

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



**MATEMATICKÉ MODELOVANIE RETAILOVÝCH
ÚVEROV V KRAJINÁCH EUROZÓNY POMOCOU
VYBRANÝCH MAKROEKONOMICKÝCH
UKAZOVATEĽOV**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2017

Bc. Ivana GAŠKOVÁ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**MATEMATICKÉ MODELOVANIE RETAILOVÝCH
ÚVEROV V KRAJINÁCH EUROZÓNY POMOCOU
VYBRANÝCH MAKROEKONOMICKÝCH
UKAZOVATEĽOV**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: RNDr. Ján Klacso, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

- Meno a priezvisko študenta:** Bc. Ivana Gašková
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický
- Názov:** Matematické modelovanie retailových úverov v krajinách eurozóny pomocou vybraných makroekonomických ukazovateľov.
Mathematical modelling of retail loans in the Euro area countries based on selected macroeconomic indicators.
- Cieľ:** Cieľom diplomovej práce je navrhnúť ekonometrický model pre objem bankových úverov poskytnutých retailovému sektoru v krajinách eurozóny pomocou vybraných makroekonomických ukazovateľov s použitím panelových dát.
- Vedúci:** RNDr. Ján Klacso, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 21.01.2016
- Dátum schválenia:** 25.01.2016
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Pod'akovanie:

Týmto by som chcela vyjadriť úprimnú vďaku vedúcemu mojej práce, RNDr. Jánovi Klacsovi, PhD., za významnú pomoc a podporu pri písaní tejto práce, za cenné pripomienky, a čas ktorý mi vždy veľmi ochotne venoval.

Abstrakt v štátnom jazyku

GAŠKOVÁ, Ivana: Matematické modelovanie retailových úverov v krajinách Eurozóny pomocou vybraných makroekonomických ukazovateľov [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: RNDr. Ján Klacso, PhD., Bratislava, 2017, 62 s.

V diplomovej práci skúmame dlhodobé vzťahy medzi vybranými makroekonomickými faktormi a vývojom objemu retailových úverov na bývanie v krajinách Eurozóny. Kointegračné vzťahy v panelových dátach odhadujeme pomocou metódy FMOLS a DOLS. Cieľom je navrhnúť ekonometrický model zachytávajúci takýto dlhodobý vzťah. Modely hľadáme pre všetky krajiny Eurozóny, ale aj samostatne pre vybrané rozvinuté krajiny Eurozóny. Výsledky naznačujú existenciu dlhodobého vzťahu medzi úvermi na bývanie, cenami rezidenčných nehnuteľností a úrokových sadziieb. Preukázali sme v rámci tohto vzťahu kladný vplyv rastu cien rezidenčných nehnuteľností a záporný vplyv úrokových sadziieb na úvery v prípade všetkých krajín Eurozóny a medzibankovej úrokovej sadzby EURIBOR v prípade vybraných krajín Eurozóny na vývoj objemu úverov na bývanie.

Kľúčové slová: úvery na bývanie, panelové dáta, kointegrácia, FMOLS, DOLS, Eurozóna

Abstract

GAŠKOVÁ, Ivana: Mathematical modelling of retail loans in the Euro area countries based on selected macroeconomic indicators [Master Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: RNDr. Ján Klacso, PhD., Bratislava, 2017, 62 p.

In the master thesis we examine long-term relationships between selected macroeconomic variables and retail housing loans in the Euro area member states. We use FMOLS and DOLS estimators to provide an assessment of cointegration relationships in panel data. Our goal is to propose an econometric model capturing such long-term relationship. We estimate the models for all Euro area member states, and also for a selected set of more developed member states of Euro area. Results suggest an existence of long-term relationship between housing loans, residential property prices and interest rates. Within this relationship there is a positive impact of residential property prices and negative impact of loan interest rates for all Euro area member states and EURIBOR interest rates for the selected set of Euro area member states on the development of the volume of housing loans.

Keywords: housing loans, panel data, cointegration, FMOLS, DOLS, Euro area

Obsah

Úvod	9
1 Matematický základ	10
1.1 Panelové dáta	10
1.2 Výhody panelových dát.....	10
1.3 Základné modely v panelových dátach	11
1.3.1. Model fixných efektov (FEM).....	12
1.3.2. Model náhodných efektov (REM).....	13
1.3.3. Porovnanie FEM a REM (výhody a nevýhody)	13
1.3.4. Spojený regresný model	13
1.4 Časové rady	14
1.4.1. Stacionárne časové rady	15
1.4.2. Nestacionárne časové rady	16
1.5 Testy jednotkového koreňa	16
1.5.1. Dickey – Fuller test	16
1.5.2. Rozšírený Dickey – Fuller test	18
1.5.3. Phillips – Perron test.....	19
1.6 Testy kointegrácie	20
1.6.1. Engle – Granger test	20
1.6.2. Johansen test.....	21
1.7 Testy jednotkového koreňa v panelových dátach	22
1.7.1. Levin – Lin – (Chu) test	23
1.7.2. Im – Pesaran - Shin test	24
1.7.3. Fisherove testy	24
1.8 Testy kointegrácie v panelových dátach	24
1.8.1. Pedroni test	25
1.8.2. Kao test.....	26
1.9 Odhad kointegračných vzťahov	26
1.9.1. FMOLS odhad	27
1.9.2. DOLS odhad	27
2 Faktory ovplyvňujúce rast objemu úverov	29

2.1 Makroekonomické faktory	29
2.1.1. Ceny rezidenčných nehnuteľností	29
2.1.2. HDP	30
2.1.3. Inflácia	30
2.1.4. Miera nezamestnanosti	31
2.1.5. Úrokové sadzby	31
2.2 Rozvinutosť krajín v eurozóne	31
3 Použité dáta	33
4 Empirická analýza	42
4.1 Testy jednotkového koreňa	42
4.2 Testy kointegrácie	43
4.3 Odhad ekonometrických modelov	45
4.3.1. Všetky krajiny	46
4.3.2. Vybrané krajiny	48
4.4 Porovnanie objemu úverov s odhadovanou rovnovážnou hodnotou	49
4.5 Analýza citlivosti	52
Záver	56
Zoznam použitej literatúry	58

Úvod

Úvery poskytnuté súkromnému sektoru sú zvyčajne hlavným zdrojom rastu peňažnej zásoby v Eurozóne. [8] Analýza dynamického vývoja objemu úverov je kľúčová k vyhodnoteniu monetárneho vývoja, finančného rastu, dlhodobej cenovej stability a finančnej stability.

Po vypuknutí finančnej krízy v roku 2007 sa ukázali nedostatky doterajšieho prístupu k dohľadu finančných inštitúcií, a ukázala sa potreba doplňujúcej politiky, ktorá by sledovala riziká vplývajúce na finančný systém zo systémovej perspektívy. Aj preto v období po kríze nadobudla makroprudenciálna politika ešte väčší význam v rámci právomocí Európskej centrálnej banky (ECB) aj národných orgánov. Hlavným cieľom makroprudenciálnej politiky je zabezpečenie stability finančného systému pomocou zabránenia nadmernej kumulácie rizík vo finančnom systéme v čase, zvyšovania odolnosti finančných inštitúcií a zabezpečenia systémovej perspektívy vo finančnej regulácii. Snaží sa docieľiť, aby finančný sektor prispieval k udržateľnému hospodárskemu rastu, na čo je potrebný prísun peňazí do ekonomiky, aj cez úvery na bývanie. Aby ECB dokázala ovplyvniť vývoj objemu úverov, potrebuje poznať, aký dosah majú jednotlivé makroekonomické premenné na vývoj objemu úverov, a či existujú dlhodobé vzťahy medzi jednotlivými makroekonomickými premennými. [21]

Nakoľko úvery na bývanie tvoria významnú časť všetkých úverov poskytnutých bankami v Eurozóne, v analýzach sa zameriame práve na vývoj objemu týchto úverov. V práci budeme modelovať vývoj objemu úverov v krajinách Eurozóny poskytnutých retailovému sektoru pomocou vybraných makroekonomických ukazovateľov. Na odhalenie dlhodobého rovnovážneho stavu medzi objemom úverov a vybranými ukazovateľmi využijeme metódy panelovej kointegrácie.

Diplomová práca sa skladá zo štyroch kapitol. Prvá kapitola ponúka prehľad poznatkov z matematickej teórie. Druhá kapitola sa zaoberá popisom teoretických poznatkov o vybraných makroekonomických premenných, nadobudnutých z prác zaoberajúcich sa analýzou vývoja objemu úverov. V tretej kapitole popisujeme štruktúru v práci využívaných dát. Štvrtá kapitola predostiera výsledky empirickej analýzy zahŕňajúcej aj popis odhadnutých modelov, porovnanie rovnovážnych a reálnych objemov úverov v jednotlivých krajinách, či analýzu citlivosti modelov na zmenu premennej. V závere zosumarizujeme výsledky a prínosy práce.

1 Matematický základ

1.1 Panelové dáta

Časové rady pozorovaní viacerých subjektov nazývame panelovými dátami (*angl. panel data, longitudinal data*). Charakterizované sú dvoma dimenziami: prierezovou dimenziou (domácnosti, firmy, štáty a pod.), ktorú označujeme zvyčajne indexom $i = 1, 2, \dots, N$ a časovou dimenziou, indikovanou indexom $t = 1, 2, \dots, T$.

Panelom nazveme N prierezových jednotiek s rovnakými charakteristickými znakmi v časovom horizonte T periód. Pri analýze panelových dát využívame regresné modely, pomocou ktorých skúmame vzťahy medzi premennými.

Ak je každá prierezová jednotka pozorovaná v každom čase, panel nazývame vyvážený (*angl. balanced panel*). Ak pre niektorú časovú jednotku chýba aspoň jeden údaj, panel nazývame nevyvážený (*angl. unbalanced*).

1.2 Výhody panelových dát

Panelové dáta ponúkajú oproti prierezovým dátam, respektíve časovým radom výhody, najmä vďaka tomu, že umožňujú porovnávať vzájomné odchýlky medzi jednotlivými prierezovými jednotkami, a taktiež odchýlky v časovom vývoji. V [15] sú popísané nasledovné výhody panelových dát:

1. Pri panelových dátach vieme presnejšie určiť pravdivosť hypotézy na základe 5nformácií, ktoré máme. Panelové dáta obsahujú viac stupňov voľnosti než prierezové dáta, teda obsahujú viac nezávislých údajov, na základe ktorých sú parametre odhadované, a taktiež je menej prítomná multikolinearita.
2. Prierezové dáta môžeme označiť ako panelové dáta, pričom $T = 1$, a taktiež časové dáta môžeme označiť ako panelové dáta, kde $N = 1$, čím môžeme zefektívniť ekonometrické odhady.
3. Presnejšie zachytávanie vzájomných vzťahov cez:
 - a. Konštruovanie a testovanie komplikovanejších hypotéz
 - b. Lepšia kontrola vplyvu nezahrnutých premenných
 - c. Generovanie presnejších predikcií zoskupovaním dát (oproti predikciám pre jednotlivé dáta individuálne)

- d. Jednoduchšie odhaľovanie homogenity respektíve heterogenity v dátach
 - e. Jednoduchšie pozorovanie dynamiky zmien
4. Panelové dáta umožňujú v niektorých prípadoch zjednodušené štatistické výpočty a závery.

1.3 Základné modely v panelových dátach

Štandardné modely predpokladajú, že vysvetľované premenné y_{it} , závislé na vysvetľujúcich premenných x_{it} , sú náhodné premenné s pravdepodobnostným rozdelením charakterizovaným fixným vektorom parametrov θ . Panelové dáta sa poväčšine upriamujú na individuálne výstupy. Faktorov, ktoré ich ovplyvňujú je príliš veľa, a tak vo všeobecnosti nemôžeme pre nich predpokladať spoločnú podmienenú hustotu y závislého od x pre všetky prierezové jednotky $i = 1, 2, \dots, N$ po celý čas. Ak sa podmienená hustota s prierezom a časom mení, uplatňovať základné štatistické pravidlá, ako zákon veľkých čísel či centrálna limitná veta, je zložité. Základné modely v panelových dátach vychádzajú z poznatkov uvedených najmä v [7, 4, 15].

Jedným zo spôsobov, ako nadobudnúť homogenitu, je pridať závislú premennú z , pričom dimenzia z môže byť veľká. Pridanie premennej však môže zmeniť pôvodný vzťah medzi vysvetľovanou (y_{it}) a vysvetľujúcou (x_{it}) premennou, napríklad ak by došlo k zníženiu počtu stupňov voľnosti, alebo multikolinearity. Navyše, premenná z nemusí byť pozorovateľná.

Ak sa rozhodneme parametrom nepredpísať presnú štruktúru, a predpokladať heterogenitu parametrov, θ_{it} , je takmer nemožné uznieť o nich akékoľvek úsudky. Takýto model má potom len opisnú hodnotu.

Ak chceme definovať štruktúru θ_{it} , jedným zo spôsobov je rozdelenie θ_{it} na (β, γ_{it}) , pričom β sa s časom ani prierezom nemení, a nazývame ju štruktúrálny parameter (*angl. structural parameter*). Parameter γ_{it} nazývame vedľajším (*angl. incidental parameter*). S narastajúcim N , či T narastá aj dimenzia γ_{it} . Existuje viacero modelov, ktorých cieľom je vyvodiť závery o β , a zároveň kontrolovať vplyv γ_{it} .

Rovnaký vplyv vysvetľujúcich premenných x po celý čas t a vo všetkých prierezových jednotkách i , je reprezentovaný štruktúrálnym parametrom β . Vedľajší parameter γ_{it} reprezentuje heterogénnu zložku nezachytenú v premennej x_{it} , a môže pozostávať

z individuálnych v čase sa nemeniacich efektov α_i , časových efektov λ_t , a individuálnych efektov závislých od času δ_{it} .

Individuálne v čase sa nemeniace efekty α_i , $i = 1, 2, \dots, N$, sú premenné, ktoré sú pre danú prierezovú jednotku rovnaké po celý čas t , $t = 1, 2, \dots, T$, no sú rozličné pre rôzne prierezové jednotky. Príkladmi sú pohlavie, veľkosť krajiny a pod. Časové efekty λ_t , sú premenné, ktoré sú v danom časovom okamihu rovnaké pre každú prierezovú jednotku, avšak menia sa s časom. Patria medzi nich napríklad ceny, alebo úrokové sadzby. Individuálne efekty závislé od času sú rôzne ako v čase, tak aj pre každú prierezovú jednotku. Ako príklad uvedieme HDP, alebo výnosy firmy.

Efekty nepozorovateľnej heterogenity môžeme považovať za náhodné premenné, pričom v takom prípade budeme hovoriť o modeli náhodných efektov (*angl. random effects model, REM*). Ak ich budeme považovať za pevné parametre, budeme hovoriť o modeli fixných efektov (*angl. fixed effects model, FEM*). Spojením oboch modelov získame model zmiešaných efektov (*angl. mixed effects model*).

Predpokladajme, že časové efekty λ_t sa v regresnom modeli nevyskytujú. Individuálne efekty závislé od času, δ_{it} , budú reprezentované náhodnou premennou u_{it} , ktorú budeme považovať za odchýlku (chybu, error) v rovnici. Jedinými prítomnými efektmi budú individuálne, v čase sa nemeniace efekty z_i . Základný model zapíšeme ako:

$$y_{it} = \beta' x_{it} + \alpha' z_i + u_{it}, \quad (1)$$

pričom y_{it} označuje vysvetľovanú premennú, x_{it} označuje vektor vysvetľujúcich premenných, z_i označuje vektor nepozorovateľných efektov, u_{it} označuje rezíduá a koeficienty α a β sú odhadované v regresných modeloch.

1.3.1. Model fixných efektov (FEM)

Model fixných efektov predpokladá, že nepozorovateľné efekty sú korelované s vysvetľujúcimi premennými, a majú jedinú skutočnú hodnotu (*angl. true effect size*), a že všetky rozdiely v pozorovaných efektoch prislúchajú chybám vo výbere vzorky. Fixný efekt potom predstavuje konštantnú hodnotu špecifickú pre každú prierezovú jednotku osobitne, a získame ho ako podmienený priemer individuálnych efektov.

Model môžeme zapísať v tvare:

$$y_{it} = \beta' x_{it} + \alpha_i + u_{it} \quad (2)$$

1.3.2. Model náhodných efektov (REM)

Na rozdiel od FEM, model náhodných efektov predpokladá, že individuálne nepozorovateľné efekty z_i sú nekorelované s vysvetľujúcimi premennými, a môžu mať rôzne veľkosti pri rôznych štúdiách, v závislosti na výbere vzorky. Skutočné hodnoty efektu sú limitne rozložené okolo priemeru a hodnoty efektu v prevedených štúdiách slúžia ako náhodný výber [3]. Vážené individuálne efekty potom môžeme nahradiť výrazom $(\alpha + \varepsilon_i)$, ktorý každej prierezovej jednotke pripisuje špecifickú náhodnú zložku. Rovnica REM má tvar:

$$y_{it} = \beta' x_{it} + (\alpha + \varepsilon_i) + u_{it} \quad (3)$$

1.3.3. Porovnanie FEM a REM (výhody a nevýhody)

Medzi výhody FEM patrí, že povoľuje korelovanosť medzi individuálnymi, respektíve časovými efektami a vysvetľujúcimi premennými. Nevýhodou je narastajúci počet parametrov so zväčšujúcim sa počtom prierezových jednotiek. FEM kontroluje všetky odchýlky nezávislé od času, a odhadnuté koeficienty modelu nemôžu byť vychýlené [35, 15].

Model náhodných efektov používame, ak predpokladáme, že by efekty mohli byť korelované s vysvetľujúcimi premennými. Medzi výhody modelu náhodných efektov patrí to, že pomocou neho môžeme odhadovať premenné nezávislé od času, a tiež že sa počet parametrov s narastajúcou vzorkou nemení. Naopak nevýhodou REM je, že musíme dopredu špecifikovať podmienenú hustotu α_i , pričom α_i je nepozorovateľné.

Inými slovami, výhody jedného modelu sú nevýhodami druhého, a vice versa.

1.3.4. Spojený regresný model

Vo vyššie uvedených modeloch boli prítomné individuálne v čase sa nemeniace efekty α_i . Ak však nebudeme tieto efekty rozlišovať, a budeme predpokladať pre všetky jednotky

zhodné konštantné individuálne efekty, dostaneme najjednoduchší z modelov, nazývaný Spojený regresný model (*angl. Pooled regression model*)

$$y_{it} = \beta' * x_{it} + \alpha + u_{it} \quad (4)$$

1.4 Časové rady

Časový rad je postupnosť údajov, ktoré sledujú vývoj danej veličiny v čase. Najčastejšie sú údaje merané v tej istej jednotke a s rovnakou periodicitou. Snažíme sa pre nich vytvárať dostatočne jednoduché modely, avšak schopné interpretovať rad, testovať hypotézy, a predpovedať ďalší vývoj. Naším cieľom je pomocou nich odhaliť štruktúru časového radu, rozložiť ho teda na niekoľko zložiek ako trend, sezónnosť, cyklus a nepravidelnú zložku. V tejto časti budeme vychádzať najmä z [4, 32, 23].

