

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



MODELY RIZIKA ÚPADKU PODNIKOV

DIPLOMOVÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

MODELY RIZIKA ÚPADKU PODNIKOV

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: Aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: 1114 Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: Mgr. Ing. Pavol Jurča, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Monika Ondrušeková
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Modely rizika úpadku podnikov.
Models of corporate failure risk.

Cieľ: Cieľom práce je skonštruovať modely pravdepodobnosti zlyhania slovenských podnikov na základe ich finančných údajov a ďalších informácií. Práca by mala obsahovať aj validáciu modelov a vzájomné porovnanie ich schopnosti predikovať úpadok podnikov.

Vedúci: Mgr. Ing. Pavol Jurča, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 26.01.2017

Dátum schválenia: 27.01.2017
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Podakovanie Chcela by som sa poďakovať vedúcemu diplomovej práce Mgr. Ing. Pavlovi Jurčovi, PhD. za jeho odborné a cenné rady, ochotu a podnetné pripomienky k mojej práci. Taktiež ďakujem svojej rodine a priateľom za ich podporu a trpezlivosť. Ďalej by som sa chcela poďakovať spoločnosti FinStat s.r.o. za poskytnutie dát.

Abstrakt v štátnom jazyku

ONDRUŠEKOVÁ, Monika: Modely rizika úpadku podnikov [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Mgr. Ing. Pavol Jurča, PhD., Bratislava, 2018, 62s.

Hlavným cieľom práce je vytvoriť model na základe údajov o slovenských podnikoch, ktorý hodnotí riziko ich úpadku. Pod samotným úpadkom firmy rozumieme začatie konkurzného alebo reštrukturalizačného konania. Modely rizika úpadku podnikov majú nie len veľké využitie pri ohodnotení finančného zdravia a bonity firiem v bankovníctve pri poskytovaní úverov, ale aj pri ohodnotení obchodných partnerov bežných firiem. Prínosom práce je zvýšenie kvality modelu vzhľadom k už existujúcim, ktoré sú v praxi často využívané. Hlavnou výhodou práce je, že do modelu vstupujú iba verejne dostupné údaje. Model rizika úpadku podnikov odhadujeme pomocou logistickej regresie, pričom premenné vstupujúce do výsledného modelu určujeme pomocou Bayesovského priemerovania klasických odhadov. Výsledkom našej práce nie je iba bodový odhad pravdepodobnosti úpadku, ale aj zostrojenie jej empirickej hustoty.

Kľúčové slová: Modely kreditného rizika, Pravdepodobnosť úpadku podniku, Bayesovské priemerovanie klasických odhadov, Logistická regresia

Abstract

ONDRUŠEKOVÁ, Monika: Models of corporate failure risk [Master Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Mgr. Ing. Pavol Jurča, PhD., Bratislava, 2018, 62p.

The main goal of the thesis is to create a model based on data of Slovak corporations that evaluates the risk of their failure. Under the term corporate failure, we understand the beginning of tender or restructuring proceedings. Models of corporate failure risk do not represent only a major use in appraising the financial health and creditworthiness of the banking industry in providing loans but also in evaluating business partners of regular companies. The contribution of the thesis is to increase the model's quality considering the already existing ones that are often used in practice. The main advantage of the thesis is that only publicly available data are applied in the model. The model of the corporate failure risk is estimated by logistic regression in which case the variables entering the resulting model are determined using The Bayesian averaging of classical estimates. The result of our work is not only a point estimation of the probability of failure but also the construction of empirical density.

Keywords: Credit risk models, Probability of corporate failure, Bayesian averaging of classical estimates, Logistic regression

Obsah

Úvod	8
1 Existujúce modely rizika úpadku podnikov	10
1.1 Altman Z'-Score	10
1.2 Index IN05	11
1.3 Binkertov model	12
1.4 Model Martina Gulku	13
1.5 Porovnanie vybraných modelov	14
2 Spracovanie údajov slovenských firiem	16
2.1 Úpadok podniku	18
2.2 Firmy v úpadku	18
2.3 Prosperujúce firmy	20
2.4 Výber a výpočet premenných	20
2.5 Charakteristika firiem	24
3 Použité modely	26
3.1 Logistická regresia	26
3.1.1 Interpretácia odhadnutých parametrov $\hat{\beta}$ v logistickej regresii . .	28
3.2 Bayesovské priemerovanie klasických odhadov	29
3.2.1 Priorne pravdepodobnosti premenných a modelov	29
3.2.2 Posteriorne pravdepodobnosti premenných a modelov	30
3.3 ROC krivky	31
4 Modelovanie rizika úpadku podnikov	33
4.1 Rozdelenie premenných	35

4.2	Odhad modelu metódou BACE	35
4.2.1	Výpočet priorných a posteriorných pravdepodobností	37
4.2.2	Robustné premenné	39
4.3	Model rizika úpadku podnikov	41
4.3.1	Chyba 1. a 2. druhu Modelu (4.2)	43
4.3.2	Porovnanie Modelu (4.2) na základe ROC kriviek	45
4.4	Empirická hustota pravdepodobnosti úpadku podniku	48
4.5	Rozšírenie modelu rizika úpadku podnikov o nefinančné údaje	51
4.5.1	Rozšírenie modelu o platobné rozkazy	52
4.5.2	Rozšírenie modelu o medziročné zmeny HDP a cyklickosť odvetvia	54
4.5.3	Výpočet priorných a posteriorných pravdepodobností rozšíreného modelu	54
4.5.4	Rozšírený model rizika úpadku podnikov	56
	Záver	59

Úvod

Modely rizika úpadku podnikov, taktiež známe ako credit scoring modely, slúžia na ohodnotenie finančného zdravia firmy a na predpovedanie jej úpadku. Cieľom práce je vytvorenie modelu rizika úpadku spoločnosti, pričom za úpadok podniku považujeme začatie konkurzného alebo reštrukturalizačného konania. V 60. rokoch 20. storočia vzniklo viacero modelov, ktoré ohodnocujú finančné zdravie firiem, medzi najznámejšie modely patrí napríklad Altman Z'-Score model [1], ktorý bol vytvorený na základe údajov amerických firiem.

Modely rizika úpadku majú veľké využitie v bankovníctve. Modelovanie pravdepodobnosti zlyhania úverov je analogické k modelovaniu úpadku firiem. Každá banka má model, na základe ktorého určuje, či poskytne úver firme (resp. fyzickej osobe). Takéto modely sú však ich obchodným tajomstvom a ostatné firmy ich nemôžu využívať. Modely rizika úpadku firiem sú však veľmi dôležité aj mimo bankového sektora. Firmy ich veľmi často využívajú na ohodnotenie bonity obchodných partnerov, odberateľov a aj dodávateľov. Práve na tento účel by mal slúžiť nami vytvorený model, ktorého výhodou je, že pracuje s verejne dostupnými údajmi o firmách, ktoré si môže každý zdarma vyhľadať. Modely rizika úpadku firiem taktiež slúžia na makroekonomické analýzy, napríklad pre Národnú banku Slovenska.

V prvej kapitole práce sa budeme venovať už známym modelom, napríklad Altman Z'-Score modelu, Indexu IN05 [11] a Gulkovmu modelu [8]. V nasledujúcej kapitole podrobne opíšeme spracovanie dát, ktoré nám poskytla spoločnosť FinStat s.r.o. V tejto časti taktiež definujeme úpadok firmy a spoločnosti, ktoré sme označili ako prosperujúce. V celej práci využívame údaje firiem, ktoré pochádzajú z účtovného obdobia 1 rok pred úpadkom. Riziko podnikov modelujeme pomocou logistickej regresie, pričom ako možné vstupné premenné využívame 32 finančných pomerových ukazovateľov.

Výsledné premenné do modelu vyberáme pomocou Bayesovského priemerovania klasických odhadov (BACE), ktoré je popísané v [4] a [5]. Použitím tejto metódy na modelovanie úpadku firiem sme predstavili nový prístup pri výbere vstupných premenných do modelu oproti už existujúcim modelom. Logistickú regresiu a BACE metódu podrobne predstavíme v 3. kapitole. V poslednej kapitole práce uvedieme model rizika úpadku podnikov, porovnáme ho s už existujúcimi modelmi a vytvoríme empirickú hustotu pravdepodobnosti úpadku. Na záver práce rozšírime model aj o nefinančné premenné, konkrétne o vplyv makroekonomických premenných a počet platobných rozkazov.

Kapitola 1

Existujúce modely rizika úpadku podnikov

Pri tvorbe modelu rizika úpadku podnikov je vhodné si predstaviť aj existujúce modely, aby sme neskôr vytvorený model mohli s nimi porovnať. Ako prvý sa podľa [15] modelmi rizika úpadku podnikov (credit scoring modelmi) zaoberal Fitz Patrick v roku 1931. Za najvýznamnejší sa považuje model Altman Z-Score [1], ktorý bol vytvorený v roku 1968 na základe údajov o amerických spoločnostiach. Medzi ďalšie významné modely patria napríklad: Rýchly test, Beaverov model [3], Indexy IN vytvorené v českom prostredí alebo Binkertov model zo slovenského prostredia. Medzi najnovšie modely patrí model Martina Gulku [8], ktorý bol vytvorený na základe údajov slovenských firiem v roku 2016. Viaceré z týchto modelov sú podrobnejšie popísané v publikáciách [15], [14] a v [13]. My sa budeme v nasledujúcich podkapitolách podrobne zaoberať modelmi Altman Z'-Score, Index IN05 [12] a modelom Martina Gulku, ktoré budeme neskôr porovnávať s nami vytvoreným modelom. Predstavíme si taktiež Binkertov model [16], ktorý bol v práci [13] testovaný spolu s Altman Z'-Score a Index IN05.

1.1 Altman Z'-Score

V tejto časti práce vychádzame z pôvodnej publikácie Edwarda I. Altmana z roku 1968 [1]. Model Altman Z-Score bol vytvorený v americkom prostredí na základe údajov o 66 amerických spoločnostiach. Na vytvorenie modelu bola použitá diskriminačná analýza,

prícom za možné vstupy zvolil 22 pomerových ukazovateľov. V prvej verzii modelu vystupovala ako vstupná premenná aj trhovú hodnotu podniku, tú však nemáme o väčšine slovenských firiem dostupnú, keďže iba veľmi málo firiem má obchodovateľné akcie na burze. Z tohto dôvodu budeme používať upravený model, v ktorom je trhovú hodnotu firmy nahradená výškou jej vlastného imania. Model Altman Z' -Score má nasledujúci tvar:

$$Z' = 0,717X_1^A + 0,847X_2^A + 3,107X_3^A + 0,420X_4^A + 0,998X_5^A, \quad (1.1)$$

kde X_1^A až X_5^A reprezentujú finančné ukazovatele definované nasledovne:

$$\begin{aligned} X_1^A &= \frac{\text{pracovný kapitál}}{\text{aktíva}}, \\ X_2^A &= \frac{\text{výsledok hospodárenia minulých rokov}}{\text{aktíva}}, \\ X_3^A &= \frac{\text{EBIT}}{\text{aktíva}}, \\ X_4^A &= \frac{\text{vlastné imanie}}{\text{celkové záväzky}}, \\ X_5^A &= \frac{\text{tržby}}{\text{aktíva}}. \end{aligned}$$

Skratka EBIT v ukazovateli X_3^A predstavuje zisk pred úrokmi a zdanením (anglicky: Earnings Before Interest and Tax). Ak je výsledná hodnota Z' vyššia ako 2,9, tak hovoríme, že je firma prosperujúca. Za neprosperujúcu ju považujeme, ak je hodnota Z' nižšia ako 1,23. Pokiaľ sa výsledná hodnota modelu Z' nachádza medzi týmito dvomi hranicami, tak hovoríme, že sa firma nachádza v takzvanej šedej zóne.

1.2 Index IN05

Index IN05 patrí do skupiny bonitných a bankrotných modelov vytvorených manželmi Neumaierovými. IN05 bol vytvorený na základe údajov o českých firmách v roku 2004, bližšie uvedené v [11], predchodcami tohto modelu sú IN95, IN99 a IN01. Staršie modely sú podrobne spracované v [12]. Model IN05 má nasledujúci tvar:

$$\text{IN05} = 0,13X_1^I + 0,04X_2^I + 3,97X_3^I + 0,21X_4^I + 0,09X_5^I. \quad (1.2)$$

Jednotlivé premenné X_i^I predstavujú pomerové ukazovatele:

$$\begin{aligned}X_1^I &= \frac{\text{aktíva}}{\text{cudzie zdroje}}, \\X_2^I &= \frac{\text{EBIT}}{\text{nákladové úroky}}, \\X_3^I &= \frac{\text{EBIT}}{\text{aktíva}}, \\X_4^I &= \frac{\text{výnosy}}{\text{aktíva}}, \\X_5^I &= \frac{\text{obežné aktíva}}{\text{krátkodobé záväzky} + \text{bežné bankové úvery}}.\end{aligned}$$

Spoločnosť sa považuje za prosperujúcu, ak je hodnota IN05 vyššia ako 1,6 a za neprosperujúcu, ak je nižšia ako 0,9. Ak je hodnota IN05 medzi týmito hodnotami, tak hovoríme, že sa firma nachádza v šedej zóne.

Model IN05 má pri použití na údajoch slovenských firiem jednu nevýhodu. Ukazovateľ X_2^I mnohokrát nie je možné vypočítať, pretože veľa firiem má nulové nákladové úroky. Takýchto prípadov je napríklad v celom podnikovom sektore za rok 2016 až 68%.

1.3 Binkertov model

V tejto časti práce vychádzame z článku [16], ktorého autorom je Prof. Ing. Karol Zalai, CSc, ktorý bol školiteľom Christiana Binkerta, autora modelu.

Pri vytvorení modelu bolo použitých viacero kritérií na výber firiem, ktorých vstupné údaje boli použité na vytvorenie modelu, napríklad minimálna výška tržieb. Výsledná vzorka pozostávala z údajov o 80 prosperujúcich a 80 neprosperujúcich slovenských firmách. Na rozdiel od predchádzajúcich dvoch modelov, Binkertov model pracuje až s 3 po sebe nasledujúcimi účtovnými obdobiami, čím získava viac údajov o vývoji spoločnosti. Pri tvorbe modelu bolo použitých 72 ukazovateľov, z ktorých bolo vybraných 8 najlepších pomocou diskriminačnej analýzy. Výsledná diskriminačná funkcia pre slovenské podniky má tvar:

$$\begin{aligned}
B = & 0,18X_{t-2,1}^B + 0,147X_{t-1,2}^B + 0,237X_{t-1,3}^B + 0,377X_{t-1,4}^B + 0,514X_{t,5}^B + 0,505X_{t,6}^B \\
& + 0,271X_{t,7}^B + 0,207X_{t-1,8}^B,
\end{aligned} \tag{1.3}$$

kde jednotlivé $X_{i,j}^B$ predstavujú

$$\begin{aligned}
X_{t-2,1}^B &= \frac{\text{obežné aktíva}}{\text{krátkodobé záväzky}}, \\
X_{t-1,2}^B &= \frac{\text{vlastné imanie}}{\text{investičný majetok}}, \\
X_{t-1,3}^B &= \frac{\text{hospodársky výsledok}}{\text{tržby}}, \\
X_{t-1,4}^B &= \frac{\text{výnosy}}{\text{pridaná hodnota}}, \\
X_{t,5}^B &= \frac{\text{aktíva}}{\text{aktíva (predchádzajúce obdobie)}}, \\
X_{t,6}^B &= \frac{\text{vlastné imanie}}{\text{vlastné imanie (predchádzajúce obdobie)}}, \\
X_{t,7}^B &= \frac{\text{cudzie zdroje}}{\text{cudzie zdroje (predchádzajúce obdobie)}}, \\
X_{t-1,8}^B &= \frac{\text{hospodársky výsledok}}{\text{vložené prostriedky}}.
\end{aligned}$$

Dolný index i ukazovateľa $X_{i,j}^B$ reprezentuje účtovné obdobie, z ktorého daný ukazovateľ počítame. Ak je tento index t , ukazovateľ počítame z najaktuálnejšieho sledovaného účtovného obdobia, ak je jeho hodnota napríklad $t-2$, tak ukazovateľ počítame z údajov firmy spred dvoch účtovných období. Druhý z indexov, j , reprezentuje poradové číslo ukazovateľa.

Priemerná hodnota modelu v prosperujúcich podnikoch bola 4,35 a v neprosperujúcich -4,35. Tieto hodnoty budeme ďalej považovať za deliace hranice medzi prosperujúcimi a neprosperujúcimi spoločnosťami. Ak je výsledná hodnota B medzi týmito hranicami, budeme hovoriť, že sa firma nachádza v šedej zóne.

1.4 Model Martina Gulku

Ďalším z modelov odhadnutom na základe údajov slovenských firiem je model vytvorený Martinom Gulkom v jeho diplomovej práci [8] z roku 2016.

V tejto práci bol model pravdepodobnosti zlyhania firmy odhadnutý pomocou logistickej regresie so siedmymi vstupnými ukazovateľmi. Pôvodne Gulka pracoval s 27 pomerovými ukazovateľmi, z ktorých výsledných 7 vybral pomocou korelácií a stepwise selection. Na vytvorenie modelu boli použité údaje 803 firiem a na jeho validáciu údaje o 401 firmách. Výslednú pravdepodobnosť úpadku spoločnosti definujeme nasledovne:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(0,0216 - 0,6131X_1^G - 0,0068X_2^G - 0,0293X_3^G - 0,0011X_4^G + 0,0240X_5^G + 0,0317X_6^G - 1,0663X_7^G)}}, \quad (1.4)$$

kde X_1^G až X_7^G reprezentujú finančné ukazovatele:

X_1^G = Likvidita 1. stupňa,

X_2^G = Obrat pracovného kapitálu,

X_3^G = Finančné účty/aktíva,

X_4^G = Stupeň samofinancovania,

X_5^G = Úverová zataženosť,

X_6^G = Podiel záväzkov voči štátnym inštitúciám,

X_7^G = EBITDA/aktíva.

