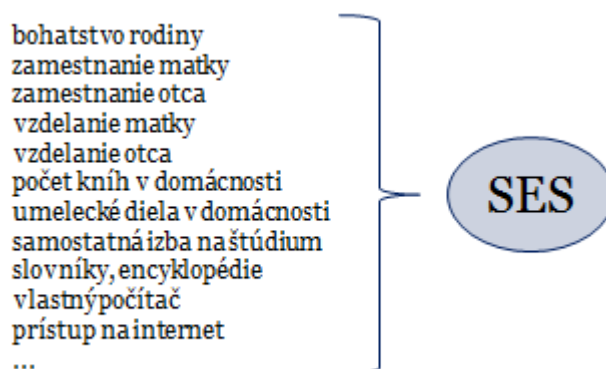


Obrázok 7: Vzťah vstupného a výstupného intelektového potenciálu

Môžeme pozorovať silné vstupno-výstupné závislosti pre všetky tri testy intelektového potenciálu. Zmeny hodnôt kontextuálnych premenných očakávame z dvoch dôvodov. Prvým je osobnostné zrenie žiaka a druhým pôsobenie školy. Ak sa potvrdí druhý dôvod, nebudeme môcť v prípade danej premennej hovoriť o vonkajšej kontextuálnej premennej. Jedným zo spôsobov overenia môže byť, tak ako pri motivácií, overenie, či existujú rozdiely medzi školami v zmene danej premennej intelektového potenciálu. Znova odporúčame vykonať v budúcnosti hlbšiu analýzu tejto témy, v ktorej budú štatistické výpočty podložené aj príslušnou sociologickou teóriou.

5 Spracovanie socioekonomického statusu

Pri modelovaní pridanej hodnoty vo vzdelávaní sa snažíme zohľadniť vonkajšiu kontextuálnu premennú – socioekonomický status žiaka. Koncept sociálneho, kultúrneho a ekonomického pozadia vieme merať množstvom premenných, indexov a faktorov:



Obrázok 8: Schématické zobrazenie spracovania premennej ESCS

Naším cieľom je z tohto, na prvý pohľad neuchopiteľného konštruktu, vytvoriť zmysluplnú premennú alebo súbor premenných, ktoré budú:

- 1) vysvetľovať celé spektrum informácie zahrnutej v sociálnom, kultúrnom a ekonomickom pozadí žiaka,
- 2) jednoducho a správne zahrnuté do dvojúrovňovej lineárnej regresie pridanej hodnoty vo vzdelávaní,
- 3) mať zmysluplnú interpretáciu.

Socioekonomický status meriame štandardizovaným dotazníkom ESCS⁴⁰. Žiaci nášho výberu boli oslovení raz, v roku 2011. “Dotazník ESCS⁴¹ je štandardizovaným nástrojom na zber informácií o vzdelaní a zamestnaní žiakových rodičov, úplnosti rodiny a vybavení domácnosti. Iný zdroj informácií o ekonomickom, kultúrnom a sociálnom kapitále nebol dostupný, preto treba chápať informácie o faktoroch prostredia, v ktorom žiak vyrastá obmedzene” (Juščáková, Falath, 2015, str. 5). Dotazník bol vyhodnotený elektronicky alebo písomne, vždy so súhlasom rodiča. “Dopytovaniu predchádzali školenia

⁴⁰ Podrobnejší popis dotazníka ESCS v Juščáková, Bukvajová (2014).

⁴¹ Dotazník socioekonomického a kultúrneho statusu (OECD, 2008).

riaditeľov spolupracujúcich škôl, na ktorých sme ich informovali o cieľoch výskumu, rozsahu spolupráce a podaní spätnej väzby. Riaditelia si prevzali informačné letáky pre rodičov s podobným obsahom, ako bolo školenie. NÚCEM sa zaviazal k dodržaniu anonymity respondentov a ochrane osobných údajov. O pripravovanom zbere údajov a zamýšľanom výskume vydal tlačovú správu” (Juščáková, Falath, 2015). Elektronicky vyplnilo dotazník 86,2% žiakov, písomnou formou prostredníctvom rodičov 11,5% a zvyšným 2,3 percentám žiakov vyplnili dotazník rodičia zo svojich domovov.

Na spracovanie ESCS použijeme dve metódy. Prvou bude faktorová analýza, pomocou ktorej sa pokúsime zaradiť subindexy ESCS do malého počtu faktorov, ktoré nám pomôžu pri interpretácii výstupov z druhej použitej metódy, ktorou je analýza latentných tried. Pomocou nej sa pokúsime odhaliť skryté zoskupenia žiakov do latentných tried, v rámci ktorých budú žiaci zdieľať podobné hodnoty subindexov ESCS.

5.1 Faktorová analýza

Spracovanie zložitého konštruktú, akým je socioekonomický status, je úlohou, ktorá vyžaduje systematický prístup. Vhodnou metódou na odhalenie malého počtu významných smerov variability je Exploračná Faktorová Analýza (EFA)⁴². Podrobnú metodológiu vykonania faktorovej analýzy v programe SPSS uvádzame v Appendixe B. Cieľom faktorovej analýzy na premenných socioekonomického statusu bude odhaliť hlavné faktory spôsobujúce socioekonomické rozdiely medzi žiakmi. Snažíme sa dosiahnuť kompromis medzi príliš komplexnou informáciou obsahujúcou veľa subindexov ESCS na jednej strane a príliš zjednodušeným indexom ESCS na strane druhej. Na prvý pohľad je zrejmé, že ak povieme, že má niekto vysoký alebo nízky socioekonomický status, zamlčíme tým veľké množstvo informácie, ktorá môže byť kľúčová. Pri snahe odhaliť najdôležitejšie faktory definujúce socioekonomickú situáciu žiakov musíme rešpektovať definíciu ESCS podľa medzinárodnej štúdie PISA (2012), podľa ktorej sa index ESCS pre Slovensko počíta nasledovne:

$$ESCS = 0,84 * HISEI + 0,80 * PARED + 0,67 * HOMEPOS , \quad (38)$$

⁴² Veľmi podobnou a nemenej známou je aj metóda hlavných komponentov (PCA). Výsledkom PCA je n hlavných komponentov, ktoré sú vzájomne ortogonálne. Je rozumné predpokladať, že v sociálnych vedách budú faktory korelovať, pretože ľudské správanie a ukazovatele sociálneho postavenia ako napríklad bohatstvo rodičov, vzdelanie rodičov, či kultúrne vybavenie domácnosti, sú vzájomne výrazne prepojené. Z tohto pohľadu je preto výhodnejšie použiť FA, ktorá nevyžaduje ortogonalitu.

kde *HISEI*⁴³ predstavuje vyššie zamestnanie rodiča podľa kódovania KZAM, *PARED*⁴⁴ je vyššie vzdelanie rodičov a *HOMEPOS* je index vybavenia domácnosti. Prvý pohľad láka na použitie práve týchto troch indexov ako hlavných faktorov socioekonomického statusu. Bližší pohľad však odhalí, že index *HOMEPOS* v sebe skrýva veľa informácie, ktorá nemusí byť nutne popísateľná jednou vlastnosťou alebo charakteristickou črtou:

$$HOMEPOS = WELTH + CULTPOSS + HEDRES , \quad (39)$$

kde *WELTH* predstavuje index bohatstva domácnosti, *CULTPOSS* index kultúrnych predmetov v domácnosti a *HEDRES* index domácich vzdelávacích prostriedkov. Je však možné, že štruktúra socioekonomického pozadia je odlišná. Vykonáme preto faktorovú analýzu na čo najväčšom počte premenných vystupujúcich v indexe ESCS a pokúsime sa odhaliť skutočné faktory spôsobujúce rozdiely v socioekonomickom statuse slovenských žiakov.

Je potrebné zdôrazniť, že pre nedostatočný počet meraní ESCS sme schopní prezentovať iba metodológiu, ktorú odporúčame v budúcnosti použiť na kvalitnejšom a reprezentatívnejšom dátovom súbore. Napriek tomuto obmedzeniu vieme pozorovať niektoré zákonitosti aj na našom dátovom súbore, preto prezentujeme popri metodológii aj výsledky výpočtov. Pri formulácii záverov budeme opatrní. Teraz uvedieme odôvodnenie výberu premenných do modelu faktorovej analýzy. Časť výberu bude odôvodnená teoretickými predpokladmi a logickými argumentmi a časť výberu vznikne na základe praktického skúšania rôznych verzií modelu. Našou úlohou je nájsť také premenné, ktoré sa dajú dobre popísať malým počtom faktorov a zároveň zachytávajú všetky aspekty ESCS definované štúdiou PISA.

Prvým, prirodzeným pokusom, je nahradiť súhrnné indexy jednotlivými premennými, ktoré ich tvoria. Problémom je fakt, že na väčšinu z týchto premenných existuje iba odpoveď áno/nie, a preto faktorová analýza nie je schopná generovať

⁴³ Klasifikácia zamestnaní (KZAM) je vytvorená podľa Medzinárodnej štandardnej klasifikácie zamestnaní ISCO-88. Klasifikácia v štúdií PISA bola upravená na klasifikáciu ISEI, ktorá jednotlivým zamestnaniam pridelila body. Vznikla tak klasifikácia zamestnaní od najnižšieho po najvyšší status zamestnania (Juščáková, Bukvajová, 2014, str. 31).

⁴⁴ Spolu s HISCED tvoria takmer identické ukazovatele najvyššieho dosiahnutého vzdelania rodičov. Kódovanie vzniklo na základe Medzinárodnej štandardnej klasifikácie vzdelávania – ISCED (Juščáková, Bukvajová, 2014, str. 30).

uspokojivé faktory. Pokúsime sa teda do FA zahrnúť čo najviac zmysluplných indexov a subindexov ESCS a pomocou nich odhaliť významné faktory.

Spomedzi premenných vzdelania rodičov máme k dispozícii premennú najvyššieho vzdelania rodičov (*PARED*) a premenné dosiahnutého vzdelania matky (*MISCED*) a otca (*FISCED*). Pretože faktorová analýza nepracuje dobre pri malom počte premenných, zahrnieme všetky štyri premenné. Analogicky postupujeme pri premenných zamestnania rodičov, kde zahrňame premenné najvyššieho zamestnania rodiča (*HISEI*) a tiež premenné zamestnania matky (*ISEI_mama*) a otca (*ISEI_otec*). Premenné bohatstva domácnosti (*WELTH*), vzdelávacích prostriedkov v domácnosti (*HEDRES*) a kultúrnych predmetov v domácnosti (*CULTPOSS*), vyjadrujú počet predmetov zo zoznamu, ktorými žiak disponuje.

