

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



DIVERZIFIKÁCIA SPORENIA V ČASE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2018

Bc. Mária Helena ŠIŠKOVIČOVÁ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

DIVERZIFIKÁCIA SPORENIA V ČASE

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: 9.1.9. - aplikovaná matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Mária Helena Šišková
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Diverzifikácia sporenia v čase.
Diversification of saving across time.

Cieľ: V práci pôjde o konštrukciu viacerých stratégií sporenia v rámci teórie celoživotného cyklu. Nadviazať možno na známu stratégiu Samuelsona a Mertona s konštantnou relatívnou averziou k riziku. Tá však vedie typicky k nereálnym stratégiám s krátkymi pozíciami. K tejto stratégii sa pokúsime vytvoriť rôzne realistické alternatívy.

Vedúci: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
Dátum zadania: 26.01.2017

Dátum schválenia: 27.01.2017
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Podakovanie Touto cestou by som sa chcela podakovať svojmu vedúcemu diplomovej práce doc. Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD. za ochotu, odborné rady a usmernenie pri písaní tejto práce. Taktiež ďakujem členom mojej rodiny za ich trpezlivosť, modlitby a podporu.

Abstrakt

ŠIŠKOVIČOVÁ, Mária Helena: Diverzifikácia sporenia v čase [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2018, 110 s.

V našej práci sa zaoberáme diverzifikáciou sporenia s postupnými príspevkami v čase a stratégiami v rámci teórie celoživotného cyklu. Najskôr si zavedieme teóriu, naformulujeme náš problém a odvodíme jeho optimálne riešenia. Následne skúmame ďalšie alternatívne stratégie. Tieto stratégie aplikujeme na reálne historické dáta z rokov 1871 až 2009 v rámci amerického trhu. Taktiež ich porovnáme pomocou simulácií a vykonáme analýzu citlivosti. Napokon odvodíme stratégiu, ktorá využíva kúpne opcie ako páku a otestujeme ju pomocou simulácií. Na základe našich výsledkov je stratégia navrhnutá Černým a Melicherčíkom v [6] za štandardných podmienok najlepšia. V prípade umožnenia obchodovania na úver dosahuje pri sporiteľoch s averziou k riziku $\gamma \leq 6$ najlepšie výsledky stratégia navrhnutá Ayresom a Nalebuffom v [3]. Najmenej averzní sporitelia s $\gamma \leq 4$ dokážu maximalizovať užitočnosť svojich konečných úspor využitím stratégie s kúpnyimi opciami. Možné rozšírenie našej práce vidíme v analyzovaní vplyvu iných premenných ako úroky alebo príspevky, prípadne zohľadnenie vývoju aktív priamo v období sporenia.

Kľúčové slová: diverzifikácia v čase, sporenie, teória celoživotného cyklu, stochastic lifestyle, postupné príspevky, opcie, optimálne investovanie, simulácie

Abstract

ŠIŠKOVIČOVÁ, Mária Helena: Diversification of saving across time [Diploma Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2018, 110 p.

In our work we examine diversification of saving in gradual contributions across time and strategies within a theory of lifecycle portfolio. Firstly we establish the theory, formulate our problem and derive its optimal solutions. Then we examine other alternative strategies. We analyse the performance of all strategies on real historical data within US market from 1871 to 2009. Moreover we use simulations to compare them and to carry out the sensitivity analysis. Lastly we derive a strategy using call options as leverage and test it using simulations. Our results shows that strategy derived by Černý and Melicherčík in [6] is the best strategy under standard conditions. In case we allow the possibility of margin loans the best strategy for savers with risk aversion $\gamma \leq 6$ is strategy derived by Ayres and Nalebuff in [3]. The savers with lowest risk aversion $\gamma \leq 4$ can maximize the expected utility of the terminal savings using the strategy with call options. The possible extension of our work could be an analysis of influence of other variables such as risk free return rates, margin rates and contributions, or alternatively taking into account the development of assets during saving.

Keywords: diversification across time, saving, theory of lifecycle portfolio, stochastic lifestyling, gradual contributions, options, optimal investment, simulations

Obsah

Zoznam obrázkov	15
Zoznam tabuliek	17
Úvod	19
1 Teória celoživotného cyklu	21
2 Stratégie	27
2.1 Konštantné stratégie	27
2.2 Stratégie súvisiace s vekom sporiteľa	28
2.3 Target-date funds stratégie	31
2.4 Aproximačná stratégia Černý-Melicherčík	31
2.5 Stratégia Ayres-Nalebuff	32
2.6 Stratégia na hrane zákona	34
3 Porovnanie stratégií	37
3.1 Metodológia	37
3.2 Aplikácia na historických dátach	40
3.2.1 Výsledky	41
3.3 Porovnanie stratégií pomocou simulácií	45
3.3.1 Rôzne averzie k riziku	46
3.3.2 Citlivosť na zmenu výšky výnosu	52
3.3.3 Citlivosť na zmenu výšky rizika	59

4 Pákovanie pomocou opcií	65
4.1 Opcie a páka	65
4.2 Stratégia využívajúca opcie	67
4.3 Výber opcie	71
4.4 Simulácie	74
4.4.1 Metodológia	75
4.4.2 Výsledky	76
Záver	81
Literatúra	85
Príloha A	91
Príloha B	93
Príloha C	101
Príloha D	109

Zoznam obrázkov

2.1	Vývoj λ_t^* pre jednotlivé stratégie súvisiace s vekom sporiteľa	30
2.2	Vývoj λ_t^* pre jednotlivé target-date funds stratégie	33
2.3	Príklad vývoja λ_t^* pre stratégie Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff	33
2.4	Vývoj λ_t^* pre stratégie na hrane zákona	34
3.1	Mesačné príspevky v USD	38
4.1	Príklad vývoja optimálneho rozdelenia úspor medzi opcie, akcie a bezrizikové aktívum	71
4.2	Výška páky L pre rôzny čas do expirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu $K \leq 140$	72
4.3	Cena kúpnej opcie C pre rôzny čas do expirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu K	73
4.4	Δ kúpnej opcie pre rôzny čas do expirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu K	73
4.5	Výška páky L pre rôzny čas do expirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu $K \leq 100$	74
4.6	Priemerný vývoj optimálneho vystavenia v opciách pre rôznu hodnotu averzie	77
A.1	Relatívna početnosť (%) konečných úspor ($\times 10^6$) stratégií priamo nezávislých od averzie k riziku na základe simulovaných dát	91
A.2	Relatívna početnosť (%) konečných úspor ($\times 10^6$) stratégií priamo závislých od averzie k riziku na základe simulovaných dát	92
D.1	Relatívna početnosť (%) konečných úspor ($\times 10^6$) stratégie využívajúcej opcie na základe simulovaných dát	110

Zoznam tabuliek

3.1	Odhadnuté parametre z historických dát pre 13 sporiteľov	40
3.2	Výsledky stratégií pri aplikovaní na historické dáta	42
3.3	Porovnanie CE pri simulácii s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%	48
3.4	Výsledky simulácií s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%	50
3.5	Hodnoty podielu Samuelsona-Mertona pre rôzne averzie k riziku pri zmene očakávaného výnosu	53
3.6	Porovnanie CE pri simulácii s nižšími priemernými výnosmi	55
3.7	Základné výsledky stratégií v USD pri simulácii s nižšími priemernými výnosmi	57
3.8	Hodnoty podielu Samuelsona-Mertona pre rôzne averzie k riziku pri zmene očakávaného rizika	59
3.9	Porovnanie CE pri simulácii s vyšším rizikom	61
3.10	Základné výsledky stratégií v USD pri simulácii s vyšším rizikom	62
4.1	Porovnanie stratégie využívajúcej opcie so stratégiami Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík pri simulácii s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%	76
4.2	Základné výsledky stratégie využívajúcej opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff v USD s nižšími priemernými výnosmi	79
4.3	Porovnanie CE stratégie využívajúcej opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff pri simulácii s nižšími priemernými výnosmi	79
4.4	Základné výsledky stratégie využívajúcej opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff v USD s vyšším rizikom	80

4.5	Porovnanie CE stratégie využívajúcej opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff pri simulácii s vyšším rizikom	80
B.1	Výsledky pri simulácií s výnosom nižším o 0,5 p.b. oproti očakávanému . .	93
B.2	Výsledky pri simulácií s výnosom nižším o 1,0 p.b. oproti očakávanému . .	95
B.3	Výsledky pri simulácií s výnosom nižším o 1,5 p.b. oproti očakávanému . .	97
B.4	Výsledky pri simulácií s výnosom nižším o 2,0 p.b. oproti očakávanému . .	99
C.1	Výsledky pri simulácií s rizikom vyšším o 2,5 p.b. oproti očakávanému . . .	101
C.2	Výsledky pri simulácií s rizikom vyšším o 5,0 p.b. oproti očakávanému . . .	103
C.3	Výsledky pri simulácií s rizikom vyšším o 7,5 p.b. oproti očakávanému . . .	105
C.4	Výsledky pri simulácií s rizikom vyšším o 10,0 p.b. oproti očakávanému . .	107
D.1	Výsledky stratégie s opciami pri nižšom výnose oproti očakávanému	109
D.2	Výsledky stratégie s opciami pri vyššom riziku oproti očakávanému	109

Úvod

Sporenie a investovanie sú v súčasnosti bežnou, ba priam nevyhnutnou súčasťou života. Je preto celkom prirodzené, že sa ľudia zaujímajú, ako čo najlepšie investovať svoje úspory počas svojho produktívneho života. Odmenou im je totiž pokojná a pohodlná staroba.

Pri investovaní sa často stretávame s tým, ako najefektívnejšie rozdeliť svoju investíciu medzi rizikové a bezrizikové aktíva. Sporenie je však dlhodobý proces, ktorý nás sám nabáda rozdeliť svoje riziko nielen medzi aktíva ako také, ale aj v čase.

Intuitívne sa nakláňame k názoru, že mladší človek si môže dovoliť väčšmi riskovať v investovaní a teda aj pri sporení. Jedným z dôvodov je, že má ešte dosť času na to, aby si vybalansoval prípadné straty z investície. Zároveň máme na začiatku sporenia k dispozícii relatívne malý podiel z našich celkových úspor. Skôr sme ochotní vystaviť väčšiemu riziku práve menší obnos kapitálu, menší podiel nášho majetku. Predsa len strata stoviek eur sa znáša ľahšie ako strata tisícov eur.

Práve touto hypotézou sa zaoberali v roku 1969 Samuelson [16] a Merton [12] vo svojich prácach. Samuelson skúmal ako optimálne investovať zdroje, ktoré investor nespotrebuje, v diskrétnom modeli. Pri predpokladoch mocninatej funkcie užitočnosti došiel k záveru konštantnej optimálnej stratégie. Rozdelenie investície medzi rizikové a bezrizikové aktíva je teda na základe jeho práce nezávislé od času a veľkosti investície. Takisto dospel k rovnakému záveru o konštantnej optimálnej stratégii aj Merton využitím spojitého modelu a Brownovho procesu.

Naša pôvodná hypotéza o pozitívach diverzifikácie v čase by potom bola nesprávna. Problémom však je, že obaja autori využívajú predpoklady, ktoré sú v rozpore s reálnym svetom. Po prvé uvažujú model, v ktorom majetok, ktorý chceme investovať, máme k dispozícii vopred. Takisto predpokladajú, že investor môže ísť do krátkych pozícií vo všetkých aktívach, čiže si aj požičiavať za bezrizikovú úrokovú mieru.

Pri sporení pravidelnými príspevkami predpoklad majetku k dispozícii vopred určite nie je splnený. To sa však dá ľahko vyriešiť zohľadnením budúcich príspevkov pomocou ich súčasnej hodnoty.

K zložitejšej úlohe sa ale dostávame, ak zakážeme požičiavanie za bezrizikovú úrokovú mieru. Obmedzenie bezrizikového požičiavania nás totiž vedie k reálnemu problému, kedy nemôžeme investovať do rizikového aktíva viac, ako naše aktuálne úspory. Toto ohraničenie však mení optimálnu stratégiu a vzniká tu fenomén, ktorý vo svojej práci Cairns, Blake a Dowd [4] opísali a nazvali stochastic lifestyling. Optimálna stratégia už nie je viac konštantná v čase, ale podiel sa časom nakláňa v prospech bezrizikového aktíva.

Optimálna stratégia tejto úlohy je teda aj zložitejšia. Melicherčík a Černý uvádzajú vo svojej práci [6] jednoduchšie riešenie, ktorým veľmi dobre aproximujú optimálne riešenie tohto problému.

Odvážnejšie sa k problému sporenia s postupnými príspevkami stavajú Ayres a Nalebuff. Vo svojom článku [2] prezentujú stratégiu, ktorá vychádza z prác Samuelsona a Mertonu. Taktiež rátajú s obmedzením vo forme aktuálnych zdrojov, navyše však využívajú pákovanie pre dosiahnutie optimálnej diverzifikácie rizika.

Naším zámerom je práve naviazať na spomínané práce, nájsť ďalšie realistické alternatívy k stratégiám v rámci teórie celoživotného cyklu a porovnať ich. Taktiež sa pozrieme na možnosti využitia pákovania pomocou nákupu opcií, ktoré nám dáva možnosť bez zadĺženia dosiahnuť vyššie vystavenie v podkladovom aktíve.

V prvej kapitole našej práce si teda podrobnejšie rozoberieme problém sporenia s pravidelnými príspevkami. Ďalej sa bližšie pozrieme na viaceré stratégie, ktoré v tretej kapitole porovnáme na historických dátach aj pomocou Monte Carlo simulácií. V poslednej kapitole odvodíme teóriu pre využitie pákovania investície pomocou opcií a napokon ju porovnáme s predchádzajúcimi stratégiami.

Kapitola 1

Teória celoživotného cyklu

Základným problémom našej práce je optimálne investovanie úspor medzi rizikové a bezrizikové aktíva tak, aby sme maximalizovali užitočnosť z očakávanej hodnoty konečných úspor po dobe sporenia. Najskôr si tento problém formálne popíšeme pomocou matematického značenia a objasníme si niekoľko pojmov.

Máme sporiteľa, ktorý začína pracovať v čase 0 a do dôchodku odchádza v čase T . V našom modeli uvažujeme d rizikových aktív a jedno bezrizikové aktívum. Dynamiku cien všetkých aktív značíme $S_t = (S_t^0, S_t^{1:d})$, kde S_t^0 je dynamika ceny bezrizikového aktíva a $S_t^{1:d}$ je dynamika cien rizikových aktív.

Bezrizikové aktívum je popísané rovnicou

$$dS_t^0 = rS_t^0 dt, \quad (1.1)$$

pričom S_t^0 je cena bezrizikového aktíva v čase t a r je očakávaný výnos bezrizikového aktíva. Riešením rovnice (1.1) dostávame, že hodnota bezrizikového aktíva v čase t je

$$S_t^0 = e^{rt}. \quad (1.2)$$

Dynamiku cien rizikových aktív popisujeme pomocou viacrozmerného Brownovho pohybu.

Pod n -rozmerným Brownovým pohybom rozumieme stochastický proces

$$B_t(\omega) = (B_t^1(\omega), \dots, B_t^n(\omega)) \in \mathbb{R}^n, t \geq 0,$$

kde $B_t^1(\omega), \dots, B_t^n(\omega)$ sú nezávislé jednorozmerné Brownove pohyby na $\mathbb{R}$.

Jednorozmerný Brownov pohyb $B_t(\omega) \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$, pritom definujeme podľa [11] ako stochastický proces s nasledujúcimi vlastnosťami :

- (i) trajektórie $B_t(\omega)$ sú s pravdepodobnosťou 1 spojité a platí $B_0 = 0$,
- (ii) náhodná premenná B_t má normálne rozdelenie $N(0, t)$,
- (iii) $B_{t+s} - B_s$ má $N(0, t)$ rozdelenie pričom platí, že B_t má nezávislé prírastky, tj. $B_{t_2} - B_{t_1}, \dots, B_{t_k} - B_{t_{k-1}}$ sú nezávislé pre všetky $0 \leq t_1 < \dots < t_k$.

Dynamika rizikových aktív $S_t^{1:d}$ je teda daná geometrickým Brownovým pohybom

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t, \quad (1.3)$$

kde S_t sú ceny rizikových aktív v čase t , B_t je d -rozmerný Brownov pohyb, $\mu \in \mathbb{R}^d$ je vektor očakávaných výnosov rizikových aktív, teda $\mu^i = \frac{1}{dt} E[\frac{dS_t^i}{S_t^i}]$, a matica $\sigma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ je regulárna, pričom $\sigma \sigma^\top$ je variančná matica výnosov rizikových aktív.

Premenné μ , σ a r sú teda známe a konštantné. Zároveň predpokladáme, že je možné investovať aj požičať si za bezrizikovú úrokovú mieru r .

Sporiteľ si pravidelne sporí príspevkami, y_t , $t \in [0, T]$, ktoré sú pevne dané a vopred známe.

Úlohou investora je investovať tieto príspevky v mene sporiteľa tak, aby maximalizoval očakávanú užitočnosť konečnej hodnoty sporiteľského plánu. Chceme teda nájsť takú stratégiu λ_t , ktorá je optimálnym riešením nasledujúcej úlohy

$$\max_{\lambda_t} U(E[V_T]), \quad (1.4)$$

kde V_t je náhodná premenná popisujúca hodnotu portfólia v čase t a U je funkcia užitočnosti, ktorá je rastúca a konkávna. Stratégia λ_t je teda vektor rozdelenia aktuálneho majetku sporiteľa, W_t , medzi jednotlivé rizikové aktíva v čase t . Optimálnu stratégiu tejto úlohy značíme $\hat{\lambda}_t$.

V našej práci uvažujeme mocninovú funkciu užitočnosti, ktorá má konštantnú relatívnu averziu k riziku (CRRA), γ , v tvare

$$U(x) = \frac{x^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \gamma > 0, \gamma \neq 1. \quad (1.5)$$

Túto funkciu užitočnosti sme si zvolili z dôvodu, že pre ňu poznáme optimálne riešenie a je taktiež často používaná v literatúre. Zároveň je dobre škálovateľná, pretože pre každé reálne $c > 0$ platí

$$\max_{\lambda_t} U(E[c \cdot V_T]) = c^{1-\gamma} \cdot \max_{\lambda_t} U(E[V_T]). \quad (1.6)$$

Pre nájdenie optimálnej stratégie teda nezáleží na tom, v akých jednotkách úlohu riešime, či v eurách, dolároch, v stovkách dolárov alebo v centoch.

Problémom maximalizácie užitočnosti konečného majetku sa zaoberajú práce [16] a [12]. Vychádzajú však z predpokladu, že celý majetok, ktorý chceme v nasledujúcom období $[0, T]$ investovať, máme k dispozícii na začiatku v čase 0. Avšak pri sporení sa naše úspory zvyšujú postupne príspevkami, pričom všetky príspevky máme naakumulované až na konci sporenia v čase T . Preto pre splnenie tohto predpokladu oceňujeme majetok sporiteľa, W_t , pomocou súčasnej hodnoty budúcich príspevkov.

Majme teda súčasnú hodnotu všetkých budúcich príspevkov z intervalu $[t, T]$ v čase t

$$PV_t = \sum_{k=t}^T y_k \cdot e^{-r(k-t)}. \quad (1.7)$$

Navyše uvažujme premennú $úspory_t$, ktorá nám hovorí o aktuálnej výške našich úspor v čase t , čiže o výsledku investovania naakumulovaných príspevkov do času t .

Potom náš majetok v čase t vypočítame ako

$$W_t = úspory_t + PV_t. \quad (1.8)$$

Následne na základe prác ako [16] alebo [9] vieme, že pri daných predpokladoch je optimálna investičná stratégia nášho modelu s postupnými príspevkami rovnaká ako optimálna stratégia modelu bez postupných príspevkov. Teda optimálne rozdelenie aktuálneho majetku, W_t , medzi rizikové aktíva pri uvažovaní postupných príspevkov, $\hat{\lambda}_t$, je konštantné, nezávislé od času a veľkosti majetku

$$\hat{\lambda}_t = \frac{1}{\gamma} (\mu - r\mathbf{1})^\top (\sigma\sigma^\top)^{-1}, \quad \forall t \geq 0, \quad (1.9)$$

kde $\mathbf{1}$ je d -rozmerný vektor jednotiek.

Pre model s iba jedným rizikovým aktívom, čiže $d = 1$, môžeme optimálnu stratégiu

zjednodušiť na

$$\hat{\lambda}_t = \frac{\mu - r}{\gamma \sigma^2}, \quad \forall t \geq 0. \quad (1.10)$$

Táto optimálna stratégia nás však môže v niektorých aktívach viesť ku krátkym pozíciám. Preto do nášho modelu pridáme obmedzenie krátkych pozícií rizikových aktív, čiže $\lambda_t \geq \mathbf{0}$, kde $\mathbf{0}$ je d -rozmerný vektor núl. Potom dostávame modifikovanú ale stále v čase konštantnú optimálnu stratégiu rizikových aktív

$$\hat{\lambda}_t = \frac{1}{\gamma} \arg \max_{\lambda \geq \mathbf{0}} \lambda(\mu - r\mathbf{1}) - \frac{1}{2} \lambda(\sigma\sigma^\top) \lambda^\top, \quad \forall t \geq 0. \quad (1.11)$$

Táto optimálna stratégia je teda v princípe rovnaká, konštantná, priamo ovplyvnená averziou k riziku, jedine investor už nebude predávať rizikové aktíva, ale ich iba nakupovať.

Taktiež sme na začiatku predpokladali, že je možné investovať aj požičať si za bezrizikovú úrokovú mieru r . Investor si teda môže požičať zdroje za bezrizikovú úrokovú mieru a nakúpiť za ne rizikové aktíva navyše. V skutočnom svete je však tento predpoklad bezrizikového požičiavania nereálny.

Tento problém sa však dá opäť vyriešiť zavedením obmedzenia $\lambda\mathbf{1} \leq 1$ do nášho modelu. Toto obmedzenie nás privádza k zmenenej ale stále fixnej optimálnej stratégii

$$\hat{\lambda} := \arg \max_{\lambda \geq \mathbf{0}, \lambda\mathbf{1} \leq 1} \lambda(\mu - r\mathbf{1}) - \frac{\gamma}{2} \lambda(\sigma\sigma^\top) \lambda^\top. \quad (1.12)$$

Táto stratégia už nie je v tvare podielu váh a averzie k riziku, ale je už ňou ovplyvňovaná priamo z maximalizovanej funkcie, avšak stále je fixná v čase.

Zatiaľ nám teda pre optimálnu stratégiu stále platí, že je konštantná v čase. Naše prerozdelenie medzi aktíva je závislé iba od averzie k riziku a výnosov aktív, nie od veku sporiteľa, ani od predchádzajúcej dĺžky sporenia a ani od veľkosti investovaného majetku. Z toho by vyplývalo, že diverzifikácia v čase nie je ničím prospešná. Stále by sme mali investovať rovnaký podiel do jednotlivých rizikových aktív bez ohľadu na to, či začíname sporiť alebo sme tesne pred koncom sporenia.

Dôvodom tejto konštantnosti však je, že sme ešte stále náš model dostatočne neupravili vzhľadom na vplyv postupných príspevkov. Podľa našej stratégie totiž vystavujeme do rizikového aktíva $\lambda_t \mathbf{1} W_t$ peňazí. Náš aktuálny majetok, W_t , sa ale v našom prípade pre správne zohľadnenie budúcich príspevkov skladá aj z ich súčasnej hodnoty, čo zna-

mená, že investujeme $\lambda_t \mathbf{1}(\dot{u}spory_t + PV_t)$ peňazí do rizikových aktív. V realite ale nevlastníme súčasnú hodnotu budúcich príspevkov, iba disponujeme našimi aktuálnymi úsporami. Z toho teda vyplýva, že nie vždy musíme mať k dispozícii takýto objem peňazí. Preto je nutné do nášho modelu zaviesť ďalšie obmedzenie, ktoré túto situáciu správne popíše.

Zavedieme si novú premennú $\bar{\lambda}_t$, ktorá označuje optimálne proporčné rozdelenie zdrojov medzi rizikové aktíva vzhľadom na celoživotné množstvo majetku. Potom ak platí

$$\bar{\lambda}_t \mathbf{1} \leq \frac{\dot{u}spory_t}{\dot{u}spory_t + PV_t} := \alpha_t, \quad \forall t \geq 0, \quad (1.13)$$

tak nemôžeme investovať viac ako máme momentálne k dispozícii.

Toto ohraničenie však mení optimálnu stratégiu a vzniká tu fenomén, ktorý vo svojej práci Cairns, Blake a Dowd [4] opísali a nazvali stochastic lifestyling. Optimálna stratégia s týmto obmedzením už nie je viac konštantná v čase a podiel sa časom nakláňa v prospech bezrizikového aktíva. Riešenie tejto úlohy je teda aj zložitejšie.

Avšak toto optimálne riešenie dokážeme veľmi dobre aproximovať pomocou jednoduchšieho riešenia, ktoré v svojej práci odvodili Černý a Melicherčík [6].

Podľa ich práce sa optimálne rozdelenie nášho aktuálneho majetku, W_t , dá aproximovať pomocou riešenia rovnice

$$\bar{\lambda}(\alpha_t) := \arg \max_{\lambda \geq \mathbf{0}, \lambda \mathbf{1} \leq \alpha_t} \lambda(\mu - r\mathbf{1}) - \frac{\gamma}{2} \lambda(\sigma\sigma^\top) \lambda^\top, \quad (1.14)$$

Napokon si zavedieme ešte jednu premennú, ktorá je spätá priamo s našimi úsporami. Nech vektor λ_t^* značí rozdelenie aktuálnych úspor sporiteľa medzi rizikové aktíva v čase t . Potom vieme optimálnu stratégiu vyjadriť pomocou tejto premennej ako

$$\hat{\lambda}_t^*(\alpha_t) := \frac{\bar{\lambda}(\alpha_t)W_t}{\dot{u}spory_t} = \frac{\bar{\lambda}(\alpha_t)}{\alpha_t}. \quad (1.15)$$

S ďalšou a veľmi podobnou stratégiou prišli Ayres a Nalebuff v knihe [3], kde vychádzajú zo základnej optimálnej stratégie Samuelsona a Mertona uvedenej v rovnici (1.10). Postupne odvádzajú stratégiu pre jedno rizikové a jedno bezrizikové aktívum. Ich výsledná stratégia sa podobá aproximačnej stratégii Černého a Melicherčíka pre jedno rizikové ak-

tívum. Podstatný rozdiel je v tom, že uvoľňujú horné ohraničenie na λ_t , a teda umožňujú zadĺženie. To totiž považujú za základný pilier optimálneho sporenia a úplného využitia potenciálu diverzifikácie v čase.

Túto stratégiu teda dostaneme tak, ak v aproximačnom vzorci (1.14) pre jedno rizikové aktívum zmeníme obmedzenie $\lambda \leq \alpha_t$ na obmedzenie $\lambda \leq \lambda_{max}\alpha_t$.

Potom optimálny podiel celoživotného majetku v rizikovom aktíve vypočítame ako

$$\bar{\lambda}(\alpha_t) := \arg \max_{\lambda \geq 0, \lambda \leq \lambda_{max} \cdot \alpha_t} \lambda(\mu - r) - \frac{\gamma}{2} \lambda^2 \sigma^2. \quad (1.16)$$

Napokon obdobne ako pri aproximačnej stratégii (1.14) dostávame optimálny podiel z aktuálnych úspor v rizikovom aktíve predelením $\bar{\lambda}(\alpha_t)$ hodnotou α_t .

Teória nám teda v rámci celoživotného cyklu ponúka riešenie ako čo najlepšie investovať naše úspory a nezabúdať pritom na vplyv budúcich príspevkov. Existujú však aj stratégie, ktoré využívajú diverzifikáciu v čase aj bez dôkladného teoretického podkladu. Tieto a ďalšie stratégie si podrobnejšie a prehľadnejšie rozoberieme v ďalšej kapitole a následne ich otestujeme.

Kapitola 2

Stratégie

V tejto časti sa podrobnejšie pozrieme na rôzne stratégie v rámci celoživotného cyklu. Pre jednoduchosť sa obmedzujeme na model iba s jedným rizikovým aktívom.

2.1 Konštantné stratégie

Pod názvom konštantné stratégie zahrnieme viacero stratégií, ktoré investujú v každom období rovnaký podiel našich aktuálnych úspor do rizikového aktíva. V týchto stratégiách teda vôbec nevyužívame diverzifikáciu v čase. Formálne teda platí pre $\forall t \geq 0$, že $\lambda_t^* = \lambda^*$.

Tieto stratégie patria medzi tie najjednoduchšie. Líšia sa iba podielom, ktorý si zvolíme na základe našej averzie k riziku.

Medzi najjednoduchšie konštantné stratégie patrí **bezriziková stratégia**, čiže platí $\lambda^* = 0$. Všetky zdroje, ktoré máme k dispozícii investujeme do bezrizikového aktíva. Táto stratégia je najbezpečnejšia, ale zároveň najmenej zaujímavá.

Opačnou stratégiou je **plne riziková stratégia**, kedy teda platí $\lambda^* = 1$. Opäť máme veľmi jednoduché portfólio, ktoré plne sleduje vývoj rizikového aktíva.

Výhodou týchto dvoch stratégií je, že ich nemusíme nijako vybalansovávať a teda nemáme ani žiadne náklady s tým spojené. Tieto stratégie sú teda dva extrémny v rámci konštantných stratégií.

V ďalších jednoduchých stratégiách si volíme hodnotu λ^* z hodnôt $0,1, 0,2, \dots, 0,9$, vzhľadom na našu averziu k riziku.

Pravdepodobne najznámejšia stratégia je z nich práve taká kedy $\lambda^* = 0,5$, čiže úspory

rozdělíme rovnako medzi rizikové a bezrizikové aktívum. Túto stratégiu v našej práci symbolicky značíme ako 50:50.

Takéto konštantné stratégie nám napríklad umožňujú simulovať aj rozloženie majetku medzi fondmi v slovenskom 2. pilieri dôchodkového sporenia. K 26. februáru 2018 sa až 78,7% majetku v 2. pilieri nachádzalo v dlhopisovom fonde, 11,9% v akciových fondoch, 8,4% v indexových fondoch a zvyšok sa nachádzal v zmiešaných fondoch ([7]). Ak by sme chceli jednoduchým spôsobom nasimulovať tieto fondy na dve aktíva, tak by sme v tomto prípade dali takmer 80% do bezrizikového aktíva. Teda aktuálne rozdelenie majetku v 2. pilieri je viac averzné voči riziku.

Ďalšia konštantná stratégia je stratégia, ktorá vychádza zo vzorca z predchádzajúcej kapitoly (1.12), ale nepočíta so súčasnou hodnotou budúcich príspevkov. Do rizikového aktíva teda investujeme vždy rovnaký konštantný podiel λ , avšak nie z hodnoty W_t , ale z našich aktuálnych úspor. Túto stratégiu pracovne nazývame **Samuelson-Merton**. Zároveň keďže platí

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t) \geq \lambda_t \cdot \text{úspory}_t,$$

tak z toho nutne vyplýva, že táto stratégia má celkovo výrazne nižšie vystavenie v rizikovom aktíve ako aproximačná stratégia Černého a Melicherčíka.

2.2 Stratégie súvisiace s vekom sporiteľa

Podiel investovaný do rizikového aktíva je v týchto stratégiách závislý buď priamo od veku sporiteľa alebo nepriamo cez počet odsporených rokov.

Pod túto sekciu spadá jedna z najznámejších investičných stratégií, kedy do bezrizikového aktíva investujeme tolko percent, koľko máme rokov. Toto pravidlo sa zvykne nazývať aj tzv. vek v dlhopisoch (angl. Age in Bonds [15]). Pre túto stratégiu teda platí $\lambda_t^* = (100 - Vek_t)\%$. Modifikované stratégie, ktoré sú menej riziko averzné a zároveň zohľadňujú aj vyšší vek odchodu do dôchodku, sú pravidlá $\lambda_t^* = (110 - Vek_t)\%$ a $\lambda_t^* = (120 - Vek_t)\%$.

Výhoda týchto pravidiel je, že sú jednoduché, celkom intuitívne a optimálny podiel sa mení iba raz do roka. Sporiteľ samozrejme môže zohľadniť aj jednotlivé mesiace, pre postupnejší pokles vo vystavení v rizikovom aktíve. V našej práci však pracujeme so straté-

giami, ktoré sú plne závislé od počtu celých dožitých rokov sporiteľa.

Inou možnosťou ako nepriamo zakomponovať zmenu veku sporiteľa do stratégie je využitie počtu rokov sporenia, obdobne ako v knihe [18].

Porovnávame teda, koľko rokov už sporiteľ sporí vzhľadom na celkovú dobu sporenia. Konkrétne znižujeme podiel investovaný do rizikového aktíva využitím pomeru počtu už nasparených rokov v čase t , $a(t)$, k celkovému počtu rokov sporenia A . Matematicky zapísané ako

$$\lambda_t^* = 1 - \frac{a(t)}{A}. \quad (2.1)$$

Táto stratégia je teda obyčajný pravidelný pokles λ_t^* od 1 po 0, kde rýchlosť poklesu závisí od celkového počtu rokov sporenia. Poznamenávame, že v našej práci opäť počítame s celými ukončenými rokmi sporenia. Pracovne ju nazývame **doba sporenia (1)**.

Samozrejme aj túto stratégiu vieme modifikovať pre menej rizikovo averzných sporiteľov prenasobením pomeru $\frac{a(t)}{A}$ kladnou konštantou, ktorá je menšia ako 1. Taktiež by sme mohli zaviesť možnosť zadĺženia, buď prenasobením celej λ_t^* alebo posunutím začiatkovej váhy zo 100% na viac percent.

Na druhej strane sa vieme na tieto stratégie pozrieť aj z opačnej strany v takom zmysle, že chceme zvyšovať vystavenie v rizikom aktíve buď so zvyšujúcim sa vekom alebo so zvyšujúcim sa počtom odsporených rokov.

Na prvý pohľad sa môžu tieto stratégie javiť ako kontraproduktívne, keďže vysokým vystavením na konci sporenia môžeme s výrazným poklesom ceny rizikového aktíva stratiť oveľa viac ako v opačnom prípade. Avšak v prípade pozitívneho vývoja dokážeme oveľa viac získať. Estrada vo svojej práci [8] tvrdí, že keďže pri tradičných stratégiách sme agresívnejší zo začiatku sporenia s malým kapitálom a zas konzervatívnejší s oveľa väčším kapitálom ku koncu sporenia, tak nemáme najoptimálnejšie podmienky vzhľadom na akumuláciu čo najväčšieho majetku. Pri zvyšovaní podielu λ_t^* počas doby sporenia síce vystavujeme väčšie množstvo kapitálu v rizikom aktíve, čím zvyšujeme naše riziko, ale potenciálne môžeme dosiahnuť vyššie konečné úspory.

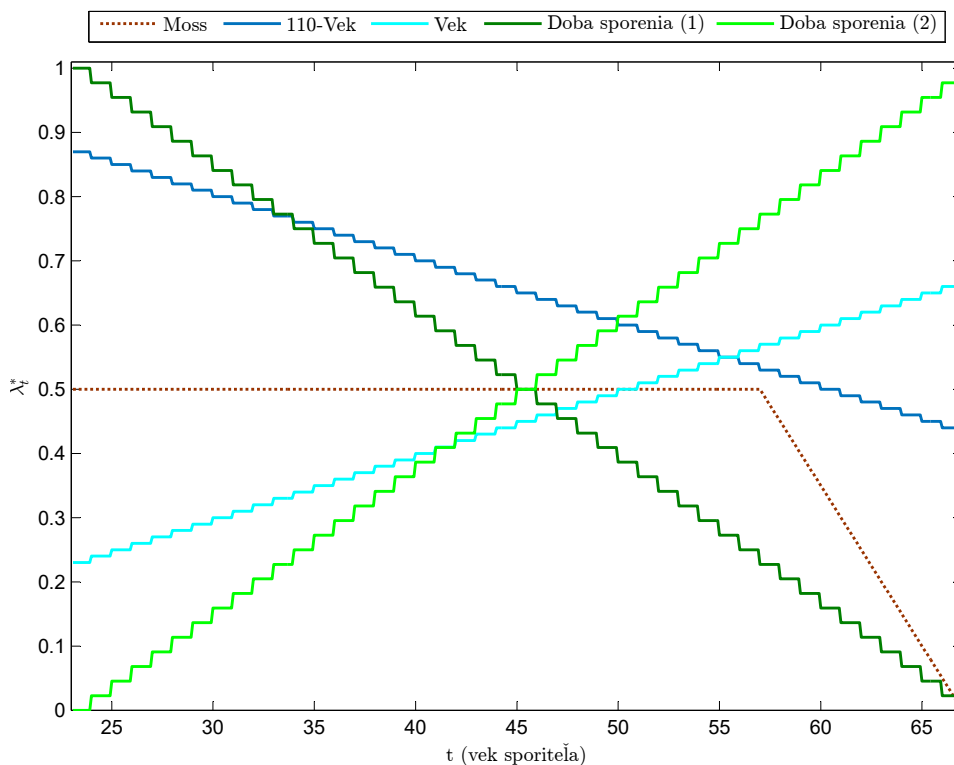
Tento princíp v našej práci uplatníme tak, že vytvoríme opačné stratégie k pôvodným stratégiám v tejto sekcii.