Trend ovplyvňuje strednú hodnotu časového radu. Sezónnosť a cyklus predstavujú pravidelný vzor s vrcholmi opakujúcimi sa každých k jednotiek. Komponenty nemusia byť dané jednoznačne. Môže sa v nich nachádzať taktiež náhodná zložka. Ekonometria časových radov sa zaoberá odhadom diferencných rovníc obsahujúcich stochastické komponenty. Vezmime diferencnú rovnicu rádu p .

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + x_t \quad (5)$$

Nech teraz $x_t = \sum_{i=0}^q \beta_i \epsilon_{t-i}$ predstavuje pre každé t proces kĺzavého priemeru rádu q , (ozn. MA(q), *angl. moving average*), kde ϵ_t je biely šum. Ak rovnicu znormalizujeme tak aby $\beta_0 = 1$, a charakteristické korene ležia vnútri jednotkového kruhu, model pre y_t nazývame ARMA, teda model autoregresných kĺzavých priemerov (*angl. autoregressive moving average*), a má tvar:

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 + a_1 y_{t-1} + \dots + a_p y_{t-p} + \epsilon_t + \beta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \epsilon_{t-q} = \\ &= a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i \epsilon_{t-i} \end{aligned} \quad (6)$$

Autoregresnú časť modelu tvorí homogénna časť diferenciálnej rovnice. Ak homogénna časť diferenciálnej rovnice obsahuje p lagov, a model pre x_t q lagov, model označujeme ARMA(p,q). Ak sa aspoň jeden z charakteristických koreňov nachádza na hranici, alebo mimo jednotkového kruhu, model nazývame ARIMA, teda model autoregresných integrovaných kľzavých priemerov (*angl. autoregressive integrated moving average*). ARMA modelom nazývame model ARIMA, ak je stacionárny. Ak $q=0$, ide o autoregresný proces AR(p), a ak $p=0$ ide o proces kľzavých priemerov MA(q).

1.4.1. Stacionárne časové rady

Náhodný proces y_t s konečnou strednou hodnotou a varianciou je slabo stacionárny (*angl. weakly stationary*), ak pre každé t a $(t - s)$

- $E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu$
- $var(y_t) = var(y_{t-s}) = \sigma_y^2$
- $cov(y_t, y_{t-s}) = cov(y_{t-j}, y_{t-s-j}) = \gamma_s$

kde μ , σ_y^2 , γ_s sú konštanty. (Vidíme, že ak v poslednej z rovníc zvolíme $s = 0$, $\gamma_0 = var(y_t) = \sigma_y^2$.)

Môžeme povedať, že proces je slabo stacionárny, alebo kovariančne stacionárny (*angl. covariance stationary*), ak sa jeho stredná hodnota a autokovariancie nemenia v závislosti od umiestnenia na časovej osi.

Pre slabo stacionárne procesy zadefinujeme autokoreláciu (*angl. autocorrelation*) medzi y_t a y_{t-s} ako

$$\rho_s \equiv \gamma_s / \gamma_0 \quad (7)$$

Autokorelácia ρ_s taktiež nezávisí od času, nakoľko γ_s ani γ_0 nezávisia od umiestnenia na časovej osi. Pre $s = 0$, $\rho_0 \equiv \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$.

Silno stacionárny (*angl. strongly stationary*) proces navyše nevyžaduje, aby jeho stredná hodnota μ a / alebo variancia σ_y^2 boli konečné. Podmienka slabej stacionarity je teda prísnejšia.

1.4.2. Nestacionárne časové rady

Ak sa stredná hodnota a / alebo variancia časového radu menia spolu s časom, teda nie sú konštantné pre každé t , hovoríme, že časový rad je nestacionárny (*angl. nonstationary*). Pre nestacionárne časové rady teda neplatí, že sú priťahované k istej rovnovážnej hodnote.

Pre nestacionárne časové rady platí:

- Neexistuje jedna dlhodobá stredná hodnota, ku ktorej by rad konvergoval, alebo okolo nej osciloval
- Variancia závisí od času, a blíži sa k nekonečnu, pre $t \rightarrow \infty$
- Teoretické autokorelácie sa v konečných prípadoch pomaly postupne vytrácajú

1.5 Testy jednotkového koreňa

Lineárny stochastický proces má jednotkový koreň (*angl. unit root*), ak číslo 1 je koreňom charakteristickej rovnice stochastického procesu. Takýto proces je nestacionárny, a vždy má trend.

Ak ostatné korene charakteristickej rovnice ležia vnútri jednotkového kruhu, teda ich absolútna hodnota je menšia ako 1, potom prvá diferenciacia bude stacionárnym procesom, alebo sa ním stane po n -tej derivácii. Vďaka tejto vlastnosti sú procesy s jednotkovým koreňom nazývané taktiež diferencovateľne stacionárne. Ak je na to, aby sa proces stal stacionárnym, potrebné ho n krát diferencovať, nazývame ho integrovaný (*angl. integrated*) proces rádu n .

Ak n je nezáporné celé číslo, proces $\{X_t\}$ je *ARIMA* (p, n, q) proces ak $Y_t := (1 - L)^n X_t$ je *ARMA* (p, q) proces, kde L označuje lag, teda $X_{t-1} = X_t * L$. [4]

1.5.1. Dickey – Fuller test

Na zistenie prítomnosti jednotkového koreňa v jednorozmerných dátach slúži [7, 1] Dickey – Fuller test. Vezmime *AR*(1) proces v tvare $y_t = a_1 y_{t-1} + \epsilon_t$, pričom predpokladáme, že ϵ_t sú nezávislé s konštantnou varianciou. Odčítaním y_{t-1} od oboch strán rovnice dostaneme:

$$\Delta y_t = a_1 y_{t-1} - y_{t-1} + \epsilon_t = (a_1 - 1) y_{t-1} + \epsilon_t = \gamma y_{t-1} + \epsilon_t \quad (8)$$

Testujeme nulovú hypotézu, že jednotkový koreň je prítomný, $a_1 = 1$, teda že $\gamma = 0$. Dickey a Fuller (1979) využívali na testovanie prítomnosti jednotkového koreňa tri rôzne rovnice:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \epsilon_t \quad (9)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \epsilon_t \quad (10)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \epsilon_t \quad (11)$$

Líšia sa od seba prítomnosťou deterministických komponentov. Člen a_0 predstavuje konštantu (*angl. intercept*), a člen $a_2 t$ predstavuje lineárny trend. Metodológia je pre všetky tieto rovnice rovnaká. Na testovanie využívame jednu alebo viac rovníc (9), (10), (11) a pomocou metódy najmenších štvorcov (*angl. ordinary least squares, OLS*) odhadujeme parameter γ , a jeho štandardnú odchýlku. Ak $\gamma = 0$, rad obsahuje jednotkový koreň. Porovnaním výslednej t-štatistiky s prislúchajúcou kritickou hodnotou uvedenou v Dickey – Fullerovej tabuľke rozhodneme, či hypotézu o jednotkovom koreni zamietneme, alebo nie. Tabuľku kritických hodnôt nájdeme napríklad v [7]. Kritické hodnoty DF testu závisia nielen od veľkosti vzorky dát, ktoré máme k dispozícii, ale tiež od implementácie konštanty a trendu. Ak rovnice (9), (10), a (11) nahradíme týmito autoregresnými procesmi:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \epsilon_t \quad (12)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \epsilon_t \quad (13)$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \epsilon_t \quad (14)$$

kritické hodnoty ostanú nezmenené, [7].

Využijeme F-štatistiku na otestovanie združenej hypotézy o koeficientoch, pomocou ktorej potom rozhodneme, či sa v procese nachádza trend a / alebo konštanta. Nulovou hypotézou je, že dáta sú generované obmedzeným modelom (*angl. restricted model*), teda modelom s menším počtom parametrov, zvyčajne popisovaný procesom (12). Alternatívnou hypotézou je, že sú generované neobmedzeným modelom (*angl. unrestricted model*), zvyčajne modelom (14).

Testovacia štatistika vyzerá:

$$\phi_i = \frac{\frac{RSS(\text{Obmedzený model}) - RSS(\text{Neobmedzený model})}{r}}{\frac{RSS(\text{Neobmedzený model})}{T - k}} \quad (15)$$

Kde:

- RSS predstavuje súčet druhých mocnín rezíduí jednotlivých modelov (*z angl. residual sum of squares*)
- r uvádza počet obmedzení
- T je veľkosť vzorky dát
- k je počet odhadovaných parametrov

1.5.2. Rozšírený Dickey – Fuller test

Pre časové rady, ktoré sú reprezentované autoregresným procesom rádu p :

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_{p-1} y_{t-p+1} + a_p y_{t-p} + \epsilon_t \quad (16)$$

kde ϵ_t sú nezávislé s konštantnou varianciou, využívame rozšírený Dickey – Fuller test (*angl. augmented Dickey – Fuller test, ozn. ADF test*).

Podľa [7] je možné využiť Dickey – Fuller test aj na rovnice vyšších rádo (12), (13), (14). Vezmime vyššie uvedený autoregresný proces rádu p . Ak pripočítame nulu v tvare $\pm a_p y_{t-p+1}$, dostaneme:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_{p-2} y_{t-p+2} + (a_{p-1} + a_p) y_{t-p+1} - a_p \Delta y_{t-p+1} + \epsilon_t \quad (17)$$

Ak teraz pripočítame a odpočítame člen $(a_{p-1} + a_p) y_{t-p+2}$, dostaneme:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots - (a_{p-1} + a_p) \Delta y_{t-p+2} - a_p \Delta y_{t-p+1} + \epsilon_t \quad (18)$$

Postupne takto dostaneme rovnicu (13):

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \epsilon_t \quad (13)$$

Kde

$$\gamma = -(1 - \sum_{i=1}^p a_i) \quad (19)$$

a

$$\beta_i = - \sum_{j=i}^p a_j \quad (20)$$

Ak sa v rovnici (13) koeficient $\gamma = 0$, rovnica obsahuje iba prvé diferencie, a má jednotkový koreň. Ak teda $\sum_{i=1}^p a_i = 1$, $\gamma = 0$, proces obsahuje aspoň jednonásobný jednotkový koreň.

Na testovanie prítomnosti jednotkového koreňa môžeme využiť rovnaké testovacie štatistiky ako pri Dickey - Fuller teste, pričom správny výber štatistiky bude opäť závisieť na prítomnosti lineárneho trendu a konštanty v rovnici.

1.5.3. Phillips – Perron test

Phillips a Perron (1988) vyvinuli zovšeobecnenie Dickey - Fuller testu, ktoré povoľuje, aby odchýlky boli slabo závislé (*angl. weakly dependent*) a heterogénne rozložené. Testovacie štatistiky Phillipsa a Perrona sú obmenami t – štatistík, ktoré využívali Dickey a Fuller tak, aby spĺňali miernejšie predpoklady pre odchýlky. Nulovou hypotézou je, že dáta sú generované procesom:

$$y_t = y_{t-1} + \mu_t \quad (21)$$

Kritické hodnoty Phillips – Perron testu (PP) sa zhodujú s hodnotami pre Dickey – Fullerove testy.

1.6 Testy kointegrácie

Engle a Granger (1987) ponúkajú takúto definíciu kointegrácie: Komponenty vektora $x_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})'$ nazývame kointegrované (*angl. cointegrated*) rádu d, b a označujeme $x_t \sim CI(d, b)$ ak

- Všetky zložky x_t sú nestacionárne časové rady integrované rádu d .
- Existuje vektor $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ taký, že lineárna kombinácia $\beta x_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt}$ je integrovaná rádu $(d - b), b > 0$.

Vektor β nazývame kointegračný vektor. Kointegrácia časových radov predstavuje v podstate rovnovážny vzťah týchto radov, ak sú tieto rady spojené napr. ekonomickým vzťahom.

Aj keď je možné, že existuje dlhodobý nelineárny vzťah medzi nestacionárnymi premennými, zatiaľ neexistujú nástroje, ktoré by ho vedeli otestovať, a tak kointegrácia hovorí iba o lineárnej kombinácii nestacionárnych premenných. Uvedomme si, že neexistuje iba jeden kointegračný vektor. Ak $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ je kointegračný vektor, potom pre každé $\lambda, \lambda \neq 0$, $(\lambda\beta_1, \lambda\beta_2, \dots, \lambda\beta_n)$ je taktiež kointegračným vektorom. Ak má vektor x_t n komponentov, môže existovať najviac $n - 1$ lineárne nezávislých kointegračných vektorov, pričom ich počet označujeme ako kointegračnú hodnotu (*angl. cointegrating rank*) vektora x_t .

Ak sú premenné integrované rôzneho rádu, nemôžu byť kointegrované. Rád integrácie (*angl. order of integration*), $I(d)$, vyjadruje minimálny počet diferencií potrebných na to, aby sme nadobudli kovariančne stacionárny rad.

V ďalšom popíšeme základné myšlienky testov kointegrácie časových radov.

1.6.1. Engle – Granger test

Test kointegrácie časových radov, ktorý navrhli Engle a Granger (1987) ukážeme na príklade dvoch $I(1)$ radov, y_t a z_t , pričom budeme testovať, či sú kointegrované rádu $C(1,1)$. Budeme vychádzať najmä z [7, 34, 26].

Z definície kointegrácie časových radov vieme, že sa rád integrácie premenných musí zhodovať. Ako prvé teda test odhalí rád integrácie premenných. Počet jednotkových koreňov je možné odhaliť niektorým z vyššie spomínaných testov jednotkového koreňa.

Ak prvý krok nezamietne kointegráciu, druhým krokom je odhalenie dlhodobého rovnovážneho stavu. Ak sú premenné kointegrované, existujú koeficienty β_0 a β_1 , ktoré spĺňajú rovnicu:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + e_t \quad (22)$$

Pričom $\beta = (\beta_0, \beta_1)'$ predstavuje kointegračný vektor, a e_t predstavuje odchýlku. Ak je táto odchýlka stacionárnym radom, premenné y_t a z_t sú kointegrované. Ak by sme e_t poznali, postačovalo by ho otestovať Dickey-Fuller testom na prítomnosť jednotkového koreňa. Nakoľko však e_t nepoznáme, musíme najprv odhadnúť \hat{e}_t metódou najmenších štvorcov, a následne otestovať \hat{e}_t na prítomnosť jednotkového koreňa. Ak odchýlky odhadovaných rezíduí dlhodobého vzťahu budú stacionárne, y_t a z_t sú kointegrované rádu (1, 1).

$$\Delta \hat{e}_t = a_1 \hat{e}_{t-1} + \epsilon_t \quad (23)$$

Ak nemôžeme zamietnuť nulovú hypotézu $|a_1|=0$, nemôžeme zamietnuť ani hypotézu, že premenné nie sú kointegrované. Naopak, zamietnutie hypotézy indikuje, že rezíduá sú stacionárne. Ak sú teda obe premenné I(1), a rezíduá sú stacionárne, môžeme považovať rady za kointegrované rádu (1, 1).

Obmedzením tohto modelu je, že odhaľuje iba jeden kointegračný vzťah, nakoľko vyžaduje, aby sme jednu z premenných umiestnili na ľavú stranu rovnice, a ostatné použili ako vysvetľovacie. Táto voľba je poväčšine náhodná a ovplyvňuje výsledky testu.

1.6.2. Johansen test

Johansen test je využívaný na testovanie kointegrácie k časových radov rádu I(1). Umožňuje testovať viac ako jeden kointegračný vzťah, čo je jeho výhodou oproti Engle - Granger testu. Jednou z najzaujímavejších vlastností Johansenovho testu je, že dovoľuje testovanie kointegračných vektorov aj s obmedzeniami, čo je veľmi využiteľné pri reálnych dátach.

Proces Johansenovho testu je viacrozmerným zovšeobecnením Dickey – Fuller testu. Vektorovú autoregresiu môžeme zapísať:

$$x_t = \sum_{i=1}^k A_i x_{t-i} + u_t \quad (24)$$

Čo môžeme prepísať ako

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Pi_i \Delta x_{t-i} + u_t \quad (25)$$

ak $k > 1$, respektíve ako $\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + u_t$, ak $k = 1$.

Maticu Π vieme zapísať ako súčin parametrov α a transformovanej matice kointegračných vektorov β' . Ak $\Pi = 0$, premenné nie sú kointegrované, a (25) môžeme prepísať pomocou prvých diferencií.

Prvou z možností, ako zistiť, či $\Pi = 0$ je otestovať, či jej hodnosť $r = \text{rank}(\Pi) = 0$. Ak sú premenné kointegrované, hodnosť matice Π nie je nulová, a predstavuje počet kointegračných vektorov.

Existujú dva Johansenove testy. Johansenov test maximálnej vlastnej hodnoty (*angl. Maximum eigenvalue test*) a Johansenov test stopy (*angl. Trace test*). Pre oba z nich je nulovou hypotézou, že premenné nie sú kointegrované. Využívajú Likelihood ratio štatistiku.

Test maximálnej vlastnej hodnoty určuje, či najväčšia vlastná hodnota je nulová, oproti alternatíve, že druhá najväčšia vlastná hodnota je nulová. Ak hypotézu zamietne, testuje sa nová hypotéza $H_0: r = 1, H_1: r = 2$, a podobne až kým nenastane situácia, že test hypotézu o nulovej vlastnej hodnote nezamietne.

Nulová hypotéza testu stopy je, že $r = r_0$ oproti alternatíve, že $r_0 < r \leq n-1$, kde $n-1$ predstavuje najvyšší možný počet kointegračných vektorov. Ak test nulovú hypotézu zamietne, ďalšou nulovou hypotézou je $r = r_0 + 1$ oproti $r_0 + 1 < r \leq n-1$. [7, 6, 27]

1.7 Testy jednotkového koreňa v panelových dátach

V ďalšom sa zameriame na popis testov jednotkového koreňa pre panelové dáta. Zľahka popíšeme princípy Levin – Lin - Chu testu, jeho vylepšenia od Ima Pesarana a Shina, a taktiež Fisherove testy, ktoré budeme ďalej využívať pri analýze vzťahov medzi vybranými makroekonomickými faktormi a vývojom objemu retailových úverov. Nasledujúca časť je spracovaná najmä podľa [22, 16, 12, 25, 29].

1.7.1. Levin – Lin – (Chu) test

Test jednotkového koreňa pre panelové dáta vyvinuli v roku 1992 Levin a Lin, a neskôr Levin, Lin a Chu (2002) pre homogénne panelové dáta:

$$\Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \alpha_0 + \delta t + \alpha_i + \theta_t + \varepsilon_{i,t} \quad (26)$$

pričom $i = 1, 2, \dots, N$, $t = 1, 2, \dots, T$. Predpokladáme, že $\varepsilon_{i,t}$ sú nezávislé, rovnako rozdelené náhodné premenné (*angl. independent and identically distributed random variables – i.i.d.*) s nulovou strednou hodnotou a varianciou σ^2 , (*ozn. $\varepsilon_{i,t} \sim IID(0, \sigma^2)$*).