Na premenných sme vykonali faktorovú analýzu. Použili sme dostupné dáta ESCS pre všetky vekové kategórie⁴⁵, pretože socioekonomický status považujeme za časovo stabilný konštrukt⁴⁶. V programe SPSS používame metódu “Principal axis factoring”, ktorá zodpovedá metóde hlavných faktorov, ktorú sme opísali v teórii. Spôsob rotácie, ktorý sme zvolili je “Direct Oblimin”, keďže očakávame, že faktory budú medzi sebou korelovať. Prvým problémom, na ktorý narážame je fakt, že komunality pri premennej *WELTH* sú nižšie ako 0,1 pričom hranica vhodnosti je okolo 0,5. Premenná *WELTH* je teda slabo korelovaná so zvyškom premenných a musíme ju z modelu vylúčiť⁴⁷. Opakujeme faktorovú analýzu už bez premennej bohatstva:

⁴⁵ Keďže ESCS považujeme za časovo stabilnú veličinu, môžeme rozšíriť náš dátový súbor aj o žiakov iných ročníkov, o ktorých socioekonomickom pozadí máme informácie. Rozšírenie súboru si môžeme dovoliť vykonať aj z dôvodu, že výsledky faktorovej analýzy využijeme iba na interpretáciu a lepšie pochopenie socioekonomického statusu.

⁴⁶ Dá sa logicky predpokladať, že socioekonomický status je veľmi stála premenná, keďže obsahuje položky ako vzdelanie rodiča, alebo úroveň zamestnania. „Navyše, zotrvačnosť jej pôsobenia na školskú úspešnosť eliminuje vplyv prípadnej zmeny. Taktiež vplyv školy na túto premennú logicky vylučujeme” (Juščáková, 2014, str. 63).

⁴⁷ Vylúčenie premennej *WELTH* z faktorovej analýzy znamená, že sme nenašli premenné ESCS, ktoré by s ňou zdieľali významnú časť variancie. Upozorňujeme, že to neznamená, že je nevhodným ukazovateľom ESCS. To, že sa premenná bohatstva neoddelila a nevytvorila tretí faktor môže tiež značiť, že nedostatočne diferencuje žiakov.

Tabuľka 12: KMO a Bartlettov test sféricity

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling adequacy		0,670
Bartlett's Test of Sphericity	Chi-Square	26081,047
	Stupne voľnosti	36
	Sig.	0,000

KMO má hodnotu 0,676, čo je podľa Kaisera a Ricea (1974) podpriemerný ale akceptovateľný výsledok. Bartlettov test sféricity zamieta nulovú hypotézu, že sa kovariančná matica premenných rovná identite. Naše premenné teda vzájomne korelujú a zdieľajú uspokojivé množstvo spoločnej variancie. Ďalším rozhodnutím je výber počtu faktorov. Faktory vysvetľujú varianciu nasledovne:

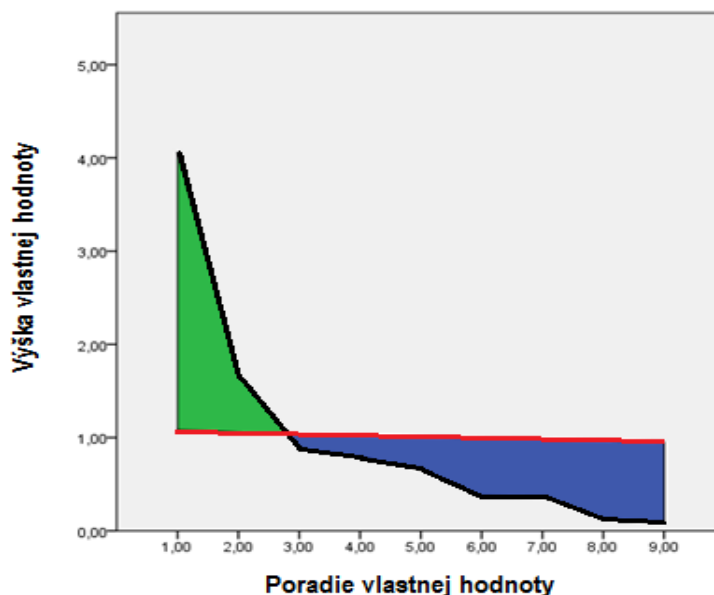
Tabuľka 13: Faktory a ich vlastné hodnoty

Faktor	Vlastná hodnota kovariančnej matice	95% kritická hodnota (PA ⁴⁸)	% vysvetlenej variancie	Kumulatívne % vysvetlenej variancie
1	4,062	1,083	45,133	45,133
2	1,659	1,058	18,432	63,565
3	0,882	1,040	9,797	73,363
4	0,795	1,023	8,835	82,198
5	0,652	1,009	7,246	89,444
6	0,376	0,995	4,174	93,618
7	0,361	0,982	4,006	97,624
8	0,132	0,968	1,464	99,088
9	0,082	0,951	0,912	100,000

Na základe paralelnej analýzy je zrejmé, že dve vlastné hodnoty sú väčšie ako prislúchajúca kritická hodnota vlastnej hodnoty bieleho šumu. Vykreslenie lakt'ového

⁴⁸ Namiesto Kaiserovho pravidla: „vlastné hodnoty väčšie ako 1“ používame Paralelnú analýzu, ktorú sme opísali v teoretickej časti. V tabuľke zobrazujeme kritické hodnoty vlastných čísel simulácie bieleho šumu pomocou Paralelnej analýzy.

diagramu nameraných vlastných honôt (čierna hrubá čiara) a kritických hodnôt paralelnej analýzy (červená hrubá čiara) potvrdzuje náš výber. Vidíme totiž, že hodnota tretej najväčšej vlastnej hodnoty je už pod kritickou hodnotou vlastnej hodnoty získanej Paralelnou analýzou, a je teda štatisticky nerozoznatelná od bieleho šumu.



Obrázok 9: Paralelná analýza na lakt'ovom diagrame

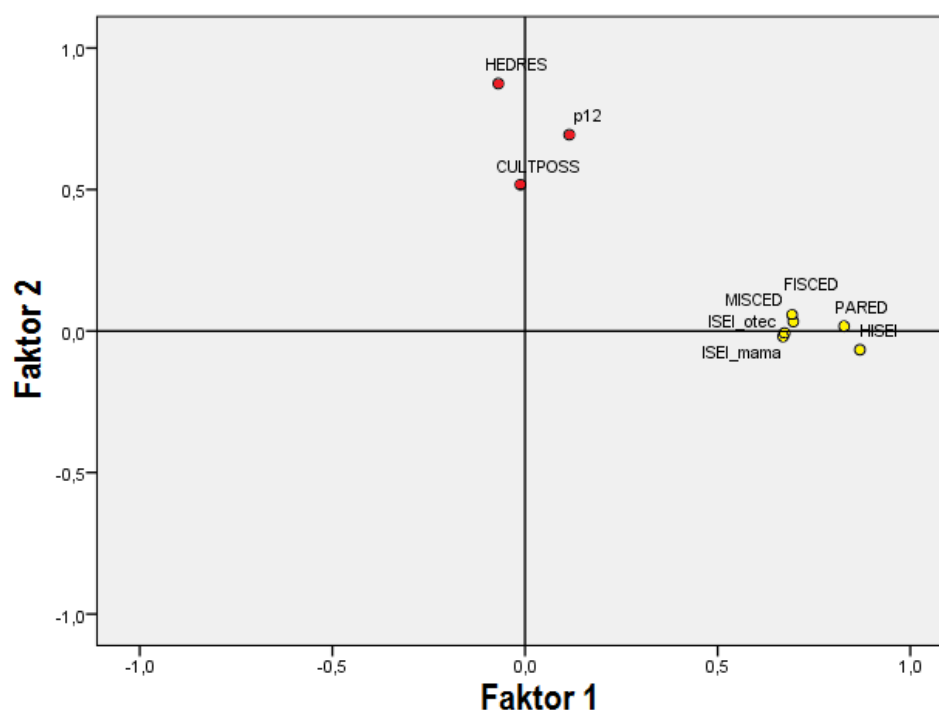
Kvalitu modelu nám určí aj matica faktorových nákladov (matica \hat{A} z teórie). Našou snahou je, aby každá premenná sýtla jeden faktor čo najviac a druhý faktor čo najmenej. Zaužívaným pravidlom sú faktorové náklady vyššie ako 0,5 a zároveň požadujeme, aby každá premenná sýtla svoj dominantný faktor minimálne o 0,3 bodu viac ako ostatné faktory:

Tabuľka 14: Matica faktorových nákladov pri výbere dvoch faktorov

	Faktor 1	Faktor 2
Najvyššie vzdelanie rodiča (PARED)	0,869	-0,066
Najvyššie vzdelanie otca	0,828	0,017
Najvyššie vzdelanie matky	0,696	0,034
Najvyššie zamestnanie rodiča (HISEI)	0,693	0,057
Najvyššie zamestnanie otca	0,673	-0,007

Najvyššie zamestnanie matky	0,669	-0,019
Vzdelávacie predmety (HEDRES)	-0,069	0,875
Počet kníh v domácnosti	0,115	0,694
Kultúrne predmety (CULTPOSS)	-0,012	0,517

Za povšimnutie stojí fakt, že všetky premenné veľmi slabo sýtia faktor, ku ktorému sa nepriklonili. Znamená to, že premenné sa jasne delia na dve skupiny, ktoré sa vzájomne líšia. Potvrzuje to aj dvojrozmerný graf faktorových nákladov:



Obrázok 10: Graf faktorových nákladov.

Faktory medzi sebou korelujú koeficientom $\rho = 0,347$, čo je viac ako hranica pre použitie ortogonálnej rotácie⁴⁹. Navrhujeme nasledovnú interpretáciu dvoch faktorov:

- 1) **Sociálny faktor** – vzdelanie a zamestnanie rodičov
- 2) **Kultúrny faktor** – počet kníh v domácnosti, počet vzdelávacích prostriedkov a počet kultúrnych predmetov.

⁴⁹ Tabachnick a Fidell (2007, str. 646) odporúčajú najprv vykonať neortogonálnu rotáciu a pozrieť sa na veľkosť vzájomných korelácií faktorov. V prípade, že korelácie presahujú 0,32, znamená to prekryv minimálne 10 % variancie medzi faktormi. Ak neexistujú dodatočné argumenty pre vykonanie ortogonálnej rotácie, odporúča sa v takom prípade použitie neortogonálnej rotácie., teda napr. Direct Oblimin.

Tieto poznatky nám pomôžu pri interpretácii výsledkov analýzy latentných tried. Napríklad, nízke hodnoty premenných CULTPOSS, HEDRES, či počtu kníh môžeme vďaka faktorovej analýze jednoducho označiť za kultúrne znevýhodnenie.

5.2 Analýza latentných tried

Všeobecným trendom v novej literatúre skúmajúcej ESCS je presun z koncepcie ESCS ako jednorozmernej veličiny (napr. Index ESCS) ku multidimenzionálnemu latentnému konštrukt, ktorý zohľadňuje rôzne efekty na rôznych úrovniach pozorovania, napríklad na úrovni žiakov a škôl” (Munck, Hansen, 2012, str.51 & Sirin, 2003, 2005). Jednoduchšie povedané, v skúmanej populácii môžu existovať skryté zoskupenia subjektov (latentné triedy), ktoré v rámci skupiny spája, a od zvyšných skupín odlišuje, charakteristický systém odpovedí alebo vlastností (latentný profil).