Konkrétne v priamej závislosti od veku je to stratégia $\lambda_t^* = Vek_t\%$.

V prípade naviazanosti na dobu sporenia zas rovnakým uvažovaním dostávame straté-

giu $\lambda_t^* = \frac{a(t)}{A}$. Túto stratégiu označujeme **dobu sporenia (2)**.

Ďalšie zaujímavé pravidlo, ktoré nejakým spôsobom zohľadňuje vek sporiteľa, prezentuje americký finančný poradca Wes Moss vo svojom článku [14]. Toto pravidlo nazval 15/50 Akciové Pravidlo (angl. 15/50 Stock Rule) a jeho zámerom je dosiahnuť lepšie výsledky ako pravidlo veku v dlhopisoch. Princípom tejto stratégie je, že sporiteľ investuje 50% do akcií, pokiaľ predpokladá, že bude žiť ešte ďalších 15 rokov. Teda sa nakláňa k bezrizikovému aktívu neskôr ako pri predchádzajúcich pravidlách.



Obr. 2.1: Vývoj λ_t^* pre jednotlivé stratégie súvisiace s vekom sporiteľa

Táto stratégia je v podstate istým vylepšením konštantnej stratégie 50:50, kedy je naše portfólio rozdelené presne napoly medzi rizikové a bezrizikové aktíva. V závere sporenia sa však následne prikláňa k menej rizikovému investovaniu. Autor stratégie ale nemá konkrétne odporúčania pre posledných pätnásť rokov. Teda či vystavenie v akciách znižovať postupne alebo jednorazovo, ale ani či úplne odstúpiť od rizikového aktíva alebo stále držať nejaké úspory v akciách.

Môžeme sa pozrieť, čo by uplatnenie tejto stratégie znamenalo pre priemerného občana Slovenskej republiky. Konkrétne nás zaujíma vek, v ktorom by osoba, ktorá si od dosiahnutia 23. roku života pravidelne spori, znížila svoje vystavenie z pôvodných 50%. Očakávaná

stredná dĺžka života 23-ročnej ženy je v roku 2016 podľa databázy Štatistického úradu SR [19] rovná hodnote 58,04. Slovenský 23-ročný muž má očakávanú strednú dĺžku života kratšiu, konkrétne 51,55. Teda ak by sme sa riadili Mossovým pravidlom, tak slovenský muž by mal znížiť vystavenie do rizikových aktív dosiahnutím 59. roku života a pre ženy je určujúci vek 66 rokov. Ak je koniec sporenia nutne spätý s nástupom do dôchodku, potom by vo všeobecnosti uplatnenie Mossovho pravidla znamenalo pre mužov zníženie svojho vystavenie do rizikového aktíva pár rokov pred dosiahnutím dôchodku. Pre ženskú populáciu by ani pri zvýšení dôchodkového veku táto metóda nepredstavovala až taký výrazný rozdiel oproti konštantnej stratégii 50:50.

2.3 Target-date funds stratégie

Názov týchto stratégií vychádza z toho, že sporiace fondy, v ktorých sa aplikujú, sa označujú podľa roka, v ktorom chceme ukončiť sporenie. Na začiatku sporenia preferujú vyššie vystavenie v rizikovom aktíve a časom sa postupne nakláňajú k bezrizikovému aktívu. Veľkosť vystavenia úspor a rýchlosť prechodu od rizikovejšieho portfólia k menej rizikovému závisí nielen od averzie sporiteľa ale aj od dĺžky sporenia [20].

Zjednodušene tieto stratégie vieme simulovať lineárnym poklesom od chceného počiatočného vystavenia v rizikovom aktíve po naše plánované koncové vystavenie. Konkrétny príklad je teda stratégia, kedy sa λ_t^* lineárne znižuje z 0,90 na 0,40. Takúto stratégiu pre jednoduchosť skrátene označujeme 90/40.

Takéto stratégie vo svojej práci [17] využíva aj Shiller. Konkrétne pracuje so stratégiami 90/40, 85/15 a 70/10, ktoré označuje pojmi agresívne, základné a konzervatívne celoživotné portfólio.

Pri týchto stratégiách teda nevychádzame priamo z veku sporiteľa, či doby sporenia, ale ich princíp je veľmi podobný. Dokonca vieme vhodne zvolenými parametrami tieto stratégie závislé na veku veľmi dobre kopírovať.

2.4 Aproximačná stratégia Černý-Melicherčík

Táto stratégia využíva aproximačný vzorec (1.14)-(1.15) uvedený v Kapitole 1. Zo začiatku sporenia je viac naklonená k rizikovému aktívu a postupne sa preklápa na stranu bezrizi-

kového aktíva. Konkrétne postupne klesá od plne rizikovej stratégie až pokiaľ nedosiahne na konci rovnaký podiel ako zo vzorca (1.12), keďže na konci sporenia už neočakávame žiadne budúce príspevky. Na výpočet je samozrejme zložitejšia ako predchádzajúce stratégie, ale za to plne odráža našu averziu k riziku a postupné príspevky v optimálnom rozložení našich úspor.

2.5 Stratégia Ayres-Nalebuff

Táto stratégia, ktorú sme načrtli v Kapitole 1, je odvodená v knihe [3] aj v článku [2] od Ayresa a Nelebuffa. Základom tejto stratégie je optimálny podiel Samuelsona a Mertona (1.10). Následne sa po celý čas snažíme dosiahnuť, aby sme mali vždy v rizikovom aktíve práve daný podiel z nášho celoživotného majetku, teda W_t . Ak to chceme docieľiť musíme sa nutne zadĺžiť minimálne v počiatočných obdobiach sporenia, kedy máme na ruke iba veľmi malý podiel z nášho celoživotného majetku. Práve zadĺženie, resp. pákovanie, považujú autori za esenciálny nástroj k plnému využitiu diverzifikácie v čase.

Takouto úvahou sa vlastne Ayres a Nalebuff dostali k stratégii, ktorá je istým rozšírením predchádzajúcej aproximačnej stratégie Černý-Melicherčík. V podstate využívajú aproximačný vzorec (1.15) pre jedno rizikové aktívum, pričom ale umožňujú zadĺženie. Ako kompromis medzi optimálnym podielom a realitou zavádzajú maximálnu výšku páky λ_{max} . Teda v tomto prípade platí obmedzenie $\lambda \leq \lambda_{max} \cdot \alpha_t$.

Náš optimálny podiel z aktuálnych úspor investovaný do rizikového aktíva je teda rovný hodnote

$$\lambda_t^* = \max \left(\frac{\mu - r}{\gamma \sigma^2} \frac{1}{\alpha_t}, \lambda_{max} \right). \quad (2.2)$$

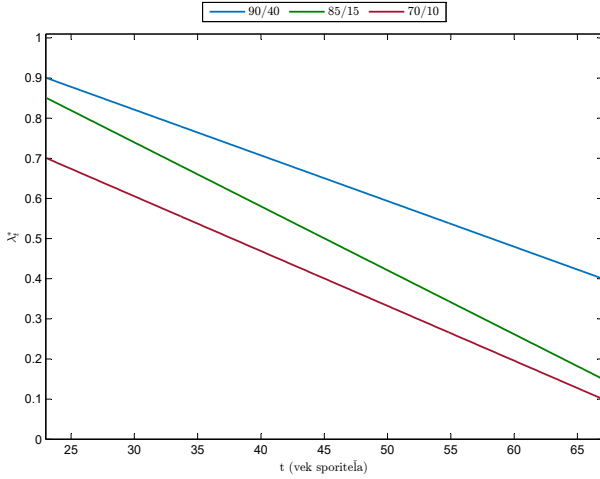
Zároveň za najvhodnejšiu zvolenú λ_{max} , čo sa týka rizika a nákladov spätých so zadĺžením, považujú hodnotu dva. Uvažujú teda maximálne pákovanie v pomere 2:1, čiže ak máme na ruke 100 USD, tak môžeme investovať pomocou pákovania maximálne 200 USD.

Táto stratégia nás logicky vedie k trom základným fázam:

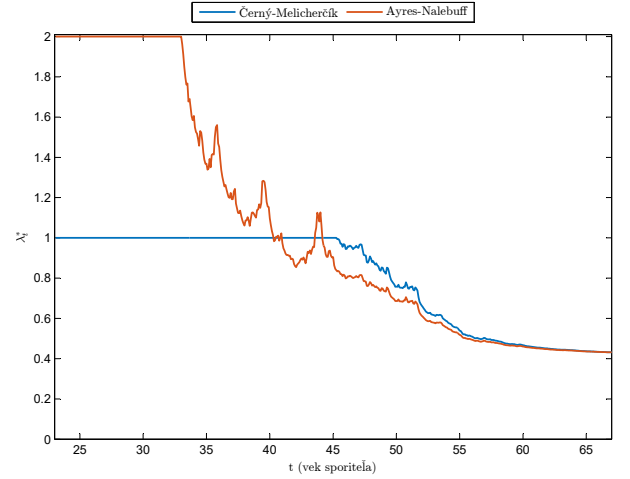
1. plné zadĺženie, teda investovanie 200% do rizikového aktíva,
2. čiastočné zadĺženie, teda investovanie medzi 200% až 100% do rizikového aktíva,
3. bez zadĺženia, klesáme v investovaní do rizikového aktíva až po podiel zo základného optimálneho Samuelsona a Mertona (1.10).

Samozrejme vzhľadom na prípadné straty sa investor pohybuje podľa potreby medzi jednotlivými fázami.

Autori uvádzajú viac možností, ako dosiahnuť pákovanie. Využívajú však iba tzv. obchodovanie na úver (angl. margin loans) a s tým spojený úrok.



Obr. 2.2: Vývoj λ_t^* pre jednotlivé target-date funds stratégie



Obr. 2.3: Príklad vývoja λ_t^* pre stratégie Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff

Vzhľadom na využitie zadĺženia musíme počítať aj s niektorými zmenami pri ohodnocovaní našich budúcich príspevkov.

Ak práve investujeme bez zadĺženia tak súčasnú hodnotu budúcich príspevkov počítame klasicky pomocou bezrizikovej úrokovej miery r . Preto túto súčasnú hodnotu pre úplnosť značíme PV_t^f , teda

$$PV_t^f = \sum_{k=t}^T y_k \cdot e^{-r(k-t)}. \quad (2.3)$$

Naopak ak si pomáhame pri investovaní pôžičkou, tak diskontujeme pomocou úroku za požičanie, ktorý značíme r^m . Túto súčasnú hodnotu označujeme PV_t^m a pomocou našej symboliky ju vieme vyjadriť ako

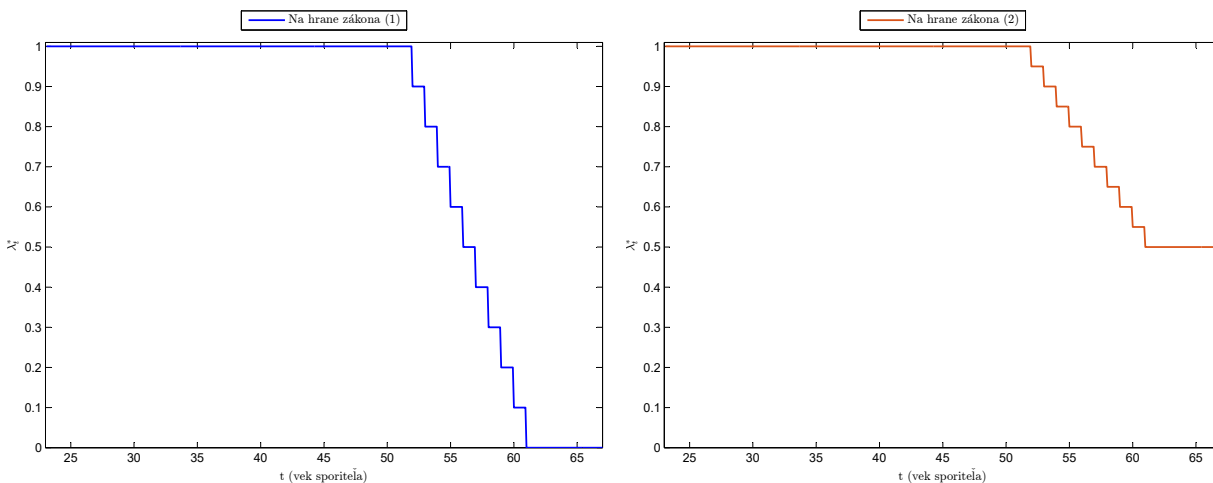
$$PV_t^m = \sum_{k=t}^T y_k \cdot e^{-r_m(k-t)}. \quad (2.4)$$

V prípade tejto stratégie sme teda závislí nielen na výnosoch bezrizikového a rizikového aktíva, ale aj od vývoju úroku za požičanie.

2.6 Stratégia na hrane zákona

Táto stratégia je čo najrizikovejšie umiestnenie príspevkov vzhľadom na zákony Slovenskej republiky upravujúce dôchodkové sporenie.

Zákon č. 43/2004 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov [21] vymedzuje minimálny podiel majetku, ktorý musí byť v dlhopisovom garantovanom fonde. Podľa § 92 odseku 1 musí mať sporiteľ aspoň 10% v dlhopisovom garantovanom fonde v prvý deň kalendárneho mesiaca, v ktorom dovŕši vek 52 rokov. Každým ďalším dosiahnutým rokom sa tento podiel zvyšuje o 10 p.b. Dovŕšením 61. roku života už musí mať všetky úspory v dlhopisovom garantovanom fonde.



Obr. 2.4: Vývoj λ_t^* pre stratégie na hrane zákona

Nasledujúci odsek 2 však v prípade záujmu sporiteľa umožňuje zníženie minimálneho percentuálneho pomeru čistej hodnoty svojho majetku v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde. Ak to sporiteľ písomne oznámi dôchodkovej správcovskej spoločnosti, tak sa tento minimálny percentuálny pomer zníži o polovicu. Pre sporiteľa to teda znamená, že vo veku 52 rokov musí mať aspoň 5% v dlhopisovom garantovanom fonde v prvý deň kalendárneho mesiaca, v ktorom dovŕši vek 52 rokov. Potom sa každým ďalším dosiahnutým rokom tento podiel zvyšuje už iba o 5 p.b. Dovŕšením 61. roku života teda musí mať 50% úspor v dlhopisovom garantovanom fonde.

Potom v stratégii, ktorú v našej práci voláme **na hrane zákona (1)**, volíme maximálne možné vystavenie v rizikovom aktíve, ktorú povoľujú zákony Slovenskej republiky

bez ďalších špeciálnych žiadostí. **Na hrane zákona (2)** je zas stratégia, ktorá sa riadi maximálnym možným vystavením majetku v rizikovej aktíve na základe uvedeného zákona po žiadosti o zníženie minimálnej hodnoty majetku v bezrizikovom fonde.

Kapitola 3

Porovnanie stratégií

V tejto kapitole otestujeme viaceré stratégie z predchádzajúcej kapitoly vzhľadom na ich schopnosť maximalizovať užitočnosť konečných úspor sporiteľa. Najskôr urobíme menšiu analýzu na historických dátach. Následne využijeme Monte Carlo simulácie pre rozsiahlejšie a štatisticky výpovednejšie analýzy.

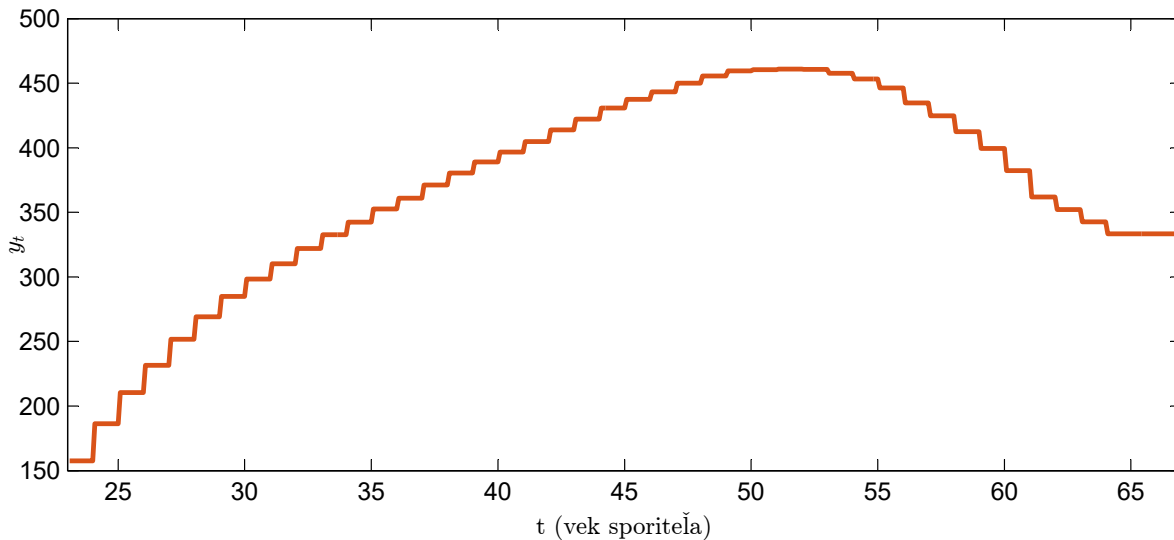
Na začiatok ešte dodávame, že pri tvorbe tejto kapitoly sme sa v niektorých vlastnostiach našich aplikácií inšpirovali článkom [2], ktorý bol zároveň jednou z motivácií pre našu prácu.

3.1 Metodológia

Uvažujeme sporiteľov s rôznou averziou k riziku v rozmedzí $\gamma = 2, 3, \dots, 9$. Každý z nich začína sporiť vo veku 23 rokov. Následne si sporí dlhodobo 44 rokov pravidelnými mesačnými príspevkami do 66. roku života vrátane. Tieto príspevky sú vopred známe a fixné. Konkrétne uvažujeme príspevky vo výške 4% z priemerného príjmu pracovníka v USA očisteného od inflácie. Príjmová krivka bola zároveň naškálovaná tak, aby ročný príjem v poslednom roku bol 100 000 USD.

Vývoj príspevkov v období sporenia je však v našom prípade dôležitejší ako ich samotná výška. Ako vidíme na Obrázku 3.1, príspevky, teda aj príjmy, odrážajú skutočný platový stav priemerného človeka. Najskôr postupne rastú, pokým nedosiahnu maximum, a potom po dosiahnutí približne 52. roku života mierne klesajú.

Tieto príspevky následne sporiteľ na základe jednotlivých stratégií alokuje medzi rizi-



Obr. 3.1: Mesačné príspevky v USD získané ako 4% z priemerného príjmu pracovníka v USA očisteného od inflácie a naškálovaného tak, aby ročný príjem v poslednom roku bol 100 000 USD [10]

kové a bezrizikové aktívum. Konkrétne v našej práci využívame index S&P 500 a americké vládne dlhopisy s 10-ročnou maturitou. V prípade zadĺženia takisto pracujeme s mesačnými úrokmi za obchodovanie na úver (angl. margin rate). Taktiež sme využili index CPI na očistenie sadzieb a nominálnych výnosov od inflácie. Všetky historické dáta máme od roku 1871 až po prvý polrok 2009.

Všetky spomínané historické nominálne výnosy spolu s príspevkami a hodnotou CPI čerpáme od autorov knihy [3] Ayresa a Nalebuffa, ktorí ich spracovali a skompletizovali [10].

Na porovnávanie sme si zvolili šesťnásť rôznych stratégií. Vybrali sme si štyri konštantné stratégie (viď časť 2.1):

1. bezriziková stratégia,
2. plne riziková stratégia,
3. 50:50,
4. Samuelson-Merton.

Ďalšie stratégie buď z časti, alebo plne využívajú diverzifikáciu v čase:

5. Moss (viď časť 2.2) - pre našu aplikáciu sme si ju modifikovali tak, že investuje 50% do rizikového aktíva po celý čas sporenia, až na posledných 10 rokov, kedy postupne znižujeme vystavenie v rizikových aktívach po nulu na konci sporiaceho obdobia,
6. 110-Vek (viď časť 2.2),

7. Vek (viď časť 2.2),
8. doba sporenia (1) (viď časť 2.2),
9. doba sporenia (2) (viď časť 2.2),
10. 90/40 - agresívna celoživotná stratégia (viď časť 2.3),
11. 85/15 - základná celoživotná stratégia (viď časť 2.3),
12. 70/10 - konzervatívna celoživotná stratégia (viď časť 2.3).
13. Černý-Melicherčík (viď časť 2.4),
14. Ayres-Nalebuff (viď časť 2.5),
15. na hrane zákona (1) (viď časť 2.6),
16. na hrane zákona (2) (viď časť 2.6).

Jednotlivé stratégie budeme porovnávať na základe základných charakteristík ako sú priemerné konečné úspory, štandardná odchýlka konečných úspor či jednotlivé percentily, ale hlavne cez hodnoty istotného ekvivalentu CE (angl. certainty equivalent). Pre úplnosť spomenieme, že CE je taká hodnota, pre ktorú v našom prípade platí $U(CE) = E[U(V_T)]$. Je to teda taká garantovaná hodnota, ktorá nám dáva rovnakú užitočnosť ako náš rizikový spotrebitelský plán. Pre našu funkciu užitočnosti (1.5) dostávame na výpočet CE vzorec

$$CE = (E[V_T^{1-\gamma}])^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (3.1)$$

Nakoniec uvádzame zopár matematických formúl, ktoré využívame pri výpočtoch.

Súčasnou hodnotou budúcich príspevkov sme sa už bližšie zaoberali v časti 2.5. Konkrétne formuly na výpočet sú uvedené v rovniciach (2.3) a (2.4). Pre úplnosť už iba uvádzame, že obe sumy počítame pre časy $t, t + \Delta t, t + 2\Delta t, \dots, T$.

Ďalej sa zameriame na zhodnotenie úspor za časové obdobie $[t, t + \Delta t]$.

Výslednú hodnotu úspor v čase $t + \Delta t$ teda dostávame ako výsledok investovania úspor a príspevku z času t , konkrétne ako

$$úspory_{t+\Delta t} = (úspory_t + y_t) \cdot \left(\lambda_t^* \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} + (1 - \lambda_t^*) \cdot e^{r_t \Delta t} \right), \quad (3.2)$$

pričom r_t značí reálny ročný spojitý výnos bezrizikového aktíva za dané časové obdobie $[t, t + \Delta t]$ a $S_{t+\Delta t}/S_t$ je výnos rizikového aktíva za rovnaké obdobie.

Ak však investujeme pomocou zadĺženia, tak dostávame úspory v nasledujúcom období

obdobne použitím ročného úroku r_t^m za dané obdobie $[t, t + \Delta t]$ ako

$$úspory_{t+\Delta t} = (úspory_t + y_t) \cdot \left(\lambda_t^* \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} + (1 - \lambda_t^*) \cdot e^{r_t^m \Delta t} \right). \quad (3.3)$$

Výraz $(1 - \lambda_t^*)$ je v tomto prípade záporný, čo súhlasí s vrátením zapožičaného kapitálu.

Napokon uvádzame, že v našich aplikáciách pracujeme s mesačnými príspevkami, čiže naše portfólio pravidelne rebalancujeme každý mesiac. Teda hodnota T vyjadruje počet rokov sporenia a $\Delta t = \frac{1}{12}$.

3.2 Aplikácia na historických dátach

Naša analýza na historických dátach je založená na výsledkoch 13 sporiteľov, pričom pre každého uvažujeme rôzne averzie k riziku. Konkrétne sme si z prvých 60% dát (január 1871 - december 1953) vypočítali očakávané hodnoty μ , σ , r a r_m pre prvého sporiteľa, ktorý začína sporiť na začiatku roku 1954. Druhý sporiteľ začína sporiť o rok neskôr v roku 1955, pričom sme pre neho opätovne určili očakávané hodnoty parametrov aj na základe vývoju aktív v predchádzajúcom roku. Takýmto spôsobom sme 13-timi prelínajúcimi sa a 44 rokov trvajúcimi sporeniami pokryli zvyšných 40% dát.

Očakávané hodnoty parametrov pre jednotlivých sporiteľov uvádzame v Tabuľke 3.1. Jedná sa o ročné hodnoty očistené od inflácie.

Tabuľka 3.1: Odhadnuté parametre z historických dát pre 13 sporiteľov

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
r	2,67%	2,67%	2,63%	2,55%	2,56%	2,46%	2,41%	2,48%	2,47%	2,49%	2,46%	2,47%	2,43%
r_m	2,77%	2,78%	2,77%	2,74%	2,70%	2,68%	2,67%	2,66%	2,66%	2,65%	2,64%	2,64%	2,62%
μ	6,75%	7,16%	7,39%	7,35%	7,14%	7,45%	7,44%	7,41%	7,53%	7,40%	7,52%	7,59%	7,61%
σ	15,36%	15,31%	15,29%	15,24%	15,21%	15,15%	15,08%	15,04%	14,98%	15,02%	14,96%	14,89%	14,83%

Poznámky: parametre odhadnuté z historických výnosov a úrokov očistených od inflácie: pre prvého sporiteľa na základe dát od januára 1871 až do konca roku 1953, pre druhého sporiteľa od januára 1871 až do konca roku 1954, atď.

Hneď na začiatok však musíme uviesť, že očakávania na základe minulosti a vývoj v nasledujúcom období sa líšia. K podstatným pozitívnym zmenám a nárazovému rastu cien indexu totiž došlo až v období sporenia našich sporiteľov. Avšak ak by sme chceli odhadovať parametre z novších dát, tak by sme vzhľadom na dĺžku sporenia mali ešte nižší počet sporiteľov. Rozhodli sme sa preto pre vyšší počet sporiteľov, pričom sme si vedomí spomínaných vlastností našej aplikácie.

3.2.1 Výsledky

Naše výsledky na historických dátach nie sú veľmi štatisticky signifikantné vzhľadom na malý počet a závislosť simulácií. Na druhej strane odpovedajú reálnemu vývoju aktív a zároveň ponúkajú dobrý prvý pohľad na to, či diverzifikácia v čase má reálny zmysel.

V Tabuľke 3.2 sme zhrnuli výsledky z jednotlivých stratégií pre všetky uvažované averzie k riziku. Keďže v celej našej práci je cieľom maximalizácia očakávanej užitočnosti hodnoty konečných úspor, tak je pre nás najvýznamnejší ukazovateľ CE. Jeho hodnoty sú teda rozhodné pri porovnávaní stratégií.

Pri prvom pohľade na výsledky plne rizikovej stratégie vidíme, že samotný vývoj rizikového aktíva bol v našom sporiacom období všeobecne celkom priaznivý. Preto táto stratégia porazila takmer všetky ostatné stratégie.

Takisto sa táto vlastnosť prejavila aj pri pohľade na najlepšie stratégie. Zaznamenávame totiž dominanciu stratégií, ktoré majú vyššie vystavenie v rizikovom aktíve. Napríklad najlepšie výsledky z target-date stratégií dosahuje najagresívnejšia stratégia 90/40 aj pri vyšších hodnotách averzie k riziku.

Napokon pozorujeme pri averzii $\gamma = 2$ podobnosť stratégií Samuelson-Merton a Černý-Melicherčík s plne rizikovou stratégiou. Dôvodom je, že pri niektorých sporiteľoch sme takmer po celé obdobie sporenia mali umiestnených 100% úspor v rizikovom aktíve. V prípade najmenej averzného sporiteľa taktiež vidíme, že jediná stratégia, ktorá dosiahla lepšie výsledky ako plne riziková stratégia bola stratégia Ayres-Nalebuff.

Pri celkovom pohľade na najlepšie stratégie pre jednotlivé averzie k riziku vidíme pri najavrznejších sporiteľoch dominanciu stratégie Ayres-Nalebuff, zatiaľ čo pri sporiteľoch s averziou $\gamma \geq 4$ dominovala stratégia Na hrane zákona (2), ktorá takmer vždy porazila plne rizikovú stratégiu.

Menej averzná polovica sporiteľov dosahovala relatívne dobré výsledky aj pri použití stratégií Černý-Melicherčík, Samuelson-Merton a spomínaných stratégiách Ayres-Nalebuff a Na hrane zákona (2). Pri avrznejších investoroch dominovali stratégie Na hrane zákona (2) a plne riziková stratégia, ktoré dopĺňali stratégie 110-Vek, 90/40 a Na hrane zákona (1).

Taktiež si môžeme všimnúť, že stratégie Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík dosahovali celkom podobné výsledky, pričom prvá spomínaná stratégia vždy dopadla lepšie.

Tabuľka 3.2: Výsledky stratégií na základe historických dát: parametre odhadnuté z dát z rokov 1871 až 1953 pre prvého sporiteľa, z dát z rokov 1871 až 1954 pre druhého sporiteľa, atď. nasledované 44 rokov dlhými obdobiami sporenia

Ukazovatele		priemer	std	5-percentil	25-percentil	medán	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	491 989
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	1 048 595
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	767 832
	S-M	1 124 974	317 076	633 421	993 113	1 077 336	1 272 251	1 685 434	1 711 505	633 001	1 036 873
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	741 374
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	822 838
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	768 635
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	671 320
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	816 448
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	818 984
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	705 068
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	654 199
	Č-M	1 135 042	322 931	633 421	993 113	1 077 336	1 300 558	1 691 113	1 711 505	633 001	1 043 574
	A-N	1 440 222	305 390	923 070	1 296 037	1 441 657	1 648 558	1 915 696	1 943 271	921 021	1 372 128
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	818 378
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	974 719
$\gamma=3$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	490 785
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	999 553
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	762 599
	S-M	904 298	148 823	636 056	845 911	918 683	970 936	1 123 269	1 130 707	634 145	865 357
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	738 382
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	819 315
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	756 283
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	669 442
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	778 557
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	816 308
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	704 515
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	653 400
	Č-M	1 015 570	169 244	710 539	974 302	1 020 371	1 087 730	1 263 196	1 268 492	708 548	970 606
	A-N	1 076 919	157 975	834 575	980 180	1 086 578	1 196 413	1 321 065	1 328 677	832 581	1 043 330
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	807 645
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	971 336
$\gamma=4$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	489 557
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	952 482
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	757 187
	S-M	788 364	86 961	622 685	739 001	801 839	837 673	895 496	895 587	619 508	768 112
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	735 296
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	815 668
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	743 656
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	667 526
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	742 186
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	813 545
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	703 951
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	652 581
	Č-M	913 833	99 855	726 311	864 072	925 567	960 702	1 050 032	1 052 413	722 406	891 278
	A-N	940 517	131 880	775 861	863 004	905 672	1 054 433	1 193 847	1 206 983	775 270	910 006
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	797 397
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	967 886
$\gamma=5$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	488 305
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	909 672
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	751 626
	S-M	722 634	58 302	608 313	690 445	733 370	760 635	795 086	796 142	604 349	710 311
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	732 128
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	811 908
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	730 985
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	665 574
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	709 073
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	810 699
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	703 377
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	651 744
	Č-M	843 879	65 960	717 298	804 619	850 259	884 759	931 022	931 946	713 515	830 706
	A-N	865 057	110 968	716 853	808 442	826 887	947 976	1 070 297	1 080 063	716 107	835 738
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	787 720
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	964 384

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka 3.2: Výsledky stratégií na základe historických dát: parametre odhadnuté z dát z rokov 1871 až 1953 pre prvého sporiteľa, z dát z rokov 1871 až 1954 pre druhého sporiteľa, atď. nasledované 44 rokov dlhými obdobiami sporenia

Ukazovatele		príemer	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=0$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	487 033
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	872 497
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	745 958
	S-M	680 607	43 043	596 428	658 475	688 940	705 640	734 117	735 351	591 941	672 124
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	728 894
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	808 048
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	718 529
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	663 589
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	680 272
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	807 774
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	702 793
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	650 890
	Č-M	793 711	47 163	699 115	770 174	802 085	818 858	859 761	862 371	694 226	785 097
	A-N	814 444	89 117	677 051	768 249	786 500	869 986	972 383	980 189	673 407	788 954
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	778 667
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	960 847
$\gamma=1$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	485 741
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	841 250
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	740 234
	S-M	651 516	34 438	584 223	640 437	655 051	675 952	692 981	694 336	582 077	644 945
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	725 612
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	804 104
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	706 538
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	661 575
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	656 023
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	804 779
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	702 200
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	650 018
	Č-M	757 609	36 596	685 995	741 205	759 501	785 439	810 783	813 781	681 212	751 469
	A-N	778 409	69 765	666 486	731 343	766 769	815 551	902 893	907 908	660 943	759 056
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	770 255
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	957 292
$\gamma=2$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	484 432
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	815 459
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	734 509
	S-M	630 222	29 557	574 408	617 831	633 684	652 988	664 417	664 854	574 183	624 516
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	722 302
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	800 100
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	695 219
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	659 538
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	635 980
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	801 724
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	701 598
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	649 131
	Č-M	729 473	30 099	674 803	715 456	723 713	753 248	775 245	777 830	673 006	724 707
	A-N	749 423	55 417	660 457	708 245	753 726	778 023	849 134	853 135	655 994	734 788
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	762 480
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	953 737
$\gamma=3$	BS	494 324	34 799	427 098	477 400	488 231	515 275	551 640	555 830	423 487	483 110
	PRS	1 143 353	329 141	633 421	993 113	1 077 336	1 362 182	1 695 433	1 711 505	633 001	794 313
	50:50	777 686	88 247	612 295	753 245	778 702	819 809	912 433	917 310	608 379	728 840
	S-M	613 976	26 877	561 183	601 424	617 691	635 594	644 757	645 126	560 020	608 507
	Moss	747 036	65 674	626 113	715 456	749 193	798 074	835 286	839 077	624 918	718 986
	110-Vek	829 498	75 162	682 149	808 912	830 654	865 795	945 172	950 802	677 004	796 059
	Vek	791 868	136 057	557 337	741 292	788 639	865 805	996 214	997 006	555 099	684 714
	DS (1)	674 954	50 702	578 088	651 767	669 251	707 452	758 880	766 435	573 644	657 482
	DS (2)	889 835	256 077	494 564	768 053	842 838	1 057 083	1 320 792	1 331 914	494 454	619 527
	90/40	824 069	65 672	692 807	805 990	827 332	854 276	927 529	932 659	687 229	798 622
	85/15	706 141	28 187	654 047	691 736	710 158	728 816	734 477	734 598	653 786	700 988
	70/10	655 741	32 469	591 431	647 220	652 606	682 114	699 711	702 419	589 851	648 229
	Č-M	706 796	26 555	661 483	693 851	704 272	726 737	748 499	751 230	661 129	702 520
	A-N	726 094	46 729	647 925	692 655	723 561	750 422	809 268	812 665	642 951	713 739
	NHZ (1)	840 787	144 367	636 359	722 894	837 371	939 292	1 084 264	1 095 156	628 341	755 316
	NHZ (2)	981 238	81 465	840 148	937 474	988 231	1 047 429	1 095 646	1 103 108	835 640	950 201

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Zaujímavo dopadla stratégia Doba sporenia (2), ktorá investuje postupne od 0% do 100% do rizikového aktíva. Táto stratégia dosiahla pri averzii $\gamma \leq 6$ v priemere lepší výsledok ako k nej opačná stratégia Doba sporenia (1), ktorá sa časom naopak prikláňa k menej rizikovému portfóliu. Ani jedna z týchto stratégií však bez ohľadu na averziu nedokázala konkurovať najlepším stratégiám.

Taktiež naša verzia stratégie Moss nedosahuje v priemere lepšie výsledky ako konštantná stratégia 50:50, či klasická stratégia 110-Vek. Lepšie výsledky však dosahuje pri sporiteľoch s vyššou averziou.

Takisto stratégie 110-Vek a 90/40 dosahujú veľmi porovnateľné výsledky, keďže sú si tieto dve stratégie samo o sebe dosť podobné. Stratégia 90/40 lineárne klesá každý mesiac od vystavenia 90% do rizikového aktíva až po konečných 40%, zatiaľ čo stratégia 110-Vek pri našich podmienkach skokovo klesá každý rok o jedno percento od vystavenia 87% až po 43%.

Na základe týchto výsledkov by sa mohlo javiť, že samotná diverzifikácia v čase nie je až natoľko významný nástroj v sporení, keďže iba málo stratégií dokázalo poraziť plne rizikovú stratégiu. Musíme ale brať do úvahy, že vývoj aktív a úrokov bol natoľko priaznivý, že aj v prípade vyššej averzie k riziku dominovali agresívnejšie stratégie. Takisto sa teoreticky odvodeným stratégiám Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík nepodarilo pri najviac averzných uvažovaných sporiteľoch dosiahnuť lepšie výsledky ako napríklad stratégiám Na hrane zákona (2), 110-Vek, či 90/40. Tento fakt by mohol byť spôsobený nedostatočne dobrým odhadom parametrov alebo jednoducho závislosťou jednotlivých pozorovaní. Na druhej strane pri najmenej rizikovom investorovi dokázali tieto dve stratégie poraziť takmer všetky zvyšné stratégie.

Na základe týchto výsledkov však nie je možné robiť žiadne významné závery, keďže sú totiž iba jedným konkrétnym scenárom vývoja trhu. Takisto musíme pamätať na samotné vlastnosti našej aplikácie. V ďalšej časti si preto vykonáme komplexnejšiu analýzu využitím Monte Carlo simulácií a zároveň sa pozrieme na citlivosť stratégií v prípade, keď sa nenaplnili naše očakávania o vývoji rizikového aktíva.

