

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



INVERZNÉ ÚLOHY V MATEMATICKÝCH
MODELOCH DOPRAVY

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2018

Bc. Lucia Maršallová

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

INVERZNÉ ÚLOHY V MATEMATICKÝCH MODELOCH DOPRAVY

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: 1114 Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Školiteľ: doc. Mgr. Richard Kollár, PhD.

Bratislava, 2018

Bc. Lucia Maršallová



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Lucia Maršallová
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Inverzné úlohy v matematických modeloch dopravy.
Inverse problems in mathematical models of traffic.

Cieľ: Cieľom práce je riešiť inverzné úlohy v matematických modeloch dopravy, akým je napríklad určenie približnej vzdialenosti obmedzenia počtu pruhov pred vozidlom z pohybu vozidiel v jeho okolí. Analyzovať sa budú deterministické aj stochastické modely. Práca vyžaduje schopnosť pracovať s diferenciálnymi a diferenčnými rovnicami a prevádzať numerické simulácie. Potrebná je aj práca s odbornou matematickou literatúrou v anglickom jazyku.

Vedúci: doc. Mgr. Richard Kollár, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 26.01.2017

Dátum schválenia: 27.01.2017
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Podakovanie: Touto cestou by som sa chcela poďakovať môjmu vedúcemu diplomovej práce doc. Mgr. Richardovi Kollárovi, PhD. za jeho pomoc, ochotu, múdre rady a kontrolu môjho textu. Tiež ďakujem mojim spolužiakom a blízkym za morálnu podporu a povzbudzovanie počas tvorenia práce.

Abstrakt

MARŠALLOVÁ, Lucia: Inverzné úlohy v matematických modeloch dopravy [Diplová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. Mgr. Richard Kollár, PhD., Bratislava, 2018, 74s

V prvej časti tejto práce sa budeme venovať zostaveniu mikroskopického dopravného modelu, ktorý bude založený na predpoklade, že vodiči reagujú na správanie predchádzajúceho auta (prípadne viacerých) a podľa ich vzájomnej vzdialenosti upravujú svoju rýchlosť na nejakú predpísanú bezpečnú rýchlosť. Bude to teda takzvaný „car-following“ model. Správanie dopravného toku budeme modelovať pomocou sústavy diferenciálnych rovníc popisujúcich jednotlivé autá, a to konkrétne ich zrýchlenie. Od základného jednoduchého modelu sa úpravami prepracujeme k relatívne realistickému modelu, s ktorým potom budeme ďalej pracovať. Zakomponujeme doňho prekážku v podobe obmedzenia rýchlosti na úseku cesty, ktoré bude spôsobovať zhustenia dopravného toku a dopravné zápchy a pomocou takéhoto modelu s prekážkou vygenerujeme sadu dopravných situácií. V ďalšej časti budeme tieto dáta analyzovať za účelom nájdenia odpovede na otázku, či je možné na základe pozorovania bezprostredného okolia jedného auta približne odhadnúť, ako ďaleko sa toto auto nachádza od prekážky, ktorá je niekde na ceste pred ním. Budeme si z dopravného toku náhodne vyberať autá, ktoré budeme sledovať a zhromaždíme údaje o ich vzdialenosti do obmedzenia, zmenách ich rýchlosti, zrýchlení a o rozdieli rýchlostí s predchádzajúcim autom. Pomocou lineárnej regresie budeme skúmať, či sa v týchto dátach nachádzajú informácie, ktoré by nám mohli napovedať o vzdialenosti daného vozidla do prekážky pred ním. Na záver vysvetlíme výsledky našich pokusov a zhodnotíme, že lineárne modely, ktoré sme skúsili použiť na popísanie závislostí nevystihovali dáta veľmi presne a bolo by pravdepodobne lepšie vyskúšať použiť iný druh štatistického modelu. Lineárnou regresiou sa nám podarilo približne odhadovať len vzdialenosť do dopravnej zápchy pred obmedzením, no vzdialenosť do hranice samotného obmedzenia modely určiť nezvládali a to hlavne pri menších vzdialenostiach, keď sa už vozidlo nachádzalo v zápchke pred ním.

Kľúčové slová: dopravný model, dynamický systém, prekážka, vzdialenosť do obmedzenia, dopravná záпча, lineárny model

Abstract

MARŠALLOVÁ, Lucia: Inverse problems in mathematical models of traffic [Master Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. Mgr. Richard Kollár, PhD., Bratislava, 2018, 74p.

In the first part of the thesis we will focus on the construction of a microscopic traffic model, which will be based on the assumption, that drivers react to the behavior of the preceding vehicle (or more of them) and they adjust their velocity to a legal one according to the distance between them. It will thus be a car-following model. We will model the behavior of the traffic flow using a system of differential equations describing individual vehicles, or more precisely their acceleration. Then we will modify the basic simple model to get a relatively realistic model that we will later use for further analysis. We will incorporate an obstacle – a speed restriction on a section of the road – causing the traffic flow to slow down and resulting in traffic jams and then we will use this “obstacle-model” to generate a set of traffic situations. In the next part we will analyze the data obtained from the model and try to answer the question, if it is possible to estimate the distance of a specific car to an obstacle somewhere in front of it only by observing it’s immediate surroundings. So we will randomly pick vehicles from the traffic flow and gather the data about their distance to the restriction, velocity, acceleration and their speed compared to the speed of the preceding vehicle. Using linear regression we will investigate if there is an information in the data that might indicate the car’s distance to the obstacle. In the end we will explain the results of our experiments and conclude that the linear models we tried to use to describe the relations didn’t fit the data precisely enough and we will recommend to use a different type of statistical models. Using linear regression we only succeeded in roughly estimating the distance to the traffic jam formed in front of the restriction but the distance to the restriction itself was too difficult for the models to assess, especially if the distance was small and the vehicle was already inside of the traffic jam wave.

Keywords: traffic model, dynamical system, obstacle, distance to a restriction, traffic jam, linear model

Obsah

Úvod	19
1 Zostavenie mikroskopického modelu dopravy	21
1.1 Základný model	21
1.2 Zreálnenie modelu	24
1.2.1 Rôzna reakčná citlivosť vodičov	24
1.2.2 Reakcie na viacero predchádzajúcich vozidiel	25
1.2.3 Prekážka	28
1.2.4 Zohľadnenie dĺžky a veľkosti vozidiel	32
1.3 Finálny tvar modelu	35
2 Generovanie dát a ich analýza	45
2.1 Lineárna regresia na dátach	47
2.2 Lineárna regresia s Fouriérovou transformáciou	51
2.3 Vzdialenosť do začiatku zápchy	53
2.4 Testovanie po zhustení dopravného toku	57
Záver	63
Príloha	69
1 Základný model	69
2 Inicializácia modelu a nastavenie parametrov	69
3 Funkcia použitá vo Finálnom modeli s obmedzením rýchlosti	71
4 Generovanie dát pomocou Finálneho modelu s obmedzením rýchlosti	72

Zoznam obrázkov

1.1	Základná funkcia V	22
1.2	Výstup prvej simulácie	24
1.3	Výstup prvej simulácie s hustou dopravou	25
1.4	Výstup po pridaní rôznej reakčnej citlivosti	26
1.5	Výstup po pridaní matice reakčnej citlivosti A	27
1.6	Výstup po pridaní prekážky	28
1.7	Funkcie V , V_2 a V_3	30
1.8	Výstup po zmene V na V_2	31
1.9	Nedostatočné brzdenie.	31
1.10	Explicitne nastavené prudké brzdenie.	32
1.11	Odhadnuté rozdelenie dĺžky áut.	35
1.12	Odstránenie cúvania.	36
1.13	Výsledok po prvom použití „eventovej“ funkcie	38
1.14	Kolízie po prvom použití „eventovej“ funkcie	39
1.15	Finálne funkcie V	39
1.16	Zhladenie brzdienia	40
1.17	Zobrazenie prerušovania eventami	41
1.18	Porovnanie výsledkov pri $m = 1$	41
1.19	Porovnanie výsledkov pri $m = 3$	42
1.20	Porovnanie výsledkov pri prispôsobivom m	42
1.21	Porovnanie výsledkov pri menšej maximálnej rýchlosti	43
1.22	Porovnanie výsledkov pri väčšej maximálnej rýchlosti	43
2.1	Výber jedného vozidla	45
2.2	Závislosť rýchlosti a Δx	46
2.3	Rozdielnosť zrýchlenia a rozdielu rýchlostí vozidiel	47
2.4	Vizualizácia analyzovaných dát	49
2.5	Testovanie lineárnych modelov model-33 a model-3.	50
2.6	Testovanie lineárneho modelu model-33-1vzorka.	50
2.7	Vysvetlenie hranice 200 metrov	51

2.8	Dáta po Fourierovej transformácii	52
2.9	Vybrané údaje z transformovaných funkcií pre regresiu.	53
2.10	Testovanie lineárneho modelu s fft.	54
2.11	Hľadanie bodu prechodu do zápchy pred obmedzením.	55
2.12	Testovanie lineárneho modelu model-zápcha-10 a model-zápcha-30. . .	56
2.13	Testovanie lineárneho modelu model-zápcha-30.	56
2.14	Testovanie lineárneho modelu model-fft-zápcha.	57
2.15	Nový tvar funkcií V.	58
2.16	Jedna zo simulácií Druhou verziou finálneho modelu.	59
2.17	Testovanie lineárnych modelov model-zápcha-50-ver2 a model-zápcha- 70-ver2.	60
2.18	Testovanie lineárneho modelu model-zápcha-70-ver2.	60
2.19	Testovanie lineárneho modelu model-zápcha-fft-ver2.	61

Úvod

Modelovaniu dopravy sa už niekoľko desaťročí venuje značná pozornosť. Pri modelovaní sa sleduje dopravný tok a snáď najzaujímavejšou témou vrámci tejto problematiky je fenomén vytvárania dopravných zápch. Porozumenie tomu, ako tieto zápchy vznikajú a ako sa ďalej šíria, je dobrým základom pre praktické riešenia dopravy, ktoré umožňujú plynulý tok premávky a minimalizujú množstvo zápch. Dopravné modely sa delia na dve hlavné principiálne rozličné skupiny, ktorými sú makroskopické a mikroskopické modely. Makroskopické vnímajú dopravný tok podobne ako tok kvapaliny a nezameriavajú sa na konkrétne vozidlá formujúce premávku, zatiaľčo mikroskopické modelujú dopravu na úrovni jednotlivých vozidiel, čo nabralo na popularite s rozširujúcimi sa výpočtovými možnosťami. V tejto práci sa budeme tiež zaoberať práve mikroskopickými modelmi, pretože našim zámerom bude sledovať situáciu na ceste z pohľadu jedného konkrétneho auta. Keďže modely zvyčajne považujú dopravnú situáciu za systém vozidiel, ktoré na seba vzájomne reagujú, dalo by sa povedať, že sledujú dopravu akoby z vtácej perspektívy. Inak povedané, v každom časovom okamihu vidia rozloženie všetkých vozidiel na sledovanom úseku. My sa však budeme snažiť na dopravu pozrieť z iného uhla a to spoza volantú jedného z pozorovaných áut, ktoré má, prirodzene, informácie len o svojom bezprostrednom okolí a nevidí, čo sa deje na ceste v diaľke pred ním. Okrajovo sa budeme venovať aj problému, ktorý som už spomenula - dopravným zápcham - no konkrétnejšie tomu, čo ich spôsobuje, teda prekážke na ceste, a tomu, aký dopad má prekážka na plynutie dopravného toku na úseku pred ňou. Cieľom tejto práce bude zistiť, či je možné bez poznania komplexného stavu na vozovke zodpovedať otázku, ktorú si všetci často kladieme sediac v aute zaseknutí v zápche: „Čo sa tam vpredu stalo a ako ďaleko predom mnou je ten problém?“. Za týmto účelom zostavíme mikroskopický model dopravy, ktorý použijeme na vygenerovanie niekoľkých sád náhodných dát a tieto dáta následne zanalyzujeme. Budeme sa v nich snažiť nájsť nejaké znaky, na základe ktorých by sme vedeli určiť približnú vzdialenosť vozidla od prekážky, ktorou bude v našom prípade obmedzenie maximálnej rýchlosti na nejakom úseku. Primárne budeme sledovať výkyvy rýchlosti samotného pozorovaného vozidla, jeho zrýchlenie a rozdiel jeho rýchlosti a rýchlosti predchádzajúceho vozidla. V prípade, že by sa nám podarilo nájsť spôsob, akým určiť približnú vzdialenosť do prekážky na

ceste len na základe týchto údajov, mohla by sa takáto metóda využiť napríklad pri navigácii v situáciách, v ktorých by sa nedal použiť GPS systém.

V prvej časti práce zostavíme jednoduchý mikroskopický model. Ten potom čo najviac zrealizujeme a taktiež doňho zapracujeme prekážku, ktorá bude spôsobovať zhustovanie dopravného toku a tesne pred ňou aj dopravnú zápchu. V druhej časti použijeme dáta vygenerované týmto modelom a pomocou lineárnej regresie vyhodnotíme, či nám údaje o správaní dopravného toku v okolí konkrétneho vozidla prezradia niečo o jeho vzdialenosti do vytvorenej prekážky alebo túto informáciu z dát nie sme schopní vyčítať. Budeme teda hľadať nejaký lineárny vzťah. Na záver popíšeme výsledky nášho skúmania a zhodnotíme, či sa nám podarilo nájsť nejaké zaujímavé závislosti a tiež navrhujeme ďalšie možnosti skúmania tohto prístupu k modelovaniu dopravy.

Kapitola 1

Zostavenie mikroskopického modelu dopravy

1.1 Základný model

Za základ nášho modelovania sme si zvolili jednoduchý model použitý aj v [1], ktorý patrí do kategórie takzvaných „car-following“ modelov. Týmto typom modelov sa medzi prvými zaoberal Pipes v [3] už v roku 1953 a založené sú na predpoklade, že vodiči dodržiavajú medzi sebou bezpečnú jazdnú vzdialenosť. Náš model uvažuje vozidlá pohybujúce sa po uzavretom okruhu v jednom pruhu, takže žiadne predbiehanie tu nie je možné. Tiež predpokladá, že všetci vodiči v premávke reagujú na správanie vozidla pred nimi a zároveň sa správajú podľa predpisov, čo v kontexte tohto základného modelu znamená, dodržiavajú maximálnu povolenú rýchlosť. Tieto reakcie vodičov sa potom v matematickom ponímaní prejavujú ako ich zrýchlenie (resp. brzdenie, ak sa jedná o záporné zrýchlenie). Dynamický systém vozidiel na ceste je preto charakterizovaný sústavou navzájom previazaných diferenciálnych rovníc druhého rádu, kde jedna rovnica popisuje zrýchlenie jedného vozidla. Definujme si teraz základné premenné, ktoré tento model používa. Budeme uvažovať N vozidiel jazdiacich po okruhu dĺžky L , čo znamená, že $(N + 1)$ -vé vozidlo je to isté, ako prvé. Vodič každého vozidla má konštantnú reakčnú citlivosť na predchádzajúce auto, ktorú budeme označovať a a pozícia n -tého vozidla na okruhu bude označená x_n - jeho rýchlosť teda bude prvá derivácia pozície $\dot{x}_n$ a zrýchlenie druhá derivácia $\ddot{x}_n$. Rovnica pre n -té vozidlo potom bude vyzerat nasledovne:

$$\ddot{x}_n = a\{V(\Delta x_n) - \dot{x}_n\}, \quad (1.1)$$

kde $\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$ pre $n = 1, 2, \dots, N$. Funkcia $V(\Delta x_n)$ nám pri tom popisuje

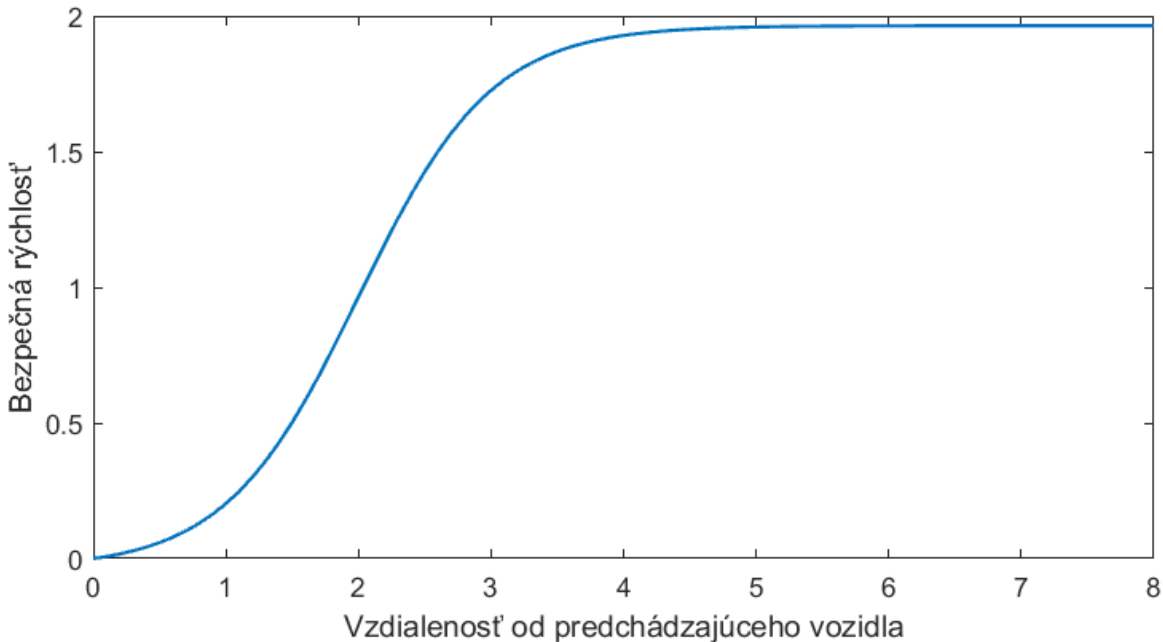
takzvanú predpisovú rýchlosť, ktorou by vozidlo malo ísť pri danej vzdialenosti od predchádzajúceho vozidla a maximálnej povolenej rýchlosti na úseku. Musí to preto byť funkcia závislá od vzdialenosti Δx_n , ktorá nadobúda veľmi malé nezáporné hodnoty v prípade, že vzdialenosť od predchádzajúceho vozidla je malá, aby sa predišlo ich zrážke a zároveň nadobúda väčšie hodnoty, ak má vozidlo pred sebou voľnú cestu, no nikdy neprekračuje maximálnu rýchlosť. Matematicky povedané, funkcia V musí mať tieto vlastnosti:

- monotónne rastúca
- zhora ohraničená hodnotou $V^{max} = V(\Delta x_n \rightarrow \infty)$
- zdola ohraničená nulou, keďže cúvanie tiež nie je prípustné

Pri našich prvých pokusoch sme konkrétne použili funkciu

$$V(\Delta x_n) = \tanh(\Delta x_n - 2) + \tanh(2), \quad (1.2)$$

ktorá tieto vlastnosti spĺňa a v [1] ju uvádzajú ako realistickú vďaka jej vhodnému tvaru. Má priebeh ako na Obrázku 1.1. Vidíme na ňom, že ak je vzdialenosť medzi vozidlami blízka nule, aj hodnota funkcie sa blíži nule a naopak, pre veľké vzdialenosti a vzdialenosť idúcu do nekonečna sa asymptoticky blíži hodnote $V^{max} = 2$. Vodiči v našom modeli sa teda snažia prispôbiť svojou jazdou tejto bezpečnej funkcii.



Obr. 1.1: Tvar realistickej funkcie $V(\Delta x_n) = \tanh(\Delta x_n - 2) + \tanh(2)$ z článku [1].

Keďže výpočty sme robili v softvéri Matlab pomocou funkcie `ode45` a tá vie počítat len s diferenciálnymi rovnicami prvého rádu, museli sme si najprv rovnicu systému

prerobiť na tvar:

$$\dot{x}_n = z_n, \quad (1.3)$$

$$\dot{z}_n = a\{V(\Delta x_n) - z_n\} \quad (1.4)$$

a následne sme mohli začať so simuláciami. Pre prvú sme si zvolili nasledovné parametre:

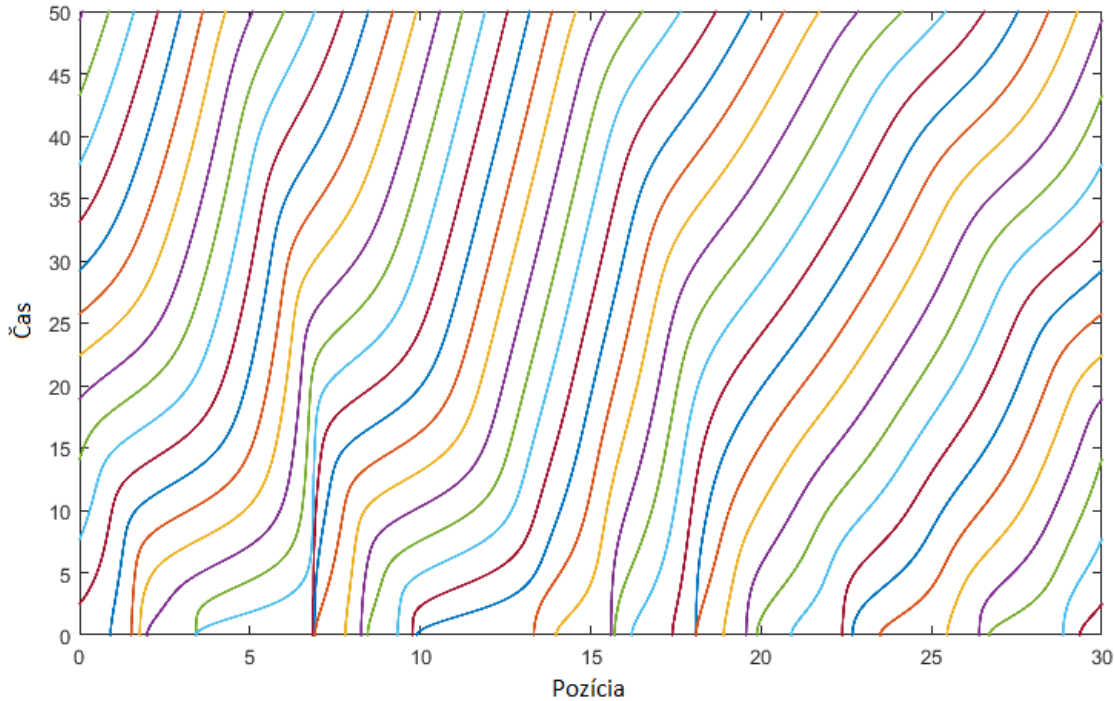
- $L = 30$
- $N = 35$
- $a = 0.9$

a vozidlá v čase $t = 0$ sme náhodne rozmiestnili po okruhu s malou počiatočnou rýchlosťou. Výstupom tohto jednoduchého modelu je graf na Obrázku 1.2, kde každá krivka symbolizuje postup jedného vozidla po okruhu v čase $t = 0$ až $t = 50$. Môžeme tu dobre pozorovať reakcie vodičov na správanie vozidla pred nimi. Napríklad vozidlo s indexom $n = 5$ začínalo veľmi blízko za vozidlom $n = 6$, takže najprv chvíľu stálo a keď sa vozidlo $n = 6$ dostatočne vzdialilo (keďže malo pred sebou relatívne veľa voľného priestoru), pomaly sa rozbehlo. Vozidlo $n = 6$ zatiaľ nabralo vysokú rýchlosť, no čoskoro narazilo na zápchu, ktorú vytvorili pomaly sa rozbiehajúce vozidlá pred ním, až nakoniec muselo zastaviť a počkať, kým sa premávka pred ním pohla.

Vidíme, že keď zvolíme za parametre L a N malé čísla, dostaneme krátky okruh s relatívne malým počtom vozidiel a dá sa tak dobre sledovať správanie jednotlivých vodičov. Ak však zvolíme dlhší okruh s hustejšou premávkou, lepšie uvidíme správanie celého dopravného systému vrátane vytvárania dopravných zápch, tak ako to môžeme vidieť na Obrázku 1.3, kde sme zvolili parametre:

- $L = 200$
- $N = 100$
- $a = 0.9$

V tomto grafe už jasne vidieť formovanie zhustených úsekov dopravných zápch, ktoré sa posúvajú v protismere dopravného toku.



