UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY




# Energia a hospodársky rast

## DIPLOMOVÁ PRÁCA

2019 Bc. Andrej Ledaj

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE**
**FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**

# Energia a hospodársky rast

## DIPLOMOVÁ PRÁCA

| | |
|---|---|
| Študijný program: | Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie |
| Študijný odbor: | 1114 Aplikovaná matematika |
| Školiace pracovisko: | Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky |
| Vedúci práce: | doc. RNDr. Ján Boďa, CSc. |

**2019** **Bc. Andrej Ledaj**






Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

# ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Bc. Andrej Ledaj
**Študijný program:** ekonomicko-finančná matematika a modelovanie (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
**Študijný odbor:** aplikovaná matematika
**Typ záverečnej práce:** diplomová
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský
**Sekundárny jazyk:** anglický

**Názov:** Energia a hospodársky rast
*Energy and economic growth*

**Anotácia:** Úlohou študenta je zanalyzovať vzťah medzi produkciou a energiou a vysvetliť dopady tohto vzťahu na dlhodobý hospodársky rast.

**Vedúci:** doc. RNDr. Ján Boďa, CSc.
**Katedra:** FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
**Vedúci katedry:** prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.

**Dátum zadania:** 29.01.2018

**Dátum schválenia:** 29.01.2018 prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

# Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcel poďakovať Jakobovi Kullikovi, M.A. za to, že som mohol navštevovať jeho predmet Energy and Resource Policy: Analysis and Management, na ktorom som získal prehľad o problematike prírodných zdrojov. Poďakovanie patrí aj vedúcemu diplomovej práce pánovi doc. RNDr. Jánovi Boďovi, CSc. za ideu, ktorú mi vnukol pri našej poslednej konverzácii. A asi najväčšia vďaka patrí internetu, vďaka ktorému som mal počas písania práce prístup k neuveriteľnému množstvu prác a údajov, z ktorých som mohol vo svojej diplomovej práci čerpať.

# Abstrakt

LEDAJ, Andrej: Energia a hospodársky rast [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ': doc. RNDr. Ján Boďa, CSc., Bratislava, 2019, 75 str.

Diplomová práca analyzuje vzťah medzi energiou a produkciou a jeho dôsledky pre možnosť dlhodobého hospodárskeho rastu. Práca predstavuje čitateľovi niektoré z faktov o histórii hospodárskeho rastu ako aj niektoré z najčastejších akademických prístupov k jeho modelovaniu (najmä Solowov model). V ďalšej kapitole autor analyzuje postavenie prírodných zdrojov (špeciálne energie) vo výrobnom procese. Autor následne odvádza ním navrhovaný prístup k modelovaniu tohto vzťahu prostredníctvom trhu medzi vstupnými zdrojmi a výrobnými kapacitami a jeho dôsledky na dlhodobý ekonomický rast. Na záver autor prezentuje súčasný prístup spoločnosti k výrobe energie.

**Kľúčové slová:** energia, hospodársky rast, Solowov model

# Abstract

LEDAJ, Andrej: Energy and economic growth [Master thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of applied mathematics and statistics, supervisor: doc. RNDr. Ján Boďa, CSc., Bratislava, 2019, 75 pages

Master thesis analyse relationship between energy and production and its consequences on the possibility of the long-term economic growth. Thesis introduces reader to some facts about history of the economic growth as well as to some of the most common academic approaches to its modelling (mainly Solow model). In the next chapter author analyse the role of natural resources (especially energy) in production. Author then derives his suggested approach to modelling of this relationship as a market between input and throughout resources and its consequences for the long-term economic growth. Finally author presents current social approach to the energy production.

**Keywords:** energy, economic growth, Solow model

# Obsah

**Úvod** ..... **8**

**1 Modelovanie hospodárskeho rastu** ..... **10**

1.1 Hospodársky rast ..... 11

**2 Neoklasické modely hospodárskeho rastu** ..... **15**

2.1 Matematické odvodenie ..... 15

2.2 Nedostatky ..... 24

**3 Endogénne modely hospodárskeho rastu** ..... **27**

3.1 AK model ..... 27

3.2 Dvoj-sektorový model ..... 28

3.3 Nedostatky endogénnych modelov rastu ..... 29

**4 Možnosti dlhodobého rastu** ..... **30**

4.1 Kritické predpoklady ..... 30

4.2 Kritika neoklasických modelov rastu ..... 32

4.3 Prírodné zdroje ..... 37

4.4 Teoretický prístup ..... 43

4.5 Čo sme zanedbali ..... 61

4.6 Empirický pohľad ..... 64

**Záver** ..... **71**

**Zdroje** ..... **72**

# Zoznam obrázkov

**Obr. 1** Svetové reálne HDP na obyvateľa posledných 2000 rokov ..... 11

**Obr. 2** Populácia a reálne HDP na obyvateľa v Anglicku (1250-1750) ..... 12

**Obr. 3** Rovnovážna hodnota kapitálu ..... 19

**Obr. 4** Globálna spotreba energie podľa zdrojov pôvodu ..... 41

**Obr. 5** Globálna spotreba energie podľa zdrojov pôvodu ..... 64

**Obr. 6** Vzťah medzi veľkosťou produkcie a spotrebou energie ..... 66

**Obr. 7** Energetická náročnosť svetového hospodárstva ..... 66

**Obr. 8** Energetická náročnosť hospodárstiev ..... 67

**Obr. 9** Svetové zdroje elektriny ..... 69

**Obr. 10** Miery rastu svetovej populácie a populačné predikcie OSN ..... 70

# Zoznam tabuliek

**Tab. 1** Rýchlosti rastu v ustálenom stave v Solowovom modeli ..... 22

# Úvod

Keď sa hovorí o hospodárskom raste, pravdepodobne každého zaujímajú hlavne dve veci, a síce jeho veľkosť a to, ktorej krajiny sa týka. Dlhodobý rast hospodárstva (meraný zmenami reálneho hrubého domáceho produktu) patrí medzi ústredné témy makroekonómie. Veľkej pozornosti sa mu dostáva najmä preto, že spoločnosti zabezpečuje blahobyt, z ktorého máme úžitok my všetci. Ako sa však vieme dolistovať v [6], pojem „my“ je v tomto prípade až príliš všeobecný. Pravdou totiž je, že „my“ neznamená „my všetci“, ale skôr „my všetci z istých oblastí na Zemi“. Zrovna tak je tiež faktom, že „my“ sa nevzťahuje na všetkých, čo kedy obývali túto planétu, ale skôr na tých, ktorí mali šťastie a narodili sa až v období masívneho spriemyselňovania výroby.[1]

Úlohou ekonómie pri štúdii hospodárskeho rastu je vysvetliť jeho vývoj tak, aby čo najlepšie zodpovedal realite, ktorú možno sledovať. Bežnou praxou sú v tomto smere matematické modely, ktoré sa pomocou vybraných faktorov (premenných) a vzťahov medzi nimi snažia opísať historický vývoj hospodárstiev. Štandardom v oblasti modelovania hospodárskeho rastu je Solowov model, ktorý si za tieto premenné vzal existujúci kapitál (stroje, budovy, ...), počet ľudí, a to, ako efektívne vedia tento kapitál obhospodarovať. Medzi ekonómami tiež panuje všeobecná zhoda, že posledný spomenutý faktor (efektivita práce) je to hlavné, vďaka čomu „my“ nemusíme trpieť nedostatkom. Znamená to ale, že aj tí po nás sa mu vyhnú? Najpravdepodobnejšie je, že sa budú mať lepšie ako tí pred nami. Či sa budú mať tak dobre, ako sa máme my, však závisí hlavne od toho, koľko budú mať k dispozícii energie.

[1] Pre široké vrstvy obyvateľstva pravdepodobne až v období zavádzania sociálnych štandardov, ktoré by garantovali aj ich podiel na vytvorenom bohatstve.

V práci sa budeme venovať tomu, čo znamená mať dostatok energie na dlhodobý hospodársky rast. Po úvodnej prezentácií faktov o hospodárskom raste si odvodíme pomocou [1] a [9] najznámejší a dodnes najpoužívanejší model od amerického ekonóma R. Solowa. Následne sa si v krátkosti spomenieme, čo sa myslí pod endogénnym modelovaním hospodárskeho rastu a prečo by nás malo zaujímať. Po tom sa však už naplno začneme venovať otázke, odkiaľ pochádza hospodársky rast a čo je potrebné na jeho udržanie. Na začiatok si uvedieme kritický predpoklad celej ďalšej práce a podľa [15] si vysvetlíme, aké má energia postavenie vo výrobnom procese. V ďalšej časti si vybudujeme teoretický aparát, na základe ktorého sa dopracujeme k záverom vyplývajúcim z postavenia energie v produkcii a ich implikáciám pre možnosti dlhodobého hospodárskeho rastu. Na záver práce sa pozrieme na vec z empirického hľadiska a ukážeme si, ako v súčasnosti pristupujeme k výrobe a spotrebe energie.