Analýzu latentných tried sme vykonali v štatistickom programe R pomocou knižnice “poLCA” (Linzer, Lewis, 2011). Podrobnejší popis vykonania analýzy latentných tried v programe R uvádzame v Appendixe C. Po zadaní želaného počtu latentných tried, na ktorý chceme populáciu rozdeliť, program priradí každého žiaka do jednej z latentných tried. Charakteristické profily jednotlivých latentných tried vyjadrujú pravdepodobnosť, s akou dosahuje žiak najvyššiu možnú hodnotu daného ukazovateľa za podmienky, že patrí do i-tej latentnej triedy. Latentný profil i-tej triedy môže byť teda napríklad vektor pravdepodobností, s akými členovia i-tej triedy dosahujú index bohatstva viac ako 15⁵⁰, majú doma viac ako 200 kníh, aspoň jeden z rodičov je vysokoškolsky vzdelaný, atď.

5.2.1 Kategorizácia subindikátorov ESCS

Hľadanie latentných tried je motivované hypotézou, že existujú nepozorované skupiny populácie, v rámci ktorých sa žiaci medzi sebou podobajú. Zároveň očakávame, že sa žiaci z rôznych latentných tried budú medzi sebou líšiť omnoho viac, ako v rámci svojej

⁵⁰ V tomto príklade sme vymenovali hranice, za ktorými považujeme žiakov za vysoko disponovaných v rámci ukazovateľov socioekonomického statusu. Tieto hranice, spolu s hranicami stredného a nízkeho statusu, určíme na základe logickej predstavy, ako vybavený by mal byť vysoko zabezpečený, či znevýhodnený žiak. Druhým kritériom je vykreslenie histogramu rozdelenia hodnôt ukazovateľa ESCS (napr. hodnôt bohatstva rodiny) a rozdelenie populácie na tri disjunktné skupiny na základe histogramu.

triedy. V prípade našej práce očakávame, že sa žiaci podobajú alebo líšia na základe skladieb svojich latentných profilov socioekonomického statusu⁵¹.

Pracovali sme so zložkami socioekonomického statusu, ktoré sme prekódovali na tri kvalitatívne úrovne z dôvodu rozlíšenia veľmi dobre, stredne a slabšie zabezpečených žiakov z hľadiska indikátorov socioekonomického statusu. Dôvodom transformácie premenných zo spojitých na kategorické je nielen ľahšia interpretácia, ale aj fakt, že analýza latentných tried pracuje s pravdepodobnosťami konkrétnych odpovedí na skúmané premenné. Nebolo by teda vhodné počítať pravdepodobnosti spojitých premenných. Kategorizujeme nasledovne: 1 = znevýhodnený, 2 = priemerný, 3 = blahobytný:

Tabuľka 15: Prekódovanie hodnôt subindikátorov ESCS

Najvyššie dosiahnuté vzdelanie rodiča (HISCED)	1 = bez maturity (9%) 2 = s maturitou (61,5%) 3 = vysokoškolské a vyššie (29,5%)
Najvyššie dosiahnuté zamestnanie rodiča (HISEI)	1 = skóre 0-46 v kódovaní povolání HISEI (38,6%) 2 = skóre 47-61 v kódovaní povolání HISEI (41,2%) 3 = skóre 62 a viac v kódovaní povolání HISEI (20,2%)
Domáce vzdelávacie prostriedky (HEDRES)	(počet odpovedí "áno" na zoznam domácich vzdelávacích predmetov) 1 = skóre HEDRES 0-6 (52,6%) 2 = skóre HEDRES 7-10 (47,4%)
Počet kníh v domácnosti (BOOKS)	1 = 0-25 kníh (0%) 2 = 26-200 kníh (76,1%) 3 = viac ako 200 kníh (23,9%)
Počet kultúrnych predmetov v domácnosti (CULTPOSS)	(spomedzi objektov: literatúra, poézia, umelecké dielo) 1 = má doma 0 objektov (12,1%) 2 = má doma 1 alebo 2 objekty (42,6%) 3 = má doma všetky objekty (45,2%)
Index bohatstva domácnosti (WEALTH)	1 = Skóre 0-11 (4,3%) 2 = Skóre 12-15 (26,2%) 3 = Skóre 16+ (69,5%)

⁵¹ Vznik všetkých subindexov ESCS s detailným popisom bodovania jednotlivých položiek sa nachádza v manuáli ESCS (Kudáčeková, Juščáková, 2012, str. 16-26).

5.2.2 Výsledky analýzy latentných tried

Z predchádzajúcej faktorovej analýzy je zrejmé, že subindexy ESCS sú popísateľné maximálne troma latentnými faktormi – sociálnym, kultúrnym a ekonomickým. Zmysluplný model teda bude obsahovať maximálne $2^3=8$ latentných tried⁵². Ukazuje sa, že ESCS nie je v našom prípade tak stabilnou veličinou, ako naznačuje teória. Dôvodom môže byť nedokonalosť našej vzorky, preto sme najprv testovali, či nemajú gymnáziá s SOŠ rôzne rozklady latentných tried. Hypotéza rôznych rozkladov ESCS bola zamietnutá, oba typy škôl (GYM, SOŠ) majú takmer zhodné latentné profily ESCS⁵³.

Vypočítali sme informačné kritériá pre všetky možné počty latentných tried:

Tabuľka 16: Počet latentných tried a informačné kritériá

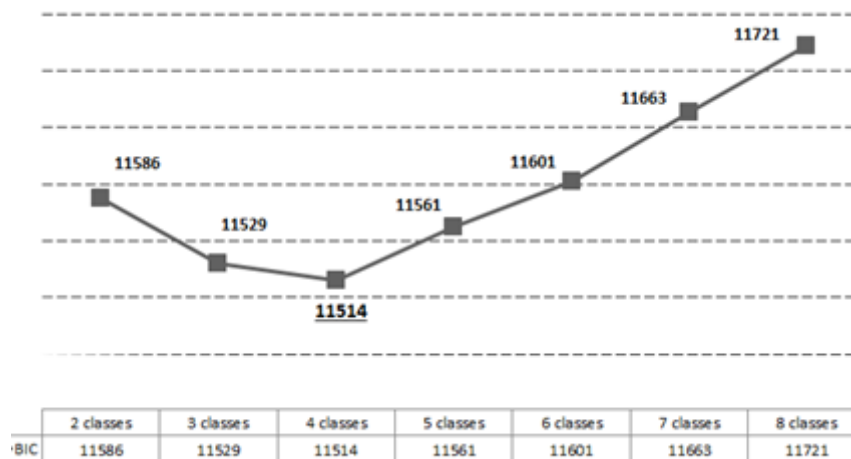
Počet latentných tried	ML	AIC	BIC
3	-5650	11365	11529
4	-5604	11294	11514
5	-5588	11285	11561
6	-5569	11269	11601
7	-5561	11274	11663
8	-5551	11276	11721

Hodnoty ML a AIC sa so zvýšeným počtom tried zväčša zlepšujú. Potvrďuje sa naša obava, že nedostatočne penalizujú za nadmernú zložitosť modelu (počet tried). Hlavné kritérium, BIC, má najnižšiu hodnotu pre 4 latentné triedy a následne výrazne stúpa⁵⁴. Na základe tohto faktu sa javí model so štyrmi latentnými triedami ako optimálny:

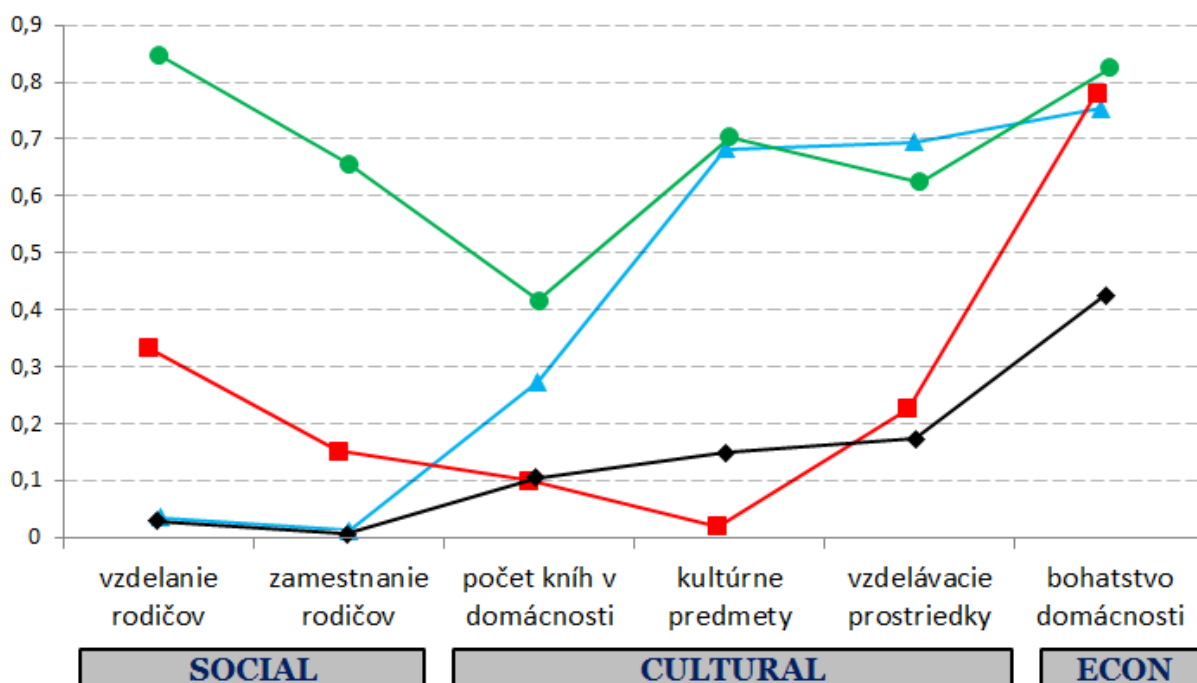
⁵² Počet všetkých možných kombinácií rôznych latentných profilov, ak pri každom faktore ESCS vyhodnotíme, či je trieda znevýhodnená, alebo nie. Ak A=áno a N=nie, máme potom takéto kombinácie znevýhodnení SOC, KULT a EKO statusu: (A-A-A, A-A-N, A-N-A, N-A-A, A-N-N, N-A-N, N-N-A, N-N-N).

⁵³ Za účelom zachovania jasnej línie postupu neuvádzame presné numerické výsledky tohto testu. LCA pridelila GYM a SOŠ takmer identické množiny latentných tried, ktoré boli charakterizované takmer zhodnými latentnými profilmi.

⁵⁴ “Pravidlom palca” pre signifikantne lepší model je zníženie BIC o 10 a viac.



Obrázok 11: Počet latentných tried a BIC



Obrázok 12: Latentné profily modelu štyroch latentných tried

Výsledky možno teraz interpretovať nasledovne:

- Žiaci patriaci do prvej latentnej triedy, označenej v grafe symbolom \blacklozenge , majú takmer nulovú pravdepodobnosť najvyššieho vzdelania či zamestnania rodičov alebo najvyšších hodnôt všetkých troch premenných kultúrneho statusu. Túto triedu preto vnímame ako “sociálne a kultúrne znevýhodnení”.
- Žiaci patriaci do druhej latentnej triedy, označenej symbolom \blacksquare , disponujú zjavným kultúrnym znevýhodnením. Majú vysoké hodnoty bohatstva rodiny a

pomerne nízke hodnoty sociálneho statusu⁵⁵. Skupinu označíme ako “kultúrne znevýhodnení”.