Na rozdiel od predchádzajúcich, v tomto modeli nie sú autorom definované hranice kedy považujeme firmu za prosperujúcu, neprosperujúcu a kedy sa nachádza v šedej zóne. Na testovanie modelu sa v práci [8] využívala hodnota pravdepodobnosti úpadku 50% ako deliaca hranica na označenie firiem za prosperujúce (pravdepodobnosť nižšia ako 50%) a neprosperujúce (pravdepodobnosť vyššia ako 50%).

1.5 Porovnanie vybraných modelov

Cieľom našej práce je vytvoriť credit scoring model, ktorý bude hodnotiť pravdepodobnosť úpadku slovenských spoločností. V našej predchádzajúcej práci [13], kde boli rovnako používané údaje slovenských firiem, boli vyššie uvedené modely porovnávané, okrem Gulkovho modelu. Výsledkom tejto práce je, že modely nie je vhodné aplikovať na aktuálne údaje o slovenských firmách. Modely Altman Z'-Score a ani Index IN05

Chyba 1. druhu	2011	2012	2013	2014
Altman Z' – Score	3,70%	14,81%	3,70%	3,70%
IN05	3,70%	7,41%	3,70%	7,41%
Binkert	NA	NA	25,93%	14,81%

Tabuľka 1.1: Chyby 1. druhu vybraných credit scoring modelov, zdroj:[13]

neboli vytvorené na základe údajov slovenských firiem. Najviac, všetky predstavené modely sú pomerne neaktuálne a najmladší z nich bol vytvorený pred 15 rokmi.

V bakalárskej práci [13] boli, podobne ako v našej, použité údaje slovenských firiem od spoločnosti FinStat s.r.o. V tejto práci bola sledovaná presnosť modelov niekoľko rokov pred zlyhaním spoločnosti. Tabuľka 1.1 zobrazuje chybu 1. druhu jednotlivých modelov v účtovných rokoch 2011 až 2014, pričom všetky neprosperujúce firmy boli už v roku 2014 zlyhané. Chyba prvého druhu predstavuje percento neprosperujúcich firiem nesprávne zaradených modelom medzi prosperujúce.

V Tabuľke 1.1 vidíme, že najvyššiu chybu 1. druhu má vo všetkých rokoch Binkertov model, až 25,93% v roku 2013 (jeden rok pred zlyhaním). Modely Altman Z' – Score a Index 05 majú výrazne nižšie chyby 1. druhu, v niektorých rokoch iba 3,70% .

Na základe výsledkov z práce [13] budeme neskôr nami vytvorený model porovnávať s modelmi Altman Z' – Score, Index 05 a s modelom M. Gulku, ktorý je najaktuálnejší.

Kapitola 2

Spracovanie údajov slovenských firiem

Údaje o slovenských firmách použité v práci nám poskytla spoločnosť FinStat s.r.o., ktorá spracováva údaje o všetkých slovenských firmách a organizáciách, ich počet je približne 240 000. V tejto databáze sa nachádzajú údaje o spoločnostiach z viacerých zdrojov, napríklad z Registra účtovných závierok, Obchodného registra, Ministerstva financií Slovenskej republiky, Ministerstva spravodlivosti Slovenskej republiky. V našej práci budeme využívať najmä dáta z účtovných závierok (od roku 2010), údaje o konkurzoch a reštrukturalizáciách a platobných rozkazoch. V celej práci pracujeme s údajmi zverejnenými k 17.7.2017.

Medzi spoločnosťami v databáze FinStat sa nachádzajú aj také, ktoré sa svojím charakterom od ostatných spoločností výrazne líšia. Z tohto dôvodu sme spoločnosti, ktoré majú nasledujúce SK NACE kódy (klasifikáciu ekonomických činností) nezahrnuli do našej práce:

- Ostatné pomocné činnosti v poisťovníctve a dôchodkovom zabezpečení [66290],
- Pomocné činnosti v poisťovníctve a v dôchodkovom zabezpečení [66200],
- Neživotné poistenie [65120],
- Životné poistenie [65110],
- Pomocné činnosti finančných služieb a poistenia [66000],

-
- Ostatné peňažné sprostredkovanie [64190],
 - Peňažné sprostredkovanie [64100],
 - Činnosti holdingových spoločností [64200],
 - Správa finančných trhov [66110],
 - Trasty, fondy a podobné finančné subjekty [64300],
 - Finančný lízing [64910].

Tieto SK NACE kódy sme vylúčili, pretože ich finančné údaje majú veľakrát rozdielny charakter od bežných spoločností nakoľko pôsobia vo finančnom sektore. Rozdiel spočíva napríklad vo výpočte tržieb, pri každej spoločnosti môžu mať rozdielny charakter (resp. pôvod), na ktorý nie je jednotný pohľad. Ďalším problémom je to, že mnoho finančných inštitúcií nezverejňuje svoje účtovné závierky v rovnakej šablóne ako väčšina firiem. Počet firiem, ktoré majú vyššie uvedené SK NACE kódy je v databáze FinStat 1310.

Ďalej budeme pracovať iba so spoločnosťami, ktorých účtovná závierka je za obdobie 12 mesiacov a nie je typu IFRS (International Financial Reporting Standards). Spoločnosti s finančnými výkazmi podľa IFRS sme vylúčili, pretože tieto výkazy veľakrát neobsahujú tak podrobné dáta ako štandardné štruktúrované závierky. Počet firiem vykazujúcich svoje účtovné závierky podľa IFRS štandardov je každoročne viac ako 100.

Ďalšou podmienkou na výber firiem je výška ich aktív a tržieb aspoň 1 000 € v daný rok a v bezprostredne predchádzajúcom účtovnom období vyššia ako 0 €. Takouto podmienkou chceme odstrániť malé spoločnosti, ktoré sú mnohokrát neaktívne a ich finančné ukazovatele môžu byť skreslené. Napríklad ak má firma aktíva vo výške 10 € a vlastné imanie vo výške 1 €, tak jej celková zadlženosť je veľmi vysoká, až 90%, ale v skutočnosti sú jej záväzky iba 9 €. Za rok 2016 bolo firiem nespĺňajúcich túto podmienku približne 55 000, pričom tento počet je každoročne približne rovnaký.

2.1 Úpadok podniku

Cielom našej práce je modelovať riziko úpadku slovenských podnikov. Pre tento účel je potrebné zadať, čo v našej práci budeme rozumieť pod úpadkom spoločnosti. Za úpadok spoločnosti budeme považovať začatie konkurzného alebo reštrukturalizačného konania. Konkurzné a reštrukturalizačné konania sú schvaľované súdom, k ich nastatiu musia byť splnené zákonom dané podmienky. To nám garantuje, že spoločnosť nebola schopná platiť svoje záväzky. Ďalším z dôvodov pre výber takýchto konaní je, že sú verejne dostupné aj s podrobnými informáciami, najmä s dátumom začatia tohto konania.

V celej práci budeme pracovať s finančnými údajmi spoločnosti jeden rok pred začatím konania, pretože finančné údaje spoločností sa zverejňujú s omeškaním a my chceme predikovať nastatie tohto konania. To znamená, že ak sa napríklad spoločnosť dostala do konkurzu alebo reštrukturalizácie v roku 2015, v našej práci budeme pracovať s jej údajmi za rok 2014.

2.2 Firmy v úpadku

V databáze spoločnosti FinStat s.r.o. sa k 17.7.2017 nachádzalo 2 320 spoločností s presným dátumom začatia konkurzného alebo reštrukturalizačného konania. V našej práci sme sa rozhodli pracovať iba s konkurznými a reštrukturalizačnými konaniami, ktoré nastali v roku 2010 a neskôr. Rozhodli sme sa tak, pretože až od týchto rokov je databáza spoločnosti FinStat dostatočne kvalitná, takýchto konaní je 2 110. Iba viac ako polovica z týchto firiem spĺňajúcich vyššie uvedené nefinančné podmienky má dostupnú účtovnú závierku za obdobie 12 mesiacov jeden rok pred vstupom do konania. Takýto malý počet firiem so závierkami za 12 mesiacov môže byť spôsobený aj tým, že firmy často pred konkurzom alebo reštrukturalizáciou podávajú mimoriadne účtovné závierky, ktoré pokrývajú kratšie účtovné obdobie. Počet spoločností spĺňajúcich finančné podmienky na minimálnu výšku tržieb a aktív je 532. Ich počet sa výrazne znížil, pretože mnoho z firiem v konkurze alebo reštrukturalizácii je malých a nespĺňa minimálnu požiadavku na výšku aktív.

Tabuľka 2.1 prehľadne zobrazuje počty firiem postupne spĺňajúcich jednotlivé krité-

Spĺňa podmienku	Počet
Firmy v úpadku od 2010	2 110
Má závierku 1 rok pred úpadkom	2 107
SK NACE zaradenie	2 107
Nie je IFRS	2 100
Účtovné obdobie je 12 mesiacov	1 263
Minimálna výška aktív	676
Minimálna výška tržieb	532

Tabuľka 2.1: Počet firiem v úpadku spĺňajúcich jednotlivé podmienky, ktoré sú uvedené v danom riadku a v riadkoch vyššie

Rok	Počet firiem
2010	4
2011	1
2012	12
2013	177
2014	156
2015	121
2016	61

Tabuľka 2.2: Počet firiem v úpadku s účtovnými závierkami za daný rok

riá. Môžeme si napríklad všimnúť, že ani jedna spoločnosť v úpadku, ktorá má dostupnú závierku jeden rok pred úpadkom, nemá SK NACE kód zo zoznamu uvedenom vyššie.

V Tabuľke 2.2 je zobrazený počet výsledných firiem v úpadku (532), s ktorých údajmi budeme ďalej pracovať za jednotlivé roky (roky účtovných závierok). Nízky počet firiem od roku 2012 je zapríčinený tým, že v týchto rokoch databáza spoločnosti FinStat neobsahovala také podrobné údaje ako od roku 2013. Výrazne nižší počet závierok za rok 2016 je spôsobený tým, že sme údaje spracovali k 17.7.2017. Do tohto dátumu za rok 2017 logicky nenastalo toľko konkurzov a reštrukturalizácií ako za celý rok 2016 alebo 2015.

2.3 Prosperujúce firmy

Na zostavenie modelu rizika úpadku podniku potrebujeme k vzorke upadajúcich spoločností aj vzorku firiem, ktoré sú prosperujúce. Keďže v našej práci budeme v modeloch využívať najmä finančné údaje, tak nie je vhodné ich zvoliť ako kritérium výberu prosperujúcich firiem. Preto sme na výber prosperujúcich firiem zvolili viaceré kritériá, prvé z nich je, že sa spoločnosť nikdy nenachádzala v konkurze alebo reštrukturalizácii. Spoločnosti taktiež museli spĺňať podmienky uvedené v prvej časti kapitoly.

Počet firiem spĺňajúcich takéto podmienky je každoročne omnoho viac ako upadajúcich, približne 130 000. Aby sme mali vzorku firiem vstupujúcu do modelu vyváženú, tak sme sa rozhodli vybrať počet prosperujúcich firiem podľa Tabuľky 2.2. Takto dostaneme celkovo vo finálnej vzorke firiem rovnaký počet upadajúcich a prosperujúcich firiem, pričom je rovnaký počet zachovaný aj za roky 2010 až 2016. Vyvážený počet firiem v úpadku a prosperujúcich spoločností vo vzorke nám hovorí o ich rovnocennom postavení, ak by sme v pracovali s výrazne nevyváženou vzorkou firiem, tak by model mohol všetky firmy označiť ako prosperujúce, pričom by mal malú chybovosť. Prosperujúce firmy, celkovo 532, sme z firiem spĺňajúcich podmienky vyššie vybrali pomocou náhodného výberu.

Na to, aby sme vedeli vyhodnotiť správnosť modelu, ktorý vytvoríme, je dôležité rozdeliť dáta do skupín. V našej práci sme sa rozhodli rozdeliť dáta na dve skupiny, trénovaciu a validačnú vzorku. Na trénovacej vzorke budeme model kalibrovať a odhadovať a na validačnej vzorke dát ho budeme porovnávať a vyhodnocovať jeho kvalitu. Do trénovacej vzorky sme prideliť 710 firiem, pričom polovica z nich sa nachádza v úpadku a druhú časť tvoria prosperujúce firmy. Vo validačnej vzorke sa nachádza ostatných 354 firiem, opäť je zachovaný pomer medzi prosperujúcimi firmami a firmami v úpadku.

2.4 Výber a výpočet premenných

V našej práci sme podobne ako v prácach [1] a [11] zvolili ako vstupy do modelu finančné pomerové ukazovatele. Nezamerali sme sa iba na jednu skupinu ukazovateľov, ale našou snahou bolo zahrnúť všetky skupiny finančných ukazovateľov. Nachádzajú sa

medzi nimi: marže, ukazovatele zadlženosti, ukazovatele likvidity, ukazovatele aktivity a medziročné zmeny vybraných finančných hodnôt. Zoznam ukazovateľov vstupujúcich do modelu ako premenné uvádzame aj s ich výpočtom v Tabuľke 2.3, ich počet je 32. Skratka prev pri výpočte medziročných zmien naznačuje hodnotu položky v bezprostredne predchádzajúcom účtovnom období. EBITDA (Earnings Before Interest Tax Depreciation and Amortisation) predstavuje zisk pred úrokmi, zdanením, znehodnotením a amortizáciou.

Ukazovateľ	Výpočet
Hrubá marža	Pridaná hodnota/Tržby
EBITDA marža	EBITDA/Tržby
Prevádzková marža	Prevádzkový zisk/Tržby
Zisková marža	Zisk/Tržby
Dlh/EBITDA	Celkový dlh/EBITDA
Čistý dlh/EBITDA	(Celkový dlh-Peňažné prostriedky)/EBITDA
Závazky/EBITDA	Závazky/EBITDA
Celková zadlženosť	Cudzie zdroje/Aktíva
Dlhodobá zadlženosť	Dlhodobé záväzky/Aktíva
Krátkodobá zadlženosť	Krátkodobé záväzky/Aktíva
Platobná neschopnosť obchodná	Záväzky z obchodného styku/Pohľadávky z obchodného styku
Platobná neschopnosť celková	Krátkodobé záväzky/Krátkodobé pohľadávky
Likvidita 1. st.	Finančné účty/Záväzky so splatnosťou menej ako rok
Likvidita 2. st.	(Krátkodobé pohl.+Fin. účty+Časové rozlíšenie)/Záväzky so splatnosťou menej ako rok
Likvidita 3. st.	(Zásoby+Krátkodobé pohl.+ Fin. účty+Časové rozlíšenie)/Záväzky so splatnosťou menej ako rok
Fin. účty/aktíva	Finančné účty/Aktíva
Návratnosť vl. imania	Zisk/Vlastné imanie
Návratnosť aktív	Zisk/Aktíva

Návratnosť vl. imania z EBIT	EBIT/Vlastné imanie
Návratnosť aktív z EBIT	EBIT/Aktíva
Obrat aktív	Tržby/Aktíva
Obrat zásob	Náklady vynaložené na obstaranie predaného tovaru/Zásoby
Obrat neobežného majetku	Tržby/Neobežný majetok
Obrat obehného majetku	Tržby/Obehný majetok
Doba obratu pohľadávok	$((\text{Dlhodobé pohľ.} + \text{Krátkodobé pohľ.}) / \text{Tržby}) * 365$
Doba splácania záväzkov	$(\text{Krátkodobé záv.} / (\text{Náklady vynaložené na obstaranie predaného tovaru} + \text{Výrobná spotreba})) * 365$
Zmena aktív	$(\text{Aktíva} - \text{Aktíva (prev)}) / \text{Aktíva (prev)}$
Zmena pohľadávok	$(\text{Pohľadávky} - \text{Pohľadávky (prev)}) / \text{Pohľadávky (prev)}$
Zmena vlastného imania	$(\text{Vl. imanie} - \text{Vl. imanie (prev)}) / \text{Vl. imanie (prev)}$
Zmena záväzkov	$(\text{Záväzky} - \text{Záväzky (prev)}) / \text{Záväzky (prev)}$
Zmena tržieb	$(\text{Tržby} - \text{Tržby (prev)}) / \text{Tržby (prev)}$
Zmena EBITDA	$(\text{EBITDA} - \text{EBITDA (prev)}) / \text{EBITDA (prev)}$

Tabuľka 2.3: Vybrané premenné

Pri výpočte jednotlivých ukazovateľov sme vo viacerých prípadoch označili hodnotu finančného ukazovateľa ako "NA":

1. Pokiaľ nemá spoločnosť dostupný ani jeden finančný údaj vstupujúci do výpočtu čitateľa alebo menovateľa, tak sme daný ukazovateľ nevypočítali a označili ho ako "NA".
2. Pokiaľ je hodnota položiek v menovateli nulová, tak sme daný ukazovateľ nevypočítali a označili ho ako "NA".
3. Pokiaľ je hodnota čitateľa aj menovateľa záporná, tak sme daný ukazovateľ nevypočítali a označili ho ako "NA". V takomto prípade stráca ukazovateľ ekonomickú interpretáciu, napríklad ak je hodnota zisku a aj tržieb menšia ako 0, tak zisková

marža bude kladná (to sa javí byť pre firmu dobré), ale v skutočnosti je firma stratová.