# 1 Modelovanie hospodárskeho rastu

George E. P. Box: *„Všetky modely sú zlé, no niektoré sú užitočné.“*

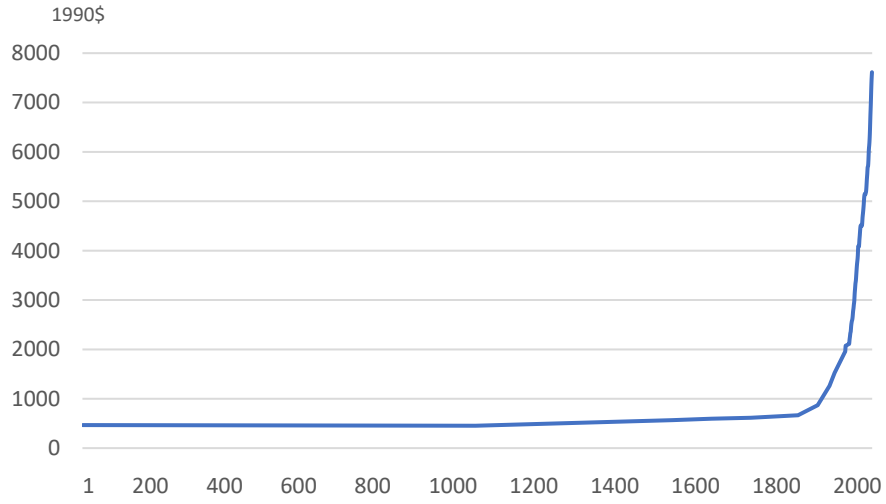
Prácu začíname symbolicky citátom, ktorý je tradične prisudzovaný jednému z najväčších štatistikov 20. storočia, Georgovi E. P. Boxovi. Ako však tento citát súvisí s témou modelovania hospodárskeho rastu? Presne tak isto, ako s každým iným modelom. Spoločnou snahou všetkých modelov je ich opis javov reálneho sveta. Avšak vzhľadom na to, aký zložitý je reálny svet, jeho dokonalý opis je prakticky nemožný. Z daného dôvodu je potrebné vzdať sa tejto ambície a pokúsiť sa ho opísať aspoň približne. Na to je ale treba pozerať sa na vec iba z istého hľadiska a všetky ostatné okolnosti zanedbať. Je však toto dobrý prístup? Pokiaľ nezabudneme na to, že sme museli niektoré veci opomenúť, tak odpoveď na túto otázku závisí viac-menej od toho, ako blízko reality sa náš model nachádza.

Vytvoriť dobrý model preto nie je jednoduché. Aby bol totiž model dobrý, nielenže musí byť dostatočne jednoduchý na pochopenie, ale musí aj dostatočne vierohodne opisovať realitu. O tej sme však povedali, že je príliš komplikovaná na to, aby sme ju vedeli dokonale matematicky vyjadriť. Preto si na začiatok musíme stanoviť nejaké zjednodušujúce predpoklady. Každou zmenou predpokladov sa však mení výsledok modelu, a tak je nutné stanoviť si správnu sadu predpokladov, z ktorých bude náš model vychádzať. Pokiaľ by mal akademik v 19. storočí pocit, že na vysvetlenie hospodárskeho rastu stačí poznať iba počet obyvateľov, vytvoril by model rastu, v ktorom by veľkosť produkcie závisela iba na počte obyvateľov. Keby následne prišiel ďalší, ktorý si všimol, že nielen ľudia, ale aj stroje sa podieľajú na vytváraní tovarov, tak by si vytvoril nový model. Na začiatku tohto procesu však stála zmena, ktorá ho dodnes núti ľudí rozmýšľať o hospodárskom raste.

## 1.1 Hospodársky rast

Na správy o raste HDP je už väčšina ľudí dobre zvyknutá, pretože sa jedná takmer samozrejmú súčasť ich života, ktorá je im prezentovaná médiami. Ak sa však pozrieme život ľudí pred začiatkom obdobia hospodárskeho rastu, zistíme že realita bežného dňa však zvykla bývať celkom iná. Zjednodušene môžeme povedať, že ľudia sa zvykli živiť prevažne poľnohospodárstvom, na prepravu používali zvieratá (alebo nohy) a takým ekonomickým obyčajom bolo, že sa toho roku vyrobilo asi toľko isto čo aj pominulé roky. Stav, v ktorom svetové hospodárstvo rastie, a spolu s ním rastú aj príjmy obyvateľstva, sa začal objavovať až v období priemyselnej revolúcie. [6, str. 178-179] A ako môžeme vidieť na Obr. 1, od tohto obdobia rastie svetové hospodárstvo už iba exponenciálnym tempom.

**Obr. 1** Svetové reálne HDP na obyvateľa posledných 2000 rokov [8]
*(chýbajúce údaje boli doplnené lineárnou interpoláciou)*

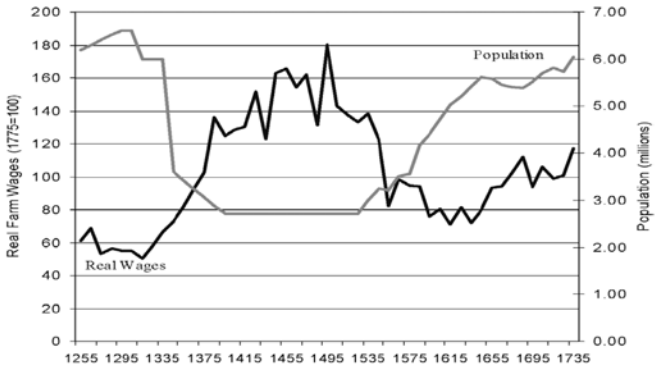



Ako ukazovateľ rastu hospodárstva je na Obr. 1 použitý reálny hrubý domáci produkt na 1 obyvateľa. Spôsobov na výpočet (teda aj interpretácií) hrubého domáceho produktu (skr. HDP) krajiny je viacero, v princípe však môžeme povedať, že sa jedná o hodnotu všetkých finálnych tovarov a služieb, ktoré sa v danej krajine za dané časové obdobie (spravidla kalendárny rok) vyprodukovali. Vzhľadom na rozdielne ceny tovarov a služieb v rozličných obdobiach sa častejšie ako nominálne

HDP používa reálne HDP, ktoré očisťuje nominálne HDP od inflácie a tým pádom nezohľadňuje aktuálnu cenovú hladinu. Pokiaľ následne rozdelíme túto hodnotu rovnomerne medzi všetkých obyvateľov, dostaneme ukazovateľ reálne HDP na obyvateľa (niekedy aj ako reálne HDP na hlavu), ktoré symbolizuje priemernú hodnotu, ktorú vytvoril 1 obyvateľ za daný rok (pokiaľ predpokladáme rovnomerné rozdelenie bohatstva, tak sa tiež jedná o ročný príjem danej osoby). [9, str. 18-24]

Vráťme sa teraz späť k téme hospodárskeho rastu. Ako sme videli na Obr. 1, ľudstvo bolo počas väčšiny svojej histórie poznamenané tzv. „maltuziánskou[2] stagnáciou". Typické pre maltuziánsku epochu bolo, že technologický pokrok zvykol byť (oproti modernej dobe) marginálny a nadbytok zdrojov slúžil prevažne na zväčšenie veľkosti populácie. Historické éry bez technologických zmien sú príznačné stabilnou veľkosťou populácie a príjmom na hlavu, zatiaľ čo obdobia spojené s objavmi spravidla viedli k väčšej, no nie bohatšej populácii. Samozrejme aj v tomto období dochádzalo k fluktuáciám vo výške reálnych príjmov na hlavu, ako to môžeme pozorovať na prípade Anglicka, kde morová epidémia spôsobila značný úbytok obyvateľstva (viď. Obr. 2). Následný populačný nárast navrátil úroveň príjmov ku jej pôvodným úrovniam, pričom opätovný prišiel až s nástupom priemyselnej revolúcie (spojený s meniacim sa ekonomicko-spoločenským usporiadaním sveta). [6, str. 178-185]

**Obr. 2** Populácia a reálne HDP na obyvateľa v Anglicku (1250-1750) [6, str. 183]




[2] Thomas Robert Malthusian (1766-1834), zakladateľ populačnej teórie a spoluzakladateľ teórie hospodárskeho rastu