- Žiaci patriaci do tretej latentnej triedy, označenej symbolom ▲, sú zjavne sociálne znevýhodnení, pričom hodnoty ekonomického a kultúrneho statusu majú veľmi vysoké. Skupinu označíme “sociálne znevýhodnení, inak blahobytní”⁵⁶.
- Žiaci patriaci do štvrtej latentnej triedy, označenej symbolom ●, majú všetky faktory veľmi vysoké, preto budú označovaní ako “blahobytní”.

Za povšimnutie stojí fakt, že žiadna latentná trieda nebola popísaná ako ekonomicky znevýhodnená. Napriek faktu, že žiaci triedy ◆ majú v ekonomickom faktore malú pravdepodobnosť blahobytu, takmer všetci zvyšní majú priemernú úroveň bohatstva rodiny. Ani túto triedu preto nemožno chápať ako ekonomicky znevýhodnenú. Tento fakt podporuje aj naše predchádzajúce zistenie, že ekonomický faktor mal spomedzi všetkých faktorov ESCS najslabší vplyv na školskú úspešnosť.

5.2.3 ESCS na medziškolskej úrovni

Je logické predpokladať, že kvôli efektu zhlukovania žiakov do škôl (tzv. “clustering effect”) môže mať hierarchickú štruktúru nielen školská úspešnosť, ale aj socioekonomický status. Pri ESCS je napríklad rozumné očakávať zhlukovanie profilov ESCS do rôznych okresov, krajov, či škôl. Typickým prístupom by bolo vykonať dvojúrovňovú analýzu latentných tried (Munck, Hansen, 2012, str. 60-67), no v našom prípade sme nedisponovali vhodným softvérom na vykonanie tejto metódy⁵⁷. Pomocou vytvorenia premenných na úrovni školy sa budeme snažiť pokryť rovnaký typ variancie ako pri dvojúrovňovej LCA. Rozhodli sme sa otestovať, či nemá na školskú úspešnosť jednotlivca vplyv aj priemerný socioekonomický status žiakov školy, ktorú jednotliviec navštevuje, teda akýsi vplyv “socioeconomickej vyspelosti” rovesníkov.

⁵⁵ Bližší pohľad na výsledky modelu odhalí, že v tejto latentnej triede je len málo žiakov, ktorí majú najnižšie hodnoty sociálneho statusu. Väčšina žiakov bola totiž zaradená do druhej kategórie (priemerní) v oboch ukazovateľoch (zamestnanie a vzdelanie rodičov). Graf uvedený vyššie týchto žiakov nezachytil, pretože zobrazuje iba pravdepodobnosť najvyššieho sociálneho statusu. Nie je preto dôvod latentnú triedu ■ označiť ako sociálne znevýhodnenú.

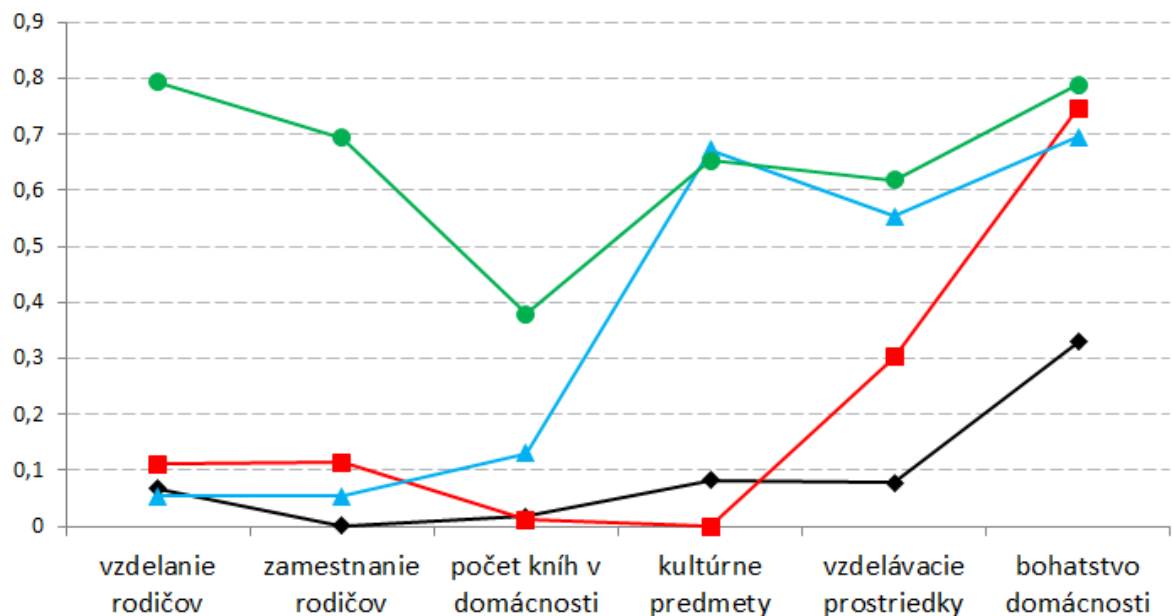
⁵⁶ Zdôrazňujeme blahobytnosť kultúrneho a ekonomického faktora, pretože latentný profil tejto triedy v kultúrnom a ekonomickom faktore kopíruje profil triedy celkom blahobytných žiakov.

⁵⁷ Program SPSS, s ktorým sme pracovali najviac, neobsahuje možnosť vykonať analýzu latentných tried. V programe R, pomocou ktorého sme vykonali analýzu latentných tried, sme pracovali s knižnicou poLCA, ktorá obsahuje iba jednoúrovňovú LCA. Vhodným softvérom na dvojúrovňovú LCA by mal byť Mplus (Munck, Hansen, str. 56).

Vytvorili sme premennú *Affluent_ratio*, ktorá popisuje podiel žiakov i-tej školy, ktorí boli zaradení do blahobytnnej latentnej triedy. Hodnoty tejto premennej sa pohybujú od 0% po 35%, pričom priemerná hodnota je 17,15%. Ďalej sme vytvorili premennú *Disadvantaged_ratio*, ktorá popisuje podiel žiakov i-tej školy, ktorí boli zaradení do najviac znevýhodnenej latentnej triedy (“◆ = sociálne a kultúrne znevýhodnení”). Hodnoty premennej sa pohybujú od 4,4% po 50% a priemerná hodnota je 21,31%.

5.2.4 Reprezentatívnosť modelu

Legitímna môže byť obava, že náš obmedzený výber žiakov meraní socioekonomického statusu je nereprezentatívny. Pre tento účel sme porovnali rozklad latentných tried nášho súboru a súboru slovenských žiakov hodnotených v medzinárodnej štúdii PISA 2012). Výber študentov v tejto štúdii je prezentovaný ako reprezentatívny výber z populácie. Vykonali sme rovnakým postupom analýzu latentných tried na reprezentatívnych dátach:



Obrázok 13: Latentné profily reprezentatívnej populácie žiakov

Môžeme pozorovať, že analýza rozdelila žiakov na rovnaký počet tried a navyše charakteristické profily latentných tried sú až na malé odchýlky zhodné. Môžeme teda naše dáta prehlásiť za reprezentatívne s tým, že do budúcnosti odporúčame vždy vykonať podobný test.

6 Model pridanej hodnoty vo vzdelávaní

Podrobný popis výpočtu modelu PHV v programe SPSS uvádzame v Appendixe D. Na overenie hierarchickej povahy dát použijeme tzv. koeficient *ICC* (Intra class correlation coefficient), ktorý vyrátame ako podiel deviancie na medziškolskej úrovni a celkovej deviancie v modeli (McCoach a Adelson 2010, str. 152-155):

$$ICC = \frac{105,52}{111,71 + 105,52} = 0,4857.$$

ICC naznačuje, že až 48,57% celkovej variability je zapríčinennej hierarchickým charakterom dát a teda rozdielmi medzi školami. Usudzujeme teda, že je nutný dvojúrovňový model PHV.

6.1 Premenné na druhej úrovni (úroveň škôl)

Vďaka nultému modelu sa nám podarilo odhaliť značné množstvo nevysvetlenej variability na úrovni škôl. Aby sme dosiahli správne odhady úspešností z EČMS, musí model vysvetľovať aj rozdiely medzi školami. Skúšaním viacerých kombinácií vysvetľujúcich premenných na úrovni škôl sa postupne prepracujeme ku najlepšiemu modelu⁵⁸:

	Priesečník	Typ školy	Peer efekt ⁵⁹	Podiel dievčat	ICC	PVE ₁	PVE ₂	Dev
0	■				48,6	-	-	9376
1.1	■	■			18,87	0	75,38	9339
1.2	■		■		14,71	0,03	81,75	9338
1.3	■			■	39,1	-0,01	32,02	9361
1.4	■	■	■		12,35	0,01	85,09	9329
1.5	■	■	■	■	9,62	0,03	88,73	9318

Tabuľka 17: Pridávanie premenných na úrovni škôl

⁵⁸ Na ukážku, ako funguje nasledujúca tabuľka, sme do nej zahrnuli aj nultý model, obsahujúci iba priesečník. Jeho podiely vysvetlenej variability sú prirodzene nulové, pretože neobsahuje žiadne vysvetľujúce premenné.

⁵⁹ Peer efekt, alebo efekt rovesníkov. Detaily efektu uvádzame v kapitole „5.2. Úprava premenných“.

Pridanie akejkoľvek z troch premenných (typ školy, efekt rovesníkov a podiel dievčat) znižuje podiel nevysvetlenej variability na školskej úrovni a tiež vysvetľuje významnú časť rozdielov medzi školami. Po skúšaní všetkých rozumných kombinácií sa ako optimálny ukázal model obsahujúci všetky tri premenné na úrovni škôl (model 1.5). Podiel nevysvetlenej variability na školskej úrovni ku celkovej nevysvetlenej variabilite sa znížil na 9,62% a uspeli sme pri vysvetľovaní 88,73% variability medzi školami.

6.2 Premenné na prvej úrovni (individuálna úroveň)

Keďže má model vysvetľovať čo najviac variability na oboch úrovniach, ponecháme v ňom všetky tri premenné druhej úrovne a pokúsime sa model 1.5 ďalej vylepšiť vkladáním kombinácií premenných na individuálnej úrovni⁶⁰. Základnou vysvetľujúcou premennou prvej úrovne v každom modeli pridanej hodnoty vo vzdelávaní je skóre vo vstupnom teste, v našom prípade reprezentované premennou *T9_group*. Štatistická deskripcia ukázala významné rozdiely školskej úspešnosti medzi dievčatami a chlapcami. Pokúsime sa teda do modelu zahrnúť premennú pohlavia. Deskripcia tiež naznačuje, že sklony vzťahov medzi EČMS a T9 sa môžu líšiť medzi rôznymi typmi škôl a pohlaviami. Je preto vhodné v modeli otestovať štatistickú významnosť vplyvu interakcií *Typ_školy * T9_group* a *Pohlavie * T9_group*. Napriek tomu, že viacerí autori pozorovali štatisticky významný efekt materinského jazyka na školskú úspešnosť, v rámci nami skúmanej populácie nemáme k dispozícii údaje o tejto premennej. Do budúcnosti však odporúčame overiť jej vplyv na školskú úspešnosť a na pridanú hodnotu vo vzdelávaní.