Model zahŕňa ako časový trend, tak aj individuálne a časové efekty, pričom Levin a Lin skúmali šesť podmodelov tohto modelu :

$$\text{Model 1: } \Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho = 0 \quad (27)$$

$$\text{Model 2: } \Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \alpha_0 + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho = 0 \quad (28)$$

$$\text{Model 3: } \Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \alpha_0 + \delta t + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho = 0, \delta = 0 \quad (29)$$

$$\text{Model 4: } \Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \theta_t + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho = 0 \quad (30)$$

$$\text{Model 5: } \Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \alpha_i + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho = 0, \forall i: \alpha_i = 0 \quad (31)$$

$$\text{Model 6: } \Delta y_{i,t} = \rho y_{i,t-1} + \alpha_i + \delta_i t + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho = 0, \forall i: \delta_i = 0 \quad (32)$$

Vo všetkých modeloch sú rovnice skúmané pomocou metódy najmenších štvorcov ako spojený regresný model.

Hlavným nedostatkom, respektíve obmedzením tohto modelu je predpoklad, že ρ je rovnaké pre všetky pozorovania. Ak by sme ρ preznačili pre i -tu prierezovú jednotku ako ρ_i , $i = 1, 2, \dots, N$, hypotézy Levin – Lin testu by sme mohli napísať v tvare:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho_N = \rho = 0$$

$$H_1: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho_N = \rho < 0$$

Alternatívna hypotéza teda tvrdí, že autoregresné parametre sú rovnaké a záporné pre každú prierezovú jednotku, čo je pre empirické prípady príliš silné tvrdenie. Ako uvádza [22], ak by sme testovali konvergenciu rastových modelov, alternatívnou hypotézou by bolo, že všetky jednotky – krajiny konvergujú s rovnakým koeficientom.

1.7.2. Im – Pesaran - Shin test

Im, Pesaran a Shin test (1997) je založený na modeli 5 od Levina a Lina (31), nepredpokladá však homogenitu koeficientov, a teda v nulovej hypotéze vynecháva predpoklad $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N = \rho$. Pre každú prierezovú jednotku tak dostávame model s lineárnym trendom.

$$\Delta y_{i,t} = \rho_i y_{i,t-1} + \alpha_i + \varepsilon_{i,t} \quad H_0: \rho_i = 0, \forall i: \alpha_i = 0 \quad (33)$$

Nevýhodou tohto testu je, že vyžaduje vyvážený panel dát.

1.7.3. Fisherove testy

Maddala, Wu a Choi navrhli alternatívny spôsob testovania prítomnosti jednotkového koreňa. Test využíva N p – hodnôt z individuálnych testov jednotkového koreňa. Označme ako π_i p – hodnotu jednotkového testu pre každú prierezovú jednotku $i = 1, 2, \dots, N$. Nulovou hypotézou je pre prítomnosť jednotkového koreňa vo všetkých N prierezových jednotkách (rovnako ako v Im – Pesaran – Shin teste), pričom predpokladáme asymptotický vzťah:

$$-2 \sum_{i=1}^N \log(\pi_i) \rightarrow \chi_{2N}^2 \quad (34)$$

Skonstruované Fisherove štatistiky majú teda chí-kvadrát rozdelenie s $2N$ stupňami voľnosti.

Fisherov test môže byť založený na ADF teste, alebo na PP teste. Pri ADF Fisher teste je potrebné okrem vysvetľujúcich premenných špecifikovať aj počet lagov pre ADF regresiu každej prierezovej jednotky. Pri PP Fisher teste je zase potrebné špecifikovať f_0 . [28]

1.8 Testy kointegrácie v panelových dátach

Existujú dva hlavné prístupy k testovaniu kointegrácie v panelových dátach. Prvý z nich je založený na rezíduách (*angl. residual - based*) a príkladom je Pedroni, či Kao test (1999). Larsson – Lyhagen – Løthgren (2001) test je naopak založený na metóde maximálnej vierohodnosti. (*angl. maximum - likelihood - based*). V ďalšom popíšeme základné princípy

uvedených testov, pričom vychádzať budeme najmä z informácií uvedených v [18, 27, 24, 30].

1.8.1. Pedroni test

Pedroni test, založený podobne ako Engle – Granger test na výpočte rezíduí, je využitelný aj pre modely s viac ako jednou nezávislou premennou. Základnou myšlienkou je, že ak sú premenné kointegrované, potom ich rezíduá by mali byť integrované rádu 0, ozn. $I(0)$, teda ich autokovariancia sa zmiernuje k nule dostatočne rýchlo. Na druhej strane, ak premenné kointegrované nie sú, rezíduá by mali byť $I(1)$. [27]

Test pracuje s nasledovnou regresiou:

$$y_{it} = a_i + \delta_i t + \beta_{1i} x_{1i,t} + \beta_{2i} x_{2i,t} + \dots + \beta_{Mi} x_{Mi,t} + e_{i,t} \quad (35)$$

$$t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, N; m = 1, \dots, M$$

kde T predstavuje počet časových jednotiek, N je počet prierezových jednotiek v paneli a M je počet nezávislých premenných. Koeficienty $\beta_{1i}, \dots, \beta_{Mi}$ určujú sklon, a spolu s koeficientami a_i a δ_i môžu byť rôzne pre každú prierezovú jednotku. O x a y predpokladáme, že sú $I(1)$.

Pedroni predstavuje niekoľko testovacích štatistík, či už vnútro – dimenzionálnych (*angl. within – dimension – based*), alebo medzi – dimenzionálnych (*angl. between – dimension – based*).

Nulovou hypotézou pre každú zo štatistík je neprítomnosť kointegrácie, teda

$$H_0: \gamma_i = 1, \forall i = 1, \dots, N \quad (36)$$

Alternatívne hypotézy sa však pre vnútro a medzi – dimenzionálne panelové kointegračné testy líšia:

$$\text{Vnútro – dimenzionálne} \quad H_1: \gamma_i < 1, \forall i = 1, \dots, N \quad (37)$$

$$\text{Medzi – dimenzionálne} \quad H_1: \gamma = \gamma_i < 1, \forall i = 1, \dots, N \quad (38)$$

V rovnici číslo 38 teda predpokladáme, že sú všetky hodnoty γ_i zhodné.

1.8.2. Kao test

Kao (1999) predstavil parametrické testy kointegrácie, ktoré sú podobne ako Pedroni test, založené na rezíduách. Vychádzajú z DF a ADF testov jednotkového koreňa, ktoré popisujeme vyššie. Kao test sa líši tým, že špecifikuje podmienky pre premenné x a y na úrovni regresie prvého stupňa. Nulovou hypotézou je neprítomnosť kointegrácie. Uvažujme panelovú regresiu:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta x_{it} + e_{i,t} \quad (39)$$

kde

$$y_{it} = y_{it-1} + u_{i,t} \text{ resp. } y_{it} = \sum_{s=1}^t u_{i,s} \quad (40)$$

$$x_{it} = x_{it-1} + \epsilon_{i,t} \text{ resp. } x_{it} = \sum_{s=1}^t \epsilon_{i,s} \quad (41)$$

pre $i = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T$, $e_{i,t}$ sú $I(1)$, a koeficient β sa v rámci prierezovej zložky nemení, kointegračný vektor je teda homogénny. Konštanta je rôzna pre každú ako prierezovú, tak aj časovú jednotku a $u_{it} \sim (0, \sigma_u^2)$ *i. i. d.* a $\epsilon_{it} \sim (0, \sigma_\epsilon^2)$ *i. i. d.*

Kao navrhol test využívajúci AR(1) reprezentáciu rezíduí z (39)

$$\hat{e}_{i,t} = \rho \hat{e}_{i,t-1} + v_{it} \quad (42)$$

pričom parameter ρ je homogénny. Nulovú hypotézu o neprítomnosti kointegrácie potom môžeme zapísať ako

$$H_0: \rho = 1 \quad (43)$$

čo bude znamenať, že $e_{i,t}$ je $I(1)$, teda má jednotkový koreň. Kao ukázal, že päť rôznych štatistík využívajúcich premennú ρ potom konverguje k $N(0,1)$. [17, 19, 27]

1.9 Odhad kointegračných vzťahov

Nakoľko odhad pomocou najmenších štvorcov nie je v panelových dátach konzistentný, pretože by mohol byť ovplyvnený veľkosťou prierezovej zložky [38], na odhad dlhodobých kointegračných vzťahov v panelových dátach je možné použiť Modifikovaný odhad najmenších štvorcov (*angl. Fully Modified OLS, FMOLS*) a Dynamický odhad najmenších štvorcov (*angl. Dynamic OLS, DOLS*) založené na rezíduách. Navrhli ich

Kao a Chiang (2000) a Pedroni (2000). Ukázali tiež, že tieto odhady sú asymptoticky normálne rozdelené. [38]. FMOLS a DOLS produkujú nevychýlené, normálne rozložené odhady koeficientov. V ďalšom vychádzame najmä z [2, 38, 31].

Uvažujme panelovú regresiu s fixnými efektami (2)

$$y_{it} = \beta' x_{it} + \alpha_i + u_{it} \quad (2)$$

$$\Delta x_{it} = \epsilon_{it} \quad (44)$$

kde $\{y_{it}\} \sim I(1)$ je (1×1) , rezíduá $u_{it} \sim I(0)$ sú (1×1) , a $\{x_{it}\} \sim I(1)$ je $(k \times 1)$ z (44).

Predpokladáme, že x_{it} nie sú kointegrované a že $\{y_{it}\}$, $\{u_{it}\}$ a $\{x_{it}\}$ sú nezávislé pre rôzne prierezové jednotky $i = 1, 2, \dots, N$.

Koeficient β odhadnutý pomocou OLS metódy je možné vyjadriť v nasledovnom tvare

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) \right] \quad (45)$$

$$\text{kde } \bar{x}_i = \frac{\sum_{t=1}^T x_{it}}{T} \text{ a } \bar{y}_i = \frac{\sum_{t=1}^T y_{it}}{T}.$$

1.9.1. FMOLS odhad

Modifikovaný odhad najmenších štvorcov, FMOLS, je neparametrickým odhadom, ktorý počíta s viacnásobnou koreláciou a endogenitou regresorov vychádzajúcimi z kointegrácie premenných. Koeficient β odhadnutý metódou FMOLS môžeme zapísať v tvare:

$$\hat{\beta}_{FMOLS} = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)' \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i) \hat{y}_{it}^+ - T \hat{\Delta}_{\epsilon u}^+ \right] \quad (46)$$

kde \hat{y}_{it}^+ a $\hat{\Delta}_{\epsilon u}^+$ sú korekciami endogenity a autokorelácie.

1.9.2. DOLS odhad

Dynamický odhad najmenších štvorcov, DOLS, je naopak parametrickým odhadom, využívajúci minulé (*angl. lags*) a budúce hodnoty diferencií premenných (*angl. leads*), čím

zohľadňuje prítomnosť autokorelácie a endogenitu premenných. Tento odhad sa na základe Monte Carlo simulácii prevedených ako v Pedroni(2000) tak aj v Kao a Chiang (2000) považuje za lepší. Koeficient β metódy DOLS získame z nasledovnej regresie:

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta + \sum_{j=-q_i}^{q_i} c_{ij}\Delta x_{it+j} + \bar{v}_{it} \quad (47)$$

2 Faktory ovplyvňujúce rast objemu úverov

2.1 Makroekonomické faktory

Problematika vplyvu makroekonomických faktorov na vývoj objemu úverov na bývanie je spracovaná v mnohých publikáciách, ako [10, 20, 13, 14]. Na základe nadobudnutých poznatkov v ďalšom popíšeme najvýznamnejšie faktory vplývajúce na dopyt po úveroch na bývanie, ako uvádzame aj v práci [9].

2.1.1. Ceny rezidenčných nehnuteľností

Ceny nehnuteľností sú vo všeobecnosti späté s vývojom objemu úverov ako v rozvinutých, tak aj v rozvíjajúcich sa krajinách. Z teoretického hľadiska môžu na jednej strane ovplyvniť dopyt, ale aj ponuku úverov na bývanie, a to najmä vďaka asymetrii informácií na trhu úverov. [10]

Objem úverov a dopyt po nich zo strany domácností je ovplyvňovaný zmenami cien nehnuteľností, ktoré sú však často používané ako kolaterál pre úvery. Ceny tiež ovplyvňujú kapacitu úverov, ktoré môžu banky poskytnúť, keďže cez odhady hodnoty nehnuteľností použitých ako kolaterál/zabezpečenie pre úvery ovplyvňujú svoju kapitálovú primeranosť cez viacero kanálov. Ako jeden z kanálov môžeme uviesť vplyv cez tvorbu opravných položiek. V prípade úveru zabezpečeného nehnuteľnosťou sa tvorí opravná položka na nezabezpečenú časť úveru. V prípade poklesu ceny nehnuteľnosti dôjde k poklesu hodnoty kolaterálu, čo znamená potrebu navýšenia opravnej položky, čo následne znižuje objem vlastných zdrojov banky. [37]

Rastúce ceny nehnuteľností vytvárajú vo všeobecnosti očakávania o ďalšom raste, čím podporujú domácnosti k dopytu po týchto nehnuteľnostiach či už zo strachu, že si neskôr danú nehnuteľnosť nebudú môcť dovoliť, alebo z vidiny budúceho zisku z predaja v prípade investičného dopytu. Vyššie ceny taktiež spôsobujú, že si viac domácností nehnuteľnosť bez úveru nemôže dovoliť, čo navyšuje dopyt po úveroch. Naopak, klesajúce ceny nehnuteľností vplývajú na solventnosť a odhodlanie domácností splácať. Klesajúce ceny môžu takisto spôsobiť odklad kúpy nehnuteľnosti z dôvodu predpokladu nižšej ceny v budúcnosti. Vo všeobecnosti teda predpokladáme kladný vplyv vývoja cien nehnuteľností na vývoj objemu úverov z ponukovej aj dopytovej strany.

2.1.2. HDP

Ekonomickú aktivitu jednotlivých krajín odzrkadľuje najmä hrubý domáci produkt (*angl. gross domestic product, GDP*). Aj keď vo všeobecnosti predpokladáme jeho kladný vplyv, poznatky uvádzané v literatúre sa nezhodujú na jednoznačnom vzťahu medzi vývojom HDP a dopytom po úveroch na bývanie. [20, 13, 14]

Na jednej strane, silný ekonomický rast má vplyv na očakávaný príjem resp. zisk, a teda na celkový finančný status domácností, čo im umožňuje a povzbudzuje ich k väčšej zadlženosti vidinou jednoduchšieho splatenia. Na druhej strane, vyšší zisk domácností im umožňuje lepšie financovať výdavky pomocou vlastných zdrojov, čo má naopak za následok nižší dopyt po úveroch. Rovnako, v prípade poklesu ekonomickej aktivity si môžu domácnosti pokrývať dočasné výdavky aj pomocou úverov, čo taktiež poukazuje na negatívny vplyv rastu HDP na rast objemu úverov.

Kúpa nehnuteľnosti je relatívne veľkou investíciou pomerne k príjmom domácnosti, čo je častokrát dôvodom jej financovania cez úver. Nárast objemu úverov na bývanie je preto spájaný najmä s nárastom dopytu po nehnuteľnostiach, a teda nárastom ekonomickej aktivity, zatiaľ čo negatívny vzťah sa pripisuje prevažne spotrebiteľským úverom, ktoré slúžia na pokrytie menších výdavkov.

2.1.3. Inflácia

Miera inflácie ovplyvňuje reálne úrokové sadzby úverov a prináša na trh istú mieru neistoty. Jej vplyv na vývoj objemu úverov teda nie je jednoznačný. [9, 10]

Vyššia miera inflácie na jednej strane znamená nižší reálny úrok pri stabilnej úrokovej sadzbe, a teda nižšie reálne náklady na úver. To implikuje nárast dopytu po úveroch a teda kladný vzťah medzi mierou inflácie a vývojom objemu úverov na bývanie. Vyššia inflácia navyše podporuje sklony k aktuálnej spotrebe, ktorá je dôsledkom očakávaní o navýšovaní cien a nákladov v budúcnosti, čo môže nepriamo navýšovať dopyt po úveroch.

Naopak, neistota ohľadom budúcich výnosov z investícií spôsobená vysokou mierou inflácie môže navýšovať strach domácností zadlžiť sa. Táto skutočnosť indikuje negatívny vplyv rastu miery inflácie na vývoj objemu úverov.

2.1.4. Miera nezamestnanosti

Očakávaný negatívny vplyv rastu miery nezamestnanosti vysvetľujeme zhoršením finančného statusu domácností či už priamo, alebo zvýšenou neistotou ohľadom budúcich príjmov. To domácnosti vo všeobecnosti vedie k obave investovať do nehnuteľnosti a zadlžiť sa.

2.1.5. Úrokové sadzby

Na vývoj objemu úverov na bývanie vplyva viacero úrokových sadzieb, ako krátkodobé medzibankové úrokové sadzby Euribor, dlhodobé úrokové sadzby a najmä úroková sadzba úverov na bývanie. Zo strany ponuky existuje kladný vzťah, nakoľko ochota poskytovať úvery rastie u bánk spolu s úrokovými mierami. Zo strany dopytu je vzťah medzi úrokovými sadzbami a vývojom objemu úverov na bývanie negatívny. Domácnostiam narastajú so stúpajúcimi úrokmi úverové náklady, čo vedie k zníženiu dopytu po úveroch. Z tohto dôvodu budeme predpokladať záporný vzťah medzi úrokovou sadzbou a objemom úverov na bývanie. [20]

2.2 Rozvinutost' krajín v eurozóne

Na rast objemu úverov môže mať okrem iného veľký vplyv aj počiatočný stav objemu úverov v danej krajine. [20] V mnohých krajinách, ktoré vstúpili do Eurozóny neskôr, resp. sa ešte len rozvíjajú, mohla byť ponuka úverov v minulosti obmedzená (napr. z legislatívnych dôvodov), a tak prudký nárast v týchto krajinách v sledovanom období môže byť ovplyvnený práve nízkymi počiatočnými hodnotami a prirodzeným procesom konverencie k rovnovážnemu stavu, čo však môže skresľovať výsledky regresíí. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli rozdeliť krajiny Eurozóny do dvoch skupín, a modelovať vývoj objemu úverov aj samostatne pre rozvinuté krajiny Eurozóny. Rozdelenie krajín uvádzame v tabuľke č. 1.