Po danom období sa ľudstvo vymanilo z tzv. maltuziánskej pasce, kedy technologický pokrok napomáhal rastu rýchlejšie ako stihla rásť populácia. To sa prejavilo v postupnom raste príjmov obyvateľstva (naznačené na Obr. 1) a v možnosti stále masívnejšieho rozvoja fyzického kapitálu (prepravná infraštruktúra, stroje, ...). Tento proces však so sebou priniesol aj istú zmenu v myslení. Pozornosť sa postupne začala presúvať z fyzického kapitálu na ľudský kapitál. Industrializácia a zavádzanie nových výrobných procesov si totiž vyžadovali neustále kvalifikovanejších pracovníkov, ktorí by dokázali tieto stroje obhospodarovať. Reakcie viacerých spoločností na tieto požiadavky vyústili v rozvoj školstva (zavádzanie povinnej školskej dochádzky, ...) a zmene ekonomicko-spoločenskej organizácie spoločnosti potrebnej k industrializácii (väčšia triedna mobilita, nástup kapitalizmu, urbanizácia, ...). Záverom tohto procesu je, že tie časti sveta, v ktorých sa investovalo do skvalitnenia ľudského kapitálu prostredníctvom vzdelávania, dnes predstavujú najrozvinutejšie ekonomiky dnešného sveta. Naopak tie časti sveta, ktoré tak nerobili, boli zvyčajne položené na kolená trhovým liberalizmom a globalizáciou, v ktorých sa ako noví hráči na jednotnom svetovom trhu nedokázali prispôsobiť a teda ani konkurovať vyspelejším krajinám. [6, str. 185-219] Avšak hospodársky rast aj im priniesol isté zlepšenie životných podmienok a o čosi väčší blahobyt. Vlastne my všetci, ktorí sme sa narodili do obdobia hospodárskeho rastu, sme oproti naším predkom deťmi šťasteny. A už sa nevieme dočkať toho, aké možnosti prinesie hospodársky rast tým, ktorí prídu po nás.

Aby však mohol hospodársky rast nastať, musíme zabezpečiť aby aj mal z čoho a ako vzniknúť. Na vytváranie ľubovoľnej produkcie je totiž potrebných hneď niekoľko vecí. Za prvé musíme zabezpečiť, aby sme mali dostatok hmotných surovín, z ktorých by sme tovar mohli vytvoriť. Surovín je však vôkol nás neúrekom, celé čo potrebujeme je si ich zobrať. Získanie surovín a ich následné

spracovanie však stojí veľa energie. A túto energiu potrebujeme byť schopný získať a použiť. Ako sme však spomínali, bežná realita vyzerala v minulosti tak, že sa viac-menej žilo iba z toho, čo nám dala príroda okolo nás. O nadbytku energie sa však prakticky začalo hovoriť až s nástupom parného stroja, ktorý dokázal pomerne efektívne spaľovať vtedy najpoužívanejšie uhlie. Keď už však bol dostatok energie na ťažbu a produkciu surovín, kľúčovú úlohu zohrávalo to, ako s touto energiou naložíme. No a o tom v konečnom dôsledku rozhodujú iba ľudia a stroje, ktoré používame. Ak chceme vyrobiť väčšie množstvo tovarov ako predtým, musíme však niečo zmeniť. Ako bolo spomenuté vyššie, hlavnými faktormi prekonania hospodárskej stagnácie bol rozvoj fyzického a ľudského kapitálu, spojený so zefektívňovaním výrobných procesov a zmenou v spoločenskom usporiadaní. Podľa tejto úvahy by malo byť smerodajným pre určenie veľkosti produkcie to, koľko ľudí sa podieľa na jej výrobe, koľko (a aké) nástroje pritom používajú, a ako obratne s týmito nástrojmi vedia ľudia narábať. Podobnú úvahu pravdepodobne použil aj Robert Solow, ktorý sa však vo svojich úvahách posunul ešte o kúsok ďalej. Nezabúdal na to, že dôležité nie je len to, koľko tovarov sa vyrobí, ale aj to, ako sa s nimi naloží. Obrazne povedané: závisí na tom, či dané zrno namelieme a z múky upečieme koláč, alebo ho na jar opäť zasejeme. Všetky tieto vzťahy zapísal do jednoduchého a ľahko uchopiteľného analytického modelu, ktorý sa stal jednou z ikon celej generácie ekonómov.

# 2 Neoklasické modely hospodárskeho rastu

Najznámejším modelom hospodárskeho rastu, ktorý sa dnes bežne vyučuje na školách, je model od ekonómov R. Solowa[3] a T. Swana[4]. Obaja nezávisle od seba publikovali v roku 1956 tento model, meno však bežne nesie po slávnejšom z dvojice. Pozornosť si získal najmä pre jeho jednoduchosť. Vďaka svojej popularite sa podieľal na tvarovaní makroekonómie a stal sa akýmsi „ťažným koňom“ modelovania hospodárskeho rastu. Stojí za zmienku spomenúť, že pred jeho príchodom bol najbežnejším prístup k modelovaniu rastu model od R. Harroda a E. Domara. Ten na rozdiel od Solowovho modelu zdôrazňoval aj potenciálne scenáre vedúce k zle fungujúcej ekonomike. Solowov model si však získal akademikov aj tým, že dokázal prostredníctvom produkčnej funkcie nadviazať na mikroekonómiu. Po istom čase od jeho zverejnenia bolo publikované aj vylepšenie modelu, v ktorom bol zahrnutý už aj technologický pokrok ako faktor rastu. Tento model si v nasledujúcej pasáži odvodíme. [1, str. 37-38 a 79-80]

## 2.1 Matematické odvodenie

Solowov model je vytvorený tak, aby ukázal, ako zmena v kapitálových zásobách, veľkosti populácie a technologických postupoch pôsobia na ekonomiku a jej celkový objem výroby. Model odvodíme v niekoľkých krokoch, ako prvé sa pozrieme na ponukovú stranu hospodárstva.

Ponukovú stranu hospodárstva predstavujú firmy, ktoré na trh v čase $t$ dodávajú množstvo produkcie $Y(t)$, skrátene označ. $Y$. O produkčnej funkcii

$$Y(t) = F\big(K(t), L(t), A(t)\big), \qquad F\colon \mathbb{R}^3_+ \to \mathbb{R}_+ \tag{2.1}$$

[3] Robert Merton Solow (*1924), americký ekonóm, laureát Nobelovej ceny za ekonómiu z roku 1987, zaujímavosť: vedúcim jeho dizertačnej práce bol Wassily Leontief

[4] Trevor Winchester Swan (1918-1989), austrálsky ekonóm

predpokladáme, že závisí od kapitálových zásob $K(t)$, pracovnej sily $L(t)$ a od efektivity práce $A(t)$.[5] O produkčnej funkcii ďalej predpokladáme, že má konštantné výnosy z rozsahu v premenných $K$ a $L$, tzn. že platí

$$zY = zF(K, L, A) = F(zK, zL, A),\ z \in \mathbb{R}^+, \tag{2.2}$$

a tiež, že je v premenných $K$ a $L$ dvakrát spojite diferencovateľná a spĺňa

$$\begin{aligned} F_K(K, L, A) &\equiv \frac{\partial F(K, L, A)}{\partial K} > 0, \qquad F_L(K, L, A) \equiv \frac{\partial F(K, L, A)}{\partial L} > 0 \\ F_{KK}(K, L, A) &\equiv \frac{\partial^2 F(K, L, A)}{\partial K^2} < 0, \qquad F_{LL}(K, L, A) \equiv \frac{\partial^2 F(K, L, A)}{\partial L^2} < 0. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Daný predpoklad značí, že so zvyšujúcim sa množstvom kapitálu resp. práce rastie aj celková hodnota produkcie $Y$, no ich marginálna (hraničná) hodnota prírastku je klesajúca, teda so zvyšujúcim množstvom kapitálu resp. práce (ostatné faktory uvažujeme nezmenené) sa rast produkcie $Y$ spomaľuje. [1, str. 39-43]

O premennej $A$ predpokladáme, že sa ako efektivita práce priamo viaže na pracovnú silu $L$ a teda produkčnú funkciu $F(K, L, A)$ môžeme zapísať aj v tvare

$$Y = F(K, L, A) = F(K, L \times A). \tag{2.4}$$

Keďže premenná $A$ predstavuje akúsi úroveň/vyspelosť technologického procesu (so zvyšujúcou sa efektivitou práce dokáže pracovník vytvoriť väčšiu hodnotu), výraz $L \times A$ vieme vysvetliť ako „efektívna“ pracovná sila (teda do úvahy neberieme iba počet zamestnancov, ale aj ich schopnosti). Podstatou tohto prístupu je, že zvýšenie produktivity práce $A$ je obdobou zvýšenia počtu pracovníkov $L$ (mať 2 krát viac zamestnancov je ekvivalentné situácii, v ktorej by každý súčasný zamestnanec produkoval dvojnásobok). [9, str. 222-223]

[5] Pre prehľadnosť zápisu nebudeme najbližšiu dobu uvádzať časový index $t$.