Tabuľka 18: Pridávanie premenných na individuálnej úrovni

		T9_group	Pohlavie	T9_group* School_Type	ICC	PVE ₁	PVE ₂	Dev
2.1		■			11,54	15,74	88,37	9117
2.2	*		■		9,79	0,016	88,69	9296
2.3	⁶¹	■	■		11,63	16,40	88,35	9105
2.4		■	■	■	11,66	16,60	88,34	9106

⁶⁰ Testovali sme všetky možné kombinácie modelov obsahujúcich spomenuté premenné. Pre jednoduchosť zobrazujeme v tabuľke najmä modifikácie vedúce k zlepšeniu kvality modelu.

⁶¹ Všetky modely obsahujú premenné *Typ_Školy*, *T9_peer* a *Podiel_Dievcat* v náhodnom priesečníku prvej úrovne. V tabuľke zobrazujeme iba premenné, ktorými sme obohatili model 1.5.

Zahrnutie interakcie typu školy a vstupného testu zlepšuje štatistické ukazovatele modelu. Menej užitočnou sa ukazuje interakcia pohlavia a vstupného testu, ktorá nezlepšuje priliehavosť modelu. Môžeme pozorovať, že modely 2.3 a 2.4 sú takmer identické z pohľadu kvality modelu. Otázkou ostáva, či sa rozhodneme ponechať interakčný člen z modelu 2.4. Ten sa ukázal ako štatisticky významný, čo podporuje našu pôvodnú hypotézu rôznych sklonov stredných škôl a gymnázií. Ako optimálny vyberáme teda model 2.4, ktorý vysvetľuje 16,6% variability na prvej úrovni pričom podiel vysvetlenej variability na úrovni škôl ostáva oproti modelu 1.5 nezmenený. Zaujímavou interpretáciou faktu, že interakcia typu školy a T9 je štatisticky významná, je zistenie, že úspech z Testovania 9 (T9) je pri predpovedaní úspechu na maturite (EČMS) dôležitejší pre žiakov gymnázií ako pre žiakov stredných škôl.

6.3 Rozšírenie modelu o ESCS

V tomto kroku sa pokúsime vylepšiť doterajší najlepší model (2.4), pridaním ďalšej vysvetľujúcej premennej prvej úrovne. Rozširujeme model o predpokladaný efekt socioekonomického statusu, ktorý pridávame vo forme dummy⁶² premenných príslušnosti do latentných tried ESCS. Prvú dummy premennú "Class1" do modelu nezahŕňame, pretože efekt príslušnosti do tejto skupiny sa prejaví v priesečníku⁶³:

Tabuľka 19: Pridanie ESCS do modelu PHV 2.4

		ESCS	Affluent_ratio	Disadvantaged_ratio	ICC	PVE ₁	PVE ₂	Dev
3.1		■			11,35	16,54	88,68	9100
3.2	*	■	■		11,46	16,54	88,56	9092
3.3	⁶⁴	■		■	11,17	16,56	88,89	9101
3.4		■	■	■	11,71	16,55	88,29	9095

⁶² Typ premennej, ktorá nadobúda hodnotu 1, ak i-ty žiak patrí do príslušnej latentnej triedy, a nadobúda hodnotu 0 inak. Vďaka tejto metóde vieme odhadnúť osobitné hodnoty priemernej školskej úspešnosti pre každú z latentných tried.

⁶³ Tento fakt nám umožňuje interpretovať priesečník ako školskú úspešnosť priemerného žiaka patriaceho do najviac znevýhodnenej triedy (Class 1).

⁶⁴ Všetky modely obsahujú všetky premenné z modelu 2.4. Tabuľka označuje tie premenné, ktoré boli pridané do modelu 2.4 za účelom jeho zlepšenia.

Model 3.2 má síce spomedzi všetkých najnižšiu devianciu, no premenná *Affluent_ratio* sa ukázala ako štatisticky nevýznamná ($p\text{-value} \geq 0,383$). Premennú teda z modelu vylúčime. Rovnaký problém nesignifikantnosti premenných pozorujeme aj pre modely 3.3 a 3.4. Testovali sme tiež prítomnosť rozdielnych sklonov ESCS pri vysvetľovaní EČMS. Testované interakcie $SES * School_Type$, $SES * Sex$, $SES * cRGirls$ a $SES * T9_peer$ boli všetky štatisticky nevýznamné. Ani jednu z daných interakcií do modelu nezahŕňame.

Očakávali sme, že pridaním dummy premenných ESCS zlepšime kvalitu modelu, a že vplyv tejto premennej bude pomerne významný. Ukázalo sa však, že efekt príslušnosti do latentných tried ESCS je pre náš model nevýznamný. Napriek tomuto výsledku treba zdôrazniť, že pracujeme s veľmi nedokonalými dátami a hlavným účelom práce je vyvinúť metodológiu do budúcnosti, ktorá bude mať význam na kvalitnejších dátach. Z tohoto dôvodu sa vyhýbame tvrdeniam o nevýznamnosti vplyvu ESCS na pridanú hodnotu vo vzdelávaní.

6.4 Finálny model

Na záver prezentujeme výsledky regresie dvoch finálnych modelov pridanej hodnoty vo vzdelávaní. Prvý obsahuje dummy premenné ESCS ako vylepšenie oproti doteraz publikovaným modelom (Kaclik et al., 2015)⁶⁵. V prípade nášho dátového súboru odporúčame premenné ESCS do modelu nezahrnúť, pretože všetky dummy premenné sú štatisticky nevýznamné. Z tohto dôvodu prezentujeme aj výsledky jednoduchšieho, základného modelu bez ESCS, ktorý je vyhovujúci.

6.4.1 Prvý model: vrátane ESCS

$$E\check{C}MS_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}T9_group_{ij} + \beta_{2j}Sex_{ij} + \beta_{3j}Typ_školy * T9_group + \beta_{4j}Class2_{ij} + \beta_{5j}Class3_{ij} + \beta_{6j}Class4_{ij} + r_{ij} \quad (40a)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}School_Type_j + \gamma_{02}Girls_ratio_j + \gamma_{03}T9_peer_j + u_{0j} \quad (40b)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}School_Type_j \quad (40c)$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} \quad (40d)$$

⁶⁵ Znova zdôrazňujeme, že model je ukázkou metodológie modelovania pridanej hodnoty vo vzdelávaní na väčšom a reprezentatívnejšom dátovom súbore.

$$\beta_{3j} = \gamma_{30} \quad (40e)$$

$$\beta_{4j} = \gamma_{40} \quad (40f)$$

$$\beta_{5j} = \gamma_{50} \quad (40g)$$

$$\beta_{6j} = \gamma_{60} \quad (40h)$$

Výsledné koeficienty sú:

Tabuľka 20: Výsledky modelu PHV obsahujúceho dummy premenné ESCS

Parameter	Odhad	Štd. odch	t	Sig.	Low 95%	Upper 95%
Intercept	65,886	1,004	65,639	0,000	63,880	67,893
T9_peer	0,675	0,187	3,616	0,002	0,288	1,063
Girls_Ratio	6,894	3,354	2,056	0,050	-0,012	13,802
School_Type	6,785	2,772	2,448	0,023	1,019	12,553
Sex	2,193	0,638	3,441	0,001	0,943	3,445
T9_group	0,304	0,022	13,594	0,000	0,260	0,348
School_Type*T9_group	-0,084	0,043	-1,939	0,053	-0,169	0,001
Class2	0,742	0,934	0,795	0,427	-1,089	2,574
Class3	0,056	0,769	0,073	0,942	-1,453	1,566
Class4	1,094	0,838	1,305	0,192	-0,551	2,739

Všetky dummy premenné príslušnosti do latentných tried sú štatisticky nevýznamné a teda vplyv ESCS na pridanú hodnotu vo vzdelávaní je v našom prípade slabý⁶⁶. Tento fakt je možné pripísať aj malému množstvu meraní v dotazníku ESCS. Ďalším dôvodom môže byť fakt, že efekt ESCS na školskú úspešnosť sa prejavil už v rozdielnych hodnotách úspešnosti vo vstupnom teste T9 (premenná *T9_group*). V prípade, že by sa tento výsledok potvrdil na kvalitnejších dátach, bolo by možné tvrdiť, že

⁶⁶ Upozorňujeme, že nie je zrejmé, či model na kvalitnom, reprezentatívnom, dátovom súbore vylúči alebo nevylúči vplyv ESCS na pridanú hodnotu vo vzdelávaní. Na iných dátach, sa napríklad ukázalo, že „nakoniec sme očistili pridanú hodnotu vo vzdelávaní o vplyv socioekonomického statusu, ktorého hodnota p-value koliduje na hranici 5 %“ (Juščáková, Falath, 2015, str. 11).

slovenské školy neprehlbujú rozdiely medzi žiakmi, spôsobené rôznou socioekonomickou situáciou a inými faktormi. Je teda kľúčové uvedomiť si, že aj napriek tomu, že študenti vstupujú do škôl s úrovňou vedomostí pomerne silno ovplyvnenou socioekonomickým pozadím, naše školy ich následne nediskriminujú a poskytujú im veľmi podobnú pridanú hodnotu vo vzdelávaní, bez ohľadu na ich ESCS. Naše výsledky podporujú názor, že “naše školy vo všeobecnosti zakladajú vzdelanie na meritokratických princípoch a eliminujú reprodukciu sociálnych nerovností” (Juščáková, Falath, 2015).

6.4.2 Druhý model: bez ESCS

$$E\check{C}MS_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}T9_{group_{ij}} + \beta_{2j}Sex_{ij} + \beta_{3j}Typ_školy * T9_group + r_{ij} \quad (41a)$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}School_Type_j + \gamma_{02}Girls_ratio_j + \gamma_{03}T9_peer_j + u_{0j} \quad (41b)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}School_Type_j \quad (41c)$$

$$\beta_{2j} = \gamma_{20} \quad (41d)$$

$$\beta_{3j} = \gamma_{30} \quad (41e)$$

Výsledné koeficienty sú:

Tabuľka 21: Výsledky modelu PHV bez dummy premenných ESCS

Parameter	Odhad	Štd. odch	t	Sig.	Low 95%	Upper 95%
Intercept	66,358	0,845	78,53	0,000	64,632	68,083
T9_peer	0,683	0,189	3,62	0,002	0,291	1,075
Girls_Ratio	6,879	3,391	2,03	0,053	-0,107	13,865
School_Type	6,862	2,806	2,45	0,023	1,024	12,699
Sex	2,107	0,635	3,32	0,01	0,862	3,352
T9_group	0,305	0,022	13,70	0,000	0,262	0,349
School_Type*T9_group	-0,0854	0,043	-1,97	0,049	-0,170	-0,001

Každá premená je štatisticky významná⁶⁷. Priesečník má hodnotu 66,36 a reprezentuje skóre vo výstupnom teste pre priemerného žiaka (chlapca) v rámci priemernej školy s vyrovnaným pomerom dievčat a chlapcov. Ďalej môžeme výsledky interpretovať nasledovne:

- s každým zvýšením podielu dievčat na j-tej škole o 10%, študenti takejto školy dosahujú v priemere o 0,68617 bodu vyššie skóre,
- s každým zvýšením priemeru i-teho žiaka o jeden bod, študenti takejto školy dosahujú v priemere:
 - 0.25396 bodu viac vo výstupnom teste, ak pochádza z gymnázia,
 - 0.33936 bodu viac vo výstupnom teste ak pochádza zo strednej odbornej školy,
- s každým zvýšením školského priemeru j-tej školy o jeden bod, študenti takejto školy dosahujú v priemere o 0,6832 bodu viac vo výstupnom teste.