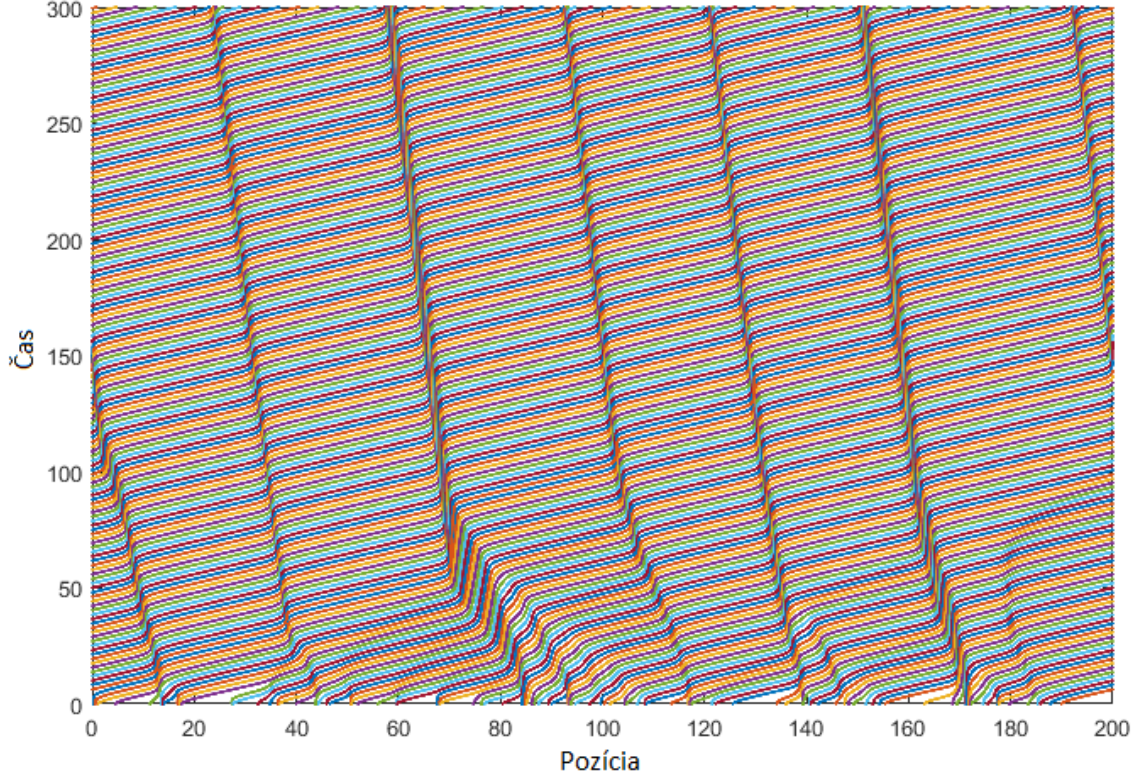
Obr. 1.2: Prvý výstup z jednoduchého modelu s parametrami $L = 30$, $N = 35$, $a = 0.9$.

1.2 Zreálnenie modelu

Základný model nám dal pekné teoretické výsledky a bol dobrým nástrojom na pochopenie fungovania „car-following“ modelov, no aby sme mohli robiť závery o aspoň trochu reálnej doprave, je potrebné do tohto modelu pridať viac parametrov, ktoré budú výstižnejšie popisovať skutočnú situáciu na cestách. Urobili sme preto nasledovné vylepšenia, ktoré mali za účel hlavne urobiť náš model viac náhodným a neusporiadaným, čo by sa mohlo viac podobáť realite na cestách: vodičom sme náhodne priradili rôznu reakčnú citlivosť alebo inak povedané schopnosť reagovať na dianie na ceste (túto úpravu navrhovali aj autori v závere článku [1], no viac sa jej tu nevenovali) a tiež sme upravili, na koľko vozidiel pred nimi sú schopní reagovať; nastavili sme im ich subjektívne bezpečné rýchlosti podľa toho, či sa jedná o opatrného alebo riskantného vodiča; vozidlám sme dali rozdielne dĺžky a rozdelili sme ich do 4 kategórií podľa ich veľkosti, čo ovplyvnilo, koľko vozidiel dopredu je vodič za nimi schopný vnímať. Poďme sa teda pozrieť konkrétne na jednotlivé zmeny, ktoré sme v modeli urobili.

1.2.1 Rôzna reakčná citlivosť vodičov

V prvom rade sme zrušili predpoklad o tom, že reakčná citlivosť vodičov na vozidlo pred nimi je konštanta a , keďže nie je reálne, aby všetci vodiči boli pri šoférovaní rovnako pozorní. Nájdú sa medzi nimi extrémne opatrní, ale zároveň aj nepozorní vodiči, prípadne vodiči, ktorí vedú rýchlo reagovať alebo naopak majú pomalšie reflexy.



Obr. 1.3: Prvý výstup z jednoduchého modelu s hustou dopravou s parametrami $L = 200$, $N = 100$, $a = 0.9$ s 300 časovými krokmi.

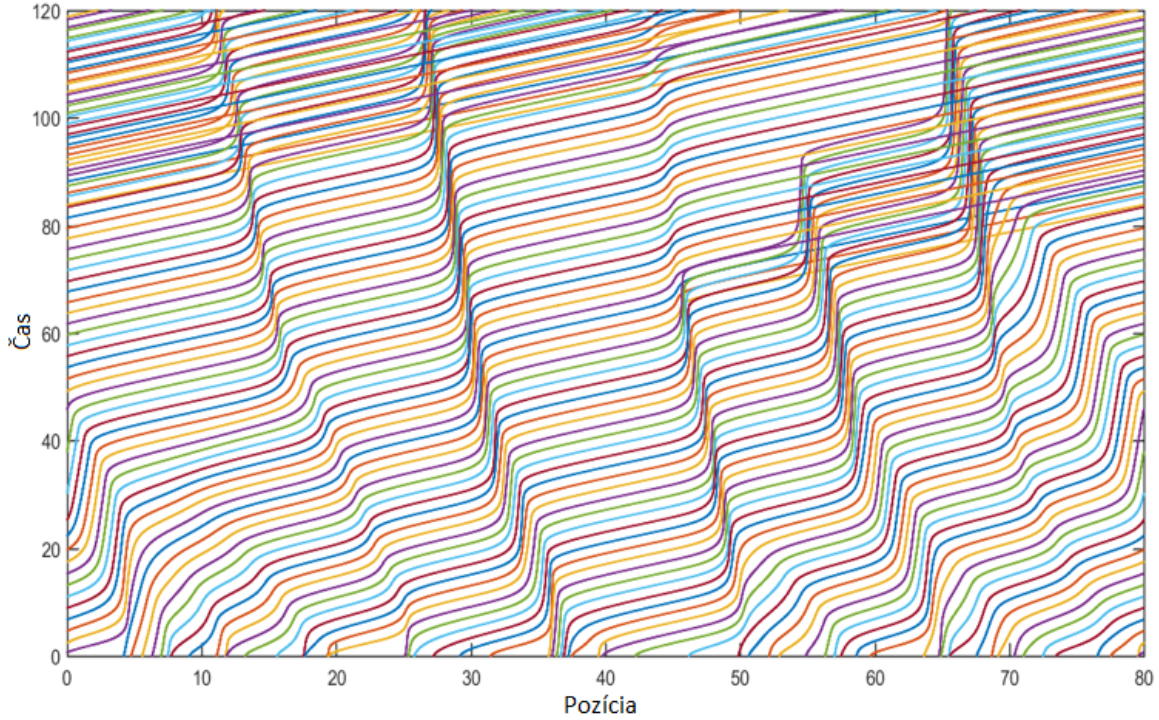
Konštantu a sme preto vymenili za vektor $\vec{a}$, v ktorom každý prvok zodpovedá citlivosti jedného z vodičov a dynamická rovnica sa jemne zmenila na

$$\ddot{x}_n = a_n \{V(\Delta x_n) - \dot{x}_n\}. \quad (1.5)$$

Jednotlivé reakčné citlivosti sme generovali z rovnomerného rozdelenia v intervale 0.78 až 1.

1.2.2 Reakcie na viacero predchádzajúcich vozidiel

Ďalším krokom bolo zohľadniť, že vodiči zvyčajne sledujú premávku aj ďalej pred sebou než len po prvé auto pred nimi. Preto sme do modelu pridali možnosť zadať parameter m , ktorý určuje, na koľko prechádzajúcich vozidiel budú vodiči reagovať. Následne bolo však treba upraviť aj parametre reakčnej citlivosti vo vektore $\vec{a}$. Konkrétne bolo treba priradiť vodičom citlivosť aj na ostatné autá ďalej pred nimi a tak sa vektor $\vec{a}$ pretransformoval na maticu A s rozmermi $N \times m$, ktorá v každom riadku obsahovala citlivosti jedného vodiča na m vozidiel pred ním. Logicky, hodnoty sme zvolili tak, aby citlivosť na pohyb prvého predchádzajúceho vozidla bola najvyššia a postupne sa znižovala so zvyšujúcou sa vzdialenosťou od sledovaného vozidla. Takýto typ „car-following“ modelu popisuje aj článok [2] a rovnica dynamického systému je v takomto



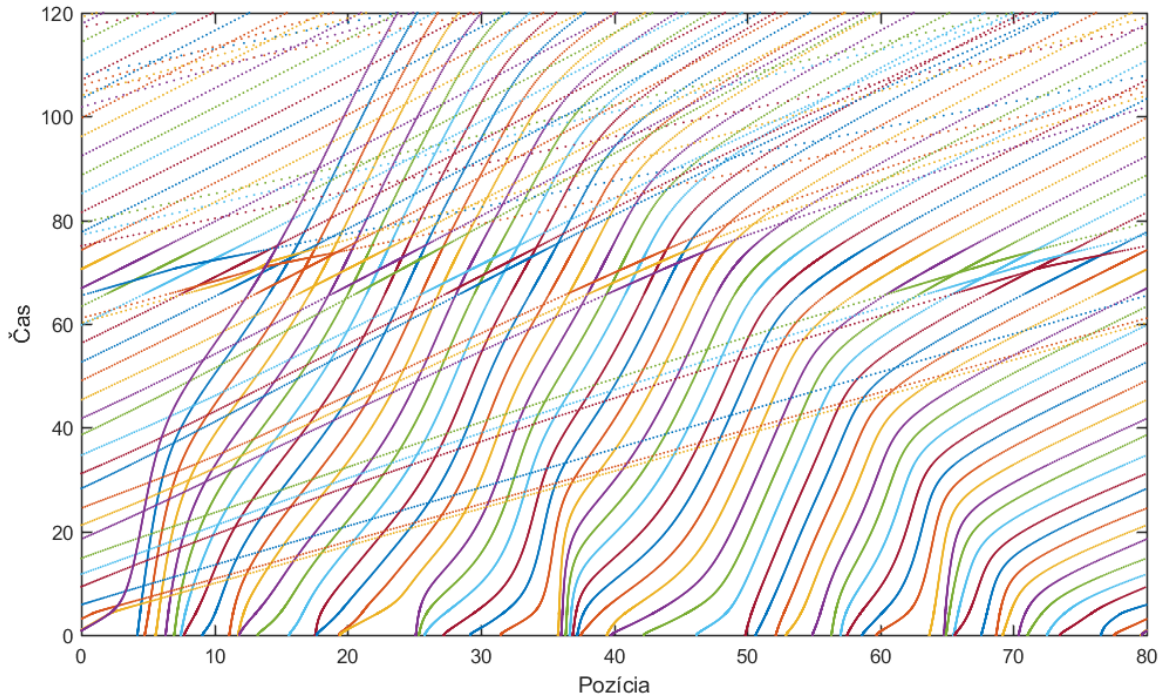
Obr. 1.4: Výstup z modelu s rôznou reakčnou citlivosťou vodičov a_n s parametrami $L = 80$, $N = 60$.

prípade upravná do tvaru

$$\ddot{x}_n = \sum_{j=1}^m a_j \left\{ V \left(\frac{x_{n+j} - x_n}{j} \right) - \dot{x}_n \right\}. \quad (1.6)$$

Tento spôsob modelovania bol však tiež len medzistupňom, pretože neskôr sme vozidlám priradili aj dĺžku a veľkosť a uvedomili sme si, že nie je vždy možné vidieť presný počet áut pred sebou, ktorý sme si tu definovali. V prípade, že prvé sledované vozidlo je kamión, naše m bude určite rovné 1, zatiaľčo ak to je malé osobné auto alebo motorka, m môže byť aj 3. Aké m sme nakoniec vo finálnej verzii modelu volili popíšeme v časti 1.2.4 o veľkosti vozidiel.

Už po týchto prvých dvoch na pohľad jednoduchých úpravách sme však zistili, že aj tieto malé zmeny mali výrazný dopad na základný model a jeho vylepšovanie nakoniec nebude tak jednoduché, ako sme očakávali. Keď sme do matlabovského kódu zakomponovali rôznu reakčnú citlivosť, zistili sme, že dynamická rovnica už nám nedáva realistické výsledky, čo môžeme vidieť na Obrázku 1.4 a tak isto po pridání druhého vylepšenia výsledky - okrem faktu, že dráhy vozidiel sa navzájom vzdialili, lebo vodiči dokázali jazdiť predvídavejšie a bezpečnejšie - neboli podľa očakávaní (Obrázok 1.5). Zistili sme, že systém rovníc v súčasnom nastavení pri vhodne (resp. nevhodne) zvolených parametroch umožňoval autám, aby sa predbehli. Svoju rýchlosť totiž v nie-



Obr. 1.5: Výstup z modelu s rôznou reakčnou citlivosťou vodičov na 3 predchádzajúce vozidlá s parametrami $L = 80$, $N = 60$, $m = 3$.

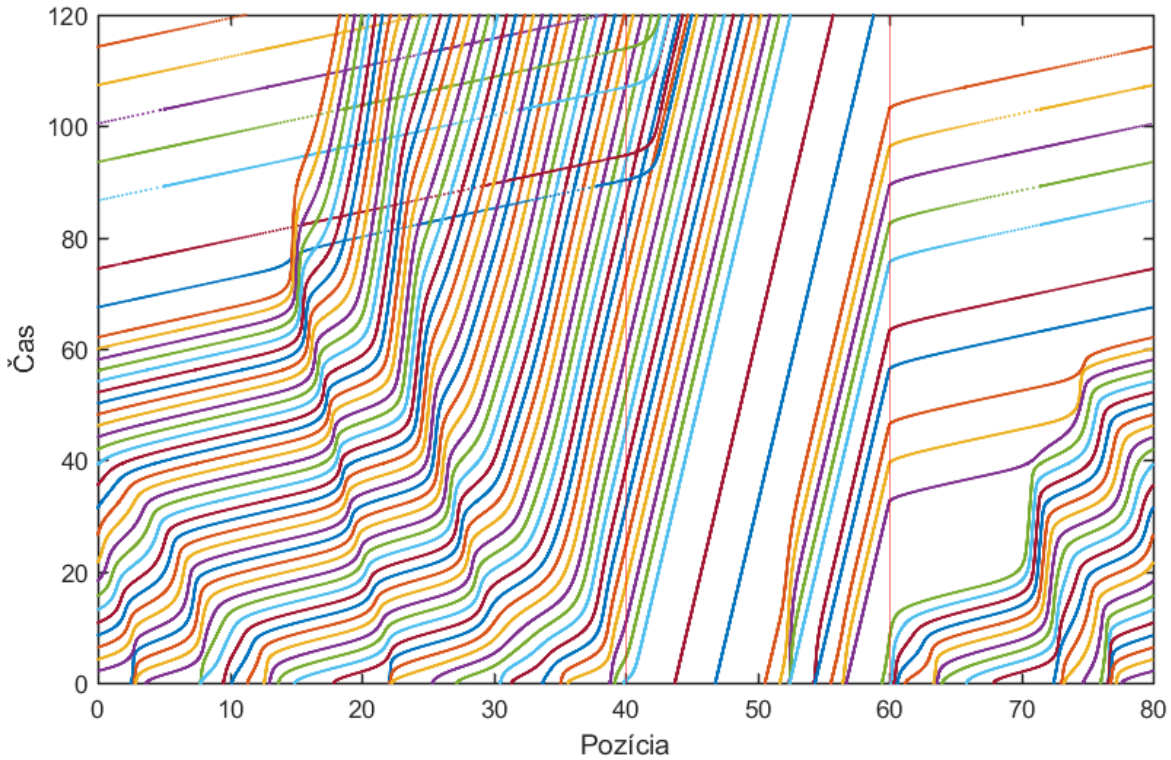
ktorých prípadoch neboli schopné znížiť dostatočne rýchlo na to, aby predišli kolízii s predchádzajúcim. A keďže v modeli má každé vozidlo od začiatku priradený svoj index n a sleduje to, ktoré má index o jedna väčší $n + 1$, predbehnuté autá podľa tohto pravidla neboli schopné vidieť, že je teraz pred nimi auto s indexom o dva väčším a ďalej sledovali $n + 1$ -vé vozidlo. To však po predbehnutí bolo pred nimi takmer o dĺžku celého okruhu, takže Δx_n sa dramaticky zvýšilo a predbehnuté auto začalo svoju rýchlosť prispôbovať maximálnej možnej rýchlosti. Na grafe potom môžeme vidieť prestrelené čiary hneď od momentu, keď sa prvé z áut predbehlo. Interpretáciou takéhoto výsledku by bolo, že sa nám v premávke objavilo veľa dopravných nehôd a tomu sme sa potrebovali vyhnúť, takže bolo nutné doposiaľ jednoduchú matlabovskú funkciu, pozostávajúcu čisto z diferenciálnych rovníc dynamického systému, ktorú môžeme vidieť v prvej časti prílohy práce, prebudovať na funkciu, do ktorej sme mohli zasiahnuť a pridaním ďalších podmienok zabrániť kolíziám medzi vozidlami. To viedlo aj k zmene použitého matlabovského solvera. Nová funkcia už nebola spojitá, takže sme *ode45* vymenili za *ode23t*, ktorá je na riešenie nespojitých problémov lepšie prispôbená. Skôr než sme sa však venovali riešeniu tohto problému, vyskúšali sme ešte, ako bude model reagovať na pridanie prekážky.

1.2.3 Prekážka

Kedže cieľom práce bolo skúmať, ako sa správa premávka pred nejakou prekážkou na ceste, bolo tiež potrebné do modelu nejakú pridať. Najprv sme premýšľali, aký druh prekážky by to mohol byť. Zvažovali sme autonehodu alebo objekt na ceste, pred ktorým treba spomaliť alebo aj zastáť, zbíhanie pruhov (čo by ale vyžadovalo model rozšíriť aspoň na dva jazdné pruhy) aj kruhový objazd, no všetky tieto možnosti by model zásadne skomplikovali, takže sme sa rozhodli namodelovať jednoduchšiu prekážku, ktorou bolo obmedzenie rýchlosti. To na prvý pohľad nemusí ani pôsobiť, ako prekážka, no tak isto ako viac uchopiteľné prekážky na vozovke, aj toto spôsobuje viditeľné zhustenie dopravného toku. Navyše sa do nášho modelu dalo jednoducho zakomponovať a to tak, že sme na určitom úseku okruhu zmenili funkciu bezpečnej rýchlosti $V(\Delta x_n)$ na

$$R(\Delta x_n) = \min(V^{rest}, V(\Delta x_n)). \quad (1.7)$$

Takže ak by za normálnych okolností bolo bezpečné ísť rýchlejšie než V^{rest} , teraz sa tu rýchlejšie ísť nedá a vozidlo bude svoju rýchlosť prispôbovať na V^{rest} .



Obr. 1.6: Výstup zo základného modelu s obmedzením rýchlosti na $V^{rest} = 0.1$ s parametrami $L = 80$, $N = 60$, $a = 0.9$.

Po spustení základného modelu bez predchádzajúcich vylepšení iba s prekážkou sme dostali výstup zobrazený na Obrázku 1.6, kde môžeme dobre pozorovať, ako autá na obmedzenom úseku (40 – 60) spomalia a potom, ako ho opustia, opäť pridajú na

pôvodnú bezpečnú rýchlosť závislú od ich vzdialenosti od predchádzajúceho vozidla. Obmedzenie sme v pri $V^{max} = 2$ nastavili na nízku hranicu $V^{rest} = 0.1$, aby bolo rozdiel dobre vidieť. Tiež sme tu narazili na spomínaný problém, že autá sa začali zrážať, no výsledok simulácie s obmedzením nám aspoň lepšie napovedal o tom, v čom bol vlastne problém. Ako môžeme vidieť na výslednom obrázku, úsek s obmedzením nám medzi autami na dráhe vytvoril väčšie rozostupy a mohli sme si lepšie všimnúť, že autá mali tendenciu prísť do kolízie v okamihoch, keď ich rýchlosť bola blízka maximálnej V^{max} a rýchlo sa približovali k predchádzajúcemu, ktorého rýchlosť bola výrazne nižšia.

Prvým z možných riešení bolo zvoliť inú funkciu V , ktorá by neumožnila autám príliš sa rozbehnúť a následne neubrzdiť. Skúsili sme použiť napríklad funkcie:

$$V_2(\Delta x_n) = \frac{\tanh(\Delta x_n - 2) + \tanh(2)}{2}, \quad (1.8)$$

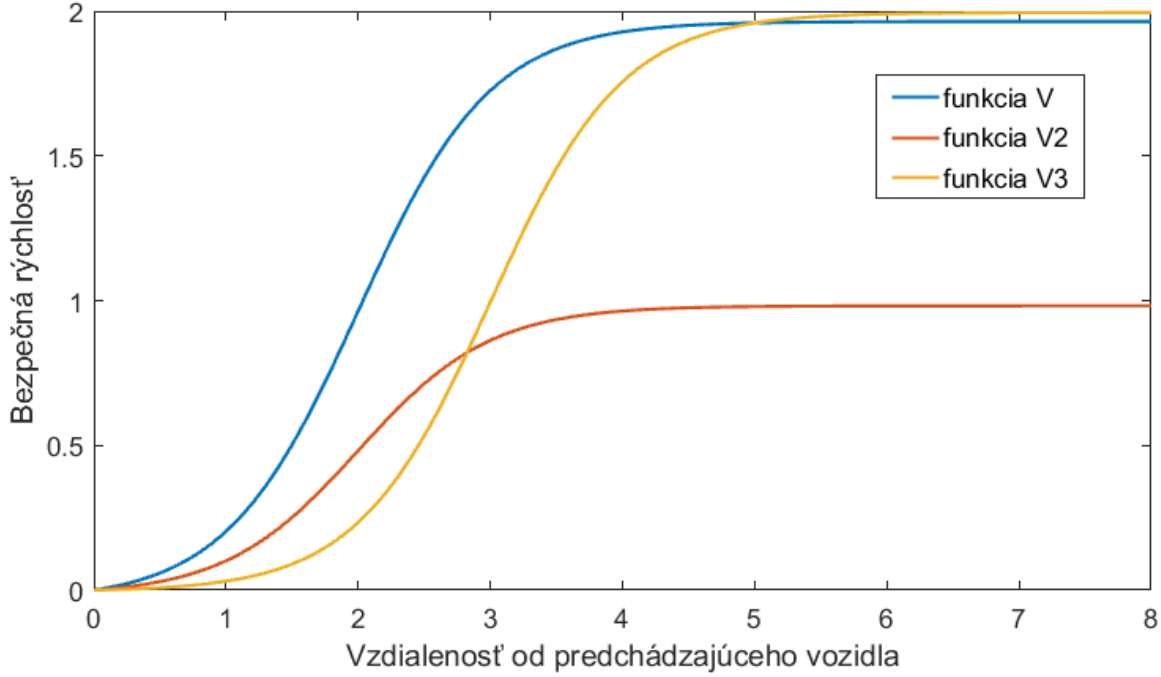
$$V_3(\Delta x_n) = \tanh(\Delta x_n - 3) + \tanh(3), \quad (1.9)$$

ktoré porovnávame s pôvodnou V na Obrázku 1.7. Výsledok simulácie po použití funkcie V_2 vidíme na Obrázku 1.8 a výsledok po použití V_3 vyzeral veľmi podobne. Toto riešenie nám ale nevyhovovalo, pretože takto si všetky vozidlá držali prílišné bezpečné rozostupy a nedalo sa pozorovať nijaké zaujímavé zhustovanie dopravy, ktoré by sa v skutočnej doprave malo vyskytovať a ktoré sme potrebovali sledovať. Vozidlá sa jednoducho rozostavili do rovnomerných vzdialeností a v tomto ekvilibriu paralelne pokračovali. Chceli sme teda nájsť iný spôsob, akým zabezpečiť, že sa vozidlá nebudú zrážať. Funkciu v matlabe sme z jednoduchej vektorovej formy prepísali na cyklus, v ktorom sa už dali do výpočtu pridať rôzne podmienky.

Prvou vlastnosťou modelu, ktorú sme upravili bolo, že autá po predbehnutí už nevideli auto pred sebou o celý okruh pred nimi. V pôvodnej verzii sa totiž Δx_n medzi dvoma vozidlami počítalo ako

$$\Delta x_n = (x_{n+1} - x_n) \bmod L, \quad (1.10)$$

čo by dobre fungovalo, ak by sa vozidlá nepredbiehali, lebo $(x_{n+1} - x_n)$ by bolo vždy kladné a menšie než L okrem prípadu auta s indexom N , pri ktorom by platilo $(x_N - x_1) < 0$. Funkcia modulo pre záporné čísla by nám v tomto prípade vrátila hodnotu $\Delta x_N = L - x_N + x_1$ a to by bolo v poriadku. Problém však nastal vo chvíli, keď sa aj u ostatných vozidiel začali vyskytovať $\Delta x_n < 0$, lebo pri tých sme nechceli, aby modulo zrátanú vzdialenosť zmenilo na veľkú kladnú hodnotu. Toto sme preto ošetrili tak, že sme modulo vynechali a definovali sme samostatný výpočet Δx_N len pre posledné vozidlo. Vďaka tomu sme sa zbavili prestreľujúcich kriviek, no problém

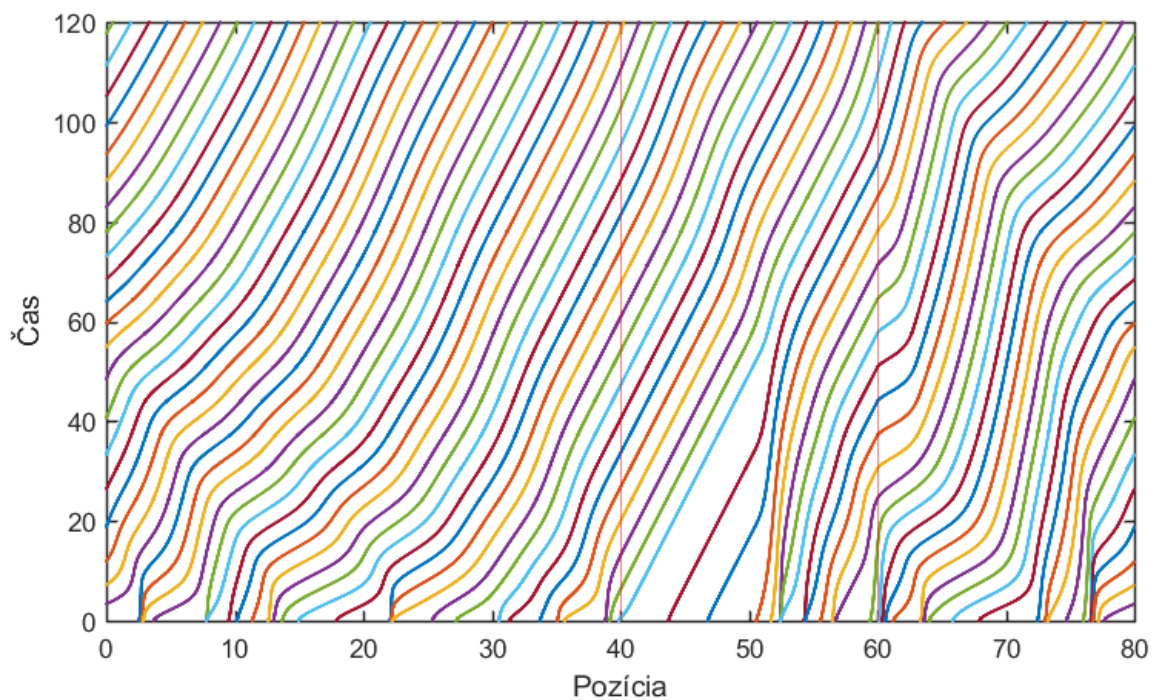
Obr. 1.7: Porovnanie funkcie V , V_2 a V_3 .

ešte nebol úplne vyriešený. Teraz sa nám v modeli začali objavovať záporné Δx_n , čo pre numerické počítanie nebol síce problém, ale v skutočnej doprave by to problém bol. Autá už teraz neprestreľovali, no dobrzdiť stále nestíhali a dráhy áut vyzerali ako na Obrázku 1.9. Toto sme stále potrebovali napraviť.