Rozvinuté krajiny	Rozvíjajúce sa krajiny
Belgicko	Cyprus
Fínsko	Estónsko
Francúzsko	Litva
Grécko	Lotyšsko
Holandsko	Malta
Írsko	Slovensko
Luxembursko	Slovinsko
Nemecko	
Portugalsko	
Rakúsko	
Španielsko	
Taliansko	

Tabuľka 1: Rozdelenie krajín Eurozóny

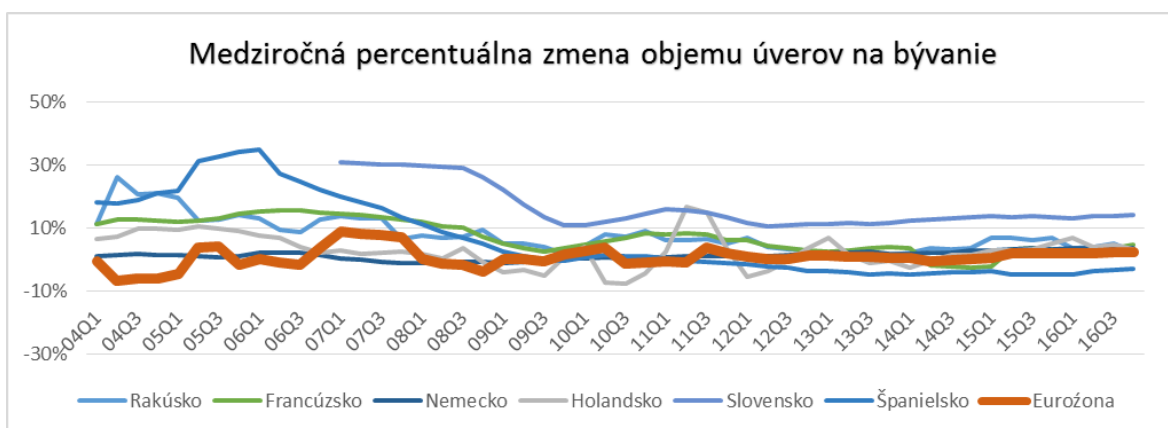
3 Použité dáta

Vývoj objemu úverov závisí od veľkého množstva faktorov. Do modelov nie je možné zahrnúť všetky, nakoľko mnoho z nich nie je jednoduché objaviť, či číselne vyjadriť. Rozhodli sme sa teda pracovať s premennými, ktorých spojitosť vyplýva z makroekonomickej teórie, ktorú bližšie popisujeme v druhej kapitole. Vplyv týchto premenných na vývoj objemu úverov sme empiricky potvrdili aj v práci [9]. Patria medzi ne nasledovné premenné:

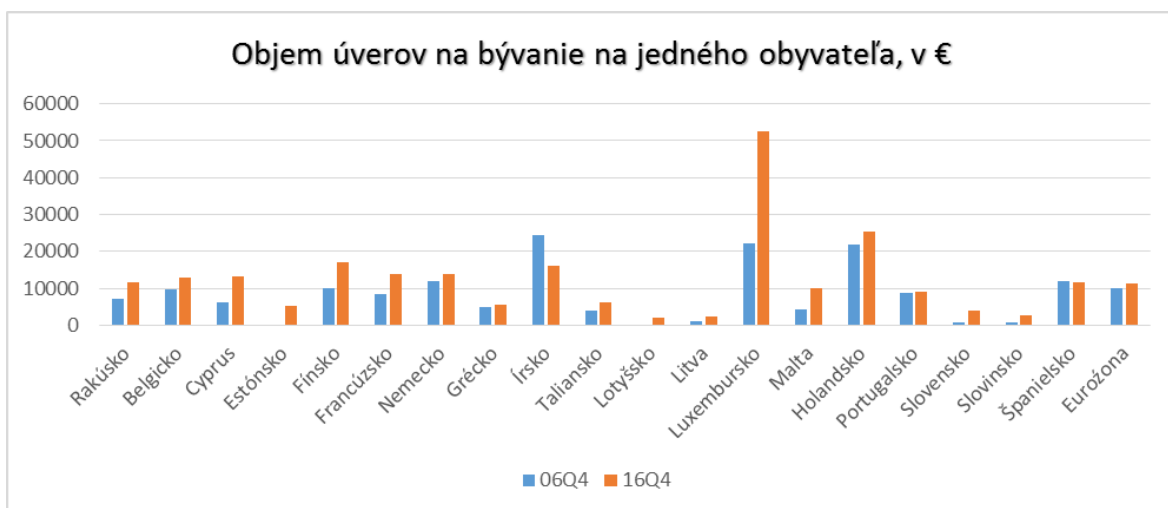
- Ceny rezidenčných nehnuteľností
- Hrubý domáci produkt (HDP)
- Inflácia meraná HICP
- Medzibanková sadzba EURIBOR s trojmesačnou splatnosťou
- Úrokové sadzby úverov na bývanie
- Výnosy 10 – ročných vládnych dlhopisov
- Miera nezamestnanosti

Vývoj premenných pre jednotlivé krajiny bol odlišný, no napriek tomu môžeme pozorovať isté spoločné trendy.

Pracovali sme s nominálnymi hodnotami úverov na bývanie pre domácnosti vyjadrenými cez stavové premenné. Nakoľko je maturita úverov na bývanie zvyčajne dlhšia, existuje silný vzťah medzi aktuálnou hodnotou premennej a jej minulými hodnotami. Z tohto dôvodu v grafe uvádzame medziročné percentuálne zmeny objemu úverov na bývanie. Na grafe č. 1 môžeme pre vybrané krajiny vidieť nárast objemu úverov v období pred finančnou krízou (2007). V období po a počas krízy následne môžeme pozorovať celkový pokles objemu úverov, prípadne výrazný pokles nárastu objemu úverov. V posledných rokoch dochádza vo väčšine krajín opäť k miernemu nárastu objemov úverov. Graf č. 2 znázorňuje objem úverov na jedného obyvateľa na konci roka 2006, a po 10 rokoch, na konci roka 2016. Takmer vo všetkých krajinách došlo k nárastu daného objemu, čo pripisujeme z časti aj faktu, že sme na výpočet použili konštantné počty obyvateľov získané z [39].

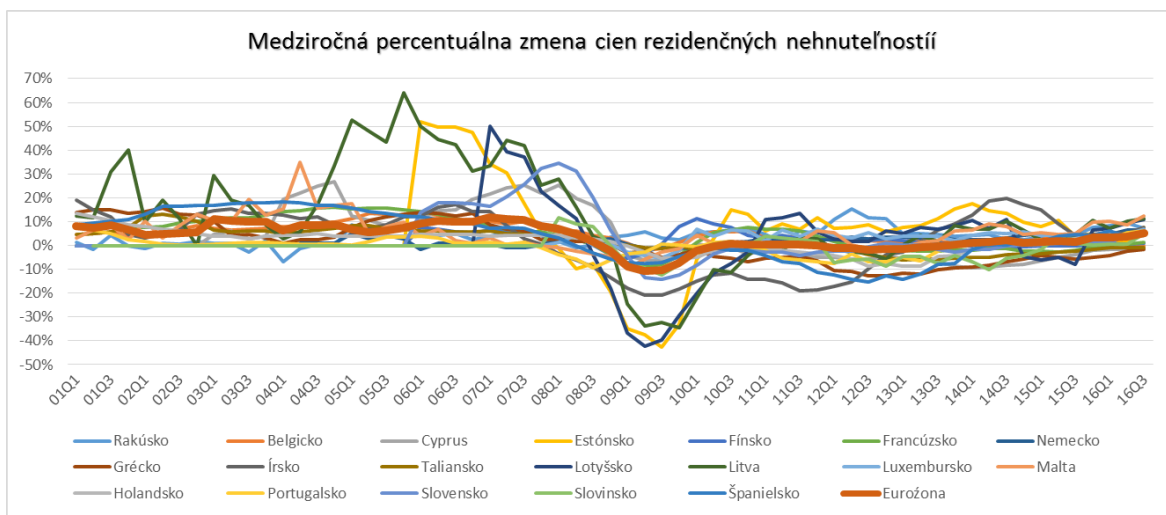


Graf 1: Medziročná percentuálna zmena objemu úverov na bývanie vo vybraných krajinách Eurozóny



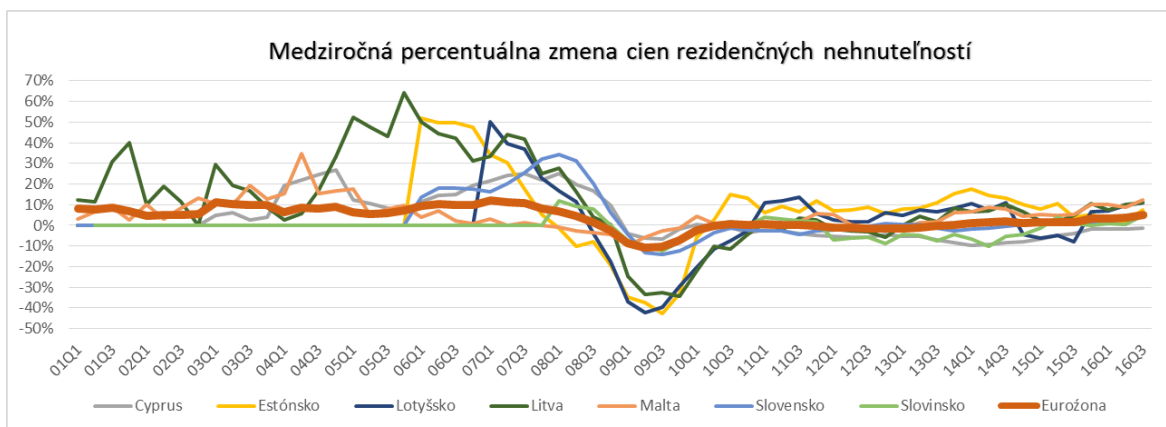
Graf 2: Objem úverov na bývanie na jedného obyvateľa v jednotlivých krajinách Eurozóny, v €

Ceny rezidenčných nehnuteľností sú dostupné pre všetky nami sledované krajiny iba vo forme cenových indexov. Využívali sme dáta indexované k roku 2007. Vyjadrenie cez indexy je síce efektívne pri analýzach, no ťažko čitateľné v grafoch. Kvôli lepšej prehľadnosti uvádzame v grafoch č. 3 a 4 hodnoty medziročných zmien cien rezidenčných nehnuteľností.



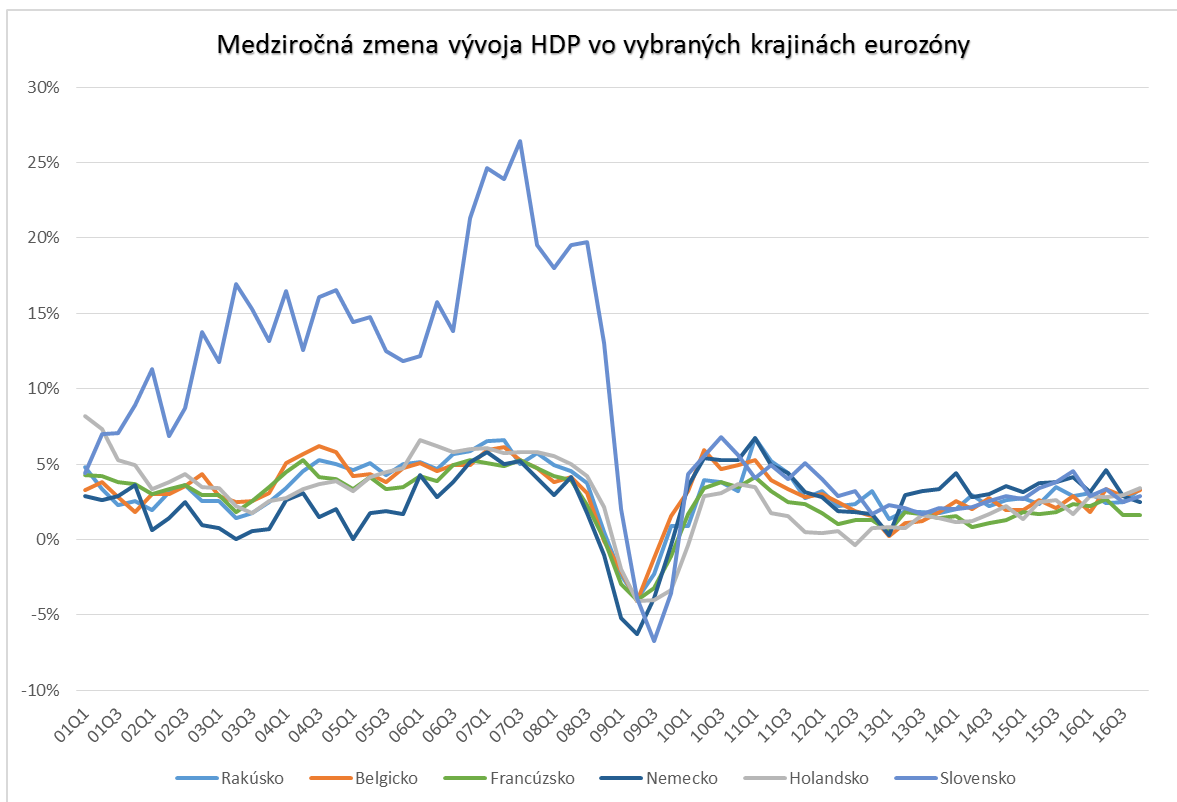
Graf 3: Vývoj medziročných zmien cien rezidenčných nehnuteľností v krajinách Eurozóny

Hrubšou čiarou je zvýraznený priemerný vývoj medziročných zmien cien rezidenčných nehnuteľností na celom území Eurozóny. Z grafu č. 3 vidíme, že ceny nehnuteľností v krajinách Eurozóny medziročne rástli až do roku 2008, kedy aj vplyvom krízy začali klesať. Následne začali od roku 2010 mierne stúpať. Na grafe č. 4 je možné vidieť, že výkyvy cien v krajinách, ktoré sme zaradili do skupiny rozvíjajúcich sa, sú výraznejšie.

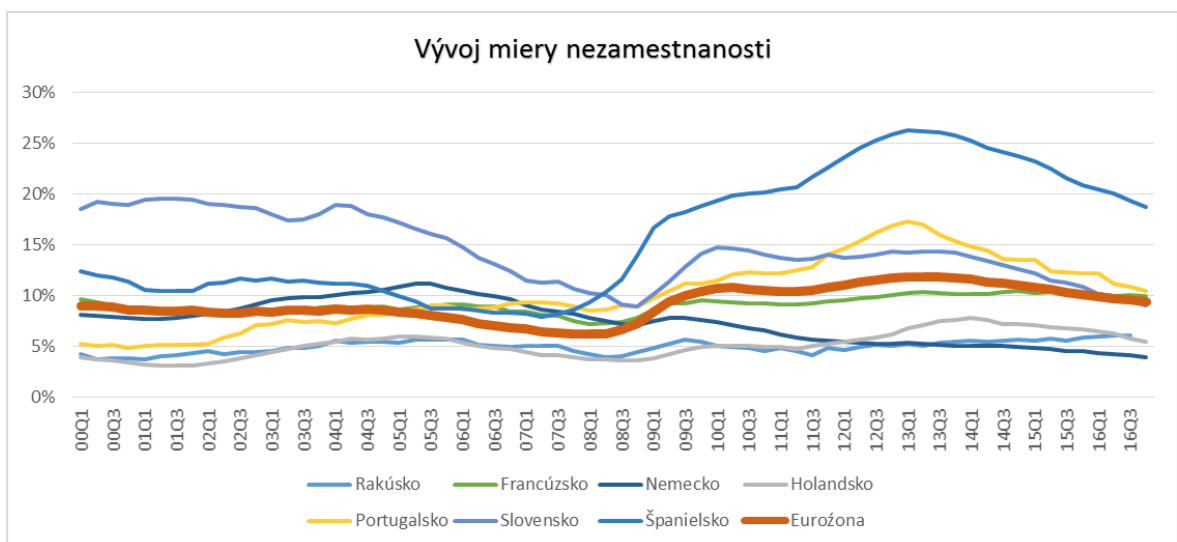


Graf 4: Vývoj medziročných zmien cien rezidenčných nehnuteľností vo vybraných rozvíjajúcich sa krajinách Eurozóny

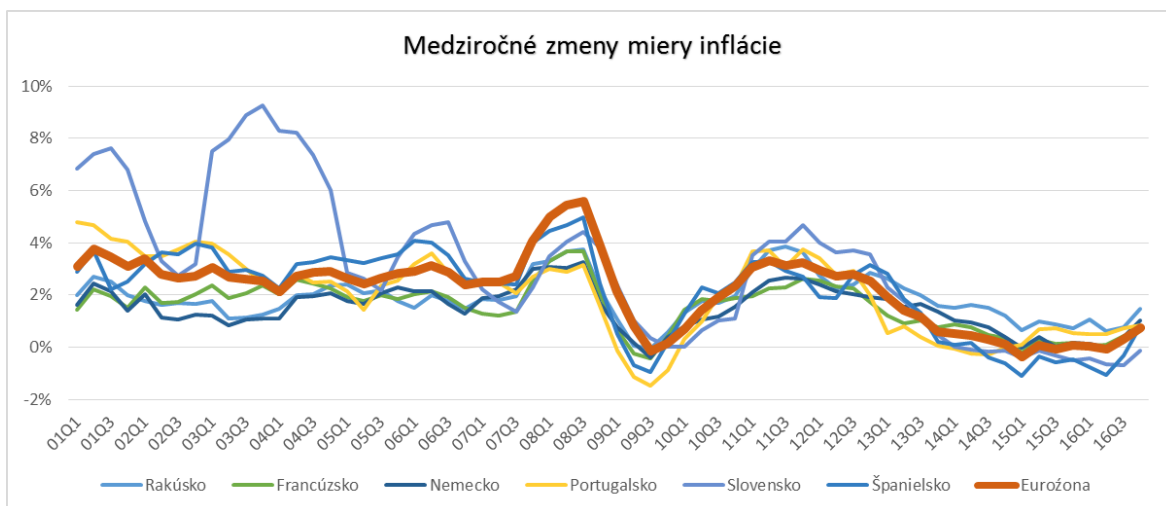
Na grafe č. 5 je znázornený vývoj medziročných zmien nominálneho HDP pre vybrané krajiny. V období krízy (2008 – 2009) nastal vo všeobecnosti v eurozóne pokles ekonomickej aktivity, v dôsledku čoho môžeme pozorovať pokles HDP vo všetkých krajinách Eurozóny, a taktiež nárast miery nezamestnanosti zobrazené na grafe č. 6.