⁶⁷ Signifikantnosť premennej *Girls_Ratio* je otázna (p-value=0,053). Ponechávame ju v modeli z dôvodu jej veľmi presvedčivého intervalu spoľahlivosti.

Záver

V diplomovej práci sme prezentovali metodológiu spracovania socioekonomického statusu s cieľom zlepšiť kvalitu súčasného modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní. Napriek tomu, že efekt socioekonomického statusu na pridanú hodnotu vo vzdelávaní sa v našej práci ukázal ako štatisticky nevýznamný, z dôvodu nedostatočnej početnosti dát nie sme schopní vytvoriť žiaden záver. Ďalej sme v práci načrtli spôsob overovania opodstatnenosti výberu vonkajších kontextuálnych premenných školskej úspešnosti. Na konci sme model pridanej hodnoty vo vzdelávaní rozšírili o efekt socioekonomického statusu. V budúcnosti odporúčame celý proces modelovania predstavený v tejto práci zopakovať na početnejšom dátovom súbore a pre viac vonkajších kontextuálnych premenných.

Pomocou faktorovej analýzy sa nám podarilo rozdeliť subindexy ESCS na dva hlavné faktory: sociálny a kultúrny. Kým vzdelanie a zamestnanie rodičov jasne sýtia sociálny faktor, kultúrne a vzdelávacie predmety spolu s počtom kníh v domácnosti sýtia kultúrny faktor. Ekonomický faktor je obmedzený na jednu premennú, ktorá sa javí ako nepresný ukazovateľ bohatstva domácnosti.

Poznatky z faktorovej analýzy nám pomohli jasne interpretovať rôzne druhy znevýhodnení, ktoré v populácii žiakov odhalila analýza latentných tried. Tá rozdelila populáciu žiakov na štyri latentné triedy: 1 - sociálne a kultúrne znevýhodnení, 2 - kultúrne znevýhodnení, 3 - sociálne znevýhodnení inak blahobytní a 4 - blahobytní vo všetkých faktoroch. Táto metóda nám umožňuje zložitý konštrukt, akým je socioekonomický status, jednoducho zahrnúť do modelu PHV pomocou malého počtu jasne interpretovateľných dummy premenných.

V modeli pridanej hodnoty vo vzdelávaní sa príslušnosť žiakov do daných latentných tried ukázala ako štatisticky nevýznamná. Môže to poukazovať na fakt, že slovenské školy neprehlbujú socioekonomickú diskrimináciu, s ktorou žiaci prichádzajú do škôl na vstupe.

Na základe našej skúsenosti s modelovaním pridanej hodnoty vo vzdelávaní prichádzame s niekoľkými odporúčaniami. Po prvé, na dosiahnutie dostatočnej spoľahlivosti modelu je potrebné väčšie množstvo meraní dotazníka ESCS. Po druhé, odporúčame otestovať vhodnosť iného ukazovateľa bohatstva domácnosti – napríklad spotreby domácnosti na základe údajov z Úradu práce, sociálnych vecí a rodiny

(ÚPSVaR). Po tretie, odporúčame používanie Paralelnej analýzy ako nástroja na určenie optimálneho počtu faktorov vo faktorovej analýze. Táto metóda je málo používaná aj napriek faktu, že je považovaná za najsprávnejšiu. A nakoniec, odporúčame pokračovať v hľadaní čo najspoľahlivejšej formy premenných socioekonomického statusu, napríklad vyskúšať dvojúrovňovú analýzu latentných tried (TLCA).

Literatúra

AKAIKE, H. 1973. Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle. In B Petrov, F Csake (eds.), Second International Symposium on Information Theory, pp. 267-281. Akademiai Kiado, Budapest, Hungary.

BAKER L., WIGFIELD A. 1999. Dimensions of Children's Motivation for Reading and Their Relations to reading Activity and Reading Achievement

BARTLETT, M. S., (1951), The Effect of Standardization on a chi square Approximation in Factor Analysis, *Biometrika*, 38, 337-344.

BEDRNOVÁ, E., NOVÝ, I. et al.. 1998. Psychologie a sociologie řízení. Praha: Managment Press.

COLEMAN, J. S., CAMPBELL, E. Q., HOBSON, C. F., MCPARTLAND, A. M., MOOD, A. M., WEINFIELD, F. D., YORK, R. L. (1966). *Equality of educational opportunity*. Washington, DC: U. S. Government Printing Office.

COWAN, et al. 2012. Improving the Measurement of Socioeconomic Status for the National Assessment of Educational Progress: A THEORETICAL FOUNDATION. In: https://nces.ed.gov/nationsreportcard/pdf/researchcenter/Socioeconomic_Factors.pdf

DEBAZ, T.P. 1994. Meta-Analysis of the Relationship Between Students' Characteristics and Achievement and Attitudes Toward Science. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. (ERIC Document ED377079).

DEMPSTER, A., LAIRD, N., RUBIN, D. 1977. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. In: *Journal of the Royal Statistical Society B*, 39, 1-38.

FABRIGAR, L. R., WEGENER, D. T., MACCALLUM, R. C., & STRAHAN, E. J. 1999. Evaluating the use of exploratory factor analysis in psychological research. *Psychological Methods* 4, 272-299.

FITZ-GIBBON, C.T. 1997. Feasibility studies for a national system of value-added indicators.

FLANAGAN, J., AND COOLEY, W., (1964) *Project Talent; One Year Follow-Up Studies*. Pittsburgh: University of Pittsburgh.

FLEMING, M. L., MALONE, M. R. 1983. The Relationship of Student Characteristics and Student Performance in Science as Viewed by Meta-Analysis Research. In: *Journal of Research in Science Teaching*, 20 (5), 481-495.

FORD, J. K., MACCALLUM, R. C., & TAIT, M. 1986. The applications of exploratory factor analysis in applied psychology: A critical review and analysis. *Personnel Psychology*, 39, 291-314.

GOODMAN, L. A. 1974. Exploratory latent structure analysis using both identifiable and unidentifiable models. *Biometrika*, 1974, 61, 215-231.

HIBPSHMAN, T. 2004. A review of value-added models.

HORN, J. L. (1965). A rationale and test for the number of factors in factor analysis. *Psychometrika*, 30, 179-185.

HOX, J. J. 2002. *Multilevel Analysis: Techniques and Applications*. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

IVICA, L. 2013. Hodnotenie kvality školy.

JENNRICH, R.I., SAMPSON, P.F. (1966). Rotation for Simple Loadings, *Psychometrika* 31, P. 313-323

JOHNSON, R.A., WICHERN, D.W. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, New Jersey.

JUŠČÁKOVÁ, Z. 2012. Indikátory kvality vzdelávania a autoevaluácia školy. Bratislava: Didaktika, s. 2-7, 2012.

JUŠČÁKOVÁ, Z., 2013. Indikátory kvality vzdelávania v hodnotení škôl II. Bratislava: NÚCEM, 2013.

JUŠČÁKOVÁ, Z. 2014. Kontextuálne premenné školskej úspešnosti žiaka. In: *Forum Statisticum Slovaca*, 2/2014.

JUŠČÁKOVÁ, Z., BUKVAJOVÁ, M. 2014. Správa z merania ekonomického, sociálneho a kultúrneho statusu žiaka.

JUŠČÁKOVÁ, Z., FALATH, J. 2015. Socioeconomic and Cultural Status versus Value Added.

KACLÍK, P. ET AL. 2015. Technická správa: Pridaná hodnota školy vo vzdelávaní v predmete slovenský jazyk a literatúra.

KAHL, S.R. et al. 1982. Sex-related Differences in Pre-college Science: Findings of the Science Meta-analysis. In: *Prolect*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New York, (ERIC Document Reproduction Service No. ED 216-909).

KAISER, H.F., RICE, J. 1974. Little jiffy, mark iv. *Educational and Psychological Measurement*, 34(1):111–117.

KREFT, I.G.G. 1996. Are multilevel techniques necessary? An overview, including simulation studies. Los Angeles: California State University.

KRUSKAL, WALLIS. 1952. Use of ranks in one-criterion variance analysis. In: Journal of the American Statistical Association 47 (260): 583–621.

KUDÁČSEKOVÁ, M., JUŠČÁKOVÁ, Z. 2012. Správa zo štatistického spracovania dotazníka ekonomického, sociálneho a kultúrneho status žiaka.

KVASNIČKA, P. 2012. Testy základných štatistických hypotéz . Dostupné na internete: <http://files.bio-med-stat.webnode.sk/200000091-c6d96c7d33/Testy%20zakladnych%20statistickych%20hypotez%20%28na%20web%29.pdf>

LAZARSELD, P.F., HENRY, N.W. 1968. *Latent structure analysis*. Boston: Houghton Mifflin.

LINZER, D.A., LEWIS, J.B. 2011. An R package for polytomous variable latent class analysis. In: <http://www.jstatsoft.org/v42/i10/paper>

LOY, A. – FOLETT, L. – HOFMANN, H., 2014. Variations of Q-Q Plots - The Power of our Eyes!

MAAS, C.J.M., HOX, J.J. 2005. Sufficient sample sizes for multilevel modeling. Utrecht University. *Methodology*, 2005. Vol. 1(3):86–92

MUNCK, I. – HANSEN, K.Y. 2012. Exploring the measurement profiles of socioeconomic background indicators and their differences in reading achievement: A two-level latent class analysis. In: http://www.ierinstitute.org/fileadmin/Documents/IERI_Monograph/IERI_Monograph_Volume_05_Chapter_3.pdf

NÚCEM. 2009. Správa o priebehu a výsledkoch certifikačného testovania žiakov 9. ročníka základných škôl v školskom roku 2008/2009. In: http://www.nucem.sk/documents/26/final_Sprava_09.pdf

NYLUND, K.L., ASPAROUHOV, T., MUTHÉN, B.O. 2007. Deciding on the number of classes in latent class analysis and growth mixture modeling: A Monte Carlo simulation study.

OECD. 2008. Measuring Improvements in Learning Outcomes: Best Practices to Assess the Value-Added of Schools. Paris: OECD Publications, 2008. ISBN: 978-92-64-05022-8.