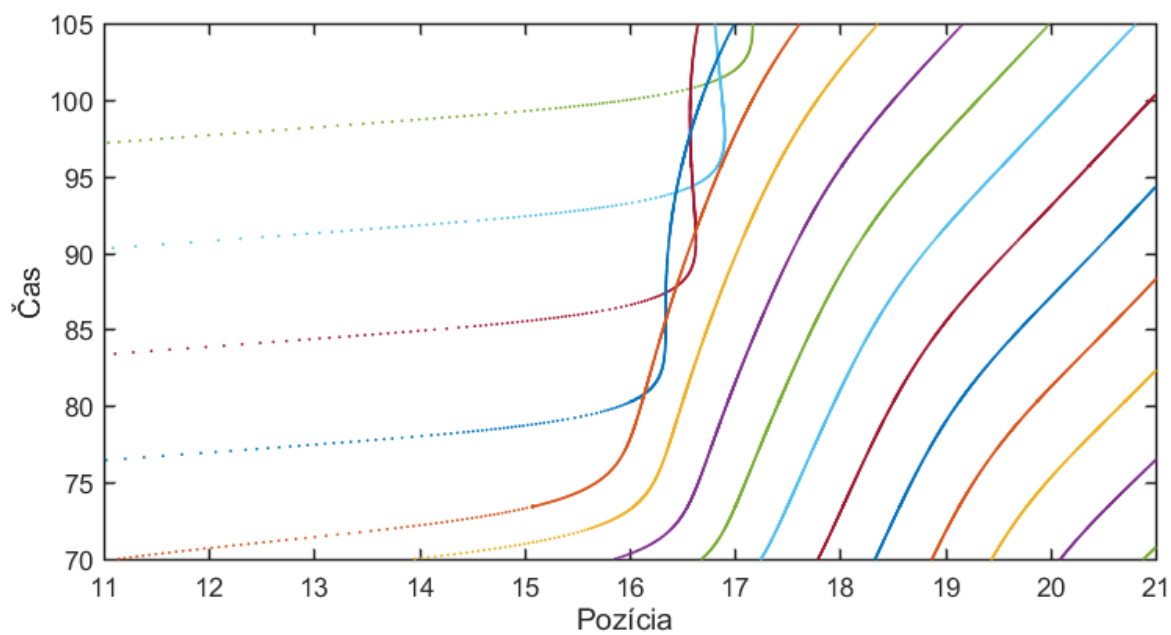
Najskôr sme sa to pokúsili vyriešiť tak, že sme autám prikázali brzdiť v malom predstihu pred zrážkou s predchádzajúcim za predpokladu, že išli výrazne rýchlejšie, než vozidlo, ku ktorému sa blížili. To znamená, zasiahli sme do výpočtu diferenciálnej sústavy a explicitne sme nastavili, že pri konkrétnom malom Δx_n a malom pomere rýchlostí približujúcich sa vozidiel, sa rýchlosť vozidla zmení na $\dot{x}_n = 0$. Pomer rýchlostí sme do podmienky zakomponovali kvôli tomu, že efekt neubrzdenia sa vyskytoval len v prípadoch, kde vozidlo bolo príliš rozbehnuté a to pred ním išlo pomaly. Nechceli sme zbytočne explicitne zasahovať do správania áut, ktoré splnili podmienku malého Δx_n , no nehrozilo u nich, že by narazili, lebo išli podobnou nízkou rýchlosťou ako vozidlo pred nimi. Konkrétne sme teda nastavili podmienky:

$$\Delta x_n < 0.06 \quad a \quad \frac{\dot{x}_{n+1}}{\dot{x}_n} \leq 0.3. \quad (1.11)$$

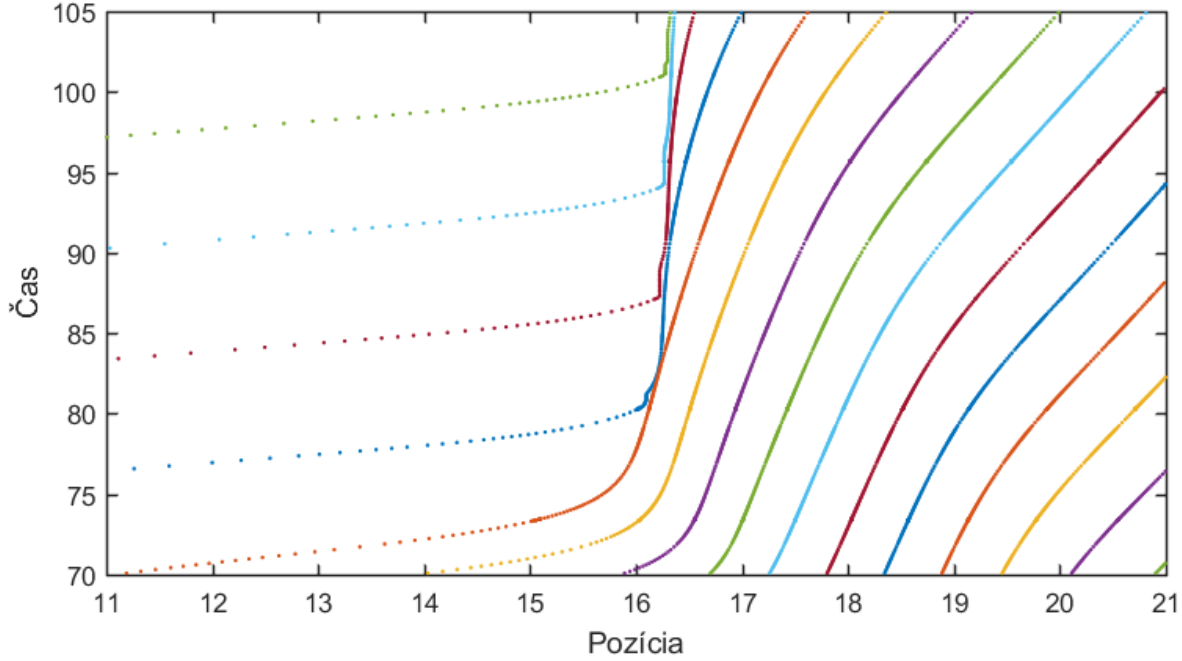
Výsledok takto upravenej simulácie vidíme na Obrázku 1.10. Toto riešenie sa nám však nezдалo veľmi realistické. Znamenalo by to, že vodič ide vysokou rýchlosťou, až kým je celkom blízko za predchádzajúcim vozidlom a potom prudko zastane. Premýšľali sme preto nad ďalšími možnosťami, ako nastaviť podmienky, ktoré by zachovali plynulú



Obr. 1.8: Výstup zo základného modelu s obmedzením rýchlosti na $V^{rest} = 0.1$ s parametrami $L = 80$, $N = 60$, $a = 0.9$ a funkciou V_2 .



Obr. 1.9: Nedostatočné brzdenie áut v základnom modeli s obmedzením rýchlosti na $V^{rest} = 0.1$ s parametrami $L = 80$, $N = 60$, $a = 0.9$.



Obr. 1.10: Explicitne nastavené prudké brzdenie v základnom modeli s obmedzením rýchlosti na $V^{rest} = 0.1$ s parametrami $L = 80$, $N = 60$, $a = 0.9$.

jazdu a zároveň predišli zrážkam. V tejto fáze už bolo evidentné, že bude okrem správneho nastavenia podmienok potrebné tiež model vhodne nakalibrovať tak, aby vozidlá jazdili v rozumných rozstupoch a nie príliš rýchlo, ani pomaly. Pri príliš pomalej jazde by sme nemohli pozorovať zhustovanie premávky, lebo autá by jazdili veľmi konzervatívne a v krátkom čase by sa usporiadali do rovnomerných rozstupov s konštantnou rýchlosťou. Pri príliš vysokej povolenej rýchlosti nám zase hrozilo, že nebudú stíhať brzdiť. To, ako efektívne dokázali autá prispôsobiť svoju rýchlosť predchádzajúcemu tiež výrazne záležalo na parametri m , t.j. koľko áut vopred videli. Čím väčší bol počet sledovaných áut, tým lepšie vedeli vodiči reagovať na dianie pred nimi a v modeli sme mohli vidieť, ako sa premávka s narastajúcim m zhladzuje. Keďže každá modifikácia modelu mala naňho viditeľný vplyv, rozhodli sme sa, že doňho najprv zakomponujeme všetky vylepšenia, ktoré sme naplánovali a až potom, keď budeme vidieť správanie modelu podľa našich predstáv, doriešime problém s dobrzdovaním. Okrem rôznej reakčnej citlivosti a sledovania niekoľkých áut vopred nám ešte chýbalo pridať rôzne dĺžky vozidiel, variabilné m v závislosti od veľkostí áut a tiež rôzne funkcie bezpečnej rýchlosti V podľa úrovne opatrnosti vodiča.

1.2.4 Zohľadnenie dĺžky a veľkosti vozidiel

V doterajšom modeli sme modelovali autá ako body na okruhu, čo bolo praktické, no výrazne mu to uberalo na realnosti, takže v ďalšom kroku sme autám priradili náhodné dĺžky zapísané vo vektore $\vec{l}$ a pôvodná poloha na okruhu sa stala polohou stredu auta.

Tabuľka 1.1: Registrované motorové vozidlá vo Švédsku v roku 2017

Typ	Počet	Veľkosť	Podiel v premávke
Motocykle	299 505	1	0.052
Osobné vozidlá	4 845 609	2	0.836
Lahké nákladné vozidlá	555 363	3	0.096
Ťažké nákladné vozidlá	83 025	4	0.014
Autobusy	14 421	4	0.002

Toto spôsobilo, že krivky na výstupných grafoch sa od seba jemne vzdialili, keďže vzdialenosť od predchádzajúceho vozidla už nebola vzdialenosť od jedného stredu po duhý, ale od predného nárazníka auta po zadný nárazník predchádzajúceho a to viedlo k zmenšeniu všetkých Δx_n . V matematickom zápise sa to prejavilo zmenou Δx_n na

$$\Delta x_n = \left(x_{n+1} - \frac{l_{n+1}}{2}\right) - \left(x_n + \frac{l_n}{2}\right) = x_{n+1} - x_n - \frac{l_{n+1} + l_n}{2}, \quad (1.12)$$

takže dynamická rovnica sa opäť o niečo zmenila a už vyzerala takto

$$\ddot{x}_n = \sum_{j=1}^m a_j \left\{ V \left(\frac{x_{n+j} - x_n - \frac{l_{n+j} + l_n}{2}}{j} \right) - \dot{x}_n \right\}. \quad (1.13)$$

Najskôr sme sa na model pozerali len z teoretického hľadiska bez použitia nejakej mierky a náhodné dĺžky sme autám generovali z rovnomerného rozdelenia v takom rozsahu rozmerov, aby sa daný počet áut vošiel na nami zvolenú dĺžku okruhu. Dĺžku okruhu L sme rozdelili na N dielikov a každé auto náhodne dostalo pridelenú dĺžku, ktorá bola v rozsahu 0.1 až 0.35 dielika. Neskôr sme sa však rozhodli zvážiť aj fakt, že v skutočnej doprave nie sú autá rôznych rozmerov rovnomerne rozdelené, takže som hľadala nejaké štatistiky o tom, aké sú na cestách pomery vozidiel rôznych rozmerov. Takýchto voľne dostupných štatistík som veľa nenašla, no nakoniec nám na približné odhadnutie nášho rozdelenia poslúžila oficiálna švédská štatistika za rok 2017 dostupná na internete [4], ktorá nám poskytla údaje uvedené v Tabuľke 1.1. Cesta, ktorú sme modelovali by sa teda zložením premávky mala podobáť na švédsku cestu niekedy v minulom roku. Stĺpec „veľkosť“ v Tabuľke 1.1 sme si dorobili sami a táto charakteristika auta nám v modeli udávala, ako ďaleko je šofér idúci za daným autom schopný dovidieť. Pravidlá sme nastavili tak, že cez motorky bolo možné reagovať až na tri vozidlá dopredu, cez osobné autá na dve a ak bolo prvé vozidlo pred vodičom čokoľvek väčšie, videl iba toto jedno vozidlo a nič viac. Samozrejme, v prípade, že prvé vozidlo bola motorka a druhé kamión, pravidlo o troch vozidlách dopredu už neplatilo a zorné pole vodiča sa pri druhom vozidle skončilo.

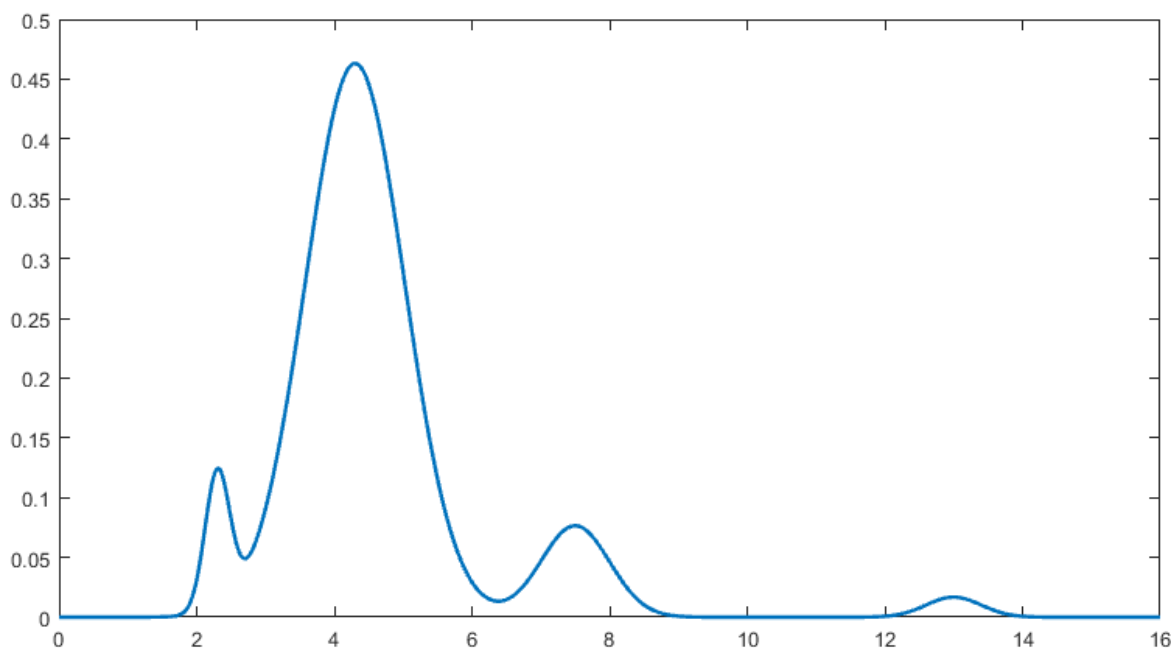
Keď už sme vďaka štatistike vedeli, koľko má byť ktorých áut, bolo treba ešte

premýšľať, aké dĺžky im treba približne priradiť. Robila som preto malý prieskum toho, aké dĺžky ktoré typy vozidiel približne mávajú a vytvorila som si pre každú z kategórií v tabuľke interval, z ktorého sa im dĺžka náhodne pridelila. Dĺžky v metroch sa potom náhodne generovali z približne realistického rozdelenia zobrazeného na Obrázku 1.11. V tomto bode sa objavila nutnosť prešlávať celý model, pretože vozidlám som priradila konkrétne dĺžky v metroch, ktoré už neboli zlomkom dĺžky L , tak ako v predchádzajúcej teoretickej verzii, ale boli nezávislé. Pri parametroch N a L , ktoré sme doteraz volili bola priemerná dĺžka vozidla okolo 0.3 a po prechode na metre to bolo okolo 5 (metrov). Preto sa nám dĺžky dráhy od tohto momentu výrazne predĺžili z rádo do desiatok na stovky a bolo tiež potrebné upraviť funkciu bezpečnej rýchlosti V . Jej maximum bolo predtým $V^{max} = 2$ a nadobúdalo sa už pre $\Delta x_n = 4$, čo by v zväčšených rozmeroch nedávalo zmysel. Pri prvom postupe sa dĺžky vozidiel odvíjali od dĺžky okruhu a najprv som to v tomto kroku chcela spraviť opačným spôsobom, no to by znamenalo, že dĺžka okruhu po zmene začiatočných podmienok modelu by mohla byť zakaždým iná, čo by nebolo praktické pre generovanie a analýzu dát. Preto som zvolila radšej možnosť určiť dĺžku dráhy na základe počtu vozidiel a ich priemernej dĺžky. Nebolo potrebné, aby to bola nejaká presná dĺžka, stačilo, aby sa všetky vozidlá na trasu zmestili a mali dostatok priestoru na jazdu, takže po niekoľkých pokusoch som usúdila, že môžeme určovať dĺžku L ako

$$L = 4 \times 5 \times N, \quad (1.14)$$

pričom číslo 5 je spomínaná priemerná dĺžka jedného vozidla. Tento postup je jednoduchý a zároveň zabezpečil, že sa na úsek všetky vozidlá vošli a tiež mali dostatočný priestor na to, aby mohli nabráť rýchlosť a aby sme mohli v ich dráhach pozorovať zrýchlenia, spomalenia a zmeny ich vzdialeností. Po tomto vylepšení už mal model takmer finálny tvar. Ostávalo nám už len rozlíšiť extra opatrných vodičov od riskantných a priemerných tým, že každej z týchto kategórií priradíme trochu rozdielnú funkciu V , no tento jednoduchý krok sme už urobili až po vyriešení problému s brzdením a nastavením vhodných parametrov.

Dalo by sa do modelu pridať ešte veľa ďalších vylepšení (napr. reakčný čas vodičov na autá pred nimi alebo prispôbovanie rýchlosti funkcii závislej aj od rýchlosti predchádzajúceho vozidla), ktoré by ho mohli priblížiť k reálnej situácii na cestách, no v záujme zachovania jednoduchosti a interpretovateľnosti modelu sme sa uspokojili s touto náročnosťou a pokračovali sme ďalej v modelovaní situácie, ktorá nás zaujíma.



Obr. 1.11: Odhadnuté rozdelenie, z ktorého sme generovali dĺžky áut.

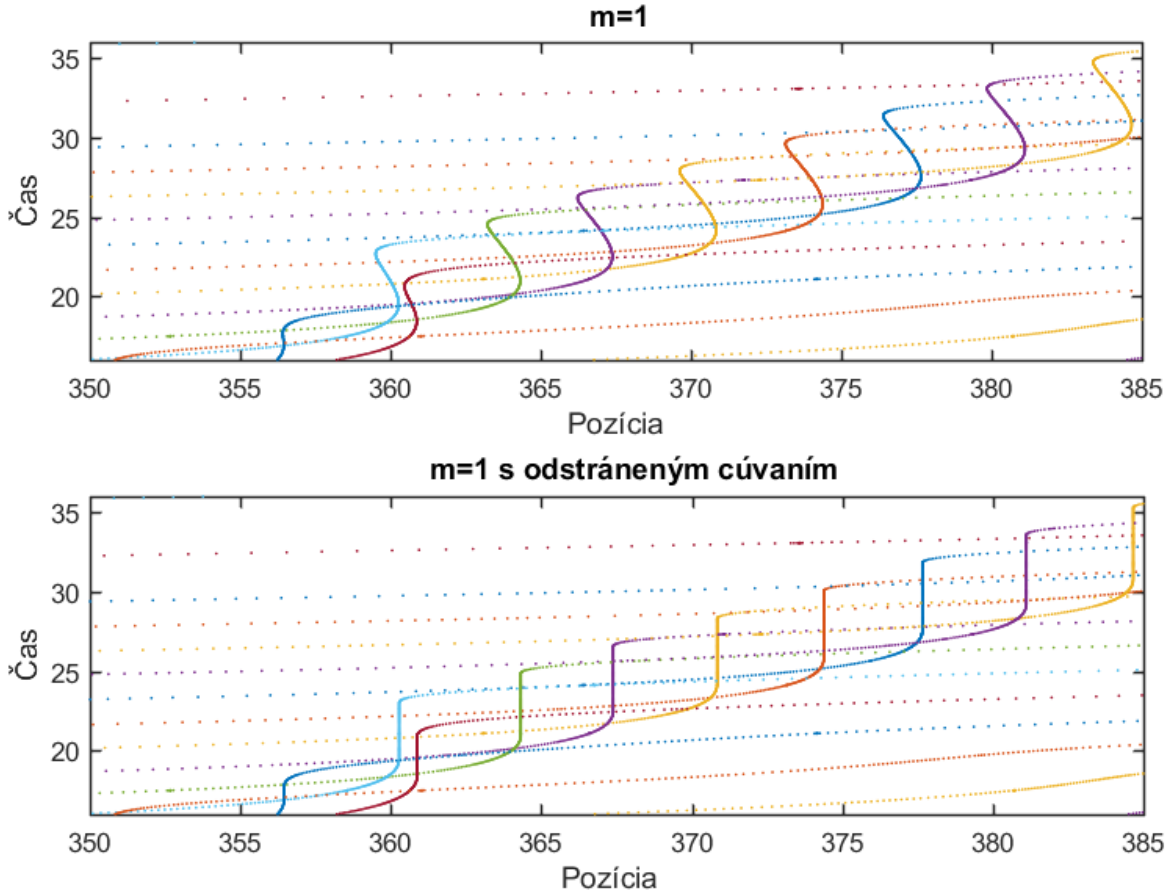
1.3 Finálny tvar modelu a jeho kalibrácia

Takmer finálny model so zahrnutým obmedzením rýchlosti teda stál na základe diferenciálnej rovnice dynamického systému 1.13, ktorú sme teraz ešte potrebovali upraviť tak, aby premávka bola plynulá a nedochádzalo ku kolíziám. Najskôr sme po poslednej úprave s pridaním realistickej dĺžky áut potrebovali zvoliť inú funkciu V a keďže dimenzie celého systému sa zväčšili približne 15-krát, pre začiatok sme aj funkciu V nastavili ako

$$V(\Delta x_n) = 15(\tanh(\frac{\Delta x_n}{8} - 2) + \tanh(2)). \quad (1.15)$$

Rozhodli sme sa, že explicitne zadané zastavenie, ktoré sme už predtým skúšali na odstránenie kolízií nepoužijeme a skúsime problém vyriešiť inak, plynulejšie. Prvý pokus s modelom so všetkými vylepšeniami a novou funkciou V dopadol dobre len pre zvolené $m = 3$, vozidlá sa nám nezrážali, no pri $m = 1$ už nejazdili dostatočne predvídavo a objavili sa nám kolízie. Dokonca sme mohli dobre pozorovať, že po kolízii sa vozidlá snažili vrátiť do správneho nastavenia cúvaním, čo v realistickom modeli, ktorý sme chceli dosiahnuť nebolo prípustné. Tento nedostatok sme odstránili pomerne jednoduchou úpravou - pridaním podmienky do funkcie, ktorá zabezpečila, že ak na začiatku ďalšieho kroku výpočtu bola rýchlosť záporná, nastavila sa miesto toho na $\dot{x} = 0$. Výsledky týchto experimentov pre $m = 1$ vidíme na Obrázku 1.12.

Vozidlá už mali teda zakázané cúvať a teraz sme potrebovali nastaviť ďalšie pravidlá na to, kedy a ako by mali začať brzdiť tak, aby nenarazili do predchádzajúceho.



Obr. 1.12: Výsledky *Takmer finálneho modelu* pre $m = 1$ pred a po zavedení podmienky o nezápornej rýchlosti.