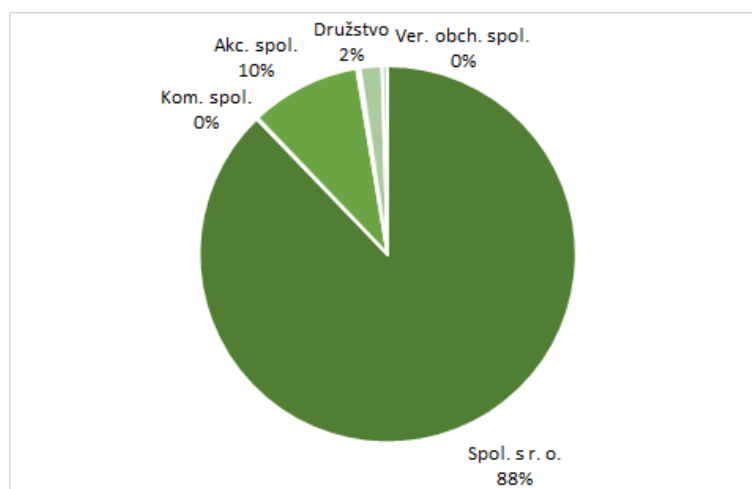
Pre ďalšie výpočty je vhodné hodnoty "NA" nahradiť číselným údajom, pretože nami používaný softvér R nedokáže pri používaných metódach pracovať s hodnotami "NA". Môžeme ich nahradiť viacerými spôsobmi. Jednou z možností je príslušné hodnoty nahradiť hodnotou 0. To by však mohlo byť v rozpore s ekonomickou interpretáciou, pretože raz je nulová hodnota finančného ukazovateľa pozitívnym znakom a inokedy negatívnym (napríklad celková zadlženosť 0% je pre firmu pozitívna, ale nulová hodnota likvidity je pre firmu negatívna). Taktiež by sme všetky "NA" údaje mohli nahradiť priemerom daného ukazovateľa, tie by však boli ovplyvnené extrémnymi hodnotami. V našej práci sme sa rozhodli pre ďalšie výpočty hodnoty "NA" nahradili mediánmi príslušných ukazovateľov. Medián je robustný odhad, takže extrémne hodnoty neovplyvnia jeho výšku.

Najväčší výskyt hodnôt "NA" spomedzi sledovaných firiem majú finančné ukazovatele: Obrat zásob (42%), Návratnosť vlastného imania a Návratnosť vlastného imania z EBIT (38%), Obrat neobežného majetku (22%), Čistý dlh/EBITDA (20%) a Platobná neschopnosť obchodná (9%). Všetky ostatné ukazovatele majú menej ako 5% hodnôt "NA". Vysoký výskyt "NA" hodnôt v ukazovateli Obrat zásob je spôsobený najmä tým, že v hospodárstve sa nachádza množstvo firiem (najmä v oblasti služieb), ktoré nemajú zásoby, čiže ich hodnota je 0. Návratnosti vlastného imania majú často nevypočítateľnú hodnotu, pretože firmy, ktoré sú v konkurze, zväčša dosahujú stratu a aj ich vlastné imanie je mnohokrát záporné. Finančný ukazovateľ Obrat neobežného majetku nie je možné vo viacerých prípadoch vypočítať, pretože mnohé firmy pred úpadkom už nemajú neobežný majetok (Dlhodobý hmotný/ nehmotný/ finančný majetok). Čistý dlh/EBITDA nie je možné mnohokrát vypočítať, pretože je pomerne časté, že spoločnosť má záporný aj čistý dlh (celkový dlh je menší ako finančné účty) a aj EBITDA, tak by došlo k deleniu záporných hodnôt, čím strácame ekonomickú interpretáciu. Napokon platobnú neschopnosť obchodnú nevieme pri viacerých firmách vypočítať, pretože nemajú pohľadávky z obchodného styku.

2.5 Charakteristika firiem

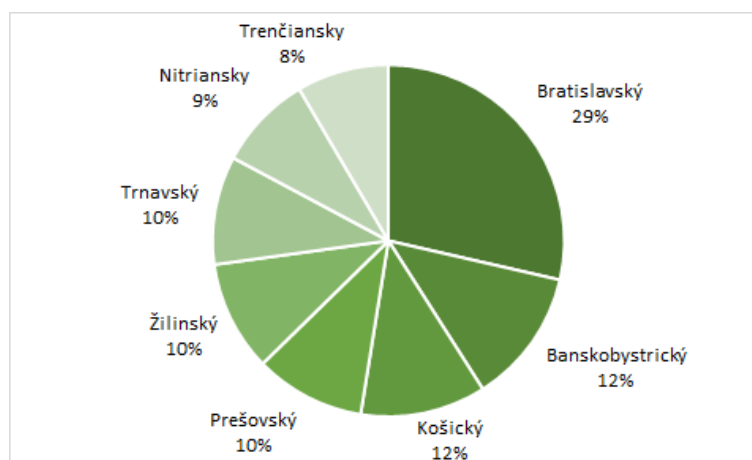
Na priblíženie si údajov v našej vzorke uvádzame niekoľko grafov, ktoré zobrazujú firmy z viacerých hľadísk. Do týchto grafov sme zahrnuli všetkých 1064 firiem (532 firiem v úpadku a 532 prosperujúcich firiem), s ktorých údajmi sme pracovali.

Väčšina firiem v našej vzorke je spoločnosťou s ručením obmedzeným, ako zobrazuje Obr. 2.1. Ďalej sú zastúpené akciové spoločnosti, družstvá, komanditné a verejne obchodovateľné spoločnosti.



Obr. 2.1: Zastúpenie právnych foriem

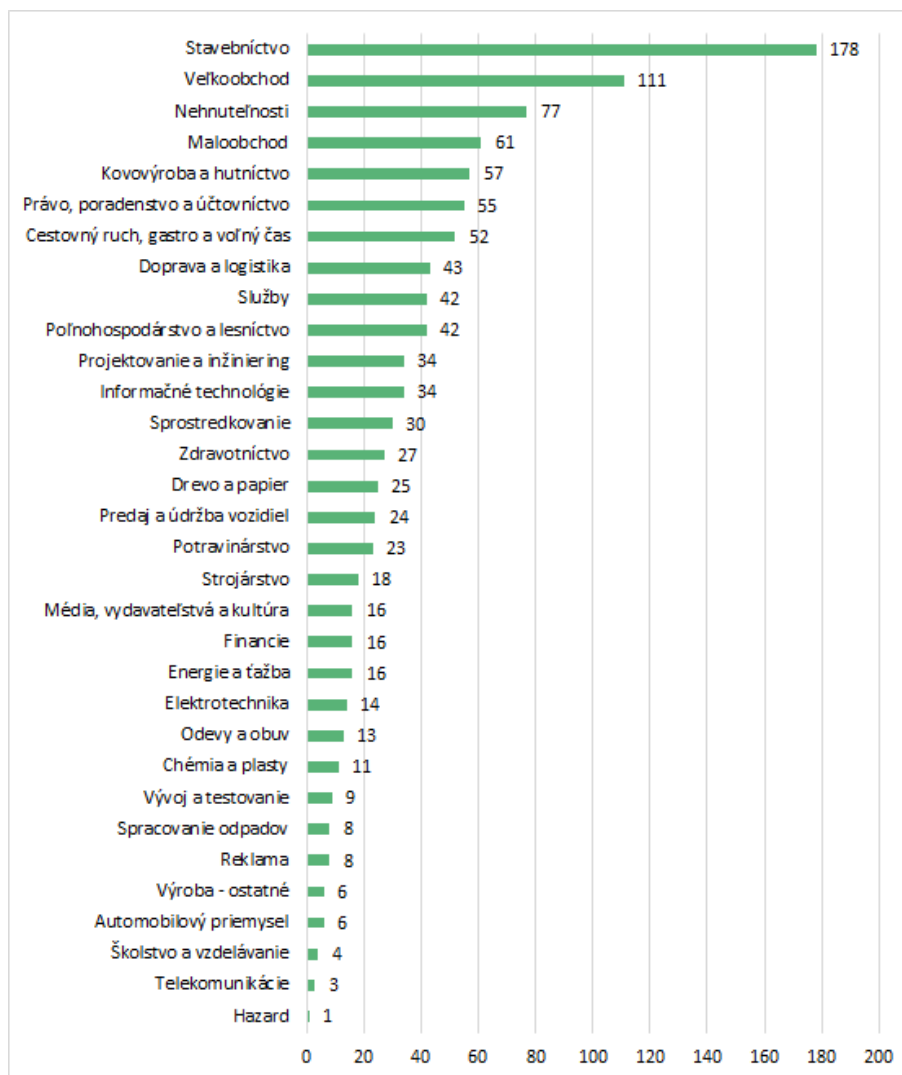
Zastúpenie jednotlivých krajov je zobrazené na Obr. 2.2. Najviac spoločností v našej vzorke sídli v Bratislavskom a Banskobystrickom kraji.



Obr. 2.2: Zastúpenie krajov

Na Obr. 2.3 vidíme zastúpenie jednotlivých odvetví v našej vzorke firiem. Najviac

firiem pôsobí v odvetví stavebníctvo, veľkoobchod a nehnuteľnosti. Takéto poradie odvetví nie je prekvapujúce, keďže tieto odvetvia sú najviac zastúpené aj v celom hospodárstve Slovenska.



Obr. 2.3: Zastúpenie odvetví

Kapitola 3

Použité modely

V Kapitole 2 sme definovali zoznam ukazovateľov, ktoré sú potenciálnym vstupom do nášho modelu, ich zoznam je uvedený v Tabuľke 2.3. V celej práci budeme modelovať úpadok podniku pomocou logistickej regresie. Naším cieľom je vytvoriť model, ktorý bude obsahovať iba najdôležitejšie premenné. Na výber premenných s najlepšou výpočtovou hodnotou o úpadku podniku použijeme Bayesovské priemerovanie klasických odhadov.

3.1 Logistická regresia

Logistická regresia je štatistická metóda zaoberajúca sa odhadom pravdepodobnosti nastania javu (závislej premennej) pomocou známych skutočností (nezávislých premenných). Modeluje binárne, závislé premenné, ozn. Y , v našom prípade predstavuje táto premenná, či sa spoločnosť dostala do úpadku alebo nie. V tejto časti práce vychádzame najmä zo zdrojov [7] a [2]. Definujme:

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{ak nenastal úpadok,} \\ 1, & \text{ak nastal úpadok.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Maticu známych skutočností (vysvetľujúcich premenných) označujeme X , ktorá je typu $n \times k$, kde n je počet pozorovaní a k je počet vysvetľujúcich premenných pričom platí, že $k < n$.

Logistická regresia vychádza z lineárnej regresie, ktorá je definovaná nasledovne:

$$Y^* = \alpha + X\beta + \epsilon, \quad (3.2)$$

kde $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_k)'$ je vektor neznámych parametrov a $\epsilon = (\epsilon_0, \dots, \epsilon_n)'$ je neznámy náhodný vektor, ktorý sa riadi logistickým rozdelením so strednou hodnotou 0 a disperziou $\frac{\pi^2}{3}$, distribučná funkcia logistického rozdelenia je daná funkciou:

$$F(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}. \quad (3.3)$$

Voľba logistického rozdelenia je vhodná, pretože naša pozorovaná premenná Y je binárneho charakteru a hustota logistického rozdelenia vhodne kopíruje priebeh takejto funkcie. α je neznáma konštanta a Y^* je latentná, nepozorovaná premenná.

Nami pozorovanú premennú Y definujeme pomocou latentnej premennej Y^* :

$$Y = \begin{cases} 0, & \text{ak } Y^* \leq 0, \\ 1, & \text{ak } Y^* > 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Uvažujme, že variancia ϵ je škálovaná kladným parametrom σ^2 , potom latentnou regresiou nazývame výraz $Y^* = \alpha + X\beta + \epsilon\sigma$. Po úprave dostávame $\frac{Y^*}{\sigma} = \frac{\alpha}{\sigma} + X\frac{\beta}{\sigma} + \epsilon$, čo je rovnaký model ako vzťah (3.2), pretože údaje X sú v modeli rovnaké a aj Y je nezmenené (Y^* je aj po škálovaní modelu stále kladné alebo záporné). Takýto model nám hovorí, že vektor neznámych parametrov β je invariantný voči škálovaníu.

Predpoklad, že 0 je deliacou hranicou vo vzťahu (3.4), by nemusel byť vhodný, ak model obsahuje nenulovú konštantu α . Uvažujme parameter a ako novú deliacu hranicu vo vzťahu (3.4). Pravdepodobnosť, že $Y = 1$ je daná:

$$P(Y^* > a|X) = P(\alpha + X\beta + \epsilon > a|X) = P((\alpha - a) + X\beta + \epsilon > 0|X) = P(\tilde{\alpha} + X\beta + \epsilon > 0|X). \quad (3.5)$$

Keďže obe premenné α a aj a sú neznáme, tak aj $\tilde{\alpha}$ je neznáme. Z toho vyplýva, že bez ohľadu na výber deliacej hranice vo vzťahu (3.4) stále v modeli zostane neznámy parameter. Bez ujmy na všeobecnosti zvolíme ďalej 0 ako deliacu hranicu vo vzťahu (3.4). Pravdepodobnosť, že $Y = 1$, vyjadríme:

$$P(Y^* > 0|X) = P(\epsilon > -\alpha - X\beta|X) = P(\epsilon < \alpha + X\beta|X) = F(\alpha + X\beta). \quad (3.6)$$

Pravdepodobnosť úpadku výsledne počítame pomocou výrazu:

$$P(Y = 1) = P(Y^* > 0|X) = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + X\beta)}}. \quad (3.7)$$

Odhady parametrov α a β budeme označovať $\hat{\alpha}$ a $\hat{\beta}$, vypočítame ich ako argument maxima vzťahu:

$$P_{\alpha,\beta}^*(Y) = \prod_{i=1}^m F(\alpha + X_i\beta) \prod_{i=m+1}^n (1 - F(\alpha + X_i\beta)), \quad (3.8)$$

pričom prvých m dát sú zlyhané firmy, čiže platí, že $Y = 1$ a zvyšných $(n - m)$ dát sú prosperujúce firmy, čiže $Y = 0$. Neznáme parametre β v našej práci odhadujeme pomocou softvéru R, konkrétne pomocou funkcie glm.

3.1.1 Interpretácia odhadnutých parametrov $\hat{\beta}$ v logistickej regresii

Interpretácia odhadnutých parametrov v logistickom modeli je pomerne jednoduchá a je možné ju vyjadriť ako pomer šancí ($\hat{o}$). Základnú interpretáciu odhadnutých parametrov v logistickom modeli získame, ak sa pozrieme na nárast šance na úpadok podniku pri zvýšení premennej X_j o 1 jednotku pre $j = 1 \dots, k$.

$$\hat{o} = \frac{\frac{P'}{1-P'}}{\frac{P}{1-P}} = \frac{e^{\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \dots + \hat{\beta}_j (X_j + 1) + \dots + \hat{\beta}_k X_k}}{e^{\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_1 + \dots + \hat{\beta}_j X_j + \dots + \hat{\beta}_k X_k}} \quad (3.9)$$

$$\hat{o} = e^{\hat{\beta}_j} \quad (3.10)$$

Ak sa napríklad $e^{\hat{\beta}_j} = 2$ pre $j = 1 \dots, k$, tak pri zvýšení premennej X_j o 1 jednotku a zachovaní ostatných premenných v rovnakej výške sa šance na úpadok podniku zdvojnásobia. Naopak ak sa napríklad $e^{\hat{\beta}_j} = 0,5$ pre $j = 1 \dots, k$, tak sa šance na úpadok podniku pri náraste premennej X_j o 1 jednotku a zachovaní ostatných premenných v rovnakej výške zmenšia o polovicu. Ak je odhadnutá premenná $\hat{\beta}_j > 0$, tak nárast premennej X_j zvýši šance na úpadok pre $j = 1 \dots, k$. Naopak ak je $\hat{\beta}_j < 0$, tak nárast premennej X_j zníži šance na úpadok pre $j = 1 \dots, k$.

3.2 Bayesovské priemerovanie klasických odhadov

V našej práci je veľmi dôležité vybrať správne premenné, ktoré budú vstupovať do modelu. Nie je vhodné použiť celý zoznam premenných uvedený v Tabuľke 2.3, pretože sú prirodzene vysoko korelované. Na výber premenných s najlepšou vypovedacou schopnosťou nám slúži Bayesovské priemerovanie klasických odhadov, anglicky Bayesian Averaging of Classical Estimates. Ďalej budeme túto metódu označovať skratkou BACE. V tejto časti práce vychádzame zo zdrojov [4] a [5].

Nech X je matica známych skutočností typu $n \times k$, kde n je počet pozorovaní a k je počet sledovaných premenných. Ak by sme chceli vytvoriť všetky možné kombinácie premenných vstupujúcich do modelu, bolo by ich $K = 2^k$, v našom prípade je $K = 2^{32}$. Množinu všetkých modelov označíme $\mathcal{M} = \{\mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_K\}$. Takýmto spôsobom sme vytvorili všetky modely s rôznym počtom vysvetľujúcich premenných, vrátane modelu so žiadnou vysvetľujúcou premennou a s modelom, ktorý obsahuje všetky. Modely obsahujúce iba podskupinu z množiny všetkých premenných môžeme reprezentovať pomocou γ_{ji} , binárna premenná určujúca, či premenná X_j vstupuje do modelu M_i alebo nie, kde $j = 1, \dots, k$ a $i = 1, \dots, K$. Ak premenná X_j vstupuje do modelu M_i , tak hodnota $\gamma_{ji} = 1$ a ak nie, tak $\gamma_{ji} = 0$.