PANG, X., ROGERS, T. 2013. Comparative examination of the influence of selected factors on achievement in grade 9 academic and applied mathematics courses in english-language schools in Ontario (EQAO Research Report). In: http://www.eqao.com/Research/pdf/E/Comparative_Examination_Influence_Factors_Achievement_G9Math_en.pdf

PALACKOVÁ, A., MRVA, M. 2014. Maturitná skúška 2014: Správa o výsledkoch externej časti a písomnej formy internej časti maturitnej skúšky zo slovenského jazyka a literatúry. In: http://www.nucem.sk/documents/25/maturita_2014/vysledky_vyhodnotenia/SJL-Spr%C3%A1va_o_v%C3%BDsledkoch_E%C4%8C_a_PFI%C4%8C_MS_2014_DEFINITIVNA.pdf

RAUDENBUSH, S.W. – BRYK, A.S. 2002. *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods*. 2nd Edition. Thousand Oaks : Sage Publications.

SANDERS, W.L., HORN, S.P. 1994. The Tennessee Value-Added Assessment System (TVAAS): Mixed-model methodology in educational assessment. In: *Journal of personnel evaluation in education* 8:299-311, 1994.

SCHWARTZ, G. 1978. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6, 461-464.

SIRIN, S.R. 2005. Socioeconomic status and academic achievement: a meta-analytic review of research. *Review of Educational Research*, 75(3), 417–453.

TABACHNICK, B. G., & FIDELL, L. S. 2007. *Using multivariate statistics* (5th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Allyn & Bacon.

THORNDIKE, R. L. 1973. *Reading Comprehension. Education in Fifteen Countries: International Studies in Education*. In: New York: John Wiley and Sons.

TRYFOS, P. 1998. *Methods for Business Analysis and Forecasting: Text & Cases*. John Wiley & Sons, kapitola 14: Factor Analysis.

VELICER, W. F., EATON, C. A., FAVA, J. L. 2000. Construct explication through factor or component analysis: A review and evaluation of alternative procedures for determining the number of factors or components. In: R. D. Goffin & E. Helmes (Eds.), *Problems and solutions in human assessment: Honoring Douglas N. Jackson at seventy*. Norwell, MA: Kluwer Academic.

WELCH, B. L.. 1947. The generalization of "Student's" problem when several different population variances are involved. *Biometrika* 34 (1–2): 28–35.

ZWICK, W. R., VELICER, W. F. 1986. Factors influencing five rules for determining the number of components to retain. *Psychological Bulletin*, 99, 432-442.

Appendix A: Priemerné výsledky jednotlivých škôl

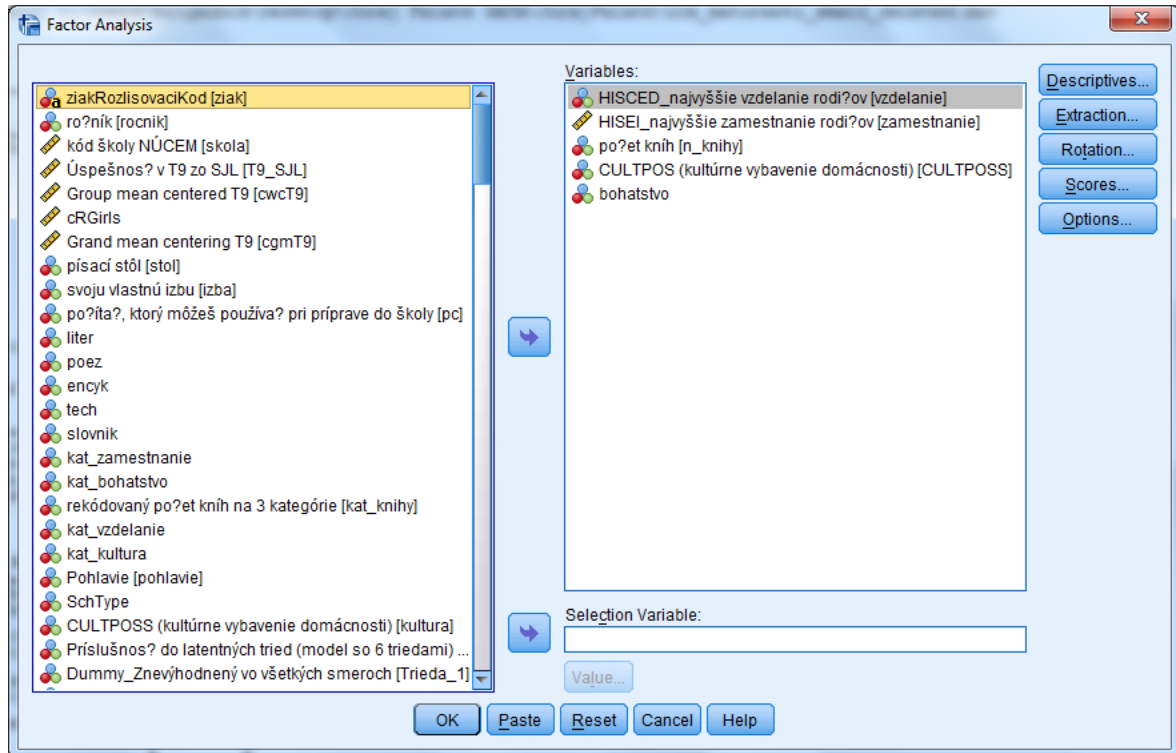
Descriptive Statistics
Úspešnosť v teste EČMS SJL 2014

škola	Count	Mean	Standard Deviation	Coefficient of Variation
611007	55	71,932	10,7455	14,9%
613004	5	49,375	11,5138	23,3%
613801	58	59,240	10,9718	18,5%
617201	43	69,041	11,9302	17,3%
621012	70	73,281	10,3342	14,1%
621020	7	59,152	14,3611	24,3%
621501	5	60,625	4,4743	7,4%
626001	1	60,938		.%
631001	67	78,288	10,1485	13,0%
631018	30	73,958	10,4158	14,1%
633007	35	53,661	9,3516	17,4%
634503	26	53,726	11,4656	21,3%
641004	3	85,417	6,3148	7,4%
646107	89	64,923	9,6578	14,9%
651003	41	71,799	9,3942	13,1%
651009	52	75,841	8,8142	11,6%
651013	45	84,201	6,6310	7,9%
652401	43	61,446	12,0777	19,7%
661065	7	74,107	13,7066	18,5%
664002	29	58,782	9,2005	15,7%
664509	4	43,750	14,9870	34,3%
666130	29	59,537	13,8081	23,2%
666310	8	56,055	11,7057	20,9%
666435	17	55,699	11,8088	21,2%
671002	36	70,009	10,5962	15,1%
671021	6	81,250	5,5021	6,8%
671031	32	73,242	9,5477	13,0%
671041	61	82,351	7,2806	8,8%
673002	22	47,869	13,5920	28,4%
676123	41	63,910	10,3574	16,2%
681003	2	67,188	13,2583	19,7%
681008	85	78,051	8,7526	11,2%
681041	24	83,594	6,2330	7,5%
681056	93	73,118	10,6985	14,6%
683018	61	61,552	15,2968	24,9%
688132	118	51,073	13,1297	25,7%
Total	1350	67,802	14,6509	21,6%

Obrázok 14: Deskriptívna štatistika premennej EČMS SJL rozdelená podľa škôl

Appendix B: Faktorová analýza v SPSS

Pre vykonanie faktorovej analýzy v programe SPSS používame príkaz *FACTOR*. Analýzu je možné vykonať pomocou menu, alebo ju spustiť pomocou kódu. Uvedieme najprv postup cez menu, kde sa treba navigovať nasledovne: **Analyze** → **Dimension reduction** → **Factor**.



Obrázok 15: Úvodná obrazovka faktorovej analýzy v SPSS

Do okna “*Variables*” premiestnime všetky premenné, ktoré chceme podrobiť faktorovej analýze.

Po stlačení tlačidla “*Descriptives*” si môžeme vybrať zobrazenie úvodných deskriptívnych štatistík. Pre prípad nášho modelu odporúčame zobrazit’ položky “*Univariate descriptives*” (základná deskripcia premenných), “*Initial solution*” (tabuľka komunalít), “*coefficients*” (kovariančná matica) a “*KMO and Bartlett’s test of sphericity*”.

Po stlačení tlačidla “*Extraction*” vieme zvoliť spôsob extrakcie, teda metódu faktorovej analýzy. V tejto práci používame metódu “*Principal axis factoring*”, no v sociálnych vedách sa často používa aj „*Unweighted least squares*“. Dá sa tiež zvoliť spôsob výberu počtu faktorov. Možnosť „*Based on Eigenvalue*“ je Kaiserovým pravidlom vlastných hodnôt, ktoré ponechá iba tie faktory, ktorých vlastná hodnota je väčšia ako zadaný parameter. Ak si želáme vybrať fixný počet faktorov, zadáme tento počet do poľa

„Fixed number of factors“. Odporúčame zobrazit' aj *Scree plot*, ktorý pomáha pri určení počtu extrahovaných faktorov.

Po stlačení tlačidla „Rotation“ si môžeme vybrať spôsob rotácie. Pre účely edukometrie sú odporúčané neortogónálne rotácie, v našej práci sme použili „Direct oblimin“. Odporúčame zobrazit' maticu faktorových nákladov po rotácii („Rotated solution“) a tiež graf premenných vo faktorovom priestore, kde je každá súradnicová os reprezentovaná jedným faktorom („Loading plots“).

Po stlačení tlačidla „Options“ vyberáme spôsob zaobchádzania s chýbajúcimi dátami. V tejto práci používame spôsob „Exclude cases listwise“, ktorý vylúči všetky merania, ktorým chýba hodnota aspoň pri jednej zo skúmaných premenných. Možnosťou je aj spôsob „Exclude cases pairwise“, ktorý vylúči merania iba v tých prípadoch, v ktorých chýbajúca hodnota vstupuje do výpočtu.

Druhým spôsobom je spustenie FA pomocou kódu. Tento postup je vyhovujúci najmä vtedy, ak analýzu častokrát opakujeme⁶⁸. Základom faktorovej analýzy je príkaz FACTOR:

1. FACTOR

2. /VARIABLES HISEI HISCED CULTPOSS WELTH p12

Za príkazom “VARIABLES” vymenujeme všetky premenné, na ktorých chceme vykonať faktorovú analýzu.

3. /MISSING LISTWISE

Definujeme spôsob zaobchádzania s chýbajúcimi hodnotami. Príkaz “LISTWISE” použije spôsob vylúčenia meraní “po riadkoch” a príkaz “PAIRWISE” spôsob vylúčenia “po pároch”.

4. /ANALYSIS HISEI HISCED CULTPOSS WELTH p12

5. /PRINT INITIAL KMO EXTRACTION ROTATION UNIVARIATE

Definujeme pomocné štatistiky, testy a grafy, ktoré chceme zobrazit'. Odporúčame najmä:

INITIAL - zobrazí prvotné komunality,

KMO - zobrazí hodnotu *KMO*,

EXTRACTION – zobrazí tzv. *Pattern matrix*, ktorý udáva finálne faktorové náklady,

ROTATION - zobrazí maticu faktorových nákladov po vykonanej rotácii.