Nechceli sme im už explicitne nastavovať rýchlosť na $\dot{x} = 0$, keďže, ako sme videli, toto viedlo k príliš prudkému skokovitému brzdeniu. Namiesto toho sme sa im rozhodli v dostatočnom predstihu rýchlosť plynule znížiť o niekoľko percent. Po niekoľkých neúspešných pokusoch zakomponovať takúto podmienku priamo do funkcie sme sa rozhodli na to využiť možnosť matlabovských solverov zastaviť integráciu v prípade, že sa splnia konkrétne podmienky nami zadané v „eventovej“ funkcii. V našom prípade určitá vzdialenosť a pomer rýchlostí po sebe idúcich áut. Ak ktorékoľvek z áut podmienku splnilo, solver ukončil výpočet a my sme mohli včas znížiť rýchlosti áut, ktorým hrozila kolízia a spustiť nový výpočet s tými počiatočnými podmienkami, v ktorých sme predtým skončili, ale s malými korekciami. Pri určení vzdialenosti, v ktorej bolo treba začať spomaľovať, som sa inšpirovala fyzikálnou teóriou o kinetickej energii vozidla a jeho brzdnéj dráhe popísanej v [6]. Podľa nej sa brzdná dráha dá vypočítavať ako

$$d = \frac{v^2}{2\mu g}, \quad (1.16)$$

kde v je pôvodná rýchlosť, μ je koeficient trenia a g gravitačné zrýchlenie. Koeficient

trenia sme zvolili $\mu = 0.8$, čo je hodnota, ktorá podľa [7] zodpovedá treniu na suchej ceste a dostali sme, že dĺžka dráhy potrebná na ubrzdzenie je

$$d = \frac{v^2}{15.696}. \quad (1.17)$$

Samozrejme, táto hodnota je teoretická, pretože je odvodená od toho, akú prácu je potrebné vykonať na zastavenie pohybujúceho sa objektu a je otázne, ako by táto teoretická práca korešpondovala s možným výkonom brzdého systému auta. My sme však brzdnú dráhu nepotrebovali zrátať absolútne presne, stačila nám nejaká orientačná hodnota, takže sme si zvolili túto vzdialenosť za bod, v ktorom začneme pribrzdzovať. Ak predpokladáme, že brzdny systém auta by bol schopný ho zastaviť na brzdnej dráhe určenej jeho kinetickými vlastnosťami, táto vzdialenosť by bola dostatočná aj s rezervou. Auto, do stretu s ktorým bolo treba zabrzdiť, totiž tiež nestálo na mieste, ale pohybovalo sa nejakou svojou rýchlosťou, takže ak by brzdiace auto zastalo na úseku svojej brzdnej dráhy, ku kolízii by určite nedošlo. Táto vzdialenosť už bola závislá od rýchlosti vozidla, no ako už bolo spomenuté, v druhej časti podmienky sme chceli zohľadniť aj to, že brzdiace auto malo oveľa vyššiu rýchlosť, než to pred ním. Pomer ich rýchlostí sme ponechali rovnaký ako pri prvom pokuse s prudkým brzdením v podmienke z Rovnice 1.11 a nové podmienky potom vyzerali:

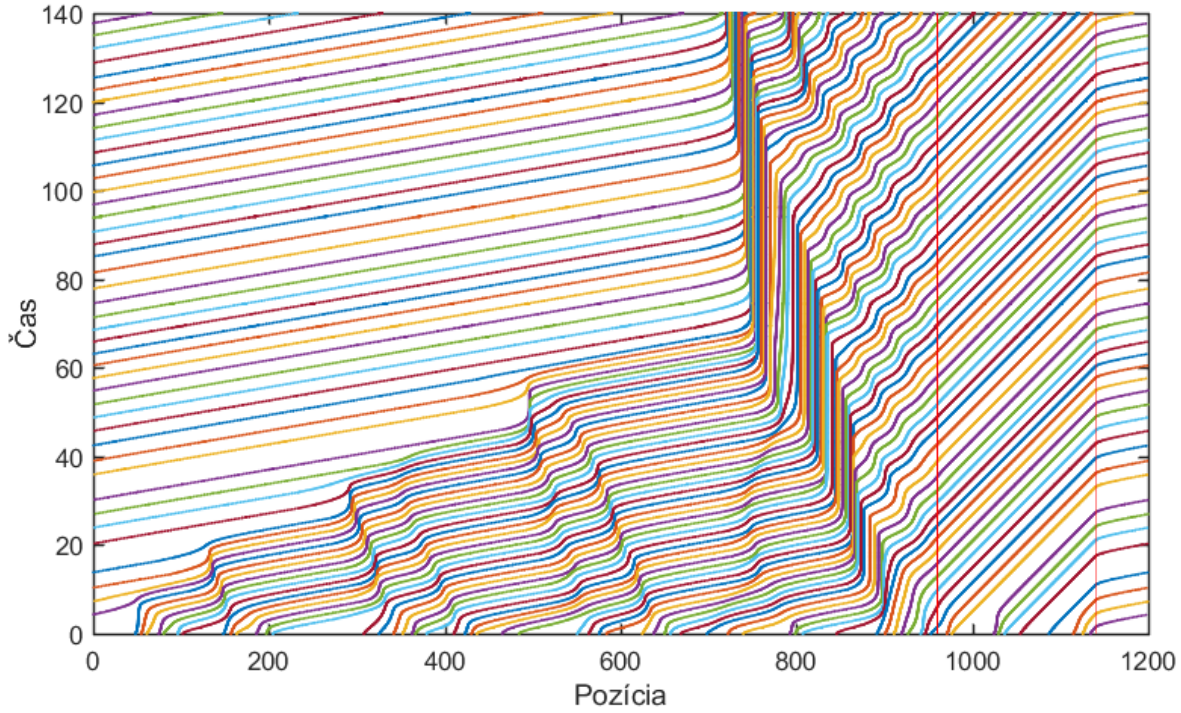
$$\Delta x_n < \frac{\dot{x}_n^2}{15.696} \quad a \quad \frac{\dot{x}_{n+1}}{\dot{x}_n} \leq 0.3. \quad (1.18)$$

Výsledok modelu už vyzeral celkom dobre (Obrázok 1.13), no ešte stále sa vyskytlo zopár kolízií, ktoré vidieť až na Obrázku 1.14.

Pridali sme preto ešte jednu podmienku, ktorá zaistila, že auto určite brzdilo ak aj náhodou nesplnilo podmienku z Rovnice 1.18. Táto už bola menej prísna na pomer rýchlostí, takže zastavenie integrovania mohli vyvolať aj vozidlá, ktoré nešli až o toľko rýchlejšie, než to pred nimi, v prípade, že sa ich vzdialenosť zmenšila na 4 metre.

$$\Delta x_n < 4 \quad a \quad \frac{\dot{x}_{n+1}}{\dot{x}_n} \leq 0.5. \quad (1.19)$$

Mali sme takto už dve poistky, ktoré zabezpečovali plynulejšie spomalenie a tiež sme ešte prehodnotili tvar funkcie V , pretože zjavne aj jej vinou bolo spomalenie v tesnej blízkosti nedostatočné. Všetky jej verzie, ktoré sme doteraz použili prechádzali bodom $[0, 0]$, čo v skutočnosti nemôže byť reálne, lebo by to znamenalo, že ak je vzdialenosť auta od toho pred ním napr. 20 cm, už sa môže rozbiehať. Tak to ale v realite nefunguje, preto sme sa rozhodli, posunúť počiatok funkcie do bodu $[2, 0]$. Auto sa teda môže začať rozbiehať, ak má pred sebou 2 metre voľného priestoru. Tak isto pri brzdení sa



Obr. 1.13: Výsledky *Takmer finálneho modelu* s $m = 1$ a funkciou V z Rovnice 1.15 po prvom použití „eventovej“ funkcie.

snaží dosiahnuť nulovú rýchlosť už pri vzdialenosti 2 metre od predchádzajúceho. Po niekoľkých zmenách funkcie V sme dokonvergovali k tvaru:

$$V(\Delta x_n) = 15\left(\tanh\left(\frac{(\Delta x_n - 2)}{8}\right) - 1.2\right) + \tanh(1.2), \quad (1.20)$$

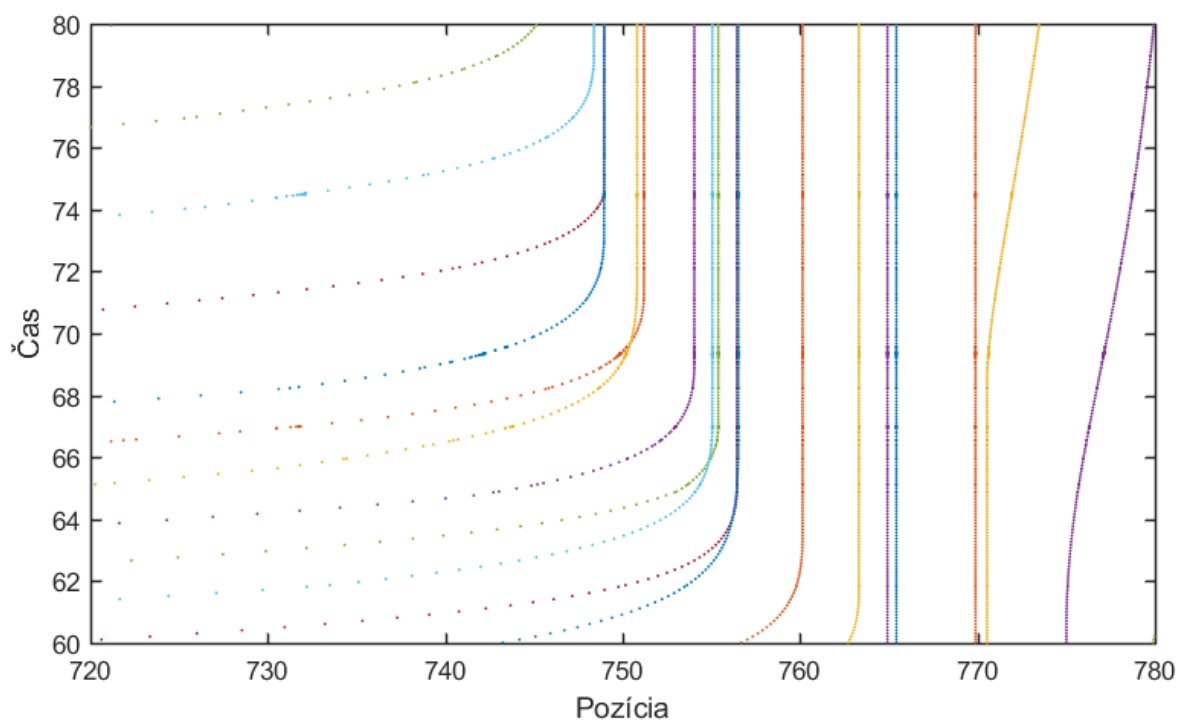
ktorý vyzeral realistickejšie aj svojím sklonom a tiež sme rozdelili vodičov do troch skupín - priemerní, riskantní a veľmi opatrní - a určili, ako budú vyzerat ich jednotlivé V . Funkciu z Rovnice 1.20 sme priradili riskantným vodičom a priemerným a opatrným sme ju ešte upravili tak, aby mala o niečo menej strmý sklon:

$$V(\Delta x_n) = 15\left(\tanh\left(\frac{(\Delta x_n - 2)}{9}\right) - 1.2\right) + \tanh(1.2), \quad (1.21)$$

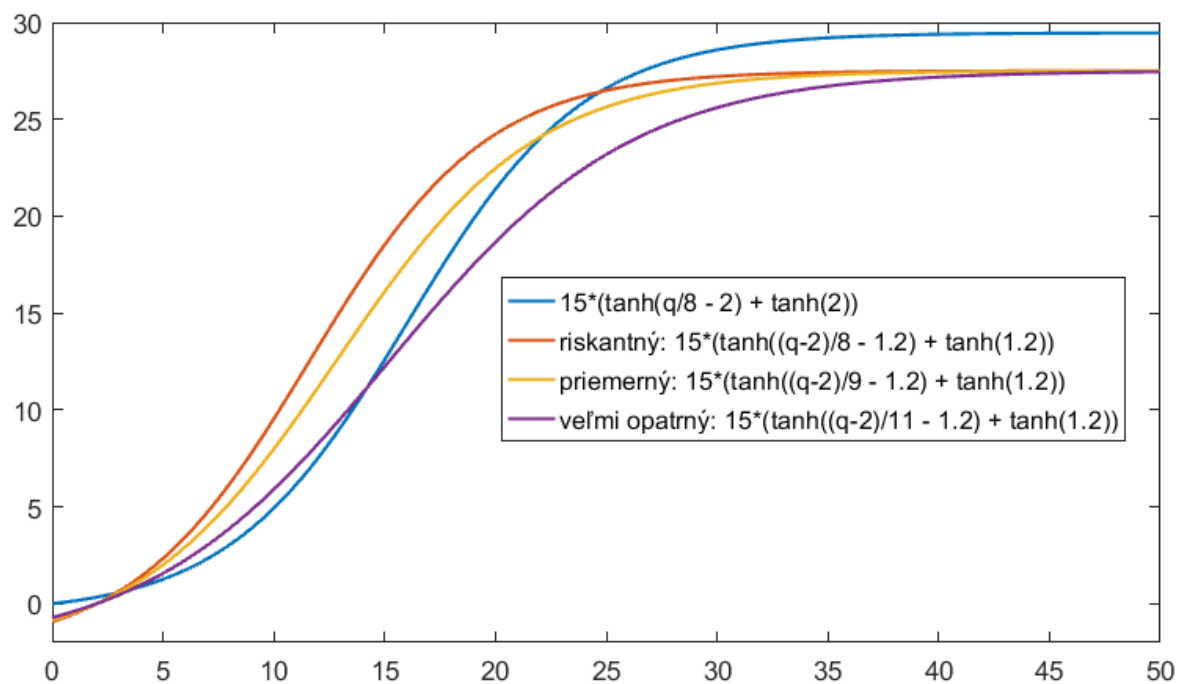
$$V(\Delta x_n) = 15\left(\tanh\left(\frac{(\Delta x_n - 2)}{11}\right) - 1.2\right) + \tanh(1.2). \quad (1.22)$$

Rozdiely vo funkciách môžeme vidieť na Obrázku 1.15. Pravdepodobnosti výskytu jednotlivých druhov vodičov v modeli sme určili ako: riskantný s 15%-nou, opatrný s 20%-nou a priemerný s 65%-nou pravdepodobnosťou.

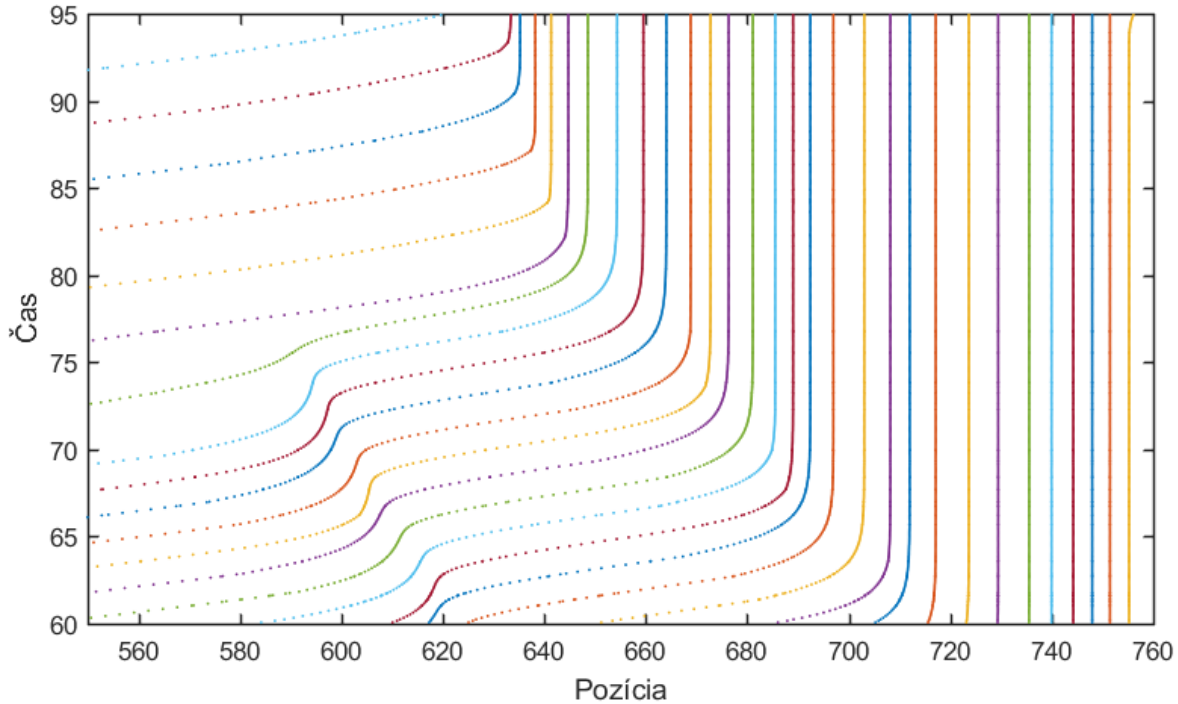
Po týchto úpravách už prerušovanie výpočtu a korekcia brzdenia fungovali dobre a premávka bola plynulá. Na Obrázku 1.16 sa dá vidieť, že niektoré krivky nie sú absolútne plynulé, ale sú podstatne plynulejšie než pri prvom pokuse s prudkým brz-



Obr. 1.14: Kolízie v *Takmer finálnom modeli* s $m = 1$ a funkciou V z Rovnice 1.15 po prvom použití „eventovej“ funkcie.



Obr. 1.15: Finálne funkcie V pre 3 druhy vodičov.

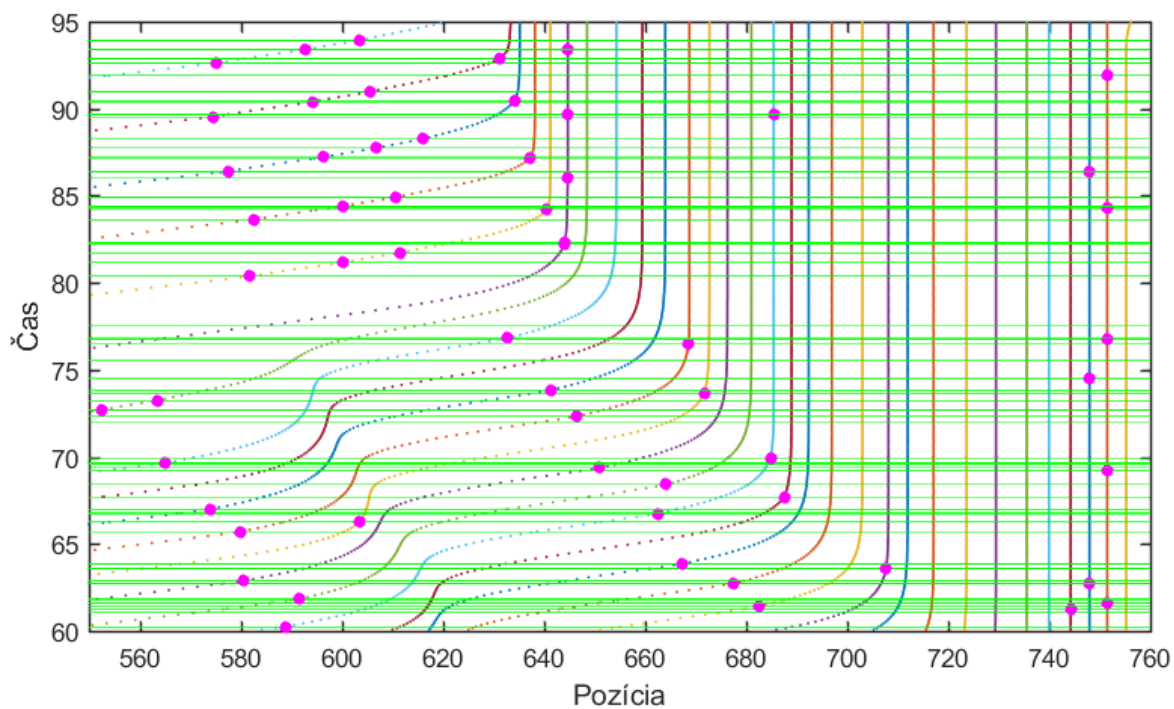


Obr. 1.16: Zhladenie brzdenia v modeli s nastaveným fixným $m = 1$ a riskantnou funkciou V z Rovnice 1.20.

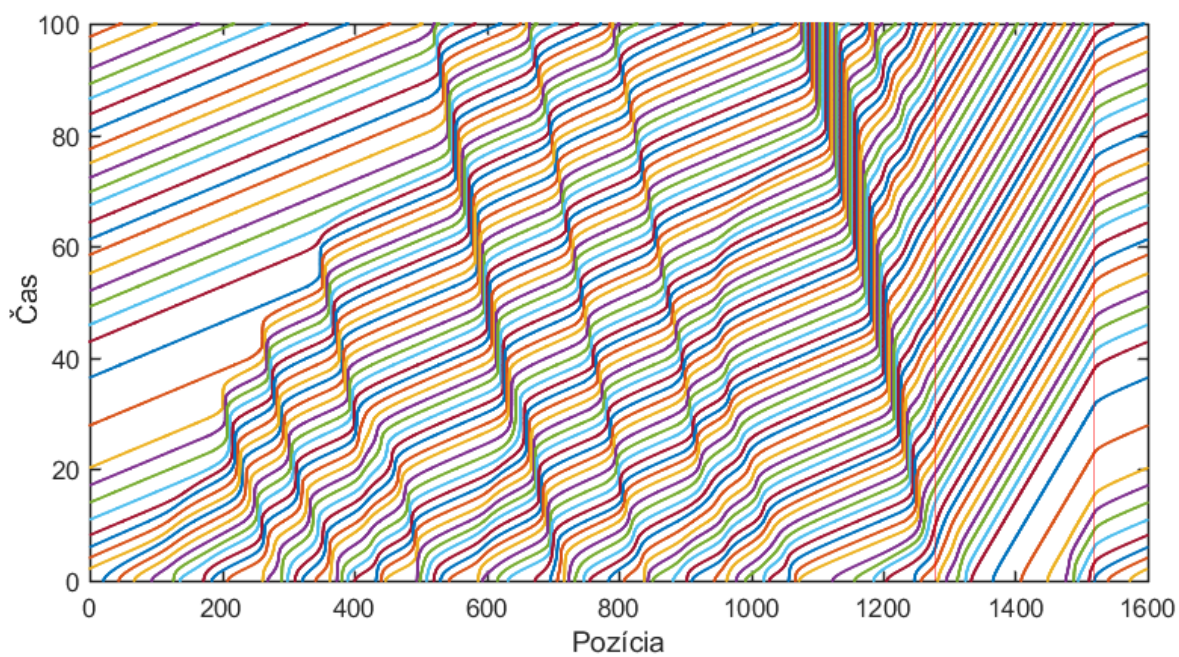
dením. Na Obrázku 1.17 môžeme tiež vidieť, v ktorých momentoch výpočtu sa integrácia prerušila a rýchlosť vozidiel, ktorým hrozila kolízia, bola upravená. Zelené priamky zodpovedajú časom zastavenia a ružové body označujú, ktoré auto prerušenie vyvolalo.

Pri upravovaní modelu a hľadaní vhodného nastavenia sme si dobre overili významnosť niektorých jeho parametrov. Zistili sme, že veľký vplyv na zhustovanie dopravy má parameter m a tiež tvar funkcie V . Čo sa týka parametra m , platilo, že čím bol väčší, tým hladšia bola premávka, keďže vodiči mali viac informácií o dianí pred nimi a mohli plynulejšie prispôbovať svoju jazdu. Ako výsledky modelu vyzerali pre $m = 1$, $m = 3$ a našu realistickú stratégiu s premenlivým m závislým od veľkostí vozidiel môžeme vidieť na obrázkoch 1.18, 1.19 a 1.20. Zmeny pri použití funkcií V s rôznou maximálnou rýchlosťou sú zase zobrazené na obrázkoch 1.21 a 1.22.

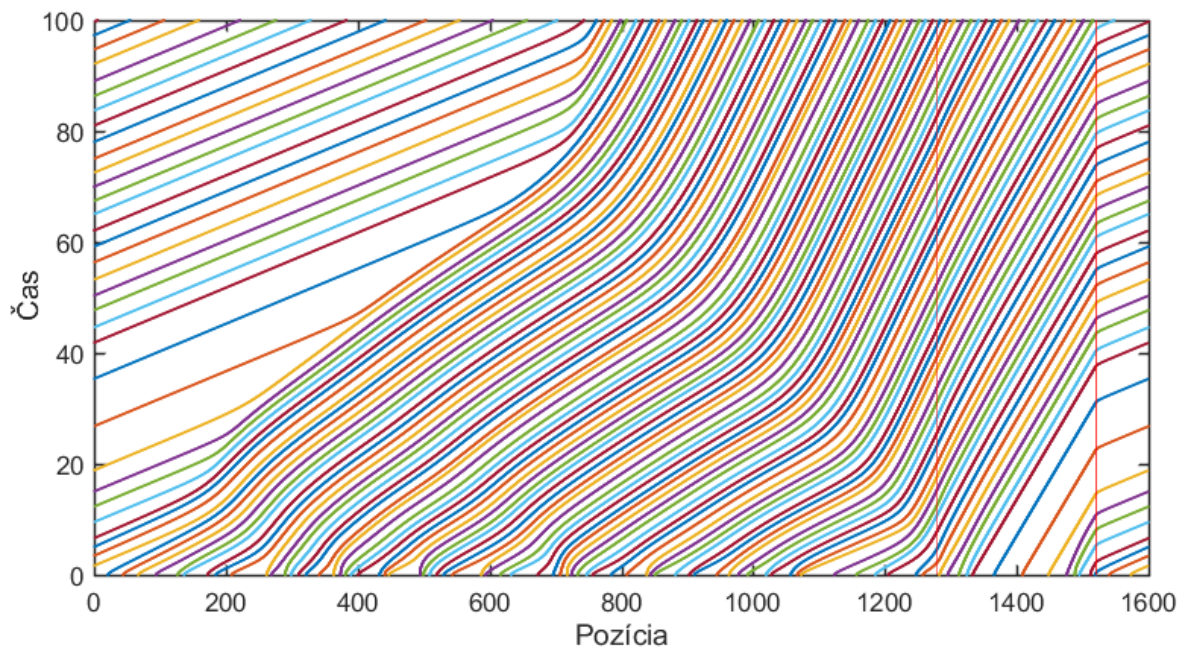
Úspešne sme teda zostavili *Finálny model* a mohli sme sa posunúť ku generovaniu dát a ich analýze.