Graf 5: Medziročné zmeny vývoja HDP vo vybraných krajinách Eurozóny, uvádzané v percentách



Graf 6: Vývoj miery nezamestnanosti vo vybraných krajinách Eurozóny, uvádzaný v percentách



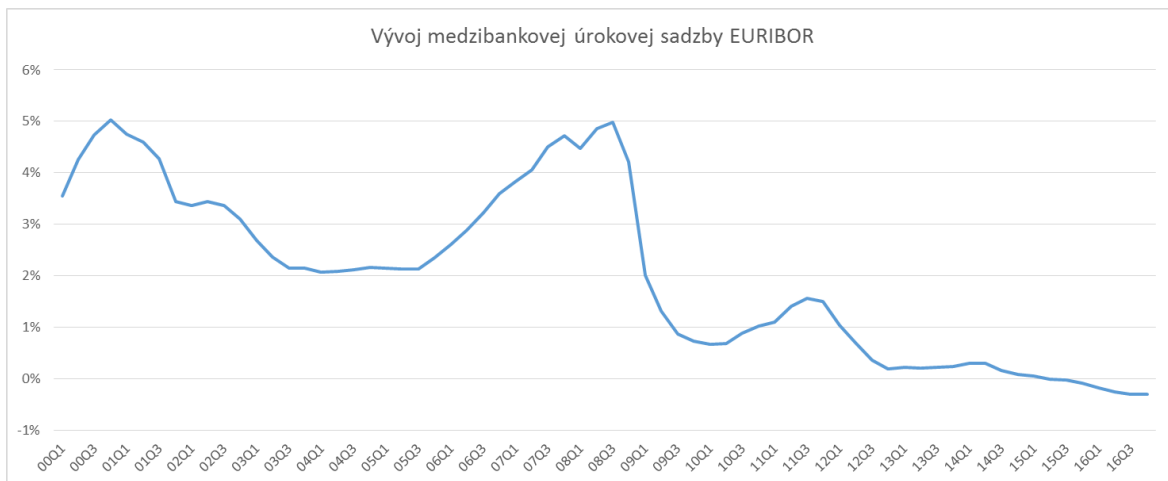
Graf 7: Vývoj medziročných zmien inflácie vo vybraných krajinách Eurozóny

Miera inflácie sa zvyčajne taktiež udáva ako index. V práci sme pracovali s infláciou meranou HICP teda Harmonizovaným Indexom Spotrebiteľských cien (*angl. Harmonised Index of Consumer Prices*) indexovanou k roku 2015. Na grafe č. 7 môžeme vidieť vývoj medziročných zmien cenového indexu pre vybrané krajiny Eurozóny. V období po kríze môžeme pozorovať pokles rastu cien vo všetkých krajinách Eurozóny.

Medzibanková sadzba EURIBOR (Euro Interbank Offered Rate) slúži ako sadzba, za ktorú si banky požičiavajú peniaze na medzibankovom trhu, a je spoločná pre všetky krajiny v Eurozóne. Pre krajiny, ktoré vstúpili do Eurozóny neskôr ako 1.1.2000, teda až po začiatku nami sledovaného obdobia, sme do času vstupu danej krajiny do Eurozóny pracovali s hodnotami medzibankových sadzieb platných v danom období v danej krajine. Dátumy vstupu jednotlivých krajín do Eurozóny uvádzame v tabuľke č. 2. Vývoj medzibankovej úrokovej sadzby EURIBOR s trojmesačnou platnosťou môžeme vidieť v grafe č. 8.

Krajina	Vstup do eurozóny
Belgicko	01.01.1999
Cyprus	01.01.2008
Estónsko	01.01.2011
Fínsko	01.01.1999
Francúzsko	01.01.1999
Grécko	01.01.2001
Holandsko	01.01.1999
Írsko	01.01.1999
Litva	01.01.2015
Lotyšsko	01.01.2014
Luxembursko	01.01.1999
Malta	01.01.2008
Nemecko	01.01.1999
Portugalsko	01.01.1999
Rakúsko	01.01.1999
Slovensko	01.01.2009
Slovinsko	01.01.2007
Španielsko	01.01.1999
Taliansko	01.01.1999

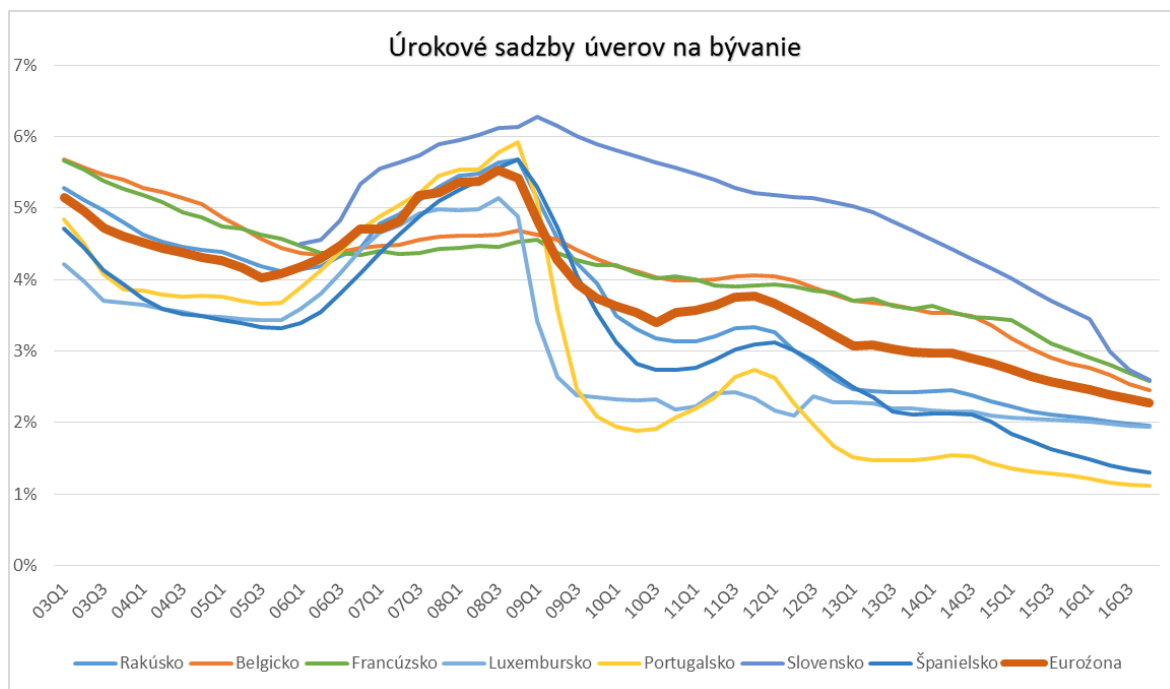
Tabuľka 2: Dátum vstupu do Eurozóny pre jednotlivé krajiny



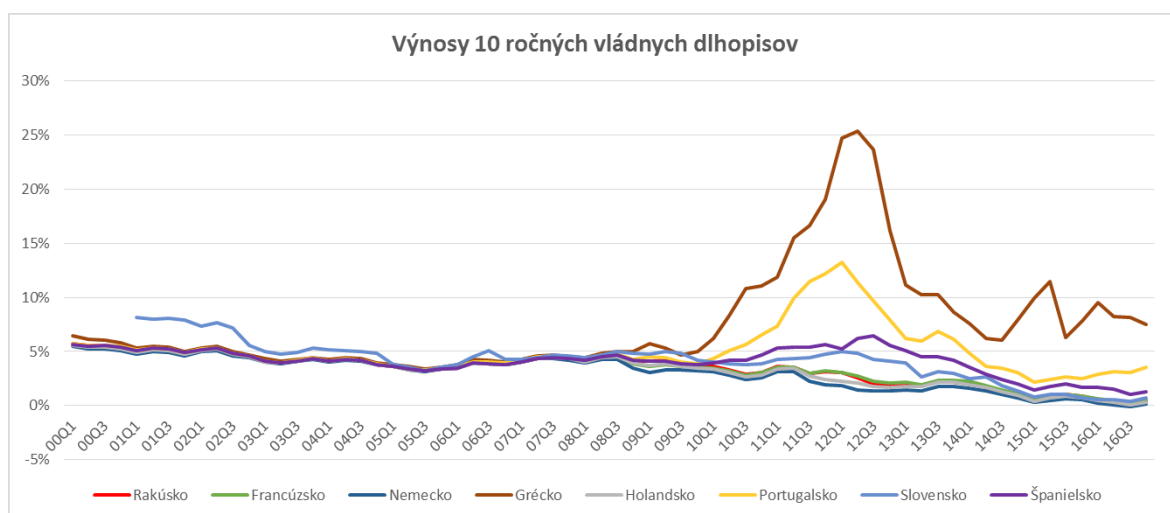
Graf 8: Vývoj medzibankovej úrokovej sadzby EURIBOR s trojmesačnou platnosťou, uvádzaný v percentách

V období po kríze vo všeobecnosti pozorujeme pokles úrokových sadziieb. Medzibanková sadzba EURIBOR v danom období výrazne poklesla, a v roku 2015 dokonca prekročila nulovú hranicu. V súčasnosti sú hodnoty EURIBOR stále záporné a dosahujú svoje historické minimum.

Úrokové sadzby úverov na bývanie v období pred krízou v dôsledku zvyšovania dopytu po úveroch stúpali, ako môžeme vidieť v grafe č. 9. Ako je uvedené v [11], v súlade s poklesom medzibankových sadzieb EURIBOR poklesli vo všeobecnosti aj úrokové sadzby úverov na bývanie po roku 2008, a v súčasnosti taktiež dosahujú svoje historické minimá.



Graf 9: Vývoj úrokových sadzieb úverov na bývanie pre domácnosti vo vybraných krajinách Eurozóny, uvádzaný v percentách



Graf 10: Vývoj výnosov štátnych dlhopisov vo vybraných krajinách Eurozóny, uvádzaný v percentách

V krajinách, ktoré boli vnímané ako rizikovejšie (Španielsko, Grécko) došlo v období po kríze k výraznému nárastu úrokových sadzieb na vládne dlhopisy. Všeobecne môžeme však vo vývoji výnosov vládnych dlhopisov s 10 ročnou splatnosťou taktiež pozorovať ich klesajúci charakter.

V práci sme využívali dáta so štvrťročnou frekvenciou pre osem premenných a devätnásť krajín Eurozóny za obdobie 17 rokov, konkrétne 2000Q1 – 2016Q4, teda 68 štvrťrokov. Dáta sme čerpali z internetových zdrojov, konkrétne objem úverov na bývanie, ceny rezidenčných nehnuteľností, a všetky úrokové sadzby zo štatistickej databázy ECB – Statistical Data Warehouse [33]. Hodnoty HDP, miery inflácie a nezamestnanosti pochádzajú z databázy Eurostat [5]. Údaje o medzibankových sadzbách krajín v období pred vstupom do Eurozóny sme získali z internetových stránok národných bánk jednotlivých štátov. Nadobudnuté dáta vstupujú do odhadov sezónne očistené. Objem úverov na bývanie, ceny nehnuteľností a HDP sme logaritmicke transformovali, a teda do odhadov vstupujú prirodzené logaritmy týchto premenných. Inflácia je uvádzaná vo forme indexu, a úrokové sadzby zahŕňajúce EURIBOR, výnosy 10 ročných vládnych dlhopisov a úrokové sadzby na bývanie vstupujú do odhadov v percentách.

V nasledujúcich tabuľkách č. 3 a 4 uvádzame priemerné hodnoty premenných a ich štandardné odchýlky v jednotlivých krajinách za celé sledované obdobie 2000Q1 – 2016Q4.

	Úvery na bývanie	Ceny nehnuteľností	HDP	Nezamestnanosť	Inflácia	EURIBOR	Úroky k úverom	Výnosy vládnych dlhopisov
	Milióny €	Medziročná zmena	Milióny €	%	Medziročná zmena	%	%	%
Rakúsko	72 375.58	0.04	70 203.73	4.97	0.02	2.04	3.68	3.36
Belgicko	97 004.95	0.05	85 610.51	7.83	0.02	2.04	4.15	3.53
Cyprus	10 046.20	0.04	4 081.75	7.66	0.02	2.70	4.86	5.31
Estónsko	6 061.41	0.08	3 529.77	9.69	0.04	2.76	3.17	
Fínsko	69 117.90	0.03	44 905.32	8.36	0.02	2.04	2.78	3.27
Francúzsko	692 863.01	0.05	474 739.73	9.10	0.02	2.04	4.13	3.35
Nemecko	987 835.35	0.02	635 088.60	7.43	0.01	2.04	4.66	3.04
Grécko	59 895.43	0.01	48 447.97	15.00	0.02	2.25	4.51	7.57
Írsko	89 879.66	0.03	43 522.86	8.18	0.02	2.04	3.42	4.38
Taliansko	289 932.98	0.02	381 977.24	9.08	0.02	2.04	3.97	4.16
Lotyšsko	5 251.30	0.02	4 451.80	12.06	0.04	3.88	2.98	5.19
Litva	4 919.29	0.12	6 617.97	11.47	0.02	3.10	3.44	5.03
Luxembursko	17 402.86	0.03	9 121.21	4.59	0.02	2.04	3.05	3.06
Malta	2 721.88	0.05	1 584.13	6.58	0.02	2.39	3.47	4.11
Holandsko	372 191.71	0.02	147 823.84	5.15	0.02	2.04	4.69	3.24
Portugalsko	97 521.97	0.00	41 070.26	10.16	0.02	2.04	3.02	5.08
Slovensko	12 195.91	0.04	13 659.12	14.51	0.03	3.07	4.98	4.15
Slovínsko	3 804.97	-0.02	8 160.58	7.12	0.03	2.68	4.16	4.40
Španielsko	548 679.38	0.04	241 399.27	15.86	0.02	2.04	3.27	4.09

Tabuľka 3: Priemerné hodnoty jednotlivých makroekonomických premenných v období 2000Q1 - 2016Q4

	Úvery na bývanie	Ceny nehnuteľností	HDP	Nezamestnanosť	Inflácia	EURIBOR	Úroky k úverom	Výnosy vládnych dlhopisov
	Milióny €	Medziročná zmena	Milióny €	%	Medziročná zmena	%	%	%
Rakúsko	18 393.22	0.04	10 798.87	0.65	0.01	1.68	1.17	1.49
Belgicko	19 486.46	0.04	12 990.87	0.70	0.01	1.68	0.78	1.43
Cyprus	2 723.01	0.11	734.60	4.65	0.02	2.24	0.76	1.16
Estónsko	218.93	0.21	1 196.55	3.51	0.03	2.28	1.36	
Fínsko	19 520.29	0.04	6 118.20	0.88	0.01	1.68	1.28	1.51
Francúzsko	179 343.04	0.07	57 630.68	0.85	0.01	1.68	0.70	1.39
Nemecko	49 614.44	0.02	77 002.10	2.10	0.01	1.68	0.81	1.55
Grécko	17 351.64	0.09	7 304.13	7.18	0.02	2.13	0.76	4.99
Írsko	20 766.97	0.12	9 393.60	4.15	0.02	1.68	0.80	2.03
Taliansko	77 485.14	0.05	33 126.74	2.00	0.01	1.68	1.02	1.20
Lotyšsko	717.17	0.19	1 464.13	3.71	0.04	3.73	0.80	3.03
Litva	1 822.82	0.21	2 162.40	4.15	0.03	2.66	1.25	2.94
Luxembursko	6 283.40	0.03	2 385.18	1.31	0.01	1.68	1.04	1.56
Malta	822.11	0.07	411.98	0.79	0.01	1.90	0.70	1.39
Holandsko	33 155.72	0.05	18 869.13	1.30	0.01	1.68	0.40	1.49
Portugalsko	15 310.64	0.04	4 223.99	3.41	0.02	1.68	1.51	2.28
Slovensko	5 109.93	0.12	5 188.59	3.21	0.03	2.83	0.96	1.90
Slovinsko	1 729.80	0.06	1 434.40	1.63	0.03	2.60	1.65	1.74
Španielsko	128 927.08	0.10	37 834.68	6.25	0.02	1.68	1.19	1.24

Tabuľka 4: Štandardné odchýlky premenných za obdobie 2000Q1 - 2016Q4

4 Empirická analýza

Cieľom diplomovej práce je analyzovať a modelovať dlhodobé vzťahy vybraných makroekonomických premenných a vývoja objemu úverov na bývanie v krajinách Eurozóny pomocou empirického výskumu. Nakoľko cieľom je analýza dlhodobého vzťahu, v rámci empirickej analýzy sa zameriame na odhad kointegračného vzťahu s použitím panelových dát.

4.1 Testy jednotkového koreňa

Jedným z predpokladov pre analýzu dlhodobého vzťahu medzi premennými je, aby boli premenné integrované rovnakého rádu. Na overenie sme využili Im Pesaran Shin test, ktorý sme previedli v programe EViews. Nulovou hypotézou je prítomnosť jednotkového koreňa. V tabuľke č. 5 uvádzame výsledky IPS testu pre jednotlivé premenné.

	Im Pesaran Shin			
	Individuálna konštanta		Individuálna konštanta a trend	
	úroveň	prvé diferencie	úroveň	prvé diferencie
	koeficient	koeficient	koeficient	koeficient
Úvery	0.46	-4.376***	5.653	-7.173***
Ceny nehnuteľností	1.706	-7.087***	2.458	-5.844***
HDP	3.546	-11.216***	2.826	-9.84***
Inflácia	-1.424*	-9.838***	4.909	-8.891***
Nezamestnanosť	0.166	-9.593***	0.721	-7.216***
Úroky	2.523	-9.033***	-2.365***	-7.164***
Yield	1.054	-19.699***	-0.019	-17.974***

Tabuľka 5: Výsledky IPS testu jednotkového koreňa

Poznámka: ***/**/* znamená zamietnutie nulovej hypotézy existencie jednotkového koreňa na 1%/5% alebo 10%-nej hladine významnosti.

Výsledky testov jednotkového koreňa indikujú, že úrovňové dáta sú nestacionárne, zatiaľ čo ich prvé a druhé diferencie sú stacionárne. Iba v prípade miery inflácie sa zamietá nulová hypotéza pri použití iba konštanty, ale iba na 10%-nej hladine významnosti. Keďže medzibankové úrokové sadzby EURIBOR sú rovnaké pre všetky nami sledované krajiny, na otestovanie stacionarity sme použili rozšírený Dickey Fuller test (ozn. ADF) a Phillips –

Perron test. Výsledky uvedené v tabuľke číslo 6 taktiež indikujú, že medzibankové úrokové sadzby sú nestacionárne rádu 1.

	Individuálna konštanta		Individuálna konštanta a trend	
	úroveň	prvé diferencie	úroveň	prvé diferencie
	koeficient	koeficient	koeficient	koeficient
ADF test	-2.021	-4.456***	-3.083	-4.397***
PP test	-1.166	-4.446***	-2.416	-4.378***

Tabuľka 6: Výsledky testov jednotkového koreňa pre EURIBOR

Jednotlivé premenné budeme teda považovať za nestacionárne rádu 1, resp. integrované rádu 1.