Vďaka produkčnej funkcii s konštantnými výnosmi z rozsahu dokážeme skúmať všetky hodnoty v pomere k počtu efektívnej pracovnej sily $A \times L$. Voľbou $z = \frac{1}{A \times L}$ v (2.2) a využitím vzťahu (2.4) dostaneme rovnosť

$$\frac{Y}{A \times L} = F\left(\frac{K}{A \times L}, 1\right). \tag{2.5}$$

Predpoklad konštantných výnosov teda značí, že veľkosť hospodárstva (meraného veľkosťou efektívnej pracovnej sily $A \times L$) nemá priamy vplyv na veľkosť výroby a kapitálu pripadajúcich na jedného efektívneho zamestnanca. Výhodné preto bude označiť si novovzniknuté premenné

$$y = \frac{Y}{A \times L}, \qquad k = \frac{K}{A \times L}, \tag{2.6}$$

čím dostaneme produkčnú funkciu v tvare

$$y = f(k), \qquad f(k) = F(k, 1) \tag{2.7}$$

Výška príjmov na hlavu teda závisí iba od veľkosti kapitálu. [9, str. 193 a 222]

Dopytová strana hospodárstva, zastúpená domácnosťami, rozhoduje o tom, akým spôsobom sa tieto kapitálové zásoby (vo forme príjmov) použijú. Na výber majú iba 2 možnosti, buď daný kapitál využijú na spotrebu alebo ho odložia a investujú.[6] Výstup hospodárstva $Y$ je teda rozdelený medzi spotrebu $C$ domácností a výšku ich investícii $I$, tzn. platí

$$Y = C + I \tag{2.8}$$

Keďže ľudia nemajú iné možnosti, ako naložiť so svojím príjmom, celá hodnota ich investícii $I$ je rovná tej časti príjmu, ktorú nespotrebujú (úspory). Solowov model predpokladá, že ľudia si odkladajú fixnú časť svojho príjmu $s$ a zvyšnú časť $(1 - s)$

[6] Solowov model predpokladá uzavretú ekonomiku (žiadny dovoz/vývoz) bez existencie verejného sektora v hospodárstve (žiadne vládne výdavky).

spotrebujú ($s$ je teda číslo medzi 0 a 1). Investície $I$ preto vieme zapísať aj ako usporenú časť príjmov

$$I = sY, \quad s \in [0;1] \tag{2.9}$$

na základe čoho sa rovnosť (2.8) dá prepísať do tvaru

$$C = (1-s)Y. \tag{2.10}$$

Týmto sme dostali 2 hlavné súčasti Solowovho modelu, produkčnú funkciu $f(k)$, ktorá pri danom množstve kapitálu určuje celkové množstvo výroby, a fixnú mieru úspor $s$, ktorá rozdeľuje produkciu medzi spotrebu a investície. [1, str. 49-50]

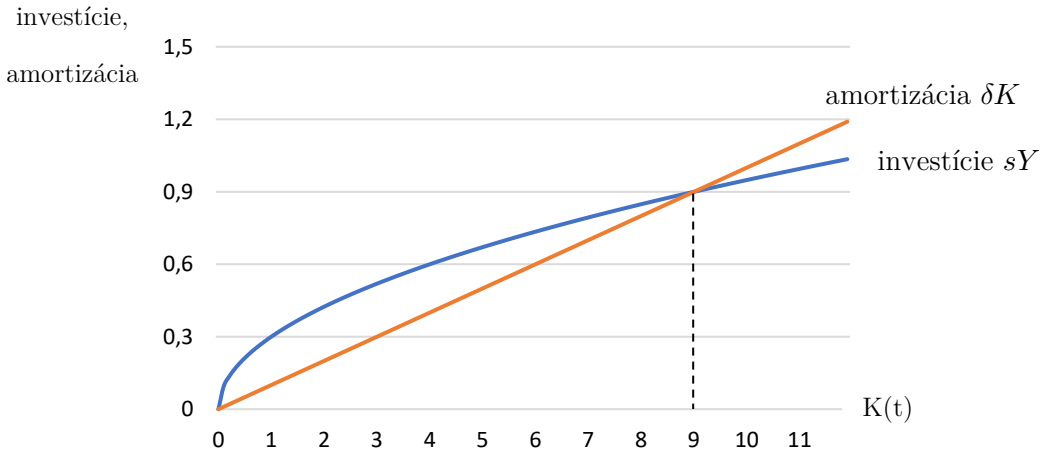
Dostupné množstvo kapitálu je teda určujúce pre celkovú produkciu v hospodárstve. Vzhľadom na to, že z celkovej produkcie $Y(t)$ sa jej usporená časť $sY(t)$ opätovne investuje, výška kapitálových zásob $K(t)$ časom rastie. V modeli sa však taktiež uvažuje, že spoločne s rastúcim časom $t$ sa určitá časť existujúcich kapitálových zásob opotrebováva. Solowov model predpokladá fixnú mieru opotrebenia (amortizácie) $\delta$, pričom celková hodnota amortizovaného kapitálu je priamo úmerná jeho veľkosti. Vývoj kapitálu v čase $t$ preto vieme opísať rovnicou

$$\dot{K}(t) \equiv \frac{dK(t)}{dt} = sY(t) - \delta K(t), \tag{2.11}$$

kde $Y(t)$ predstavuje veľkosť produkcie (viď. (2.1)). [9, str. 195-196]

Klesajúca marginálna hodnota kapitálu v produkčnej funkcii $F(K, L, A)$ (vlastnosť (2.3) produkčnej funkcie) spôsobuje, že pri ľubovoľnej miere sporenia $s$ a počiatočnej hodnote kapitálu $K(0)$ nemôže hospodárstvo rásť ďalej, ako je stacionárny (stabilný) stav diferenciálnej rovnice (2.11) (ukážka riešenia s Cobb-Douglasovou produkčnou funkciou a hodnotami $s = 0{,}3$ a $\delta = 0{,}1$ na Obr. 3). Kvôli tomu je samotný rast kapitálu z investovaných úspor nedostatočný pre vysvetlenie dlhodobého hospodárskeho rastu. Na to sa v modeli využívajú zvyšné faktory vstupujúce do produkčnej funkcie, pracovná sila ($L$) a efektivita práce (A).

**Obr. 3** Rovnovážna hodnota kapitálu (ukážka pre $s = 0{,}3$ a $\delta = 0{,}1$)




O pracovnej sile $L$ a efektivite práce $E$ v Solowovom modeli predpokladáme, že obe rastú konštantným tempom priamo úmerným ich veľkosti (samozrejme každá svojim). Pokiaľ tempo rastu populácie označíme $n$, dostaneme rovnicu popisujúcu vývoj populácie $L(t)$ v čase $t$ ako

$$\dot{L}(t) \equiv \frac{dL(t)}{dt} = nL(t). \tag{2.12}$$

Analogickým postupom v prípade produktivity práce $A(t)$ dostávame

$$\dot{A}(t) \equiv \frac{dA(t)}{dt} = gA(t), \tag{2.13}$$

kde $g$ predstavuje konštantnú mieru technologického pokroku. [1, str. 88-89]

Pri analýze daného hospodárstva bude opäť výhodné sledovať znormalizované premenné podľa vzoru (2.6). Diferencovaním druhého vzťahu z (2.6) pre $k(t)$ dostaneme

$$\dot{k}(t) \equiv \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{A \times L}\right) = \left(\frac{1}{A \times L}\right)\frac{dK}{dt} - \left(\frac{K}{A \times L^2}\right)\frac{dL}{dt} - \left(\frac{K}{A^2 \times L}\right)\frac{dA}{dt}. \tag{2.14}$$

Následným využitím vzťahov (2.11), (2.12) a (2.13) vieme túto rovnosť previesť na ekvivalentný tvar

$$\dot{k}(t) = \left(\frac{1}{A \times L}\right)(sY - \delta K) - \left(\frac{K}{A \times L^2}\right)(nL) - \left(\frac{K}{A^2 \times L}\right)(gA). \tag{2.15}$$