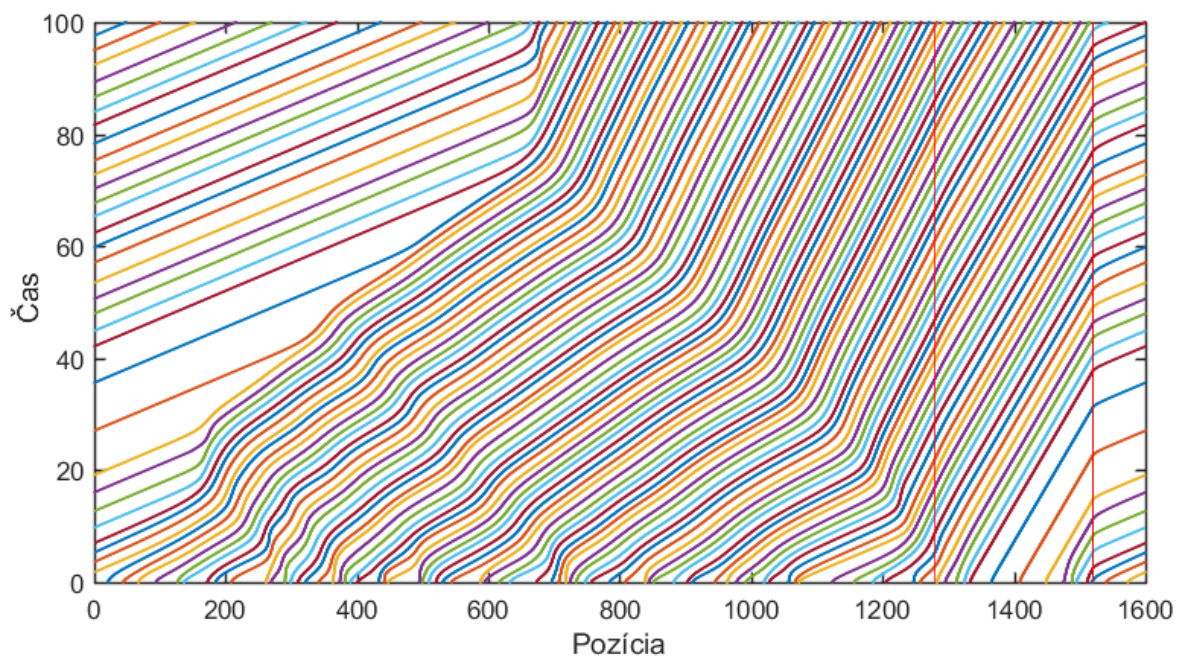
Obr. 1.17: Vizualizácia prerušovania integrácie dôsledkom splnenia podmienok „eventovej“ funkcie v modeli s nastaveným fixným $m = 1$ a riskantnou funkciou V z Rovnice 1.20.



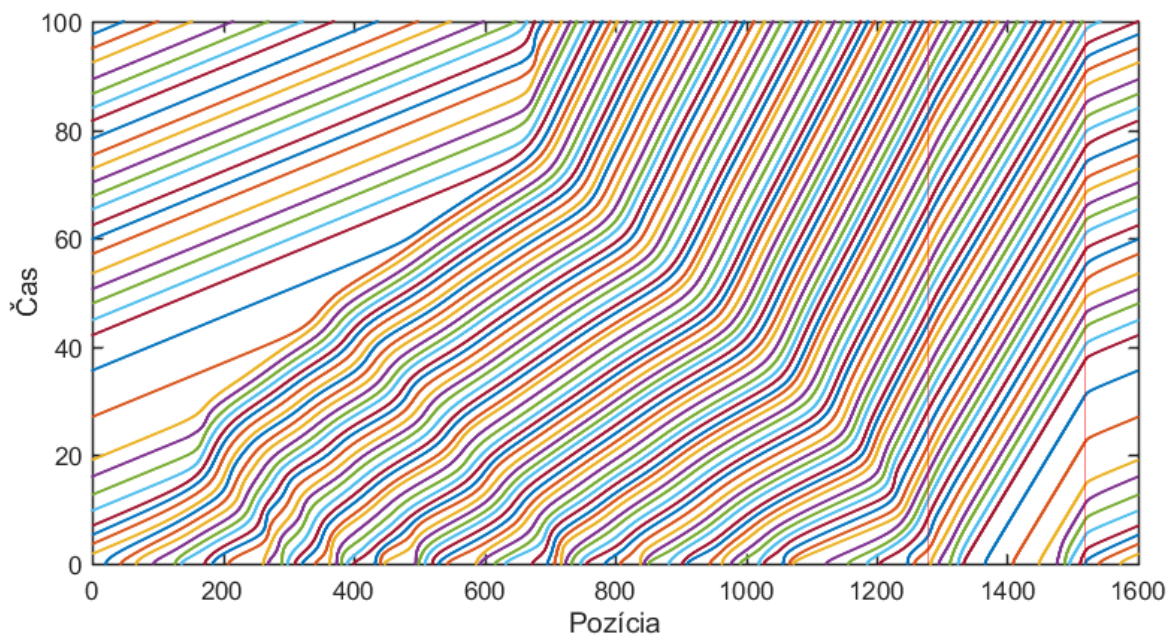
Obr. 1.18: Výrazné zhustenia dopravného toku po zvolení $m = 1$.



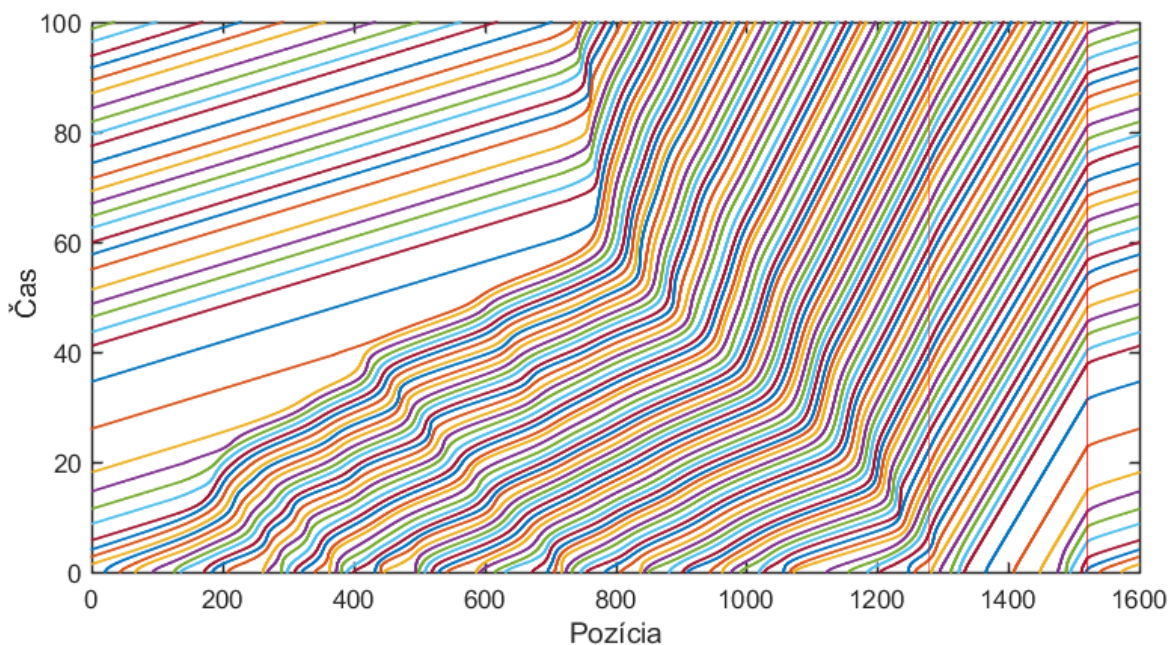
Obr. 1.19: Plynulý dopravný tok po zvolení $m = 3$.



Obr. 1.20: Jemné zhustenia dopravného toku pri parametri m zodpovedajúcom veľkostiam vozidiel.



Obr. 1.21: Pomalá premávka po zvolení $V(\Delta x_n) = 11(\tanh(\frac{(\Delta x_n - 2)}{k}) - 1.2) + \tanh(1.2)$, kde $k \in \{8, 9, 11\}$ podľa typu vodiča.

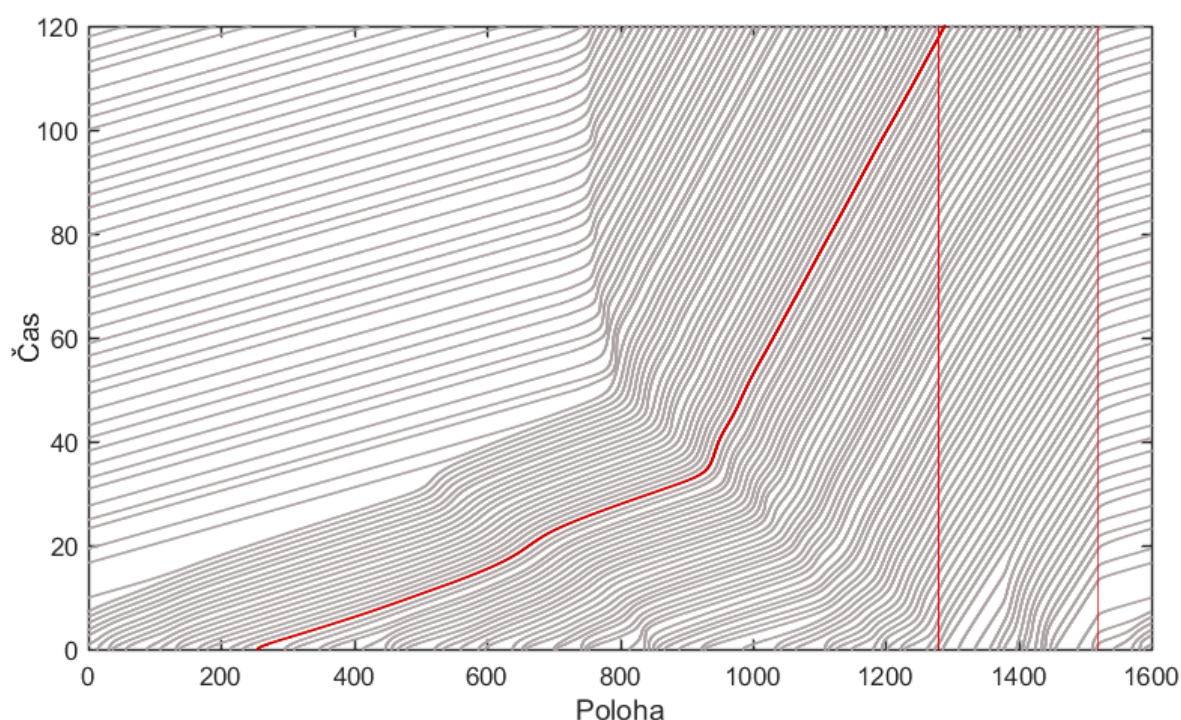


Obr. 1.22: Rýchla premávka po zvolení $V(\Delta x_n) = 15(\tanh(\frac{(\Delta x_n - 2)}{k}) - 1.2) + \tanh(1.2)$, kde $k \in \{8, 9, 11\}$ podľa typu vodiča.

Kapitola 2

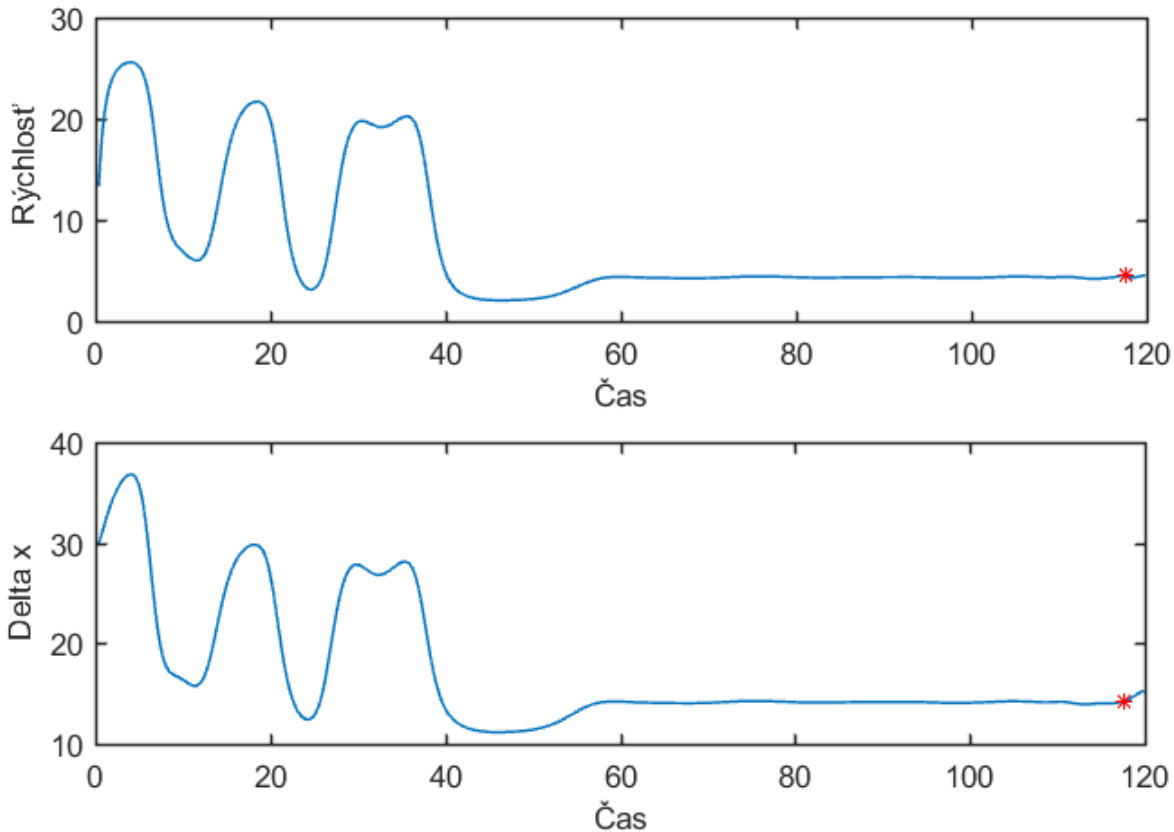
Generovanie dát pomocou zostave- ného modelu a ich analýza

V tejto časti sa budeme venovať dátam, ktoré sme vygenerovali pomocou *Finálneho modelu* s parametrami nastavenými najskôr na $N = 80$, $L = 1600$ a $tmax = 120$. Naším záujmom bolo na základe získaných dát preskúmať, či existuje nejaká závislosť medzi bezprostredným dianím v okolí vozidla a jeho vzdialenosťou do obmedzenia rýchlosti. Najskôr sme museli odseparovať údaje o jednom konkrétnom vozidle z dopravného modelu, ktorého výsledkom je obraz celej premávky a rozhodnúť, aké premenné popisujúce pohyb daného vozidla budeme sledovať.



Obr. 2.1: Výber jedného vozidla z premávky.

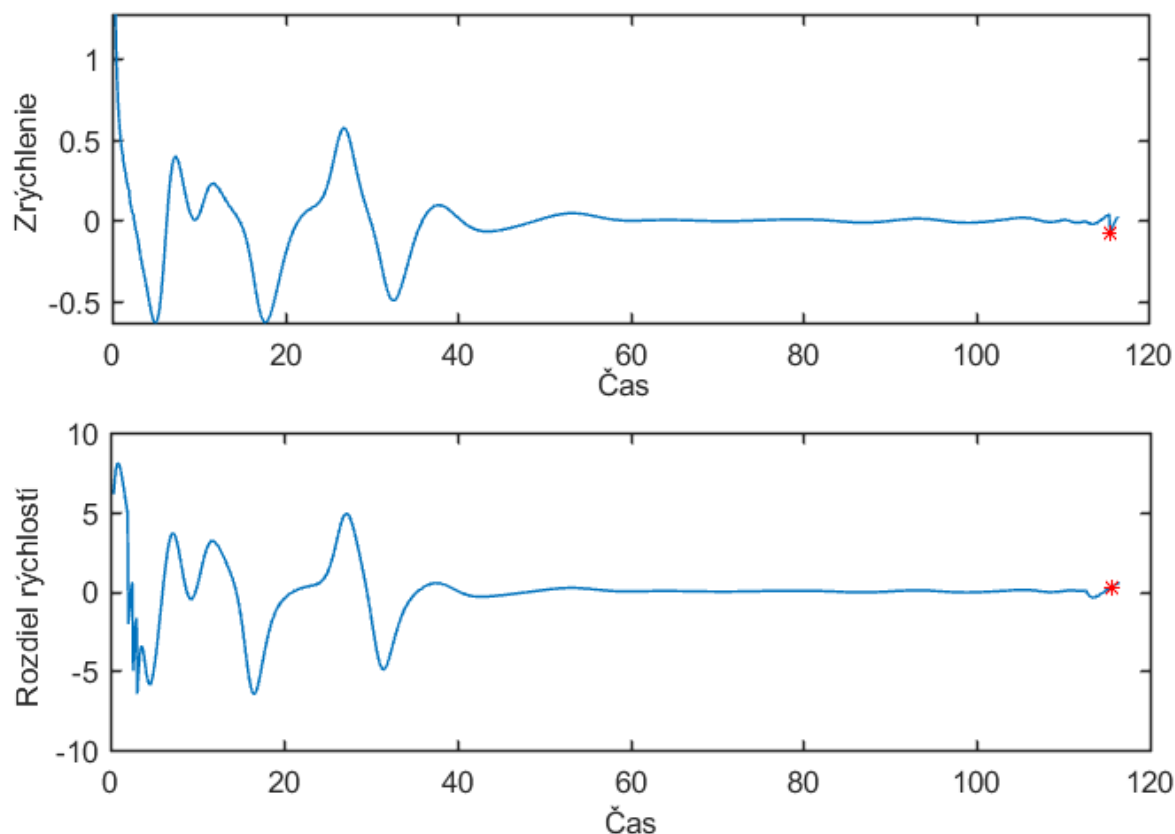
Vybrali sme preto jedno z vozidiel z premávky (Obrázok 2.1) a uložili sme si údaje



Obr. 2.2: Závislosť rýchlosti $\dot{x}$ a vzdialenosti od predchádzajúceho vozidla Δx .

o jeho polohe, rýchlosti a vzdialenosti od predchádzajúceho vozidla, ktoré nám model vypočítal. Prvým nápadom bolo sledovať jeho rýchlosť $\dot{x}_n$, vzdialenosť od predchádzajúceho vozidla Δx_n a rozdiel ich rýchlostí $\Delta \dot{x}_n$ a na základe týchto vytvoriť lineárny model, ktorým skúsime odhadnúť vzdialenosť do obmedzenia. Vykreslili sme si teda tieto dáta do grafov, kde čas prechodu do obmedzeného úseku je označený červenou hviezdíčkou. Hneď však bolo jasné, že nemá zmysel zohľadňovať rýchlosť aj vzdialenosť od predchádzajúceho vozidla, pretože na grafoch sa jasne ukázala ich závislosť vychádzajúca z povahy modelu. Rýchlosť vozidla sa v ňom totiž prispôbuje bezpečnej rýchlosti $V(\Delta x)$ a tá závisí práve od vzdialenosti od predchádzajúceho. Tieto grafy boli potom takmer totožné, ako ukazuje Obrázok 2.2.

Jednu z týchto veličín sme teda museli vynechať, no mať len dve by bolo málo, takže sme hľadali inú, ktorou by sme mohli vzdialenosť Δx nahradiť. Ďalšia možnosť, ktorá prichádzala do úvahy bolo nahradiť ju zrýchlením $\ddot{x}$ pozorovaného vozidla. To sa síce v trende zase podobalo rozdielu rýchlostí po sebe idúcich vozidiel, no tieto grafy už neboli tak presne zhodné, ako rýchlosť a vzdialenosť Δx , čo môžeme vidieť na Obrázku 2.3 a hlavne táto závislosť nebola explicitne popísaná dopravným modelom. Po prezretí výsledkov z niekoľkých simulácií som spozorovala, že tieto dve veličiny sa často rozchádzali tesne pred dosiahnutím hranice obmedzenia, takže som usúdila, že zohľadniť obe



Obr. 2.3: Rozdielnosť zrýchlenia $\ddot{x}$ a rozdielu rýchlostí po sebe idúcich vozidiel.

by mohlo pomôcť lepšie odhadovať malé vzdialenosti. Keďže sme nevedeli, aký druh závislosti - a či vôbec nejaký - sa v týchto dátach môže nachádzať, rozhodli sme sa experimentovať s jedným zo základných štatistických nástrojov, s lineárnou regresiou a pokúsili sme sa nájsť lineárnu závislosť.

2.1 Príprava dát a lineárna regresia

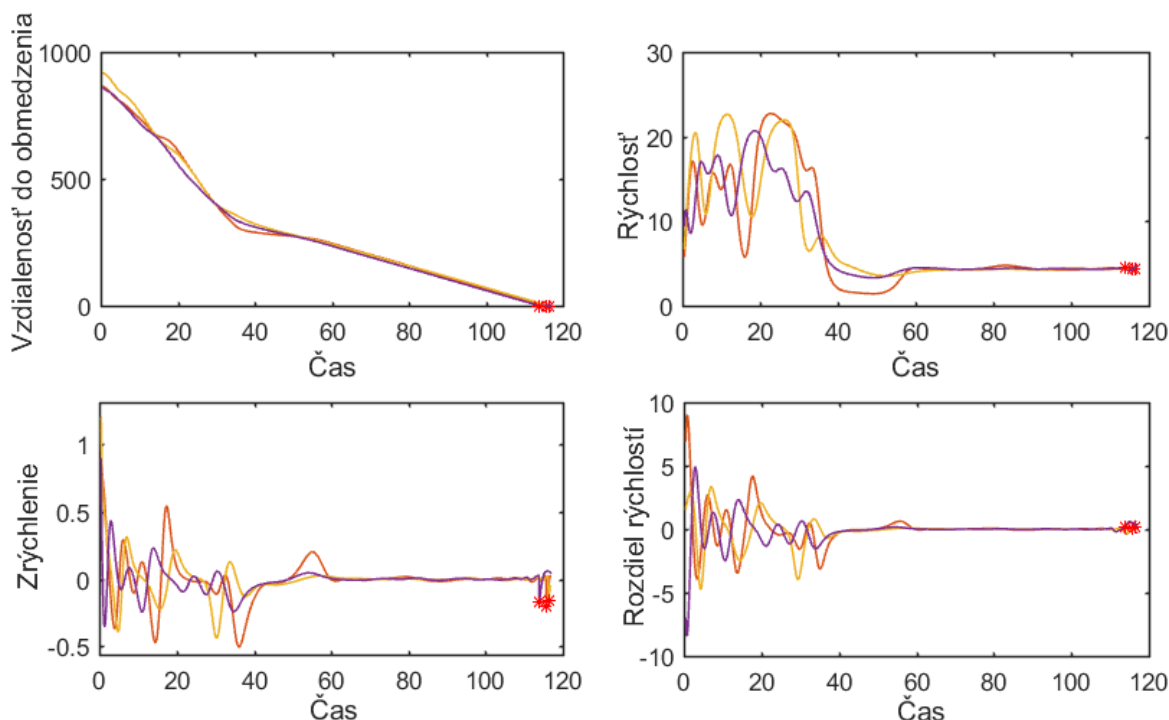
Keď sme vybrali, z akých dát sa bude skladať dátový set, ktorý budeme skúmať a aký druh modelu sa pokúsime aplikovať, mohli sme začať generovať dáta. Základný dátový set bol trojrozmerným poľom, kde sa v jednej vrstve nachádzali štyri vektory charakterizujúce pohyb n -tého auta vybraného z premávky - údaje o vzdialenosti do obmedzenia, rýchlosti, zrýchlení a rozdielu rýchlostí n -tého a $(n+1)$ -vého auta. Každú vrstvu tvorilo auto vybrané z inej náhodnej simulácie s rôznymi začiatočnými pozíciami vozidiel, aby sme predišli nejakej korelácii medzi jednotlivými dátami. O ktoré auto z danej simulácie išlo sme tiež vyberali náhodne, jedinou podmienkou bolo, aby to bolo také auto, ktoré v časovom rozsahu simulácie stihlo doraziť až k obmedzeniu. Tým sme zabezpečili, že v údajoch o danom aute sme mali kompletnú informáciu od jeho maximálnej vzdialenosti do obmedzenia v čase $t = 0$ simulácie až po tie najmenšie vzdialenosti. Pre lepšiu predstavu o tom, ako tieto dáta vyzerali, sme si nechali tieto

charakterizujúce veličiny pre tri rôzne autá vykresliť v Obrázku 2.4. Ako vidíme, vo väčšine prípadov boli grafy zaujímavé len v prvej časti a čím boli hodnoty časovo bližšie k bodu prechodu do obmedzenej zóny, tým menej nám hovorili. Toto sa prejavilo aj neskôr pri analýze, kde sa k tomu viac vyjadrím. Vygenerovali sme teda 200 takýchto súborov informácií o 200 náhodných autách v premávke a ďalej bolo potrebné tieto dáta upraviť do formy, ktorá sa dala využiť v lineárnej regresii. Je intuitívne jasné, že odhadovať vzdialenosť do obmedzenia na základe jedného údaju o rýchlosti, zrýchlení a rozdieli rýchlostí v danom časovom okamihu je nemožné, pretože tieto informácie sami o sebe so vzdialenosťou nemajú nič spoločné. Našou stratégiou bolo však odhadovať túto vzdialenosť na základe toho, čo sa priebežne s týmito veličinami udialo na predchádzajúcom úseku cesty. Zobrali sme teda nie len údaje v tomto momente, ale aj dáta z niekoľkých predchádzajúcich časových krokov. Sú to informácie, ktoré vodič teoreticky má v danej chvíli k dispozícii a už môžu mať istú predikčnú hodnotu. Nechceli sme ale do regresie vkladať zbytočne obrovské množstvo vysvetľujúcich premenných, ktoré aj tak nebudú mať nijakú interpretáciu, takže sme sa obmedzili na 10 údajov z predchádzajúcich časov. Z 200 sád vygenerovaných dát sme náhodne povyberali momenty, v ktorých sme si uložili, aká bola vtedy vzdialenosť do obmedzenia a tiež reťazce 11 údajov o rýchlosti, zrýchlení a rozdieloch rýchlostí s rozstupmi 10 časových krokov dozadu. Jeden riadok v našich dátach pripravených na regresiu mal potom 34 údajov, kde vzdialenosť bola popisovaná 33 vysvetľujúcimi premennými. Z údajov o jednom aute sme náhodne vybrali 5 rôznych časov s príslušnými charakteristikami, takže sme si vyrobili dátový súbor s 1000 pozorovaniami.