4.2 Testy kointegrácie

Ďalším krokom v rámci empirickej analýzy bolo otestovať, pre ktoré skupiny zvolených makroekonomických faktorov nie je možné zamietnuť hypotézu existencie kointegračného, teda dlhodobého, vzťahu medzi danou skupinou makroekonomických premenných a úvermi na bývanie. Využili sme Pedroni test a Kao test, ktoré popisujeme vyššie. Nulovou hypotézou oboch týchto testov je neprítomnosť kointegrácie. Rozhodli sme sa zistiť prítomnosť kointegrácie nielen na celej vzorke prierezových dát, teda nájsť kointegračný vzťah, platiaci pre všetky krajiny Eurozóny, ale odhaliť kointegráciu taktiež na zmenšenej vzorke rozvinutejších krajín Eurozóny, nakoľko rozvíjajúce sa krajiny svojimi nízkymi počiatočnými hodnotami mohli ovplyvniť výsledky testov.

Otestovali sme všetky kombinácie dvojíc, trojíc a štvoríc premenných, pričom jednou z premenných boli úvery na bývanie. Využili sme Schwarzovo informačné kritérium, na určenie maximálneho počtu oneskorení (lagov) využitých v kointegračných rovniciach s konštantou individuálnou pre každú prierezovú jednotku, ale aj v rovniciach s individuálnou konštantou aj trendom.

V tabuľkách 7 a 8 uvádzame dvojice, trojice a štvorice premenných s najsignifikantnejšími výsledkami kointegračných rovníc s individuálnou konštantou pre všetky krajiny Eurozóny a pre vybrané rozvinutejšie krajiny Eurozóny.

		Pedroni		Kao		
		Panel ADF	Group ADF	ADF		
		koeficient	koeficient	koeficient		
Úvery_In	Euribor 3M	-4.566***	-4.324***	-5.618***		
Úvery_In	Nezamestnanosť	-1.023	-0.267	-3.229***		
Úvery_In	Inflácia	-0.542	0.604	-2.955***		
Úvery_In	Výnosy	-2.826***	-3.183***	-1.504*		
Úvery_In	Ceny nehnuteľností_In	Úroky	-1.474*	-2.422***	-4.506***	
Úvery_In	Inflácia	Úroky	-1.977**	-0.812	-3.106***	
Úvery_In	Euribor 3M	Nezamestnanosť	-1.945**	-1.8**	-5.436***	
Úvery_In	Euribor 3M	Výnosy	-3.896***	-3.16***	-4.227***	
Úvery_In	Nezamestnanosť	Výnosy	-1.29*	-1.685**	-2.457***	
Úvery_In	Euribor 3M	Nezamestnanosť	Výnosy	-2.998***	-2.889***	-3.917***
Úvery_In	Ceny nehnuteľností_In	Nezamestnanosť	Úroky	-2.172**	-1.723**	-3.404***

Tabuľka 7: Hodnoty testov pre vybrané kointegračné rovnice pre všetky krajiny Eurozóny

			Pedroni		Kao
			Panel ADF	Group ADF	ADF
			koeficient	koeficient	koeficient
Úvery_In	Ceny nehnuteľností_In	Euribor 3M	-1.354*	-1.343*	-4.219***
Úvery_In	Ceny nehnuteľností_In	Nezamestnanosť	-1.554*	-1.903**	-3.804***

Tabuľka 8: Hodnoty testov pre vybrané kointegračné rovnice pre rozvinuté krajiny Eurozóny.

Poznámka: Hodnoty koeficientov v tabuľkách 7 a 8 sú označené podľa hladiny významnosti, pri ktorej hypotézu nezamietame. Koeficient označený * znamená, že hypotézu sme nezamietli na hladine významnosti 10%, pričom **, *** podobne označujú postupne hladiny významnosti 5% a 1%.

Do tabuliek sme vybrali kombinácie premenných, pre ktoré aspoň jeden z testov zamietol neprítomnosť kointegrácie. Dlhodobý vzťah s objemom úverov na bývanie v rámci celej Eurozóny nebol zamietnutý ako s krátkodobými, tak ani s dlhodobými úrokovými sadzbami. Predstavujú ich medzibankové úrokové sadzby EURIBOR, respektíve výnosy štátnych dlhopisov. Všetky testy zamietli neprítomnosť kointegrácie aspoň na hladine významnosti 10%. Ďalšími premennými, u ktorých výsledky testov indikujú dlhodobý vzťah s objemom úverov na bývanie sú miera nezamestnanosti a miera inflácie. Aj keď Pedroni testy neexistenciu vzťahu nezamietli, Kao test nulovú hypotézu zamietol na hladine významnosti 1%.

Zaujímavejšími sú vzťahy, ktoré zahŕňajú okrem objemu úverov aspoň dve premenné. Najsignifikantnejšie vyšiel dlhodobý vzťah medzi úvermi, EURIBOR-om a výnosmi vládnych dlhopisov, keďže všetky testy zamietli neprítomnosť kointegrácie na úrovni 1% hladiny významnosti. Podobné výsledky dosahovali aj trojice premenných úvery, EURIBOR, nezamestnanosť, a úvery, nezamestnanosť, výnosy vládnych dlhopisov, kde

takisto zamietli všetky testy neprítomnosť dlhodobého vzťahu. Vzájomné dlhodobé vzťahy týchto premenných indikujú aj vzťah medzi všetkými z nich navzájom, čo potvrdili všetky testy na hladine významnosti 1%. Predpokladáme teda aj dlhodobý vzťah medzi objemom úverov, medzibankovou úrokovou sadzbou EURIBOR, výnosmi vládnych dlhopisov a nezamestnanosťou.

Ďalšou kombináciou premenných, pre ktorú ani jeden z testov nevyhlásil prítomnosť kointegrácie, je trojica úvery, úrokové sadzby úverov na bývanie a ceny rezidenčných nehnuteľností. Neprítomnosť dlhodobého vzťahu medzi úvermi, mierou inflácie a úrokovými sadzbami na úvery síce Pedroni skupinový test nezamietol, no oba zo zvyšných testov ju zamietli na hladine významnosti aspoň 5%.

Poslednou skupinou premenných, pre ktoré bola neprítomnosť kointegrácie zamietnutá na celom území Eurozóny je štvorica úvery na bývanie, ceny rezidenčných nehnuteľností, nezamestnanosť a úrokové sadzby úverov na bývanie. Testy zamietli neprítomnosť kointegrácie na hladine významnosti 5%.

Kvôli nízkym počiatocným hodnotám objemu úverov v krajinách, ktoré vstúpili do Eurozóny neskôr, a ich konvergencii k rovnovážnemu stavu, sme sa pokúsili odhaliť dlhodobé vzťahy v rámci zmenšenej vzorky krajín Eurozóny. V tabuľke č. 8 uvádzame najvýznamnejšie vzťahy. Na tejto vzorke testy vylúčili neprítomnosť kointegrácie pre dve trojice premenných. Objem úverov a ceny rezidenčných nehnuteľností sa ukazujú byť v dlhodobom vzťahu jednak s medzibankovou úrokovou sadzbou EURIBOR, ale aj s mierou nezamestnanosti.

4.3 Odhad ekonometrických modelov

Prítomnosť kointegrácie indikuje dlhodobý vzťah medzi premennými. V rámci empirickej analýzy budeme odhadovať kointegračné vzťahy medzi úvermi na bývanie a aspoň dvoma vysvetľujúcimi faktormi, pre ktoré aspoň dva testy zamietli neprítomnosť kointegrácie. Výsledky kointegračných testov nezamietli kointegráciu medzi deviatimi takýmito rôznymi kombináciami premenných či už na území celej Eurozóny, alebo iba medzi vybranými krajinami. Na odhad kointegračných vzťahov sme využili vyššie popisované odhady FMOLS a DOLS. Nakoľko v prípade panelov obsahujúcich makroekonomické premenné sa javí byť vhodnejšie použitie fixných efektov, odhadujeme

modely s použitím práve fixných efektov. Zhrnutie výsledkov odhadov uvádzame v tabuľkách číslo 9, 10 a 11.

4.3.1. Všetky krajiny

Výsledky prvého odhadu zahŕňajúceho ceny rezidenčných nehnuteľností a úrokové sadzby úverov na bývanie sú v súlade s našimi očakávaniami. Koefficienty sú signifikantné na úrovni 1% ako v prípade FMOLS, tak aj DOLS odhadu. Kladný vplyv cien nehnuteľností je v súlade s teóriou, rovnako ako záporný vplyv úrokových sadzieb na vývoj objemu úverov na bývanie.

Do druhého odhadu pre všetky krajiny Eurozóny sme zahrnuli úrokové sadzby pre úvery a mieru inflácie. Oba koefficienty sú kladné a signifikantné na hladine 1%. Kladný koefficient pri úrokových sadzbách na úvery je zaujímavým výsledkom, avšak nie je v súlade s našimi očakávaniami.

Záporný vplyv medzibankovej úrokovej sadzby v treťom odhade je signifikantný na 1% úrovni a v súlade s našimi očakávaniami. Kladný vplyv nezamestnanosti na vývoj objemu úverov sme neočakávali, nakoľko nezamestnanosť zvyšuje neistotu o budúcich príjmoch a teda nechotu domácností zadlžiť sa. Nakoľko ide pri kúpe nehnuteľnosti o pomerne výraznú investíciu, banky vyžadujú záruku splácania úveru v podobe stabilného príjmu, čo taktiež podporuje teóriu o negatívnom vplyve rastu nezamestnanosti na vývoj objemu úverov. Výsledok z časti pripisujeme aj faktu, že krajiny s pomerne vysokou priemernou nezamestnanosťou, ako napríklad Španielsko (15.86%), či Francúzsko majú pomerne vysoké priemerné objemy úverov, ktoré však do veľkej miery nesúvisia s vysokou nezamestnanosťou, ale s vyšším počtom obyvateľov. Priemerné hodnoty jednotlivých premenných, ako aj ich štandardné odchýlky uvádzame vyššie v tabuľkách č. 3 a 4.

Výsledky FMOLS a DOLS sa v odhade štvrtej rovnice nezhodujú na jednoznačnom vplyve výnosov 10 ročných vládnych dlhopisov, aj keď sú oba odhady signifikantné na úrovni 5%. Vo všeobecnosti predpokladáme negatívny vplyv úrokových mier, čo sa v prípade medzibankových sadzieb EURIBOR aj potvrdilo. Dynamický odhad najmenších štvorcov však v rovnici zahŕňajúcej iba EURIBOR a výnosy predpokladá kladný vplyv výnosov vládnych dlhopisov. Výsledok môže zodpovedať faktu, že rast úrokovej sadzby EURIBOR viac popisuje pokles objemu úverov, pričom výnosy práve naopak pôsobia ako korekcia vplyvu - ich vplyv sa teda môže javiť ako kladný.

Záporný vplyv výnosov štátnych dlhopisov je v odhade číslo 5 signifikantný na úrovni 1%, a v súlade s teoretickými poznatkami. Pozitívny vplyv nezamestnanosti môže byť opäť dôsledkom vysokej nezamestnanosti v krajinách s vysokým objemom úverov, podobne ako pri tretej rovnici.

Šiesty odhad je kombináciou premenných EURIBOR, výnosy vládnych dlhopisov a miera nezamestnanosti. Výsledky signifikantné na 1% hladine významnosti potvrdzujú vplyv jednotlivých premenných odhadnutých v predošlých troch regresiach, a síce záporný vplyv krátkodobých a dlhodobých úrokových sadzieb, a kladný vplyv miery nezamestnanosti.

Posledný, siedmy odhad pre všetky krajiny Eurozóny vysvetľuje objemy úverov cez vývoj cien nehnuteľností, nezamestnanosti a úrokových sadzieb na úvery. Všetky koeficienty sú signifikantné na úrovni 1%. Kladný vplyv cien nehnuteľností vysvetľujeme očakávaním o budúcom raste cien a s tým spojenou navýšenou aktuálnou spotrebou. Vplyv nezamestnanosti sa opäť, tak ako v predošlých odhadoch javí byť pozitívny. Negatívny vývoj úrokových sadzieb priamo vplýva na zvýšený dopyt po úveroch.

FMOLS							
p. č.	Ceny nehnuteľností \ln	Euribor 3M	Nezaměstnanost	Úroky	Inflácia	Výnosy	Adj. R ²
koeficient / t-štatistika							
1	0.789 153.93***			-0.108 -29.018***			0.988
2				0.074 17.626***	0.060 16.378***		0.988
3		-0.080 -9.915***	0.016 3.026***				0.975
4		-0.087 -9.879***				-0.026 -2.622***	0.972
5			0.031 5.609***			-0.102 -12.975***	0.963
6		-0.066 -6.601***	0.026 4.431***			-0.051 -4.723***	0.971
7	1.307 255.165***		0.047 7.739***	-0.067 -18.806***			0.992

Tabuľka 9: Výsledky kointegračného FMOLS odhadu so zahrnutím všetkých krajín Eurozóny

DOLS							
p. č.	Ceny nehnuteľností ln	Euribor 3M	Nezamestnanosť	Úroky	Inflácia	Výnosy	Adj. R ²
koeficient / t-štatistika							
1	0.627			-0.110			0.995
	9.509***			-14.425***			
2				0.038	0.042		0.994
				3.693***	26.945***		
3		-0.066	0.018				0.979
		-7.827***	4.385***				
4		-0.085				0.021	0.975
		-8.569***				2.478**	
5			0.035			-0.052	0.975
			7.448***			-6.642***	
6		-0.063	0.030			-0.043	0.980
		-4.782***	4.664***			-3.305***	
7	1.134		0.039	-0.068			0.996
	20.201***		15.022***	-11.327***			

Tabuľka 10: Výsledky kointegračného odhadu DOLS so zahrnutím všetkých krajín Eurozóny

4.3.2. Vybrané krajiny

Kvôli konvergencii objemu úverov do rovnovážneho stavu v niektorých rozvíjajúcich sa krajinách Eurozóny sme hľadali kointegračné vzťahy aj samostatne na množine vybraných rozvinutých krajín uvedených v tabuľke č. 1.

V poradí ôsmou odhadovanou rovnicou je kombinácia vývoja cien nehnuteľností a medzibankovej úrokovej sadzby EURIBOR. Vplyvy oboch premenných, významné na úrovni 1%, vyšli v súlade s očakávaniami, teda kladný vplyv vývoja cien nehnuteľností a záporný vplyv krátkodobej úrokovej sadzby.

Vplyv nezamestnanosti sa aj v prípade deviateho odhadu javí byť kladný. Oproti výsledkom z prvej množiny odhadov pre všetky krajiny Eurozóny teda zmena nenastala. Koeficient vývoja cien nehnuteľností je opäť v súlade s očakávaniami, kladný. Všetky odhadnuté koeficienty sú významné na úrovni 1%.

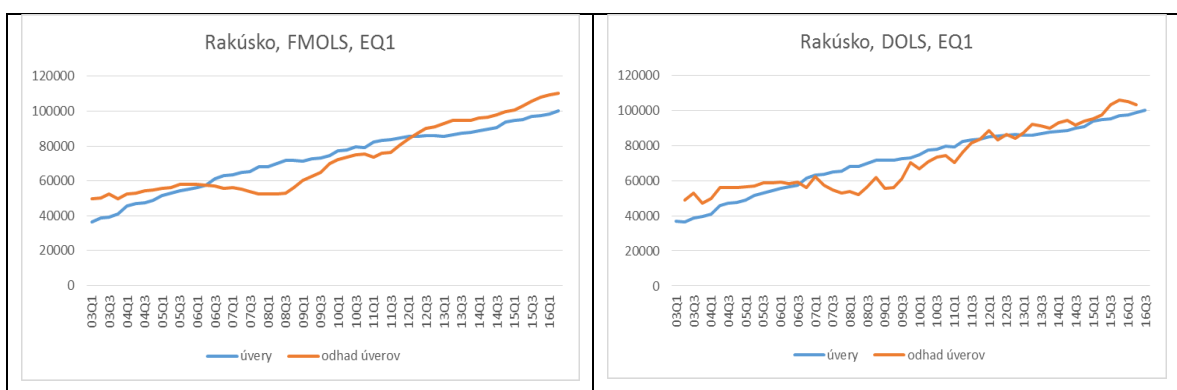
p. č.	FMOLS				DOLS			
	Ceny nehnuteľností ln	Euribor 3M	Nezamestnanosť	Adj. R ²	Ceny nehnuteľností ln	Euribor 3M	Nezamestnanosť	Adj. R ²
	koeficient / t-štatistika				koeficient / t-štatistika			
8	0.8309	-0.0569		97.04%	0.9161	-0.0519		98.51%
	148.648***	-6.482***			13.285***	-10.775***		
9	1.4006		0.0562	98.49%	1.4653		0.0451	98.93%
	297.213***		8.916***		20.451***		11.438***	

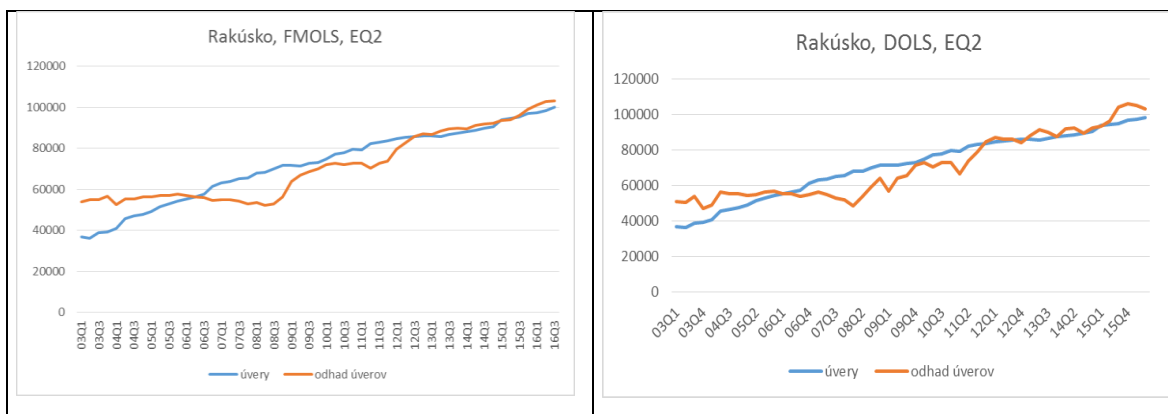
Tabuľka 11: Výsledky kointegračných FMOLS a DOLS odhadov na množine vybraných krajín Eurozóny

Odhady kointegračných rovníc potvrdili významný vplyv zvolených faktorov na objem úverov na bývanie. Výsledky odhadu rovnice 1 a 8 sú v súlade aj s našimi očakávaniami o vplyve zvolených faktorov na objem úverov na bývanie. Kladný vplyv ceny nehnuteľností je signifikantný a robustný vzhľadom na špecifikáciu, teda či do dohodu vstupujú všetky krajiny eurozóny alebo iba vybrané štáty. Druhou signifikantnou premennou je úroková sadzba úverov na bývanie v prípade všetkých krajín eurozóny a medzibanková sadzba EURIBOR v prípade rozvinutých krajín eurozóny. V oboch prípadoch vyšiel očakávaný negatívny vplyv úrokovej sadzby na objem úverov na bývanie. V ďalšej analýze budeme preto pracovať už len s týmito dvoma rovnicami.