3.3 Porovnanie stratégií pomocou simulácií

Pre všeobecnejšie porovnanie jednotlivých stratégií ich aplikujeme na nasimulované hodnoty rizikového aktíva. Analyzujeme teda výsledok stratégií s rovnakým vývojom bezrizikového aktíva, príspevkov a úroku za požičanie. Čiže skúmame citlivosť stratégií na vývoj rizikového aktíva.

Úroky na požičanie a odloženie, r_t^m a r_t , budú teda konštantné v čase. Zvolili sme si rovnaké hodnoty ako v prípade prvého sporiteľa v našej aplikácii na historických dátach. Používame teda hodnoty z prvého stĺpca Tabuľky 3.1. Napokon pripomínáme, že príspevky sú fixné, vopred známe.

Výnosy rizikového aktíva si nasimulujeme pomocou štandardného normálneho rozdelenie.

Nech máme náhodný výber $Z_{\Delta t}, Z_{2\Delta t}, \dots, Z_T$ zo štandardného normálneho rozdelenie so strednou hodnotou 0 a variancou 1, teda $\mathcal{N}(0, 1)$. Potom vieme vývoj ceny rizikového aktíva simulovať pomocou tohto náhodného výberu ako

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_t}. \quad (3.4)$$

My však v našej práci simulujeme priamo výnosy rizikového aktíva. Najskôr z Itôvej lemy dostávame dynamiku pre prirodzený logaritmus ceny

$$d \ln S_t = (\mu - \frac{\sigma^2}{2}) dt + \sigma dB_t. \quad (3.5)$$

Túto rovnicu zdiskretizujeme a dostávame, že výnosy rizikového aktíva môžeme nasimulovať ako

$$\ln \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} = (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_t \sim \mathcal{N}((\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t, \sigma^2\Delta t). \quad (3.6)$$

Zároveň platí, že $E[\ln \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t}] = (\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t = \tilde{\mu}\Delta t$. Výnosy rizikového aktíva teda vieme nasimulovať ako náhodný výber z rozdelenia $\mathcal{N}(\tilde{\mu}\Delta t, \sigma^2\Delta t)$, kde $\tilde{\mu}$ je ročný očakávaný spojitý výnos aktíva, σ je očakávané ročné riziko aktíva a Δt je v našom prípade rovné $\frac{1}{12}$, keďže nám príspevky chodia v mesačnej frekvencii.

Takýmto spôsobom si nasimulujeme dostatočný počet P ciest, teda vývojov cien, na ktorých necháme zbehnúť naše stratégie. Pre každú stratégiu potom dostávame P ne-

závislých koncových úspor. Označme si tieto konečné úspory ako $X_1, X_2, \dots, X_P$.

Stratégie následne porovnávame na základe CE, jednotlivých percentilov konečných úspor a ich aritmetického priemeru, $\bar{X}$, spolu s jeho obojstranným 95%-ným intervalom spoľahlivosti.

Keďže nepoznáme ani reálnu štandardnú odchýlku ani pravú strednú hodnotu, tak interval spoľahlivosti pre aritmetický priemer konečných úspor dostaneme pomocou Studentovho rozdelenia, ktorého hodnoty sa pre veľkú vzorku blížia k štandardnému normálnemu rozdeleniu $\mathcal{N}(0, 1)$. Potom vieme hornú a dolnú hranicu 95%-ného obojstranného intervalu spoľahlivosti priemeru dopočítať pomocou výberovej smerodajnej odchýlky std a hodnôt štandardného normálneho rozdelenia na základe vzorcov

$$IS_{\text{horná}} = \bar{X} + u_{97,5} \frac{std}{\sqrt{P}}, \quad (3.7)$$

$$IS_{\text{dolná}} = \bar{X} - u_{97,5} \frac{std}{\sqrt{P}}. \quad (3.8)$$

3.3.1 Rôzne averzie k riziku

Najskôr porovnáme stratégie pri rôznych averziách k riziku, v ktorých všetky nasimulované výnosy majú rovnakú strednú hodnotu a varianciu.

Stratégie sme aplikovali na 10 000 nezávislých simuláciách. Vytvorili sme si teda 10 000 realizácii vývoja výnosov rizikového aktíva s dĺžkou 12×44 z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a štandardnou odchýlkou 15,36%. Tieto vývoje výnosov indexu sú teda dokonalé v takom zmysle, že ich priemerný výnos a riziko sa plne zhodujú s očakávanými hodnotami na začiatku sporenia. Dostávame teda porovnanie stratégií v prípade, keď vieme dostatočne dobre odhadnúť očakávané hodnoty alebo ak je vývoj rizikového aktíva v budúcnosti podobný vývoju v minulosti.

V Tabuľke 3.4 sú uvedené výsledky stratégií na základe koncových úspor v USD a parametra CE. Na Obrázku A.1 v Prílohe A sú vyobrazené histogramy koncových úspor stratégií podľa averzie k riziku. Taktiež sme v Tabuľke 3.3 vyčíslili percentuálny rozdiel v CE medzi jednotlivými stratégiami a bezrizikovou stratégiou vzhľadom na hodnotu CE bezrizikovej stratégie.

Najskôr spomenieme jednu základnú vlastnosť výsledkov z Tabuľky 3.4. Rozdiel medzi rozptylom parametra CE jednotlivých stratégií pri averziách je totiž výrazne odlišný.

V prípade najmenej averzného investora dosahujeme rozdiel 555 741 USD, zatiaľ čo pri najvyššej uvažovanej averzii to je 198 239 USD. Teda čím averznejší sporiteľ, tým sú výsledky stratégií v menšom rozpätí, jednotlivé stratégie teda dosahujú relatívne podobnejšie výsledky ako v prípade najmenej rizikovo averzného investora.

Z oboch tabuliek je taktiež jasné, že na základe parametra CE dosiahli jednoznačne najlepšie výsledky stratégie Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík. Zároveň si môžeme všimnúť, že tieto dve stratégie majú viditeľnú prevahu pri menej rizikovo averzných sporiteľoch. V prípade $\gamma = 2$ sú spolu s plne rizikovou stratégiou výrazne lepšie oproti ostatným stratégiám.

Pri menej rizikovo averzných sporiteľoch (pre $\gamma = 2, 3$ a 4) vidíme dominanciu stratégie Ayres-Nalebuff. V prípade najmenej averzného sporiteľa dosiahla výrazne lepšie výsledky oproti ostatným stratégiám a navyše ako jediná prekonala plne rizikovú stratégiu.

Stratégia Černý-Melicherčík sa držala na druhom mieste. Jedine pri najviac rizikovo averznom sporiteľovi s averziou k riziku $\gamma = 2$ ju o niečo predbehla plne riziková stratégia.

So zvyšujúcou sa averziou sa rozdiel medzi stratégiami Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík postupne znižuje pokiaľ si nevymenia pozície.

Tieto dve stratégie sú zároveň spolu so stratégiou Samuelson-Merton jediné, ktoré nejakým spôsobom vychádzajú z teórie uvedenej v prvej kapitole našej práce. Teda sa priamo prispôsobujú averzii sporiteľa a očakávanému vývoju aktív.

Konštantná stratégia Samuelson-Merton však nezohľadňuje budúce príspevky. Aj preto dosahuje relatívne dobré výsledky iba pri averzii k riziku $\gamma = 2$, kedy je jej fixný optimálny podiel 86% aktuálnych úspor v rizikom aktíve. Takéto vystavenie bolo totiž dostatočne vysoké na to, aby stratégia Samuelson-Merton dosiahla postavenie medzi štyrmi najlepšími stratégiami. Stále však výrazne zaostáva za prvými troma stratégiami. Zároveň so zvyšujúcou sa averziou k riziku klesá aj jej hodnota CE.

Ostatné stratégie, ktoré nie sú priamo závislé na averzii k riziku, sú tým pádom vhodné iba pre niektorých sporiteľov s konkrétnymi hodnotami parametra γ . Preto niektoré z týchto stratégií dosahujú celkom dobré výsledky pre vybrané averzie k riziku.

Príkladom je stratégia Na hrane zákona (2), ktorá dosiahla po stratégiách Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík najlepšie výsledky pri averzii k riziku rovnaj $\gamma = 3$ a $\gamma = 4$. Môžeme si však všimnúť, že táto stratégia má v týchto prípadoch relatívne podobný

vývoj optimálneho podielu aktuálnych úspor investovaných do rizikového aktíva ako stratégia Černý-Melicherčík. Konečné vystavenie stratégie Černý-Melicherčík je pri averzii k riziku $\gamma = 3$ rovné 58% a v prípade $\gamma = 4$ zas 43%, teda relatívne blízko ku konečnému podielu stratégie Na hrane zákona (2), teda 50%. Takisto v počiatočnom období sporenia investujú obe stratégie všetko do rizikového aktíva.

Tabuľka 3.3: Zmena hodnoty CE vzhľadom na CE bezrizikovej stratégie na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

CRRA	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$	$\gamma=5$	$\gamma=6$	$\gamma=7$	$\gamma=8$	$\gamma=9$
BS	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PRS	126,29%	80,28%	46,92%	22,34%	3,83%	-10,41%	-21,50%	-30,14%
50:50	67,37%	58,05%	49,49%	41,65%	34,47%	27,90%	21,91%	16,43%
S-M	113,38%	64,74%	45,06%	34,49%	27,92%	23,45%	20,20%	17,75%
Moss	53,92%	48,07%	42,67%	37,69%	33,12%	28,93%	25,09%	21,59%
110-Vek	82,29%	69,00%	57,36%	47,16%	38,21%	30,34%	23,38%	17,20%
Vek	65,74%	54,86%	44,88%	35,74%	27,39%	19,82%	12,96%	6,78%
DS (1)	48,62%	44,09%	39,95%	36,14%	32,64%	29,41%	26,44%	23,68%
DS (2)	75,02%	55,03%	37,73%	22,86%	10,22%	-0,42%	-9,35%	-16,83%
90/40	80,64%	68,09%	57,07%	47,40%	38,90%	31,40%	24,77%	18,86%
85/15	54,20%	49,10%	44,40%	40,05%	36,04%	32,34%	28,93%	25,78%
70/10	41,44%	38,60%	35,90%	33,34%	30,92%	28,62%	26,44%	24,39%
Č-M	125,10%	83,62%	61,93%	48,95%	40,30%	34,17%	29,63%	26,09%
A-N	157,66%	94,18%	66,57%	50,93%	40,96%	34,11%	29,22%	25,47%
NHZ (1)	77,90%	59,73%	45,31%	33,69%	24,21%	16,38%	9,83%	4,30%
NHZ (2)	110,54%	82,09%	60,11%	42,91%	29,22%	18,14%	9,02%	1,41%

Vysvetlivky: *BS* - bezriziková stratégia, *PRS* - plne riziková stratégia, *S-M* - Samuelson-Merton, *DS* - doba sporenia, *Č-M* - Černý-Melicherčík, *A-N* - Ayres-Nalebuff, *NHZ* - na hrane zákona

Podobne si môžeme všimnúť o niečo menšiu podobnosť so stratégiou Černý-Melicherčík v prípade stratégií 90/40 a 110-Vek, ktoré dosiahli tretie, resp. štvrté najlepšie výsledky v prípade $\gamma=5$. Stratégia Černý-Melicherčík má síce za začiatku sporenia plné vystavenie v rizikovom aktíve a až neskôr postupne klesá do koncového vystavenia 35%. Napriek nižšiemu konečnému vystaveniu však dosahuje stratégia Černý-Melicherčík lepšie výsledky vďaka lepšiemu rozloženiu v predchádzajúcom období.

Do popredia sa pri rizikovo averznejších investoroch dostávajú i target-date funds stratégie 85/15 a 70/10. Rizikovejšia stratégia 85/15 dokonca v prípade najaverznejšieho sporenia dosiahla takmer rovnaké výsledky ako v tomto prípade najlepšia stratégia Černý-Melicherčík. Dokonca sa jej o málo podarilo poraziť stratégiu Ayres-Nalebuff. Rozdiel medzi týmito troma stratégiami nie je teda v prípade $\gamma = 9$ veľmi výrazný. Hovorí nám

však, že táto stratégia dokázala za daných podmienok veľmi dobre konkurovať dvom spomínaným stratégiám. Jemne horšie, ale stále veľmi podobné výsledky dosiahla stratégia 85/15 aj v prípade $\gamma = 8$. Najkonzervatívnejšia target-date funds stratégia 70/10 sa dostáva do popredia obdobne až pri najvyššej averzii k riziku.

Ďalšia stratégia, ktorá sa stáva zaujímavou až pre rizikovo averznejších sporiteľov je stratégia Doba sporenia (1), ktorá v prípade $\gamma = 8$ dosiahla takmer úplne rovnaké výsledky parametra CE ako stratégia 70/10. Oproti konzervatívnej target-date funds stratégii 70/10 dosahuje vyššie priemerné konečné úspory o necelých 40 tisíc USD, ale ich štandardnú odchýlku má tiež vyššiu o približne 40 tisíc USD.

Ak sa pozrieme iba na stratégie napojené na vek, tak si môžeme všimnúť, že stratégia 110-Vek dosiahla vždy lepšie výsledky ako stratégia Vek. Stratégie Doba sporenia (1) a Doba sporenia (2) si zas svoje pozície vymenili obdobne ako v našej aplikácii na historických dátach. Pre menej averzných sporiteľov s averziou $\gamma=2$ a $\gamma=3$ dosiahla lepšie výsledky stratégia Doba sporenia (2), teda nárast vystavenia do rizikového aktíva od 0% po 100%. V prípade viac averzných investorov dominovala opačná stratégia Doba sporenia (1), teda pokles od 100% po 0%, ako sme už spomínali vyššie. Stratégia Doba sporenia (2) dokonca pri sporiteľoch s averziou k riziku $\gamma \geq 7$ dosiahla horšie výsledky ako bezriziková stratégia.

Napokon sa pozrieme na zvyšné stratégie.

Stratégia Na hrane zákona (1) nedokázala dostatočne zúžitkovať úspory sporiteľa bez ohľadu na jeho averziu. Pre menej riziko averzných investorov nedosahovala dostatočne vysoké konečné úspory a pre viac riziko averzného investora zas mala vzhľadom na konečné úspory príliš vysokú štandardnú odchýlku. Pre averziu k riziku $\gamma=9$ dosiahla podobne ako Na hrane zákona (2) iba o niečo vyššiu hodnotu parametra CE ako bezriziková stratégia.

Konštantná stratégia 50:50 taktiež nedosiahla pozitívne výsledky. Môžeme sa na to pozerať buď tak, že toto vystavenie bolo buď príliš nízke pre najmenej averzných investorov, alebo naopak príliš vysoké pre najviac averzných investorov, keďže ďalšia konštantná stratégia Samuelson-Merton dosiahla v oboch hraničných prípadoch aspoň o niečo lepšie výsledky. Obe konštantné stratégie však celkovo, až na jeden spomínaný prípad (stratégia Samuelson-Merton pri $\gamma=2$), nedosahovali dobré výsledky vzhľadom na ostatné stratégie. Dôvodom teda môže byť práve to, že žiadnym spôsobom nevyužívali diverzifikáciu v čase.

Tabuľka 3.4: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

Ukazovatele		priemer	IS_0	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	797 660
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	589 968
	S-M	1 102 735	1 118 409	1 087 061	799 692	338 233	586 077	897 985	1 345 959	2 600 690	11 221 551	102 142	752 145
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	542 547
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	642 571
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	584 226
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	523 860
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	616 930
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	636 729
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	543 539
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	498 564
	Č-M	1 264 904	1 285 096	1 244 713	1 030 175	332 899	617 817	986 412	1 547 459	3 148 896	14 644 792	87 654	793 464
	A-N	1 880 237	1 919 098	1 841 377	1 982 657	317 484	716 619	1 304 698	2 300 871	5 411 712	26 326 736	62 686	908 235
$\gamma=3$	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	627 072
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	742 138
	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	635 467
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	557 117
	S-M	736 131	742 328	729 933	316 192	357 149	512 572	675 718	880 718	1 342 656	3 468 204	157 839	580 694
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	521 924
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	595 715
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	545 874
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	507 918
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	546 477
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	592 492
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	525 573
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	488 554
	Č-M	970 699	981 618	959 780	557 097	357 168	589 220	847 451	1 193 514	2 027 271	5 708 073	129 290	647 252
$\gamma=4$	A-N	1 212 765	1 229 038	1 196 492	830 254	358 626	647 503	1 006 370	1 531 585	2 751 599	8 650 340	105 983	684 461
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	563 043
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	641 868
	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	517 893
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	526 957
	S-M	606 687	610 337	603 037	186 237	360 722	472 698	579 667	704 241	955 391	1 925 733	194 910	511 310
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	502 888
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	554 683
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	510 687
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	493 306
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	485 493
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	553 671
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	508 984
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	479 050
$\gamma=5$	Č-M	812 440	819 582	805 299	364 373	367 860	554 743	744 728	984 919	1 504 034	3 337 523	170 570	570 784
	A-N	948 370	958 062	938 678	494 492	371 993	596 121	842 957	1 179 627	1 868 155	4 641 572	153 167	587 143
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	512 201
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	564 392
	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	431 248
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	499 303
	S-M	541 792	544 333	539 251	129 651	361 806	448 321	526 647	614 382	780 377	1 356 301	220 577	474 075
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	485 353
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	518 731
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	478 463
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	479 887
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	433 079
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	519 581
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	493 667
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	470 032
$\gamma=5$	Č-M	718 799	724 040	713 558	267 415	372 151	526 257	677 027	857 570	1 215 221	2 374 314	194 925	525 032
	A-N	808 576	815 335	801 818	344 813	376 163	560 379	746 104	986 692	1 444 968	3 082 471	176 144	532 032
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	471 253
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	503 733

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka 3.4: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

Ukazovatele		priemer	IS_A	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma = 0$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	365 983
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	473 991
	S-M	503 054	504 989	501 119	98 716	361 336	431 939	493 539	560 589	682 175	1 075 694	239 220	450 915
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	469 238
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	487 189
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	449 059
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	467 542
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	388 522
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	489 609
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	497 531
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	461 480
	Č-M	657 431	661 555	653 307	210 409	375 371	503 861	628 998	772 675	1 043 906	1 854 232	212 189	494 562
	A-N	722 366	727 508	717 225	262 325	377 313	532 808	680 868	866 770	1 199 924	2 304 074	189 413	496 862
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	437 836
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	455 479
$\gamma = 1$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	315 784
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	450 856
	S-M	477 385	478 941	475 828	79 422	360 776	420 437	470 855	524 719	619 845	912 700	253 318	435 140
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	454 462
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	459 434
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	422 350
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	456 170
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	350 998
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	463 187
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	466 491
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	453 377
	Č-M	614 149	617 544	610 755	173 191	374 851	487 890	593 328	713 338	928 761	1 538 828	223 388	472 955
	A-N	663 958	668 092	659 825	210 891	377 523	511 628	633 591	784 286	1 044 478	1 855 383	202 281	472 734
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	410 224
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	416 420
$\gamma = 2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	276 721
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	429 726
	S-M	459 151	460 451	457 852	66 312	360 236	411 752	454 460	499 309	577 194	807 540	264 330	423 711
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	440 944
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	434 903
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	398 187
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	445 677
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	319 534
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	439 799
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	454 465
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	445 706
	Č-M	581 981	584 864	579 098	147 090	374 524	474 822	565 517	668 749	846 996	1 338 548	237 433	456 953
	A-N	621 816	625 265	618 367	175 958	376 635	495 505	599 496	725 106	935 542	1 564 884	211 575	455 475
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	387 144
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	384 282
$\gamma = 6$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 347 230	1 370 976	1 323 484	1 211 513	324 731	615 474	1 014 330	1 630 756	3 525 417	19 486 656	82 738	246 235
	50:50	664 756	669 495	660 017	241 774	359 396	491 677	624 406	784 442	1 122 089	2 547 911	176 392	410 419
	S-M	445 543	446 657	444 428	56 855	359 721	405 084	441 920	480 296	546 102	734 605	273 160	415 052
	Moss	588 981	592 453	585 509	177 148	356 118	463 018	561 152	680 234	915 461	1 729 357	240 500	428 598
	110-Vek	757 617	764 185	751 048	335 123	364 888	525 335	692 243	903 310	1 392 084	3 449 314	175 617	413 107
	Vek	671 732	676 908	666 556	264 089	342 929	483 956	624 289	802 168	1 169 855	2 849 044	152 118	376 390
	DS (1)	560 452	563 496	557 409	155 292	362 579	449 674	533 475	638 799	843 814	1 790 674	250 500	435 980
	DS (2)	792 535	800 994	784 077	431 560	309 621	495 255	693 931	976 085	1 602 299	5 141 890	106 176	293 152
	90/40	744 989	751 291	738 687	321 542	366 374	521 222	682 612	886 931	1 356 060	3 233 037	182 435	418 991
	85/15	584 129	587 371	580 887	165 420	369 035	466 096	557 743	669 144	891 489	1 633 536	249 954	443 374
	70/10	520 218	522 394	518 042	111 025	367 397	440 899	505 958	581 544	723 623	1 142 189	270 712	438 450
	Č-M	557 085	559 590	554 579	127 832	374 173	464 025	544 181	633 945	783 690	1 194 610	244 684	444 474
	A-N	589 902	592 857	586 947	150 774	375 686	482 192	572 242	679 659	857 724	1 362 312	220 902	442 259
	NHZ (1)	815 284	825 024	805 544	496 947	323 047	491 033	686 755	983 162	1 718 410	7 101 633	172 740	367 640
	NHZ (2)	1 048 336	1 062 858	1 033 815	740 892	346 475	578 348	855 197	1 270 359	2 431 769	9 400 375	142 707	357 479

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Nakoniec nám ostáva už iba stratégia navrhnutá W. Mossom, ktorá má byť istým vylepšením stratégií 50:50 a 110-Vek. Za daných podmienok naša verzia stratégie Moss nedosahovala pri nižšej averzii k riziku, konkrétne $\gamma \leq 6$, lepšie výsledky ako spomínané dve stratégie. Stratégiu 50:50 jemne prekonala až pri $\gamma = 7$. Dokázala však dosiahnuť výrazne lepšie výsledky ako obe stratégie pri averzii $\gamma = 8$ a $\gamma = 9$. Je teda istým zlepšením týchto stratégií pre viac rizikovo averzných sporiteľov. Stále však dosahuje výrazne horšie výsledky oproti najlepším stratégiám.

Na základe tejto analýzy vieme povedať, že ak dokážeme správne odhadnúť očakávané výnosy aktív a očakávané riziko, tak podľa sporiteľovej averzie k riziku poznáme dve najlepšie stratégie. Pri nízkej averzii k riziku má jasnú prevahu stratégia Ayres-Nalebuff. Táto stratégia je však navyše ešte závislá od úroku za požičanie. V prípade, ak teda sporiteľ nechce alebo nemôže investovať do rizikového aktíva viac ako jeho aktuálne úspory, je najlepšou možnou stratégiou stratégia Černý-Melicherčík. Táto stratégia je takisto najvhodnejšia aj pre sporiteľov s vyššou averziou k riziku.

Priblížením sa k optimálnemu podielu pomocou pôžičky sme teda pri averznejších sporiteľoch nedokázali prekonať stratégiu Černý-Melicherčík. Dôvodom je pravdepodobne práve to, že v prípade obchodovania na úver využívame úrok za požičanie, ktorý je samozrejme vyšší ako bezrizikový úrok, pomocou ktorého je odvodené aproximačné optimálne riešenie (1.14). Zároveň sporitelia s vyššou averziou k riziku by mohli byť citlivejší na odchýlky od optimálneho riešenia, na čo sa okrem iného pozrieme v nasledujúcich simuláciách.

3.3.2 Citlivosť na zmenu výšky výnosu

V tejto časti otestujeme stratégie v situácií, kedy sa nevyvíja rizikové aktívum v čase sporenia podľa našich očakávaní. Konkrétne sa pozrieme, ako ovplyvní výsledok stratégií situácia, kedy simulovaný priemerný výnos rizikového aktíva je nižší ako naše očakávania na začiatku sporenia.

Dáta teda simulujeme tak, že priemerný ročný výnos rizikového aktíva postupne znižujeme o 0,5 p.b., od 6,25% po 4,75%. Ostatné podmienky sú rovnaké ako v predchádzajúcej simulácii, teda riziko simulovaných výnosov ostáva nezmenené. Máme teda nadhodnotené očakávania o priemernej výške výnosu. Stratégie, ktoré sú priamo závislé od očakávaní

o výnosoch budú všeobecne investovať do rizikového aktíva viac ako by bolo za dokonalých podmienok optimálne. V Tabuľke 3.5 preto uvádzame optimálne Samuelson-Mertonove podiely pri očakávaní nižších výnosov. Táto tabuľka nám teda hovorí, ako sa táto hodnota líši vzhľadom na správny a nesprávny odhad očakávaného výnosu. Vidíme, že tieto hodnoty sú si najmenej podobné pri nižšej averzii k riziku. Zároveň ale najviac averzný sporiteľ je najväčšmi citlivý na vyššie výkyvy v takom zmysle, že menšia zmena podielu je už optimálna pre sporiteľa s inou averziou.

Tabuľka 3.5: Hodnoty podielu Samuelsona-Mertona pre rôzne averzie k riziku pri zmene očakávaného výnosu

$\frac{\mu-r}{\gamma\sigma^2}$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$	$\gamma=5$	$\gamma=6$	$\gamma=7$	$\gamma=8$	$\gamma=9$
$\mu=6,75\%, \sigma=15,36\%$	0,86	0,58	0,43	0,35	0,29	0,25	0,22	0,19
$\mu=6,25\%, \sigma=15,36\%$	0,76	0,51	0,38	0,30	0,25	0,22	0,19	0,17
$\mu=5,75\%, \sigma=15,36\%$	0,65	0,44	0,33	0,26	0,22	0,19	0,16	0,15
$\mu=5,25\%, \sigma=15,36\%$	0,55	0,36	0,27	0,22	0,18	0,16	0,14	0,12
$\mu=4,75\%, \sigma=15,36\%$	0,44	0,29	0,22	0,18	0,15	0,13	0,11	0,10

Zároveň pre ostatné stratégie, ktoré nie sú priamo závislé od očakávaných výnosov alebo od averzie k riziku, môžeme vidieť, ako sa mení ich vhodnosť pre jednotlivé averzie pri znižovaní priemerného výnosu rizikového aktíva.

V Tabuľke 3.7 máme základné výsledky tejto analýzy, pričom pre každú stratégiu zobrazujeme iba priemery konečných úspor v USD, ich štandardné odchýlky a hodnoty CE. Podrobnejšie štatistiky koncových úspor jednotlivých stratégií uvádzame v Prílohe B. Takisto sme opäť výsledky vyčíslili ako percentuálny rozdiel v CE medzi jednotlivými stratégiami a bezrizikovou stratégiou vzhľadom na hodnotu CE bezrizikovej stratégie v Tabuľke 3.6. V Tabuľke 3.6 taktiež pre prehľadnosť uvádzame poradie stratégií pri danej simulácii a averzii vzhľadom na parameter CE.

V tabuľkách opäť môžeme vidieť, že pri vyššej averzii k riziku je rozdiel medzi niektorými stratégiami menej výrazný. To isté platí aj pri nižších simulovaných výnosoch.

Pri dátach, ktoré majú iba o 0,5 p. b. nižší priemerný výnos, vidíme veľmi podobný vývoj ako pri dokonalom odhade. Teda pre menej rizikovo averzných sporiteľov je stále najlepšia stratégia Ayres-Nalebuff. Od averzie k riziku $\gamma = 5$ dosahuje porovnateľné výsledky so stratégiou Černý-Melicherčík, ktorá ju napokon predbehne. Táto zmena nastáva skôr ako pri dokonalom odhade.

Zaujímavejšie zmeny nastávajú pri vyššom rozdiel. Pri najvýraznejšom rozdiel medzi očakávaným a simulovaným priemerným výnosom s výnimkou $\gamma = 2$ prebrala líderskú pozíciu niektorá z target-date funds stratégií. Taktiež môžeme medzi týmito stratégiami pozorovať posúvanie štafety s rastúcou averziou. Pri $\gamma = 3$ je najlepšou stratégiou stratégia 90/40, pri $\gamma = 4$ dosahujú takmer rovnaké výsledky stratégie 90/40 a 85/15, pri $\gamma = 5$ je zas na tom najlepšie stratégia 85/15, ktorá opäť pri $\gamma = 6$ má najlepšie výsledky spolu so stratégiou 70/10. Napokon pri vyššej averzii je na čele stratégia 70/10.

Dôležité je však, že tieto stratégie pri základnej simulácii s nezmeneným výnosom nedosahovali najlepšie výsledky. Na prvú pozíciu sa pri menej averzných sporiteľoch dopracovali až zo 6. až 9. pozície, v prípade najaverznejších zo 4. miesta. Teda sa v podstate pre jednotlivé averzie k riziku mení najlepší z target-date stratégií podľa výšky priemerných výnosov.

Podobný vývoj máme aj pre rozdiel medzi očakávaním a simuláciou o 1,5 p. b., pričom najlepšie výsledky dosahujú target-date funds stratégie až od $\gamma = 4$. Pri nižšej averzii ich dokázali prekonať stratégie Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík.

Avšak pri najaverznejšom sporiteľovi stačila iba zmena o 1,0 p. b. a stratégie 85/15, 70/10 a Černý-Melicherčík majú veľmi podobné výsledky. Pri nižšej averzii k riziku si však stratégia Černý-Melicherčík dokázala udržať svoju pozíciu, alebo predbehla stratégiu Ayres-Nalebuff.

Najmenej citlivý sporiteľ na zmenu výnosu, je sporiteľ s averziou k riziku $\gamma = 2$. Stratégia Ayres-Nalebuff je dominantná aj pri rozdiel 1,5 p. b. Jedine v prípade najväčšieho rozdielu dosiahla najlepšie výsledky stratégia Na hrane zákona (2). Následne stratégie Černý-Melicherčík a Samuelson-Merton mali veľmi podobné výsledky.

Stratégia Samuelson-Merton dosahuje relatívne dobré výsledky aj pre averznejších sporiteľov v prípade nižších výnosov. To nám môže naznačiť, že stratégia Samuelson-Merton je naozaj podhodnotená, keďže dosahuje lepšie výsledky, keď investuje do rizikového aktíva viac, ako by bolo pre ňu momentálne optimálne.

Taktiež ešte väčšmi vidno prepojenosť medzi jednotlivými stratégiami. A to medzi 110-Vek a 90/40. Taktiež pri vyššej averzii dosahujú stratégie 85/15, 70/10 a Doba sporenia (1) veľmi podobné výsledky.

Napokon sa pozrieme na zvyšné stratégie.

Tabuľka 3.6: Zmena hodnoty CE vzhľadom na CE bezrizikovej stratégie na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a nižšími priemernými výnosmi

Simulovaný výnos (6,75%)	≡	-0,5 p.b.	-1,0 p.b.	-1,5 p.b.	-2,0 p.b.	≡	-0,5 p.b.	-1,0 p.b.	-1,5 p.b.	-2,0 p.b.
CRRA		$\gamma=2$					$\gamma=3$			
BS	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%
PRS	2	105,21%	2	77,94%	3	57,57%	3	38,53%	4	4
50:50	10	59,36%	10	48,74%	10	39,80%	9	31,14%	8	9
S-M	4	95,99%	4	73,38%	4	55,91%	5	39,44%	3	7
Moss	13	47,75%	13	40,02%	13	32,81%	13	26,12%	13	13
110-Vek	6	71,86%	6	58,25%	6	46,87%	6	36,06%	6	5
Vek	11	57,73%	11	47,02%	11	38,16%	11	29,50%	10	11
DS (1)	14	43,28%	14	36,26%	14	30,05%	14	24,01%	14	14
DS (2)	9	64,59%	9	50,55%	9	39,58%	10	28,69%	11	10
90/40	7	70,51%	7	57,29%	7	46,20%	7	35,66%	7	6
85/15	12	48,21%	12	40,32%	12	33,40%	12	26,71%	12	12
70/10	15	37,17%	15	31,49%	15	26,44%	15	21,47%	15	15
Č-M	3	104,71%	3	78,44%	2	58,42%	2	39,76%	2	2
A-N	1	128,03%	1	89,81%	1	61,76%	1	36,95%	5	1
NHZ (1)	8	67,06%	8	53,20%	8	41,61%	8	30,82%	9	8
NHZ (2)	5	94,19%	5	73,23%	5	56,55%	4	41,07%	1	3
CRRA		$\gamma=4$					$\gamma=5$			
BS	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%	15	0,00%	14	0,00%
PRS	7	35,16%	13	16,75%	15	6,04%	15	-5,72%	16	15
50:50	6	42,74%	6	32,93%	6	25,48%	6	17,69%	5	6
S-M	9	39,34%	7	31,14%	8	24,69%	7	17,98%	4	11
Moss	12	37,08%	11	29,94%	9	23,44%	8	17,38%	7	8
110-Vek	4	48,97%	4	37,14%	4	28,04%	2	18,87%	3	4
Vek	10	38,31%	9	28,35%	11	21,31%	12	13,59%	10	10
DS (1)	13	35,24%	12	28,94%	10	23,19%	9	17,65%	6	9
DS (2)	14	30,30%	15	18,20%	14	10,86%	14	2,10%	14	14
90/40	5	48,87%	5	37,35%	3	28,37%	1	19,38%	1	3
85/15	11	39,09%	8	31,86%	7	25,55%	5	19,37%	2	7
70/10	15	31,97%	14	26,61%	13	21,81%	11	17,08%	9	13
Č-M	2	52,28%	2	38,35%	1	27,93%	3	17,32%	8	2
A-N	1	54,14%	1	38,25%	2	25,93%	4	13,12%	11	1
NHZ (1)	8	37,71%	10	27,29%	12	18,42%	13	10,47%	13	12
NHZ (2)	3	49,00%	3	33,24%	5	22,14%	10	11,17%	12	5
CRRA		$\gamma=6$					$\gamma=7$			
BS	16	0,00%	15	0,00%	14	0,00%	13	0,00%	12	0,00%
PRS	15	-3,87%	16	-17,22%	16	-22,68%	16	-30,86%	16	16
50:50	6	28,59%	6	19,34%	10	13,21%	9	6,41%	8	9
S-M	11	24,60%	10	19,68%	9	15,80%	5	11,63%	4	10
Moss	7	27,73%	8	21,06%	7	15,22%	6	9,86%	6	7
110-Vek	4	30,82%	5	20,18%	8	12,98%	10	5,42%	10	5
Vek	12	21,97%	11	12,64%	11	7,13%	11	0,43%	11	11
DS (1)	8	28,38%	7	22,57%	4	17,31%	4	12,18%	3	6
DS (2)	14	4,68%	14	-5,51%	15	-10,17%	15	-17,37%	15	15
90/40	3	31,61%	3	21,23%	6	14,04%	8	6,55%	7	4
85/15	5	31,15%	4	24,38%	2	18,71%	1	13,00%	2	3
70/10	9	27,23%	9	22,10%	5	17,59%	3	13,07%	1	8
Č-M	2	33,76%	1	24,65%	1	17,65%	2	9,89%	5	1
A-N	1	32,36%	2	23,51%	3	14,87%	7	6,13%	9	2
NHZ (1)	13	18,25%	13	9,81%	12	2,82%	12	-3,33%	13	13
NHZ (2)	10	20,04%	12	7,14%	13	-0,55%	14	-8,08%	14	12
CRRA		$\gamma=8$					$\gamma=9$			
BS	14	0,00%	14	0,00%	11	0,00%	11	0,00%	8	0,00%
PRS	16	-26,05%	16	-36,61%	16	-38,92%	16	-45,73%	16	16
50:50	9	16,44%	9	7,75%	9	2,77%	8	-3,11%	9	10
S-M	10	17,88%	7	14,37%	6	11,61%	5	8,59%	2	8
Moss	6	19,46%	6	13,22%	7	7,88%	7	3,35%	6	6
110-Vek	8	15,96%	10	6,46%	10	0,78%	10	-5,27%	11	9
Vek	11	8,29%	11	-0,35%	12	-4,50%	12	-10,50%	12	11
DS (1)	5	22,40%	4	16,97%	4	12,22%	4	7,43%	4	5
DS (2)	15	-13,71%	15	-22,14%	15	-24,73%	15	-31,47%	15	15
90/40	7	17,38%	8	8,07%	8	2,31%	9	-3,71%	10	7
85/15	3	24,14%	2	17,71%	3	12,66%	2	7,45%	3	2
70/10	4	22,87%	3	17,92%	2	13,72%	1	9,42%	1	4
Č-M	1	24,24%	1	17,94%	1	12,38%	3	6,34%	5	1
A-N	2	22,39%	5	16,07%	5	9,81%	6	2,78%	7	3
NHZ (1)	12	4,40%	12	-2,51%	13	-8,35%	13	-13,40%	13	12
NHZ (2)	13	0,14%	13	-10,77%	14	-16,24%	14	-21,25%	14	13

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Stratégia Moss dokázala pri nižších výnosoch výraznejšie porážať stratégie 110-Vek a 50:50. Tento fakt jasne vidno napríklad pri $\gamma = 8$ a rozdiel 2,0 p. b., kedy ako jediná z týchto troch stratégií dokázala dosiahnuť lepšie výsledky ako bezriziková stratégia.