Takto pripravený súbor sme načítali do softvéru R a vytvorili sme lineárny model

$$dist_t = \beta_0 + \beta_1 \dot{x}_t + \beta_2 \dot{x}_{t-1} + \dots + \beta_{12} \ddot{x}_t + \beta_{13} \ddot{x}_{t-1} + \dots + \beta_{23} \Delta \dot{x}_t + \beta_{24} \Delta \dot{x}_{t-1} + \dots, \quad (2.1)$$

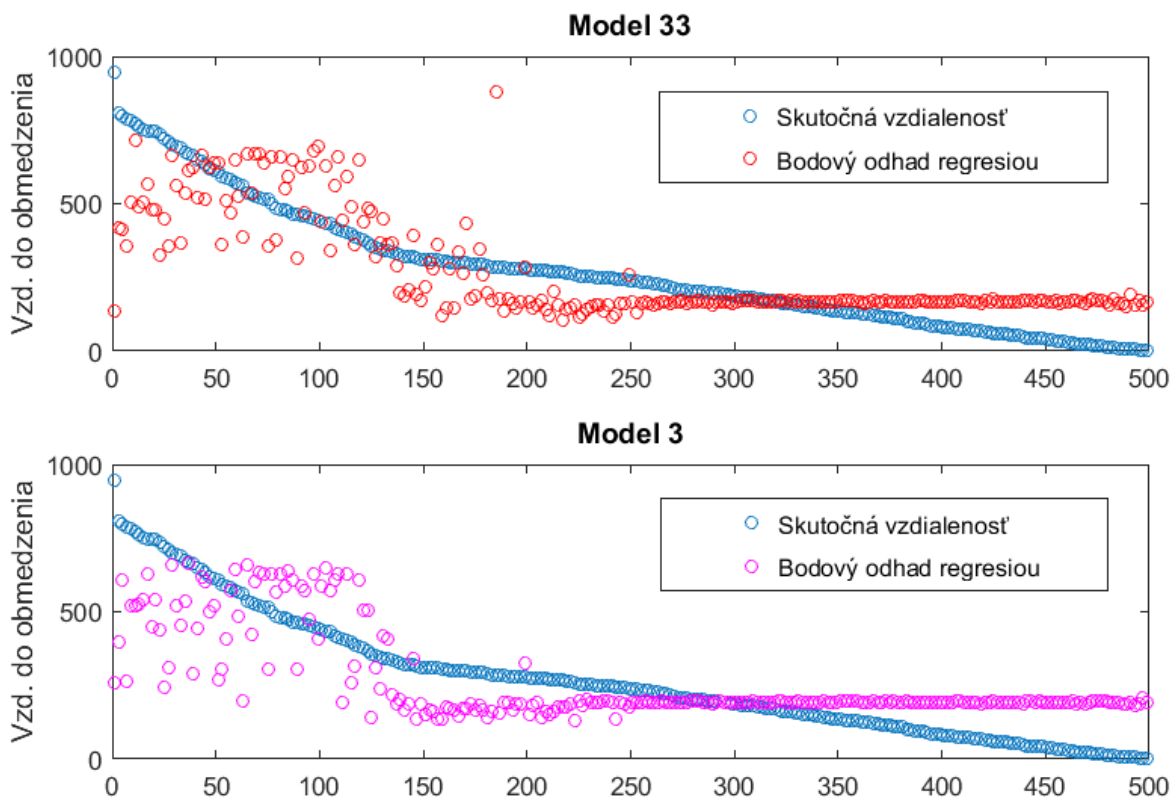
ktorý sme nazvali *model-33* a ktorý nám odhadol 34 parametrov β_k , kde $k = 0, \dots, 33$. Niektoré označil za signifikantné, niektoré nie, no to nás veľmi nezaujímalo, keďže sme jednotlivé premenné nechceli nijako logicky interpretovať. Skôr nás zaujímalo, ako dobre je model schopný predpovedať vzdialenosť do obmedzenia, ak mu dáme k dispozícii len údaje o rýchlostiach, zrýchleniach a rozdieloch rýchlostí. Vygenerovali sme preto ešte jednu o polovicu menšiu sadu dát, na ktorých sme predikčné schopnosti modelu otestovali. Ešte predtým sme si ale chceli overiť, že mať v modeli 33 premenných má aspoň nejaký vylepšujúci efekt, skúsili sme preto tiež vyrobiť aj model *model-3*, kde sme vynechali 10 údajov z predchádzajúcich časov a nechali sme len rýchlosť, zrýchlenie a rozdiel rýchlostí v danom čase. Upravený koeficient determinácie $\bar{R}^2$, ktorý popisuje kvalitu modelu, po zmenšení počtu premenných klesol z 0.6459 na 0.5174, takže pou-



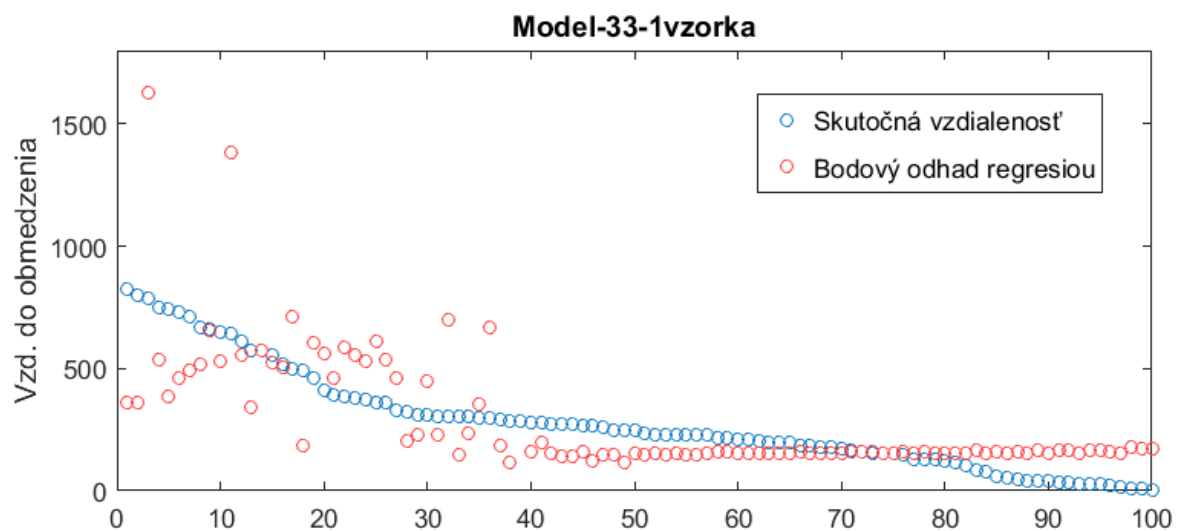
Obr. 2.4: Vizualizácia analyzovaných dát.

žitie viacerých minulých údajov modelu prospelo, no napriek tomu sa nedá povedať, že by vzdialenosť do obmedzenia nejako veľmi dobre vystihoval. Úspešnosť predikcie oboch modelov vyskúšanej na testovacej sade dát môžeme vidieť na Obrázku 2.5, kde sme si nechali vykresliť niekoľko skutočných vzdialeností zoradených od najväčších po najmenšie spolu s ich odhadmi vypočítanými oboma modelmi. Môžeme si všimnúť, že regresia s 33 premennými sa k skutočným (modrým) hodnotám blížila podobne dobre ako tá s tromi a veľmi presné to nebolo. Hlavne pri nízkych vzdialenostiach mali už oba modely zjavný problém správnu hodnotu určiť aspoň rádovo presne. Vyskúšala som ešte, či by odhady neboli lepšie, ak by sme z pôvodných 200 dát o jednotlivých autách nevyberali 5 časových okamihov, t.j. nevyrábali by sme 5 riadkov dát na regresiu z výsledkov pre jedno auto, ale vyberali by sme vždy len jeden čas a teda jednu vzorku. Znamenalo to však, že dátová sada sa zredukovala z 1000 riadkov na 200. Keď som vyrobila model *model-33-1vzorka* z takýchto dát, upravený koeficient determinácie $\bar{R}^2$ sa zlepšil na 0.7206, ale odhady pre testovaciu sadu dát vyzerali takmer rovanko zle, ako pri pôvodnom modeli. Je možné, že regresii uškodilo, že musela koeficienty β zrátať z podstatne menšieho dátového setu, ale pravdepodobnejší dôvod je, že lineárny model skrátka dáta dobre nepopisuje.

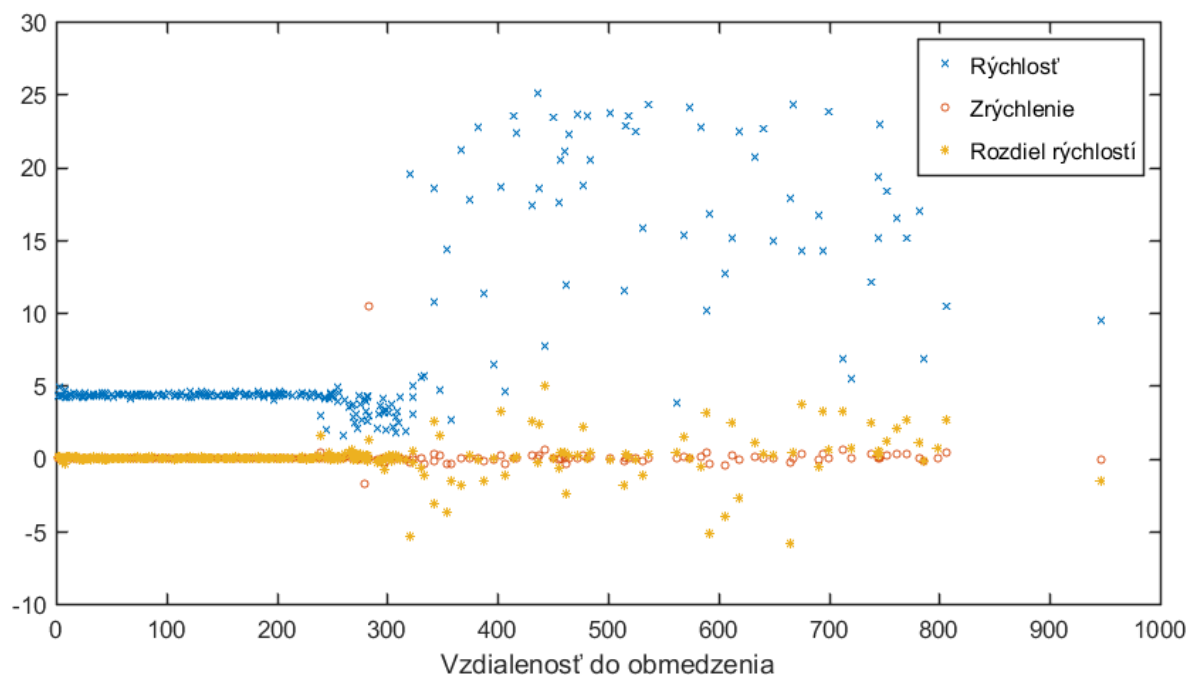
Zaujalo nás, že pri všetkých verziách modelu platilo, že ak bola skutočná vzdialenosť menšia než 200 metrov, modely už neboli vôbec schopné ju odhadnúť. Vo všetkých takýchto prípadoch bola odhadovaná vzdialenosť okolo 200. Pozreli sme sa teda na to,



Obr. 2.5: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do obmedzenia s hodnotami odhadnutými lineárnymi modelmi *model-33* a *model-3*.



Obr. 2.6: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do obmedzenia s hodnotami odhadnutými lineárnym modelom *model-33-1vzorka*.



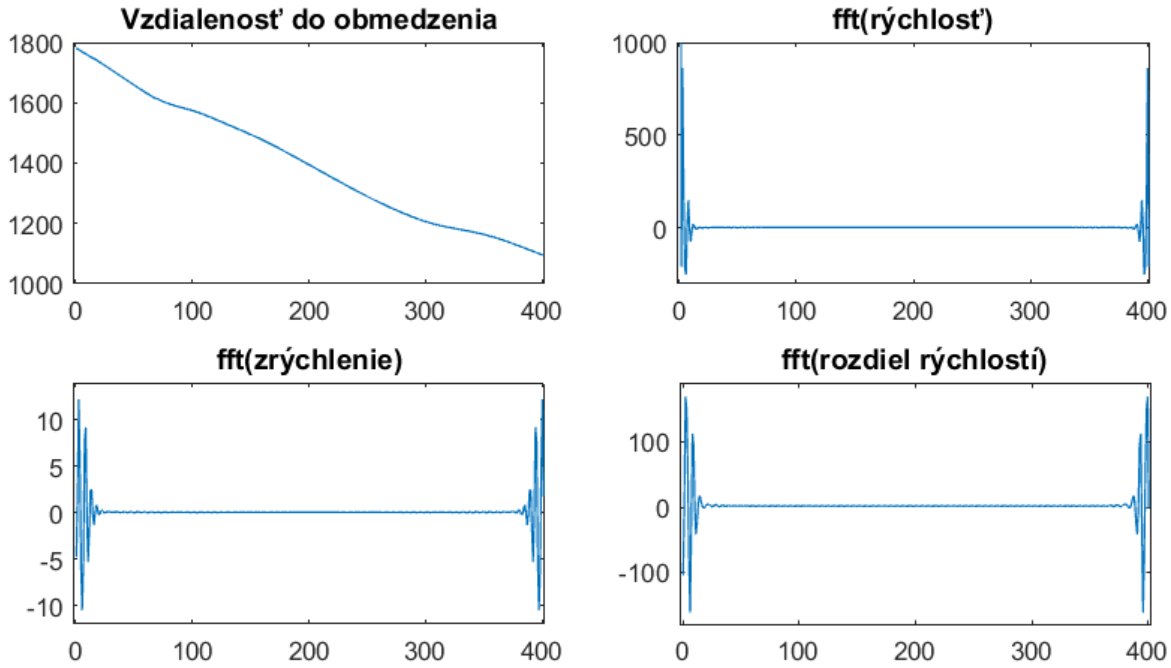
Obr. 2.7: Grafické vysvetlenie, prečo modely nevedeli odhadnúť vzdialenosti menšie než 200 metrov do obmedzenia.

prečo to tak je. Vykreslili sme si dáta z pôvodného dátového setu do grafu tak, že na x-ovú os sme dali vzdialenosti do obmedzenia a na y-ovej osi sme k nim priradili príslušné hodnoty rýchlosti, zrýchlenia a rozdielu rýchlostí v danom čase. Toto vidíme na Obrázku 2.7. Je tu dobre vidieť, že pod hranicou 200 metrov sa všetky premenné ustálili a tým pádom sa aj odhad regresie ustálil okolo priemernej hodnoty 167. Tento efekt je dôsledkom vlny dopravnej zápchy šíriacej sa dozadu od bodu, kde vozidlá vchádzajú do obmedzeného úseku. Táto vlna zapríčiňuje, že autá sa musia prispôbiť obmedzenej rýchlosti už oveľa skôr, než k obmedzeniu vôbec dorazia a je potom v takejto uniformnej doprave ťažké povedať, ako ďaleko je reálne obmedzenie, keďže podľa správania vozidla to vyzerá, že už sa v obmedzenom úseku nachádza, i keď to tak ešte nie je.

Na základe týchto výsledkov môžeme konštatovať, že takáto lineárna regresia nám veľmi dobre nepomôže odhadovať vzdialenosti do obmedzenia, keďže vo vyšších vzdialenostiach nie je vôbec presná a v malých vzdialenostiach úplne zlyháva.

2.2 Fourierova transformácia a lineárna regresia

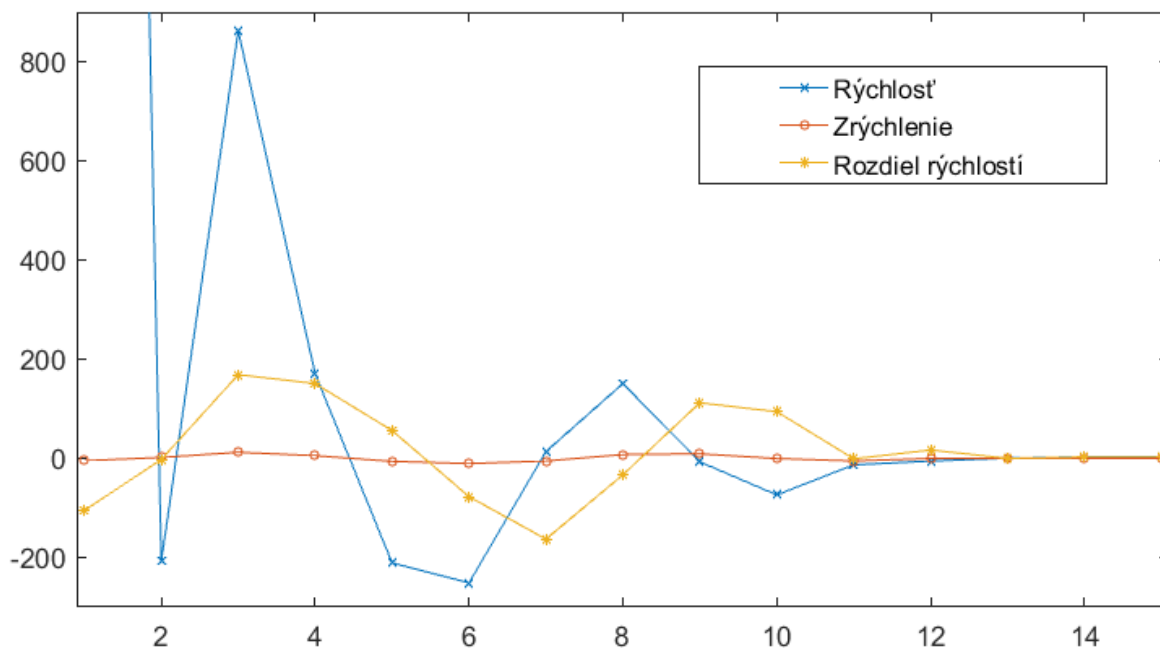
Ďalším nápadom bolo pozrieť sa na tie isté premenné: rýchlosť, zrýchlenie a rozdiel rýchlostí po sebe idúcich áut; no tentokrát ich vnímať z pohľadu Fourierovej analýzy [5] - ako funkcie času zložené z jednoduchších periodických funkcií s rôznymi frekvenciami. Chceli sme zistiť, či frekvencie vyskytujúce sa v jednotlivých časových úsekoch



Obr. 2.8: Vizualizácia analyzovaných dát po Fourierovej transformácii.

týchto troch funkcií nejako súvisia so vzdialenosťou do obmedzenia. Na tento účel sme si vygenerovali o niečo väčšiu dátovú sadu modelom s parametrami $N = 150$, $L = 3000$ a $tmax = 340$, kvôli tomu, aby sme mohli brať dlhšie časové úseky minulých údajov a mohli v predchádzajúcom správaní premávky lepšie identifikovať vytvárajúce frekvencie. Pri vytváraní dátového setu sme postupovali podobne ako v prvom prípade, no nakoniec sme z každého vektora charakterizujúcich premenných nevybrali 11 údajov s rozstupom 10 časových krokov ako predtým, ale vybrali sme 400 hodnôt dozadu s rozstupom 1 krok a na celý takýto vektor sme aplikovali diskretnú fourierovu transformáciu - v matlabe funkciu *fft*. Tá nám hodnoty závislé od času pretransformovala na funkciu frekvencií a ako potom tieto dáta vyzerali môžeme vidieť na Obrázku 2.8.

Tieto transformované funkcie nám popisujú, aké frekvencie jednoduchých periodických signálov sa nachádzajú na úseku, ktorý sme transformovali. Keďže tieto grafy sú na začiatku a na konci symetrické, zaujímavé pre nás boli len začiatky, ktoré nám dávali nejaké informácie o priebehu funkcií rýchlosti, zrýchlenia a rozdielu rýchlostí do vybraného času t . Opäť sme do regresie nechceli vkladať priveľa premenných, takže sme vybrali niekoľko hodnôt z týchto transformovaných funkcií, ktoré ich čo najlepšie charakterizovali. Po transformácii sme pre každú premennú dostali vektor dĺžky 400 a všetky zaujímavé informácie sa zväčša skrývali v hodnotách tesne po začiatku, takže sme z vektorov chceli zobrať hodnoty, ktoré by boli na husto na začiatku a len zopár ďalších. Po prezretí niekoľkých grafov s funkciami podobnými tým na Obrázku 2.8 sme určili, že zvoliť hodnoty s indexami $[1, \dots, 11, 15, 20, 30, 35]$ nám poskytne maximum



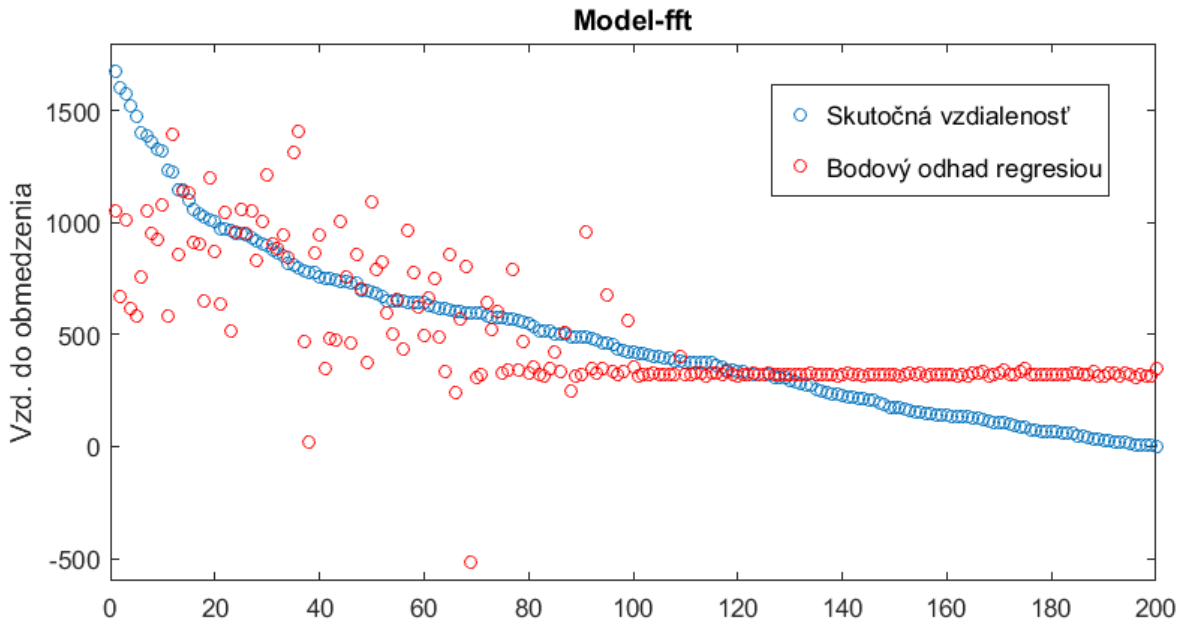
Obr. 2.9: Vybrané údaje z transformovaných funkcií pre regresiu.

informácii v minimálnom počte premenných. Pre každú veličinu sme teda vzali 15 hodnôt - reálnych častí transformovanej funkcie - z bodov s týmito indexmi, ktoré vyzerali napríklad ako na Obrázku 2.9 a tie sme použili v regresii. Celú hodnotu funkcie v týchto bodoch sme vziať nemohli, keďže komplexné čísla sme v regresii použiť nevedeli.

Do tohto postupu sme vkladali väčšie nádeje než do postupu s netransformovanými dátami, pretože sa nám zdalo, že frekvencie by mohli lepšie charakterizovať priebeh funkcií rýchlosti, zrýchlenia a rozdielu rýchlostí, no po vytvorení modelu *model-fft* a odskúšaní regresného odhadu na ďalšej menšej testovacej sade dát výsledky tiež nevyzerali veľmi dobre. Upravený koeficient determinácie $\bar{R}^2$ bol rovný 0.6809, čo bolo len o čosi lepšie než modeli *model-33*. Porovnanie skutočných vzdialeností s ich odhadmi cez regresiu z transformovaných dát môžeme vidieť na Obrázku 2.10. Vidíme, že tento model má tak isto problém s odhadnutím menších vzdialeností a tiež dáta príliš dobre nevystihuje.