4.4 Porovnanie objemu úverov s odhadovanou rovnovážnou hodnotou

Koeficienty odhadov vyšli v súlade s teoretickými poznatkami iba pre dve kointegračné rovnice, ako uvádzame v tabuľkách číslo 9, 10 a 11. Prvou z nich sú objemy úverov vysvetlené cez ceny rezidenčných nehnuteľností a úrokové sadzby úverov na bývanie na skupine všetkých krajín Eurozóny (pozn: v grafoch ju označujeme EQ1). V druhej rovnici vývoj objemu úverov modelujeme pomocou vývoja cien nehnuteľností a medzibankovej úrokovej sadzby EURIBOR pre vybrané krajiny (ozn. EQ2). Každú z rovníc sme odhadli metódou FMOLS aj DOLS. V ďalšom porovnáme výsledné odhady hodnôt jednotlivých modelov s reálnymi hodnotami objemu úverov pre vybrané krajiny, teda nami odhadovanú rovnovážnu úroveň objemu úverov so skutočnou hodnotou. Objem úverov je v grafoch uvádzaný v miliónoch €.

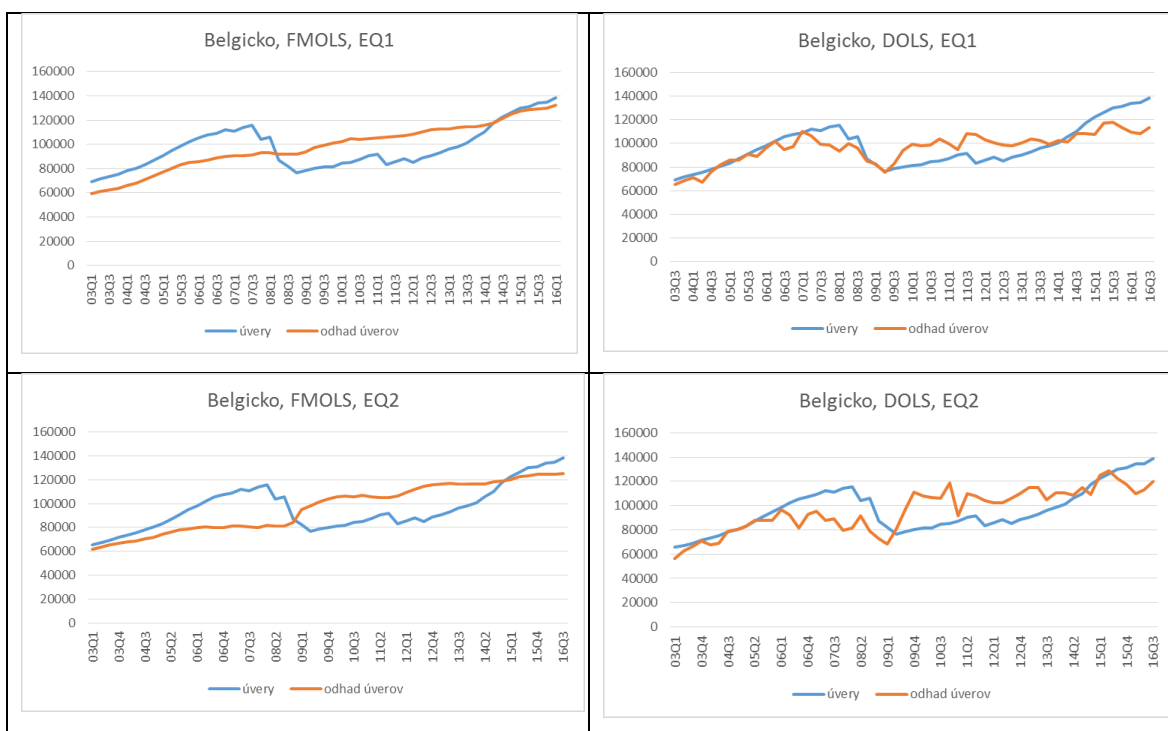




Graf 11: Porovnanie reálneho a odhadovaného objemu úverov v Rakúsku

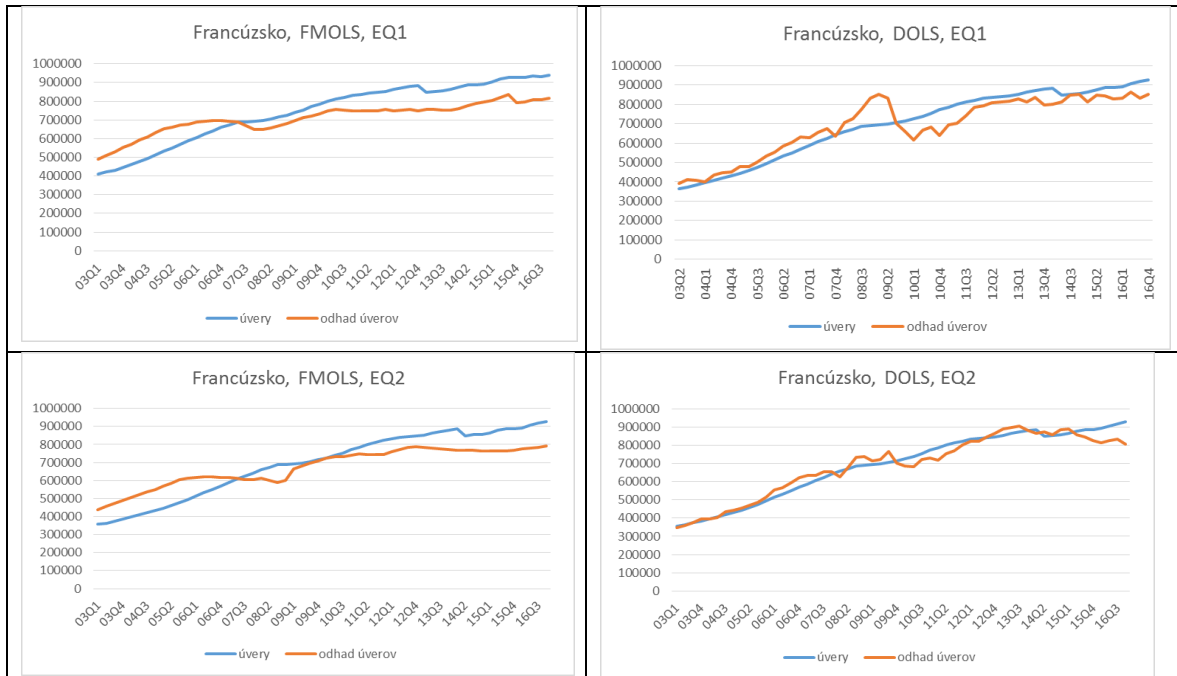
Poznámka: V grafoch č. 11 – 17 EQ1 označuje rovnicu pre všetky krajiny Eurozóny vyjadrujúcu vývoj objemu úverov na bývanie cez ceny rezidenčných nehnuteľností a úrokových sadzieb k úverom na bývanie. EQ2 objem úverov vyjadruje cez vývoj cien rezidenčných nehnuteľností a medzibankovú sadzbu EURIBOR pre vybrané krajiny Eurozóny

Všetky štyri odhady indikujú, že objem úverov v Rakúsku v období pred krízou stúpал až nad rovnovážnu úroveň, z dôvodu rastovej fázy. Podobný trend pozorujeme vo viacerých krajinách, ako napríklad Nemecko či Španielsko. Približne od roku 2012 sa objem úverov v Rakúsku nachádza mierne pod odhadovanými rovnovážnymi hodnotami úverov.

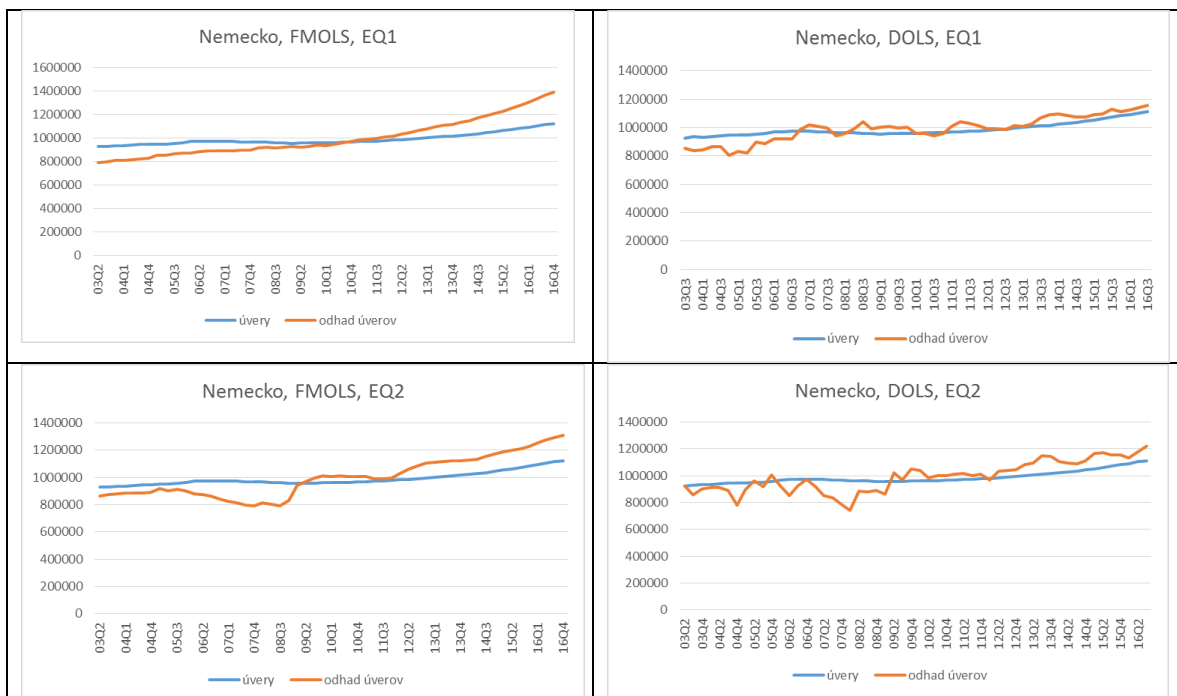


Graf 12: Porovnanie reálneho a odhadovaného objemu úverov v Belgicku

Vývoj objemu úverov pred krízou mal podobný priebeh aj v Belgicku. Krivka úverov sa nachádzala nad odhadovaným rovnovážnym objemom úverov, začiatkom krízy však klesla pod úroveň odhadovaných hodnôt, kde zotrvala až približne do roku 2014.



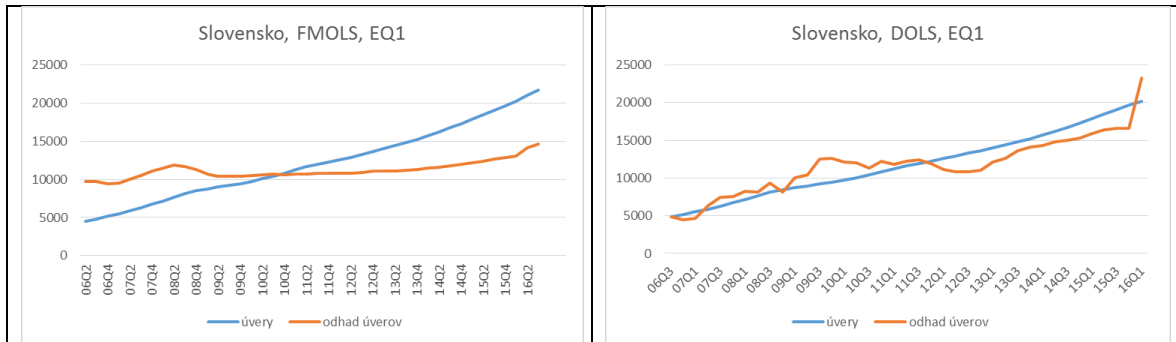
Graf 13: Porovnanie reálneho a odhadovaného objemu úverov v Francúzsku



Graf 14: Porovnanie reálneho a odhadovaného objemu úverov v Nemecku

Reálny vývoj objemu úverov v Nemecku a Francúzsku sa v nami skúmanom období nevychýľuje ďaleko od modelmi odhadovaných hodnôt. Vývoj objemu úverov bol však

v týchto krajinách opačný. Zatiaľ čo v Nemecku bol, podobne ako v iných krajinách, objem úverov v období pred krízou nad odhadovanými hodnotami, vo Francúzsku sa objem úverov držal pod rovnovážnymi hodnotami. S príchodom krízy objem úverov vo Francúzsku prekročil odhadované hodnoty, pričom objem úverov v Nemecku práve naopak klesol pod hodnoty odhadov. Navyše, v prípade Francúzska odhady pomocou FMOLS a DMOLS dávajú mierne odlišné výsledky.



Graf 15: Porovnanie reálneho a odhadovaného objemu úverov na Slovensku

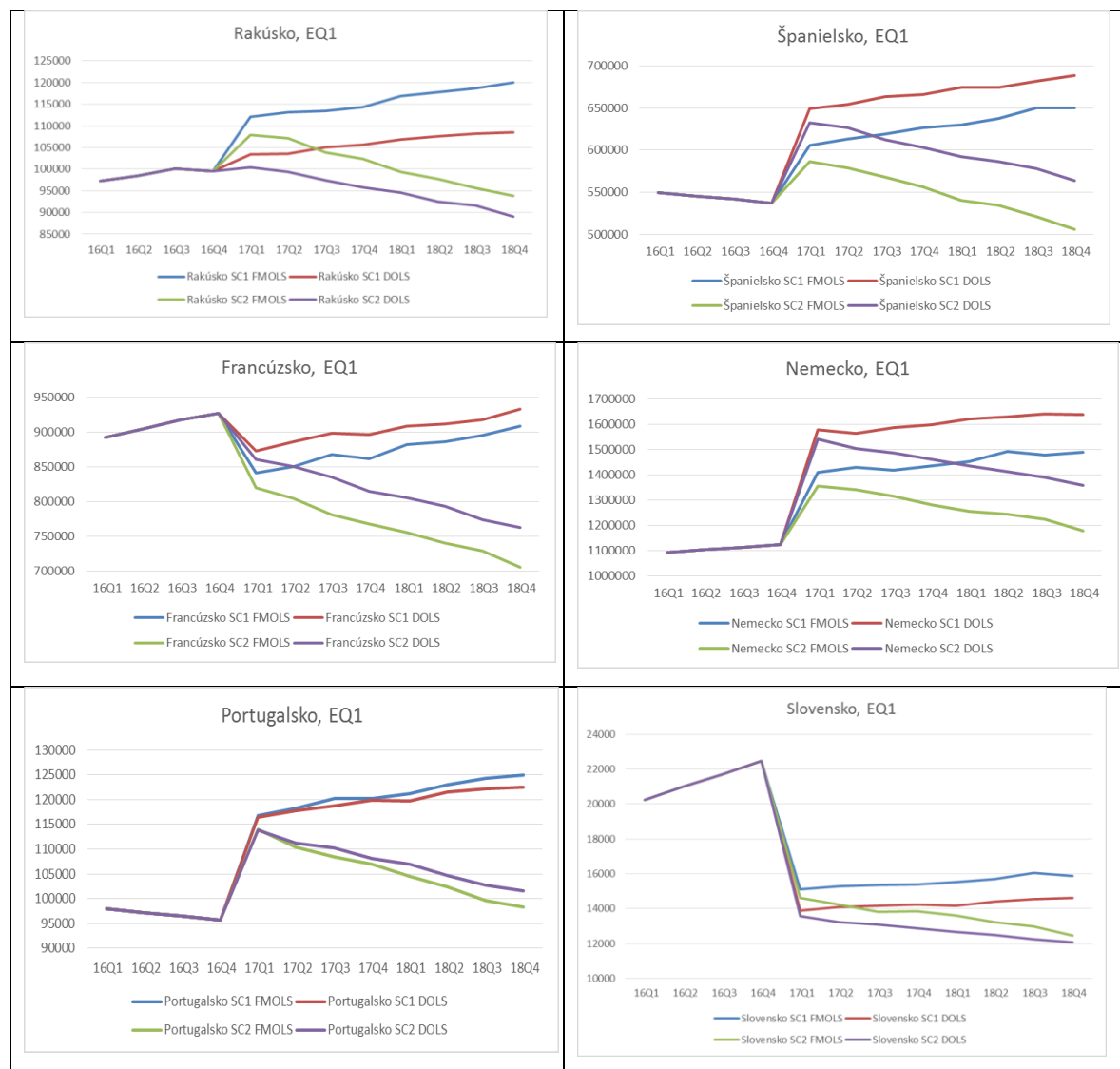
Porovnaním reálnych a odhadovaných hodnôt objemu úverov na Slovensku vidíme, že tak ako sme predpokladali, počiatočné hodnoty boli nižšie ako rovnovážny stav. Rastúci trend objemu úverov ďalej zotrval, a v súčasnosti modely napovedajú, že objem úverov na Slovensku sa nachádza nad očakávanými hodnotami. Slovensko bolo zahrnuté iba v odhade vysvetľovanom cez vývoj cien nehnuteľností a úrokových sadzieb k úverom na bývanie. Vidíme, že FMOLS a DOLS odhady pre túto rovnicu sa mierne líšia, pričom FMOLS predpokladá, že reálny rast objemu úverov je oproti rovnovážnemu stavu rýchlejší. DOLS takisto poukazuje na prvotné hodnoty úverov pod rovnovážnymi hodnotami, no očakávané hodnoty objemu úverov sú podľa tohto modelu relatívne blízko reálnych hodnôt objemu úverov. Na konci sledovaného obdobia je možné pozorovať nárast rovnovážneho objemu v prípade metódy DOLS až mierne nad očakávanú hodnotu. Tento nárast je pravdepodobne následkom rastu cien nehnuteľností na Slovensku aj poklesu úrokových sadzieb.

4.5 Analýza citlivosti

Pre oba modely, v ktorých vplyv exogénnych premenných súhlasí s našimi očakávaniami o ich vplyve na objem úverov, sme sa rozhodli odhadnúť vývoj objemu úverov v krajinách Eurozóny pre obdobie dvoch rokov – od prvého štvrtého štvrtého roku 2017 do štvrtého štvrtého roku 2018. Navrhli sme dva scenáre vývoja vysvetľujúcich premenných v modeloch. V oboch

predpokladáme nezmenené hodnoty úrokových sadzieb na úvery a medzibankovej úrokovej sadzby EURIBOR. V prvom scenári, ozn. SC1, predpokladáme nárast cien rezidenčných nehnuteľností o 5% v každom roku. V druhom, ozn. SC2, predpokladáme naopak pokles cien nehnuteľností o 10% medziročne, každý rok. Ide teda o analýzu citlivosti objemu úverov na zmenu ceny rezidenčných nehnuteľností. Test citlivosti uvádzame iba pre rozdielny vývoj cien nehnuteľností z dôvodu, že takýmto spôsobom je možné lepšie porovnať vývoj objemu úverov aj medzi dvoma použitými modelmi, do ktorých vstupujú rôzne úrokové sadzby.