Úpravou výrazu a preznačením podľa (2.6) nakoniec dostaneme rovnosť

$$\dot{k}(t) = sy - (n + g + \delta)k. \tag{2.16}$$

Podobne ako pri (2.11), kde sme neuvažovali rast populácie a technologický pokrok, aj tu sa jedná o diferenciálnu rovnicu, ktorej riešením je stacionárny (stabilný) stav. Ak bude totiž kapitálu málo, investície ho navýšia. Naopak, ak ho bude priveľa, ani investície nevykryjú jeho výpadok opotrebovaním. [1, str. 89-90]

Vďaka stacionarite tohto systému (vďaka vzťahu $\dot{k} = 0$) sa veľkosť produkcie na „efektívnu“ hlavu dá triviálnymi úpravami výrazu vyjadriť ako

$$y^* = \left(\frac{n + g + \delta}{s}\right) k^* \tag{2.17}$$

Poznamenajme, že nakoľko sa jedná o ustálený stav, tak sú hodnoty $y(t)$ a $k(t)$ v čase konštantné. Kvôli tomu sme v značení použili hviezdičky a vynechali časové indexy. Všimnime si, že oproti predošlej situácii, v ktorej sme neuvažovali populačný nárast a technologický pokrok, došlo k pár zásadným zmenám. V prvom rade sa už nebavíme iba o celkovej hodnote kapitálu $K^*$, pri ktorej je systém v stabilnom stave, ale o hodnote $k^*$ pripadajúcej na jedného „efektívneho“ pracovníka. Rovnovážny stav v tomto prípade zahŕňa aj to, že očakávame populačný nárast a zmenu v efektivite výrobného procesu. Pokiaľ by sme neuvažovali rastúcu populáciu a technologický pokrok (zvolili by sme $n = g = 0$), tak dostaneme rovnaké riešenie ako v prípade rovnice (2.11) pre veľkosť kapitálu, či v prípade predelenia počtom ľudí $L$ veľkosť kapitálu na hlavu.[7] Vtedy sa investovaný kapitál v stacionárnom stave využíva iba na to, aby nahradil úbytok kapitálu spôsobeného opotrebením (amortizáciou). Tu už však investície pokrývajú výpadok kapitálu spôsobeným nielen amortizáciou, ale aj populačným rastom (viac

[7] Tu už nie je potrebné hovoriť o „efektívnej“ hlave, pretože efektivita práce sa nemení (kvôli $g = 0$).

ľudí znamená relatívne menší prínos na jedného človeka) a technologickým progresom. [9, str. 223-224]

Ak sa ďalej bavíme o celkovej produkcii, tak tá už nie je v čase konštantná, ale rastie spoločne so zvyšujúcou sa populáciou $L$ a jej produktivitou $E$. To vidíme pomocou triviálnej úpravy vzťahu (2.6), kde vyjadríme hodnotu celkovej produkcie $Y(t)$ ako

$$Y(t) = A(t) \times L(t) \times y(t). \tag{2.18}$$

Uvedomme si, že $y(t)$ je vo svojom ustálenom stave konštantné, t. j. platí rovnosť (2.17). Jeho nahradením konštantou $y^*$ preto dostávame predpis pre množstvo produkcie $Y$ v čase v tvare

$$Y(t) = A(t) \times L(t) \times y^* = A(t) \times L(t) \times \left(\frac{n+g+\delta}{s}\right) k^*. \tag{2.19}$$

Vďaka predpokladom (2.12) a (2.13) však dokážeme vyjadriť aj vývoj premenných $A$ a $L$ pomocou exponenciálnych funkcií, a tak dostávame presné analytické vyjadrenie veľkosti produkcie $Y$ ako

$$Y(t) = \left[\left(\frac{n+g+\delta}{s}\right) k^* \times A(0) \times L(0)\right] e^{(n+g)t}. \tag{2.20}$$

Jeho prvý člen je zjavne konštantný a druhý člen je exponenciálna funkcia závislá od časovej premennej $t$. Ekonomika sa teda v čase vyvíja exponenciálnym tempom, pričom rýchlosť tohto rastu je rovná $(n + g)$.

Ak budeme zase hovoriť o tej časti príjmu hospodárstva, ktorá prislúcha jednému (tentokrát nie „efektívnemu“, ale priemernému) zamestnancovi, tak tá v ustálenom stave narastá práve takým tempom, akým rastie efektivita práce. Aj toto je zrejmé po jednoduchej úprave výrazu (2.6) spôsobom

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = A(t) \times y(t), \tag{2.21}$$

pomocou ktorého sa vieme dopracovať k vyjadreniu tejto hodnoty v tvare

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = \left[\left(\frac{n+g+\delta}{s}\right) k^* \times A(0)\right] e^{gt}. \tag{2.22}$$

Tu vidíme, že veľkosť výroby pripadajúcej jednému zamestnancovi rastie v čase exponenciálnym tempom s mierou rastu $g$.

Ako sme si ukázali, hospodárstvo v Solowovom modeli rastie aj v prípade, že diferenciálny systém, ktorý ho popisuje, sa dostal do ustáleného stavu. Pokiaľ je však systém v ustálenom stave, nemalo by sa predsa jeho riešenie predsa meniť. Trik spočíva v tom, že diferenciálna rovnica nepopisuje veľkosť produkcie prislúchajúcej na jedného pracovníka, ale veľkosť produkcie prislúchajúcej na efektívneho pracovníka. K pojmom, ktoré poznáme v reálnom svete, sme sa museli dopracovať prostredníctvom spätného substituovania výsledných premenných. Preto by sme v modeli s technologickým pokrokom nemali hľadať ustálený rovnovážny stav, ale akési „rovnovážne rastové cesty“, pri ktorých môžeme pozorovať konštantný nárast príjmov na hlavu. [1, str. 89-91]

Bez zmeny v technológiách teda rastie príjem na obyvateľa iba vďaka vyššej miere úspor, no aj to iba kým ekonomika nedosiahne nový ustálený stav, zatiaľ čo prostredníctvom technologického pokroku dokáže v Solowovom modeli rásť príjem na obyvateľa dlhodobo. Ako je naznačené v Tab. 1, iba technologický pokrok dokáže vysvetliť dlhodobý hospodársky rast v Solowovom modeli. [9, str. 224-225]

**Tab. 1** Rýchlosti rastu v ustálenom stave v Solowovom modeli s technologickým pokrokom [4, str. 225]

| **Premenná** | **Značenie** | **Rýchlosť rastu v ustálenom stave** |
|---|---|---|
| Kapitál na efektívneho zamestnanca | $k = \frac{K}{A \times L}$ | 0 |
| Celková výroba na efektívneho zamestnanca | $y = \frac{Y}{A \times L} = f(k)$ | 0 |
| Celková výroba na zamestnanca | $\frac{Y}{L} = A \times y$ | $g$ |
| Celková výroba | $Y = (A \times L) \times y$ | $n + g$ |

Na záver odvádzania modelu je ešte vhodné uviesť dodatočné predpoklady, ktoré neboli explicitne spomenuté, no zastavajú dôležitú úlohu v Solowovom modeli. V skratke by sme ich mohli zhrnúť tak, že sa nachádzame na dokonale konkurenčnom trhu. Dokonalá konkurencia sa však netýka iba trhu tovarov a služieb, ale aj všetkých ostatných aspektov modelu, akým je napríklad trh s pracovnou silou, pričom všetky tieto aspekty sa nachádzajú v rovnováhe. Pod trhom tovarov a služieb rozumieme, že jednotlivé firmy vyrábajú množstvá, pri ktorých majú nulový ekonomický zisk a ich náklady na produkciu jednej jednotky výstupu sú minimálne. Samozrejmosťou dokonalej konkurencie je aj to, že dopyt a ponuka sa rovnajú (tzn. všetko, čo sa vyrobí, sa aj spotrebuje). V prípade pracovnej sily $L$ a kapitálu $K$ zase hovoríme o tom, že ich veľkosť (zásobovaná na trh domácnosťami) sa zhoduje s ich dopytom, ktorý realizujú firmy (v ekonomike je teda plná zamestnanosť; v prípade kapitálu zase platí, že peniaze sa neschovávajú do prasiatka, ale každá nespotrebovaná koruna sa nutne investuje). Ďalším dôležitým aspektom modelu je homogénnosť populácie. Pri odvodzovaní sme potichu predpokladali, že každý jedinec je v modeli zastúpený rovnakým reprezentantom. Preto sa miera úspor $s$ a efektivita práce $A$ vzťahovala na každého nového zamestnanca rovnako, ako na všetkých predchádzajúcich. Zastúpenie jedinca reprezentatívnym agentom však nutne predpokladá, že aj bohatstvo spoločnosti je rovnomerne rozložené medzi všetkých týchto agentov, čo je v príkrom rozpore s príjmovými nerovnosťami (a z nich vyplývajúcou napr. rozdielnou mierou úspor medzi sociálnymi vrstvami), ktoré môžeme pozorovať v reálnom svete. Aj mimo týchto predpokladov zahŕňa Solowov model viacero ďalších, ktoré rovnako zodpovedajú realite iba s veľmi prižmúreným okom. Ich využitím sa však vieme dopracovať k veľmi kompaktnému analytickému vyjadreniu výsledkov tohto modelu. Opäť pripomíname, že na matematické odvodenie modelu neboli celkom nutné ich explicitne uvádzať, a tak sa im ďalej venovať nebudeme. [1, str. 44-48]