6. /FORMAT SORT BLANK(.2)

Určíme formát, v akom sa nám zobrazia premenné v tabuľke faktorových nákladov. Použitím príkazu “SORT” zoradíme premenné podľa veľkosti faktorových nákladov. V prípade, že sú hodnoty faktorových nákladov veľmi nízke, môžeme sa rozhodnúť ich

⁶⁸ SPSS si síce pamätá nastavenie metódy počas práce s programom, platí to však iba pokiaľ program nezatvoríme.

nezobrazit', čo značne uľahčuje orientáciu vo výsledkoch. Použijeme na to príkaz "BLANK(a)", kde parameter a určuje hranicu, pod ktorou už faktorové náklady nezobrazujeme.

7. /PLOT EIGEN ROTATION

Príkaz "EIGEN" zobrazí tzv. *scree plot*, alebo *laktový diagram*. Príkazom "ROTATION" vieme zobrazit' premenné vo faktorovom priestore, teda v súradnicovej sústave, kde je každá os reprezentovaná jedným faktorom.

8. /CRITERIA MINEIGEN(0.8) ITERATE(25)

V tomto kroku si volíme kritériá, na základe ktorých vyberieme počet extrahovaných faktorov. Jednou možnosťou je použiť tzv. *K1 Kaiserovo pravidlo vlastných hodnôt*. Po zadaní príkazu "MINEIGEN(a)" model extrahuje všetky faktory, ktorých vlastné hodnoty sú väčšie ako parameter a . Druhou možnosťou je použitie príkazu "FACTORS(a)", kde a je počet faktorov, ktoré sa rozhodneme ponechať.

9. /EXTRACTION PAF

Spôsob extrakcie faktorovej analýzy. Medzi možnosťami sú rôzne druhy faktorovej analýzy a tiež analýza hlavných komponentov (PC). Táto práca používa tzv. "*Principal axis factoring*", ktorú sme opísali aj v teoretickej časti práce. Príkaz pre túto metódu je "PAF". Príkazy pre ostatné metódy sú nasledovné: ALPHA (alpha factoring), GLS (generalizes least squares), ML (maximum likelihood).

10. /CRITERIA ITERATE(25) DELTA(0)

11. /ROTATION OBLIMIN

Zvolíme si typ rotácie, ktorú chceme použiť na prvotné faktorové náklady. Častou voľbou medzi ortogonálnymi rotáciami je rotácia Varimax (príkaz "VARIMAX"). V prípade edukometrie je pravdepodobné, že skutočné faktory budú vzájomne korelovať, preto je vhodné zvoliť neortogonálnu rotáciu, ako napríklad *Oblimin* (príkaz "OBLIMIN").

12. /METHOD=CORRELATION.

Tento príkaz zobrazí korelačnú maticu faktorov po rotácií. Môžeme si teda napríklad overiť, či je potrebná neortogonálna rotácia. Ak ľubovoľná dvojica faktorov koreluje silnejšie ako 0,32, odporúča sa použiť neortogonálna rotácia.

Appendix C: Analýza latentných tried (LCA) v štatistickom programe R

Prikladáme kód na vykonanie analýzy latentných tried v programe R. a načítame databázu priamo z SPSS:

1. library(foreign)

Na vykonanie analýzy latentných tried používame knižnicu "*foreign*".

2. file<-data.frame(read.spss("C:/Users/Juraj/Desktop/LCA in R/LCA_full.sav"))

Pomocou príkazu "*read.spss*" načítavame databázu priamo z programu SPSS.

3. attach(file)

Program rozozná načítané premenné a priradí im názvy.

4. `f<-cbind(kat_vzdelanie, kat_zamestnanie, kat_bohatstvo, kat_hedres, kat_knihy, kat_kultura)~1`

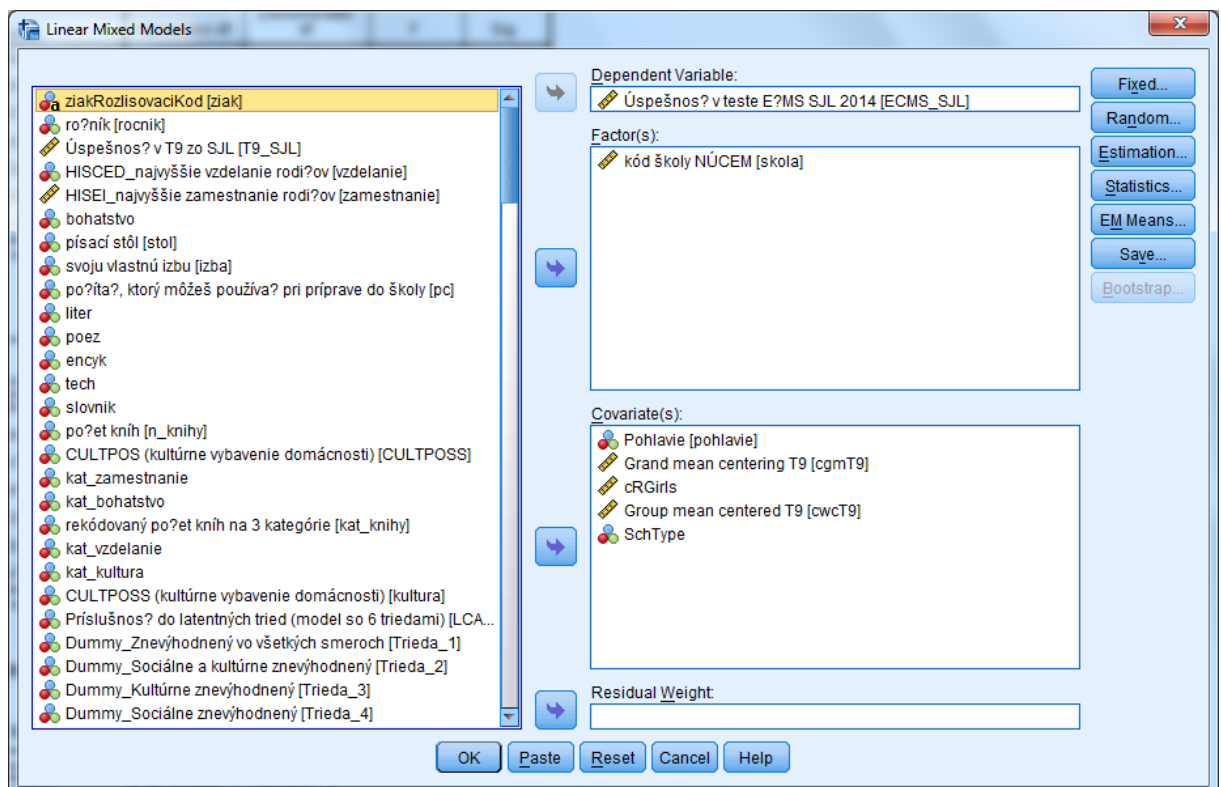
Vytvoríme vektor premenných f , na základe ktorých vykonáme následne analýzu latentných tried. V teórii sme tento vektor manifestných premenných označili J a pozorovania tohto vektora budú nadobúdať hodnoty Y_{ijk} .

5. `m1<-poLCA(f, data=file, maxiter=500, nrep=10, nclass=5, graphs=TRUE)`

Príkaz “poLCA” spustí analýzu latentných tried na vektore manifestných premenných f , s použitím vyššie načítaných dát. Užívateľ si pomocou parametra “*nclass*” sám zvolí, na koľko latentných tried má program populáciu rozdeliť. Nastavenie parametra “*graphs=true*” zabezpečí vykreslenie latentných profilov jednotlivých tried.

Appendix D: model pridanej hodnoty vo vzdelávaní v SPSS

Model pridanej hodnoty vo vzdelávaní patrí do kategórie tzv. Mixed-modelov. Pre zostavenie modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní pomocou menu sa treba navigovať nasledovne: **Analyze** → **Mixed models** → **Linear**. Zobrazí sa prvá obrazovka, na ktorej stačí kliknúť na „Continue“. Následne sa zobrazí hlavná obrazovka:



Obrázok 16: Hlavná obrazovka modelu PHV v SPSS

Do kolonky “*Dependent variable*” vložíme premennú výstupného testu, teda v našom prípade *ECMS_SJL*. Všetky vysvetľujúce premenné v modeli vložíme do kolonky

“Covariates”. Do okna “Factors” vložíme premennú, ktorá definuje druhú úroveň modelu, teda premennú kódu školy.

Po kliknutí na tlačidlo “Fixed” pridáme do modelu fixné efekty. Z okna “Factors and Covariates” presunieme pomocou tlačidla “Add” všetky vysvetľujúce premenné do okna “Model”. Keďže náš model PHV obsahuje priesečník, označíme možnosť “Include intercept”.

Po kliknutí na tlačidlo “Random” pridáme do modelu náhodné efekty. Naším cieľom je zahrnúť náhodné efekty na úrovni jednotlivých škôl, pretože práve náhodné členy patriace školám interpretujeme ako ich pridanú hodnotu vo vzdelávaní. Pomocou tlačidla “Add” teda presunieme premennú “Kód školy” do okna “Model”. V tomto prípade nezvolíme možnosť „Include intercept“, pretože nechceme priradiť každej škole jej vlastnú hodnotu priesečníka. Rozdiely medzi školami sa prejavujú práve v náhodnom člene pridanej hodnoty vo vzdelávaní.

Druhým spôsobom je modelovať PHV priamo pomocou kódu v SPSS. Základným príkazom modelovania nášho modelu pridanej hodnoty vo vzdelávaní je „MIXED“.

1. MIXED ECMS_SJL BY skola WITH pohlavie cgmT9 cRGirls cwcT9 SchType

Za príkazom „MIXED“ píšeme vysvetľujúcu premennú. Za príkazom „BY“ píšeme premennú druhej úrovne, teda premennú kódu školy. Za príkazom „WITH“ píšeme všetky vysvetľujúce premenné v modeli.

2. /CRITERIA=CIN(95) MXITER(100) MXSTEP(10) SCORING(1) SINGULAR(0.000000000001) HCONVERGE(0, ABSOLUTE) /FIXED=pohlavie cwcT9 cgmT9 cRGirls SchType cwcT9*SchType | SSTYPE(3)

Prvé dva riadky obsahujú nastavenia optimalizácie, ktoré odporúčame ponechať v pôvodnom stave. Za príkazom „FIXED“ píšeme všetky vysvetľujúce premenné v modeli.

3. /METHOD=REML

Výber metódy optimalizácie. Rozdiel vo výsledkoch medzi oboma možnosťami optimalizačného algoritmu (ML=maximum likelihood, REML=restricted maximum likelihood) je minimálny.

4. /PRINT=SOLUTION

Vyberáme informáciu, ktorá sa nám po výpočte má zobrazit'. V našej práci vyberáme iba možnosť „SOLUTION“, ktorá zobrazí výsledné koeficienty regresie.

5. /RANDOM=skola | COVTYPE(VC).

Chceme dosiahnuť, aby sa náhodný člen líšil pre každú školu. Do položky „RANDOM“ teda zadáme premennú kódu školy.