Stratégia 50:50 si vedie trochu lepšie pri nižších výnosoch ako sú naše základné, najmä pri averzii k riziku $\gamma = 4$.

Rovnako ako pri dokonalej simulácii platí, že stratégie Vek a Doba sporenia (2) nedokázali ani pri nižších výnosoch prekonať zvyšné stratégie. Taktiež stratégia Na hrane zákona (2) pri averzii $\gamma = 2$ a $\gamma = 3$ dosahuje relatívne dobré výsledky bez ohľadu na výšku priemerného výnosu.

Ďalej môžeme pozorovať lepšie postavenie stratégie Doba sporenia (1) pri vyššej averzii a najmä pri najväčšom rozdieli medzi očakávaným a simulovaným výnosom, čiže pri menej výnosnom rizikom aktíve.

Napokon si môžeme všimnúť, že pokles najlepšej z target-date stratégií pri $\gamma \geq 6$ je zhodný s poklesom stratégie Černý-Melicherčík. Ak by sme zaviedli ešte agresívnejšiu target-date funds stratégiu ako 90/40, videli by sme podobný vývoj aj pri nižšej averzii.

Na záver teda môžeme povedať, že najlepšie si vedú opäť stratégie Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík. Citlivejšia na nadhodnotenie očakávaného výnosu je stratégia Ayres-Nalebuff. To je však celkom prirodzené, keďže je táto stratégia viac závislá na vývoji rizikového aktíva ako stratégia Černý-Melicherčík.

Pri najväčšom rozdieli síce dosahujú najlepšie výsledky target-date funds stratégie, ale rozdiel medzi nimi a stratégiou Černý-Melicherčík nie je väčšinou až taký výrazný. Pre target-date stratégie však často platí, že pri rovnakej averzii a vyššom výnose nedosahovali tak dobré výsledky. Teda na základe našej averzie a našich očakávaní ohľadom výšky budúcich výnosov by sme si zvolili agresívnejšiu stratégiu. Vzhľadom na ich podobnú citlivosť na pokles priemerného výnosu so stratégiou Černý-Melicherčík by naša užitočnosť klesla podobne. Pri naplnení našich očakávaní však dosiahneme v prípade stratégie Černý-Melicherčík lepšie výsledky.

Tabuľka 3.7: Základné výsledky stratégií v USD na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a nižšími priemernými výnosmi

Simulovaný výnos (6.75%)		-0,5 p.b.			-1,0 p.b.			-1,5 p.b.			-2,0 p.b.		
Ukazovatele		priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	723 362	1 030 259	882 584	627 228	895 527	762 436	555 423	785 989	653 693	488 303
	50:50	631 468	228 986	561 741	589 014	209 722	524 314	551 781	194 095	492 776	518 454	183 532	462 258
	S-M	1 003 059	733 428	690 863	880 301	612 745	611 138	781 598	537 967	549 584	699 330	476 412	491 528
	Moss	564 218	167 851	520 803	533 962	155 894	493 545	506 004	147 187	468 142	480 379	139 796	444 582
	110-Vek	710 794	311 935	605 811	651 358	275 781	557 830	602 308	253 647	517 697	557 660	233 754	479 590
	Vek	638 138	251 353	555 985	595 624	232 274	518 229	556 913	212 891	487 016	523 749	202 840	456 462
	DS (1)	538 919	146 830	505 042	510 403	132 666	480 319	486 997	127 017	458 425	463 623	119 457	437 138
	DS (2)	743 505	408 002	580 153	682 756	370 980	530 678	626 105	329 977	492 024	581 269	311 333	453 635
	90/40	699 805	299 234	601 040	642 345	264 773	554 453	595 091	244 231	515 331	551 732	225 197	478 186
	85/15	560 067	156 308	522 436	528 604	142 405	494 611	502 247	135 418	470 230	476 648	127 711	446 648
	70/10	503 852	106 044	483 523	482 204	98 582	463 502	463 603	95 006	445 677	445 261	90 895	428 191
	Č-M	1 137 839	935 970	721 599	983 001	768 749	628 988	861 855	673 060	558 437	760 510	585 479	492 661
	A-N	1 645 290	1 755 148	803 798	1 350 653	1 370 642	669 085	1 147 209	1 208 210	570 198	972 494	1 003 718	482 754
	NHZ (1)	756 956	454 446	588 876	682 695	383 717	540 035	629 757	359 835	499 176	575 437	323 208	461 115
	NHZ (2)	954 147	667 605	684 499	838 532	554 146	610 616	751 618	500 051	551 817	672 552	438 481	497 268
$\gamma=3$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	581 160	1 030 259	882 584	503 140	895 527	762 436	451 120	785 989	653 693	398 487
	50:50	631 468	228 986	531 221	589 014	209 722	495 398	551 781	194 095	466 557	518 454	183 532	437 510
	S-M	693 240	297 265	549 855	639 020	267 614	507 007	592 220	244 912	473 442	550 963	228 774	439 636
	Moss	564 218	167 851	501 355	533 962	155 894	475 221	506 004	147 187	451 076	480 379	139 796	428 584
	110-Vek	710 794	311 935	562 984	651 358	275 781	518 550	602 308	253 647	482 571	557 660	233 754	447 397
	Vek	638 138	251 353	520 252	595 624	232 274	483 972	556 913	212 891	456 093	523 749	202 840	427 089
	DS (1)	538 919	146 830	490 286	510 403	132 666	466 931	486 997	127 017	445 842	463 623	119 457	425 480
	DS (2)	743 505	408 002	515 354	682 756	370 980	469 447	626 105	329 977	437 719	581 269	311 333	403 060
	90/40	699 805	299 234	560 594	642 345	264 773	517 400	595 091	244 231	482 113	551 732	225 197	447 733
	85/15	560 067	156 308	505 758	528 604	142 405	479 229	502 247	135 418	455 901	476 648	127 711	433 243
	70/10	503 852	106 044	474 124	482 204	98 582	454 720	463 603	95 006	437 333	445 261	90 895	420 253
	Č-M	895 291	514 521	600 954	799 027	446 037	536 472	722 211	405 282	487 777	653 288	366 783	440 688
	A-N	1 100 473	756 243	625 432	957 310	638 056	543 653	849 122	578 118	483 447	749 620	515 372	424 943
	NHZ (1)	756 956	454 446	531 416	682 695	383 717	489 590	629 757	359 835	453 901	575 437	323 208	421 489
	NHZ (2)	954 147	667 605	595 316	838 532	554 146	532 227	751 618	500 051	484 297	672 552	438 481	438 333
$\gamma=4$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	476 447	1 030 259	882 584	411 530	895 527	762 436	373 767	785 989	653 693	332 328
	50:50	631 468	228 986	503 140	589 014	209 722	468 565	551 781	194 095	442 296	518 454	183 532	414 848
	S-M	580 757	177 608	491 177	547 402	165 118	462 275	517 748	154 364	439 537	490 829	147 541	415 876
	Moss	564 218	167 851	483 193	533 962	155 894	458 030	506 004	147 187	435 130	480 379	139 796	413 752
	110-Vek	710 794	311 935	525 122	651 358	275 781	483 409	602 308	253 647	451 325	557 660	233 754	419 011
	Vek	638 138	251 353	487 527	595 624	232 274	452 442	556 913	212 891	427 626	523 749	202 840	400 388
	DS (1)	538 919	146 830	476 714	510 403	132 666	454 488	486 997	127 017	434 232	463 623	119 457	414 709
	DS (2)	743 505	408 002	459 314	682 756	370 980	416 639	626 105	329 977	390 759	581 269	311 333	359 907
	90/40	699 805	299 234	524 743	642 345	264 773	484 153	595 091	244 231	452 494	551 732	225 197	420 790
	85/15	560 067	156 308	490 270	528 604	142 405	464 790	502 247	135 418	442 556	476 648	127 711	420 773
	70/10	503 852	106 044	465 173	482 204	98 582	446 287	463 603	95 006	429 370	445 261	90 895	412 683
	Č-M	761 042	341 561	536 760	693 511	303 949	487 678	638 574	282 446	450 960	587 493	261 499	413 553
	A-N	878 186	457 539	543 339	787 105	401 168	487 309	715 034	371 519	443 907	646 673	341 209	398 730
	NHZ (1)	756 956	454 446	485 430	682 695	383 717	448 675	629 757	359 835	417 412	575 437	323 208	389 411
	NHZ (2)	954 147	667 605	525 202	838 532	554 146	469 674	751 618	500 051	430 525	672 552	438 481	391 864
$\gamma=5$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	397 998	1 030 259	882 584	343 216	895 527	762 436	315 924	785 989	653 693	282 241
	50:50	631 468	228 986	477 233	589 014	209 722	443 696	551 781	194 095	419 837	518 454	183 532	394 102
	S-M	523 541	124 744	459 243	499 789	118 077	437 536	478 336	111 772	420 429	458 508	108 245	402 278
	Moss	564 218	167 851	466 191	533 962	155 894	441 891	506 004	147 187	420 195	480 379	139 796	400 002
	110-Vek	710 794	311 935	491 405	651 358	275 781	451 911	602 308	253 647	423 374	557 660	233 754	393 900
	Vek	638 138	251 353	457 497	595 624	232 274	423 508	556 913	212 891	401 495	523 749	202 840	376 114
	DS (1)	538 919	146 830	464 171	510 403	132 666	442 889	486 997	127 017	423 491	463 623	119 457	404 725
	DS (2)	743 505	408 002	410 772	682 756	370 980	371 414	626 105	329 977	350 563	581 269	311 333	322 965
	90/40	699 805	299 234	492 730	642 345	264 773	454 255	595 091	244 231	425 928	551 732	225 197	396 878
	85/15	560 067	156 308	475 830	528 604	142 405	451 209	502 247	135 418	430 098	476 648	127 711	409 156
	70/10	503 852	106 044	456 632	482 204	98 582	438 181	463 603	95 006	421 766	445 261	90 895	405 460
	Č-M	680 299	253 050	497 850	628 902	229 030	458 226	586 257	216 073	429 306	545 617	202 956	397 486
	A-N	758 341	322 421	496 569	692 563	289 222	455 502	639 183	272 361	420 375	587 214	254 336	383 843
	NHZ (1)	756 956	454 446	447 952	682 695	383 717	415 044	629 757	359 835	387 456	575 437	323 208	362 962
	NHZ (2)	954 147	667 605	469 019	838 532	554 146	419 100	751 618	500 051	386 750	672 552	438 481	354 541

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka 3.7: Základné výsledky stratégií v USD na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a nižšími priemernými výnosmi

Simulovaný výnos (6.75%)		-0,5 p.b.			-1,0 p.b.			-1,5 p.b.			-2,0 p.b.		
Ukazovatele		priemer	std	C/E	priemer	std	C/E	priemer	std	C/E	priemer	std	C/E
$\gamma = 6$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	338 847	1 030 259	882 584	291 799	895 527	762 436	272 561	785 989	653 693	243 712
	50:50	631 468	228 986	453 267	589 014	209 722	420 682	551 781	194 095	399 056	518 454	183 532	375 079
	S-M	489 081	95 548	439 213	470 746	91 490	421 866	454 025	87 311	408 183	438 381	85 285	393 478
	Moss	564 218	167 851	450 242	533 962	155 894	426 730	506 004	147 187	406 150	480 379	139 796	387 240
	110-Vek	710 794	311 935	461 136	651 358	275 781	423 628	602 308	253 647	398 250	557 660	233 754	371 591
	Vek	638 138	251 353	429 922	595 624	232 274	397 058	556 913	212 891	377 635	523 749	202 840	354 003
	DS (1)	538 919	146 830	452 522	510 403	132 666	432 044	486 997	127 017	413 524	463 623	119 457	395 441
	DS (2)	743 505	408 002	369 001	682 756	370 980	333 068	626 105	329 977	316 657	581 269	311 333	291 281
	90/40	699 805	299 234	463 907	642 345	264 773	427 311	595 091	244 231	401 967	551 732	225 197	375 572
	85/15	560 067	156 308	462 312	528 604	142 405	438 414	502 247	135 418	418 432	476 648	127 711	398 320
	70/10	503 852	106 044	448 466	482 204	98 582	430 383	463 603	95 006	414 497	445 261	90 895	398 564
	Č-M	626 835	200 418	471 496	585 428	183 521	439 396	550 645	175 005	414 717	516 863	166 015	387 349
	A-N	683 599	247 312	466 554	632 329	225 347	435 351	590 143	214 661	404 910	548 412	202 757	374 097
	NHZ (1)	756 956	454 446	416 839	682 695	383 717	387 075	629 757	359 835	362 437	575 437	323 208	340 755
	NHZ (2)	954 147	667 605	423 120	838 532	554 146	377 672	751 618	500 051	350 543	672 552	438 481	324 028
$\gamma = 7$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	294 291	1 030 259	882 584	252 927	895 527	762 436	239 971	785 989	653 693	214 055
	50:50	631 468	228 986	431 052	589 014	209 722	399 418	551 781	194 095	379 873	518 454	183 532	357 602
	S-M	466 108	77 202	425 491	451 221	74 519	411 060	437 555	71 523	399 671	424 657	70 286	387 319
	Moss	564 218	167 851	435 241	533 962	155 894	412 483	506 004	147 187	392 878	480 379	139 796	375 369
	110-Vek	710 794	311 935	433 732	651 358	275 781	398 178	602 308	253 647	375 610	557 660	233 754	351 691
	Vek	638 138	251 353	404 670	595 624	232 274	372 997	556 913	212 891	356 020	523 749	202 840	333 839
	DS (1)	538 919	146 830	441 653	510 403	132 666	421 876	486 997	127 017	404 244	463 623	119 457	386 785
	DS (2)	743 505	408 002	333 611	682 756	370 980	300 974	626 105	329 977	288 481	581 269	311 333	264 272
	90/40	699 805	299 234	437 723	642 345	264 773	402 974	595 091	244 231	380 277	551 732	225 197	356 516
	85/15	560 067	156 308	449 599	528 604	142 405	426 341	502 247	135 418	407 470	476 648	127 711	388 200
	70/10	503 852	106 044	440 640	482 204	98 582	422 875	463 603	95 006	407 538	445 261	90 895	391 978
	Č-M	588 764	165 733	452 388	554 159	153 157	425 977	524 754	147 205	404 179	495 846	140 686	380 178
	A-N	632 562	199 999	446 137	590 616	184 348	420 419	555 847	177 069	394 507	520 933	168 723	367 372
	NHZ (1)	756 956	454 446	390 550	682 695	383 717	363 579	629 757	359 835	341 230	575 437	323 208	321 774
	NHZ (2)	954 147	667 605	384 989	838 532	554 146	343 311	751 618	500 051	320 382	672 552	438 481	298 731
$\gamma = 8$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	260 678	1 030 259	882 584	223 454	895 527	762 436	215 296	785 989	653 693	191 309
	50:50	631 468	228 986	410 452	589 014	209 722	379 810	551 781	194 095	362 244	518 454	183 532	341 537
	S-M	449 719	64 666	415 509	437 208	62 789	403 160	425 668	60 519	393 413	414 706	59 740	382 768
	Moss	564 218	167 851	421 091	533 962	155 894	399 093	506 004	147 187	380 268	480 379	139 796	364 827
	110-Vek	710 794	311 935	408 760	651 358	275 781	375 248	602 308	253 647	355 227	557 660	233 754	333 903
	Vek	638 138	251 353	381 706	595 624	232 274	351 254	556 913	212 891	336 626	523 749	202 840	315 498
	DS (1)	538 919	146 830	431 461	510 403	132 666	412 320	486 997	127 017	395 575	463 623	119 457	378 696
	DS (2)	743 505	408 002	304 163	682 756	370 980	274 460	626 105	329 977	265 316	581 269	311 333	241 529
	90/40	699 805	299 234	413 753	642 345	264 773	380 952	595 091	244 231	360 632	551 732	225 197	339 430
	85/15	560 067	156 308	437 582	528 604	142 405	414 933	502 247	135 418	397 133	476 648	127 711	378 738
	70/10	503 852	106 044	433 122	482 204	98 582	415 643	463 603	95 006	400 865	445 261	90 895	385 687
	Č-M	560 277	141 287	437 921	530 573	131 517	415 745	505 097	127 175	396 124	479 791	122 220	374 829
	A-N	595 398	167 711	431 423	560 029	155 973	409 143	530 453	150 745	387 070	500 425	144 564	362 286
	NHZ (1)	756 956	454 446	368 006	682 695	383 717	343 663	629 757	359 835	323 048	575 437	323 208	305 272
	NHZ (2)	954 147	667 605	352 978	838 532	554 146	314 541	751 618	500 051	295 239	672 552	438 481	277 572
$\gamma = 9$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 204 577	1 101 290	235 093	1 030 259	882 584	200 966	895 527	762 436	196 373	785 989	653 693	173 830
	50:50	631 468	228 986	391 394	589 014	209 722	361 789	551 781	194 095	346 141	518 454	183 532	326 803
	S-M	437 446	55 582	407 924	426 666	54 214	397 136	416 689	52 424	388 618	407 162	51 929	379 268
	Moss	564 218	167 851	407 701	533 962	155 894	386 504	506 004	147 187	368 234	480 379	139 796	353 890
	110-Vek	710 794	311 935	385 959	651 358	275 781	354 601	602 308	253 647	336 948	557 660	233 754	318 011
	Vek	638 138	251 353	361 037	595 624	232 274	331 768	556 913	212 891	319 386	523 749	202 840	298 933
	DS (1)	538 919	146 830	421 857	510 403	132 666	403 321	486 997	127 017	387 451	463 623	119 457	371 117
	DS (2)	743 505	408 002	279 968	682 756	370 980	252 752	626 105	329 977	246 355	581 269	311 333	222 722
	90/40	699 805	299 234	391 726	642 345	264 773	361 023	595 091	244 231	342 888	551 732	225 197	324 109
	85/15	560 067	156 308	426 158	528 604	142 405	404 143	502 247	135 418	387 355	476 648	127 711	369 883
	70/10	503 852	106 044	425 880	482 204	98 582	408 673	463 603	95 006	394 455	445 261	90 895	379 675
	Č-M	538 139	123 165	426 923	512 145	115 319	407 882	489 641	112 041	389 903	467 146	108 175	370 542
	A-N	567 090	144 341	421 108	536 586	135 165	400 889	510 843	131 308	381 405	484 504	126 587	358 637
	NHZ (1)	756 956	454 446	348 464	682 695	383 717	326 638	629 757	359 835	307 330	575 437	323 208	290 707
	NHZ (2)	954 147	667 605	326 011	838 532	554 146	290 338	751 618	500 051	274 309	672 552	438 481	259 788

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

3.3.3 Citlivosť na zmenu výšky rizika

Nakoniec sa pozrieme na koncové úspory jednotlivých stratégií pri vyššom riziku, ako sme očakávali na začiatku sporenia.

Výnosy rizikového aktíva teda simulujeme tak, že ročnú štandardnú odchýlku aktíva, čiže riziko, postupne zvyšujeme o 2,5 p.b., od 15,36% po 25,36%. Ostatné podmienky ostávajú opäť nezmenené ako v predchádzajúcich simuláciách. Priemerný ročný výnos aktíva je stále 6,75%.

V Tabuľke 3.8 opäť na porovnanie uvádzame optimálne Samuelson-Mertonove podiely pri očakávaní vyššieho rizika.

Tabuľka 3.8: Hodnoty podielu Samuelsona-Mertona pre rôzne averzie k riziku pri zmene očakávaného rizika

$\frac{\mu-r}{\gamma\sigma^2}$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$	$\gamma=5$	$\gamma=6$	$\gamma=7$	$\gamma=8$	$\gamma=9$
$\mu=6,75\%, \sigma=15,36\%$	0,86	0,58	0,43	0,35	0,29	0,25	0,22	0,19
$\mu=6,75\%, \sigma=17,86\%$	0,64	0,43	0,32	0,26	0,21	0,18	0,16	0,14
$\mu=6,75\%, \sigma=20,36\%$	0,49	0,33	0,25	0,20	0,16	0,14	0,12	0,11
$\mu=6,75\%, \sigma=22,86\%$	0,39	0,26	0,20	0,16	0,13	0,11	0,10	0,09
$\mu=6,75\%, \sigma=25,36\%$	0,32	0,21	0,16	0,13	0,11	0,09	0,08	0,07

V Tabuľke 3.10 uvádzame pre každú stratégiu len priemery konečných úspor USD, ich štandardné odchýlky a hodnoty CE. Podrobnejšie štatistiky koncových úspor jednotlivých stratégií uvádzame v Prílohe C. Takisto sme výsledky podobne ako v predchádzajúcej časti znázornili ako percentuálny rozdiel v CE medzi jednotlivými stratégiami a bezrizikovou stratégiou vzhľadom na hodnotu CE bezrizikovej stratégie v Tabuľke 3.9.

Môžeme si všimnúť, že v situácii, kedy je simulované riziko vyššie, máme veľmi podobný vývoj ako v prípade nižšieho výnosu.

Pri menšom rozdiel si teda držia svoje pozície stratégie Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík. Podobné výsledky týchto stratégií vidíme už pri $\gamma = 2$ a v prípade vyššej averzie dosahuje už lepšie výsledky stratégia Černý-Melicherčík. Podstatnejší rozdiel je jedine v tom, že pri averzii k riziku $\gamma = 8$ a $\gamma = 9$ dosahuje stratégia Ayres-Nalebuff pri najväčšom rozdiel medzi očakávaním a simuláciou už horšie výsledky ako bezriziková stratégia.

Taktiež opäť vidíme úspešnosť target-date stratégií a ich postupnosť so zvyšovaním averzie k riziku.

Pri najnižšej averzii sa väčšmi do popredia dostáva stratégia Na hrane zákona (2) a pri najvyššej averzii zas stratégia Samuelson-Merton.

Celkovo teda môžeme vidieť tie isté vlastnosti ako v prípade nižšieho výnosu, jedine sú jednotlivé zmeny výraznejšie. Do popredia sa dostávajú obdobné stratégie a naopak stratégie, ktoré sa nedokázali presadiť v predchádzajúcich analýzach, tak neurobili ani v tomto prípade.

Tabuľka 3.9: Zmena hodnoty CE vzhľadom na CE bezrizikovej stratégie na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a vyšším rizikom

Simulované riziko (15,36%)	≡	+2,5 p.b.	+5,0 p.b.	+7,5 p.b.	+10,0 p.b.	≡	+2,5 p.b.	+5,0 p.b.	+7,5 p.b.	+10,0 p.b.
CRRA	$\gamma=2$					$\gamma=3$				
BS	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%
PRS	2	115,38%	3	103,93%	4	87,61%	6	72,97%	7	4
50:50	10	70,50%	10	74,14%	9	75,56%	8	78,31%	6	9
S-M	4	108,62%	4	103,43%	5	93,44%	2	84,58%	4	7
Moss	13	56,87%	13	60,39%	13	62,73%	13	66,23%	11	13
110-Vek	6	85,27%	6	88,61%	6	89,27%	4	91,32%	2	5
Vek	11	67,70%	11	70,08%	11	69,85%	10	70,76%	8	11
DS (1)	14	51,83%	14	55,39%	14	58,13%	14	62,06%	12	14
DS (2)	9	72,90%	9	70,78%	10	64,88%	12	59,83%	13	10
90/40	7	83,80%	7	87,33%	7	88,35%	5	90,79%	3	6
85/15	12	57,88%	12	62,02%	12	65,09%	11	69,48%	9	12
70/10	15	44,66%	15	48,33%	15	51,34%	15	55,46%	15	15
Č-M	3	116,27%	2	106,54%	2	92,41%	3	79,17%	5	2
A-N	1	132,20%	1	108,74%	1	81,67%	7	57,88%	14	1
NHZ (1)	8	76,85%	8	74,64%	8	71,29%	9	68,63%	10	8
NHZ (2)	5	108,19%	5	104,95%	3	98,85%	1	93,35%	1	3
CRRA	$\gamma=4$					$\gamma=5$				
BS	16	0,00%	16	0,00%	16	0,00%	15	0,00%	14	16
PRS	7	23,30%	15	2,23%	15	-11,24%	16	-33,78%	16	15
50:50	6	46,08%	5	42,64%	5	37,97%	7	30,99%	8	6
S-M	9	43,56%	8	42,11%	7	39,35%	4	35,34%	5	11
Moss	12	41,22%	9	39,95%	9	37,78%	8	35,37%	4	8
110-Vek	4	51,64%	3	46,73%	2	40,20%	3	31,37%	7	4
Vek	10	39,71%	11	33,76%	11	27,54%	10	17,51%	10	10
DS (1)	13	39,83%	10	40,07%	8	39,26%	5	38,87%	3	9
DS (2)	14	25,83%	14	11,35%	14	1,39%	14	-16,87%	15	14
90/40	5	51,90%	2	47,59%	1	41,54%	2	33,60%	6	3
85/15	11	44,22%	7	44,45%	4	43,42%	1	42,46%	1	7
70/10	15	36,88%	12	38,15%	10	38,58%	6	39,33%	2	13
Č-M	2	52,49%	1	46,71%	3	36,69%	9	23,47%	9	2
A-N	1	50,63%	4	42,16%	6	26,75%	11	13,27%	11	1
NHZ (1)	8	35,83%	13	28,13%	13	19,72%	13	12,13%	12	12
NHZ (2)	3	45,00%	6	33,56%	12	21,93%	12	6,96%	13	5
CRRA	$\gamma=6$					$\gamma=7$				
BS	16	0,00%	14	0,00%	13	0,00%	12	0,00%	8	14
PRS	15	-18,90%	16	-39,47%	16	-42,94%	16	-67,49%	16	16
50:50	6	26,58%	10	18,86%	10	13,02%	8	-2,06%	10	9
S-M	11	27,06%	8	26,26%	5	24,82%	4	22,06%	4	10
Moss	7	28,23%	7	24,33%	6	19,64%	6	13,55%	5	7
110-Vek	4	27,01%	9	18,98%	9	11,45%	10	-4,32%	11	5
Vek	12	18,12%	11	6,22%	11	0,72%	11	-19,21%	13	11
DS (1)	8	30,05%	3	28,51%	4	25,54%	3	22,86%	3	6
DS (2)	14	-3,96%	15	-26,47%	15	-29,20%	15	-55,18%	15	15
90/40	3	28,33%	6	21,06%	8	13,63%	7	-0,81%	9	4
85/15	5	32,83%	1	30,93%	1	27,47%	2	23,16%	2	3
70/10	9	29,97%	4	29,62%	2	28,20%	1	26,57%	1	8
Č-M	2	32,25%	2	28,54%	3	20,60%	5	9,77%	6	1
A-N	1	29,15%	5	23,73%	7	12,77%	9	3,80%	7	2
NHZ (1)	13	11,62%	12	4,29%	12	-4,89%	13	-12,68%	12	13
NHZ (2)	10	9,23%	13	-1,48%	14	-10,65%	14	-30,57%	14	12
CRRA	$\gamma=8$					$\gamma=9$				
BS	14	0,00%	12	0,00%	10	0,00%	8	0,00%	8	14
PRS	16	-40,18%	16	-58,50%	16	-56,64%	16	-79,61%	16	16
50:50	9	11,05%	8	0,71%	9	-3,28%	9	-25,04%	10	10
S-M	10	19,60%	6	19,06%	5	18,12%	2	16,00%	2	8
Moss	6	17,48%	7	12,19%	7	6,43%	7	-2,36%	8	6
110-Vek	8	8,68%	10	-0,38%	11	-6,09%	11	-26,67%	12	9
Vek	11	1,77%	11	-14,49%	13	-15,79%	12	-42,52%	13	11
DS (1)	5	21,90%	4	19,54%	4	15,16%	4	11,04%	3	5
DS (2)	15	-22,48%	15	-48,51%	15	-44,44%	15	-71,36%	15	15
90/40	7	10,60%	9	2,37%	8	-3,68%	10	-22,75%	9	7
85/15	3	23,18%	2	20,27%	2	15,48%	3	8,58%	4	2
70/10	4	23,79%	1	22,44%	1	19,70%	1	16,17%	1	4
Č-M	1	22,89%	3	19,78%	3	13,17%	5	5,36%	5	1
A-N	2	20,19%	5	14,83%	6	7,69%	6	-1,01%	7	3
NHZ (1)	12	-3,92%	13	-9,71%	12	-18,98%	13	-26,30%	11	12
NHZ (2)	13	-12,57%	14	-21,81%	14	-27,29%	14	-50,43%	14	13

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka 3.10: Základné výsledky stratégií v USD na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a vyšším rizikom

Simulované riziko (15,36%)		+2,5 p.b.			+5,0 p.b.			+7,5 p.b.			+10,0 p.b.		
Ukazovatele		priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	759 218	1 850 183	3 446 353	718 838	2 089 075	3 400 940	661 319	2 546 803	5 931 470	609 717
	50:50	709 720	311 060	601 003	764 039	396 165	613 843	813 026	472 416	618 847	885 793	596 920	628 541
	S-M	1 248 318	1 134 216	735 358	1 435 398	1 810 222	717 072	1 599 811	2 025 545	681 856	1 885 569	3 122 164	650 636
	Moss	619 969	223 347	552 950	659 545	280 953	565 382	694 290	333 752	573 629	745 261	414 020	585 961
	110-Vek	821 617	443 847	653 070	899 448	590 833	664 843	973 065	716 734	667 155	1 084 936	950 421	674 397
	Vek	717 673	339 248	591 139	773 491	433 293	599 513	821 613	513 414	598 701	894 025	646 597	601 910
	DS (1)	588 417	197 429	535 178	620 941	245 962	547 739	653 650	301 142	557 402	699 419	371 552	571 256
	DS (2)	862 119	569 153	609 448	948 791	766 148	601 988	1 019 592	908 520	581 189	1 132 858	1 199 071	563 407
	90/40	806 484	424 868	647 886	881 033	563 350	660 339	952 090	685 131	663 924	1 059 341	904 604	672 512
	85/15	615 580	210 222	556 506	652 616	262 602	571 123	688 674	317 617	581 931	739 772	394 193	597 422
	70/10	541 238	138 288	509 935	565 749	168 697	522 854	589 379	200 345	533 453	622 000	242 200	547 994
	Č-M	1 449 176	1 482 629	762 321	1 686 346	2 478 329	728 049	1 894 670	2 701 122	678 247	2 264 750	4 306 847	631 567
	A-N	2 202 033	2 922 331	818 499	2 606 957	5 570 583	735 795	2 966 484	5 555 865	640 362	3 597 216	9 212 673	556 526
	NHZ (1)	894 913	684 430	623 393	988 496	932 745	615 599	1 086 104	1 230 540	603 772	1 228 454	1 625 425	594 397
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	733 865	1 349 744	1 646 677	722 450	1 507 720	1 928 629	700 939	1 772 811	2 920 964	681 535
$\gamma=3$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	563 635	1 850 183	3 446 353	496 195	2 089 075	3 400 940	433 523	2 546 803	5 931 470	362 725
	50:50	709 720	311 060	555 526	764 039	396 165	554 292	813 026	472 416	546 088	885 793	596 920	536 983
	S-M	794 955	414 108	572 536	866 737	542 171	564 252	931 635	649 719	548 167	1 030 583	845 617	529 307
	Moss	619 969	223 347	524 067	659 545	280 953	526 904	694 290	333 752	526 171	745 261	414 020	526 619
	110-Vek	821 617	443 847	588 946	899 448	590 833	582 958	973 065	716 734	568 890	1 084 936	950 421	553 499
	Vek	717 673	339 248	538 719	773 491	433 293	530 913	821 613	513 414	516 215	894 025	646 597	498 817
	DS (1)	588 417	197 429	512 911	620 941	245 962	518 780	653 650	301 142	521 323	699 419	371 552	526 237
	DS (2)	862 119	569 153	517 495	948 791	766 148	485 201	1 019 592	908 520	449 588	1 132 858	1 199 071	405 724
	90/40	806 484	424 868	587 193	881 033	563 350	582 758	952 090	685 131	570 506	1 059 341	904 604	557 447
	85/15	615 580	210 222	531 281	652 616	262 602	538 080	688 674	317 617	540 712	739 772	394 193	545 415
	70/10	541 238	138 288	495 780	565 749	168 697	504 109	589 379	200 345	509 775	622 000	242 200	517 784
	Č-M	1 073 048	746 628	612 360	1 196 148	1 014 445	582 121	1 312 921	1 227 605	543 214	1 492 870	1 648 757	491 216
	A-N	1 354 676	1 125 338	616 342	1 519 878	1 566 420	572 914	1 683 326	1 871 735	505 899	1 931 376	2 507 773	444 340
	NHZ (1)	894 913	684 430	540 826	988 496	932 745	518 642	1 086 104	1 230 540	494 025	1 228 454	1 625 425	471 507
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	605 308	1 349 744	1 646 677	571 488	1 507 720	1 928 629	533 608	1 772 811	2 920 964	491 829
$\gamma=4$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	434 611	1 850 183	3 446 353	360 338	2 089 075	3 400 940	312 879	2 546 803	5 931 470	233 417
	50:50	709 720	311 060	514 930	764 039	396 165	502 811	813 026	472 416	486 322	885 793	596 920	461 742
	S-M	641 242	236 012	506 043	682 633	294 375	500 937	719 813	348 368	491 209	773 828	429 977	477 056
	Moss	619 969	223 347	497 789	659 545	280 953	493 304	694 290	333 752	485 681	745 261	414 020	477 178
	110-Vek	821 617	443 847	534 509	899 448	590 833	517 220	973 065	716 734	494 193	1 084 936	950 421	463 072
	Vek	717 673	339 248	492 476	773 491	433 293	471 507	821 613	513 414	449 572	894 025	646 597	414 208
	DS (1)	588 417	197 429	492 909	620 941	245 962	493 752	653 650	301 142	490 898	699 419	371 552	489 515
	DS (2)	862 119	569 153	443 537	948 791	766 148	392 484	1 019 592	908 520	357 380	1 132 858	1 199 071	293 024
	90/40	806 484	424 868	535 456	881 033	563 350	520 236	952 090	685 131	498 932	1 059 341	904 604	470 924
	85/15	615 580	210 222	508 365	652 616	262 602	509 194	688 674	317 617	505 562	739 772	394 193	502 171
	70/10	541 238	138 288	482 484	565 749	168 697	486 961	589 379	200 345	488 479	622 000	242 200	491 125
	Č-M	880 087	472 038	537 520	959 658	604 103	517 138	1 035 861	730 798	481 825	1 147 574	925 468	435 229
	A-N	1 034 325	643 199	530 946	1 132 390	823 278	501 114	1 229 776	998 573	446 788	1 371 995	1 261 067	399 268
	NHZ (1)	894 913	684 430	478 786	988 496	932 745	451 635	1 086 104	1 230 540	422 023	1 228 454	1 625 425	395 260
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	511 119	1 349 744	1 646 677	470 801	1 507 720	1 928 629	429 794	1 772 811	2 920 964	377 012
$\gamma=5$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	346 985	1 850 183	3 446 353	272 286	2 089 075	3 400 940	243 881	2 546 803	5 931 470	158 864
	50:50	709 720	311 060	478 640	764 039	396 165	458 057	813 026	472 416	437 686	885 793	596 920	398 630
	S-M	565 717	161 434	470 211	594 086	196 915	466 580	619 405	230 303	459 832	655 227	277 027	448 335
	Moss	619 969	223 347	473 842	659 545	280 953	463 957	694 290	333 752	451 162	745 261	414 020	435 587
	110-Vek	821 617	443 847	487 877	899 448	590 833	463 675	973 065	716 734	437 007	1 084 936	950 421	392 891
	Vek	717 673	339 248	451 857	773 491	433 293	419 697	821 613	513 414	396 625	894 025	646 597	343 476
	DS (1)	588 417	197 429	474 829	620 941	245 962	471 999	653 650	301 142	464 927	699 419	371 552	458 955
	DS (2)	862 119	569 153	384 803	948 791	766 148	318 093	1 019 592	908 520	293 705	1 132 858	1 199 071	212 459
	90/40	806 484	424 868	490 932	881 033	563 350	469 138	952 090	685 131	443 633	1 059 341	904 604	403 443
	85/15	615 580	210 222	487 431	652 616	262 602	483 857	688 674	317 617	475 380	739 772	394 193	465 587
	70/10	541 238	138 288	469 962	565 749	168 697	471 271	589 379	200 345	469 271	622 000	242 200	467 411
	Č-M	768 811	339 696	494 394	826 949	422 022	478 936	882 177	506 349	447 130	961 403	622 997	405 616
	A-N	869 052	438 505	483 088	937 597	541 715	461 114	1 005 051	653 207	415 555	1 101 491	801 542	378 069
	NHZ (1)	894 913	684 430	431 038	988 496	932 745	403 487	1 086 104	1 230 540	371 901	1 228 454	1 625 425	344 158
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	439 976	1 349 744	1 646 677	399 830	1 507 720	1 928 629	361 754	1 772 811	2 920 964	299 945

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hranie zákona

Tabuľka 3.10: Základné výsledky stratégií v USD na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a vyšším rizikom