## 2.2 Nedostatky

*„Chemik, fyzik a ekonóm, všetci uväznení na opustenom ostrove, sa snažia vymyslieť ako otvoriť konzervu s jedlom. „Ohrejme konzervu nad ohňom až kým nevybuchne.“ hovorí chemik. „Nie,“ reaguje fyzik, „poďme ju zhodiť na kameň z vrchu toho vysokého stromu.“ „Mám nápad.“ hovorí ekonóm. „Predpokladajme, že máme otvárač na konzervy. …““* [9, str. 238]

Ako bolo spomenuté, Solowov model si získal veľa ekonómov a v priebehu 20. storočia sa stal základným modelom pre hospodársky rast. Nevyhol sa však ani kritike spočívajúcej v jeho veľmi všeobecnom charaktere. Podobne ako vo vtipe zo začiatku podkapitoly, ekonómovia používajú rôzne predpoklady na zjednodušenie problémov, ktorým čelia. Cieľom modelovania hospodárskeho rastu je vysvetliť, odkiaľ pochádza rast príjmov v ekonomikách, ktorý sme spomínali v kap. 1. Solowov model hovorí, že dlhodobý hospodársky rast je zapríčinený technologickým pokrokom. A odkiaľ prišiel tento technologický pokrok? Ten model nevysvetľuje. On sa v modeli iba predpokladá. [9, str. 239]

Nemožnosť vysvetliť tento základný faktor hospodárskeho rastu je výrazným obmedzením Solowovho modelu. Odhliadnuc od spomenutých nereálnych predpokladov, ani dôsledky vyplývajúce z modelu nie sú vždy uspokojivé. Pokiaľ sa nachádzame v skutočne globalizovanom svete, kde sú inovácie prístupné pre všetkých, tak by mali mať všetky krajiny rovnakú rýchlosť hospodárskeho rastu v stabilnom stave. Krajina s nízkou mierou úspor by si podľa modelu mohla pomôcť väčším šetrením, vďaka podobnej miere šetrenia (a teda aj investícií) a prístupu k rovnakým technológiám by však malo dôjsť ku vzájomnej konvergencii ekonomík.

Empirické dáta z [8, str. 169-175] ukazujú, že ani to nie je v prípade takéhoto globálneho trhu celkom pravda. Pristupovať k Solowovmu modelu ako k modelu globálnej (lepšie povedané Zemskej) ekonomike je samozrejme možné. Tu ale rovnako, ako keď sme uvažovali jednotnú miera úspor $s$ (čím sme pozabudli na

sociálnu stratifikáciu spoločnosti), zabúdame na všetky rozdiely, ktoré sú medzi jednotlivými krajinami. V prípade otvorených ekonomík v globalizovanom svete by totiž malo platiť, že zdieľajú technické vymoženosti moderného sveta, ktoré im umožňujú naplno sa rozvíjať. Samozrejme nikto nespochybňuje, že chudobnejšie krajiny dosahujú rýchlejší ekonomický rast ako tie bohatšie. Pravda je však taká, že situácia v afrických krajinách sa za posledné storočie až o toľko nezlepšila, no a o iných krajinách (vrátane Slovenska) sa zase hovorí, že sú v „pasci stredného príjmu".[8] Na vysvetlenie hospodárskeho rastu zjavne nestačí iba poznať mieru úspor. Každá krajina má svoje osobité špecifiká, a tak veličiny ako veľkosť kapitálu či miera úspor nemôžu byť jediným meritom toho, aký je v nej hospodársky rast.

Týmto samozrejme nespochybňujeme vplyv fyzického kapitálu (budovy, stroje, ...) či intenzitu šetrenia na ekonomický stav krajiny. Sami o sebe však na vysvetlenie nestačia. Prečo by teda mali investície prichádzať do jednej oblasti a druhej sa vyhýbať? Určite platí, že ak sa v nej nachádzajú nejaké vzácne využiteľné suroviny, tak sa tam investície budú doslova hrnúť. No asi zbytočne budete otvárať továreň s najnovším robotickým vybavením tam, kde nenájdete dosť ľudí, ktorí by tieto stroje vedeli obhospodarovať. Ukazuje sa, že ľudský kapitál (vedomosti a zručnosti pracovníkov) majú badateľný dopad na prísun investícii do krajiny. A platí tu rovnaká analógia, ako s fyzickým kapitálom – čím je vyšší, tým viac dokáže krajina vyprodukovať. Rovnako ako v prípade fyzického kapitálu, aj na zvýšenie toho ľudského treba investície (najčastejšie vo forme vzdelávania). Práve toto je tradične doménou štátov, nakoľko ony sú tými, ktorí zabezpečujú vzdelávací systém. Vláda, zákony a miestna kultúra majú zásadný vplyv na to, ako sa v krajine nakladá s peniazmi, a tak sa v tomto smere ekonomická teória rastu

[8] Koncept, v ktorom sa nízkopríjmová krajina dostane medzi krajiny so „stredným" príjmom (najmä vďaka jej nízkym pracovným nákladom), no nedokáže dobehnúť vysokopríjmové krajiny, lebo nemá dostatočný potenciál na vytvorenie pracovných miest s vysokou pridanou hodnotou.

prepája s politológiou. Historický vývoj doviedol jednotlivé krajiny k ich špecifickým inštitucionálnym systémom, ktoré majú zásadný vplyv na organizáciu daných spoločenstiev. Miestne pomery sa preto často zdajú byť základnom toho, ako sa bude hospodárstvo tej ktorej krajiny vyvíjať.[9]

Toto všetko poukazuje na viaceré úskalia bezhlavého používania neoklasických modelov hospodárskeho rastu (najpoužívanejším je Solowov model), ktoré jednoducho nedokážu dostatočne zachytiť všetky podstatné aspekty fungovania ekonomiky. Ekonomický teoretici sa preto neustále pokúšajú reagovať na tieto nedostatky zmenou prístupu a vytváraním nových modelov. Solowov model správne poukázal na vplyv technologického pokroku na blahobyt krajiny, jeho príčinu bohužiaľ vysvetliť nedokázal. Odpoveďou na hlavný nedostatok exogénnych rastových modelov (teda nejasné okolnosti vzniku technologického pokroku) boli preto endogénne modely, ktoré si vzali za cieľ vysvetliť hospodársky rast iba prostredníctvom premenných, ktoré priamo vychádzajú z modelu.

[9] Za extrémny príklad môžeme uviesť druhý najväčší africký štát Konžskú demokratickú republiku. Táto krajina je extrémne bohatá na nerastné prírodné zdroje, vďaka čomu sa v minulosti mohla tešiť hospodárskemu rozkvetu. Po vojnových konfliktoch sa však krajina ocitla vo výraznej politickej nestabilite, ktorá pretrváva ešte dodnes. Tá však poznačila krajinu nielen v spoločenskej dimenzii, ale aj v hospodárskej. Kedysi jedna z tých vyspelejších afrických krajín dnes zápasí s hladomor a hromadným útekom ľudí do okolitých krajín.

# 3 Endogénne modely hospodárskeho rastu

Motorom hospodárskeho rastu v Solowovom modeli je technologický pokrok, práve vďaka nemu tu dokáže populácia produkovať stále viac a viac. Solowov model však nepopisuje, ako k nemu dochádza. Rast produktivity práce nepochádza priamo z modelu, ale on do modelu prichádza „z vonku“. Keďže určujúce premenné (produktivita práce, populačný rast) nie sú dôsledkom modelu, tento model je označovaný za exogénny. Pokiaľ ale chceme porozumieť procesu utvárania hospodárskeho rastu, musíme prekročiť hranice Solowovho modelu a vytvoriť taký model, z ktorého by technologický pokrok vychádzal (tzn. že by model vysvetľoval proces jeho vzniku). Takéto modely sa v odbornej literatúre označujú za endogénne.