3.2.1 Priorne pravdepodobnosti premenných a modelov

Priornu pravdepodobnosť premennej označujeme ω_j , zodpovedá priornej pravdepodobnosti zahrnutia premennej X_j do modelu, kde $j = 1, \dots, k$. Pravdepodobnosť ω_j , $j = 1, \dots, k$ môže byť zvolená viacerými spôsobmi, ako je uvedené v [4], napríklad ako beta rozdelenie alebo rovnomerné rozdelenie.

Ďalej definujeme priornu pravdepodobnosť nad množinou $\mathcal{M}$ pomocou γ nasledovne:

$$P(\mathcal{M}_i) = \prod_{j=1}^k \omega_j^{\gamma_{ji}} (1 - \omega_j)^{1-\gamma_{ji}}, i = 1, \dots, K. \quad (3.11)$$

Priornu pravdepodobnosť modelu môžeme interpretovať ako súčin priorných pravdepodobností premenných zahrnutých v danom modeli a (1-priorne pravdepodobnosti premenných, ktoré do daného modelu nevstupujú). Platí, že ak do modelu vstupujú premenné s vysokou priornou pravdepodobnosťou, tak aj priorna pravdepodobnosť mo-

delu bude pomerne vysoká. Naopak, ak do modelu vstupujú premenné s nízkou priornou pravdepodobnosťou, tak priorna pravdepodobnosť modelu bude pomerne nízka.

3.2.2 Posteriorne pravdepodobnosti premenných a modelov

Posteriorna pravdepodobnosť modelov $\mathcal{M}$ je podľa [4] definovaná pomocou marginálneho rozdelenia dát modelu $\mathcal{M}_i$:

$$m(Y | \mathcal{M}_i) = \int \int P(Y | \beta_\gamma, \sigma^2, \mathcal{M}_i) P(\beta_\gamma | \sigma^2, \mathcal{M}_i) P(\sigma^2 | \mathcal{M}_i) d\beta_\gamma d\sigma^2, i = 1, \dots, K, \quad (3.12)$$

kde σ^2 je disperzia modelu a β_γ sú príslušné koeficienty v modeli.

Výsledný vzťah posteriornej pravdepodobnosti modelov je daný:

$$P(\mathcal{M}_i | Y) = \frac{m(Y | \mathcal{M}_i) p(\mathcal{M}_i)}{\sum_{i=1}^K m(Y | \mathcal{M}_i) p(\mathcal{M}_i)} \quad (3.13)$$

Bayesovo informačné kritérium (BIC) nám hovorí o kvalite modelov. Jeho výhodou je, že je ľahko vypočítateľné pre celú triedu modelov, vrátane zovšeobecnených lineárnych modelov (anglicky: generalised linear models), pri ktorých nie je možné analytickým spôsobom vyjadriť marginálne rozdelenie dát, definované vzťahom (3.12). BIC_i počítame pre každý z modelov $\mathcal{M}_i$ pomocou vzťahu:

$$BIC_i = -2\ln(\hat{L}_i) + \ln(n)k, i = 1, \dots, K, \quad (3.14)$$

kde $\hat{L}_i$ je maximum funkcie vierohodnosti príslušného modelu.

V práci využívame aproximáciu výpočtu posteriornej pravdepodobnosti modelu pomocou BIC danú:

$$P(\mathcal{M}_i | Y) = \frac{p(\mathcal{M}_i) e^{-\frac{1}{2}BIC_i}}{\sum_{i=1}^K p(\mathcal{M}_i) e^{-\frac{1}{2}BIC_i}}, i = 1, \dots, K. \quad (3.15)$$

Vzťah (3.15) sme prebrali z [4]. Vo všeobecnosti platí, že čím je BIC nižšie, tým viac sa považuje model za lepší. Transformáciou BIC na $e^{-\frac{1}{2}BIC}$ dosiahneme, že pri nižšej hodnote BIC dostávame vyššiu posteriornu pravdepodobnosť modelu. Čím vyššia je posteriorna pravdepodobnosť modelu, tým viac ho považujeme za kvalitnejší.

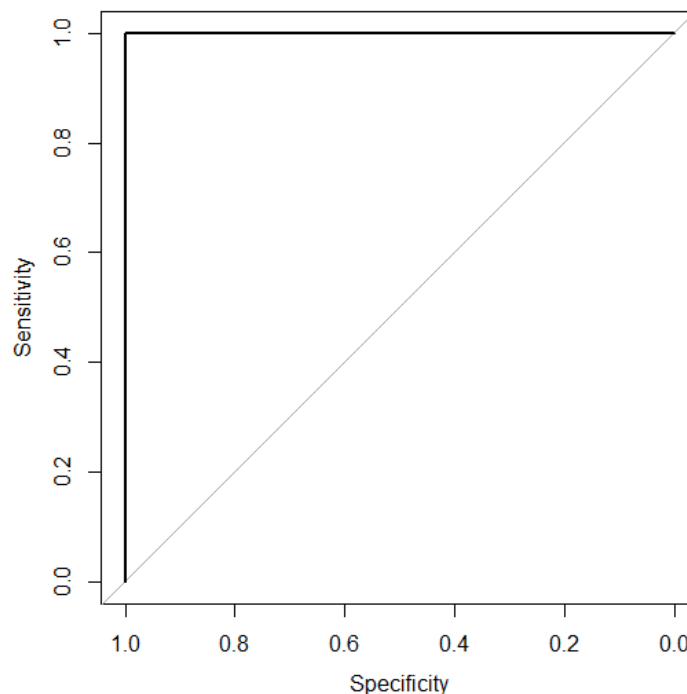
Posteriornu pravdepodobnosť premenných počítame ako sumu posteriorných pravdepodobností modelov, v ktorých sa daná premenná nachádza, čo môžeme vyjadriť nasledovne:

$$P(X_j | Y) = \sum_{i=1}^K \gamma_{ji} P(\mathcal{M}_i | Y), j = 1, \dots, k. \quad (3.16)$$

Čím viac sa premenná nachádza v modeloch s vysokou vypovedacou schopnosťou, tým vyššia bude aj jej posteriorná pravdepodobnosť.

3.3 ROC krivky

Na porovnanie kvality jednotlivých modelov slúži viacero nástrojov. Medzi základné metódy porovnania modelov patrí napríklad chyba 1. a 2. druhu, tie však nemusia byť dostatočné a vždy jednoznačné. Ďalším nástrojom na porovnanie modelov sú ROC (Receiver Operating Characteristic) krivky.



Obr. 3.1: ROC krivka modelu so 100% presnosťou

ROC krivky dávajú do pomeru percento modelom správne zaradených prosperujúcich firiem medzi prosperujúce firmy (anglicky: specificity) a percento správne modelom

zaradených neprosperujúcich firiem medzi neprosperujúce (anglicky: sensitivity). Tieto hodnoty sú vypočítane pre všetky možné deliace hodnoty (anglicky: cut points), ktoré určujú hodnotu kedy je firma prosperujúca alebo neprosperujúca. V našom prípade budú deliace hodnoty od 0% - 100%, pri každej tejto hodnote sa vypočíta specificita a sensitivity a táto hodnota sa zakreslí do grafu. Za najpresnejší model sa považuje ten, ktorý má najväčšiu plochu pod krivkou, teda dosahuje najvyššie hodnoty specificity pri nízkych hodnotách sensitivity a naopak. Model, ktorý má 100% presnosť zaradenia firiem má ROC krivku zobrazenú na Obr. 3.1, plocha pod touto krivkou je 1.

ROC krivky sme v našej práci zostrojili pomocou funkcie `roc` z knižnice `pROC` v softvéri R a plochu pod krivkou sme počítali pomocou funkcie `auc`.

Kapitola 4

Modelovanie rizika úpadku podnikov

V tejto kapitole sa venujeme modelovaniu rizika úpadku pomocou logistickej regresie, pričom využívame BACE na výber premenných vstupujúcich do modelu. Tieto metódy sme bližšie popísali v Kapitole 3. Výsledný model porovnáme s už existujúcimi modelmi, konkrétne s Altman Z'-Score, Index IN05 a Gulkovým modelom. Taktiež pomocou rôznych modelov odhadnutých metódou BACE zostrojíme empirickú hustotu pravdepodobnosti úpadku firmy. Rozšírením modelu o nefinančné premenné získame komplexnejší pohľad na firmu.

		Nastatie úpadku (Y)	A	A	A	A	B	B	B	C	C	C	D	D	D	D	D	D	D	F	F	F	F	F	F	H	F	F	I	I	J	K	L	M	N	O
	Skupina	100	-30,2	-48,1	-52,4	-51,9	-25,8	11,6	-31,2	54,4	21,6	41,5	37,6	22,1	-62,6	-46,4	-46,5	-52,9	-28,1	-50,3	-25,2	-50,8	-11,2	-6,6	-8,81	-8,98	24,9	38,7	-39	-20,3	-45,5	-3,57	-34,4	-24		
Nastatie úpadku (Y)	A	-30,2	100	51,3	47	47,5	27,5	4,44	28,9	-30,6	0,99	-24,7	-31	-12,2	27,6	24,7	22,7	19,8	18,2	41	16,9	40,9	3,25	5,03	1,37	8,06	-11,7	0,91	18,8	6,83	35,9	-3,08	16,5	27,6		
Hrubá marža	A	-48,1	51,3	100	80,6	75,6	56,6	15,9	63,9	-53,7	-10,6	-47,9	-28,7	-22,4	45,8	39,1	39,1	32,5	27,3	74,5	27,4	75,2	-3,58	4,34	-4,31	1,99	-14,3	-25,5	36,7	18,7	63,7	-12,5	36,3	57,8		
EBITDA marža	A	-52,4	47	80,6	100	95,1	44,4	4,9	47,8	-56,1	-13,8	-43,5	-30,1	-29	52,7	48,4	50,1	42,7	39,7	84,4	39,5	85,7	18,2	4,51	20	13,3	-24,8	-43	42,4	19,6	72,2	-7,59	39,4	50,2		
Prevádzková marža	A	-51,9	47,5	75,6	95,1	100	40,1	2,43	43,8	-55,4	-12,9	-42,1	-30,4	-30,7	53,4	50,2	51,8	42,8	44,8	87,7	41,1	87	21,3	6,88	22,6	15	-24,6	-43,5	42,7	20,2	75	-7,09	39,9	47,2		
Zisková marža	B	-25,8	27,5	56,6	44,4	40,1	100	58,1	75,7	-26,7	-7,64	-22,1	-13,4	-10	16,3	12,8	14,2	9,92	10,9	40,4	13,8	41,3	1,36	2,38	-3,83	8,04	-9,6	-12,1	20,3	11	39,9	-6,95	23,4	38,9		
Dlh/EBITDA	B	11,6	4,44	15,9	4,9	2,43	58,1	100	37	10,5	9,39	8,1	5,66	1,16	-31,9	-21,8	-20,2	-36,5	-5,12	-2,12	-13,3	-2,67	5,01	1	-1,53	16,3	6,08	4,88	-8,5	5,4	4,66	-4,31	5,27	8,55		
Čistý dlh/EBITDA	B	-31,2	28,9	63,9	47,8	43,8	75,7	37	100	-26,4	-7,68	-21	-14,9	-11,6	21,7	16,3	16,2	15,6	13,3	44	13,1	44,7	2,1	4,62	-2,57	8,14	-10,2	-14,3	21,9	10,6	40,4	-3,63	28,6	38,6		
Závazky/EBITDA	C	54,4	-30,6	-53,7	-56,1	-55,4	-26,7	10,5	-26,4	100	21,5	84,1	40,6	52,7	-59,2	-69,4	-75,3	-33,1	-20,6	-66,2	-19,7	-65,4	12,3	8,41	3,36	14	6,63	50,5	-39,7	-13,1	-53,5	10,1	-24,1	-23,1		
Celková zadlženosť	C	21,6	0,99	-10,6	-13,8	-12,9	-7,64	9,39	-7,68	21,5	100	1,7	14,5	7,64	-15,2	-13,3	-10	-19,5	-7,55	-16	-6,57	-16	-0,49	-0,84	-3,23	7,88	2,97	4,65	-11,7	-4,33	-10,7	2,97	-8,62	-2,77		
Dlhodobá zadlženosť	C	41,5	-24,7	-47,9	-43,5	-42,1	-22,1	8,1	-21	84,1	1,7	100	38,8	56,8	-49,8	-59,6	-66,2	-20,6	-12,3	-54,8	-13,7	-54,8	23,9	7,99	17,4	17,2	0,93	51,5	-32,1	-9,3	-44,1	11,8	-20	-20,9		
Krátkodobá zadlženosť	D	37,6	-31	-28,7	-30,1	-30,4	-13,4	5,66	-14,9	40,6	14,5	38,8	100	59,2	-30	-50	-43,1	-18,9	-13,7	-30,8	-14	-31,7	-0,67	-11,5	-6,62	8,37	-12,1	24,8	-16,2	-14,2	-28,1	9,61	-13,1	-13		
Platobná neschopnosť obchodná	D	22,1	-12,2	-22,4	-29	-30,7	-10	1,16	-11,6	52,7	7,64	56,8	59,2	100	-28,4	-71,6	-67	-7,59	-13,3	-33,2	-14,4	-32,8	2,53	-7,01	-18,4	21,8	-32,4	46,1	-18,3	-17	-24,7	8,99	-9,69	-7,21		
Platobná neschopnosť celková	D	-62,6	27,6	45,8	52,7	53,4	16,3	-31,9	21,7	-59,2	-15,2	-49,8	-30	-28,4	100	69,9	67,4	89,2	24,2	49,1	22,1	50,2	13,9	12,8	18,1	0,57	-28,8	-49,6	34,2	7,65	43,5	-4,2	30,3	21,1		
Likvidita 1. st.	D	-46,4	24,7	39,1	48,4	50,2	12,8	-21,8	16,3	-69,4	-13,3	-59,6	-50	-71,6	69,9	100	92,6	48,7	25,9	49,9	25	50,2	5,75	13	25,9	-19,4	9,42	-52,4	33,8	17,2	39,9	-6,21	21,6	16,2		
Likvidita 2. st.	D	-46,5	22,7	39,1	50,1	51,8	14,2	-20,2	16,2	-75,3	-10	-66,2	-43,1	-67	67,4	92,6	100	43,2	23,5	52,6	22,3	52,6	4,61	-7	27,3	-21	0,29	-57,6	33,9	14,2	43	-8,33	21,2	16,3		
Likvidita 3. st.	D	-52,9	19,8	32,5	42,7	42,8	9,92	-36,5	15,6	-33,1	-19,5	-20,6	-18,9	-7,59	89,2	48,7	43,2	100	23,7	33,8	21,7	35,9	30,2	18,9	27,1	10,9	-39,4	-38,7	20,4	-2,66	33,4	-3,1	22,3	18		
Fin. účty/aktíva	F	-28,1	18,2	27,3	39,7	44,8	10,9	-5,12	13,3	-20,6	-7,55	-12,3	-13,7	-13,3	24,2	25,9	23,5	23,7	100	40,9	93,1	39,7	19,9	12,5	20,9	11,6	-15,7	-23,1	24	10,2	33,4	10	21,9	22,1		
Návratnosť vlastného imania	F	-50,3	41	74,5	84,4	87,7	40,4	-2,12	44	-66,2	-16	-54,8	-30,8	-33,2	49,1	49,9	52,6	33,8	40,9	100	38,6	98,5	-3,81	-0,02	2,24	-5,35	-9,46	-31,7	49,6	24,9	78,5	-7,34	36,9	54,2		
Návratnosť aktív	F	-25,2	16,9	27,4	39,5	41,1	13,8	-1,33	13,1	-19,7	-6,57	-13,7	-14	-14,4	22,1	25	22,3	21,7	93,1	38,6	100	38,4	17,8	11,8	18,8	9,75	-13,5	-22,5	24,1	10,7	31,8	11,5	20,6	22,3		
Návratnosť vlastného imania z EBIT	F	-50,8	40,9	75,2	85,7	87	41,3	-2,67	44,7	-65,4	-16	-54,8	-31,7	-32,8	50,2	50,2	52,6	35,9	39,7	98,5	38,4	100	-1,76	0,67	2,6	-3,93	-11	-33,1	48,4	23,7	77,9	-8,2	37,3	55,8		
Návratnosť aktív z EBIT	F	-11,2	3,25	-3,58	18,2	21,3	1,36	5,01	2,1	12,3	-0,49	23,9	-0,67	2,53	13,9	5,75	4,61	30,2	19,9	-3,81	17,8	-1,76	100	23,4	66,9	80,2	-60,8	-57	-12,3	-11,5	7,75	-4,59	19,5	3,03		
Obrat aktív	H	-6,6	5,03	4,34	4,51	6,88	2,38	1	4,62	8,41	-0,84	7,99	-11,5	-7,01	12,8	13	-7	18,9	12,5	-0,02	11,8	0,67	23,4	100	14	24,4	-4,96	-10,2	0,18	0,89	0,67	4,94	10,5	5,72		
Obrat zásob	H	-8,81	1,37	-4,31	20	22,6	-3,83	-1,53	-2,57	3,36	-3,23	17,4	-6,62	-18,4	18,1	25,9	27,3	27,1	20,9	2,24	18,8	2,6	66,9	14	100	33,9	-24	-42,6	-5,07	-6,15	8,96	-2,83	7,62	-3,72		
Obrat neobežného majetku	F	-8,98	8,06	1,99	13,3	15	8,04	16,3	8,14	14	7,88	17,2	8,37	21,8	0,57	-19,4	-21	10,9	11,6	-5,35	9,75	-3,93	80,2	24,4	33,9	100	-70,7	-44,7	-11,2	-11,6	5,55	-2,49	25,4	5,05		
Obrat obežného majetku	F	24,9	-11,7	-14,3	-24,8	-24,6	-9,6	6,08	-10,2	6,63	2,97	0,93	-12,1	-32,4	-28,8	9,42	0,29	-39,4	-15,7	-9,46	-13,5	-11	-60,8	-4,96	-24	-70,7	100	45,8	1,96	26	-18	6,61	-23,8	-12,5		
Doba obratu pohľadávok	I	38,7	0,91	-25,5	-43	-43,5	-12,1	4,88	-14,3	50,5	4,65	51,5	24,8	46,1	-49,6	-52,4	-57,6	-38,7	-23,1	-31,7	-22,5	-33,1	-57	-10,2	-42,6	-44,7	45,8	100	-11,8	4,11	-29,6	14,4	-30,4	-8,63		
Doba splácania záväzkov	I	-39	18,8	36,7	42,4	42,7	20,3	-8,5	21,9	-39,7	-11,7	-32,1	-16,2	-18,3	34,2	33,8	33,9	20,4	24	49,6	24,1	48,4	-12,3	0,18	-5,07	-11,2	1,96	-11,8	100	57	42	59,3	49,5	26,2		
Zmena aktív	J	-20,3	6,83	18,7	19,6	20,2	11	5,4	10,6	-13,1	-4,33	-9,3	-14,2	-17	7,65	17,2	14,2	-2,66	10,2	24,9	10,7	23,7	-11,5	0,89	-6,15	-11,6	26	4,11	57	100	19,4	41,2	36,2	15,4		
Zmena pohľadávok	K	-45,5	35,9	63,7	72,2	75	39,9	4,66	40,4	-53,5	-10,7	-44,1	-28,1	-24,7	43,5	39,9	43	33,4	33,4	78,5	31,8	77,9	7,75	0,67	8,96	5,55	-18	-29,6	42	19,4	100	-15,5	32,2	58,2		
Zmena vlastného imania	L	-3,57	-3,08	-12,5	-7,59	-7,09	-6,95	-4,31	-3,63	10,1	2,97	11,8	9,61	8,99	-4,2	-6,21	-8,33	-3,1	10	-7,34	11,5	-8,2	-4,59	4,94	-2,83	-2,49	6,61	14,4	59,3	41,2	-15,5	100	30,8	-8,86		
Zmena záväzkov	M	-34,4	16,5	36,3	39,4	39,9	23,4	5,27	28,6	-24,1	-8,62	-20	-13,1	-9,69	30,3	21,6	21,2	22,3	21,9	36,9	20,6	37,3	19,5	10,5	7,62	25,4	-23,8	-30,4	49,5	36,2	32,2	30,8	100	28,5		
Zmena tržieb	N	-24	27,6	57,8	50,2	47,2	38,9	8,55	38,6	-23,1	-2,77	-20,9	-13	-7,21	21,1	16,2	16,3	18	22,1	54,2	22,3	55,8	3,03	5,72	-3,72	5,05	-12,5	-8,63	26,2	15,4	58,2	-8,86	28,5	100		
Zmena EBITDA	O																																			