2.3 Vzdialenosť do začiatku zápchy

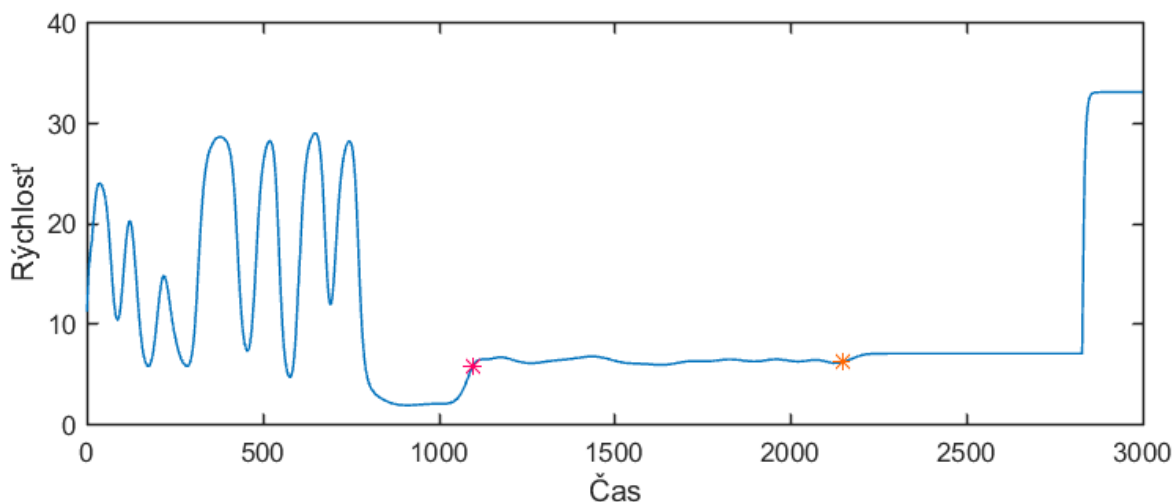
Po predchádzajúcich pokusoch sme skonštatovali, že kvôli vlne zápchy šíriacej sa v premávke od obmedzenia smerom dozadu vyskúšané modely neboli schopné vzdialenosť do prekážky dobre odhadovať. Keď sa už totiž auto dostalo do tejto zápchy, jeho správanie sa veľmi stabilizovalo a už nám nedávalo žiadne použiteľné informácie, ktoré by mohli vzdialenosť naznačovať. Rozhodli sme sa preto, že vyskúšame, ako dobre sa nám podarí odhadovať aspoň vzdialenosť do začiatku spomínanej vlny dopravnej zápchy.



Obr. 2.10: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do obmedzenia s hodnotami odhadnutými lineárnym modelom *model-fft* s transformovanými údajmi.

Najskôr bolo potrebné určiť pre každé sledované auto, pre ktoré sme si pozbierali dáta, kde sa vlastne jeho bod prechodu do zápchovej vlny nachádza. Na toto sme použili informácie o jeho rýchlosti. Poznali sme moment, keď dané auto vošlo do obmedzeného úseku a vedeli sme, že jeho rýchlosť bola spravidla už nejaký čas pred týmto bodom pomerne stála. Prehľadávali sme teda jeho vektor rýchlosti od bodu vchodu do obmedzeného úseku dozadu, až kým sme prišli k bodu, kde sa rýchlosť výrazne zmenila a tento moment sme označili ako vchod do zápchy, vizualizáciu vidíme na Obrázku 2.11. Následne sme si vyrobili nový vektor vzdialeností $dist2_t$, ktorý obsahoval vzdialenosti do začiatku zápchy.

Po zostavení prvého regresného modelu *model-zápcha-10* podľa postupu v časti 2.1 s 33 vysvetľujúcimi premennými sme hneď spozorovali výrazné zlepšenie. Hoci upravený koeficient determinácie tohto modelu bol len $\bar{R}^2 = 0.4592$, vzdialenosti do začiatku zápchy sa v testovacej sade dát oveľa lepšie zhodovali s ich odhadnutými hodnotami. Tiež sme vyskúšali ďalší nápad, ktorým bolo predĺžiť úsek minulosti, z ktorého sme brali predchádzajúce hodnoty. Doteraz sme brali do úvahy 10 predchádzajúcich údajov v rozstupe 10 časových krokov vzad a teraz sme dátový set pripravili z 10 hodnôt v rozstupe 30 krokov. Pozorovať trikrát dlhší časový úsek malo zjavne pozitívny efekt, pretože $\bar{R}^2$ modelu *model-zápcha-30* s týmito dátami vyskočilo na 0.7752. Zhodu dát a odhadu môžeme vidieť na Obrázku 2.12 a 2.13, kde vidíme detail porovnania modelu *model-zápcha-30*. Nevýhodou modelu *model-zápcha-30* však bolo, že tým, že sme si museli vybrať z dát časy, ku ktorým bolo k dispozícii toľko minulých hodnôt, mohli



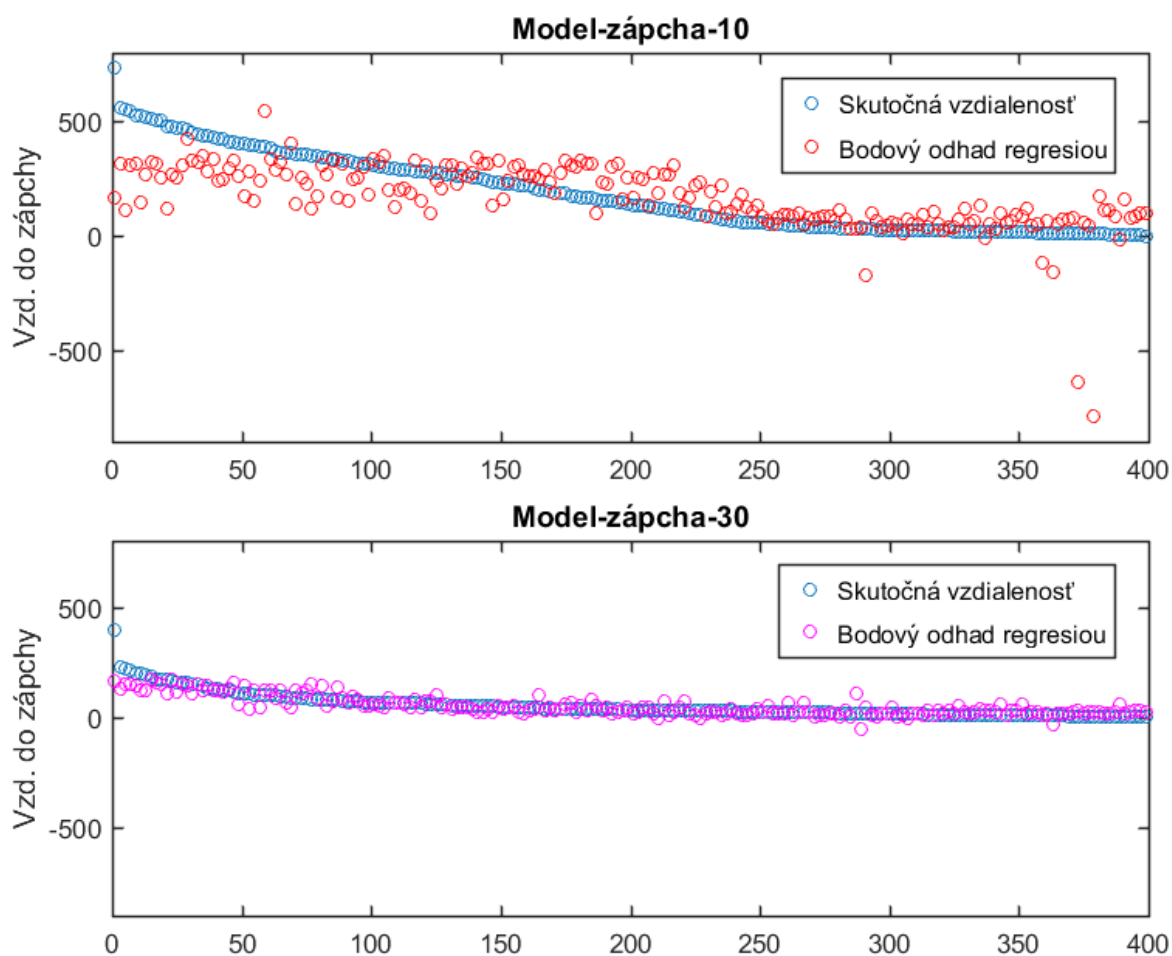
Obr. 2.11: Hľadanie bodu prechodu do zápchy pred obmedzením na základe výraznej zmeny rýchlosti.

sme skúšať odhadovať len menšie vzdialenosti. Preto aj na grafe vidíme, že hodnoty, ktoré boli týmto modelom odhadované boli len do 400 metrov.

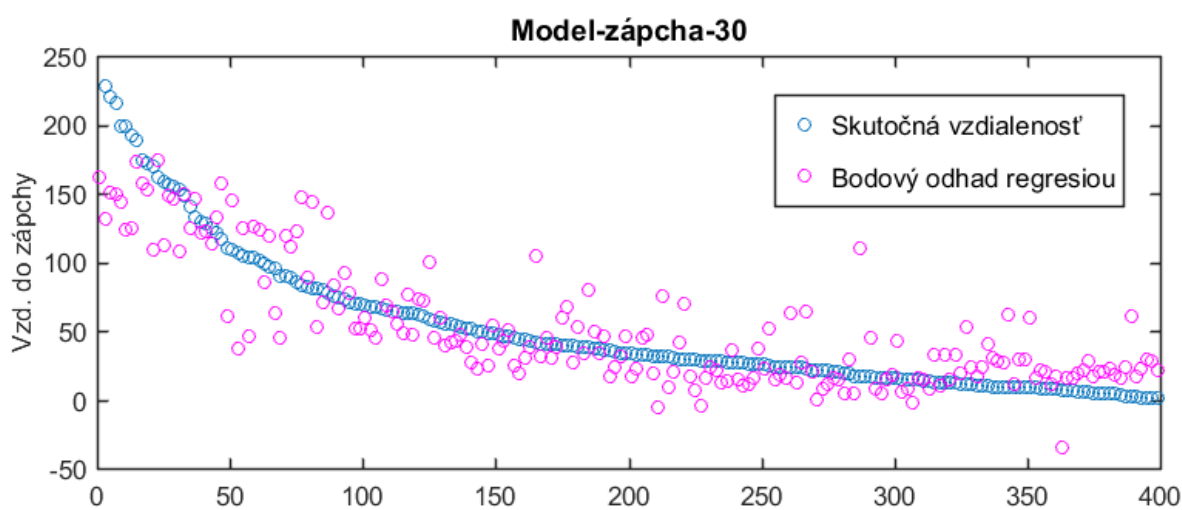
Zaujímavé bolo, že keď sme zostavili model *model-fft-zápcha* z dát pripravených druhým postupom s Fourierovou transformáciou, odhady vzdialeností a skutočné dáta mali horšiu zhodu (Obrázok 2.14) a upravený koeficient determinácie modelu bol len $\bar{R}^2 = 0.4463$.

Teraz, keď už to vyzeralo, že regresia našla nejaké súvislosti v dátach, chceli sme vybrať, ktorý z vyskúšaných modelov na tento účel funguje najlepšie, preto som sa rozhodla pre každý určiť úspešnosť jeho odhadu. Najprv ale bolo treba určiť, čo vlastne môžeme pokladať za úspech. Prvá myšlienka bola stanoviť nejakú pevnú hranicu, napr. 20 metrov, pod ktorú keby sa vošiel rozdiel odhadu a skutočnej hodnoty, vyhlásili by sme odhad za úspešný, no tento prístup sa ukázal ako nefunkčný, pretože, ako už bolo spomenuté, modely mali rôzne maximálne hodnoty vzdialeností, ktoré vstupovali do regresie a boli potom testované. Kým pre model *model-zápcha-30* s maximálnou testovanou vzdialenosťou 396.38 bolo jednoduché odhadnúť hodnotu bližšie než 20 metrov od tej skutočnej, pre model *model-zápcha-10* s maximom 738.9 a *model-zápcha-fft* s maximom 900.72 už to bol problém. Porovnávať ich úspešnosť týmto spôsobom by teda nebolo korektné. Rozhodla som sa preto, že hranicu rozdielu stanovím na $\frac{1}{20}$ maximálnej hodnoty vzdialenosti z testovacích dát. To znamená, že keď máme úsek dĺžky L pred prechodom do zápchy, odhad bol úspešný, ak sa mu podarilo určiť, na ktorej dvadstatine tohto úseku sa auto nachádza. Percentuálne úspešnosti pre tieto 3 modely potom boli:

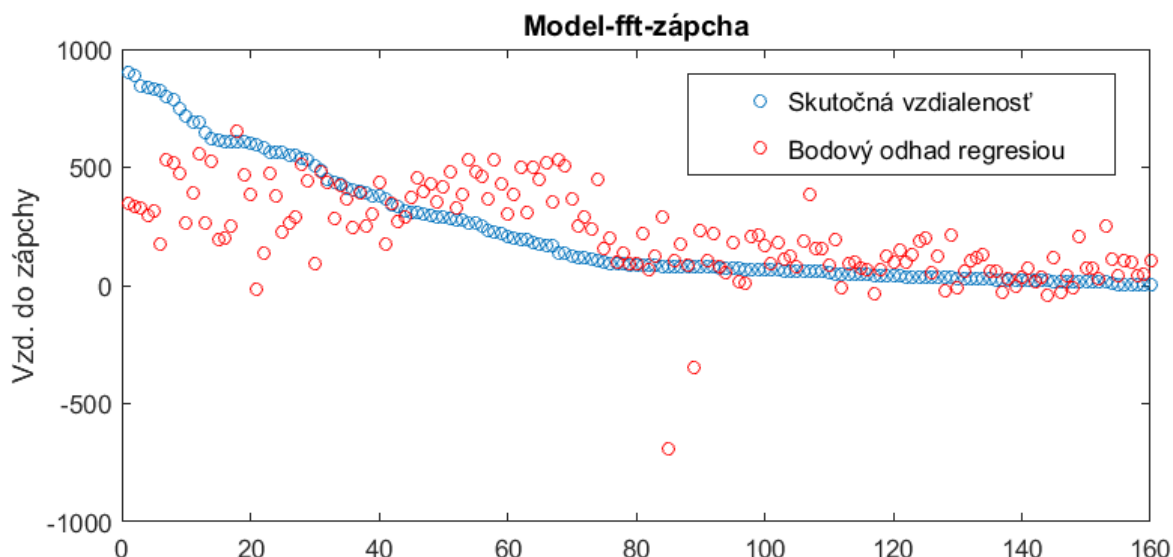
- *model-zápcha-10*: $u = 28.50\%$



Obr. 2.12: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do začiatku zápchy s hodnotami odhadnutými lineárnymi modelmi *model-zápcha-10* a *model-zápcha-30*.



Obr. 2.13: Detail porovnania skutočných údajov o vzdialenosti do začiatku zápchy s hodnotami odhadnutými lineárnym modelom *model-zápcha-30*.



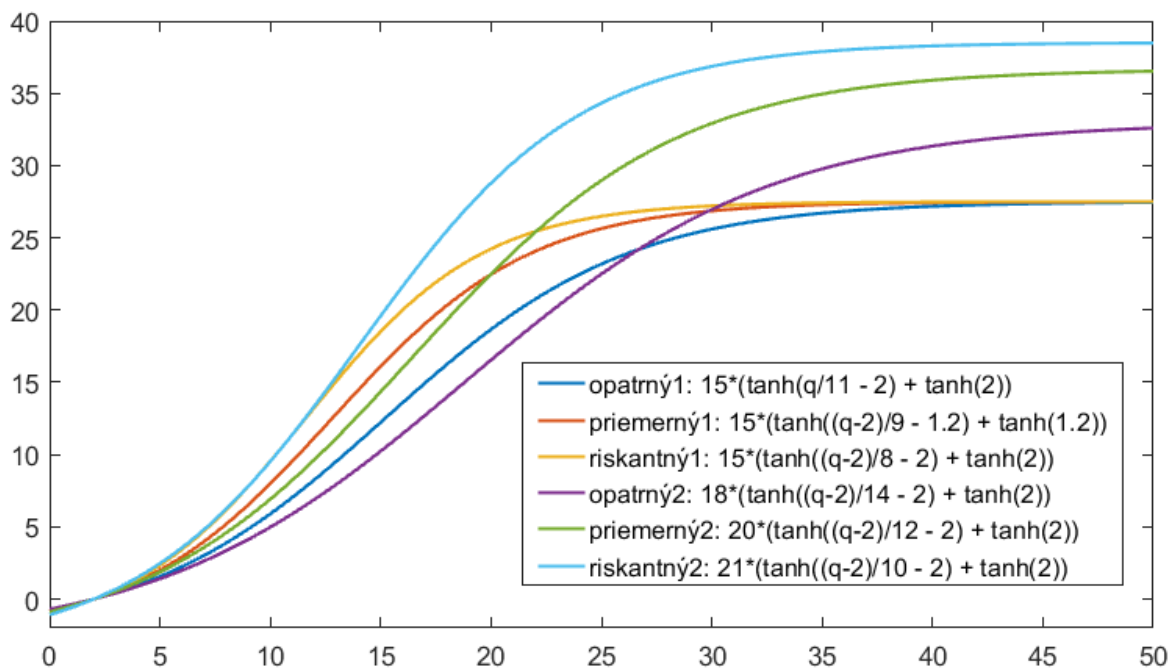
Obr. 2.14: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do začiatku zápchy s hodnotami odhadnutými lineárnym modelom *model-fft-zápcha*.

- *model-zápcha-30*: $u = 66.25\%$
- *model-zápcha-fft*: $u = 25.00\%$

2.4 Testovanie po zhustení dopravného toku

Po všetkých predchádzajúcich pokusoch sa nám zdalo zvláštne, že stratégia s Fourierovou transformáciou mala takú malú úspešnosť a dospeli sme k záveru, že dáta vygenerované *Finálnym modelom* pravdepodobne neobsahovali dostatočné zhustenia dopravy, ktoré by mohli vniešť do sledovaných premenných nejaké špecifické frekvencie vlnenia napovedajúce o vzdialenosti do obmedzenia alebo vlny zápchy. Prehodnotili sme preto ešte raz parametre *Finálneho modelu* a skúsili sme vygenerovať ďalšiu sadu dát, ktorá bola povyberaná zo simulácií s o niečo väčším zhusťovaním dopravy. Toto zhustenie sme dosiahli zmenou funkcie bezpečnej rýchlosti V . Zvýšili sme oproti prvému modelu jej V^{max} a uvedomili sme si, že rozdiel v týchto funkciách pre opatrných, priemerných a riskantných vodičov nemusí byť výhradne len v tom, že pri rovnakom Δx_n jazdia riskantnejší vodiči rýchlejšie, ale tiež aj samotné V^{max} môžu mať nastavené rôzne. Samozrejme, predpisová maximálna rýchlosť môže byť len jedna, ale to nebráni riskantným vodičom jazdiť rýchlejšie a opatrným pomalšie. Preto sme nové funkcie V upravili tak, ako vidíme na Obrázku 2.15.

Keďže už sme predchádzajúcimi pokusmi zistili, že regresia fungovala lepšie, keď sme zohľadnili dlhší predchádzajúci úsek, tentorát sme rovno generovali dlhšie dopravné úseky s parametrami $N = 150$, $L = 3000$ a $tmax = 340$, aby sme mali k dispozícii dlhšie vektory dát. Jednu zo simulácií vygenerovaných *Druhou verziou finálneho modelu*

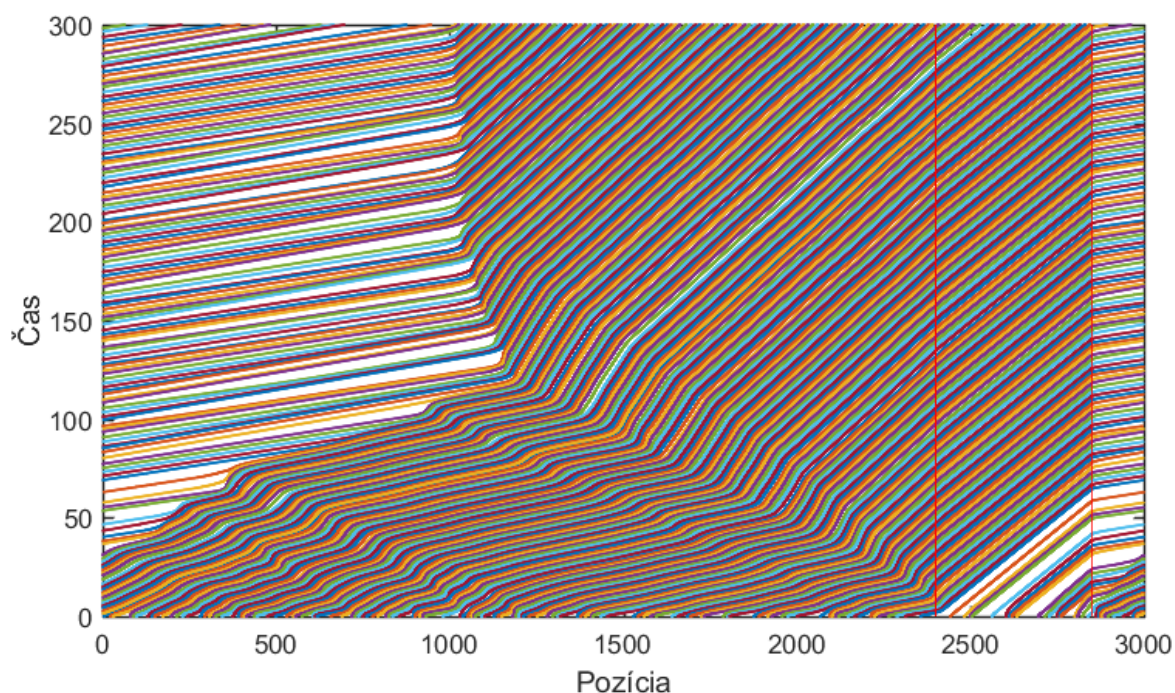


Obr. 2.15: Upravené funkcie V pre opatrných, priemerných a riskantných vodičov s rôznym sklonom aj V^{max} pre druhú verziu modelu.

môžeme vidieť na Obrázku 2.16, kde sa dá všimnúť aj väčší počet zhustení dopravného toku pred príchodom k obmedzeniu. Po vygenerovaní dát pomocou tohto modelu sme si dáta pripravili na regresiu prvým postupom aj postupom s Fourierovou transformáciou. Najskôr sme dali ešte jednu šancu odhadu vzdialenosti do obmedzeného úseku, no táto regresia - s transformáciou aj bez nej - mala rovnaké problémy vysporiadať sa s vlnou zápchy pred obmedzením, aké sme videli aj pri menej zvlhnom dopravnom toku, takže po tejto stránke úprava nepomohla. Zaujímavým pozorovaním na dátach bolo, že vozidlá boli po vchode do zápchy nútené ísť ešte pomalšie, než predpísanou obmedzenou rýchlosťou a po následom vstupe do obmedzeného úseku paradoxne zrýchlili. Tento fakt nám však tiež veľmi nepomohol, keďže na náš odhad sme chceli použiť len dáta z minulosti a súčasnosti. Pozreli sme sa teda opäť radšej na vzdialenosti do samotnej zápchy.

Pripravili sme dáta na regresiu bez Fourierovej transformácie a vybrali sme tento krát 10 minulých údajov v rozstupoch 50 a 70 časových krokov. Výsledky odhadovania vzdialeností do začiatku zápchy v testovacej sade dát pomocou modelov *model-zápcha-50-ver2* a *model-zápcha-70-ver2* ukazuje Obrázok 2.17 a detailnejšie 2.18. Vidíme tu, že sa opäť potvrdilo, že pri zohľadnení dlhšieho úseku z minulosti bol odhad regresiou presnejší. Upravené koeficienty determinácie týchto modelov boli $\bar{R}^2 = 0.5189$ a $\bar{R}^2 = 0.5123$.