## 3.1 AK model

Na pochopenie endogénneho rastu si v krátkosti predstavíme model s veľmi jednoduchou produkčnou funkciou

$$Y(t) = A \times K(t), \tag{3.1}$$

kde $Y(t)$ predstavuje produkciu, $K(t)$ kapitál a $A$ je kladná konštantná miera produkcie vyplývajúcej z jednotky kapitálu. Znovu sa teda jedná o neoklasickú produkčnú funkciu s konštantnými výnosmi z rozsahu, avšak oproti (2.3) tentokrát uvažujeme konštantný hraničný prírastok kapitálu.[10] Rovnako ako pri Solowovom modeli predpokladáme, že časť príjmov $s$ si domácnosti odkladajú a investujú, a tiež že existujúce množstvo kapitálu sa opotrebováva konštantnou mierou $\delta$. [9, str. 239] Preto môžeme rovnako ako pri (2.11) opísať zmenu kapitálu v čase $t$ ako

$$\dot{K}(t) \equiv \frac{dK(t)}{dt} = sY(t) - \delta K(t). \tag{3.2}$$

[10] Rast produkcie zväčšením kapitálu je rovnaký pri všetkých úrovniach kapitálových zásob $K(t)$.

Diferencovaním vzťahu (3.1) následne dostaneme

$$\dot{Y}(t) = A \times \dot{K}(t) = A\big(sY(t) - \delta K(t)\big), \tag{3.3}$$

čo vieme využitím vzťahu (3.1) zjednodušiť na tvar

$$\dot{Y}(t) = (sA - \delta)AK(t) = (sA - \delta)Y(t). \tag{3.4}$$

Rast ekonomiky je teda závislý čisto na tom, v akom vzťahu sú konštanty $sA$ a $\delta$. Pokiaľ je $sA > \delta$, ekonomika rastie donekonečna.

V Solowovom modeli viedli úspory tiež k hospodárskemu rastu, no iba dočasnému, pretože kvôli klesajúcemu hraničnému produktu kapitálu sa ekonomika dostala na nový ustálený stav. Aby mohla aj naďalej rásť, bolo potrebné dodať exogénny rast produktivity práce. Naproti tomu tento model vysvetľuje rast iba za pomoci premenných, ktoré boli priamo v modeli. Preto ho zaraďujeme medzi endogénne modely. [9, str. 240]

## 3.2 Dvoj-sektorový model

Vývoj v oblasti endogénnych modelov prirodzene nezastal len na jednoduchom $AK$ modeli, aj tu vymýšľali ekonómovia rôzne spôsoby, akými by sa dalo pristupovať k vytváraniu technologického pokroku. Jedným zo smerov výskumu bolo vytváranie modelov, v ktorých sa ekonomika skladá z viac ako iba jedného sektoru. Typickým príkladom je dvoj-sektorový model, ktorý delí ekonomiku na dve časti. Prvú, ktorú môžeme nazvať výrobná časť, zastupuje firmy vyrábajúce produkty určené na spotrebu a investície do kapitálu (t. j. ekvivalent Solowovho modelu). Druhý sektor, pod ktorým si môžeme predstaviť univerzity a výskumné centrá, vytvára technologický pokrok, ktorý sa následne využíva v oboch sektoroch. [9, str. 240]

My si na jednoduchom príklade ukážeme, ako takýto model môže vyzerať. Predpokladať budeme, že časť populácie $u \in (0,1)$ sa venuje výskumu na

univerzitách a zvyšná časť $(1-u)$ pracuje v priemysle. Produkčnú funkciu v priemyselnom sektore bude tvoriť vzťah

$$Y(t) = F[K(t), (1-u)A(t)L(t)], \tag{3.5}$$

ktorý sa od Solowovej verzie líši iba tým, že aktívna tu nie je celá populácia, ale iba jej časť $(1-u)$. Zvyšná časť $u$ sa teda bude venovať vytváraniu technologického pokroku, ktorého zmenu budeme modelovať ako

$$\dot{A}(t) = g(u)A(t), \tag{3.6}$$

kde $g(u)$ je funkcia určujúca vzťah medzi technologickým rastom a počtom výskumníkov. [9, str. 240-241]

Hoci sa nejedná o príliš komplikovaný či prevratný model, aj tak je celkom zaujímavý hlavne tým, že je blízky príbuzný Solowovho modelu. Pokiaľ je časť ľudí pracujúca vo výskume $u$ konštantná, tak aj technologický pokrok rastie konštantnou mierou $g$ (ako to predpokladal R. Solow). No a samotná veľkosť produkcie $Y$ je tiež iba konštantným násobkom tej, ktorá by vyšla v modeli u Solowa. Tento model nám však oproti jeho Solowovskému bratrancovi poodhaľuje aj inú vec, a síce že pre náš blahobyt nie je dôležité iba to, akú časť príjmov $s$ si odkladáme, ale aj to, ako sa staviame k podpore univerzít a výskumných centier.

## 3.3 Nedostatky endogénnych modelov rastu

Jednoznačnou výhodou tohto prístupu k modelovaniu hospodárskeho rastu je fakt, že netreba umelo predpokladať žiadny vplyv externalít, ktoré by sa starali o zabezpečenie dlhodobého hospodárskeho rastu. Častým problémom však býva, že hoci takéto modely aj dávajú rozumné výsledky, ťažko sa empiricky overujú na dátach. Ujať sa im však nepodarilo, pretože oproti neoklasickým modelom vznikli až neskôr, a to v dobe, kedy boli neoklasické modely (najmä Solowov model) už dobre zabehnuté a skôr ako vysvetlenie dlhodobého hospodárskeho rastu začínalo ľudí väčšmi zaujímať, či je takýto dlhodobý rast vôbec možný.

# 4 Možnosti dlhodobého rastu

Dokedy sa dá rásť? Odpoveď na túto otázku je zrejme ťažké nájsť, no jej zmyslom v tomto kontexte nie je ani tak určiť nejakú hranicu, ako skôr poukázať na niečo, čo rastové modely bežne zanedbávajú. Vezmime si totiž za príklad Solowov model z kap. 2, v ktorom veľkosť produkcie rástla takou rýchlosťou, akou sa zväčšovala populácia a technologická úroveň (viď. Tab. 1). Produkcia tu rastie exponenciálnym tempom, pričom tento rast môže trvať nekonečne dlho a to bez obmedzení na jej veľkosť. Ak si aj predstavíme, že by ľudstvo bolo schopné spotrebovať takéto kvantá tovarov a služieb, ešte stále tu ostáva otázka, či je vôbec možné ich vyprodukovať.

## 4.1 Kritické predpoklady

Pýtať sa na to, či je možné permanentne zvyšovať produkciu, má zmysel iba ak predpokladáme, že niektorý z výrobných faktorov je ohraničený. Výrobné faktory Solowovho modelu, ľudská práca a kapitálové zásoby, majú skutočne neobmedzený potenciál. To, čo sa však jedného dňa môže minúť, sú napríklad ropa a uhlie. Súhrne môžeme povedať, že sa jedná o nerastné prírodné zdroje, ktorých disponibilné množstvo je limitované. Teda aspoň tak predpokladáme.

Logika obmedzenosti prírodných zdrojov asi nebude väčšine ľudom cudzia. Typickým trendom súčasnosti je vývoj automobilov na elektrický pohon, čím by sa zmenšila naša závislosť na rope. Aby sme však boli objektívny, k tvrdeniu o konečnom množstve nerastných zdrojov treba pristupovať ako k predpokladu. Prečo? Pretože ak si položíme otázku ohľadom toho, koľko zdrojov má ľudstvo potenciálne k dispozícií, tak odpoveď na ňu budeme hľadať iba ťažko. Faktom totiž je, že naše znalosti o zdrojoch, ktoré sa nachádzajú v Zemskej kôre, sú neúplné, no a ešte menej toho vieme o potenciálnych zdrojoch, ktoré sa ukrývajú hlboko v Zemskom plášti. Keď teraz otočíme ďalekohľad, tak sa pozeráme do vesmíru, o ktorom stále nevieme, či je nekonečný, či sa rozpína alebo kolabuje, ale aj to, čo

všetko sme z neho schopní dostať. Aby sme teda boli úplne objektívni, možnosti, ktoré pred sebou máme, sú pravdepodobne ďaleko za hranicou toho, čo je ľudstvo vôbec schopné vyrobiť a spotrebovať.