Obr. 4.1: Spearmanová korelačná matica (v %)

4.1 Rozdelenie premenných

Ako naznačuje Obr. 4.1, premenné uvedené v Tabuľke 2.3 sú vysoko korelované. Ak by sme chceli spraviť všetky kombinácie premenných vstupujúcich do modelu, tak je veľmi pravdepodobné, že koeficienty pri niektorých premenných nebudú mať správnu ekonomickú interpretáciu. Dobrým príkladom je Likvidita 1., 2. a 3. stupňa, všetky tri ukazovatele nám hovoria o schopnosti firmy splácať svoje krátkodobé záväzky z likvidných aktív, avšak za likvidné aktíva považujeme vždy niečo iné. Keď sme použili logistickú regresiu na tréningovej vzorke (so všetkými ukazovateľmi ako premennými), tak koeficient pri ukazovateľoch Likvidita 1. a 2. stupňa bol kladný, ale pri ukazovateli Likvidita 3. stupňa bol záporný. To nám hovorí o tom, že ak firma zvýši svoju Likviditu 1. alebo 2. stupňa, tak šance na jej úpadok vzrastú, čo však z ekonomického pohľadu nie je správne.

Z tohto dôvodu je vhodné ich rozdeliť do skupín. Rozdelenie premenných do skupín je uvedené v Tabuľke 4.1. Takéto rozdelenie do skupín sme zhotovili na základe korelácii premenných, ale aj podľa ich významu a výpočtu. Ďalej v práci budeme uvažovať iba modely, v ktorých sa ako vstupný parameter nachádza najviac jedna premenná z každej skupiny.

4.2 Odhad modelu metódou BACE

V našej práci budeme vytvárať modely so 4, 5 alebo 6 vstupnými premennými. Mohli by sme brať do úvahy aj všetky iné možnosti, napríklad model s 1 premennou alebo aj model so všetkými 32 premennými. Modely s malým počtom vstupných premenných by nemuseli mať dostatočnú predikčnú presnosť a ako sme už uviedli, modely s veľkým počtom premenných môžu viesť k nesprávnej interpretácii, prípadne algoritmus nemusí vôbec skonvergovať.

Po rozdelení premenných do skupín sme vytvorili všetky možné kombinácie štvoríc, päťíc a šesťíc ukazovateľov vstupujúcich do modelu, a to tak, že sa v danej kombinácii mohol nachádzať maximálne jeden ukazovateľ z každej skupiny. Takže v jednej kombinácii sa nemôžu nachádzať viaceré ukazovatele zo skupiny A, resp. B, C, Takýchto kombinácií je 24 558 pre modely so 4 premennými, 104 712 pre modely s

Ukazovateľ	Kategória	Ukazovateľ	Kategória
Hrubá marža	A	Návratnosť vl. imania	F
EBITDA marža	A	Návratnosť aktív	F
Prevádzková marža	A	Návratnosť vl. imania z EBIT	F
Zisková marža	A	Návratnosť aktív z EBIT	F
Dlh/EBITDA	B	Obrat aktív	G
Čistý dlh/EBITDA	B	Obrat neobežného majetku	G
Závazky/EBITDA	B	Obrat obežného majetku	G
Celková zadlženosť	C	Obrat zásob	H
Dlhodobá zadlženosť	C	Doba obratu pohľadávok	I
Krátkodobá zadlženosť	C	Doba splácania záväzkov	I
Platobná neschopnosť obchodná	D	Zmena aktív	J
Platobná neschopnosť celková	D	Zmena pohľadávky	K
Likvidita 1. st.	E	Zmena vlastného imania	L
Likvidita 2. st.	E	Zmena záväzkov	M
Likvidita 3. st.	E	Zmena tržby	N
Fin. účty/aktíva	E	Zmena EBITDA	O

Tabuľka 4.1: Rozdelenie premenných do skupín

piatimi premennými a 329 838 pre modely so 6 premennými, čiže celkovo až 459 108 modelov.

Pre všetky modely sme pomocou logistickej regresie odhadli koeficienty β . Aj napriek rozdeleniu ukazovateľov do skupín niektoré modely vôbec neskonvergovali, z tohto dôvodu sme tieto modely ďalej pri výpočtoch nebrali do úvahy. Takýchto modelov bolo z celkového počtu modelov 13 662, čo predstavuje 2,98%.

4.2.1 Výpočet priorných a posteriorných pravdepodobností

Ako bolo spomenuté v podkapitole 3.2.1, existuje viacero možností ako zvoliť priornu pravdepodobnosť premenných. V našej práci sme sa rozhodli použiť rovnomerné rozdelenie, ktoré je upravené o počet modelov, pri ktorých odhad parametrov neskonvergoval. Priornu pravdepodobnosť premennej sme počítali ako pravdepodobnosť, že sa daná premenná nachádza v modeli, čiže ako pomer medzi počtom modelov, v ktorých sa daná premenná nachádza a počtom všetkých modelov.

Priornu pravdepodobnosť modelov sme vypočítali pomocou vzťahu (3.11). Následne sme vypočítali posteriornu pravdepodobnosť modelov pomocou vzťahu (3.15), kde sme hodnotu BIC automaticky vypočítavali pri logistickej regresii v softvéri R. Napokon sme vypočítali aj posteriornu pravdepodobnosť premenných vstupujúcich do modelu s využitím vzťahu (3.16), čiže ako súčet posteriorných pravdepodobností modelov, v ktorých sa daná premenná nachádza.

V niektorých publikáciách, napríklad v [5], sa do výsledného modelu zahrnú tie premenné, ktorých posteriorná pravdepodobnosť je vyššia ako ich priorna. Taktiež by sme mohli zahrnúť do výsledného modelu iba tie premenné, ktoré majú posteriornu pravdepodobnosť výrazne vyššiu ako ostatné premenné.

V Tabuľke 4.2 sú zobrazené priorne a posteriorne pravdepodobnosti jednotlivých premenných. Priorne pravdepodobnosti sú pri každom z ukazovateľov rozdielne, aj napriek tomu, že sa môžu nachádzať v rovnakej skupine. To je spôsobené tým, že sme nebrali do úvahy modely, ktoré neskonvergovali. V tabuľke sú zvýraznené tie premenné, ktorých posteriorná pravdepodobnosť je vyššia ako ich priorna pravdepodobnosť, takýchto premenných je iba 5, a to: Hrubá marža, Celková zadlženosť, Finančné účty/aktíva, Doba splácania záväzkov a Medziročná zmena vlastného imania. Týchto 5 premenných

budeme podobne ako v [5] nazývať robustnými.

Ukazovateľ	Priorna pr.	Posteriorna pr.
Hrubá marža	14,14%	99,29%
EBITDA marža	13,67%	0,00%
Prevádzková marža	14,60%	0,00%
Zisková marža	14,59%	0,00%
Dlh/EBITDA	16,74%	0,33%
Čistý dlh/EBITDA	16,74%	0,31%
Závazky/EBITDA	16,78%	0,47%
Celková zadlženosť	16,70%	98,87%
Dlhodobá zadlženosť	16,68%	0,00%
Krátkodobá zadlženosť	16,57%	0,26%
Platobná neschopnosť obchodná	19,71%	7,00%
Platobná neschopnosť celková	19,57%	0,34%
Likvidita 1. st.	14,62%	0,00%
Likvidita 2. st.	14,46%	0,00%
Likvidita 3. st.	14,54%	0,00%
Fin. účty/aktíva	14,41%	100,00%
ROE	14,71%	1,10%
ROA	13,87%	0,69%
ROE (EBIT)	14,71%	0,84%
ROA (EBIT)	13,80%	1,19%
Obrat aktív	16,97%	0,84%
Obrat zásob	23,76%	0,45%
Obrat neobežného majetku	16,95%	0,98%
Obrat obežného majetku	15,54%	0,20%
Doba obratu pohľadávok	19,37%	0,00%
Doba splácania záväzkov	19,91%	98,42%
Zmena aktív	23,76%	0,68%
Zmena pohľadávky	23,76%	0,87%

Zmena vlastného imania	23,26%	99,94%
Zmena záväzkov	23,77%	1,13%
Zmena tržby	23,76%	0,34%
Zmena EBITDA	23,78%	0,50%

Tabuľka 4.2: Priorne a posteriorne pravdepodobnosti premenných pri použití 4, 5 alebo 6 parametrov v modeli

4.2.2 Robustné premenné

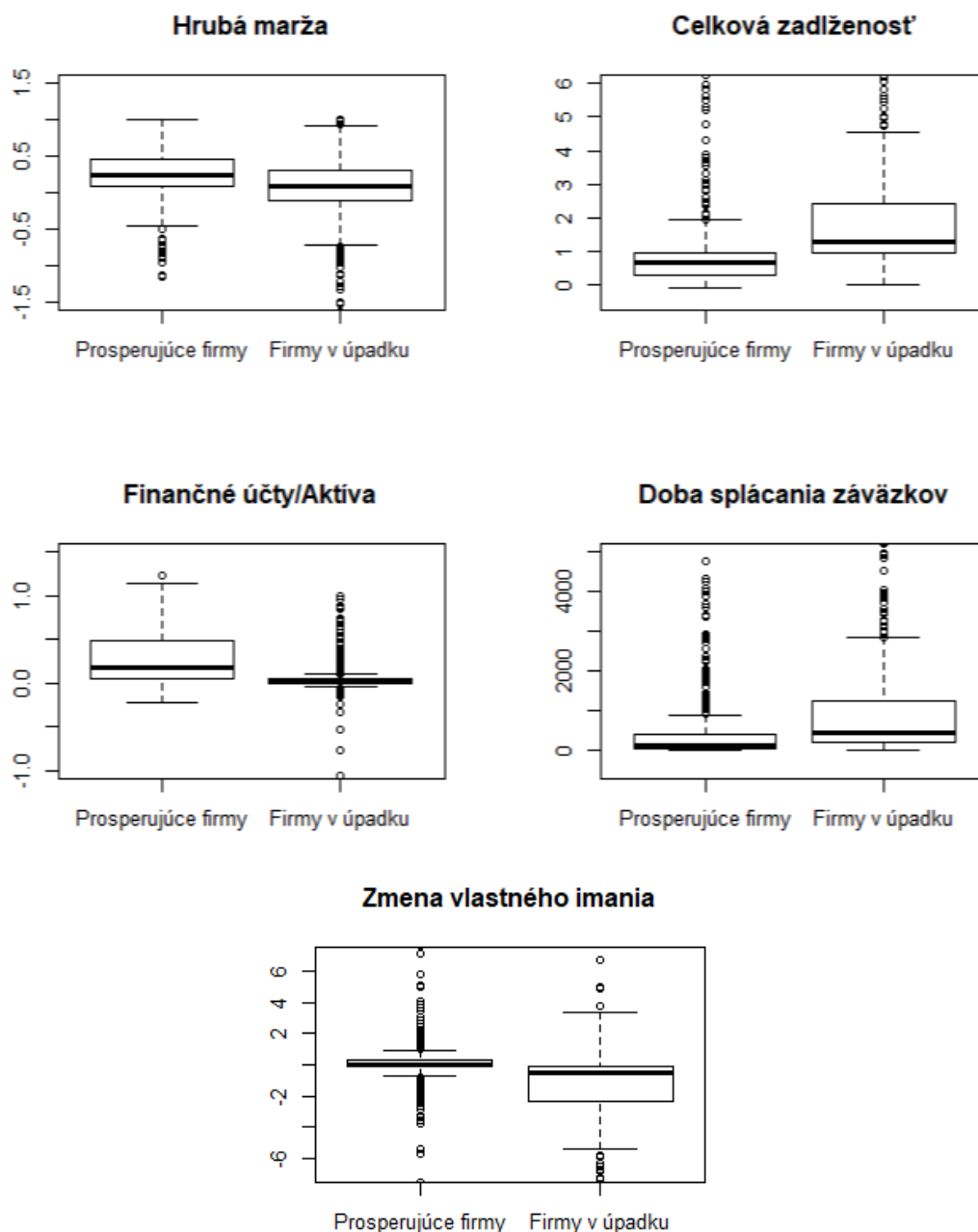
Pomocou BACE metódy sme vybrali robustné premenné, na základe ktorých budeme modelovať pravdepodobnosť úpadku podnikov. Pomocou týchto premenných sme schopní veľmi dobre rozlíšiť prosperujúcu firmu od firmy v úpadku. Potvrdzujú to aj grafy na Obr. 4.2, ktorý zobrazuje boxploty pre každú robustnú premennú. Vidíme, že hodnoty ukazovateľov sa výrazne líšia pre prosperujúce spoločnosti a firmy v úpadku. Rozdielne hodnoty nám naznačujú, že ukazovatele sú vhodné na modelovanie a je pomocou nich možné rozlíšiť prosperujúcu spoločnosť od firmy v úpadku. Boxploty boli zostrojené z údajov všetkých 1 064 sledovaných spoločností.

Mediány robustných ukazovateľov sú výrazne rozdielne, zobrazené sú v Tabuľke 4.3. Rozdielne hodnoty má napríklad ukazovateľ celková zadlženosť, prosperujúce firmy majú medián na úrovni 65%, spoločnosti v úpadku majú medián celkovej zadlženosti 127%. Celkovú zadlženosť vyššiu ako 100% majú spoločnosti so záporným vlastným imaním. O poklese vlastného imania pri firmách v úpadku hovorí aj medián jeho medziročnej zmeny, ktorý je výrazne záporný.

Pomocou Wilcoxon rank sum testu sme otestovali hypotézy o rozdielnosti mediánov pri prosperujúcich firmách, ozn. $m_{Y=0}$, a firmách v úpadku, ozn. $m_{Y=1}$. Testované hypotézy majú tvar:

$$H_0 : m_{Y=1} = m_{Y=0} \text{ vs. } H_1 : m_{Y=1} \neq m_{Y=0}.$$

Prvým predpokladom Wilcoxon rank sum testu je nezávislosť pozorovaných prvkov, v našom prípade firiem. Tento predpoklad je splnený, pretože spoločnosti sú vo vzorkách vybrané náhodou a nie sú žiadnym spôsobom prepojené. Ďalším predpokladom



Obr. 4.2: Boxploty robustných premenných

je existencia hustôt $f_{Y=1}(x)$ a $f_{Y=0}(x)$ a tieto hustoty sa líšia nanajvýš o posun. Tento predpoklad na našej vzorke dát nie je splnený, ale aj napriek tomu sme Wilcoxon rank sum test zhotovili. Pre každú z robustných premenných sme otestovali rovnosť mediánov, pri všetkých testoch bola výsledná p-hodnota menšia ako $2,2 \cdot 10^{-16}$. Všetky

Ukazovateľ	Firmy v úpadku	Prosperujúce firmy
Hrubá marža	9%	24,5%
Celková zadlženosť	127%	65%
Finančné účty/aktíva	0,8%	18%
Doba splácania záväzkov	468 dní	141 dní
Zmena vlastného imania	-55%	4%

Tabuľka 4.3: Mediány robustných ukazovateľov pre firmy v úpadku a pre prosperujúce firmy

p-hodnoty sú menšie ako 5%, na základe Wilcoxon rank sum testu zamietame hypotézu H_0 a prijímame hypotézu H_1 o nerovnosti mediánov robustných premenných.