Odhad budúcich hodnôt pre prvý model vysvetľujúci vývoj objemu úverov cez vývoj cien rezidenčných nehnuteľností a úrokových sadzieb na bývanie, ozn. EQ1 je zobrazený pre vybrané krajiny na grafe č. 16.



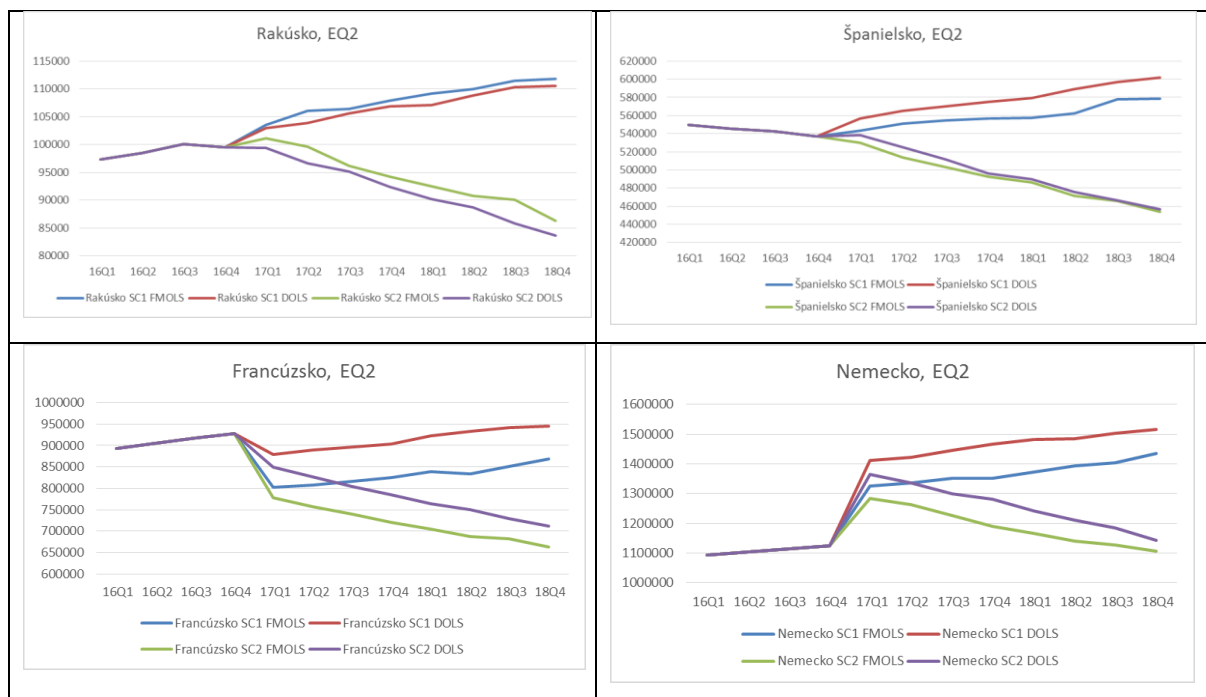
Graf 16: Vývoj odhadnutých hodnôt modelu EQ1 vo vybraných krajinách

Nakoľko ide o odhad budúceho vývoja rovnovážnej hodnoty objemu úverov v závislosti od zvoleného scenára vývoja úrokových sadzieb a ceny nehnuteľností, v prípade krajín, kde sú pomerne vyššie odchýlky medzi aktuálnym objemom úverov a odhadovaným rovnovážnym objemom úverov, je možné pozorovať skok na rovnovážnu úroveň v prvom kvartáli odhadu. Napr. v prípade Nemecka, kde je odhadnutý rovnovážny objem úverov nad aktuálnou hodnotou môžeme pozorovať nárast objemu v prvom kvartáli odhadu, kým v prípade Slovenska, kde aktuálny objem úverov je nad odhadovanou rovnovážnou úrovňou môžeme pozorovať pokles objemu úverov v prvom kvartáli odhadu. Po prvom kvartáli je už vývoj objemu úverov ovplyvnený iba predpokladaným vývojom ceny nehnuteľností a úrokových sadzieb.

Aj keď sú odhady v jednotlivých krajinách pomerne odlišné, naprieč celou Eurozónou môžeme pozorovať spoločný trend rastu objemu úverov v prípade prvého scenára, teda pri rastúcich cenách rezidenčných nehnuteľností. Ak naopak predpokladáme pokles cien rezidenčných nehnuteľností pri konštantných úrokových sadzbách, v jednotlivých krajinách môžeme pozorovať pokles objemu úverov.

V niektorých krajinách, ako napríklad Portugalsko, či Francúzsko sa od seba FMOLS a DOLS odhad výrazne neodlišujú. V krajinách ako Nemecko, či Španielsko sa zase hodnoty objemu úverov v rámci jednotlivých scenárov od seba vzdávajú pomalšie.

Budúce hodnoty odhadnuté pre model EQ2, vysvetľujúci vývoj objemu úverov cez ceny nehnuteľností a medzibankovú úrokovú mieru EURIBOR pre vybrané krajiny môžeme vidieť na grafe č. 17.



Graf 17: Vývoj odhadnutých hodnôt modelu EQ2 vo vybraných krajinách

Aj keď nemôžeme všeobecne určiť, ktorý z FMOLS a DOLS odhadov je vyšší resp. nižší, v niektorých krajinách ako Rakúsko, či Španielsko sú v odhade budúcich hodnôt pre druhý model EQ2 oba z nich relatívne blízko pri sebe.

Tak ako pri prvom modeli, tak aj v prípade druhého modelu môžeme pozorovať všeobecný trend rastu objemu úverov v prípade navyšovania cien nehnuteľností, teda prvého scenára, pričom v prípade druhého scenára, teda poklesu cien rezidenčných nehnuteľností pozorujeme aj pokles objemu úverov v jednotlivých krajinách. Výsledky sú v súlade s našimi očakávaniami.

Vo všeobecnosti je teda možné poukázať na robustný výsledok negatívneho vplyvu poklesu cien nehnuteľností na objem úverov na bývanie v krajinách eurozóny. Tento výsledok je robustný vzhľadom jednak na zvolenú metodiku (FMOLS alebo DMOLS) ako aj vzhľadom na skupinu sledovaných krajín (celá Eurozóna alebo iba vybrané krajiny). Aj keď rozdiel medzi aktuálnou a rovnovážnou úrovňou objemu úverov môže byť odlišný na základe použitej metodiky, čo môže odhady ovplyvniť, trend poklesu objemu úverov pri klesajúcich cenách je spoločný a pomerne podobný.

Záver

Aby mohla Európska centrálna banka čo najviac dopomôcť členským štátom Európskej únie k dlhodobému stabilnému finančnému rozvoju, potrebuje poznať vzťahy medzi vývojom objemu úverov a makroekonomických ukazovateľov. V diplomovej práci sme sa preto zaoberali najmä odhaľovaním dlhodobých vzťahov medzi objemom úverov poskytovaných retailovému sektoru a vybranými faktormi. Zaujímalo nás, či je možné potvrdiť dlhodobý vzťah medzi úvermi na bývanie a vybranými makroekonomickými faktormi, ktorý by platil v krajinách Eurozóny. Vzťahy sme skúmali na vzorke devätnástich krajín Eurozóny v období sedemnástich rokov.

Na základe teoretických poznatkov popísaných v prvých dvoch kapitolách sme v panelových dátach odhalili niekoľko kointegračných vzťahov medzi vývojom objemu úverov a premennými ako medzibanková úroková sadzba EURIBOR, úrokové sadzby na úvery na bývanie, miera nezamestnanosti, miera inflácie a výnosy 10 ročných vládnych dlhopisov. Hľadali sme ich jednak pre všetkých 19 krajín, ale aj pre vybraných 12 rozvinutejších krajín Eurozóny.

Kointegračné rovnice sme odhadli pomocou metód FMOLS a DOLS. V prípade dvoch rovníc vplyv vysvetľujúcich premenných na vývoj objemu úverov vyšiel v súlade s našimi očakávaniami. Pre všetky krajiny Eurozóny je objem úverov v dlhodobom vzťahu s cenami rezidenčných nehnuteľností a úrokovými sadzbami k úverom na bývanie. Do druhého modelu, s robustnými výsledkami na vzorke 12 rozvinutejších krajín Eurozóny, sú opäť zahrnuté ceny rezidenčných nehnuteľností, avšak s medzibankovou úrokovou sadzbou EURIBOR. V modeloch sa nám pre oba odhady FMOLS a DOLS podarilo ukázať kladný vplyv zmeny cien rezidenčných nehnuteľností a záporný vplyv oboch úrokových sadzieb na vývoj objemu úverov.

Metódami FMOLS a DOLS sme ďalej pre jednotlivé modely odhadli rovnovážne stavy objemu úverov a porovnali sme ich s reálnymi hodnotami. Aj keď boli výsledky v jednotlivých krajinách rozmanité, vo väčšine krajín sme mohli pozorovať, že sa reálny objem úverov pre oba modely a oba odhady nachádzal nad rovnovážnou hodnotou v období pred krízou.

Nakoniec sme previedli analýzu citlivosti jednotlivých modelov na zmenu cien rezidenčných nehnuteľností, nakoľko sa vyskytujú v oboch modeloch. Výsledky boli robustné pre obe metódy FMOLS a DOLS a pre všetky prierezové jednotky. Analýza citlivosti preukázala, že vývoj objemu úverov v oboch modeloch rastie v prípade navýšenia cien rezidenčných nehnuteľností, a klesá v prípade ich poklesu, pri konštantných úrokových mierach vystupujúcich v jednotlivých modeloch.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Akter, R., Majumder, A. K.: *Restricted Testing Procedure and Modified Dickey-Fuller Test*, Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences 1(5), (2013), 17 – 20, dostupné na internete (10.5.2017): http://www.isca.in/MATH_SCI/Archive/v1/i5/3.ISCA-RJMSS-2013-037.pdf
- [2] Bispham, F. D.: *Panel Data Cointegrating Regression Estimators – A Cross Country Consumption Study*, Working paper, University of Hull, 2008, dostupné na internete (10.5.2017): http://www.vcharite.univ-mrs.fr/colloques/2008/davidson_2008/Papiers/Bispham.pdf
- [3] Borenstein, M. a kol.: *Introduction to Meta-Analysis*, first edition, A John Wiley and Sons, 2009
- [4] Brockwell, P. J., Davis R. A.: *Introduction to Time Series and Forecasting*, second edition, Springer, 2002
- [5] Databáza Eurostat, dostupné na internete (10.5.2017): <http://ec.europa.eu/eurostat>
- [6] Dwyer, G. P.: *The Johansen Tests for Cointegration*, Working paper, 2015, dostupné na internete (10.5.2017): <http://www.jerrydwyer.com/pdf/Clemson/Cointegration.pdf>
- [7] Enders, W.: *Applied econometric time series*, first edition, John Wiley & sons, inc., Iowa State University, 1995
- [8] *Factors affecting lending to the private sector and the short-term outlook for money and loan dynamics*, ECB, Monthly Bulletin, April 2012, dostupné na internete (10.5.2017): https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/mb201204_focus02.en.pdf
- [9] Gašková, I.: *Analýza faktorov ovplyvňujúcich rast retailových úverov v krajinách eurozóny*, bakalárska práca, FMFI UK, Bratislava, 2015

- [10] Gerlach, S., Peng, W.: *Bank lending and property prices in Hong Kong*, Journal of Banking & Finance 29, (2005), 461 – 481, dostupné na internete (10.05.2017): http://ac.els-cdn.com/S0378426604000445/1-s2.0-S0378426604000445-main.pdf?_tid=939f2ed6-0301-11e5-b959-00000aacb35f&acdnat=1432574281_4bc8b81fa3f87acfd92732bfc8f8c444
- [11] Hajnovič, F., Klacso, J.: *Úrokové sadzby na dlhodobé úvery na bývanie: zmeny a vplyv konkurencie a cien nehnuteľností*, Biatec 7 (2011), 2 - 7
- [12] Hoang, N. T., Mcnown, R. F.: *Panel Data Unit Roots Tests Using Various Estimation Methods*, Working paper, Department of Economics – University of Colorado at Boulder, Colorado, dostupné na internete (10.5.2017) : <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.566.1129&rep=rep1&type=pdf>
- [13] Hofmann, B.: *Bank Lending and Property Prices: Some International Evidence*, HKIMR Working Paper No.22, Hong Kong Institute for Monetary Research, Hong Kong, 2003. Dostupné na internete (10. 5. 2017): http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1009079
- [14] Hofmann, B.: *The determinants of private sector credit in industrialised countries: do property prices matter?*, BIS Working Paper No.108, Bank for International Settlements, Basel, 2001. Dostupné na internete (10. 5. 2017): <http://www.bis.org/publ/work108.pdf>
- [15] Hsiao, Ch.: *Panel Data Analysis – Advantages and Challenges*, Working paper WISEWP0602, The Wang Yanan Institute for Studies in Economics, Xiamen University, China, 2006, dostupné na internete (10.5.2017): <http://121.192.176.75/repec/upload/20061220211567055475115776.pdf>
- [16] Hurlin, Ch., Mignon, V.: *Second Generation Panel Unit Root Tests*, Working paper, University of Orléans, 2006, dostupné na internete (10.5.2017): https://hal.inria.fr/file/index/docid/159842/filename/UnitRoot_Ev5.pdf

- [17] Kao, Ch.: *Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data*, Journal of Econometrics 90 (1999), 1 – 44, dostupné na internete (10.5.2017): <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304407698000232>
- [18] Karaman, D. D.: *Comparison of Panel Cointegration Tests*, Working paper, Humboldt University Berlin, Berlin, 2004, dostupné na internete (10.5.2017): <http://www.fe.ualg.pt/conf/urct/prog/ps1/p1019.pdf>
- [19] Karaman, D. D.: *Essays on Panel Cointegration Testing*, dizertačná práca, Humboldt University Berlin, 2009, dostupné na internete (10.5.2017): <http://edoc.hu-berlin.de/dissertationen/karaman-oersal-deniz-dilan-2009-02-04/PDF/karaman-oersal.pdf>
- [20] Kiss, G., Nagy, M., Vonnák, B.: *Credit Growth in Central and Eastern Europe: Trend, Cycle or Boom*, Magyar Nemzeti Bank, Budapest, 2006. Dostupné na internete (10.5.2017): <http://www.english.mnb.hu>
- [21] Macprudential Bulletin 1 (2016), ECB, dostupné na internete (10.5.2017): <http://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/ecbmpbu201603.en.pdf?f584ec27e20fd378bdca2d6f68d5d7b9>
- [22] Maddala, G. S., Wu, S.: *A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, special issue (1999), 631 - 652
- [23] *More Time Series Analysis*, Econometric methods, ECON 370, dostupné na internete (10.5.2017): <http://people.stfx.ca/tleo/econ370term2lec6.pdf>
- [24] Morshed, H. A. S.: *A Panel Cointegration Analysis of the Euro area money demand*, diplomová práca, Lund University, 2010, dostupné na internete (10.5.2017): <https://lup.lub.lu.se/luur/download?func=downloadFile&recordId=1712211&fileId=1712243>

- [25] Nell, Ch., Zimmermann, S.: *Summary based on Chapter 12 of Baltagi: Panel Unit Root Tests*, University of Vienna, 2011, dostupné na internete (10.5.2017): http://homepage.univie.ac.at/robert.kunst/pan2011_pres_nell.pdf
- [26] *Obmedzenia Engle – Granger testu*, dostupné na internete (10.5.2017): <https://www.mathworks.com/examples/econometrics/mw/econ-ex43283472-limitations-of-the-enge-granger-test>
- [27] Panel Cointegration Testing: *Performing Panel Cointegration Tests In EViews*, dostupné na internete (10.5.2017): http://www.eviews.com/help/helpintro.html#page/content/coint-Panel_Cointegration_Testing.html#ww191766
- [28] Panel Unit Root Testing: *Performing Panel Unit Root Tests In EViews*, dostupné na internete (10.5.2017): http://www.eviews.com/help/helpintro.html#page/content/advtimeser-Panel_Unit_Root_Testing.html
- [29] Pesaran, M. H.: *On the Interpretation of Panel Unit Root Tests*, Working paper, University of Cambridge and USC, 2011, dostupné na internete (10.5.2017): <https://pdfs.semanticscholar.org/cc0e/bea2b1923b502555e3facb041f21f8c220c4.pdf>
- [30] Ramirez, M. D.: *A Panel Unit Root and Panel Cointegration Test of the Complementarity Hypothesis in the Mexican Case, 1960 – 2001*, center discussion paper no. 942, Yale University, 2006, dostupné na internete (10.5.2017): http://aida.wss.yale.edu/growth_pdf/cdp942.pdf
- [31] Repková, M.: *Modelovanie trhu úverov nefinančným spoločnostiam*, diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2011
- [32] Shumway, R. H., Stoffer, D. S.: *Time Series Analysis and Applications Using the R Statistical Package*, Free dog publishing, Pittsburgh, 2016, dostupné na internete (10.5.2017): <http://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa4/tsaEZ.pdf>

- [33] Statistical Data Warehouse, dostupné na internete (10.5.2017): <http://sdw.ecb.europa.eu/>
- [34] Testy kointegrácie využívajúce Engle – Granger dvojkrokovú metódu, dostupné na internete (10.5.2017): <https://stats.stackexchange.com/questions/130660/test-for-cointegration-between-two-time-series-using-engle-granger-two-step-meth>
- [35] Torres – Reyna, O.: *Panel Data Analysis Fixed and Random Effects using Stata*, učebný materiál, Princeton University, 2007
- [36] *Unit root tests with panel data*, dostupné na internete (10.5.2017): <http://cemood.people.wm.edu/panelur.pdf>
- [37] Všeobecné zásady postupu bánk v prípade problémových úverov, ECB, 2017, dostupné na internete (10.5.2017): https://www.bankingsupervision.europa.eu/ecb/pub/pdf/guidance_on_npl.sk.pdf
- [38] Wongkhae, K. a kol.: Does price matter? The FMOLS and DOLS estimation of industrial countries tourists outbound to four ASEAN countries, *The Empirical Econometrics and Quantitative Economics Letters* 1 (2012), 107 – 128, dostupné na internete (10.5.2017): http://www.jyoungeconomist.com/images/stories/EEQEL_V1_N4_December_2012_pp_107_128_Wongkhae_et_al.pdf
- [39] Zoznam štátov podľa počtu obyvateľov, Wikipédia, dostupné na internete (10.5.2017): https://sk.wikipedia.org/wiki/Zoznam_%C5%A1t%C3%A1tov_pod%C4%BEa_po%C4%8Dtu_obyvate%C4%BEov