Simulované riziko (15,36%)		+2,5 p.b.			+5,0 p.b.			+7,5 p.b.			+10,0 p.b.		
Ukazovatele		priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE
$r = 0$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	285 878	1 850 183	3 446 353	213 373	2 089 075	3 400 940	201 130	2 546 803	5 931 470	114 598
	50:50	709 720	311 060	446 200	764 039	396 165	418 964	813 026	472 416	398 379	885 793	596 920	345 248
	S-M	521 177	121 585	447 874	542 528	146 382	445 073	561 491	169 765	439 998	587 868	201 118	430 268
	Moss	619 969	223 347	452 012	659 545	280 953	438 247	694 290	333 752	421 736	745 261	414 020	400 272
	110-Vek	821 617	443 847	447 692	899 448	590 833	419 386	973 065	716 734	392 853	1 084 936	950 421	337 278
	Vek	717 673	339 248	416 368	773 491	433 293	374 405	821 613	513 414	355 046	894 025	646 597	284 792
	DS (1)	588 417	197 429	458 402	620 941	245 962	452 976	653 650	301 142	442 521	699 419	371 552	433 070
	DS (2)	862 119	569 153	338 548	948 791	766 148	259 193	1 019 592	908 520	249 581	1 132 858	1 199 071	157 984
	90/40	806 484	424 868	452 369	881 033	563 350	426 722	952 090	685 131	400 539	1 059 341	904 604	349 637
	85/15	615 580	210 222	468 223	652 616	262 602	461 517	688 674	317 617	449 322	739 772	394 193	434 147
	70/10	541 238	138 288	458 141	565 749	168 697	456 903	589 379	200 345	451 907	622 000	242 200	446 149
	Č-M	696 851	263 602	466 172	742 237	321 731	453 105	785 401	383 065	425 102	846 061	463 144	386 929
	A-N	768 784	329 076	455 252	820 890	398 452	436 145	871 981	477 068	397 519	944 092	575 207	365 881
	NHZ (1)	894 913	684 430	393 464	988 496	932 745	367 608	1 086 104	1 230 540	335 255	1 228 454	1 625 425	307 807
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	385 039	1 349 744	1 646 677	347 282	1 507 720	1 928 629	314 943	1 772 811	2 920 964	244 738
$r = 1$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	242 374	1 850 183	3 446 353	173 547	2 089 075	3 400 940	172 752	2 546 803	5 931 470	88 168
	50:50	709 720	311 060	417 236	764 039	396 165	384 774	813 026	472 416	366 651	885 793	596 920	300 615
	S-M	491 901	97 103	432 635	508 928	115 899	430 362	523 994	133 600	426 338	544 704	156 687	417 885
	Moss	619 969	223 347	432 140	659 545	280 953	415 592	694 290	333 752	396 625	745 261	414 020	370 072
	110-Vek	821 617	443 847	412 991	899 448	590 833	382 328	973 065	716 734	358 362	1 084 936	950 421	293 158
	Vek	717 673	339 248	385 500	773 491	433 293	335 068	821 613	513 414	322 476	894 025	646 597	238 061
	DS (1)	588 417	197 429	443 414	620 941	245 962	436 227	653 650	301 142	423 023	699 419	371 552	410 810
	DS (2)	862 119	569 153	302 125	948 791	766 148	214 365	1 019 592	908 520	218 428	1 132 858	1 199 071	123 155
	90/40	806 484	424 868	418 882	881 033	563 350	391 058	952 090	685 131	366 594	1 059 341	904 604	306 560
	85/15	615 580	210 222	450 536	652 616	262 602	441 688	688 674	317 617	426 728	739 772	394 193	406 781
	70/10	541 238	138 288	446 958	565 749	168 697	443 722	589 379	200 345	436 185	622 000	242 200	426 942
	Č-M	646 569	214 769	446 973	683 770	259 086	435 685	718 955	306 496	409 822	767 991	366 173	374 750
	A-N	701 408	262 073	436 601	743 425	313 062	417 777	784 312	372 460	385 969	841 458	443 906	356 180
	NHZ (1)	894 913	684 430	363 307	988 496	932 745	340 024	1 086 104	1 230 540	307 404	1 228 454	1 625 425	280 724
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	342 061	1 349 744	1 646 677	307 035	1 507 720	1 928 629	281 332	1 772 811	2 920 964	204 318
$r = 2$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	210 860	1 850 183	3 446 353	146 291	2 089 075	3 400 940	152 858	2 546 803	5 931 470	71 878
	50:50	709 720	311 060	391 446	764 039	396 165	354 991	813 026	472 416	340 924	885 793	596 920	264 246
	S-M	471 227	80 646	421 583	485 346	95 663	419 673	497 802	109 777	416 360	514 775	127 831	408 882
	Moss	619 969	223 347	414 102	659 545	280 953	395 470	694 290	333 752	375 150	745 261	414 020	344 162
	110-Vek	821 617	443 847	383 080	899 448	590 833	351 161	973 065	716 734	331 039	1 084 936	950 421	258 484
	Vek	717 673	339 248	358 731	773 491	433 293	301 432	821 613	513 414	296 823	894 025	646 597	202 629
	DS (1)	588 417	197 429	429 693	620 941	245 962	421 382	653 650	301 142	405 936	699 419	371 552	391 420
	DS (2)	862 119	569 153	273 255	948 791	766 148	181 516	1 019 592	908 520	195 840	1 132 858	1 199 071	100 956
	90/40	806 484	424 868	389 844	881 033	563 350	360 854	952 090	685 131	339 513	1 059 341	904 604	272 314
	85/15	615 580	210 222	434 217	652 616	262 602	423 960	688 674	317 617	407 069	739 772	394 193	382 749
	70/10	541 238	138 288	436 366	565 749	168 697	431 597	589 379	200 345	421 932	622 000	242 200	409 483
	Č-M	609 471	181 020	433 178	640 888	216 528	422 209	670 617	254 775	398 904	711 680	301 793	371 379
	A-N	653 089	217 118	423 650	688 212	256 856	404 771	722 253	304 125	379 611	769 539	359 505	348 947
	NHZ (1)	894 913	684 430	338 693	988 496	932 745	318 268	1 086 104	1 230 540	285 585	1 228 454	1 625 425	259 780
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	308 197	1 349 744	1 646 677	275 626	1 507 720	1 928 629	256 295	1 772 811	2 920 964	174 732
$r = 3$	BS	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494	352 494	0	352 494
	PRS	1 562 467	1 796 210	187 611	1 850 183	3 446 353	127 196	2 089 075	3 400 940	138 302	2 546 803	5 931 470	61 296
	50:50	709 720	311 060	368 573	764 039	396 165	329 264	813 026	472 416	319 889	885 793	596 920	235 331
	S-M	455 865	68 868	413 203	467 902	81 315	411 558	478 498	92 988	408 755	492 841	107 706	402 046
	Moss	619 969	223 347	397 795	659 545	280 953	377 450	694 290	333 752	356 731	745 261	414 020	321 940
	110-Vek	821 617	443 847	357 406	899 448	590 833	324 963	973 065	716 734	309 072	1 084 936	950 421	231 433
	Vek	717 673	339 248	335 558	773 491	433 293	273 225	821 613	513 414	276 406	894 025	646 597	176 474
	DS (1)	588 417	197 429	417 098	620 941	245 962	408 141	653 650	301 142	390 882	699 419	371 552	374 349
	DS (2)	862 119	569 153	250 154	948 791	766 148	157 758	1 019 592	908 520	178 988	1 132 858	1 199 071	86 297
	90/40	806 484	424 868	364 762	881 033	563 350	335 233	952 090	685 131	317 615	1 059 341	904 604	245 275
	85/15	615 580	210 222	419 153	652 616	262 602	407 996	688 674	317 617	389 909	739 772	394 193	361 550
	70/10	541 238	138 288	426 325	565 749	168 697	420 409	589 379	200 345	409 001	622 000	242 200	393 539
	Č-M	580 955	156 430	422 405	608 126	185 875	411 364	633 838	217 774	390 528	669 102	256 210	366 610
	A-N	616 683	185 080	413 785	646 851	217 326	397 407	676 077	256 342	374 778	716 255	300 841	342 487
	NHZ (1)	894 913	684 430	318 324	988 496	932 745	300 744	1 086 104	1 230 540	268 071	1 228 454	1 625 425	243 080
	NHZ (2)	1 182 204	1 056 265	281 359	1 349 744	1 646 677	250 866	1 507 720	1 928 629	237 055	1 772 811	2 920 964	153 029

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Kapitola 4

Pákovanie pomocou opcií

V našej práci sme sa museli vysporiadať aj so situáciou, kedy je optimálne do rizikového aktíva investovať viac kapitálu ako máme momentálne k dispozícii. V predchádzajúcich kapitolách sme tento problém vyriešili buď tak, že sme obmedzili naše vystavenie na aktuálnu hodnotu našich úspor alebo sme umožnili požičanie si potrebného kapitálu za úrok za požičanie, r_m .

Existujú však aj iné spôsoby ako dosiahnuť optimálne vystavenie do rizikového aktíva. V tejto kapitole sa pozrieme na jednu takúto možnosť a to konkrétne na nákup kúpnych opcií, ktoré nám umožňujú využitie pákovania.

Najskôr sa pozrieme na samotné opcie a ako nám vzniká páka. Následne naviažeme na diplomovú prácu [5] a odvodíme metódu, ktorá využíva pákovanie. Napokon ju pomocou simulácií otestujeme a porovnáme s ostatnými stratégiami.

4.1 Opcie a páka

V našej práci uvažujeme európske kúpne opcie, ktoré majú maturitu τ a realizačnú cenu (angl. strike price) K .

Hodnota európskej kúpnej opcie v čase maturity je $C(S_\tau, \tau) = C_\tau = \max(S_\tau - K, 0)$. Teoretickú cenu takejto opcie v čase $t \in [0, \tau]$ vieme vypočítať z Black-Scholesovho vzorca

$$C(S_t, t) = \Phi(d_1)S_t - \Phi(d_2)Ke^{-r(\tau-t)}, \quad (4.1)$$

kde Φ je distribučná funkcia štandardného normálneho rozdelenia $\mathcal{N}(0, 1)$, teda

$$\Phi(y) = \int_0^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (4.2)$$

Pričom hodnoty d_1 a d_2 sa rovnajú

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau-t}} \left[\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(\tau-t) \right], \quad (4.3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau-t}. \quad (4.4)$$

Základnou teóriou za vznikom páky je replikačné portfólio. Hodnotu kúpnej opcie totiž dokážeme replikovať pomocou lineárnej kombinácie ceny podkladového aktíva a hodnoty bezrizikové aktíva. Konkrétne máme

$$C_t = \varphi_t S_t + \psi_t S_t^0, \quad (4.5)$$

pričom platí

$$\varphi_t = \Phi(d_1) = \Delta. \quad (4.6)$$

Kde Δ definujeme ako $\Delta = \frac{\partial C}{\partial S}$ a hovorí nám o zmene teoretickej hodnote opcie vzhľadom na zmenu ceny podkladového aktíva. Keďže distribučná funkcia nadobúda hodnoty v intervale $[0, 1]$, tak z toho vyplýva, že

$$0 \leq \varphi_t \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \Delta \leq 1. \quad (4.7)$$

Zároveň platí, že $\psi_t \leq 0$.

Kúpu jednej kúpnej opcie teda vieme replikovať kúpou časti podkladového aktíva a predajom bezrizikového aktíva, čiže požičaním si peňazí za bezrizikové úrokovú mieru, r .

Na základe daných vzorcov si dokážeme odvodiť vznik páky na jednoduchom príklade.

Dňa 14. októbra 2017 mala jedna akcia Microsoftu cenu 77,49 USD. V ten istý deň si bolo možné zakúpiť kúpnu opciu na túto akciu s realizačnou cenou 30 USD a s maturitou 18. januára 2019. Cena tejto opcie bola 46,40 USD [13].

Predpokladáme, že chceme investovať 1 000 USD do akcií Microsoftu. Za našich 1 000 USD sme si teda mohli nakúpiť priamo 12,9 ks akcie. Druhou možnosťou je za-

kúpenie 21,6 ks opcie, čím by sme na základe teórie replikačného portfólia (4.5) získali kontrolu nad (Δ 21,6) ks akcií. Teda pri kúpe opcie môžeme profitovať z o $\frac{\Delta 21,6}{12,9}$ krát viac akcií, ako keby sme priamo zakúpili akcie. Táto hodnota, ktorá nám hovorí o tom, o koľko viac akcií dokážeme nepriamo získať kúpou opcií oproti priamemu nákupu akcií pri investovaní rovnakého množstva kapitálu, sa volá páka a jej hodnotu značíme L .

Veľkosť páky, L , teda vieme vypočítať ako

$$L = \frac{\Delta \frac{úspory_t}{C_t}}{\frac{úspory_t}{S_t}} = \frac{\Delta S_t}{C_t}. \quad (4.8)$$

Nákup opcií nám teda umožňuje nepriamo investovať do akcií až o L krát viac ako keby sme kupovali priamo akcie.

Napokon sa pozrieme na ten istý príklad z iného pohľadu.

Opäť máme dve možnosti, buď zakúpenie akcie alebo zakúpenie opcie. Kúpou opcie jej majiteľ na začiatku ušetrí sumu 31,09 USD. Na konci kontraktu však musí zaplatiť ešte realizačnú cenu 30 USD a taktiež prišiel o dividendy v hodnote $1,68\frac{15}{12} = 2,1$ USD, ktoré by získal vlastnením akcie. Takže na začiatku majiteľ opcie ušetrí 31,09 USD s tým, že na konci kontraktu o 15 mesiacov príde o 32,1 USD. Tento kontrakt nám teda dáva implikovaný úrok 2,59%. Inak povedané, kúpou opcie si akoby zapožičiavame kapitál za úrok 2,59%. Pri porovnaní s priemerným výnosom 10-ročných amerických dlhopisov za posledných desať rokov, 2,37% [1], vidíme, že tento konkrétny kontrakt sa veľmi výrazne nelíši od pôžičky za bezrizikovú úrokovú mieru.

Opcie nám teda umožňujú dosiahnuť vyššie vystavenie do rizikového aktíva bez nutnosti zadĺženia sa a tým nám dávajú možnosť zlepšiť výsledky nášho sporenia.

4.2 Stratégia využívajúca opcie

V Kapitole 1 sme si postupne odvodili optimálnu stratégiu sporenia s postupnými príspevkami. Táto optimálna stratégia, λ_t , nám teda hovorí, ako rozdeliť náš aktuálny majetok medzi jednotlivé rizikové aktíva v čase t , pričom náš majetok je tvorený aktuálnymi úsporami a súčasnou hodnotou budúcich príspevkov. Avšak keďže súčasnú hodnotu budúcich príspevkov nemáme v čase investovania k dispozícii, tak nám môže nastať situácia, kedy je pre sporiteľa optimálne vložiť do rizikového aktíva viac ako sú jeho aktuálne úspory.

Preto sme si pomocou premennej α_t , ktorá nám hovorí o aktuálnom podiele našich úspor z celoživotného množstva majetku, odvodili stratégiu, ktorá obmedzuje náš optimálny podiel vzhľadom na naše aktuálne úspory.

V predchádzajúcej časti sme si však ukázali, že pomocou nákupu opcií dokážeme investovať viac do rizikového aktíva ako pri jeho priamej kúpe. Tento fakt môžeme využiť práve vtedy, keď nedokážeme dosiahnuť optimálne vystavenie v rizikovom aktíve ani keby sme do neho investovali všetky naše aktuálne úspory. Nemusíme teda nutne odvádzať stratégiu, ktorá podiel majetku v rizikovom aktíve obmedzuje, ale môžeme sa pokúsiť dosiahnuť optimálne rozloženie práve nákupom opcií.

Uvažujme teda rovnaký model ako v Kapitole 1 s jedným rizikovým a jedným bezrizikovým aktívom. Navyše predpokladajme existenciu vhodnej kúpnej opcie k rizikovému aktívu.

Z Kapitoly 1 poznáme optimálny podiel investovaný do rizikového aktíva λ_t , vypočítaný zo vzorca (1.12). Potom je naša optimálna investícia do rizikového aktíva rovná hodnote

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t), 0 \leq \lambda_t \leq 1. \quad (4.9)$$

Vyššie popísaný problém teda nastáva, ak platí

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t) > \text{úspory}_t \Leftrightarrow \lambda_t > \alpha_t. \quad (4.10)$$

Na základe replikačného portfólia (4.5) vieme, že kúpou w_1 kusov kúpnej opcie sme si akoby zakúpili Δw_1 kusov podkladového aktíva. Ak by sme teda chceli replikovať optimálne vystavenie do akcií iba pomocou kúpy opcie, tak potom musí platiť

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t) = w_1 \Delta S_t, \quad (4.11)$$

kde w_1 označuje počet kúpnych opcií.

Avšak niekedy nedokážeme replikovať chcené množstvo podkladového aktíva, ani kúpou maximálneho možného počtu kúpnych opcií $\frac{\text{úspory}_t}{C_t}$. V tejto situácii, kedy platí

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t) > \frac{\text{úspory}_t}{C_t} \Delta S_t \Leftrightarrow \frac{\lambda_t}{\alpha_t} > \frac{\Delta S_t}{C_t}, \quad (4.12)$$

sa aspoň snažíme čo najviac priblížiť k optimálnemu vystaveniu a preto investujeme všetko do opcií.

V opačnom prípade by sme zas investovaním všetkých úspor do opcií zreplikovali väčšie množstvo podkladového aktíva ako je optimálne. Zároveň však chceme investovať všetky naše úspory. Preto sa optimálne vystavenie pokúsime dosiahnuť tak, že všetky naše aktuálne úspory rozdelíme medzi kúpnu opciu a podkladové aktívum.

Nech teda w_t^1 označuje optimálny počet kusov opcií a w_t^2 optimálny počet kusov podkladového aktíva v čase t . Základná podmienka je, že investujeme všetko čo máme k dispozícii, nie viac ani menej, teda musí platiť

$$\text{úspory}_t = w_t^1 C_t + w_t^2 S_t. \quad (4.13)$$

K tomu chceme dosiahnuť optimálny podiel majetku, W_t , v rizikovom aktíve. Máme priamo zakúpené podkladové aktívum a nepriamo replikáciou cez opcie, teda potrebujeme, aby w_t^1 a w_t^2 spĺňali rovnosť

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t) = w_t^1 \Delta S_t + w_t^2 S_t. \quad (4.14)$$

Obe rovnice (4.13) a (4.14) si upravíme tak, aby sme nehladali optimálny počet kusov opcií, či akcií, ale optimálne podiely z aktuálnych úspor sporiteľa. Podiel investovaný do opcií si označíme ω_t^1 a podiel investovaný priamo do akcií ω_t^2 .

Dostávame teda systém rovníc

$$1 = \omega_t^1 + \omega_t^2, \quad (4.15)$$

$$\lambda_t = \alpha_t \left(\omega_t^1 \frac{\Delta S_t}{C_t} + \omega_t^2 \right). \quad (4.16)$$

Vidíme, že nám v druhej rovnici (4.16) priamo vystupuje veľkosť páky L , čo nám súhlasí s tým, že investovaním podielu ω_t^1 do opcií, sme nepriamo investovali podiel $\omega_t^1 L$ priamo do akcií.

Vyriešením rovníc (4.15) a (4.16) o dvoch neznámych dostávame hodnoty, ktoré nám hovoria o podiele z úspor investovaných do kúpnych opcií, ω_t^1 , a priamo do akcií, ω_t^2 :

$$\omega_t^1 = \frac{(\alpha_t - \lambda_t) C_t}{\alpha_t (C_t - \Delta S_t)}, \quad (4.17)$$

$$\omega_t^2 = \frac{\lambda_t C_t - \alpha_t \Delta S_t}{\alpha_t (C_t - \Delta S_t)}, \quad (4.18)$$

pričom samozrejme platí, že $\omega_t^2 = 1 - \omega_t^1$.

Napokon ešte skontrolujeme, či tieto hodnoty spĺňajú podmienku $\omega_t^1, \omega_t^2 \in [0, 1]$.

Opcie využívame iba vtedy, ak platí nerovnosť (4.10), z čoho nám vyplýva, že čitateľ ω_t^1 je vždy záporný. Na základe replikačného portfólia kúpnej opcie (4.5) zas dostávame vždy záporný menovateľ. Hodnota ω_t^1 je teda za našich podmienok vždy kladná.

Stačí nám už iba overiť, či platí $\omega_t^1 \leq 1$:

$$\omega_t^1 = \frac{(\alpha_t - \lambda_t)C_t}{\alpha_t(C_t - \Delta S_t)} \leq 1 \quad (4.19)$$

$$(\alpha_t - \lambda_t)C_t \geq \alpha_t(C_t - \Delta S_t) \quad (4.20)$$

$$\lambda_t C_t \leq \alpha_t \Delta S_t \quad (4.21)$$

$$\frac{\lambda_t}{\alpha_t} \leq \frac{\Delta S_t}{C_t} \quad (4.22)$$

Dostávame teda opačnú nerovnosť ako v (4.12), čo súhlasí s tým, že naše aktuálne úspory delíme medzi opcie a akcie.

Ukázali sme, že $\omega_t^1 \in [0, 1]$, z čoho nutne vyplýva, že $\omega_t^2 \in [0, 1]$.

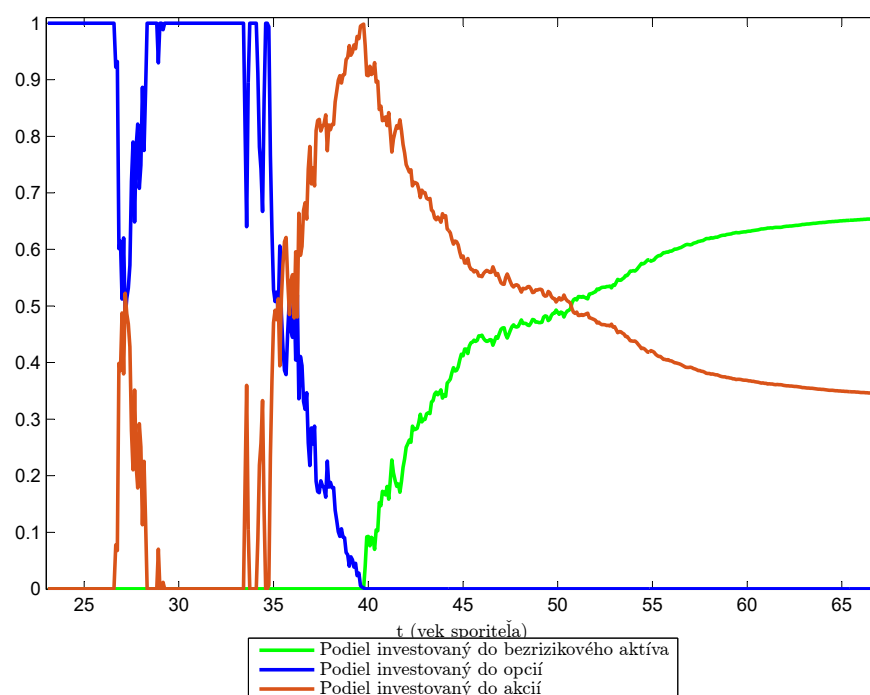
Hodnoty ω_t^1 a ω_t^2 sú teda optimálnymi podielmi z aktuálnych úspor pre investíciu do opcií a akcií v situácii, kedy túto možnosť využívame.

Úplne nakoniec nám ostáva iba posledná alternatíva, keď máme dostatok aktuálnych úspor na ich optimálne rozloženie medzi akcie a bezrizikové aktívum. Vtedy neuvažujeme nad kúpou opcie a do akcií investuje optimálne podiel λ_t z nášho majetku, W_t , čiže

$$\lambda_t \cdot (\text{úspory}_t + PV_t) = \frac{\lambda_t}{\alpha_t} \text{úspory}_t. \quad (4.23)$$

Dostávame teda metódu, pomocou ktorej vieme mať vyššie vystavenie v rizikovom aktíve oproti našim aktuálnym úsporám. Navyše sa týmto spôsobom nezadlžujeme.

Pre vizualizáciu stratégie napokon zobrazujeme na Obrázku 4.1 konkrétny príklad vývoju optimálneho rozdelenia úspor medzi opcie, akcie a bezrizikové aktívum.



Obr. 4.1: Príklad vývoja optimálneho rozdelenia úspor medzi opcie, akcie a bezrizikové aktívum

Nákup opcie nám teda umožňuje kontrolovať väčšie množstvo podkladového aktíva ako by sme si mohli kúpiť priamo. Teda nákupom opcií môžeme dosiahnuť oveľa väčší profit ako pri kúpe akcií. Základom je v podstate to, že cena opcie je oveľa nižšia ako cena akcie, ale stále benefitujeme z rastu ceny akcie.

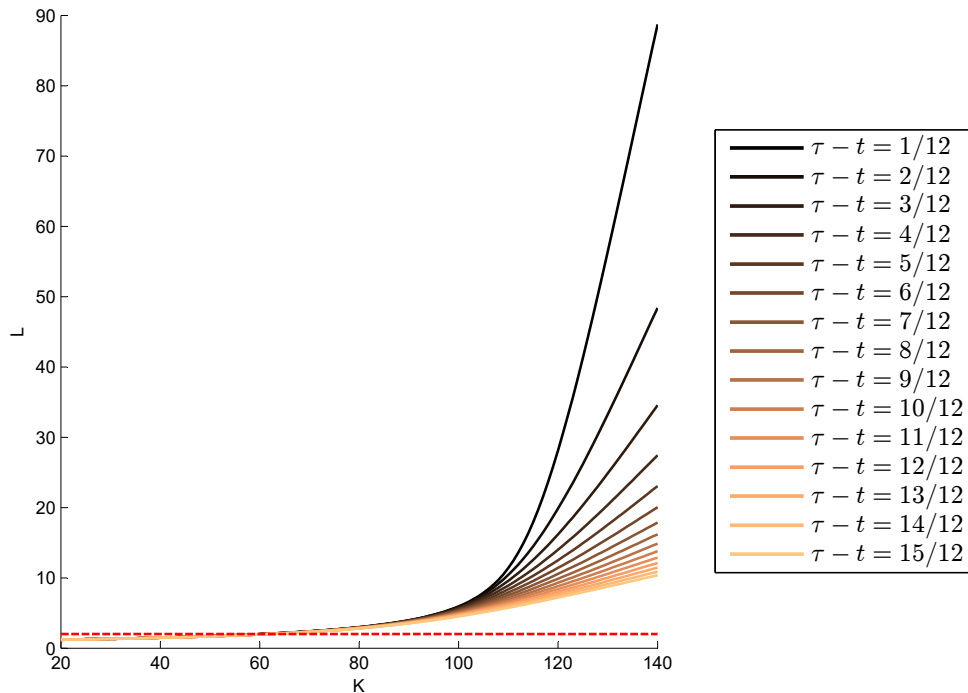
4.3 Výber opcie

Na trhu sú v ideálnom prípade na jedno aktívum vypísané viaceré opcie s rôznou maturitou a realizačnou cenou. Preto sa v tejto časti bližšie pozrieme na to, aké opcie sú vhodné na použitie v našej stratégii.

Investovanie do kúpnych opcií vykonávame s cieľom využitia pákovania. Teda nás zaujíma hodnota páky L , keďže páka pri opciách nám nielen dokáže výrazne zvýšiť profit, ale dokáže aj zvýšiť stratu.

Najskôr sa teda pozrieme ako na páku vplýva zmena maturity, τ , a realizačnej ceny, K . Skúmame vplyv parametrov na vzorovom prípade. Zvolili sme si parametre rizikového aktíva $S = 120$, $r = 2,67\%$ a $\sigma = 15,36\%$.

Na Obrázku 4.2 máme zobrazený vývoj výšky páky L vzhľadom na výšku realizačnej ceny K na x-ovej osi. Jednotlivé krivky od najtmavšej po najsvetlejšiu zas vyjadrujú závislosť vzhľadom na čas do expirácie opcie, $\tau - t$. Najtmavšia krivka predstavuje hodnotu jeden mesiac, najsvetlejšia 15 mesiacov. Zároveň je na grafe zvýraznené, kedy dosahujeme výšku páky $L = 2$, čo odpovedá investovaniu 200% našich aktuálnych úspor do rizikového aktíva. Práve touto hodnotou sme sa totiž obmedzovali v predchádzajúcich kapitolách, ak sme povoľovali zadĺženie.

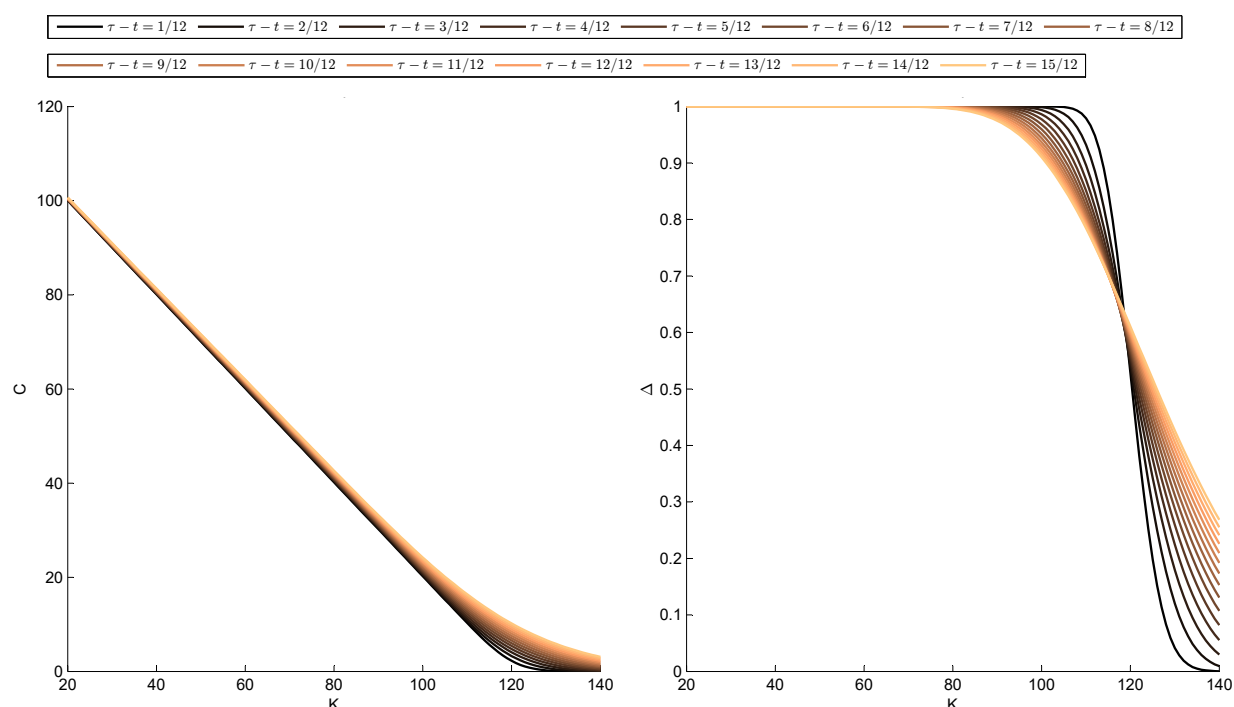


Obr. 4.2: Výška páky L pre rôzny čas do expirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu $K \leq 140$ pri rizikovom aktíve s parametrami $S = 120$, $r = 2,67\%$ a $\sigma = 15,36\%$

Z grafu teda vieme povedať, že čas do expirácie opcie síce výrazne mení veľkosť páky, ale až v prípade vyššej realizačnej ceny opcie. Viditeľný vplyv času do expirácie vidíme približne od hodnoty realizačnej ceny $K = 100$, čo predstavuje 83% z ceny akcie. Následne pozorujeme tým väčší vplyv času do expirácie, čím vyššiu hodnotu realizačnej ceny uvažujeme. Navyše veľkosť páky postupne dosahuje zreteľne vysoké hodnoty. Pre vhodnejšie, čiže nižšie, hodnoty veľkosti páky by sme teda mali voliť tzv. in the money opcie. Teda opcie, ktoré majú priaznivú realizačnú cenu K , čiže majú nižšiu hodnotu realizačnej ceny, K , oproti cene podkladového aktíva.

Dôvodom, prečo nám vzniká taká veľká páka je, že cena opcie sa pri vyššej hodnote K limitne blíži k nule. Ako to vidíme aj na Obrázku 4.3, pri opciách s dlhšou maturitou

dosahujeme nulovú cenu o niečo neskôr, keďže pri dlhšom čase je vyššia šanca, že cena akcie vzrastie dostatočne na to, aby sme z kúpy opcie profitovali.



Obr. 4.3: Cena kúpnej opcie C pre rôzny čas do exspirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu K pri rizikovom aktíve s parametrami $S = 120$, $r = 2,67\%$ a $\sigma = 15,36\%$

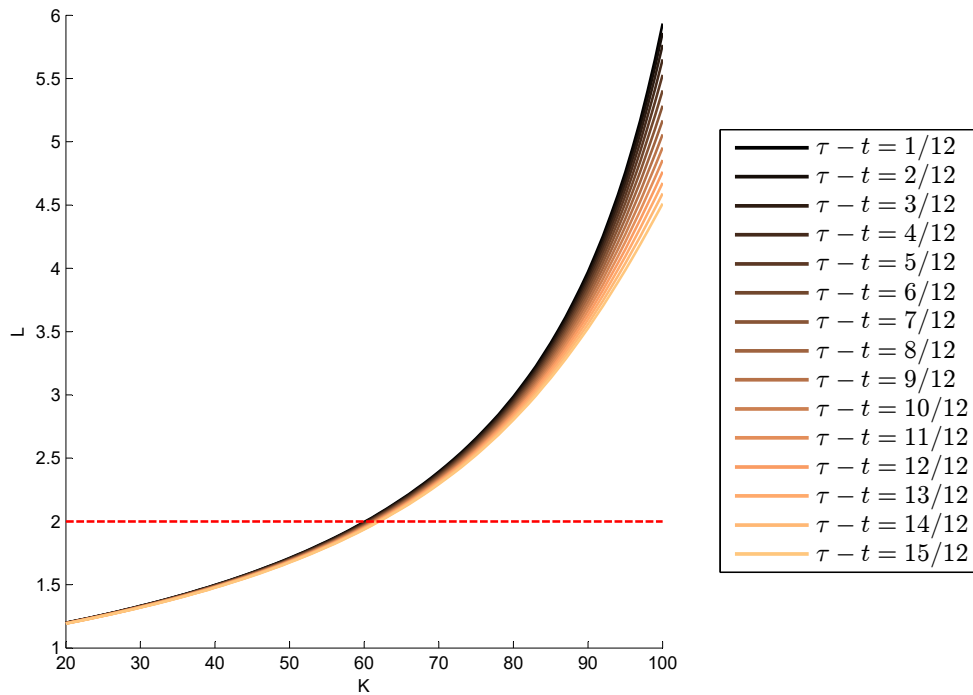
Obr. 4.4: Δ kúpnej opcie pre rôzny čas do exspirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu K pri rizikovom aktíve s parametrami $S = 120$, $r = 2,67\%$ a $\sigma = 15,36\%$

Ďalší dôvod je, že Δ opcie sa takisto pri realizačnej cene K nad 130 postupne približuje k nule, ako to je znázornené na Obrázku 4.4.

Pre našu stratégiu sporenia pomocou opcií teda väčšmi záleží na hodnote realizačnej ceny K ako na maturite opcie τ .

Na Obrázku 4.5 vidíme vývoj páky pre opcie s K nižším ako je 100, teda približne 83% ceny akcie. Z neho nám vyplýva, že ak by sme chceli obmedziť maximálnu veľkosť páky na hodnotu 2, ako v predchádzajúcej kapitole, tak by sme mali voliť opcie, pre ktoré platí $K \leq 0,5S_t$, teda tzv. deep in the money opcie.

Opcie s takouto nízkou realizačnou cenou však nie sú vždy na trhu. Ak ich na trhu máme, tak všeobecne ich k dispozícii nie je veľa a často majú vyšší čas do exspirácie. Z týchto dôvodov teda nemusia byť tou najlepšou možnosťou pre jednoduché a praktické obchodovanie.



Obr. 4.5: Výška páky L pre rôzny čas do expirácie $\tau - t$ a realizačnú cenu $K \leq 100$ pri rizikovom aktíve s parametrami $S = 120$, $r = 2,67\%$ a $\sigma = 15,36\%$

Taktiež nás vyššie hodnoty páky zo začiatku sporenia nemusia príliš trápiť. Naše úspory sú vtedy relatívne nízke vzhľadom na naše celkové úspory za celú dobu sporenia. Preto aj pri vysokej páke nevystavujeme veľké množstvo kapitálu do akcií.

Záleží teda na viacerých faktoroch, ktoré nám ovplyvňujú rozhodnutie vhodného výberu opcie. Na prvom mieste je ponuka samotného trhu. Na druhej strane stojí rozhodnutie sporiteľa o výške páky. Čím vyššia páka, tým sa skôr dokážeme priblížiť k optimálnemu nastaveniu. Horné obmedzenie páky na hodnotu 2 preto nemusí byť najlepšia možnosť. Na druhej strane pri pohľade na páku cez implikovaný úrok kontraktu, obdobne ako v našom príklade v časti 4.1, so zvyšujúcou sa pákou rastie aj tento implikovaný úrok. Ako najlepšie riešenie teda vidíme kompromis medzi jednotlivými faktormi a preto v nasledujúcich simuláciách uvažujeme kúpnu opciu s realizačnou cenou $K = 0,8S_t$ a maturitou opcie $\tau = 6/12$.

4.4 Simulácie

V tejto časti sa pozrieme, aké výsledky dosahuje stratégia využívajúca opcie v porovnaní so stratégiami, ktoré sme uvažovali v predchádzajúcej kapitole. Najviac nás zaujíma, či

vďaka priblíženiu sa k optimálnemu vystaveniu dosahuje stratégia s opciami lepšie výsledky ako stratégie Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff.