4.3 Model rizika úpadku podnikov

Pomocou BACE sme nielen určili robustné premenné, ale môžeme využiť aj všetky odhady koeficientov $\hat{\beta}$. Vynásobením odhadov $\hat{\beta}$ príslušných premenných posteriornou pravdepodobnosťou daného modelu a ich následným sčítaním získame ich vážený súčet, ktorý označíme $\hat{\beta}^*$. Takýto odhad môžeme spraviť nielen pre robustné premenné, ale aj pre ostatné premenné. Výpočet $\hat{\beta}^*$ môžeme zapísať nasledovne:

$$\hat{\beta}_j^* = \sum_{i=1}^K \hat{\beta}_{ij} P(\mathcal{M}_i | Y), j = 1, \dots, k. \quad (4.1)$$

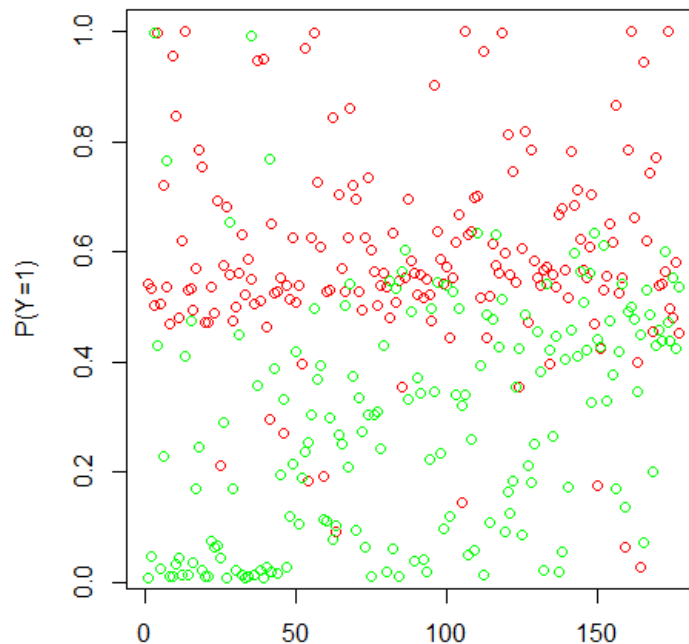
Výsledný model obsahujúci iba robustné premenné a s využitím vzťahu (4.1) je daný vzťahom:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(0,06019158 - 0,7269386M_1 + 0,2295360M_2 - 4,481990M_3 + 0,000043M_4 - 0,137544M_5)}}, \quad (4.2)$$

kde M_1 až M_5 reprezentujú finančné ukazovatele:

$$\begin{aligned}M_1 &= \text{Hrubá marža,} \\M_2 &= \text{Celková zadlženosť,} \\M_3 &= \text{Finančné účty/aktíva,} \\M_4 &= \text{Doba splácania záväzkov,} \\M_5 &= \text{Zmena vlastného imania.}\end{aligned}\tag{4.3}$$

Obr. 4.3 zobrazuje pravdepodobnosť úpadku firiem vo validačnej vzorke vypočítanú pomocou Modelu (4.2). Zelenou farbou sú znázornené prosperujúce firmy a červenou farbou firmy v úpadku. Na tomto grafe môžeme vidieť, že model má pomerne dobrú schopnosť určiť pravdepodobnosť úpadku. Pravdepodobnosť úpadku vyššiu ako 60% majú zväčša firmy v úpadku a iba málo prosperujúcich firiem. Naopak pravdepodobnosť úpadku menšiu ako 40% majú zväčša prosperujúce firmy a iba veľmi málo firiem v úpadku.



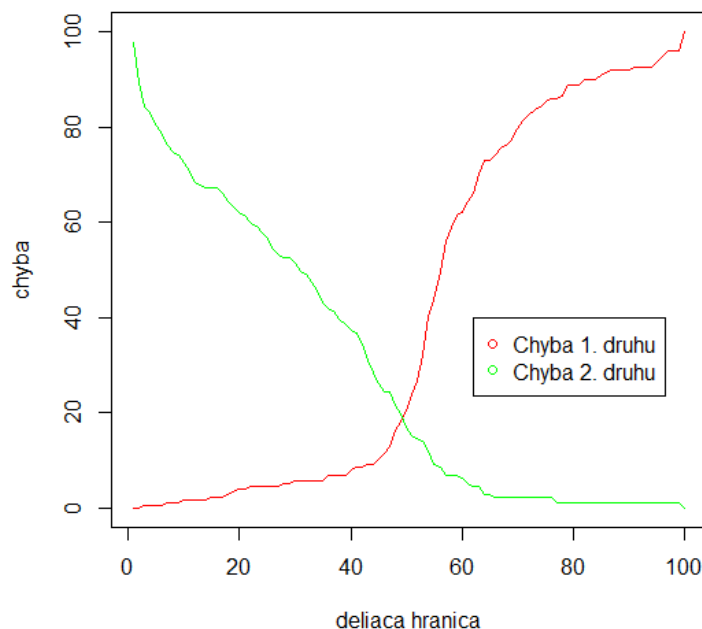
Obr. 4.3: Pravdepodobnosť úpadku firiem s využitím Modelu 4.2

Ak by sme za deliacu hodnotu pri hodnotení firiem modelom použili pravdepodob-

nosť úpadku 50%, čiže ak model priradí k firme pravdepodobnosť úpadku vyššiu ako 50%, tak ho považujeme za neprosperujúci a ak nižšiu, tak ho považujeme za prosperujúci. V takomto prípade by Model (4.2) správne zaradil 79,7% firiem v úpadku medzi neprosperujúce a 83,1% prosperujúcich firiem medzi prosperujúce.

4.3.1 Chyba 1. a 2. druhu Modelu (4.2)

Kvalitu modelu môžeme hodnotiť aj podľa chyby 1. a 2. druhu. Chyba 1. druhu nám udáva koľko percent firiem v úpadku model nesprávne zaradil medzi prosperujúce. Podobne chyba 2. druhu udáva koľko percent prosperujúcich firiem zaradil model medzi neprosperujúce. Obr. 4.4 zobrazuje chyby 1. a 2. druhu Modelu (4.2) pri deliacich hraniciach 0% až 100%. Na obrázku je vidieť, že chyba 1. druhu s narastajúcou deliacou hranicou rastie, čo je prirodzené. Ak uvažujeme ako deliacu hranicu napríklad pravdepodobnosť úpadku 90%, tak je prirodzené, že model zaradí viac firiem v úpadku nesprávne v porovnaní s deliacou hranicou 10%. Opačný prípad nastáva pri chybe 2. druhu, ktorá s narastajúcou deliacou hranicou klesá.



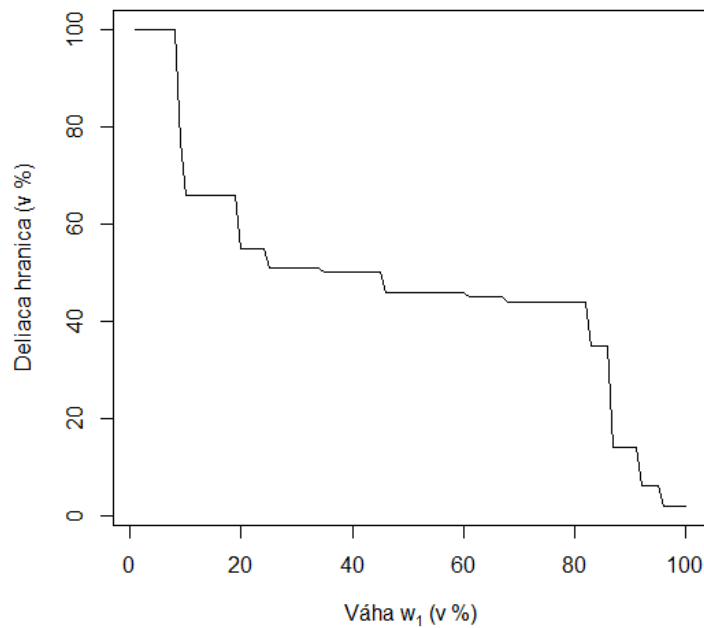
Obr. 4.4: Chyba 1. a 2. druhu pri rôznych deliacich hraniciach

Na základe chyby 1. a 2. druhu je možné určiť optimálnu deliacu hranicu, ktorú si

každý môže určiť podľa svojej averzie k riziku. Na rôzne účely a pri rôznej averzii k riziku je možné si zvoliť váhy, ktoré udávajú na koľko nás zaujíma minimalizácia chyby 1. druhu, ozn. w_1 , a na koľko chyby 2. druhu, ozn. w_2 . Tieto váhy majú súčet 1, čiže váhu w_2 môžeme vyjadriť aj ako $1 - w_1$. Minimalizáciou váženého súčtu týchto chýb dostaneme optimálnu hodnotu deliacej hranice. Takúto optimalizáciu môžeme vyjadriť nasledovne:

$$\min_{BP} w_1 ch_1(BP) + (1 - w_1) ch_2(BP), \quad (4.4)$$

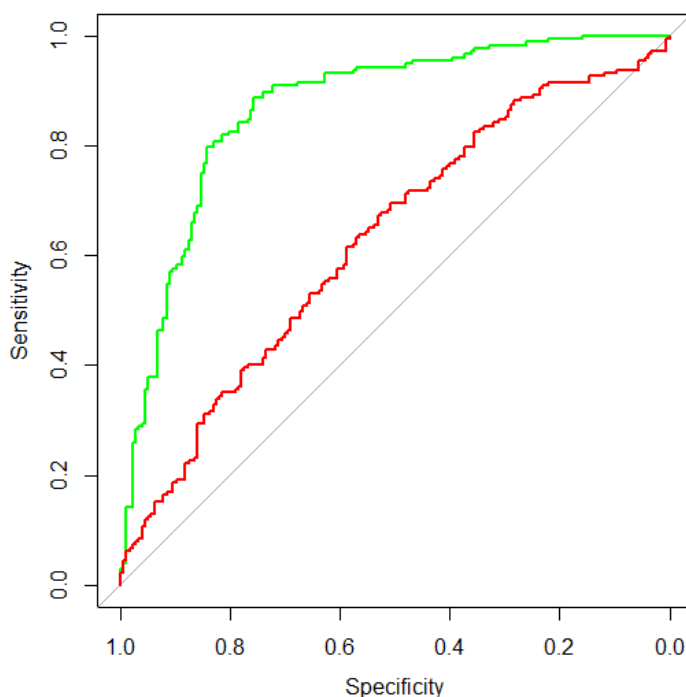
kde $ch_1(BP)$ predstavuje chybu 1. druhu pri deliacej hranici (BP), podobne aj $ch_2(BP)$ zodpovedá chybe 2. druhu pri deliacej hranici (BP). Na Obr. 4.5 sú zobrazené optimálne deliace hranice pri rôznych váhach w_1 . Vidíme, že čím väčšiu váhu prikladáme minimalizácii chyby 2. druhu (čiže váha w_1 je menšia), tým viac je pre nás vhodnejšia vysoká deliaca hranica. Naopak ak prikladáme väčšiu váhu minimalizácii chyby 1. druhu, tak je pre nás vhodné zvoliť nižšiu deliacu hranicu.



Obr. 4.5: Optimálna deliaca hranica pri rôznych váhach w_1

4.3.2 Porovnanie Modelu (4.2) na základe ROC kriviek

Na Obr. 4.6 sú zobrazené ROC krivky modelov s využitím nových odhadov $\hat{\beta}^*$. Zelená krivka na grafe znázorňuje ROC krivku pre model iba s 5 robustnými premennými, červená krivka zodpovedá modelu so všetkými 32 premennými. Výrazný rozdiel vo veľkosti plochy pod ROC krivkou môže byť spôsobený tým, že odhadnutý koeficient pri niektorých nerobustných premenných nemá správnu ekonomickú interpretáciu. Napríklad pri ukazovateli Dlh/EBITDA bol BACE metódou odhadnutý koeficient $-4,731151 \cdot 10^{-8}$, ktorý nám hovorí, že čím má spoločnosť vyšší dlh v porovnaní s EBITDA, tým má menšiu pravdepodobnosť na úpadok. Na základe týchto kriviek môžeme tvrdiť, že model s 5 robustnými premennými dosahuje lepšie výsledky ako model obsahujúci všetky premenné. Tieto krivky boli zostrojené na validačnej vzorke dát.



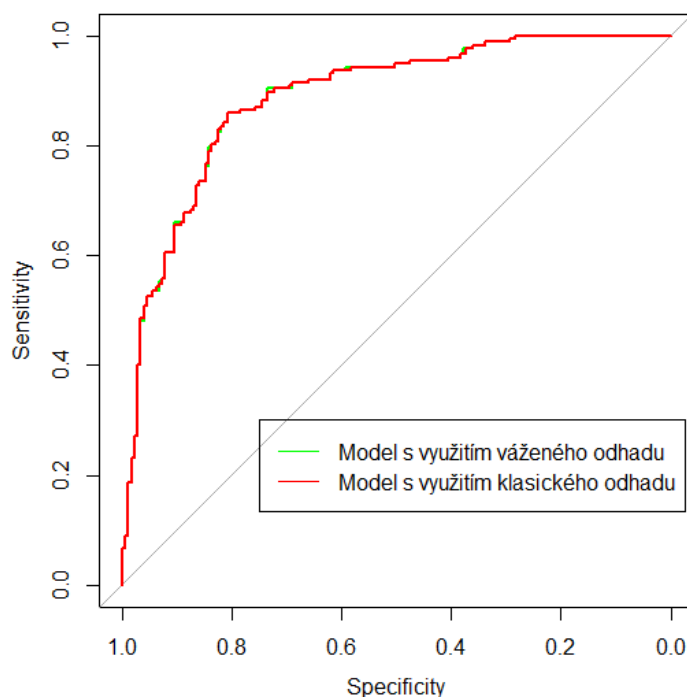
Obr. 4.6: ROC krivky modelov s využitím $\hat{\beta}^*$

Je zaujímavé sa pozrieť aj na rozdiely medzi $\hat{\beta}^*$ a klasickými odhadmi $\hat{\beta}$ logistickej regresie modelovanej robustnými premennými. V Tabuľke 4.4 sú zobrazené odhady pre β oboma spôsobmi, avšak z týchto hodnôt vidíme, že nie sú veľmi rozdielne, líšia sa rádovo na 10^{-2} alebo 10^{-3} . Oba tieto modely dosahujú veľmi podobné výsledky, čo potvrdzuje aj Obr. 4.7. Vidíme, že priebeh kriviek je takmer identický, plocha pod

	$\hat{\beta}^*$	$\hat{\beta}$
Priesečník	0,06019158	0,0719831
Hrubá marža	-0,7269386	-0,7375552
Celková zadlženosť	0,2295360	0,2333936
Finančné účty/aktíva	-4,481990	-4,4777980
Doba splácania záväzkov	0,000043	0,0000438
Zmena vlastného imania	-0,137544	-0,1379471

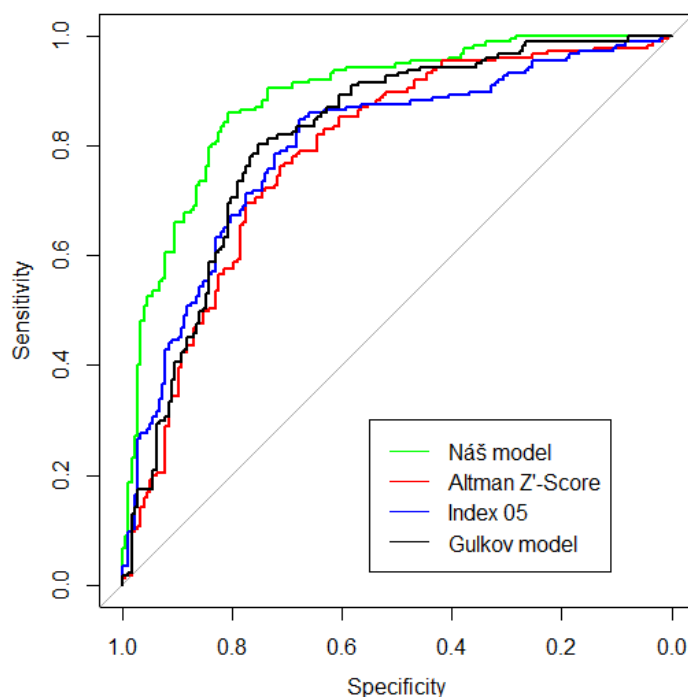
Tabuľka 4.4: Porovnanie odhadov pre koeficienty

ROC krivkou modelu s využitím $\hat{\beta}^*$ je 0,8867 a pod modelom s využitím $\hat{\beta}$ je iba mierne nižšia, 0,8865. Takéto výsledky nie sú prekvapujúce, keďže odhady pre koeficienty sa líšia iba veľmi málo.