Tiež sme zopakovali regresiu s dátami po transformácii a ukázalo sa, že väčšie zvl-



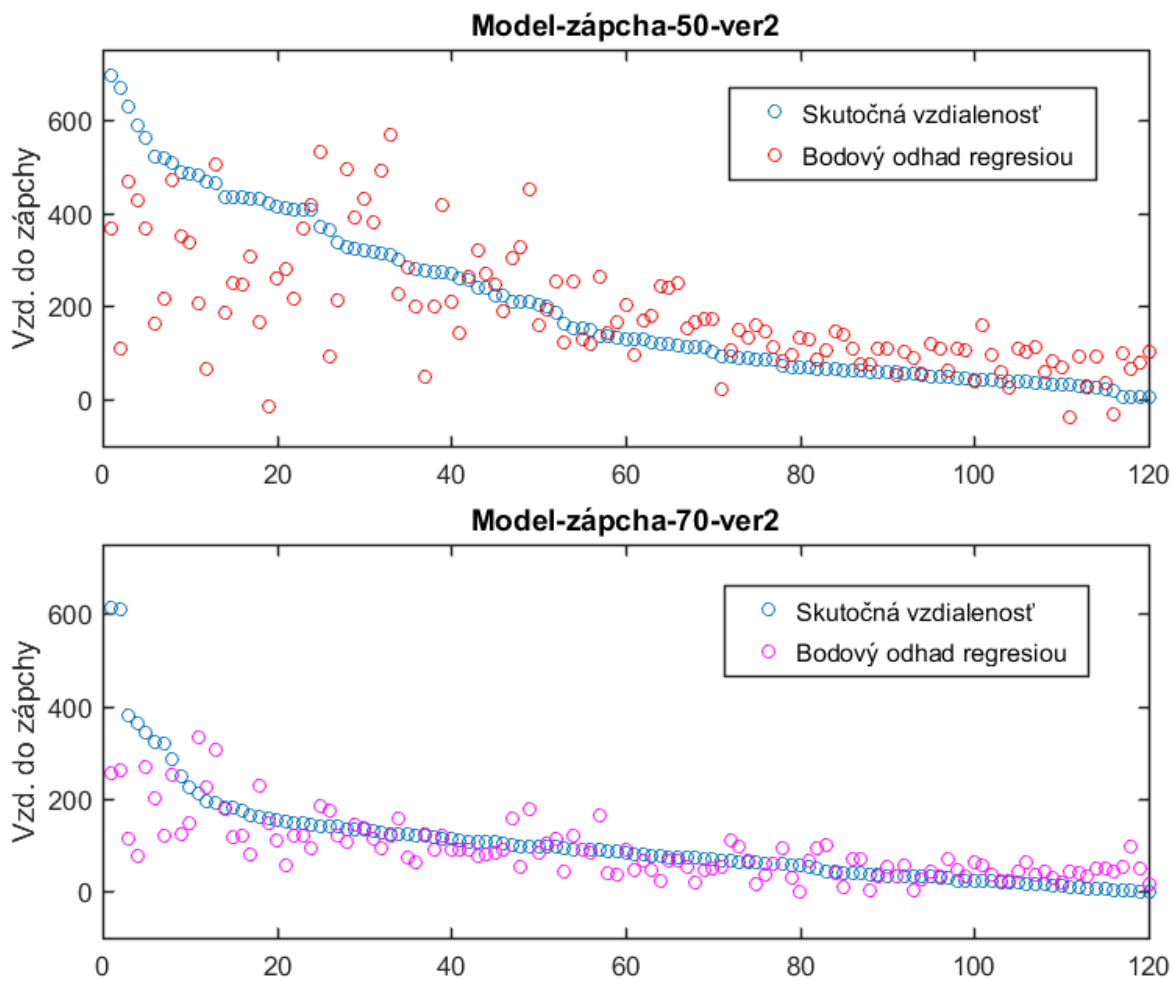
Obr. 2.16: Priebeh dopravného toku po použití *Druhej verzie finálneho modelu*.

nenie dopravy ani v tomto ohľade veľmi nepomohlo. Upravený koeficient determinácie modelu *model-zápcha-fft-ver2* bol len $\bar{R}^2 = 0.4076$ a zhoda odhadu so skutočnými vzdialenosťami je zobrazená na Obrázku 2.19.

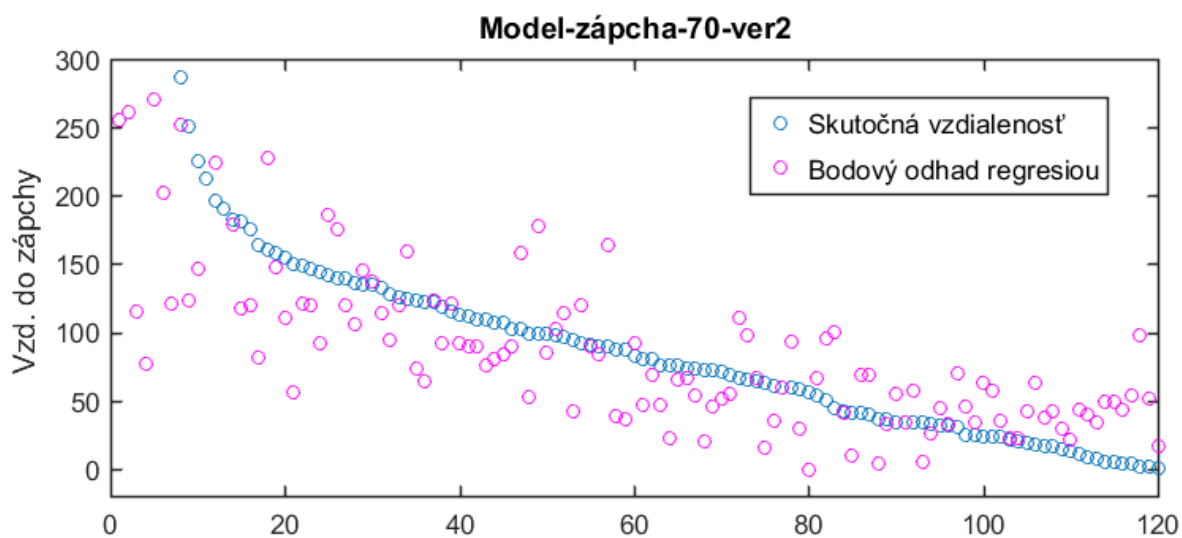
Percentuálne úspešnosti odhadov týchto modelov podľa kritéria, ktoré sme nastavili vyššie boli nasledovné:

- *model-zápcha-50-ver2*: $u = 23.33\%$
- *model-zápcha-70-ver2*: $u = 52.50\%$
- *model-zápcha-fft-ver2*: $u = 25.00\%$

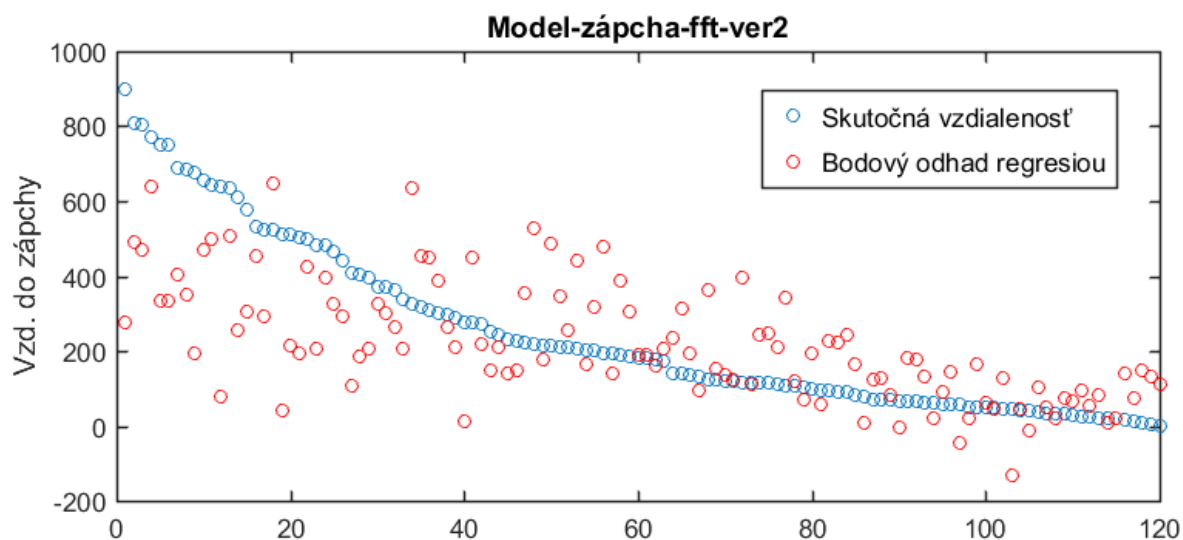
Na záver sme ešte vyskúšali, či by modelu s Fourierovou transformáciou *model-zápcha-fft-ver2* nepomohlo, keby sme z transformovaných funkcií rýchlosti, zrýchlenia a rozdielu rýchlostí nebrali hodnoty, ktoré boli zo začiatku husté a potom nariedko ako doteraz, ale priamo prvých 15 hodnôt. Lineárny model zostavený na základe takto pripravených dát ale tiež nedával lepšie odhady a jeho upravený koeficient determinácie bol $\bar{R}^2 = 0.4736$, čo znamená, že regresia tieto dáta vystihla len o niečo lepšie než predtým. Tiež sme sa zamysleli, či nám z transformovaných dát neunikla podstatná informácia, keď sme z nich v regresii použili len reálnu časť komplexných čísel a či by nepomohlo miesto reálnych častí regresii zadať absolútne hodnoty týchto hodnôt. Vyskúšali sme aj tento spôsob prípravy dát, no úspešnosť odhadov sa nezlepšila a $\bar{R}^2$ takéhoto modelu bolo dokonca len 0.3832.



Obr. 2.17: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do začiatku zápchy s hodnotami odhadnutými lineárnymi modelmi *model-zápcha-50-ver2* a *model-zápcha-70-ver2*.



Obr. 2.18: Detail porovnania skutočných údajov o vzdialenosti do začiatku zápchy s hodnotami odhadnutými lineárnym modelom *model-zápcha-70-ver2*.



Obr. 2.19: Porovnanie skutočných údajov o vzdialenosti do začiatku zápchy s hodnotami odhadnutými lineárnym modelom *model-zápcha-fft-ver2*.

Z nášho testovania teda nečakane vyšlo, že lineárna regresia na „surových“ údajoch rýchlosti, zrýchlenia a rozdielu rýchlostí po sebe idúcich áut vystihovala údaje o vzdialenosti lepšie, než keď sme jej dali k dispozícii informácie o frekvenciách vytvárajúcich funkcie jednotlivých premenných.

Záver

Cielom tejto práce bolo riešiť inverzné úlohy v matematických modeloch dopravy, akou je napríklad určenie vzdialenosti vozidla do obmedzenia na vozovke iba na základe jeho pohybu a pohybu vozidiel v jeho okolí. Za objekt nášho záujmu sme si konkrétne zvolili úsek so zníženou maximálnou rýchlosťou, pred ktorým vznikalo zhustovanie dopravy a dopravná zápcha. Snažili sme sa zistiť, či je možné len vďaka údajom o minulom a súčasnom správaní dopravného toku, ktoré je teoreticky vodič vozidla vo svojom okolí schopný vnímať, určiť vzdialenosť do tohto obmedzeného úseku. Na tieto účely sme si najskôr potrebovali zostaviť dopravný model, ktorý nám poskytol údaje o pohybe jednotlivých vozidiel v premávke a v druhej - analytickej - časti sme v týchto dátach hľadali súvislosť medzi priebehom dopravného toku v okolí vozidla a jeho vzdialenosťou do obmedzenia.

V prvej kapitole sme sa najprv zoznámili s princípom car-following dopravných modelov a vysvetlili fungovanie základného modelu, na ktorom je celá práca postavená. Tento sme ďalej priblížili realite rôznymi vylepšeniami a tiež sme doňho zakomponovali prekážku v podobe obmedzenia rýchlosti. To spočiatku vyzeralo ako jednoduchá úloha, no počas pridávania rôznych parametrov aj prekážky sme narazili na problémy, ktoré nám úpravu modelu skomplikovali. Odhalili sme, že základný model sám o sebe fungoval dobre, no akonáhle sme doňho začali zasahovať a upravovať sústavu diferenciálnych rovníc popisujúcich dynamický systém vozidiel, model už nepopisoval dopravný tok realisticky. Dochádzalo v ňom k častému pretínaniu trajektórií vozidiel napriek tomu, že sme na začiatku definovali, že žiadne predbiehanie nie je možné. Skúmali sme teda, ktoré parametre modelu mali vplyv na to, že vozidlá nedostatočne znižovali svoju rýchlosť. Tie sme potom upravovali a tiež sme pridali podmienky, ktoré zabezpečili prudšie brzdenie v krízových momentoch a predišli kolíziám medzi vozidlami. Po pridaní všetkých vylepšení a odstránení vzniknutých problémov sme tiež zhrnuli, ako ktoré parametre ovplyvňujú plynutie dopravného toku a pomocou zostaveného *Finálneho modelu* sme mohli začať generovať dáta.

Výstupom jednej simulácie vygenerovanej naším modelom boli údaje o polohe a rýchlosti všetkých vozidiel, ktoré boli na začiatku náhodne rozmiestnené. Najskôr sme si preto z veľkého počtu simulácií izolovali informácie o jednotlivých nezávislých vo-

zidlách a vytvorili sme dátový set na analýzu. Pre každé vozidlo sa v ňom nachádzali údaje o vzdialenosti do obmedzeného úseku, rýchlosti, zrýchlení a o rozdieli rýchlostí po sebe idúcich áut. Na tieto dáta sme sa potom pozerali dvoma rôznymi spôsobmi. Priamo sme ich použili ako vstup do lineárnej regresie a tiež sme na ne aplikovali Fourierovu transformáciu a takto upravené ich použili v regresii. Očakávali sme, že postup s transformáciou nám prinesie lepšie výsledky, keďže mal potenciál odhaliť frekvencie ukryté vo vlnení sledovaných veličín a mysleli sme si, že toto by mohlo dobre charakterizovať vzdialenosť do obmedzenia. Testovanie však ukázalo, že tento postup nakoniec nedával lepšie odhady než ten s pôvodnými dátami. Vzdialenosť do začiatku obmedzeného úseku sa nám veľmi dobre nepodarilo určovať ani jedným z týchto postupov, čo bolo zrejme zapríčinené vlnou zápchy, ktorá sa spravidla pred obmedzením na ceste šíri smerom vzad. Táto vlna spôsobila, že vozidlá vchádzali do uniformného úseku dopravy oveľa skôr, než vôbec dorazili k prekážke, takže údaje, ktoré sme o nich mali pozbierané nám o tejto časti trasy nič užitočné neprezrádzali. Ukázalo sa však, že postup bez Fourierovej transformácie dával celkom dobré odhady vzdialenosti do bodu prechodu do spomínanej vlny zápchy pred prekážkou. Odhadovanie vzdialenosti do obmedzenia pomocou lineárneho modelu teda nebolo veľmi úspešné, no slubné výsledky sme dostali pri odhadovaní vzdialenosti do zápchy pred ním.

Prínosom tejto práce je teda zistenie, že je tu potenciál vytvorenia takého štatistického modelu, ktorý by vedel určovať vzdialenosť do bodu, kde vozidlo vojde do zápchy. Veľmi presný model sa nám síce zatiaľ nepodarilo vytvoriť, no môžeme povedať, že sme urobili prvé kroky k jeho nájdeniu. Pri ďalšom pátraní by sme odporúčali vyskúšať najst nelineárny vzťah medzi priebehom dopravy a vzdialenosťou do zápchy, prípadne využiť nástroje robustnej regresie, pretože lineárny model nevystihoval dáta dostatočne.

Literatúra

- [1] Bando, M. et al.: Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation, Phys. Rev. E 52, str. 1035 (1995)
- [2] Lenz, H., Wagner, C. K., Sollacher, R.: Multi-anticipative car-following model, The European Physical Journal B, E 7, str. 331-335, 1999
- [3] Pipes, L.: Car following models and the fundamental diagram of road traffic, Transportation Research, 1, str. 21–29, 1953
- [4] Fordon i län och kommuner 2017, Statistik 2018:3, 15.2.2018, dostupné na internete (3.4.2018): https://www.trafa.se/globalassets/statistik/vagtrafik/fordon/2018/fordon_lan_och_kom_2017_blad.pdf
- [5] Lehar, S.: An Intuitive Explanation of Fourier Theory, dostupné na internete (23.4.2018): <http://cns-alumni.bu.edu/~slehar/fourier/fourier.html>
- [6] Braking distance, Wikipédia, dostupné na internete (28.4.2018): https://en.wikipedia.org/wiki/Braking_distance
- [7] Persson B. N. J., Tartaglino U., Albohr O., Tosatti E.: Rubber friction on wet and dry road surfaces: The sealing effect, PHYSICAL REVIEW B 71, The American Physical Society, 2005, dostupné na internete (28.4.2018): http://multiscaleconsulting.com/publications/Rubber_friction_on_wet_and_dry_road_surfaces_The_sealing_effect.pdf

Príloha

1 Matlabovský kód základného modelu

```
global x0 init_vel N T
OPTIONS = odeset('AbsTol',1e-10,'RelTol',1e-10);
[t, sol] = ode45(@fct_simple, T, [x0;init_vel],OPTIONS);

figure
for i = 1:N
    plot(mod(sol(:,i),L), t, '.', 'MarkerSize', 2)
    hold on
end
xlabel('Traffic point');
ylabel('Time');

function dx = fct_simple(t,x)
global a L N
dx = zeros(2*N,1);
V = @(delta) tanh(mod(delta,L) - 2) + tanh(2) ; % fcia legalnej rychlosti

dx(1:N,1) = x((N+1):end);
dx((N+1):end,1) = a*(V([x(2:N); x(1)] - x(1:N)) - x((N+1):end));
return
```

2 Inicializácia modelu a nastavenie jeho parametrov

```
% definicia globalnych premennych

global m A x0 l L N tmax init_vel typa typv % a
% a = 0.9; % konstantna citlivost
m = 3; % pocet sledovanych aut
N = 150; % pocet vozidiel
L = 4*5*N; % dlzka drahy
init_vel = ones(N,1)*3; % pociatocna rychlost vozidiel
tmax = 340;

% typ auta, dlzka v m
pp = rand(N,1);
typa = zeros(N,1);
l = ones(N,1)*0.0001;
for i = 1:N
    if pp(i) < 0.051657292 %motorky
        typa(i) = 3;
        l(i) = 0.18*randn(1,1) + 2.3;
        while l(i) < 1.9 || l(i) > 3
            l(i) = 0.18*randn(1,1) + 2.3;
        end
    end
end
```

```

        end
    end

    if (pp(i) >= 0.051657292 && pp(i) < 0.887406404)    %osobne auta
        typa(i) = 2;
        l(i) = 0.72*randn(1,1) + 4.3;
        while l(i) < 2.8 || l(i) > 5.5
            l(i) = 0.72*randn(1,1) + 4.3;
        end
    end

    if (pp(i) >= 0.887406404 && pp(i) < 0.983192947)    %dodavky
        typa(i) = 1;
        l(i) = 0.5*randn(1,1) + 7.5;
        while l(i) < 6.2
            l(i) = 0.5*randn(1,1) + 7.5;
        end
    end

    if pp(i) >= 0.983192947    %autobusy a nakladne auta
        typa(i) = 1;
        l(i) = 0.4*randn(1,1) + 13;
    end

end
% L = floor((sum(l) * 4)/100)*100;

% l = zeros(N,1);                % nahodne dlzky vozidiel - zlomok dlzky okruhu
% l = ones(N,1)*0.0001;
% l(:,1) = 0.1*(L/N) + 0.25*(L/N).*rand(N,1);

x0 = zeros(N,1);                % nahodne zaciatočne pozicie
x0(:,1) = sort((L-sum(l))*rand(N,1));
l_h = l(1)/2;
x0(1) = x0(1) + l_h;
for i=2:N
    l_h = l_h + l(i-1)/2 + l(i)/2;
    x0(i) = x0(i) + l_h;
end

% pp = rand(N,1);                % Finalny model
% typv = zeros(N,1);
% for i=1:N
%     if pp(i) < 0.15
%         typv(i) = 8; % riskantny vodiac
%     end
%     if pp(i) >= 0.15 && pp(i) < 0.8
%         typv(i) = 9; % priemerny vodiac
%     end
%     if pp(i) >= 0.8
%         typv(i) = 11; % super opatrný vodiac
%     end
% end

pp = rand(N,1);                % Druha verzia Finalneho modelu
typv = zeros(N,2);
for i=1:N
    if pp(i) < 0.15
        typv(i,1) = 22;
    end
end

```

```

        typv(i,2) = 10; % riskantny vodiac
    end
    if pp(i) >= 0.15 && pp(i) < 0.85
        typv(i,1) = 20;
        typv(i,2) = 12; % priemerny vodiac
    end
    if pp(i) >= 0.85
        typv(i,1) = 18;
        typv(i,2) = 14; % super opatrný vodiac
    end
end
end

A = zeros(N,m);          % rozne nahodne citlivosti vodičov
for n=1:N
    A(n,:) = sort(0.78 + 0.22*rand(1,m),'descend');
end
end

```

3 Matlabovský kód funkcie použitej vo Finálnom modeli s obmedzením rýchlosti

```

function dx = fct_final(t,x)

global l A L N typv typa
dx = zeros(2*N,1);
m = 3;
x_help = [x(1:N);x(1:m)]; % pomocny vektor pozicii
for s = (N+1):(2*N)
    if x(s) < 0
        x(s) = 0;
    end
end
l_help = [l;l(1:m)];
typ_help = [typ;typ(1:m)];

V = @(delta, typ) 15*(tanh((delta-2)./typ - 1.2) + tanh(1.2));
                                % fcia legalnej rychlosti
R = @(delta, typ) min(5, 15*(tanh((delta-2)./typ - 1.2) + tanh(1.2)));
                                % fcia legalnej rychlosti na obmedzenom useku

% Druha verzia Finalneho modelu:
% V = @(delta, typ1, typ2) typ1.*(tanh((delta-2)./typ2 - 1.2) + tanh(1.2));
% R = @(delta, typ1, typ2) min(7, typ1.*(tanh((delta-2)./typ2 - 1.2) + tanh(1.2)));

% dx/dt = z
% dz/dt = a*(V(delta) - z)

for i = 1:N

    m = typ_help(i+1);
    if m > 2
        if typ_help(i+2) == 1 %ak je 2.auto predo mnou kamion
            m = 2;
        end
    end
end

delta = (x_help((i+1):(i+m)) - x_help(i)*ones(m,1) -

```

```

                                (l_help((i+1):(i+m))+l_help(i)*ones(m,1))./2)./(1:m)';
for j = 1:m
    if delta(j) <= 0 && (i+j) > N && delta(j) > -L
        delta(j) = L/j + delta(j);
    end
end

dx(i) = x(i+N);

h = mod(x(i),L);
if delta > 2
    if (h < L*4/5 || h > L*19/20)
        dx(i+N) = A(i,1:m)*(V(delta, ones(m,1)*typv(i)) - ones(m,1)*x(i+N));
    else
        dx(i+N) = A(i,1:m)*(R(delta, ones(m,1)*typv(i)) - ones(m,1)*x(i+N));
    end
else
    dx(i+N) = A(i,1:m)*(- ones(m,1)*x(i+N));
end
end

end

```

4 Matlabovský kód použitý na generovanie dát pomocou Finálneho modelu s obmedzením rýchlosti a s eventovou funkciou

```

clear all
Glob_premenne
global x0 init_vel N L tmax
num = 120;
dieliky = tmax*10+1;
dataset = zeros(dieliky-5,4,num);

for z = 1:num

    start = [x0;init_vel];
    tstart = 0;
    t = 0;
    tout = tstart;
    yout = start';
    teout = [];
    yeout = [];
    ieout = [];

    while t < tmax

        OPTIONS = odeset('AbsTol',1e-5,'RelTol',1e-5,'Events', @CollisionEvents);
        [t,sol,te,ye,ie] = ode23t(@fct_final, ...
            linspace(tstart, tmax, max(2,(tmax-tstart)*10+1)), start, OPTIONS);

        % te is a column vector of the times at which events occurred.
        % ye contains the solution value at each of the event times in te.
        % ie contains indices into the vector returned by the event function.
        The values indicate which event the solver detected.
    end
end

```

```

nt = length(t);
tout = [tout; t(2:nt)];      % overall timespan
yout = [yout; sol(2:nt,:)];  % overall solution

if length(te) ~= 0
    teout = [teout; te(1)];   % Events at tstart are never reported.
    yeout = [yeout; ye(1,:)];
    ieout = [ieout; ie(1)];
    % T = linspace(te(1),tmax,);

    start = ye(1,:)';
    tstart = te(1);

    del1 = [sol(end,2:N), sol(end,1)+L] - sol(end,1:N);
    ro1 = [sol(end,(N+2):end), sol(end,N+1)] ./ sol(end,(N+1):end);

    for n = 1:N
        if (del1(n) <= sol(end,N+n)^2/15.696 && ro1(n) <= 0.3)
            start(N+n) = start(N+n)*0.7;
        end
        if del1(n) <= 4 && ro1(n) <= 0.5
            start(N+n) = start(N+n)*0.55;
        end
    end
end
end

% zjednotenie dlzky, ak by bol pocet casovych krokov iny
yout = yout(1:dieliky,:);
tout = tout(1:dieliky,:);

y = floor(rand(1,1)*N/4);
dist = ones(dieliky,1);
while dist(dieliky) > 0
    y = y + 1;
    x = yout(:,y); % pozicie

    for i = 1:dieliky
        if x(i) < L*4/5
            dist(i) = L*4/5 - x(i);
        else
            dist(i) = 0;
        end
    end
end

dist = dist(5:(end-1));
speed = yout(5:(end-1),N+y);
acc = (yout(2:end, y+N) - yout(1:(end-1),y+N))./(yout(2:end,y) - yout(1:(end-1),y));
acc = acc(5:end);
deltaspeed = yout(5:(end-1),y+N+1) - yout(5:(end-1),y+N);

dataset(:,z) = [dist, speed, acc, deltaspeed];
Glob_premenne
end

save dataset5.mat dataset

```

```
function [value,isterminal,direction] = CollisionEvents(t,sol)
global N L
delta = [sol(2:N); sol(1)+L] - sol(1:N);
ro = [sol((N+2):end); sol(N+1)] ./ sol((N+1):end);
no = ones(N,1);

for k = 1:N      % brzdná draha  $d = v^2/(2 \cdot m_i \cdot g) = v^2/(2 \cdot 0.8 \cdot 9.81)$ 
    if (delta(k) <= sol(k+N)^2/15.696 && ro(k) <= 0.3) || (delta(k) <= 4 && ro(k) <= 0.5)
        no(k) = 0;
    end
end

value = no;
isterminal = ones(N,1);
direction = zeros(N,1);
end
```