4.4.1 Metodológia

Simulujeme výnosy rizikového aktíva obdobne ako v predchádzajúcej kapitole (viď časť 3.3). Používame teda rovnaké konštantné hodnoty premenných r a σ . Navyše si pomocou Black-Scholesovho vzorca (4.1) namodelujeme hodnoty kúpnych opcií. Ako sme už spomínali vyššie, uvažujeme opcie s realizačnou cenou $K = 0,8S_t$ a maturitou opcie $\tau = 6/12$.

Najskôr si vypočítame optimálne λ_t zo vzorca (1.12). Ak platí

$$\lambda_t(úspory_t + PV_t) \leq úspory_t,$$

tak rozdelíme naše úspory medzi rizikové a bezrizikové aktívum. Naše úspory v ďalšom mesiaci budú potom rovné hodnote

$$úspory_{t+\Delta t} = (úspory_t + y_t) \cdot \left(\frac{\lambda_t}{\alpha_t} \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} + \left(1 - \frac{\lambda_t}{\alpha_t}\right) \cdot e^{r\Delta t} \right). \quad (4.24)$$

Ak platí opačná nerovnosť, tak si vypočítame hodnotu kúpnej opcie C_t pomocou Black-Scholesovho vzorca (4.1). Následne ak platí nerovnosť (4.12), tak volíme $\omega_t^1 = 1$ a získavame úspory v ďalšom mesiaci ako

$$úspory_{t+\Delta t} = (úspory_t + y_t) \cdot \frac{C_{t+\Delta t}}{C_t}. \quad (4.25)$$

Ak nerovnosť (4.12) neplatí, tak si vypočítame ω_t^1 pomocou vzorca (4.17). Úspory v ďalšom mesiaci získame pomocou vzorca

$$úspory_{t+\Delta t} = (úspory_t + y_t) \cdot \left(\omega_t^1 \cdot \frac{C_{t+\Delta t}}{C_t} + (1 - \omega_t^1) \cdot \frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \right). \quad (4.26)$$

Nakoniec dodávame, že naše príspevky, y_t , sú rovnaké ako v predchádzajúcich simuláciách. Teda opäť platí, že $\Delta t = \frac{1}{12}$.

4.4.2 Výsledky

Obdobne ako v predchádzajúcej kapitole sa pozrieme na výsledky stratégie s opciami pri naplnení očakávaní ohľadom vývoja rizikového aktíva aj v prípade nadhodnotenia výnosu a podhodnotenia rizika. Na začiatok uvádzame, že stratégiu využívajúcu opcie pre lepšiu prehľadnosť voláme Opcie.

Najskôr si uvedieme samotnú výšku páky pri stratégii Opcie. Naše výsledky sú totiž touto hodnotou ovplyvnené. Uvažujeme opcie s realizačnou cenou $K = 0,8S_t$ a maturitou opcie $\tau = 6/12$. Tým dostávame priemernú výšku páky 4,68.

Výsledky stratégie Opcie spolu s výsledkami stratégií Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík pri tzv. dokonalom odhade uvádzame v Tabuľke 4.1. Histogramy konečných úspor stratégie Opcie sú zobrazené v Prílohe D.

Tabuľka 4.1: Porovnanie stratégie využívajúcej opcie so stratégiami Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma = 2$	Č-M	1 264 904	1 285 096	1 244 713	1 030 175	332 899	617 817	986 412	1 547 459	3 148 896	14 644 792	87 654	793 464
	A-N	1 880 237	1 919 098	1 841 377	1 982 657	317 484	716 619	1 304 698	2 300 871	5 411 712	26 326 736	62 686	908 235
	Opcie	2 463 093	2 522 270	2 403 916	3 019 221	300 250	766 485	1 532 470	3 000 044	7 543 293	42 399 025	41 724	948 687
$\gamma = 3$	Č-M	970 699	981 618	959 780	557 097	357 168	589 220	847 451	1 193 514	2 027 271	5 708 073	129 290	647 252
	A-N	1 212 765	1 229 038	1 196 492	830 254	358 626	647 503	1 006 370	1 531 585	2 751 599	8 650 340	105 983	684 461
	Opcie	1 428 472	1 450 012	1 406 933	1 098 970	352 156	696 226	1 134 527	1 807 917	3 473 898	11 431 401	100 319	693 029
$\gamma = 4$	Č-M	812 440	819 582	805 299	364 373	367 860	554 743	744 728	984 919	1 504 034	3 337 523	170 570	570 784
	A-N	948 370	958 062	938 678	494 492	371 993	596 121	842 957	1 179 627	1 868 155	4 641 572	153 167	587 143
	Opcie	1 065 425	1 077 469	1 053 381	614 476	370 654	635 377	927 386	1 336 145	2 227 268	5 529 753	128 199	587 443
$\gamma = 5$	Č-M	718 799	724 040	713 558	267 415	372 151	526 257	677 027	857 570	1 215 221	2 374 314	194 925	525 032
	A-N	808 576	815 335	801 818	344 813	376 163	560 379	746 104	986 692	1 444 968	3 082 471	176 144	532 032
	Opcie	884 215	892 322	876 107	413 646	375 018	590 847	806 507	1 087 975	1 660 231	3 475 712	152 087	529 215
$\gamma = 6$	Č-M	657 431	661 555	653 307	210 409	375 371	503 861	628 998	772 675	1 043 906	1 854 232	212 189	494 562
	A-N	722 366	727 508	717 225	262 325	377 313	532 808	680 868	866 770	1 199 924	2 304 074	189 413	496 862
	Opcie	776 430	782 460	770 401	307 625	377 995	555 976	726 604	938 598	1 350 991	2 503 472	167 608	492 509
$\gamma = 7$	Č-M	614 149	617 544	610 755	173 191	374 851	487 890	593 328	713 338	928 761	1 538 828	223 388	472 955
	A-N	663 958	668 092	659 825	210 891	377 523	511 628	633 591	784 286	1 044 478	1 855 383	202 281	472 734
	Opcie	705 098	709 863	700 334	243 090	378 146	531 547	670 277	838 716	1 153 728	1 965 320	182 893	468 633
$\gamma = 8$	Č-M	581 981	584 864	579 098	147 090	374 524	474 822	565 517	668 749	846 996	1 338 548	237 433	456 953
	A-N	621 816	625 265	618 367	175 958	376 635	495 505	599 496	725 106	935 542	1 564 884	211 575	455 475
	Opcie	654 467	658 391	650 543	200 216	377 178	511 301	628 349	767 124	1 019 695	1 637 249	207 264	452 697
$\gamma = 9$	Č-M	557 085	559 590	554 579	127 832	374 173	464 025	544 181	633 945	783 690	1 194 610	244 684	444 474
	A-N	589 902	592 857	586 947	150 774	375 686	482 192	572 242	679 659	857 724	1 362 312	220 902	442 259
	Opcie	616 634	619 963	613 305	169 846	376 817	495 801	596 226	714 066	924 393	1 423 347	212 482	439 830

Vysvetlivky: Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, Opcie - stratégia využívajúca opcie

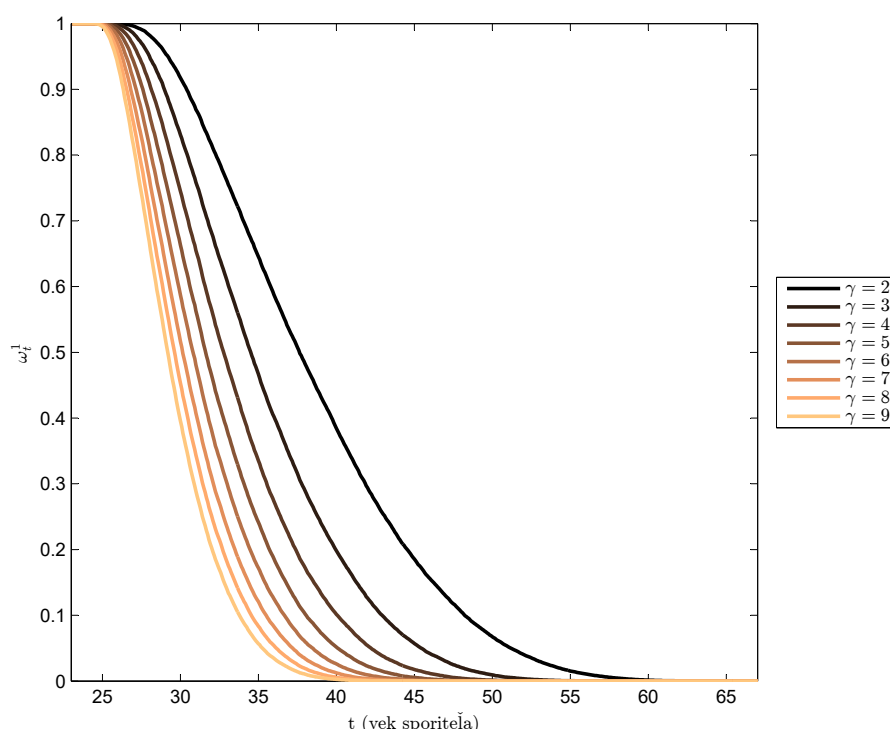
Môžeme si všimnúť, že stratégia Opcie má vždy najvyšší priemer konečných výnosov, ale zároveň aj najvyššiu štandardnú odchýlku, čo je dané najväčším vystavením v rizikovo averzných investorov. V prípade $\gamma = 2$, $\gamma = 3$ a $\gamma = 4$ dokonca porazila aj stra-

tégiu Ayres-Nalebuff. Pri o niečo vyššej averzii, $\gamma = 5$, už dosahuje z pohľadu CE horšie výsledky ako stratégia Ayres-Nalebuff, ale stále je lepšia ako stratégia Černý-Melicherčík.

Pre viac rizikovo averzných sporiteľov má spomedzi týchto troch stratégií už najmenšiu hodnotu CE. Ak sa však pozrieme na výsledky ostatných stratégií v predchádzajúcej kapitole v Tabuľke 3.4, tak vidíme, že sa stratégia Opcie nachádza stále v prvej trojke. Jedine pre $\gamma = 8$ a $\gamma = 9$ ju ešte z pohľadu CE prekonala stratégia 85/15.

V prípade vyššej averzie sa však rozdiel medzi stratégiami Opcie, Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík znižuje.

Napokon na Obrázku 4.6 zobrazujeme postupný priemerný vývoj podielu ω_t^1 pre rôznu averziu k riziku. Vidíme, že plné vystavenie v opciách aplikujeme maximálne do veku 27 rokov, teda v prvých piatich rokoch sporenia. Následne v prípade najnižšej averzie k riziku využívame opcie pri investovaní takmer počas celého obdobia sporenia.



Obr. 4.6: Priemerný vývoj optimálneho vystavenia v opciách pre rôznu hodnotu averzie na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

Taktiež môžeme vidieť, ako sa so zvyšujúcou averziou znižuje rozdiel medzi optimálnymi stratégiami v takom zmysle, že rozdiel medzi priemernými optimálnymi podielmi pre $\gamma = 2$ a $\gamma = 3$ je väčší ako rozdiel medzi priemernými optimálnymi podielmi pri $\gamma = 8$

a $\gamma = 9$. Teda fakt, ktorý pozorujeme aj pri ostatných stratégiách priamo závislých od averzie k riziku.

Výsledky analýzy v prípade nižšieho výnosu spolu s výsledkami stratégií Ayres-Nalebuff a Černý-Melicherčík sú uvedené v Tabuľke 4.2 a v Tabuľke 4.3 sú uvedené percentuálne rozdiely parametra CE vzhľadom na bezrizikovú stratégiu. Obdobne v prípade vyššieho rizika uvádzame základné výsledky v Tabuľke 4.4 a v Tabuľke 4.5. Pričom v tabuľkách s percentuálnym vyjadrením je zobrazená aj pozícia jednotlivých stratégií vzhľadom na všetky stratégie, čiže 16 stratégií uvažovaných v predchádzajúcej kapitole spolu so stratégiou Opcie. Celkové výsledky stratégie Opcie uvádzame v Prílohe D.

Na základe výsledkov vieme povedať, že stratégia Opcie je najviac citlivá na zmenu vývoju rizikového aktíva. Je to celkom prirodzené, keďže využíva najvyššiu páku vo vystavení v rizikovom aktíve.

Taktiež pozorujeme stále rovnaký posun v predávaní pozícií medzi troma uvedenými stratégiami. Teda so zvyšujúcim sa rozdielom a zvyšujúcou sa averziou dosahuje postupne najlepšie výsledky stratégia Černý-Melicherčík, potom stratégia Ayres-Nalebuff a napokon stratégia Opcie.

V podstate je teda stratégia Opcie najvhodnejšia pre najmenej averzných sporiteľov, ktorým ani menšie vychýlenie od očakávaní nespôsobí výrazný pokles vo výsledkoch. Pri viac averzných sporiteľoch však už jemné zmeny spôsobia výraznejší rozdiel. Preto napríklad v prípade averzie k riziku $\gamma = 4$ nemusí byť stratégia Opcie najlepšou možnosťou, aj napriek tomu, že pri dokonalej simulácii dosahuje najlepšie výsledky. Teda pri využití stratégie Opcie musíme dávať ešte väčší dôraz na odhad parametrov. Zároveň ani najlepší odhad nie je predpovedanie budúcnosti, preto si spolu s benefitmi tejto stratégie musíme byť vedomí aj jej citlivosti na presnosť očakávaných hodnôt.

Tabuľka 4.2: Základné výsledky stratégie využívajúcej opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff v USD na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a nižšími priemernými výnosmi

Simulovaný výnos (6,75%)		-0,5 p.b.			-1,0 p.b.			-1,5 p.b.			-2,0 p.b.		
Ukazovatele		priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE
$\gamma=2$	Č-M	1 137 839	935 970	721 599	983 001	768 749	628 988	861 855	673 060	558 437	760 510	585 479	492 661
	A-N	1 645 290	1 755 148	803 798	1 350 653	1 370 642	669 085	1 147 209	1 208 210	570 198	972 494	1 003 718	482 754
	Opcie	2 098 224	2 549 533	829 619	1 680 034	1 972 797	669 225	1 402 783	1 736 533	558 312	1 161 516	1 460 910	459 162
$\gamma=3$	Č-M	895 291	514 521	600 954	799 027	446 037	536 472	722 211	405 282	487 777	653 288	366 783	440 688
	A-N	1 100 473	756 243	625 432	957 310	638 056	543 653	849 122	578 118	483 447	749 620	515 372	424 943
	Opcie	1 277 721	975 175	623 619	1 094 685	822 789	536 038	961 199	744 968	469 974	835 969	665 776	406 018
$\gamma=4$	Č-M	761 042	341 561	536 760	693 511	303 949	487 678	638 574	282 446	450 960	587 493	261 499	413 553
	A-N	878 186	457 539	543 339	787 105	401 168	487 309	715 034	371 519	443 907	646 673	341 209	398 730
	Opcie	976 332	559 722	536 722	866 056	491 641	477 717	780 964	455 565	430 541	698 674	417 415	382 275
$\gamma=5$	Č-M	680 299	253 050	497 850	628 902	229 030	458 226	586 257	216 073	429 306	545 617	202 956	397 486
	A-N	758 341	322 421	496 569	692 563	289 222	455 502	639 183	272 361	420 375	587 214	254 336	383 843
	Opcie	822 627	382 547	488 210	745 286	344 410	445 840	683 942	324 099	406 350	622 979	301 581	369 105
$\gamma=6$	Č-M	626 835	200 418	471 496	585 428	183 521	439 396	550 645	175 005	414 717	516 863	166 015	387 349
	A-N	683 599	247 312	466 554	632 329	225 347	435 351	590 143	214 661	404 910	548 412	202 757	374 097
	Opcie	729 900	287 330	459 573	670 648	262 968	425 363	623 069	250 134	393 122	574 754	235 557	360 803
$\gamma=7$	Č-M	588 764	165 733	452 388	554 159	153 157	425 977	524 754	147 205	404 179	495 846	140 686	380 178
	A-N	632 562	199 999	446 137	590 616	184 348	420 419	555 847	177 069	394 507	520 933	168 723	367 372
	Opcie	667 803	228 976	438 884	620 045	212 007	410 352	581 444	203 206	384 089	541 456	193 055	356 128
$\gamma=8$	Č-M	560 277	141 287	437 921	530 573	131 517	415 745	505 097	127 175	396 124	479 791	122 220	374 829
	A-N	595 398	167 711	431 423	560 029	155 973	409 143	530 453	150 745	387 070	500 425	144 564	362 286
	Opcie	623 360	189 861	426 585	583 532	177 326	400 096	551 026	170 947	377 984	517 076	163 552	352 353
$\gamma=9$	Č-M	538 139	123 165	426 923	512 145	115 319	407 882	489 641	112 041	389 903	467 146	108 175	370 542
	A-N	567 090	144 341	421 108	536 586	135 165	400 889	510 843	131 308	381 405	484 504	126 587	358 637
	Opcie	590 027	162 004	416 612	555 829	152 284	393 598	527 831	147 459	372 938	498 359	141 903	348 258

Vysvetlivky: Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, Opcie - stratégia využívajúca opcie

Tabuľka 4.3: Zmena hodnoty CE vzhľadom na CE bezrizikovej stratégie pre stratégiu využívajúcu opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a nižšími priemernými výnosmi

Simulovaný výnos výnos (6,75%)	≡ -0,5 p.b. -1,0 p.b. -1,5 p.b. -2,0 p.b.									≡ -0,5 p.b. -1,0 p.b. -1,5 p.b. -2,0 p.b.								
CRRA	γ=2									γ=3								
Č-M	4	104,71%	4	78,44%	3	58,42%	2	39,76%	2	3	70,49%	3	52,19%	2	38,38%	1	25,02%	3
A-N	2	128,03%	2	89,81%	2	6,76%	1	36,95%	5	2	77,43%	1	54,23%	1	37,15%	3	20,55%	11
Opcie	1	135,36%	1	89,85%	1	58,39%	3	30,26%	10	1	76,92%	2	52,07%	3	33,33%	7	15,18%	14
CRRA	γ=4									γ=5								
Č-M	3	52,28%	2	38,35%	1	27,93%	3	17,32%	8	3	41,24%	1	30,00%	1	21,79%	2	12,76%	6
A-N	2	54,14%	1	38,25%	2	25,93%	4	13,12%	11	1	40,87%	2	29,22%	2	19,26%	8	8,89%	10
Opcie	1	52,26%	3	35,52%	5	22,14%	10	8,45%	14	2	38,50%	5	26,48%	6	15,28%	11	4,71%	12
CRRA	γ=6									γ=7								
Č-M	2	33,76%	1	24,65%	1	17,65%	2	9,89%	5	1	28,34%	1	20,85%	2	14,66%	4	7,85%	5
A-N	1	32,36%	2	23,51%	3	14,87%	7	6,13%	9	2	26,57%	3	19,27%	5	11,92%	6	4,22%	7
Opcie	3	30,38%	6	20,67%	8	11,53%	11	2,36%	11	3	24,51%	6	16,41%	8	8,96%	8	1,03%	10
CRRA	γ=8									γ=9								
Č-M	1	24,24%	1	17,94%	1	12,38%	3	6,34%	5	1	21,12%	1	15,71%	2	10,61%	2	5,12%	4
A-N	2	22,39%	5	16,07%	5	9,81%	6	2,78%	7	3	19,47%	5	13,73%	5	8,20%	6	1,74%	6
Opcie	4	21,02%	6	13,50%	7	7,23%	8	-0,04%	9	4	18,19%	6	11,66%	7	5,80%	7	-1,20%	9

Vysvetlivky: Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, Opcie - stratégia využívajúca opcie

Tabuľka 4.4: Základné výsledky stratégie využívajúcej opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff v USD na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a vyšším rizikom

Simulované riziko (15,36%)		+2,5 p.b.			+5,0 p.b.			+7,5 p.b.			+10,0 p.b.		
Ukazovatele		priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE	priemer	std	CE
$\gamma=2$	Č-M	1 449 176	1 482 629	762 321	1 686 346	2 478 329	728 049	1 894 670	2 701 122	678 247	2 264 750	4 306 847	631 567
	A-N	2 202 033	2 922 331	818 499	2 606 957	5 570 583	735 795	2 966 484	5 555 865	640 362	3 597 216	9 212 673	556 526
	Opcie	2 902 924	4 435 702	822 735	3 431 642	8 663 126	732 345	3 981 284	8 819 027	624 623	4 922 124	13 953 802	539 403
$\gamma=3$	Č-M	1 073 048	746 628	612 360	1 196 148	1 014 445	582 121	1 312 921	1 227 605	543 214	1 492 870	1 648 757	491 216
	A-N	1 354 676	1 125 338	616 342	1 519 878	1 566 420	572 914	1 683 326	1 871 735	505 899	1 931 376	2 507 773	444 340
	Opcie	1 604 640	1 491 640	604 271	1 802 315	2 017 801	559 311	2 017 684	2 492 450	487 690	2 347 552	3 291 495	438 062
$\gamma=4$	Č-M	880 087	472 038	537 520	959 658	604 103	517 138	1 035 861	730 798	481 825	1 147 574	925 468	435 229
	A-N	1 034 325	643 199	530 946	1 132 390	823 278	501 114	1 229 776	998 573	446 788	1 371 995	1 261 067	399 268
	Opcie	1 167 299	801 013	514 254	1 281 118	1 003 032	484 759	1 403 996	1 243 783	434 150	1 579 598	1 555 993	392 103
$\gamma=5$	Č-M	768 811	339 696	494 394	826 949	422 022	478 936	882 177	506 349	447 130	961 403	622 997	405 616
	A-N	869 052	438 505	483 088	937 597	541 715	461 114	1 005 051	653 207	415 555	1 101 491	801 542	378 069
	Opcie	953 990	526 956	471 846	1 032 011	638 788	446 798	1 115 732	784 097	402 961	1 229 097	951 210	360 568
$\gamma=6$	Č-M	696 851	263 602	466 172	742 237	321 731	453 105	785 401	383 065	425 102	846 061	463 144	386 929
	A-N	768 784	329 076	455 252	820 890	398 452	436 145	871 981	477 068	397 519	944 092	575 207	365 881
	Opcie	828 895	386 058	444 248	887 689	459 603	423 161	950 159	558 640	388 561	1 032 783	666 725	351 305
$\gamma=7$	Č-M	646 569	214 769	446 973	683 770	259 086	435 685	718 955	306 496	409 822	767 991	366 173	374 750
	A-N	701 408	262 073	436 601	743 425	313 062	417 777	784 312	372 460	385 969	841 458	443 906	356 180
	Opcie	746 703	302 150	429 284	793 913	355 538	403 446	842 909	427 925	381 691	907 830	505 788	342 309
$\gamma=8$	Č-M	609 471	181 020	433 178	640 888	216 528	422 209	670 617	254 775	398 904	711 680	301 793	371 379
	A-N	653 089	217 118	423 650	688 212	256 856	404 771	722 253	304 125	379 611	769 539	359 505	348 947
	Opcie	688 825	247 130	416 934	728 096	288 538	395 177	768 388	344 602	374 341	821 934	404 267	344 326
$\gamma=9$	Č-M	580 955	156 430	422 405	608 126	185 875	411 364	633 838	217 774	390 528	669 102	256 210	366 610
	A-N	616 683	185 080	413 785	646 851	217 326	397 407	676 077	256 342	374 778	716 255	300 841	342 487
	Opcie	645 795	208 580	408 071	679 392	242 124	391 932	713 493	287 300	369 943	758 846	334 933	340 115

Vysvetlivky: Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, Opcie - stratégia využívajúca opcie

Tabuľka 4.5: Zmena hodnoty CE vzhľadom na CE bezrizikovej stratégie pre stratégiu využívajúcu opcie spolu so stratégiami Černý-Melicherčík a Ayres-Nalebuff na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a vyšším rizikom

Simulované riziko (15,26%)	≡									≡														
	+2,5 p.b.			+5,0 p.b.			+7,5 p.b.			+10,0 p.b.			+2,5 p.b.			+5,0 p.b.			+7,5 p.b.			+10,0 p.b.		
CRRA	γ=2									γ=3														
Č-M	4	116,27%	3	106,54%	3	92,41%	3	79,17%	5	3	73,72%	2	65,14%	3	54,11%	5	39,35%	11						
A-N	2	132,20%	2	108,74%	1	81,67%	7	57,88%	14	2	74,85%	1	62,53%	4	43,52%	12	26,06%	13						
Opcie	1	133,40%	1	107,76%	2	77,20%	8	53,02%	16	1	71,43%	4	58,67%	7	38,35%	14	24,27%	14						
CRRA	γ=4									γ=5														
Č-M	3	52,49%	1	46,71%	3	36,69%	9	23,47%	9	3	40,26%	1	35,87%	2	26,85%	6	15,07%	6						
A-N	2	50,63%	4	42,16%	6	26,75%	11	13,27%	11	1	37,05%	5	30,81%	9	17,89%	10	7,26%	10						
Opcie	1	45,89%	6	37,52%	11	23,17%	12	11,24%	13	2	33,86%	9	26,75%	11	14,32%	11	2,29%	11						
CRRA	γ=6									γ=7														
Č-M	2	32,25%	2	28,54%	3	20,60%	5	9,77%	6	1	26,80%	2	23,60%	4	16,26%	5	6,31%	5						
A-N	1	29,15%	5	23,73%	7	12,77%	9	3,80%	7	2	23,86%	5	18,52%	6	9,50%	7	1,05%	7						
Opcie	3	26,03%	11	20,05%	9	10,23%	11	-0,34%	9	3	21,78%	8	14,45%	8	8,28%	8	-2,89%	9						
CRRA	γ=8									γ=9														
Č-M	1	22,89%	3	19,78%	3	13,17%	5	5,36%	5	1	19,83%	2	16,70%	3	10,79%	4	4,00%	4						
A-N	2	20,19%	5	14,83%	6	7,69%	6	-1,01%	7	3	17,39%	5	12,74%	6	6,32%	6	-2,84%	7						
Opcie	4	18,28%	7	12,11%	8	6,20%	8	-2,32%	8	4	15,77%	7	11,19%	7	4,95%	7	-3,51%	8						

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, Opcie - stratégia využívajúca opcie

Záver

Cieľom našej diplomovej práce bolo skonštruovať viaceré stratégie sporenia v rámci teórie celoživotného cyklu, pričom sme uvažovali rôzne realistické alternatívy ku základnej stratégii Samuelsona a Mertona.

Najskôr sme si zadefinovali náš problém a odvodili stratégie priamo vychádzajúce z matematickej a ekonomickej teórie. V ďalšej kapitole sme pridali ďalšie alternatívne stratégie, ktoré nie sú nutne odvodené z nášho matematického modelu, a podrobnejšie sme ich popísali. Následne sme tieto stratégie otestovali najskôr na historických dátach a neskôr pomocou simulácií.

Skúmali sme, aké konečné úspory a ich užitočnosť by sporitelia dosiahli, keby sa na základe vybraných stratégií rozhodovali medzi investovaním svojich úspor do indexu S&P 500 alebo americkým vládny dlhopisom. Napriek tomu, že sú výsledky našej aplikácie obmedzené viacerými faktormi, naznačujú, že diverzifikácia sporenia v čase zvyšuje sporiteľovu užitočnosť z konečných úspor. Bez ohľadu na averziu k riziku totiž dosiahli najlepšie výsledky nekonštantné stratégie.

Simulácie nám však ponúkajú rozsiahlejšie a štatisticky významnejšie výsledky. Pomocou nich sme zistili, že pri dostatočne dobrom odhade budúceho vývoja rizikového aktíva dosahuje najlepšie výsledky v prípade menej averzného sporiteľa stratégia Ayres-Nalebuff. Teda stratégia, ktorá pripúšťa možnosť obchodovania na úver. Pre sporiteľov s vyššou averziou k riziku, konkrétne $\gamma \geq 7$, dosahuje najlepšie výsledky stratégia Černý-Melicherčík. Ak však nechceme alebo si nemôžeme požičať pre priblíženie sa k optimálnemu vystaveniu, tak v tom prípade je stratégia Černý-Melicherčík najlepšou možnosťou ako zúžitkovať úspory bez ohľadu na averziu sporiteľa voči riziku.

V prípade horšieho vývoja rizikového aktíva sme pozorovali, že stratégia Ayres-Nalebuff je viac citlivá na nadhodnotenie výnosu aj podhodnotenie rizika. Stále však spolu so stra-

tégiou Černý-Melicherčík dosahuje relatívne dobré výsledky. Pri výraznejšom rozdiel medzi očakávaním a simuláciou ale najlepšie dopadli target-date funds stratégie. Avšak tieto stratégie nedokázali pri základnej simulácii dosiahnuť tak kvalitné umiestnenie. Zároveň je v prípade target-date funds stratégií problematické povedať, ktorá z nich je pre investora s konkrétnou averziou k riziku najvhodnejšia pri danom vývoji aktív bez toho, aby sme tieto stratégie neotestovali. Taktiež ich citlivosť na zmeny je podobná ako pri stratégií Černý-Melicherčík, ktorá naopak plne reaguje aj na sporiteľovu averziu aj na vývoj trhu.

V poslednej časti sme odvodili stratégiu, ktorá na dosiahnutie optimálneho vystavenia v rizikovitom aktíve využíva opcie. Následne sme s využitím kúpnych opcií s realizačnou cenou rovnou 80% z ceny podkladového aktíva a s polročnou expiráciou porovnali túto stratégiu s ostatnými stratégiami. Táto stratégia dosiahla najlepšie výsledky pre sporiteľov s averziou $\gamma \leq 4$. Pri vyššej averzii ju postupne prekonalí stratégie Ayres-Nalebuff, Černý-Melicherčík a napokon pri najavrznejších sporiteľoch aj stratégia 85/15. Táto stratégia je zároveň najcitlivejšia na zmeny v rizikovitom aktíve zo všetkých najlepších stratégií.

Z výsledkov našej práce teda vyplýva, že v prípade, ak neuvažujeme zadĺženie alebo pákovanie pomocou opcií, tak jednoznačne najlepšie výsledky dosahuje stratégia navrhnutá Černým a Melicherčíkom. V prípade, ak povolíme maximálne zadĺženie v pomere 2:1, dosahuje pre sporiteľov s $\gamma \leq 6$ najlepšie výsledky stratégia od Ayresa a Nalebuffa. Najmenej averzní sporitelia s $\gamma \leq 4$ dokážu ešte viac maximalizovať užitočnosť svojich konečných úspor využitím stratégie s opciami. Pre viac averzných sporiteľov priblíženie sa k optimálnemu podielu, buď pomocou obchodovania na úver alebo využitím opcií, neviedlo k lepšiemu výsledku. Zároveň pre plné využitie potenciálu týchto stratégií je potrebné dostatočne dobre odhadnúť vývoj aktív v čase sporenia.

Na záver dodávame, že v našej práci skúmame iba citlivosť stratégií na zmenu vývoja rizikového aktíva. Preto ako možné rozšírenie našej práce považujeme práve analýzu vplyvu iných faktorov, napríklad úrokov alebo príspevkov. Zároveň by naše najlepšie stratégie mohli dosiahnuť pri priebežnom zohľadňovaní vývoju aktív v období sporenia potenciálne ešte lepšie výsledky.

Prínosom našej práce je teda testovanie rôznych stratégií pri dlhodobom sporení pre sporiteľov s rôznym postojom k riziku. Zároveň sme stratégiu navrhnutú Ayresom

a Nalebuffom presne zdefinovali v rámci teórie celoživotného cyklu a otestovali sme vplyv pákovania na sporenie s postupnými príspevkami.

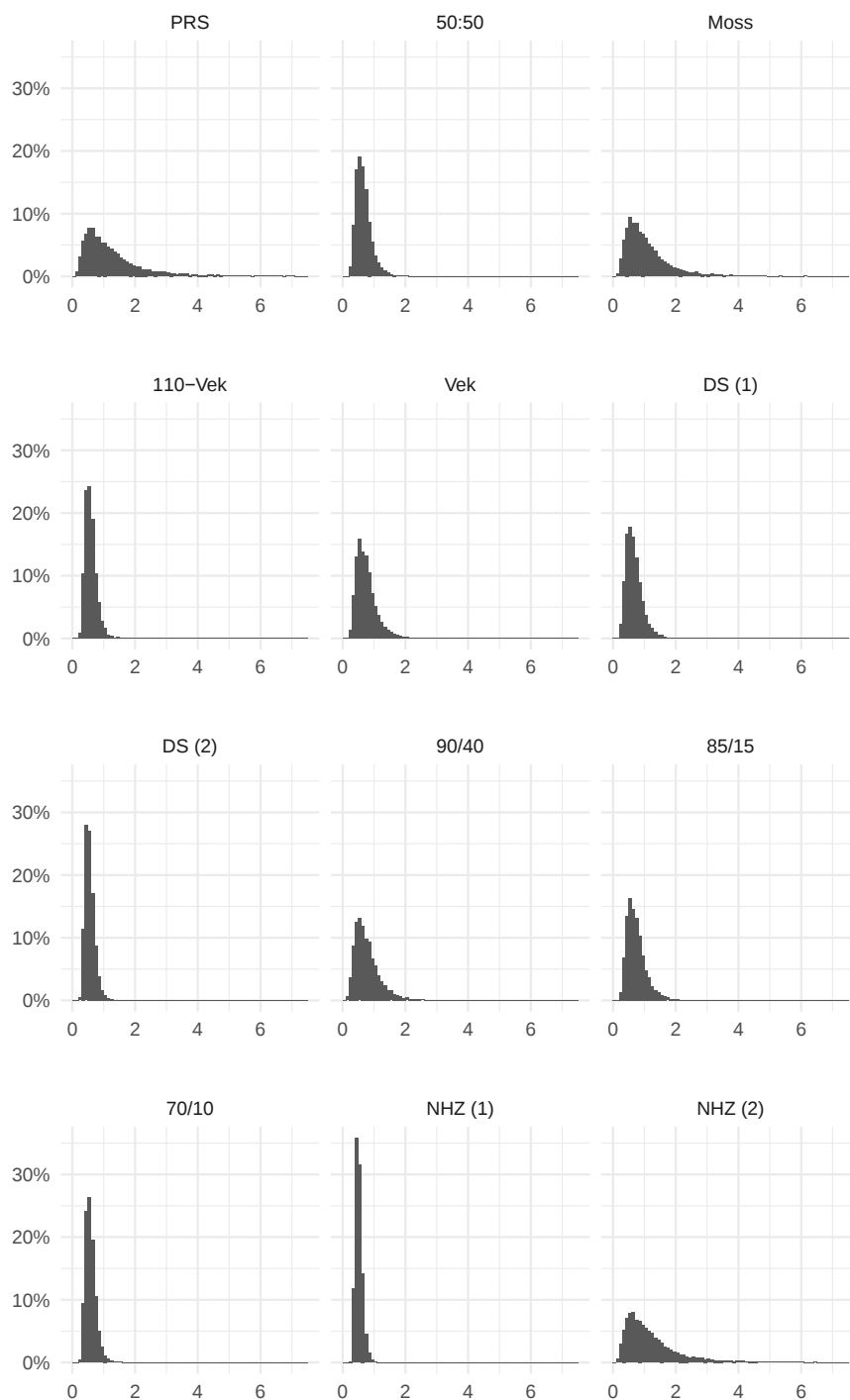
Literatúra

- [1] 10-Year Treasury Constant Maturity Rate, Federal Reserve Bank of St. Louis, dostupné na internete (24.3.2018): <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS10>
- [2] Ayres, I., Nalebuff, B.: *Diversification Across Time*, The Journal of Portfolio Management Winter 39 (2), pp. 73-86, 2013 dostupné na internete (14.8.2017): <https://doi.org/10.3905/jpm.2013.39.2.073>
- [3] Ayres, I., Nalebuff, B.: *Lifecycle Investing: A New, Safe, and Audacious Way to Improve the Performance of Your Retirement Portfolio*, New York, NY: Basic Books, 2010, ISBN 978-0465018291
- [4] Cairns, A. J. G., Blake, D., Dowd, D.: *Stochastic Lifestyling: Optimal Dynamic Asset Allocation for Defined Contribution Pension Plans*, Journal of Economic Dynamics and Control 30 (5), pp. 843-877, 2006, dostupné na internete (14.8.2017): <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2005.03.009>
- [5] Ciesar, M.: *Zaistené stratégie pre sporenie s postupnými príspevkami*, diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2014
- [6] Černý, A., Melicherčík, I.: *Optimal Management of Individual Pension Plans*, working paper, 2015
- [7] Druhý pilier - výnosy dôchodkových fondov, grafy fondov, majetok vo fondoch a v DSS, dostupné na internete (26.2.2018): druhypilier.sme.sk
- [8] Estrada, J.: *The Glidepath Illusion: An International Perspective*, 2013, dostupné na internete (24.2.2018): <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2217406>