**Obr. 4.7:** ROC krivky pre model s využitím $\hat{\beta}^*$ a $\hat{\beta}$

Na Obr. 4.8 sú zobrazené ROC krivky Modelu (4.2), Altman Z'-Score, Index 05 a Gulkovho modelu. Pomocou ROC kriviek vieme porovnať Model (4.2) s už známymi a používanými modelmi, ktoré majú podľa práce [13] najlepšiu schopnosť predikovať úpadok spoločnosti a s najnovším známym modelom Martina Gulku. Najväčšiu plochu

pod ROC krivkou má Model (4.2), 0,8867, po ňom nasleduje Gulkov model s plochou pod krivkou 0,8137, ďalej Index 05 s plochou 0,7968 a najmenšiu plochu má Altman Z'-Score s 0,784. Na základe tohto grafu môžeme tvrdiť, že Model (4.2) má na tejto vzorke údajov najlepšiu schopnosť rozlíšiť prosperujúcu firmu od spoločnosti v úpadku.

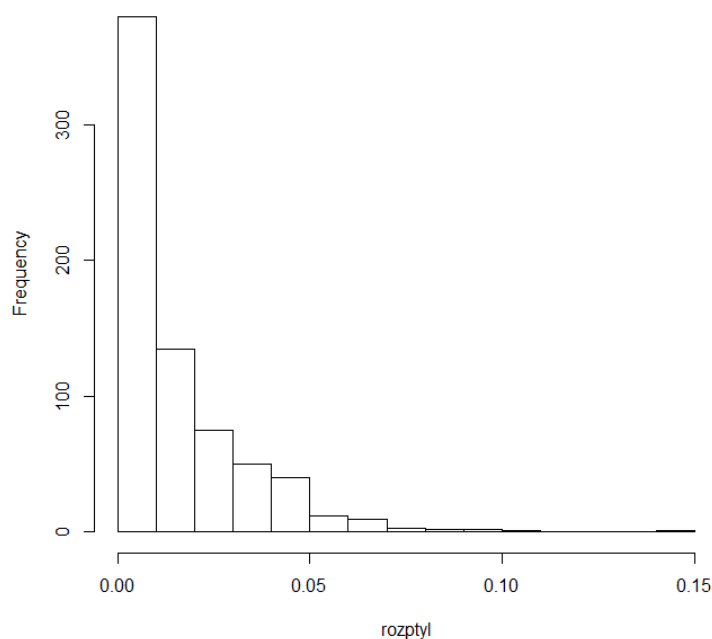


Obr. 4.8: ROC krivky Nášho modelu, Altman Z'-Score a Index 05

Aj napriek tomu, že aj Model (4.2) a aj Gulkov model boli vytvorené na dátach slovenských firiem v približne rovnakom období, Gulkov model v roku 2016, tak Model (4.2) dosahuje vyššiu plochu pod krivkou. Oba modely boli odhadnuté pomocou logistickej regresie, ale s inými vstupnými premennými. Práve výber vstupujúcich premenných do modelu je jeho dôležitou časťou. V našej práci sme využili BACE metódu, ktorá mohla viesť k vyššej ploche pod ROC krivkou Modelu (4.2), naopak v práci Martina Gulku bola na výber premenných použitá korelačná analýza a stepwise selection.

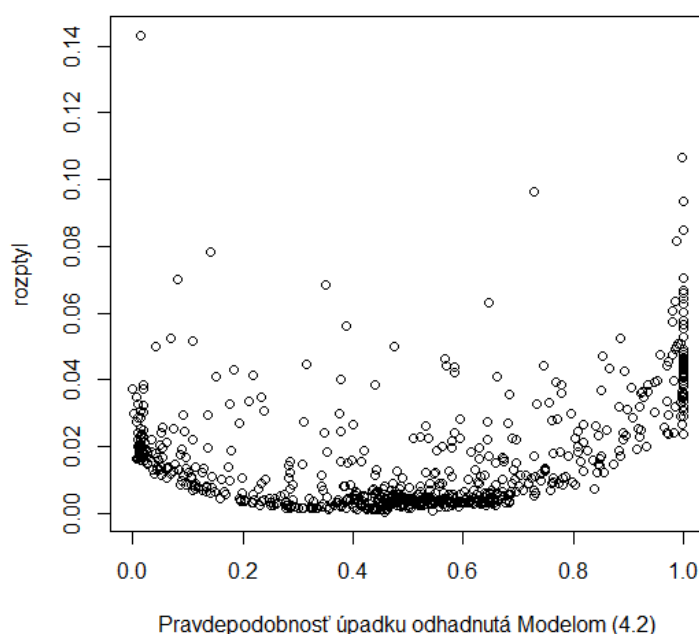
4.4 Empirická hustota pravdepodobnosti úpadku podniku

Pri určení pravdepodobnosti úpadku nie je dôležitý iba jej bodový odhad, ale aj rozptyl tohto odhadu. Pokiaľ model určí konkrétnej firme pravdepodobnosť úpadku napríklad 40%, tak nevieme povedať nič o tom, aký je jeho rozptyl, prípadne interval spoľahlivosti. Na histograme zobrazenom na Obr. 4.9 vidíme, že rozptyl pravdepodobnosti úpadku konkrétnych spoločností je rôzny a nie je pri všetkých firmách rovnaký. Tento histogram je zostrojený na validačnej vzorke dát a jednotlivé rozptyly sme počítali zo všetkých modelov z podkapitoly 4.2. Najmenší zaznamenaný rozptyl je $4,830091 \cdot 10^{-4}$ a najväčší až 0,1430866.



Obr. 4.9: Histogram rozptylu pravdepodobností úpadku

Zaujímavé je sa pozrieť aj na Obr. 4.10, ktorý zobrazuje rozptyl pravdepodobnosti úpadku firmy vzhľadom k jej odhadu pomocou Modelu (4.2). Vidíme, že rozptyl pravdepodobnosti úpadku je nižší pri firmách, ktoré majú podľa Modelu (4.2) približne 40% až 60% pravdepodobnosť úpadku. Naopak najvyšší rozptyl je pri firmách, ktorým Model (4.2) priradil veľkú (približne 100%) alebo malú (približne 0%) pravdepodobnosť na úpadok.



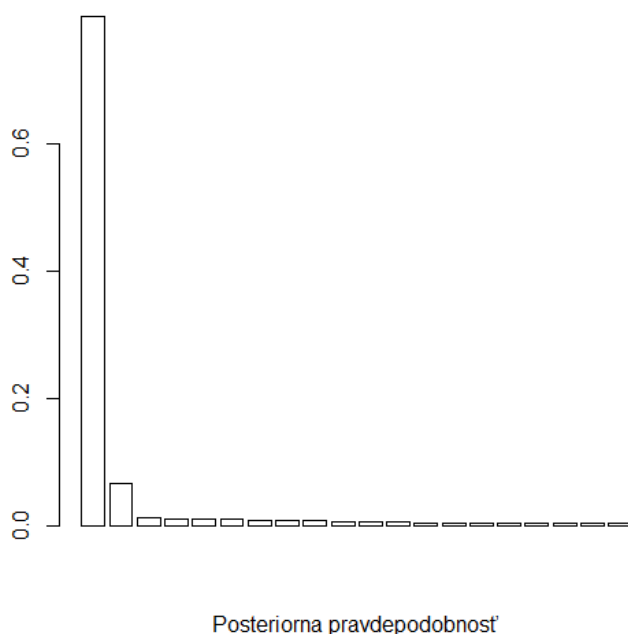
Obr. 4.10: Rozptyl pravdepodobnosti úpadku vzhľadom k jej odhadu pomocou Modelu (4.2)

Empirická hustota pravdepodobnosti úpadku nám slúži na priblíženie si hodnôt náhodnej premennej spolu s bodovým odhadom BACE. Na jej zostrojenie využívame modely, ktoré sme odhadli v podkapitole 4.2 a následne sme pomocou softvéru R a funkcie density zostrojili empirickú hustotu. Keďže pre každú zo sledovaných firiem poznáme odhady pravdepodobnosti úpadku zostrojených pomocou všetkých modelov z podkapitoly 4.2, je prirodzené priamo z týchto odhadov zostrojiť empirickú hustotu.

Ak pri zostrojení empirickej hustoty pravdepodobnosti úpadku použijeme všetky odhadnuté modely s rovnakou váhou, stratíme informáciu o kvalite daného odhadu. Z tohto dôvodu je vhodné zostrojiť váženú empirickú hustotu, ktorej váhy zvolíme ako posteriorne pravdepodobnosti príslušných modelov. Takáto vážená empirická hustota pravdepodobnosti úpadku využíva údaje získané z BACE metódy a modelom s vyššou posteriornou pravdepodobnosťou priradí aj vyššiu váhu.

Obr. 4.11 zobrazuje TOP 20 modelov podľa ich posteriornej pravdepodobnosti. Vidíme, že väčšina z modelov má posteriornu pravdepodobnosť pomerne malú, menej ako 1%, avšak medzi odhadnutými modelmi je aj taký, ktorého posteriorná pravdepodobnosť má až 79,95% (premenné v modeli sú totožné z robustnými premennými). Tento

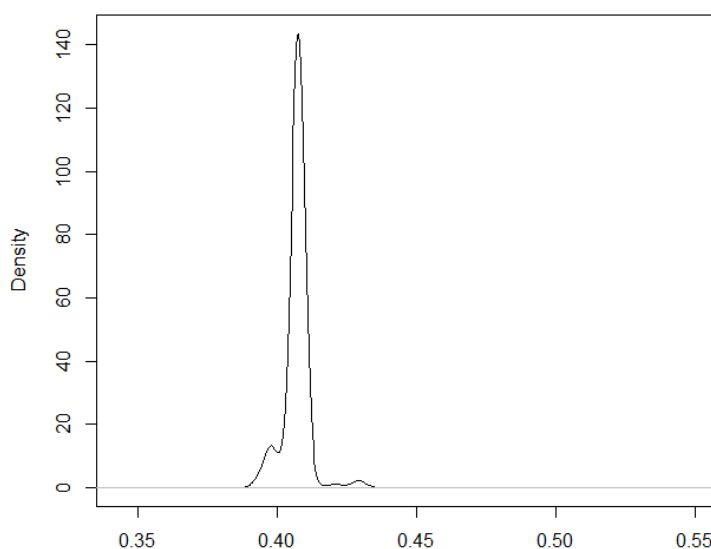
model má výrazne vyššiu posteriornu pravdepodobnosť voči ostatným, druhá najvyššia hodnota posteriornej pravdepodobnosti je výrazne nižšia, 6,6%. Medián posteriornej pravdepodobnosti je oproti maximálnej hodnote veľmi nízky, $2,13 \cdot 10^{-41}\%$. Pri zostrojení váženej empirickej hustoty, pričom ako váhy sú zvolené posteriorne pravdepodobnosti modelov, nastáva, že modely s výrazne vyššou posteriornou pravdepodobnosťou majú väčší vplyv na priebeh empirickej hustoty ako modely s nižšou posteriornou pravdepodobnosťou.



Obr. 4.11: TOP 20 posteriorných pravdepodobností

Na Obr. 4.12 je zobrazená vážená empirická hustota náhodne vybranej spoločnosti, ktorá patrí medzi prosperujúce firmy. Vidíme, že pri odhade pravdepodobnosti úpadku pri tejto spoločnosti nemajú samotné odhady veľký rozptyl, väčšina hodnôt sa nachádza medzi 39% až 44%. Avšak takto zostrojená vážená empirická hustota je z veľkej miery ovplyvnená odhadmi jednotlivých modelov, ktoré majú vysokú posteriornu pravdepodobnosť. Na jednej strane je to dobré, pretože čím má model vyššiu posteriornu pravdepodobnosť, tým má lepšiu schopnosť rozlíšiť prosperujúcu firmu od firmy v úpadku. Avšak na druhej strane dôležitým aspektom, ktorý treba zohľadniť je, že jeden z modelov má výrazne vyššiu posteriornu pravdepodobnosť, čo môže viesť k malému

vplyvu ostatných modelov na priebeh samotnej empirickej hustoty.

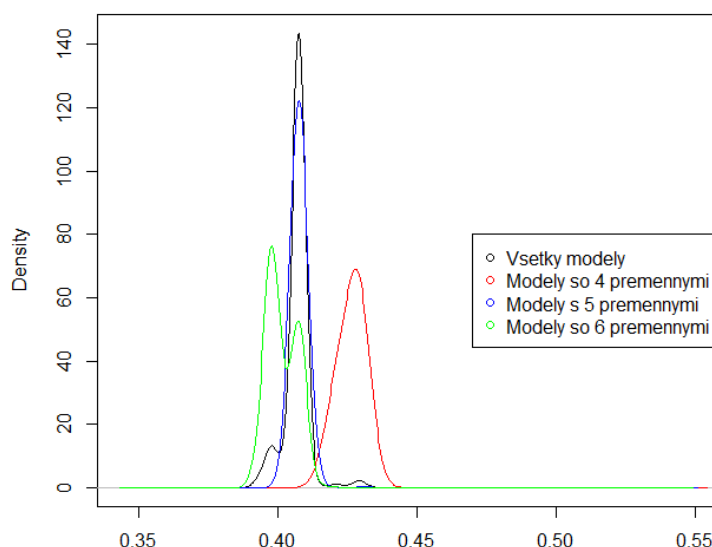


Obr. 4.12: Vážená empirická hustota náhodne vybranej spoločnosti

Zaujímavé je sa pozrieť na vážené empirické hustoty jednotlivých skupín modelov so 4, 5 a 6 premennými, ktoré sú zobrazené na Obr. 4.13 pre tú istú náhodnú spoločnosť ako Obr. 4.12. Vidíme, že jednotlivé skupiny majú rozdielne situované body maxima váženej empirickej hustoty vzhľadom na odhad samotnej pravdepodobnosti úpadku. Vidíme, že body maxima hustôt zostrojených pomocou modelov so 4 a 6 premennými majú iba malý vplyv na priebeh hustoty s využitím všetkých modelov. Je to spôsobené tým, že tieto modely majú výrazne nižšiu posteriornu pravdepodobnosť ako modely s 5 premennými. Najvyššia hodnota posteriornej pravdepodobnosti spomedzi modelov so 4 premennými je 1,2% a spomedzi modelov so 6 premennými je to 6,6%, čo je výrazne menej ako maximálna posteriorná pravdepodobnosť spomedzi modelov s 5 premennými, 79,95%. Takýto vysoký rozdiel môže byť spôsobený tým, že práve 5 premenných je najvhodnejších na modelovanie úpadku podnikov.

4.5 Rozšírenie modelu rizika úpadku podnikov o nefinančné údaje

Finančné údaje o spoločnosti nám poskytujú ucelený pohľad na jej hospodárenie. V našej práci sme sa rozhodli model rozšíriť aj o nefinančné údaje, ktoré nám dodávajú



Obr. 4.13: Vážená empirická hustota jednotlivých skupín modelov so 4, 5 a 6 premennými náhodne vybranej spoločnosti

komplexnejší pohľad. Medzi takéto údaje môže patriť napríklad platobná morálka spoločnosti, dlhy voči verejným inštitúciám, súdne konania, prípadne aj makroekonomické ukazovatele. V našej práci sme sa rozhodli do modelu pridať počet platobných rozkazov a medziročnú zmenu HDP multiplikovanú citlivosťou odvetvia firmy na makroekonomické zmeny.

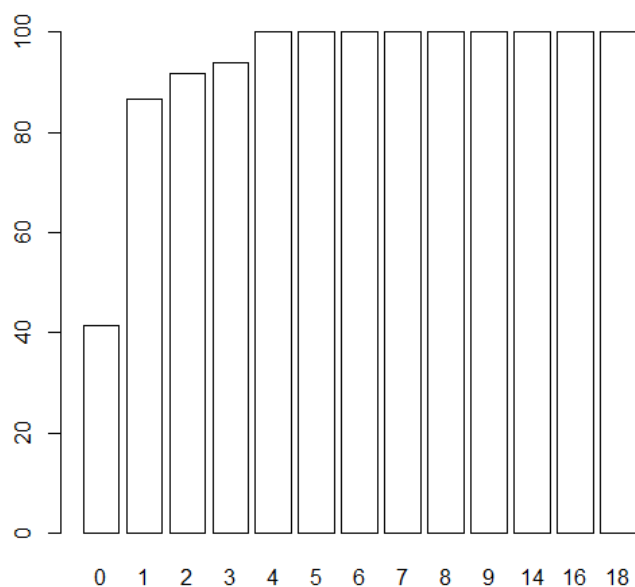
4.5.1 Rozšírenie modelu o platobné rozkazy

Ako jednu z nefinančných premenných sme sa rozhodli použiť počet platobných rozkazov za sledované účtovné obdobie. Platobný rozkaz je forma rozhodnutia súdu, ktorú bližšie upravuje Občiansky súdny poriadok, udáva odporcovi povinnosť zaplatiť požadovanú sumu. Ak odporca nezaplatí danú sumu včas, navrhovateľ je oprávnený vymáhať ju v exekučnom konaní. Dôvodom, prečo sme sa rozhodli práve pre počet platobných rozkazov, je ten, že tieto údaje sú dostupné v databáze spoločnosti FinStat s.r.o. a ich história pokrýva sledované obdobie v našej práci. Ďalšou výhodou pridania platobných rozkazov do našej práce je, že hovoria o platobnej morálke firmy a čím je ich počet vyšší je možné predpokladať, že spoločnosť má vyššiu pravdepodobnosť na úpadok.

Ďalšou z možností ako sa pozrieť na platobné rozkazy je, že nebudeme sledovať ich presný počet, ale či vôbec firma mala počas sledovaného obdobia aspoň 1 platobný roz-

4.5. ROZŠÍRENIE MODELU RIZIKA ÚPADKU PODNIKOV O NEFINANČNÉ ÚDAJE

kaz. Takáto transformácia premennej nám môže pomôcť pri extrémnych hodnotách, napríklad jedna zo sledovaných spoločností má počas sledovaného roka až 18 rozkazov. Hranicu 1 platobného rozkazu sme určili na základe Obr. 4.14, ktorý zobrazuje percentuálne zastúpenie firiem v úpadku na jednotlivých počtoch platobných rozkazov. Vidíme, že medzi firmami, ktoré nemajú žiaden platobný rozkaz sa nachádzajú najmä prosperujúce firmy. Naopak ak má firma 1 alebo viac platobných rozkazov, tak je to s vysokou pravdepodobnosťou firma v úpadku. Napríklad spomedzi firiem, ktoré majú 1 platobný rozkaz je až 86% v úpadku.



Obr. 4.14: Percentuálne zastúpenie firiem v úpadku na jednotlivých počtoch platobných rozkazov

V časti 4.1 sme rozdelili premenné do jednotlivých skupín od A po O, oba ukazovatele platobných rozkazov (ich počet a označenie, či mala aspoň 1) sme priradili do novej skupiny P.

4.5.2 Rozšírenie modelu o medziročné zmeny HDP a cyklickosť odvetvia

Ako makroekonomickú premennú sme do modelu pridali medziročnú zmenu reálneho HDP (hrubý domáci produkt) vypočítanú pomocou výdavkovej metódy, očistenú o sezónne vplyvy a s použitím stálych cien. Pri každej firme sme sledovali vplyv zmeny HDP 1, 2 a 3 roky pred sledovaným obdobím firmy. To znamená, že ak pri danej spoločnosti pracujeme s finančnými údajmi za rok 2014, tak sme pozorovali medziročné zmeny HDP z rokov 2013 na 2014, 2012 na 2013 a z roku 2011 na 2012. Hodnoty medziročných zmien HDP sme prebrali z [9]. Všetky tri hodnoty medziročných zmien HDP sme multiplikovali citlivosťou odvetvia firmy na makroekonomické zmeny. Odvetvia sme rozdelili na 3 kategórie: Necitlivé sektory, Citlivé sektory a Veľmi citlivé sektory podľa [10]. V modeli očakávame, že firmám z citlivých odvetví sa v období, kedy ekonomika zažíva recesiú, darí menej a majú väčšiu pravdepodobnosť na úpadok. Necitlivým sektorom sme pridelili multiplikátor 1, Citlivým sektorom multiplikátor 2 a Veľmi citlivým sektorom multiplikátor 3.

Prenásobené zmeny HDP sme pridali do samostatnej skupiny ukazovateľov, ktorú sme označili R. Do modelu sme taktiež pridali aj ako samotnú premennú citlivosť odvetvia na makroekonomické zmeny (ako faktorový), priradili sme ju do skupiny novej skupiny ukazovateľov S.

4.5.3 Výpočet priorných a posteriorných pravdepodobností rozšíreného modelu

Pomocou Logistickej regresie sme v tomto prípade odhadli, podobne ako v podkapitole 4.2.1, všetky modely s 5 premennými tak, aby sa v každom modeli nachádzala najviac jedna premenná z jednotlivých skupín ukazovateľov. Taktiež sme modely, ktoré neskonvergovali z ďalších výpočtov vyčlenili.

Pomocou metódy BACE sme vypočítali priornu pravdepodobnosť premenných a pomocou vzťahu (3.11) aj priornu pravdepodobnosť modelov, ktorých celkový počet je 295 374. Následne sme pomocou vzťahov (3.15) a (3.16) vypočítali posteriornu pravdepodobnosť modelov a ukazovateľov. Tabuľka 4.5 zobrazuje priorne a posteriorne prav-

4.5. ROZŠÍRENIE MODELU RIZIKA ÚPADKU PODNIKOV O NEFINANČNÉ ÚDAJE

depodobnosti jednotlivých premenných. Za robustné premenné budeme pri rozšírenom modeli považovať tie premenné, ktoré majú posteriornu pravdepodobnosť vyššiu ako priornu. Medzi robustné premenné v tomto prípade patria rovnaké finančné ukazovatele ako v časti 4.2.2 a spomedzi nefinančných premenných sú robustnými aj Počet platobných rozkazov a údaj o tom, či Firma má viac ako 1 platobný rozkaz. Medzi robustnými premennými sa nenachádza medziročná zmena HDP, čo môže byť aj z dôvodu, že údaje firiem, ktoré v práci používame nepokrývajú obdobie krízy kedy boli zmeny výraznejšie.

Ukazovateľ	Priorna pr.	Posteriorna pr.
Hrubá marža	11,28%	56,21%
EBITDA marža	11,07%	0,01%
Prevádzková marža	11,39%	0,01%
Zisková marža	11,40%	0,01%
Dlh/EBITDA	12,66%	0,01%
Čistý dlh/EBITDA	12,66%	0,01%
Závazky/EBITDA	12,66%	0,01%
Celková zadlženosť	12,65%	92,03%
Dlhodobá zadlženosť	12,64%	0,00%
Krátkodobá zadlženosť	12,57%	0,22%
Platobná neschopnosť obchodná	14,19%	0,38%
Platobná neschopnosť celková	14,11%	0,01%
Likvidita 1. st.	11,47%	0,00%
Likvidita 2. st.	11,40%	0,00%
Likvidita 3. st.	11,44%	0,00%
Fin. účty/aktíva	11,33%	100,00%
ROE	11,49%	0,03%
ROA	10,96%	2,48%
ROE (EBIT)	11,49%	0,02%
ROA (EBIT)	10,87%	5,34%
Obrat aktív	12,77%	0,01%

Obrat zásob	16,04%	0,01%
Obrat neobežného majetku	12,77%	0,03%
Obrat obehného majetku	11,72%	0,00%
Doba obratu pohľadávok	14,07%	0,01%
Doba splácania záväzkov	14,25%	57,38%
Zmena aktív	16,05%	0,01%
Zmena pohľadávky	16,05%	0,02%
Zmena vlastného imania	15,85%	85,68%
Zmena záväzkov	16,05%	0,01%
Zmena tržby	16,05%	0,01%
Zmena EBITDA	16,04%	0,01%
Multiplikovaná zmena HDP pred 1 rokom	12,66%	0,01%
Multiplikovaná zmena HDP pred 2 rokmi	12,66%	0,01%
Multiplikovaná zmena HDP pred 3 rokmi	12,65%	0,01%
Počet platobných rozkazov	14,32%	73,43%
Firma má viac ako 1 plat. rozkaz	14,22%	26,57%
Cyklickosť odvetvia	16,05%	0,00%

Tabuľka 4.5: Priorne a posteriorne pravdepodobnosti premenných pri rozšírení modelu

4.5.4 Rozšírený model rizika úpadku podnikov

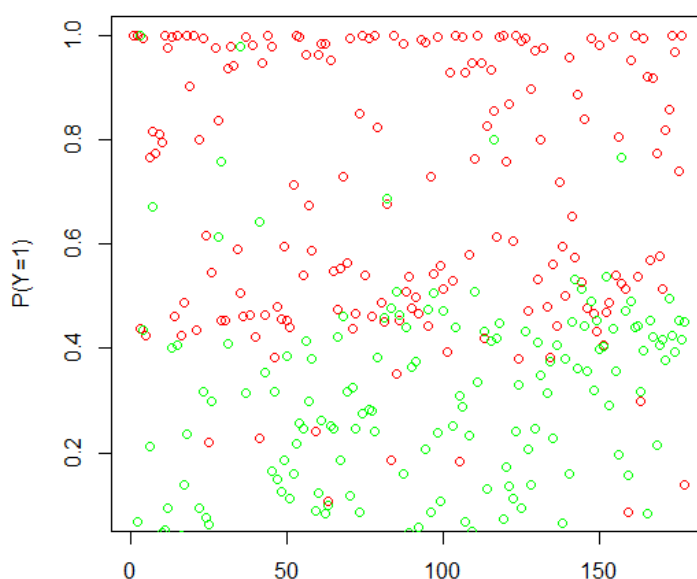
Pomocou vzťahu (4.1) sme pre rozšírené robustné premenné vypočítali ich príslušné vážené odhady pre β . Výsledný model obsahujúci iba robustné premenné pre rozšírený model je daný vzťahom:

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-(0,2532556 - 0,3528737M_1 + 0,2125162M_2 - 3,827105M_3 + 0,00002526508M_4 - 0,1113077M_5 + 0,9740174M_6 + 0,5902490M_7)}}, \quad (4.5)$$

kde M_1 až M_5 reprezentujú finančné ukazovatele dané vzťahom (4.3) a ukazovatele M_6 a M_7 sú dané:

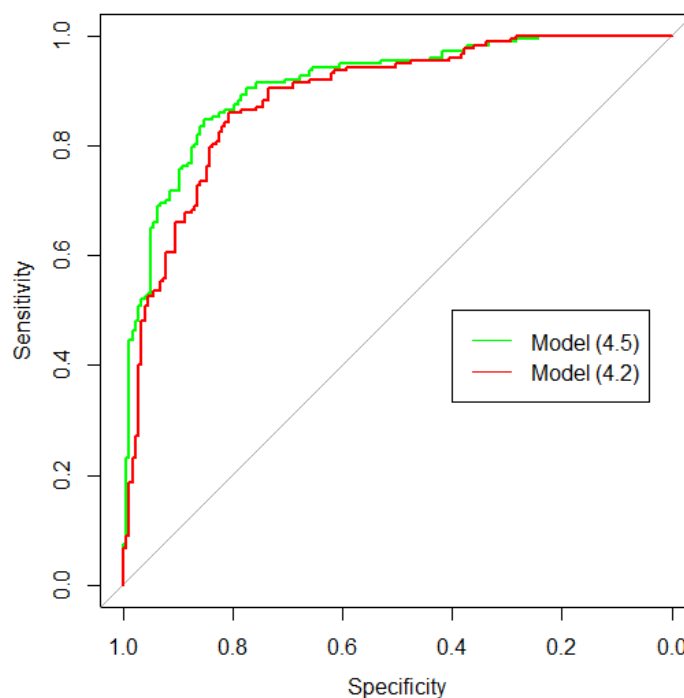
$$\begin{aligned} M_6 &= \text{Počet platobných rozkazov,} \\ M_7 &= \text{Firma má viac ako 1 plat. rozkaz.} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Na Obr. 4.15 vidíme zaradenie rozšírenej trénovacej vzorky Modelom (4.5). Červenou farbou je na grafe znázornené zaradenie firiem v úpadku Modelom (4.5) a zelenou farbou je znázornené zaradenie prosperujúcich firiem. Vidíme, že väčšina firiem, pri ktorých v skutočnosti nastal úpadok majú podľa Modelu (4.5) vysokú pravdepodobnosť na úpadok a naopak väčšina firiem, ktoré sú prosperujúce, majú podľa Modelu (4.5) pomerne malú pravdepodobnosť na úpadok.



Obr. 4.15: Pravdepodobnosť úpadku firiem s využitím Modelu (4.5)

Ako už bolo spomenuté v podkapitole 4.3.2, plocha pod ROC krivkou Modelu (4.2) je 0,8867. Plocha pod ROC krivkou Modelu (4.5) je na trénovacej vzorke rozšírenej o nefinančné ukazovatele až 0,9106, príslušné krivky sú zobrazené na Obr. 4.16. Na základe plochy pod ROC krivkou zostrojenou na trénovacej vzorke dát môžeme tvrdiť, že Model (4.5) má lepšiu schopnosť určiť pravdepodobnosť úpadku spoločnosti ako Model (4.2). Rozšírenie modelu o nefinančné premenné naozaj prinieslo komplexnejší pohľad na firmy a zvýšilo jeho kvalitu.



Obr. 4.16: ROC krivky Modelu (4.5) a Modelu (4.2)

Použitie Modelu (4.5) je vhodné ak máme dostupné údaje aj o platobných rozkazoch firmy, ak ich avšak nemáme, tak je vhodné použiť Model (4.2). Takéto rozšírenie modelu je prínosom aj oproti už existujúcim modelom, ktoré štandardne využívajú iba finančné údaje firiem.

Záver

Cieľom našej práce bolo vytvoriť model rizika úpadku podnikov, za úpadok podniku sme v našej práci považovali začatie reštrukturalizačného alebo konkurzného konania firmy. V práci sme využívali dáta slovenských firiem poskytnuté spoločnosťou FinStat, z ktorých sme využívali údaje o 1 064 firmách.

Riziko úpadku firiem sme modelovali pomocou 32 finančných ukazovateľov. Z nich sme pomocou BACE metódy určili tie, ktoré majú najlepšiu schopnosť rozlíšiť firmu v úpadku od prosperujúcej spoločnosti. Medzi takéto ukazovatele patria: Hrubá marža, Celková zadlženosť, Finančné účty/aktíva, Doba splácania záväzkov a Medziročná zmena vlastného imania. Výhodou tejto metódy je, že využíva údaje o všetkých premenných a aj odhadnutých modelov. Samotné modely sme odhadli pomocou logistickej regresie.

Výsledný Model (4.2) sme porovnali s už existujúcimi modelmi Altman Z'-Score, IN05 a Gulkovým modelom na základe ROC kriviek. Nami vytvorený model mal najvyššiu plochu pod ROC krivkou (0,8867) na základe čoho môžeme tvrdiť, že má najlepšiu schopnosť určiť pravdepodobnosť úpadku. Keďže v niektorých prípadoch nemusí byť bodový odhad pravdepodobnosti úpadku dostačujúci, tak sme navrhli metodiku na zostrojenie jej empirickej hustoty na základe všetkých odhadnutých modelov v BACE metóde.

V závere práce sme rozšírili modelovanie rizika úpadku podnikov aj o nefinančné premenné, konkrétne o zmenu HDP, cyklickosť odvetvia a počet platobných rozkazov. Medzi významné premenné určené metódou BACE patrí počet platobných rozkazov a fakt, či firma vôbec mala aspoň jeden platobný rozkaz. Takto rozšírený Model (4.5) dosiahol vyššiu plochu pod ROC krivkou (0,9106) ako Model (4.2), čo nám ponúka lepšiu presnosť modelu ak máme dostupné údaje o platobných rozkazoch firmy.

Vyššiu kvalitu modelu rizika úpadku firiem by bolo možné dosiahnuť väčšou vzorkou údajov, ktoré sa využívajú na modelovanie. Napríklad väčšia história údajov (aj počas hospodárskej krízy) by mohla viesť k iným významným premenným, medzi ktoré by patrili aj makroekonomické ukazovatele. Ďalším rozšírením práce by mohlo byť využitie starších údajov o firmách, pomocou ktorých by bolo možné modelovať ich úpadok viac rokov dopredu, napríklad 2 alebo 3 roky.

Literatúra

- [1] Altman, E. I.: Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z – Score and Zeta Models, dostupné na internete (27.12.2017): <http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/PredFnclDistr.pdf>
- [2] Anděl, J.: Statistické metody, matfyzpress, Praha, 2007
- [3] Beaver, W. H.: Financial Ratios As Predictors of Failure, Journal of Accounting Research, volume 4, Chicago, 1966, dostupné na internete (27.12.2017): https://www.jstor.org/stable/2490171?seq=1#page_scan_tab_contents
- [4] Clyde, M.: Subjective and Objective Bayesian Statistics: principles, models, and applications, Kapitola 13: Model Averaging, John Wiley and Sons, New Jersey, 2009, dostupné na internete (1.12.2017): https://www.researchgate.net/profile/Merlise_Clyde/publication/230631070_Model_averaging/links/02e7e51cd95fc3e6bc000000.pdf
- [5] Doppelhofer, G., Miller, R. I., Sala-i-Martin, X.: Determinants of Long-term growth: a bayesian averaging of classical estimates (BACE) approach, Cambridge, 2003, dostupné na internete (1.12.2017): <https://ucy.ac.cy/econ/documents/seminar-papers/2003/gernot.pdf>
- [6] Finstat s.r.o.: Dataset finančných výkazov, 17.7.2017
- [7] Greene, W. H.: Econometric analysis, Seventh edition, Pearson, 2012, dostupné na internete (18.2.2018): <https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=568181165cd9e37af18b458f&assetKey=AS%3A311705391828994%401451327765378>

- [8] Gulka, M.: Model predikcie úpadku obchodných spoločností podnikajúcich v podmienkach SR, Diplomová práca, Fakulta ekonomiky a manažmentu, Slovenská poľnohospodárska univerzita, Nitra, 2016
- [9] Národná banka Slovenska, Makroekonomická databáza, dostupné na internete (10.4.2018): <https://www.nbs.sk/sk/menova-politika/makroekonomicka-databaza/makroekonomicke-ukazovatele-graf>
- [10] Národná banka Slovenska, Prílohy k analýze slovenského finančného sektora za rok 2016, dostupné na internete (10.4.2018): https://www.nbs.sk/_img/Documents/_Dohlad/Makropolitika/Prilohy_k_ASFS_2016.pdf
- [11] Neumaier I., Neumaierová, I.: Index 05, Evropské finanční systémy, Sborník příspěvků z mezinárodní vědecké konference, Brno, 2005, dostupné na internete (27.12.2017): <http://is.muni.cz/do/1456/sborniky/2005/evropske-financi-systemy-2005.pdf>
- [12] Neumaierová, I., Neumaier, I.: Výkonnost a tržní hodnota firmy, GRANDA Publishing, Praha, 2002
- [13] Ondrušeková, M.: Credit scoring modely a ich aplikácia na dáta slovenských firiem, Bakalárska práca, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Komenského univerzita, Bratislava, 2016
- [14] Vlachynský, K. a kolektív: Podnikové financie, Iura Edition, Bratislava, 2009
- [15] Zalai, K.: Finančno-ekonomická analýza podniku, Sprint vfra, Bratislava, 2000
- [16] Zalai, K.: Osobitosti prognózovania finančného vývoja slovenských podnikov, BIA-TEC, ročník 8, 1/2000, Bratislava, 2000