- [9] Hakansson, N. H.: *Optimal investment and consumption strategies under risk for a class of utility functions*, Econometrica 38 (5), pp. 587–607, 1970, dostupné na internete (14.8.2017): <http://www.jstor.org/stable/1912196>.
- [10] Lifestyle Investing, dostupné na internete (14.8.2017): lifecycleinvesting.net
- [11] Melicherčík, I., Olšarová, L., Úradníček, V.: *Kapitoly z finančnej matematiky*, EPOS, Bratislava, 2005, ISBN 80-8057-651-3
- [12] Merton, R. C.: *Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: the Continuous-Time Case*, Review of Economics and Statistics 51, pp. 247–257, 1969 dostupné na internete (14.8.2017): <https://www.researchgate.net/publication/24092971>
- [13] Microsoft Corporation - Yahoo Finance, dostupné na internete (14.10.2017): <https://finance.yahoo.com/quote/Msft/>
- [14] Moss, W.: *This New Investing Rule Of Thumb Helps Retirees Strike A Balance Between Risk And Reward*, Wes Moss - Retirement Advisor & Host of Money Matters, 2017, dostupné na internete (1.11.2017): <https://www.wesmoss.com/news/this-new-stock-allocation-rule-of-thumb-helps-investors-strike-a-balance-between-risk-and-reward/>
- [15] Ping, J.: *Jack Bogle's Personal Investment Portfolio*, My Money Blog, 2012, dostupné na internete (11.9.2017): <http://www.mymoneyblog.com/jack-bogles-personal-investment-portfolio.html>
- [16] Samuelson, P. A.: *Lifetime Portfolio Selection By Dynamic Stochasting Programming*, The Review of Economics and Statistics 51 No. 3, pp. 239–246, 1969, dostupné na internete (14.8.2017): <http://www.jstor.org/stable/1926559>
- [17] Shiller, R. J.: *Life-cycle personal accounts proposal for Social Security: An evaluation of President Bush's proposal*, Journal of Policy Modeling 28, pp. 427–444, 2006, dostupné na internete (14.8.2017): <https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2005.10.010>
- [18] Šebo, J. a kol.: *Aktívna správa úspor v systéme storobného dôchodkového spoenia*, Wolters Kluwer, Bratislava, 2017, ISBN 978-80-8168-692-4

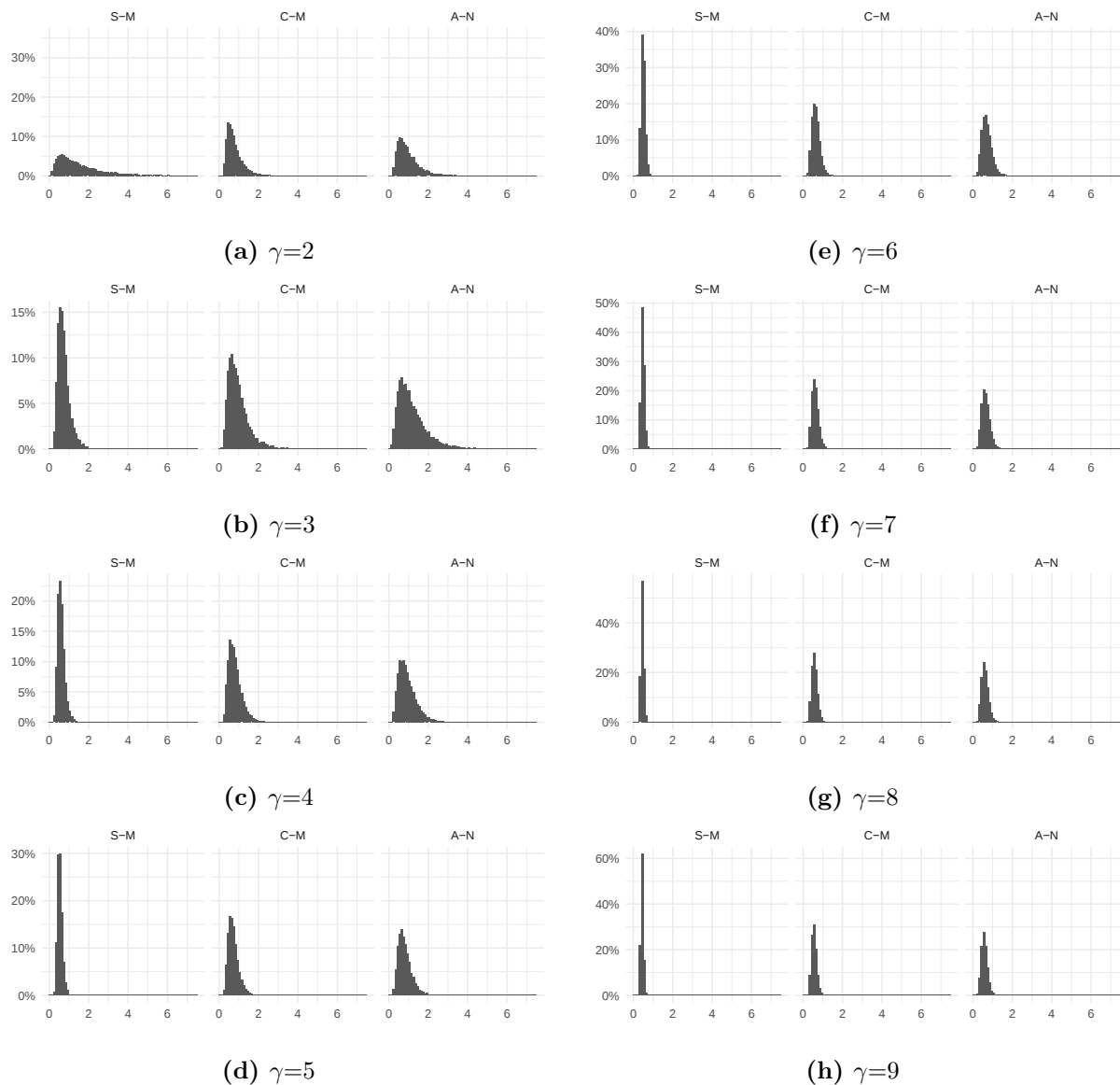
- [19] Štatistický úrad Slovenskej republiky: DATAcube., dostupné na internete (5.1.2018):
`datacube.statistics.sk`
- [20] Target Date Fund - Investopedia, dostupné na internete (10.10.2017):
`https://www.investopedia.com/terms/t/target-date\_fund.asp`
- [21] *Zákon č. 43/2004 Z. z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov*, dostupné na internete (5.1.2018):
`https://www.nbs.sk/\_img/Documents/\_Legislativa/\_UplneZneniaZakonov/Z0432004.pdf`

Prílohy



Obr. A.1: Relatívna početnosť (%) konečných úspor ($\times 10^6$) stratégií priamo nezávislých od averzie k riziku na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

Vysvetlivky: *PRS* - plne riziková stratégia, *DS* - doba sporenia, *NHZ* - na hrane zákona



Obr. A.2: Relatívna početnosť (%) konečných úspor ($\times 10^6$) stratégií priamo závislých od averzie k riziku na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%

Vysvetlivky: *S-M* - Samuelson-Merton, *C-M* - Černý-Melicherčík, *A-N* - Ayres-Nalebuff

Tabuľka B.1: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 0,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS _B	IS _L	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	723 362
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	561 741
	S-M	1 003 059	1 017 434	988 684	733 428	314 882	544 656	811 931	1 233 402	2 314 025	11 935 111	102 269	690 863
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	520 803
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	605 811
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	555 985
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	505 042
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	580 153
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	601 040
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	522 436
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	483 523
	Č-M	1 137 839	1 156 184	1 119 494	935 970	306 429	566 397	884 768	1 400 269	2 781 066	15 505 040	84 256	721 599
	A-N	1 645 290	1 679 691	1 610 889	1 755 148	285 399	639 611	1 124 842	2 007 290	4 676 835	31 962 184	45 897	803 798
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	588 876
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	684 499
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	581 160
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	531 221
	S-M	693 240	699 067	687 414	297 265	340 051	487 943	635 630	831 554	1 238 759	3 604 115	151 667	549 855
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	501 355
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	562 984
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	520 252
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	490 286
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	515 354
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	560 594
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	505 758
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	474 124
	Č-M	895 291	905 376	885 206	514 521	333 616	545 897	774 651	1 101 722	1 851 981	6 525 296	104 449	600 954
	A-N	1 100 473	1 115 296	1 085 651	756 243	328 255	600 256	906 064	1 378 573	2 506 796	9 433 223	75 120	625 432
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	531 416
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	595 316
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	476 447
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	503 140
	S-M	580 757	584 238	577 276	177 608	347 889	455 586	553 780	674 896	902 207	1 987 271	186 735	491 177
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	483 193
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	525 122
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	487 527
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	476 714
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	459 314
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	524 743
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	490 270
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	465 173
	Č-M	761 042	767 737	754 347	341 561	348 429	523 380	692 646	921 775	1 403 103	3 792 898	128 012	536 760
	A-N	878 186	887 154	869 219	457 539	346 937	558 608	779 374	1 084 576	1 732 052	4 922 718	104 805	543 339
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	485 430
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	525 202
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	397 998
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	477 233
	S-M	523 541	525 986	521 096	124 744	351 170	435 227	508 269	594 294	745 881	1 392 352	211 959	459 243
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	466 191
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	491 405
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	457 497
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	464 171
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	410 772
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	492 730
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	475 830
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	456 632
	Č-M	680 299	685 259	675 339	253 050	355 342	501 962	635 253	809 674	1 155 840	2 612 703	152 275	497 850
	A-N	758 341	764 661	752 022	322 421	355 102	528 813	697 690	919 601	1 356 513	3 220 444	128 075	496 569
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	447 952
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	469 019

Vysvetličky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.1: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 0,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=0$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	338 847
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	453 267
	S-M	489 081	490 954	487 209	95 548	352 668	421 558	479 424	545 337	657 988	1 100 026	230 741	439 213
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	450 242
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	461 136
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	429 922
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	452 522
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	369 001
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	463 907
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	462 312
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	448 466
	Č-M	626 835	630 763	622 907	200 418	359 953	485 303	595 423	735 122	993 956	2 001 918	171 514	471 496
	A-N	683 599	688 446	678 751	247 312	359 299	506 963	643 149	815 775	1 134 443	2 371 867	145 690	466 554
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	416 839
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	423 120
$\gamma=1$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	294 291
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	431 052
	S-M	466 108	467 622	464 595	77 202	353 457	411 629	459 472	512 647	601 238	930 618	245 192	425 491
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	435 241
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	433 732
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	404 670
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	441 653
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	333 611
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	437 723
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	449 599
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	440 640
	Č-M	588 764	592 013	585 516	165 733	360 711	471 689	565 782	682 107	889 754	1 639 531	186 030	452 388
	A-N	632 562	636 482	628 642	199 999	361 055	489 658	603 985	744 028	993 255	1 889 065	155 669	446 137
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	390 550
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	384 989
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	260 678
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	410 452
	S-M	449 719	450 986	448 451	64 666	353 836	404 212	444 854	489 255	562 225	821 523	256 626	415 509
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	421 091
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	408 760
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	381 706
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	431 461
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	304 163
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	413 753
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	437 582
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	433 122
	Č-M	560 277	563 047	557 508	141 287	361 938	460 121	542 271	641 759	815 872	1 399 595	195 490	437 921
	A-N	595 398	598 685	592 111	167 711	362 403	475 538	574 007	691 506	897 243	1 579 665	166 856	431 423
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	368 006
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	352 978
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 204 577	1 226 162	1 182 992	1 101 290	299 001	565 095	899 432	1 471 713	3 079 798	20 993 690	86 062	235 093
	50:50	631 468	635 956	626 980	228 986	344 646	471 412	591 936	745 765	1 049 343	2 638 834	169 010	391 394
	S-M	437 446	438 535	436 356	55 582	354 005	398 408	433 757	471 875	533 615	745 971	265 884	407 924
	Moss	564 218	567 508	560 928	167 851	343 264	446 228	537 001	651 180	872 047	1 891 741	190 566	407 701
	110-Vek	710 794	716 908	704 680	311 935	347 857	497 257	645 473	848 847	1 291 758	3 793 455	155 720	385 959
	Vek	638 138	643 065	633 211	251 353	328 574	462 733	593 412	763 484	1 093 082	3 067 592	158 577	361 037
	DS (1)	538 919	541 797	536 041	146 830	353 077	435 630	513 561	611 622	809 619	1 564 917	226 749	421 857
	DS (2)	743 505	751 502	735 508	408 002	293 869	465 810	651 338	915 360	1 476 556	5 863 104	108 792	279 968
	90/40	699 805	705 670	693 940	299 234	349 696	494 881	638 453	833 348	1 260 341	3 628 256	159 423	391 726
	85/15	560 067	563 131	557 004	156 308	357 203	450 468	535 020	641 037	848 204	1 739 747	209 870	426 158
	70/10	503 852	505 930	501 773	106 044	358 503	428 955	489 580	562 960	697 167	1 197 178	235 356	425 880
	Č-M	538 139	540 553	535 725	123 165	362 135	450 760	524 026	610 715	758 121	1 235 182	202 628	426 923
	A-N	567 090	569 919	564 261	144 341	362 796	463 898	550 579	652 127	825 638	1 368 199	182 839	421 108
	NHZ (1)	756 956	765 863	748 049	454 446	309 349	464 079	641 200	904 509	1 584 588	5 535 198	154 946	348 464
	NHZ (2)	954 147	967 232	941 062	667 605	325 382	532 247	780 446	1 161 380	2 148 454	10 446 723	124 422	326 011

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.2: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 1,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5- percentil	25- percentil	medián	75- percentil	95- percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	627 228
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	524 314
	S-M	880 301	892 311	868 291	612 745	273 359	483 579	724 116	1 090 504	2 019 409	8 190 701	93 161	611 138
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	493 545
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	557 830
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	518 229
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	480 319
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	530 678
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	554 453
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	494 611
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	463 502
	Č-M	983 001	998 069	967 934	768 749	262 479	496 821	777 670	1 217 425	2 407 431	10 635 343	79 211	628 988
	A-N	1 350 653	1 377 517	1 323 788	1 370 642	239 462	535 206	952 113	1 662 054	3 800 889	22 198 977	44 124	669 085
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	540 035
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	610 616
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	503 140
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	495 398
	S-M	639 020	644 266	633 775	267 614	309 234	452 185	588 672	768 808	1 143 385	2 813 313	145 430	507 007
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	475 221
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	518 550
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	483 972
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	466 931
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	469 447
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	517 400
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	479 229
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	454 720
	Č-M	799 027	807 769	790 284	446 037	300 315	492 659	697 921	985 287	1 645 262	4 838 301	95 666	536 472
	A-N	957 310	969 816	944 804	638 056	288 445	524 198	799 576	1 196 743	2 175 766	7 622 489	64 689	543 653
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	489 590
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	532 227
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	411 530
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	468 565
	S-M	547 402	550 638	544 165	165 118	324 129	430 726	523 848	638 134	851 755	1 645 569	181 319	462 275
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	458 030
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	483 409
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	452 442
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	454 488
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	416 639
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	484 153
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	464 790
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	446 287
	Č-M	693 511	699 469	687 554	303 949	318 467	479 860	635 628	840 274	1 267 051	3 080 513	118 753	487 678
	A-N	787 105	794 968	779 242	401 168	312 372	504 215	707 026	968 697	1 557 861	4 120 859	108 881	487 309
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	448 675
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	469 674
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	343 216
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	443 696
	S-M	499 789	502 103	497 474	118 077	331 919	416 522	486 390	568 594	714 272	1 195 644	206 858	437 536
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	441 891
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	451 911
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	423 508
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	442 889
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	371 414
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	454 255
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	451 209
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	438 181
	Č-M	628 902	633 391	624 413	229 030	329 444	465 191	591 784	748 326	1 057 166	2 265 467	138 013	458 226
	A-N	692 563	698 231	686 894	289 222	324 817	484 064	643 279	837 944	1 242 101	2 759 633	149 511	455 502
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	415 044
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	419 100

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.2: Výsledky stratégie na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 1,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_f	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma = 6$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	291 799
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	420 682
	S-M	470 746	472 539	468 953	91 490	336 593	406 310	462 277	525 772	635 019	968 184	225 989	421 866
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	426 730
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	423 628
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	397 058
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	432 044
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	333 068
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	427 311
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	438 414
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	430 383
	Č-M	585 428	589 025	581 831	183 521	335 473	454 042	559 342	686 355	922 415	1 805 719	168 477	439 396
	A-N	632 329	636 746	627 912	225 347	332 291	469 977	598 818	752 357	1 055 655	2 074 090	173 497	435 351
$\gamma = 7$	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	387 075
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	377 672
	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	252 927
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	399 418
	S-M	451 221	452 682	449 761	74 519	339 655	398 944	445 387	497 106	583 802	833 786	240 787	411 060
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	412 483
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	398 178
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	372 997
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	421 876
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	300 974
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	402 974
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	426 341
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	422 875
	Č-M	554 159	557 161	551 158	153 157	340 195	444 409	535 854	641 831	831 243	1 513 605	191 962	425 977
$\gamma = 8$	A-N	590 616	594 229	587 003	184 348	338 458	458 096	566 874	693 197	930 694	1 673 769	187 301	420 419
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	363 579
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	343 311
	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	223 454
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	379 810
	S-M	437 208	438 438	435 977	62 789	341 699	393 380	433 078	476 541	547 788	746 009	252 540	403 160
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	399 093
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	375 258
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	351 244
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	412 320
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	274 460
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	380 952
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	414 933
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	415 643
$\gamma = 9$	Č-M	530 573	533 151	527 995	131 517	343 306	436 590	516 984	607 548	767 931	1 314 360	210 637	415 745
	A-N	560 029	563 086	556 972	155 973	341 402	447 946	541 859	649 568	844 640	1 417 804	194 379	409 143
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	343 663
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	314 541
	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 030 259	1 047 558	1 012 960	882 584	253 962	491 357	787 647	1 269 300	2 622 778	13 513 582	74 519	200 966
	50:50	589 014	593 125	584 904	209 722	317 225	441 583	554 254	698 025	980 244	2 123 972	163 174	361 789
	S-M	426 666	427 729	425 604	54 214	343 212	388 999	423 565	461 071	521 409	685 728	262 085	397 136
	Moss	533 962	537 018	530 907	155 894	326 946	422 938	509 470	617 627	825 666	1 767 021	184 935	386 504
	110-Vek	651 358	656 763	645 953	275 781	321 042	460 549	596 061	775 674	1 177 811	2 915 483	150 855	354 601
	Vek	595 624	600 177	591 072	232 274	300 148	431 994	554 744	713 754	1 034 027	2 716 611	144 559	331 768
	DS (1)	510 403	513 003	507 803	132 666	337 968	416 137	488 379	580 417	756 586	1 616 165	224 935	403 321
	DS (2)	682 756	690 027	675 484	370 980	263 366	428 899	601 072	844 388	1 377 893	5 909 313	99 690	252 752
	90/40	642 345	647 535	637 156	264 773	323 259	458 436	589 901	763 197	1 144 019	2 866 365	154 731	361 023
	85/15	528 604	531 395	525 813	142 405	339 825	428 262	506 615	605 155	792 672	1 608 720	206 753	404 143
	70/10	482 204	484 136	480 272	98 582	344 130	412 505	469 904	538 723	661 524	1 125 698	233 072	408 673
$\gamma = 10$	Č-M	512 145	514 405	509 885	115 319	345 076	429 826	501 294	580 337	718 551	1 172 076	226 913	407 882
	A-N	536 586	539 235	533 937	135 165	343 501	439 746	522 271	615 995	782 355	1 250 584	201 118	400 889
	NHZ (1)	682 695	690 216	675 174	383 717	289 443	426 714	582 881	829 337	1 411 047	4 846 849	151 147	326 638
	NHZ (2)	838 532	849 394	827 671	554 146	291 687	481 281	691 943	1 025 629	1 861 129	7 374 369	114 528	290 338

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.3: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 1,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	555 423
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	492 776
	S-M	781 598	792 142	771 053	537 967	250 155	431 161	637 878	969 623	1 777 017	9 682 759	93 320	549 584
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	468 142
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	517 697
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	487 016
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	458 425
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	492 024
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	515 331
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	470 230
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	445 677
	Č-M	861 855	875 047	848 663	673 060	239 131	436 113	675 087	1 072 785	2 086 899	13 203 653	77 026	558 437
	A-N	1 147 209	1 170 890	1 123 528	1 208 210	207 046	451 569	789 797	1 430 558	3 213 957	31 570 552	36 858	570 198
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	499 176
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	551 817
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	451 120
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	466 557
	S-M	592 220	597 020	587 419	244 912	290 931	419 370	542 762	712 366	1 051 677	3 020 754	140 604	473 442
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	451 076
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	482 571
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	456 093
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	445 842
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	437 719
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	482 113
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	455 901
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	437 333
	Č-M	722 211	730 155	714 268	405 282	273 461	443 781	625 819	900 250	1 487 776	6 077 373	89 479	487 777
	A-N	849 122	860 453	837 791	578 118	256 516	459 700	699 062	1 077 366	1 930 999	9 598 099	63 625	483 447
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	453 901
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	484 297
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	373 767
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	442 296
	S-M	517 748	520 774	514 723	154 364	309 454	407 146	493 267	603 147	803 416	1 708 518	175 621	439 537
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	435 130
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	451 325
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	427 626
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	434 232
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	390 759
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	452 494
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	442 556
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	429 370
	Č-M	638 574	644 110	633 038	282 446	295 189	439 568	581 439	779 476	1 174 024	3 649 214	117 864	450 960
	A-N	715 034	722 316	707 753	371 519	282 511	452 858	634 491	888 879	1 414 605	4 852 938	107 063	443 907
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	417 412
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	430 525
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	315 924
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	419 837
	S-M	478 336	480 527	476 145	111 772	320 166	398 297	464 155	543 845	681 993	1 223 198	201 415	420 429
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	420 195
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	423 374
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	401 495
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	423 491
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	350 563
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	425 928
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	430 098
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	421 766
	Č-M	586 257	590 492	582 022	216 073	307 795	432 534	547 931	704 137	989 346	2 580 907	144 243	429 306
	A-N	639 183	644 522	633 845	272 361	297 739	443 297	588 111	779 708	1 143 165	3 118 778	123 367	420 375
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	387 456
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	386 750

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.3: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 1,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		príemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=0$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	272 561
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	399 056
	S-M	454 025	455 736	452 313	87 311	326 618	391 721	444 662	506 973	611 411	983 034	220 914	408 183
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	406 150
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	398 250
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	377 635
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	413 524
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	316 657
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	401 967
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	418 432
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	414 497
	Č-M	550 645	554 075	547 214	175 005	316 371	424 067	522 912	650 929	872 588	2 005 014	167 922	414 717
	A-N	590 143	594 351	585 936	214 661	307 119	435 636	555 475	706 983	987 992	2 283 915	139 522	404 910
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	362 437
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	350 543
$\gamma=1$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	239 971
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	379 873
	S-M	437 555	438 957	436 153	71 523	330 921	386 710	430 824	481 790	565 073	842 920	236 077	399 671
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	392 878
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	375 610
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	356 020
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	404 244
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	288 481
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	380 277
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	407 470
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	407 538
	Č-M	524 754	527 639	521 868	147 205	321 655	418 824	504 367	611 655	793 497	1 651 655	181 102	404 179
	A-N	555 847	559 318	552 377	177 069	314 240	428 915	530 683	656 065	880 896	1 808 600	161 075	394 507
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	341 230
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	320 382
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	215 296
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	362 244
	S-M	425 668	426 854	424 482	60 519	334 029	382 839	420 581	463 619	532 710	752 159	248 168	393 413
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	380 268
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	355 227
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	336 626
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	395 575
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	265 316
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	360 632
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	397 133
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	400 865
	Č-M	505 097	507 589	502 604	127 175	325 913	413 474	488 549	581 063	735 561	1 417 130	193 319	396 124
	A-N	530 453	533 407	527 498	150 745	319 586	421 963	511 666	617 596	804 517	1 511 227	177 748	387 070
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	323 048
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	295 239
$\gamma=9$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	895 527	910 470	880 583	762 436	230 554	430 812	679 187	1 106 417	2 257 876	16 894 265	78 477	196 373
	50:50	551 781	555 586	547 977	194 095	301 001	413 435	516 852	653 444	912 608	2 237 745	157 791	346 141
	S-M	416 689	417 717	415 662	52 424	336 372	379 695	412 833	449 849	508 763	688 987	258 017	388 618
	Moss	506 004	508 889	503 119	147 187	312 548	400 261	481 841	585 499	775 957	1 612 700	172 106	368 234
	110-Vek	602 308	607 279	597 336	253 647	300 691	425 319	549 413	723 903	1 078 981	3 445 420	146 110	336 948
	Vek	556 913	561 085	552 740	212 891	285 587	405 288	518 098	665 561	955 276	2 227 525	145 675	319 386
	DS (1)	486 997	489 487	484 507	127 017	323 586	397 360	466 084	553 872	720 352	1 670 340	222 615	387 451
	DS (2)	626 105	632 573	619 638	329 977	247 676	395 681	552 352	772 384	1 260 923	3 405 782	105 743	246 355
	90/40	595 091	599 878	590 304	244 231	303 293	424 996	543 988	713 506	1 052 274	3 348 498	149 938	342 888
	85/15	502 247	504 901	499 593	135 418	325 112	406 041	479 706	575 207	753 220	1 739 005	203 674	387 355
	70/10	463 603	465 465	461 741	95 006	332 937	395 911	450 558	517 852	636 030	1 197 976	230 572	394 455
	Č-M	489 641	491 837	487 445	112 041	329 114	409 240	476 924	557 577	691 292	1 249 049	204 649	389 903
	A-N	510 843	513 417	508 270	131 308	322 920	417 178	496 006	588 688	747 971	1 313 169	189 765	381 405
	NHZ (1)	629 757	636 810	622 704	359 835	268 194	393 010	536 076	765 671	1 286 002	5 687 362	145 717	307 330
	NHZ (2)	751 618	761 419	741 817	500 051	269 635	432 204	618 877	917 973	1 658 745	9 479 152	111 179	274 309

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.4: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 2,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS _h	IS _l	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	488 303
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	462 258
	S-M	699 330	708 668	689 993	476 412	226 040	381 631	574 936	866 356	1 594 097	6 111 819	86 809	491 528
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	444 582
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	479 590
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	456 462
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	437 138
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	453 635
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	478 186
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	446 648
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	428 191
	Č-M	760 510	771 985	749 035	585 479	212 872	380 055	600 006	942 062	1 839 402	7 981 265	73 286	492 661
	A-N	972 494	992 167	952 821	1 003 718	173 137	377 396	669 999	1 191 630	2 717 596	15 995 569	44 903	482 754
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	461 115
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	497 268
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	398 487
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	437 510
	S-M	550 963	555 447	546 480	228 774	272 083	386 854	507 441	662 990	981 125	2 288 324	140 508	439 636
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	428 584
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	447 397
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	427 089
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	425 480
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	403 060
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	447 733
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	433 243
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	420 253
	Č-M	653 288	660 476	646 099	366 783	246 080	396 230	569 479	808 608	1 348 345	4 120 242	95 571	440 688
	A-N	749 620	759 721	739 519	515 372	225 455	406 108	614 033	934 806	1 721 893	5 778 879	64 177	424 943
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	421 489
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	438 333
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	332 328
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	414 848
	S-M	490 829	493 721	487 937	147 541	293 969	383 506	469 666	572 319	763 492	1 404 332	178 228	415 876
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	413 752
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	419 011
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	400 388
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	414 709
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	359 907
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	420 790
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	420 773
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	412 683
	Č-M	587 493	592 618	582 367	261 499	269 214	400 463	535 501	712 869	1 082 147	2 603 725	112 583	413 553
	A-N	646 673	653 360	639 985	341 209	252 837	410 141	570 816	801 067	1 290 870	3 223 931	97 901	398 730
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	389 411
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	391 864
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	282 241
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	394 102
	S-M	458 508	460 630	456 386	108 245	306 621	379 506	446 019	522 128	654 880	1 051 929	204 293	402 278
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	400 002
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	393 900
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	376 114
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	404 725
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	322 965
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	396 878
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	409 156
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	405 460
	Č-M	545 617	549 595	541 639	202 956	284 494	401 351	509 796	651 237	921 421	1 936 442	139 432	397 486
	A-N	587 214	592 199	582 229	254 336	269 707	406 688	538 173	714 146	1 067 663	2 213 348	125 131	383 843
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	362 962
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	354 541

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka B.4: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom o 2,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=6$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	243 712
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	375 079
	S-M	438 381	440 052	436 709	85 285	314 931	376 234	430 381	490 185	590 723	869 813	223 710	393 478
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	387 240
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	371 591
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	354 003
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	395 441
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	291 281
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	375 572
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	398 320
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	398 564
	Č-M	516 863	520 117	513 609	166 015	294 732	398 935	490 892	607 546	820 135	1 556 994	164 195	387 349
	A-N	548 412	552 386	544 438	202 757	282 431	404 448	512 952	655 987	924 096	1 720 712	145 967	374 097
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	340 755
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	324 028
$\gamma=7$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	214 055
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	357 602
	S-M	424 657	426 034	423 279	70 286	320 702	373 558	419 052	468 286	549 199	760 529	238 732	387 319
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	375 369
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	351 691
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	333 839
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	386 785
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	264 272
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	356 516
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	388 200
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	391 978
	Č-M	495 846	498 604	493 089	140 686	302 418	396 240	475 833	575 579	751 410	1 313 796	182 071	380 178
	A-N	520 933	524 240	517 626	168 723	292 324	400 384	494 893	614 576	829 770	1 439 715	163 113	367 372
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	321 774
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	298 731
$\gamma=8$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	191 309
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	341 537
	S-M	414 706	415 877	413 535	59 740	324 983	371 485	410 607	452 412	519 776	688 327	250 667	382 768
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	364 287
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	333 903
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	315 498
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	378 696
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	241 557
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	339 430
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	378 738
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	385 687
	Č-M	479 791	482 186	477 395	122 220	307 542	393 254	463 906	550 934	701 009	1 146 666	195 675	374 829
	A-N	500 425	503 259	497 592	144 564	300 240	396 901	479 987	583 682	764 203	1 246 777	169 566	362 286
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	305 272
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	277 572
$\gamma=9$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	785 989	798 802	773 177	653 693	204 818	374 505	601 880	969 210	1 974 651	9 711 470	69 075	173 830
	50:50	518 454	522 051	514 857	183 532	283 331	385 546	487 880	614 588	859 825	1 770 817	159 205	326 803
	S-M	407 162	408 180	406 144	51 929	328 278	369 705	404 042	440 282	497 687	637 334	260 364	379 268
	Moss	480 379	483 119	477 639	139 796	296 400	379 304	458 692	554 680	738 991	1 432 394	169 177	353 890
	110-Vek	557 660	562 241	553 078	233 754	280 115	391 249	510 630	665 813	994 797	2 526 417	154 277	318 011
	Vek	523 749	527 725	519 773	202 840	267 594	376 545	486 695	628 898	908 515	1 837 925	137 494	298 933
	DS (1)	463 623	465 965	461 282	119 457	309 918	379 788	443 677	525 408	683 973	1 292 859	206 126	371 117
	DS (2)	581 269	587 371	575 167	311 333	229 019	361 805	510 967	720 766	1 178 131	3 205 603	93 456	222 722
	90/40	551 732	556 145	547 318	225 197	283 193	391 295	507 062	657 172	972 151	2 446 127	159 598	324 109
	85/15	476 648	479 151	474 145	127 711	308 553	386 179	455 897	544 583	713 812	1 331 670	198 777	369 883
	70/10	445 261	447 042	443 479	90 895	319 168	380 478	433 097	497 062	611 824	980 597	222 735	379 675
	Č-M	467 146	469 267	465 026	108 175	311 737	390 672	454 318	530 548	662 151	1 025 802	202 518	370 542
	A-N	484 504	486 985	482 023	126 587	306 116	393 957	468 531	558 553	714 247	1 109 361	174 297	358 637
	NHZ (1)	575 437	581 772	569 102	323 208	252 419	363 587	495 222	689 937	1 170 607	4 256 881	125 482	290 707
	NHZ (2)	672 552	681 147	663 958	438 481	244 227	385 356	558 344	822 461	1 466 338	5 939 110	113 846	259 788

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka C.1: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 2,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS _B	IS _L	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
γ=2	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	759 218
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	601 003
	S-M	1 248 318	1 270 548	1 226 087	1 134 216	297 844	573 074	929 225	1 511 365	3 284 574	19 963 394	83 405	735 358
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	552 950
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	653 070
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	591 139
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	535 178
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	609 448
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	647 886
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	556 506
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	509 935
	Č-M	1 449 176	1 478 235	1 420 116	1 482 629	287 551	597 063	1 015 977	1 745 757	4 038 661	28 682 688	70 399	762 321
	A-N	2 202 033	2 259 311	2 144 755	2 922 331	263 557	671 694	1 323 504	2 581 998	6 965 875	54 850 492	36 547	818 499
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	623 393
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	733 865
γ=3	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	563 635
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	555 526
	S-M	794 955	803 071	786 838	414 108	331 629	512 517	702 971	962 272	1 588 137	4 896 500	136 334	572 536
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	524 067
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	588 946
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	538 719
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	512 911
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	517 495
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	587 193
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	531 281
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	495 780
	Č-M	1 073 048	1 087 682	1 058 414	746 628	328 013	582 380	883 193	1 326 902	2 449 901	10 073 054	93 252	612 360
	A-N	1 354 676	1 376 732	1 332 619	1 125 338	319 163	636 547	1 047 841	1 681 820	3 437 276	13 544 533	69 190	616 342
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	540 826
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	605 308
γ=4	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	434 611
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	514 930
	S-M	641 242	645 868	636 617	236 012	343 072	475 025	599 876	756 992	1 090 493	2 431 212	174 332	506 043
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	497 789
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	534 509
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	492 476
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	492 909
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	443 537
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	535 456
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	588 365
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	482 484
	Č-M	880 087	889 339	870 835	472 038	345 872	553 269	778 584	1 081 148	1 766 039	5 244 440	123 545	537 520
	A-N	1 034 325	1 046 932	1 021 718	643 199	339 594	594 335	882 430	1 285 916	2 246 672	6 405 359	105 001	530 946
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	478 786
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	511 119
γ=5	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	346 985
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	478 640
	S-M	565 717	568 881	562 553	161 434	347 991	451 001	542 818	652 460	869 125	1 608 826	201 706	470 211
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	473 842
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	487 877
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	451 857
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	474 829
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	384 803
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	490 932
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	487 431
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	469 962
	Č-M	768 811	775 469	762 153	339 696	353 596	529 321	706 186	931 086	1 405 980	3 408 510	147 772	494 394
	A-N	869 052	877 647	860 458	438 505	351 225	560 909	781 066	1 069 083	1 698 923	3 925 658	131 351	483 088
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	431 038
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	439 976

Vysvetličky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka C.1: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 2,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_0	IS_1	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=6$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	285 878
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	446 200
	S-M	521 177	523 560	518 794	121 585	350 634	434 580	506 965	589 760	747 322	1 227 829	222 066	447 874
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	452 012
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	447 692
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	416 368
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	458 402
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	338 548
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	452 369
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	468 223
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	458 141
	Č-M	696 851	702 017	691 684	263 602	357 976	510 108	653 239	831 844	1 189 203	2 494 796	172 586	466 172
	A-N	768 784	775 234	762 334	329 076	356 036	535 294	711 532	930 918	1 386 677	2 859 213	156 606	455 252
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	393 464
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	385 039
$\gamma=7$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	242 374
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	417 236
	S-M	491 901	493 805	489 998	97 103	351 871	422 927	482 170	548 404	670 916	1 015 497	237 706	432 635
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	432 140
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	412 991
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	385 500
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	443 414
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	302 125
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	418 882
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	450 536
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	446 958
	Č-M	646 569	650 779	642 360	214 769	362 001	493 319	615 033	761 029	1 045 351	1 979 325	187 650	446 973
	A-N	701 408	706 545	696 271	262 073	359 133	513 938	660 279	838 854	1 186 956	2 258 446	170 871	436 601
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	363 307
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	342 061
$\gamma=8$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	210 860
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	391 446
	S-M	471 227	472 808	469 647	80 646	352 668	414 172	464 255	519 272	618 536	882 502	250 058	421 583
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	414 102
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	383 080
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	358 731
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	429 693
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	273 255
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	389 844
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	434 217
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	436 366
	Č-M	609 471	613 019	605 923	181 020	362 524	480 141	585 418	708 778	941 752	1 650 645	203 400	433 178
	A-N	653 089	657 344	648 833	217 118	361 548	498 016	621 819	771 479	1 049 902	1 887 742	183 470	423 650
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	338 693
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	308 197
$\gamma=9$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 562 467	1 597 673	1 527 261	1 796 210	277 459	592 381	1 039 878	1 838 786	4 573 279	38 565 993	66 371	187 611
	50:50	709 720	715 817	703 623	311 060	338 058	493 155	647 734	849 254	1 306 046	3 389 687	155 107	368 573
	S-M	455 865	457 214	454 515	68 868	353 121	407 313	450 593	497 604	580 718	792 283	260 043	413 203
	Moss	619 969	624 347	615 592	223 347	341 677	463 304	578 214	729 568	1 040 330	2 447 637	206 791	397 795
	110-Vek	821 617	830 316	812 917	443 847	343 210	523 679	717 491	993 010	1 655 843	5 878 956	146 319	357 406
	Vek	717 673	724 322	711 024	339 248	315 010	481 305	644 696	871 690	1 367 627	3 302 781	138 057	335 558
	DS (1)	588 417	592 287	584 548	197 429	348 959	452 767	550 911	678 254	955 149	2 312 065	228 295	417 098
	DS (2)	862 119	873 274	850 963	569 153	275 210	484 673	713 822	1 073 601	1 949 306	6 476 780	96 518	250 154
	90/40	806 484	814 811	798 156	424 868	345 427	520 922	707 694	971 791	1 602 062	5 612 372	151 473	364 762
	85/15	615 580	619 700	611 459	210 222	355 192	468 626	577 599	713 067	1 005 403	2 400 359	212 621	419 153
	70/10	541 238	543 948	538 527	138 288	357 416	443 378	520 663	612 627	794 863	1 538 959	240 027	426 325
	Č-M	580 955	584 021	577 889	156 430	363 531	469 718	562 418	668 519	866 314	1 431 316	211 905	422 405
	A-N	616 683	620 311	613 055	185 080	361 615	484 099	592 626	721 568	953 616	1 636 319	195 808	413 785
	NHZ (1)	894 913	908 328	881 499	684 430	293 721	478 982	706 069	1 079 260	2 081 406	12 342 375	142 874	318 324
	NHZ (2)	1 182 204	1 202 907	1 161 501	1 056 265	316 036	564 541	882 788	1 425 708	3 001 298	22 320 296	108 234	281 359

Vysvetlivky: *BS* - bezriziková stratégia, *PRS* - plne riziková stratégia, *S-M* - Samuelson-Merton, *DS* - doba sporenia, *Č-M* - Černý-Melicherčík, *A-N* - Ayres-Nalebuff, *NHZ* - na hrane zákona

Tabuľka C.2: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 5,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS _h	IS _d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	718 838
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	613 843
	S-M	1 435 398	1 470 878	1 399 918	1 810 222	269 551	560 573	955 049	1 730 351	4 043 898	93 028 968	56 991	717 072
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	565 382
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	664 843
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	599 513
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	547 739
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	601 988
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	660 339
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	571 123
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	522 854
	Č-M	1 686 346	1 734 921	1 637 771	2 478 329	254 250	578 310	1 045 706	2 019 083	5 003 041	138 126 207	45 089	728 049
	A-N	2 606 957	2 716 141	2 497 774	5 570 583	216 168	611 348	1 323 557	2 911 506	8 668 470	356 035 685	33 230	735 795
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	615 599
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	722 450
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	496 195
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	554 292
	S-M	866 737	877 364	856 111	542 171	315 310	514 199	729 734	1 073 329	1 842 202	13 552 004	109 306	564 252
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	526 904
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	582 958
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	530 913
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	518 780
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	485 201
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	582 758
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	538 080
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	504 109
	Č-M	1 196 148	1 216 031	1 176 265	1 014 445	295 733	575 623	918 748	1 508 235	2 970 357	31 538 197	82 418	582 121
	A-N	1 519 878	1 550 580	1 489 176	1 566 420	285 396	615 351	1 088 622	1 906 813	4 167 225	57 509 447	60 607	572 914
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	518 642
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	571 488
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	360 338
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	502 811
	S-M	682 633	688 403	676 863	294 375	332 514	479 356	621 454	824 638	1 220 846	5 161 723	149 354	500 937
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	493 304
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	517 220
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	471 507
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	493 752
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	392 484
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	520 236
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	509 194
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	486 961
	Č-M	959 658	971 498	947 817	604 103	323 798	551 505	815 426	1 201 367	2 082 223	13 198 232	107 956	517 138
	A-N	1 132 390	1 148 526	1 116 253	823 278	318 207	586 420	924 200	1 433 155	2 652 162	20 125 373	84 476	501 114
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	451 635
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	470 801
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	272 286
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	458 057
	S-M	594 086	597 945	590 226	196 915	340 538	455 901	559 731	700 170	952 110	2 914 543	179 093	466 580
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	463 957
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	463 675
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	419 697
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	471 999
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	318 093
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	469 138
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	483 857
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	471 271
	Č-M	826 949	835 221	818 677	422 022	338 254	529 673	736 951	1 021 956	1 615 503	7 458 516	128 103	478 936
	A-N	937 597	948 215	926 979	541 715	332 340	561 756	815 958	1 178 618	1 961 642	10 243 896	100 820	461 114
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	403 487
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	399 830

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka C.2: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 5,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=0$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	213 373
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	418 964
	S-M	542 528	545 398	539 659	146 382	344 909	439 467	520 846	626 586	806 319	2 002 918	201 615	445 073
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	438 247
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	419 386
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	374 405
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	452 976
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	259 193
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	426 722
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	461 517
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	456 903
	Č-M	742 237	748 543	735 931	321 731	347 107	512 354	682 573	906 215	1 346 941	4 975 179	143 003	453 105
	A-N	820 890	828 699	813 080	398 452	342 319	539 774	740 889	1 016 537	1 566 071	6 416 920	116 478	436 145
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	367 608
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	347 282
$\gamma=1$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	173 547
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	384 774
	S-M	508 928	511 200	506 657	115 899	347 437	427 331	494 003	577 920	715 381	1 538 227	219 127	430 362
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	415 592
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	382 328
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	335 068
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	436 227
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	214 365
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	391 058
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	441 688
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	443 722
	Č-M	683 770	688 848	678 692	259 086	350 996	497 502	640 901	822 805	1 169 706	3 674 224	155 779	435 685
	A-N	743 425	749 561	737 289	313 062	349 383	520 727	688 132	910 064	1 326 232	4 500 790	129 450	417 777
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	340 024
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	307 035
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	146 291
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	354 991
	S-M	485 346	487 221	483 271	95 663	348 951	418 142	474 241	543 994	654 404	1 265 245	233 078	419 673
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	395 470
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	351 161
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	301 432
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	421 382
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	181 516
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	360 854
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	423 960
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	431 597
	Č-M	640 888	645 132	636 644	216 528	353 358	484 018	609 023	760 817	1 042 300	2 887 769	166 597	422 209
	A-N	688 212	693 246	683 178	256 856	352 366	504 683	646 626	830 431	1 161 192	3 425 103	143 570	404 771
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	318 268
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	275 626
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	1 850 183	1 917 732	1 782 635	3 446 353	244 196	567 079	1 057 165	2 121 234	5 748 944	228 549 809	41 544	127 196
	50:50	764 039	771 804	756 274	396 165	325 017	496 766	672 589	936 413	1 485 246	8 166 580	128 892	329 264
	S-M	467 902	469 496	466 308	81 315	349 985	410 942	459 392	518 692	610 609	1 088 800	244 432	411 558
	Moss	659 545	665 052	654 038	280 953	327 570	462 506	602 305	789 959	1 186 786	4 520 421	166 783	377 450
	110-Vek	899 448	911 029	887 868	590 833	324 884	524 682	748 951	1 111 553	1 951 750	16 800 572	130 440	324 963
	Vek	773 491	781 983	764 998	433 293	302 890	483 930	671 441	957 009	1 570 480	8 057 281	95 487	273 225
	DS (1)	620 941	625 761	616 120	245 962	340 815	450 578	570 393	729 795	1 083 429	3 921 275	218 903	408 141
	DS (2)	948 791	963 808	933 775	766 148	254 602	477 747	741 275	1 183 426	2 292 037	16 434 818	51 051	157 758
	90/40	881 033	892 075	869 992	563 350	327 352	521 211	739 559	1 086 415	1 892 350	15 678 524	135 652	335 233
	85/15	652 616	657 763	647 469	262 602	345 622	468 442	600 711	773 481	1 144 872	4 713 080	195 336	407 996
	70/10	565 749	569 055	562 442	168 697	350 634	444 493	538 995	653 315	881 047	2 544 973	223 310	420 409
	Č-M	608 126	611 769	604 483	185 875	355 301	472 986	583 302	714 256	949 503	2 403 483	174 852	411 364
	A-N	646 851	651 111	642 592	217 326	354 124	491 403	615 265	770 610	1 046 597	2 756 490	163 310	397 407
	NHZ (1)	988 496	1 006 778	970 214	932 745	275 132	458 164	727 316	1 174 608	2 568 519	27 141 923	150 712	300 744
	NHZ (2)	1 349 744	1 382 019	1 317 469	1 646 677	283 793	542 233	920 987	1 612 376	3 815 124	83 421 758	95 483	250 866

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hranie zákona

Tabuľka C.3: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 7,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS _h	IS _l	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	661 319
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	618 847
	S-M	1 599 811	1 639 512	1 560 111	2 025 545	232 977	536 650	978 379	1 848 201	4 969 654	34 611 914	71 924	681 856
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	573 629
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	667 155
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	598 701
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	557 402
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	581 189
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	663 924
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	581 931
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	533 453
	Č-M	1 894 670	1 947 612	1 841 728	2 701 122	215 181	542 822	1 060 577	2 157 676	6 194 617	45 286 746	59 066	678 247
	A-N	2 966 484	3 075 379	2 857 589	5 555 865	175 335	559 847	1 290 667	3 074 380	10 830 683	123 312 711	29 448	640 362
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	603 772
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	700 939
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	433 523
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	546 088
	S-M	931 635	944 370	918 901	649 719	289 640	510 173	757 469	1 144 537	2 162 467	7 825 020	128 158	548 167
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	526 171
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	568 890
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	516 215
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	521 323
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	449 588
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	570 506
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	540 712
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	509 775
	Č-M	1 312 921	1 336 982	1 288 860	1 227 605	267 406	561 242	945 235	1 630 948	3 541 925	15 937 164	82 297	543 214
	A-N	1 683 326	1 720 012	1 646 640	1 871 735	245 856	596 366	1 095 368	2 042 635	5 097 411	28 244 821	64 960	505 899
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	494 025
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	533 608
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	312 879
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	486 322
	S-M	719 813	726 641	712 985	348 368	313 301	479 912	643 609	870 923	1 385 992	3 601 711	168 921	491 209
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	485 681
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	494 193
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	449 572
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	490 898
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	357 380
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	498 932
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	505 562
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	488 479
	Č-M	1 035 861	1 050 185	1 021 538	730 798	297 878	549 805	837 836	1 298 050	2 419 329	8 135 221	111 070	481 825
	A-N	1 229 776	1 249 348	1 210 204	998 573	286 425	582 541	941 948	1 546 632	3 146 963	12 126 106	80 861	446 788
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	422 023
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	429 794
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	243 881
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	437 686
	S-M	619 405	623 918	614 891	230 303	325 954	457 654	577 348	733 708	1 054 118	2 248 483	197 954	459 832
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	451 162
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	437 007
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	396 625
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	464 927
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	293 705
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	443 633
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	475 380
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	469 271
	Č-M	882 177	892 101	872 252	506 349	316 593	531 830	759 607	1 095 920	1 849 346	5 169 588	129 744	447 130
	A-N	1 005 051	1 017 854	992 249	653 207	305 665	557 702	837 357	1 263 353	2 273 414	6 883 796	99 773	415 555
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	371 901
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	361 754

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka C.3: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 7,5 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_0	IS_1	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=6$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	201 130
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	398 379
	S-M	561 491	564 818	558 163	169 765	333 180	441 710	535 056	651 534	877 519	1 641 241	219 191	439 998
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	421 736
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	392 853
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	355 046
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	442 521
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	249 581
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	400 539
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	449 322
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	451 907
	Č-M	785 401	792 909	777 893	383 065	329 836	516 887	701 873	964 130	1 517 153	3 725 532	145 427	425 102
	A-N	871 981	881 331	862 630	477 068	319 454	537 333	762 593	1 083 809	1 787 430	4 654 636	120 989	397 519
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	335 255
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	314 943
$\gamma=7$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	172 752
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	366 651
	S-M	523 994	526 613	521 375	133 600	337 557	429 836	506 222	597 842	770 086	1 311 140	235 471	426 338
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	396 625
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	358 362
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	322 476
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	423 023
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	218 428
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	366 594
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	426 728
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	436 185
	Č-M	718 955	724 962	712 947	306 496	337 185	501 486	657 512	871 764	1 304 931	2 879 779	160 648	409 822
	A-N	784 312	791 612	777 012	372 460	331 230	521 306	707 752	965 085	1 497 934	3 497 950	136 141	385 969
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	307 404
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	281 332
$\gamma=8$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	152 858
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	340 924
	S-M	497 802	499 953	495 650	109 777	340 679	420 612	485 004	560 566	697 437	1 108 418	248 294	416 360
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	375 150
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	331 039
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	296 823
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	405 936
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	195 840
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	339 513
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	407 069
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	421 932
	Č-M	670 617	675 610	665 623	254 775	340 712	489 384	622 846	804 864	1 153 894	2 352 316	176 586	398 904
	A-N	722 253	728 214	716 292	304 125	338 692	506 476	665 514	878 990	1 302 619	2 795 266	151 036	379 611
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	285 585
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	256 295
$\gamma=9$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 089 075	2 155 733	2 022 417	3 400 940	203 485	531 330	1 066 134	2 241 288	7 137 030	67 504 698	54 381	138 302
	50:50	813 026	822 285	803 766	472 416	302 746	495 788	697 564	994 551	1 716 571	5 222 932	148 308	319 889
	S-M	478 498	480 321	476 675	92 988	342 770	413 092	468 756	532 823	646 186	973 073	258 632	408 755
	Moss	694 290	700 832	687 749	333 752	314 187	464 840	621 055	839 062	1 332 946	3 807 875	175 907	356 731
	110-Vek	973 065	987 113	959 017	716 734	302 756	520 277	773 466	1 190 993	2 301 201	8 658 422	137 378	309 072
	Vek	821 613	831 676	811 550	513 414	277 037	476 206	692 393	1 014 728	1 785 926	6 076 234	125 564	276 406
	DS (1)	653 650	659 553	647 748	301 142	329 642	453 556	582 103	776 469	1 210 699	5 156 426	202 709	390 882
	DS (2)	1 019 592	1 037 399	1 001 785	908 520	223 265	459 732	757 892	1 261 246	2 647 603	13 129 094	73 530	178 988
	90/40	952 090	965 518	938 661	685 131	306 779	518 168	763 361	1 163 770	2 218 685	8 598 290	142 721	317 615
	85/15	688 674	694 900	682 449	317 617	334 843	473 223	614 100	824 819	1 281 125	4 269 338	195 147	389 909
	70/10	589 379	593 306	585 452	200 345	342 224	449 246	549 515	688 683	963 512	2 392 350	219 983	409 001
	Č-M	633 838	638 107	629 570	217 774	344 392	478 484	595 657	752 328	1 043 084	1 994 283	186 342	390 528
	A-N	676 077	681 102	671 053	256 342	343 837	493 336	632 406	813 872	1 161 812	2 328 015	172 129	374 778
	NHZ (1)	1 086 104	1 110 223	1 061 986	1 230 540	251 271	444 239	731 101	1 282 059	3 026 979	36 543 760	121 642	268 071
	NHZ (2)	1 507 720	1 545 521	1 469 919	1 928 629	258 789	529 290	933 349	1 743 480	4 596 255	38 388 491	100 084	237 055

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka C.4: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 10,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS _h	IS _d	std	5-percentil	25-percentil	medán	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	609 717
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	628 541
	S-M	1 885 569	1 946 764	1 824 375	3 122 164	212 512	514 228	1 019 509	2 073 177	6 291 213	99 976 022	27 615	650 636
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	585 961
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	674 397
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	601 910
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	571 256
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	563 407
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	672 512
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	597 422
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	547 994
	Č-M	2 264 750	2 349 164	2 180 336	4 306 847	190 935	514 569	1 093 422	2 403 240	7 976 819	160 704 822	20 245	631 567
	A-N	3 597 216	3 777 784	3 416 647	9 212 673	149 893	513 127	1 299 299	3 444 495	13 691 260	495 712 754	11 091	556 526
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	594 397
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	681 535
$\gamma=3$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	362 725
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	536 983
	S-M	1 030 583	1 047 158	1 014 009	845 617	277 961	508 202	794 688	1 262 231	2 593 406	14 054 248	63 136	529 307
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	526 619
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	553 499
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	498 817
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	526 237
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	405 724
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	557 447
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	545 415
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	517 784
	Č-M	1 492 870	1 525 186	1 460 554	1 648 757	248 379	551 673	995 974	1 832 935	4 340 849	40 202 853	34 280	491 216
	A-N	1 931 376	1 980 528	1 882 223	2 507 773	223 004	577 296	1 138 617	2 336 384	6 158 639	73 757 668	33 239	444 340
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	471 507
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	491 829
$\gamma=4$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	233 417
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	461 742
	S-M	773 828	782 256	765 400	429 977	306 872	483 152	672 113	946 349	1 598 685	5 468 029	97 705	477 056
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	477 178
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	463 072
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	414 208
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	489 515
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	293 024
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	470 924
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	502 171
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	491 125
	Č-M	1 147 574	1 165 713	1 129 435	925 468	280 032	549 985	884 709	1 442 417	2 869 354	16 788 015	67 010	435 229
	A-N	1 371 995	1 396 712	1 347 278	1 261 067	267 083	577 797	980 938	1 748 221	3 729 348	25 758 988	52 880	399 268
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	395 260
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	377 012
$\gamma=5$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	158 864
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	398 630
	S-M	655 227	660 656	649 797	277 027	321 279	461 551	600 346	785 694	1 185 175	3 088 891	127 086	448 335
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	435 587
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	392 891
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	343 476
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	458 955
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	212 459
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	403 443
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	465 587
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	467 411
	Č-M	961 403	973 614	949 192	622 997	303 659	536 835	801 429	1 207 448	2 155 890	9 366 061	83 131	405 616
	A-N	1 101 491	1 117 201	1 085 781	801 542	292 874	561 926	875 697	1 413 278	2 637 395	12 826 017	72 374	378 069
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	344 158
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	299 945

Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hrane zákona

Tabuľka C.4: Výsledky stratégií na základe 10 000 simulovaných vývojov výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom o 10,0 p.b. oproti očakávanému

Ukazovatele		priemer	IS_h	IS_d	std	5-percentil	25-percentil	medián	75-percentil	95-percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=0$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	114 598
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	345 248
	S-M	587 868	591 810	583 926	201 118	329 619	445 701	554 118	691 282	969 034	2 113 227	151 303	430 268
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	400 272
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	337 278
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	284 792
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	433 070
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	157 984
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	349 637
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	434 147
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	446 149
	Č-M	846 061	855 139	836 983	463 144	318 336	521 278	736 835	1 056 552	1 729 658	6 153 484	97 338	386 929
	A-N	944 092	955 366	932 818	575 207	310 864	541 743	795 765	1 199 006	2 057 347	7 839 563	102 136	365 881
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	307 807
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	244 738
$\gamma=1$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	88 168
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	300 615
	S-M	544 704	547 775	541 633	156 687	334 769	433 708	521 737	629 670	838 761	1 614 391	171 250	417 885
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	370 072
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	293 158
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	238 061
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	410 810
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	123 155
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	306 560
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	406 781
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	426 942
	Č-M	767 991	775 168	760 814	366 173	327 686	507 581	687 360	949 946	1 464 105	4 497 632	109 904	374 750
	A-N	841 458	850 159	832 758	443 906	322 240	524 923	734 686	1 053 526	1 696 292	5 447 657	119 429	356 180
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	280 724
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	204 318
$\gamma=2$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	71 878
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	264 246
	S-M	514 775	517 281	512 273	127 831	338 335	424 185	498 333	586 832	751 344	1 321 349	187 821	408 882
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	344 162
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	258 484
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	202 629
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	391 420
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	100 956
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	272 314
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	382 749
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	409 483
	Č-M	711 680	717 595	705 765	301 793	334 165	495 501	648 013	868 412	1 285 798	3 505 542	134 819	371 379
	A-N	769 539	776 586	762 493	359 505	329 383	508 329	691 298	953 048	1 455 909	4 106 411	132 779	348 947
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	259 780
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	174 732
$\gamma=6$	BS	352 494	352 494	352 494	0	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494	352 494
	PRS	2 546 803	2 663 060	2 430 546	5 931 470	181 691	497 688	1 092 274	2 518 028	9 198 321	247 703 411	19 444	61 296
	50:50	885 793	897 492	874 093	596 920	293 906	496 872	730 528	1 088 532	2 016 824	8 591 707	79 296	235 331
	S-M	492 841	494 952	490 730	107 706	340 754	416 520	480 446	555 154	690 032	1 132 167	201 740	402 046
	Moss	745 261	753 376	737 146	414 020	304 853	467 322	646 008	906 704	1 519 242	6 407 636	137 556	321 940
	110-Vek	1 084 936	1 103 564	1 066 308	950 421	290 085	517 724	814 309	1 317 721	2 774 181	21 563 013	80 464	231 433
	Vek	894 025	906 698	881 352	646 597	266 889	475 915	723 153	1 110 574	2 114 819	9 117 554	57 148	176 474
	DS (1)	699 419	706 701	692 136	371 552	321 953	455 082	600 985	833 691	1 407 687	6 193 812	176 312	374 349
	DS (2)	1 132 858	1 156 360	1 109 357	1 199 071	205 037	451 030	776 276	1 376 323	3 204 431	22 737 593	27 428	86 297
	90/40	1 059 341	1 077 071	1 041 610	904 604	294 419	516 276	801 010	1 287 579	2 667 690	20 520 125	87 293	245 275
	85/15	739 772	747 498	732 045	394 193	326 973	477 210	641 529	891 069	1 476 110	6 434 944	153 934	361 550
	70/10	622 000	626 747	617 253	242 200	336 378	453 846	570 912	734 558	1 075 255	3 216 578	184 080	393 539
	Č-M	669 102	674 124	664 080	256 210	339 233	484 848	619 459	809 276	1 150 899	2 859 224	156 144	366 610
	A-N	716 255	722 152	710 359	300 841	334 138	496 227	656 960	877 124	1 288 131	3 268 006	141 451	342 487
	NHZ (1)	1 228 454	1 260 312	1 196 596	1 625 425	233 246	433 514	747 693	1 396 263	3 682 517	34 700 245	105 037	243 080
	NHZ (2)	1 772 811	1 830 062	1 715 560	2 920 964	237 124	511 661	963 933	1 945 014	5 708 559	99 970 584	50 265	153 029

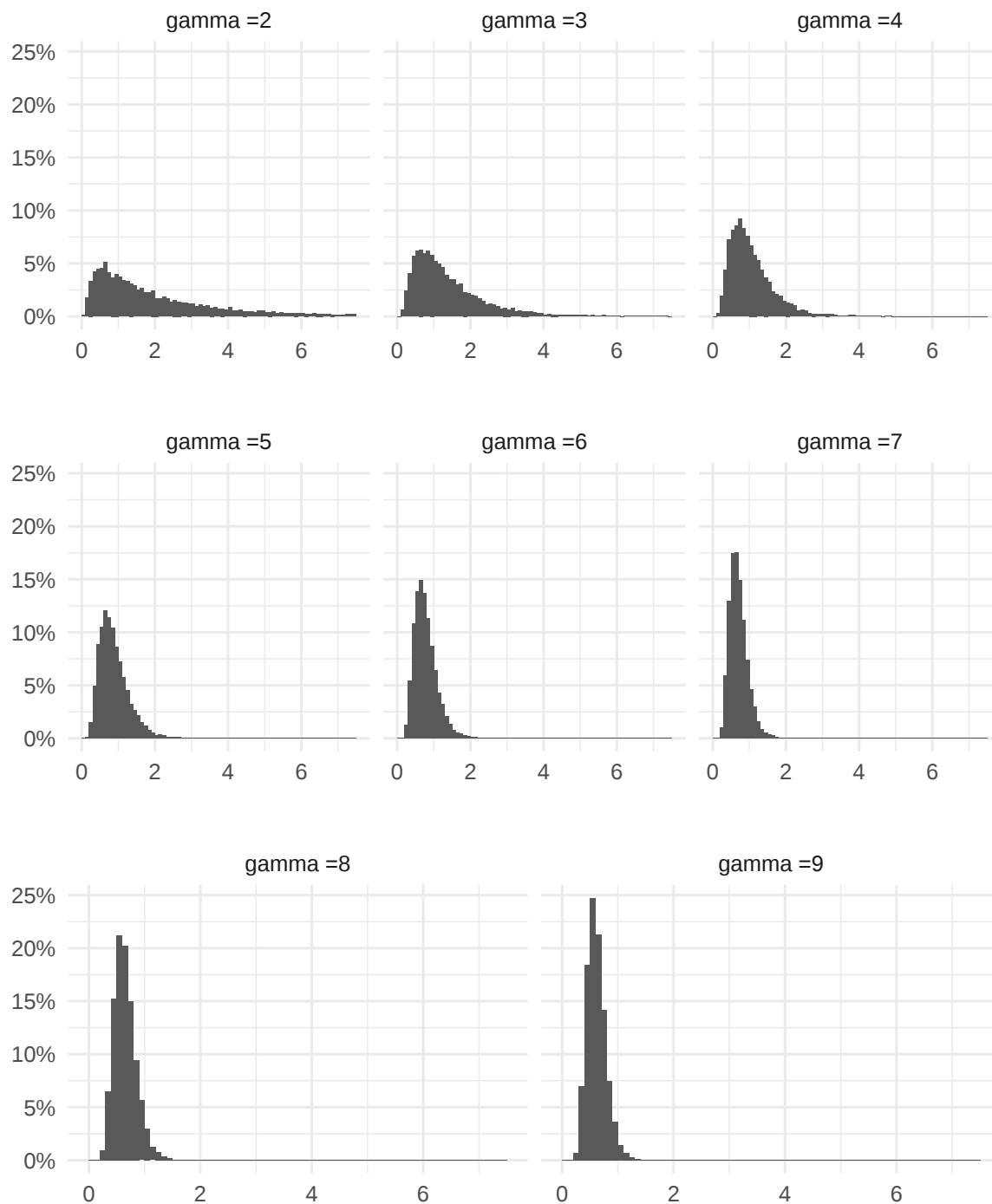
Vysvetlivky: BS - bezriziková stratégia, PRS - plne riziková stratégia, S-M - Samuelson-Merton, DS - doba sporenia, Č-M - Černý-Melicherčík, A-N - Ayres-Nalebuff, NHZ - na hranie zákona

Tabuľka D.1: Výsledky stratégie s opciami na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s rizikom 15,36% a s nižším priemerným výnosom oproti očakávanému

Simulovaný výnos (6,75%)		priemer	IS_h	IS_d	std	5- percentil	25- percentil	medián	75- percentil	95- percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	-0,5 p.b.	2 098 224	2 148 195	2 048 253	2 549 533	265 583	672 804	1 309 538	2 528 230	6 432 416	47 875 348	34 913	829 619
	-1,0 p.b.	1 680 034	1 718 700	1 641 367	1 972 797	215 943	553 321	1 079 441	2 024 066	5 193 694	28 365 943	32 094	669 225
	-1,5 p.b.	1 402 783	1 436 819	1 368 747	1 736 533	181 459	452 139	882 008	1 701 675	4 357 189	39 856 426	26 278	558 312
	-2,0 p.b.	1 161 516	1 190 150	1 132 882	1 460 910	151 966	370 559	708 895	1 382 067	3 584 164	22 257 891	33 519	459 162
$\gamma=3$	-0,5 p.b.	1 277 721	1 296 834	1 258 608	975 175	319 547	628 415	1 010 171	1 622 466	3 119 352	11 998 716	59 699	623 619
	-1,0 p.b.	1 094 685	1 110 811	1 078 558	822 789	273 315	542 467	882 365	1 378 377	2 678 534	9 198 019	72 294	536 038
	-1,5 p.b.	961 199	975 800	946 598	744 968	239 539	466 585	758 840	1 221 737	2 366 463	10 258 540	71 177	469 974
	-2,0 p.b.	835 969	849 018	822 920	665 776	206 563	404 297	649 889	1 049 831	2 072 823	7 187 368	49 428	406 018
$\gamma=4$	-0,5 p.b.	976 332	987 302	965 361	559 722	343 150	587 856	844 885	1 224 651	2 046 872	5 759 142	85 192	536 722
	-1,0 p.b.	866 056	875 693	856 420	491 641	303 431	520 686	758 562	1 076 144	1 811 320	4 798 753	101 593	477 717
	-1,5 p.b.	780 964	789 893	772 035	455 565	269 142	463 543	678 060	979 790	1 638 950	5 125 784	89 888	430 541
	-2,0 p.b.	698 674	706 855	690 492	417 415	237 670	409 904	598 738	872 130	1 497 699	3 892 703	83 776	382 275
$\gamma=5$	-0,5 p.b.	822 627	830 125	815 129	382 547	352 752	550 359	746 808	1 014 897	1 553 220	3 591 083	107 278	488 210
	-1,0 p.b.	745 286	752 036	738 535	344 410	319 581	497 523	679 174	913 058	1 394 963	3 203 315	135 074	445 840
	-1,5 p.b.	683 942	690 294	677 590	324 099	287 178	454 554	622 115	841 171	1 291 689	3 387 086	103 247	406 350
	-2,0 p.b.	622 979	628 890	617 068	301 581	257 924	409 930	561 009	766 745	1 194 615	2 615 762	107 865	369 105
$\gamma=6$	-0,5 p.b.	729 900	735 531	724 268	287 330	355 717	524 237	678 919	885 226	1 275 401	2 559 308	132 965	459 573
	-1,0 p.b.	670 648	675 802	665 494	262 968	328 934	481 216	627 935	808 248	1 162 296	2 398 057	156 964	425 363
	-1,5 p.b.	623 069	627 971	618 166	250 134	300 663	444 758	581 079	753 797	1 089 244	2 487 827	130 083	393 122
	-2,0 p.b.	574 754	579 371	570 137	235 557	275 959	406 918	533 495	695 038	1 018 935	2 016 075	129 574	360 803
$\gamma=7$	-0,5 p.b.	667 803	672 291	663 315	228 976	359 120	502 854	632 557	797 049	1 095 602	2 015 918	142 968	438 884
	-1,0 p.b.	620 045	624 200	615 890	212 007	332 344	466 490	590 088	736 767	1 010 802	1 907 603	166 505	410 352
	-1,5 p.b.	581 444	585 427	577 461	203 206	309 004	435 592	552 292	692 678	957 224	1 988 535	147 113	384 089
	-2,0 p.b.	541 456	545 240	537 672	193 055	285 864	403 375	511 167	645 427	900 403	1 644 536	147 878	356 128
$\gamma=8$	-0,5 p.b.	623 360	627 082	619 639	189 861	360 585	487 235	596 857	733 547	971 975	1 682 986	163 794	426 585
	-1,0 p.b.	583 532	587 007	580 056	177 326	336 593	455 307	561 186	684 484	907 709	1 603 028	172 656	400 096
	-1,5 p.b.	551 026	554 377	547 676	170 947	315 764	428 792	528 323	648 430	864 555	1 665 049	160 376	377 984
	-2,0 p.b.	517 076	520 282	513 871	163 552	293 260	400 184	494 395	609 314	817 886	1 404 524	150 886	352 353
$\gamma=9$	-0,5 p.b.	590 027	593 203	586 852	162 004	360 876	474 224	570 199	685 371	886 616	1 455 131	182 973	416 612
	-1,0 p.b.	555 829	558 813	552 844	152 284	339 850	446 227	538 590	643 875	832 276	1 391 243	188 686	393 598
	-1,5 p.b.	527 831	530 721	524 941	147 459	320 266	422 516	510 272	614 207	797 618	1 443 115	172 893	372 938
	-2,0 p.b.	498 359	501 140	495 578	141 903	299 769	396 974	480 421	580 539	756 961	1 236 341	159 071	348 258

Tabuľka D.2: Výsledky stratégie s opciami na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a s vyšším rizikom oproti očakávanému

Simulované riziko (15,26%)		priemer	IS_h	IS_d	std	5- percentil	25- percentil	medián	75- percentil	95- percentil	MAX	MIN	CE
$\gamma=2$	+2,5 p.b.	2 902 924	2 989 864	2 815 984	4 435 702	243 713	705 299	1 537 257	3 243 480	9 835 039	87 053 801	24 548	822 735
	+5,0 p.b.	3 431 642	3 601 439	3 261 845	8 663 126	201 525	644 102	1 548 200	3 688 360	12 399 068	545 935 401	24 668	732 345
	+7,5 p.b.	3 981 284	4 154 137	3 808 431	8 819 027	162 035	586 271	1 477 151	3 823 432	15 454 498	268 640 570	18 153	624 623
	+10,0 p.b.	4 922 124	5 195 618	4 648 629	13 953 802	137 318	523 867	1 497 814	4 404 475	19 790 917	759 545 489	12 364	539 403
$\gamma=3$	+2,5 p.b.	1 604 640	1 633 876	1 575 404	1 491 640	306 245	666 191	1 174 105	2 005 099	4 336 102	20 342 235	60 071	604 271
	+5,0 p.b.	1 802 315	1 841 863	1 762 766	2 017 801	274 834	649 279	1 220 836	2 269 444	5 266 894	67 709 245	51 999	559 311
	+7,5 p.b.	2 017 684	2 066 536	1 968 832	2 492 450	238 622	627 629	1 223 709	2 435 574	6 518 457	47 603 788	52 266	487 690
	+10,0 p.b.	2 347 552	2 412 065	2 283 038	3 291 495	217 576	608 180	1 280 218	2 783 235	8 002 743	93 071 449	34 392	438 062
$\gamma=4$	+2,5 p.b.	1 167 299	1 182 999	1 151 600	801 013	331 772	623 112	965 540	1 472 971	2 702 700	8 988 949	97 412	514 254
	+5,0 p.b.	1 281 118	1 300 778	1 261 459	1 003 032	309 779	624 964	1 014 921	1 644 117	3 142 756	22 568 859	70 565	484 759
	+7,5 p.b.	1 403 996	1 428 375	1 379 618	1 243 783	284 528	609 313	1 035 450	1 770 523	3 843 658	18 142 230	71 944	434 150
	+10,0 p.b.	1 579 598	1 610 095	1 549 100	1 555 993	266 573	608 388	1 086 729	1 998 449	4 526 692	29 180 527	51 812	392 103
$\gamma=5$	+2,5 p.b.	953 990	964 318	943 661	526 956	343 576	584 797	835 174	1 190 904	1 958 430	5 312 043	110 549	471 846
	+5,0 p.b.	1 032 011	1 044 531	1 019 490	638 788	330 254	587 857	883 620	1 315 076	2 251 068	11 239 518	92 201	446 798
	+7,5 p.b.	1 115 732	1 131 101	1 100 364	784 097	304 628	581 801	907 649	1 417 566	2 668 899	9 694 178	91 590	402 961
	+10,0 p.b.	1 229 097	1 247 741	1 210 453	951 210	294 894	586 630	952 481	1 577 637	3 073 095	14 005 340	66 021	360 568
$\gamma=6$	+2,5 p.b.	828 895	836 462	821 328	386 058	352 895	554 710	755 124	1 016 023	1 565 055	3 666 758	136 683	444 248
	+5,0 p.b.	887 689	896 697	878 681	459 603	341 273	558 951	792 374	1 112 759	1 764 920	6 821 313	106 338	423 161
	+7,5 p.b.	950 159	961 108	939 210	558 640	323 590	557 677	816 635	1 198 542	2 052 425	6 190 130	107 805	388 561
	+10,0 p.b.	1 032 783	1 045 851	1 019 715	666 725	314 528	562 855	757 693	1 316 227	2 337 855	8 553 801	95 029	351 305
$\gamma=7$	+2,5 p.b.	746 703	752 625	740 781	302 150	356 872	530 242	696 144	900 753	1 317 277	2 780 690	158 900	429 284
	+5,0 p.b.	793 913	800 881	786 944	355 538	348 526	537 985	727 175	979 770	1 465 190	4 771 048	116 333	403 446
	+7,5 p.b.	842 909	851 296	834 522	427 925	334 114	537 245	750 963	1 048 513	1 679 404	4 433 140	137 985	381 691
	+10,0 p.b.	907 830	917 743	897 916	505 788	327 579	544 248	789 102	1 145 025	1 888 267	5 998 394	106 117	342 309
$\gamma=8$	+2,5 p.b.	688 825	693 669	683 981	247 130	359 209	511 727	651 717	822 078	1 151 534	2 241 548	176 330	416 934
	+5,0 p.b.	728 096	733 752	722 441	288 538	352 010	518 484	678 629	885 384	1 267 468	3 594 301	136 003	395 177
	+7,5 p.b.	768 388	775 142	761 634	344 602	342 783	519 926	700 723	943 929	1 431 396	3 411 781	156 192	374 341
	+10,0 p.b.	821 934	829 858	814 011	404 267	334 763	527 236	734 668	1 024 815	1 601 376	4 479 651	133 589	344 326
$\gamma=9$	+2,5 p.b.	645 795	649 884	641 707	208 580	360 311	496 728	617 077	761 503	1 030 746	1 891 492	200 455	408 071
	+5,0 p.b.	679 392	684 137	674 646	242 124	354 711	503 281	641 793	815 280	1 127 090	2 951 224	166 033	391 932
	+7,5 p.b.	713 493	719 125	707 862	287 300	345 785	505 988	662 621	866 361	1 259 988	2 769 062	169 311	369 943
	+10,0 p.b.	758 846	765 411	752 281	334 933	339 841	513 779	692 802	935 621	1 400 958	3 550 501	137 231	340 115



Obr. D.1: Relatívna početnosť (%) konečných úspor ($\times 10^6$) stratégie využívajúcej opcie na základe 10 000 simulovaných vývojev výnosov rizikového aktíva z normálneho rozdelenia s ročným priemerným výnosom 6,75% a rizikom 15,36%