Keď sa teraz vrátime zo sveta science-fiction do reality, uvedomíme si, že kým naše znalosti o zdrojoch okolo nás sú limitované, naše schopnosti vyťažiť a spracovať ich sú ešte menšie. V dnešných dňoch prebieha ťažba nerastných surovín primárne na Zemskom povrchu a iba tesne pod ním, pričom ani tie najhlbšie vrty nedosahujú takú úroveň, aby sme mohli snívať o Zemskom plášti.[11] O ťažbe surovín z asteroidov písať ani nejdeme, nakoľko sa jedná iba o koncept, ktorý ešte nikto nevyhodnotil ako dostatočne rentabilný na to, aby sa ho pokúsil uskutočniť. Preto sa môže vyššie položená otázka o potenciálne dostupných zdrojoch zdať mierne tendenčná. Menej zavádzajúco by znelo, ak by sme sa pýtali na to, koľko prírodných zdrojov sa nachádza na Zemi (možno ešte lepšie v Zemskej kôre)? Keďže je naša vedomosť o zdrojoch v Zemi neúplná, presnú odpoveď na takúto otázku opäť nevieme doložiť. Dôležité však je, že vieme povedať, že ich nie je nekonečne veľa. Pokiaľ si ďalej uvedomíme, aké významné zastúpenie na dnešnej produkcii majú neobnoviteľné zdroje, pochopíme základ uvažovania o dlhodobom hospodárskom raste ako o fenoméne, ktorý nás sprevádza našimi životmi, ale ľudia v budúcnosti ho už nemusia zažiť. Aj tu treba dať dôraz na slovo „nemusia“, pretože zrovna tak ani predpoklad obmedzenej dostupnosti nerastných zdrojov, ktorý je kritický pre túto prácu, nemusí byť nutne pravdivý. Nič menej platí, že pokiaľ sa bude ďalej v práci hovoriť o prírodných zdrojoch, tak sa o nich bude predpokladať, že sú nám dostupné iba v limitovanom množstve.

---

[11] Najhlbšie miesto, na ktorom prebieha aktívna ťažba, je zlatá baňa TauTona v Južnej Afrike, ktorá siaha do hĺbky 3,7 km. V pomere k Zemskej kôre, ktorá je hlboká okolo 35 km, sa jedná o približne 10%. V pomere k celkovej vzdialenosti od stredu Zeme je to trochu viac ako 0,05%. Najhlbší vrt do Zeme sa nachádza na ruskom polostrove Kola a dosahuje okolo 12 km, čo je asi tretina hĺbky, ktorú dosahuje Zemská kôra. [13]

## 4.2 Kritika neoklasických modelov rastu

V duchu uvedomenia si kapacít toho, čo nám môže poskytnúť svet okolo nás, sa na neoklasické rastové modely začala valiť vlna kritiky. Založená bola najmä na tom, že prvotné rastové modely opomenuli významný fakt, a síce že tovary nevznikajú iba pôsobením ľudskej práce na fyzický kapitál (stroje, ...), ale že na ich výrobu treba dodať aj suroviny a energiu, pomocou ktorých by mohli vzniknúť.

O otvorenie tejto témy sa v roku 1972 postaral prominentný Rímsky klub[12] prostredníctvom svojej publikácie Limity rastu. V nej sa kolektív okolo D. Meadowsa snažil poukázať na potenciálne dopady, ktoré má exponenciálny nárast svetového hospodárstva. Kolektív autorov tu usudzuje, že takéto tempo rastu produkcie nie je možné trvalo udržiavať. Za príčinu možného kolapsu pritom nepovažujú iba miznúcu zásobu svetového nerastného bohatstva, ale aj postupnú akumuláciu znečistenia, ktorá vzniká ako vedľajší produkt industriálnej výroby. Následkom exponenciálneho tempa rastu produkcie sa preto zvyšuje aj miera znečistenia planéty, zatiaľ čo jej schopnosť absorbovať znečistenie uvažujú ako konštantnú. Exponenciálny rast populácie pritom iba zväčšuje už tak veľký tlak na prírodné zdroje, čo môže mať dodatočný negatívny dopad na nosnú kapacitu Zeme.[13] Autori sa domnievajú, že pokiaľ sa tieto trendy nezmenia, tak svetové hospodárstvo dosiahne svojho limitu v priebehu nasledujúcich 100 rokov. Svoje tvrdenie budujú na základe vtedajších údajov a ich vlastných modelových predikcií vývoja miery znečistenia planéty a zásob neobnoviteľných prírodných zdrojov. Za najpravdepodobnejší výsledok tohto procesu považujú náhly a nekontrolovateľný úpadok populácie a industriálnej produkcie. [10, str. 17-128]

---

[12] medzinárodná organizácia združujúca najmä vedcov, ale aj iné známe spoločenské osobnosti (medzi jej členov patrí napr. Michail Gorbačov, posledný generálny tajomník Komunistickej strany Sovietskeho zväzu, ale aj zosnulý československý prezident Václav Havel)

[13] Tento priebeh už bol pozorovaný vo viacerých systémoch. Napr. jelene alebo kozy v prostredí bez predátorov často spasú priveľkú časť pôdy, čím spôsobujú eróziu a zničenie vegetácie. [10, str. 92]

Prvotnou odozvou na Limity rastu bol protiútok zo strany neoklasických ekonómov, ktorí napadli metódy a predpoklady modelov použitých v publikácii. Ekonómovia, uvedomujúc si význam prírodných zdrojov vo výrobnom procese, pripustili možné dopady vyčerpania zásob neobnoviteľných zdrojov, no predikcie vytvorené v Limitoch rastu rýchlo označili za prehnane pesimistické. Vyčítali im najmä to, že pri ich vytváraní nebol zohľadnený trhový mechanizmus, ktorý v prípade nedostatku niektorej zo surovín vyšle jej cenu nahor. Vďaka cenovému mechanizmu sa zároveň s úbytkom vyčerpateľných zdrojov znižuje aj dopyt po nich, čím sa má predísť náhlym nedostatkom surovín. [4, str. 2-5]

Druhotná reakcia na Limity rastu prišla v podobe nových modelov zohľadňujúcich potenciál vyčerpateľných zdrojov v produkčnej funkcii. Prvotné rozšírenie bežne zaužívaného Solowovho modelu prišlo od samotného R. Solowa, o niečo všeobecnejšiu verziu sa neskôr postaral J. Stiglitz[14]. Oni tentokrát vo svojich prácach uvažovali aj prírodné zdroje $R$, ktorých spotrebované množstvo (v celom časovom horizonte) nemôže prekročiť ich pôvodnú zásobu $S_0$, teda

$$\int_0^\infty R(t)\,dt \leq S_0. \tag{4.1}$$

Ťažiskom neskoršej kontroverzie sa však stala voľba produkčnej funkcie. Rovnako ako v kap. 2 si Solow vzal za vzor Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu, ktorú rozšíril o prírodné zdroje $R$ ako o nový produkčný faktor spôsobom

$$Y = e^{\lambda t} K^\alpha R^\beta L^\gamma,\ \alpha + \beta + \gamma = 1.\ ^{15} \tag{4.2}$$

[14] Joseph Eugene Stiglitz (*1943), americký ekonóm, laureát Nobelovej ceny za ekonómiu z roku 2001, zaujímavosť: vedúcim jeho dizertačnej práce bol Robert Solow

[15] Efektivita práce sa v tejto verzii produkčnej funkcie neviaže s veľkosťou pracovnej sily $L$, ale je priamo vyjadrená pomocou exponenciály $e^{\lambda t}$, ktorá sa vzťahuje na všetky produkčné faktory.

Zvyšné predpoklady použil Solow rovnaké ako pri svojom pôvodnom modeli. Týmto postupom mu však vznikla optimalizačná úloha, čomu sa Stiglitz neskôr vyhol tým, že predpokladal konštantnú mieru rastu spotreby $C$

$$C(t) = C_0 e^{gt} \tag{4.3}$$

Riešením systému rovníc sa Stiglitz dopracoval k nerovnosti

$$g < \frac{\lambda + \gamma n}{1 - \alpha} \tag{4.4}$$

predstavujúcej dostačujúcu podmienku pre existenciu optimálneho riešenia (resp. optimálnej cesty).[16] Teda pokiaľ chceme aspoň udržať konštantnú spotrebu na hlavu (tzn. uvažujeme $g = n$), tak dostávame požiadavku

$$n < \frac{\lambda}{\beta} \tag{4.5}$$

pre rýchlosť rastu populácie $n$ nepresahujúcu pomer, ktorý autor nazval ako „technologický progres rozšírený o zdroje“. [4, str. 4-9]

Odpoveďou neoklasických ekonómov na kritiku, vychádzajúcu z publikácie Limity rastu, boli teda nové modely prizerajúce aj na vplyv vyčerpateľných surovín vo výrobnom procese. Ich závery už síce neboli také optimistické, ako to predpovedali ich pôvodné modely, ale aj naďalej dokázali predpovedať dlhodobo rastúci (resp. aspoň neklesajúci) blahobyt spoločnosti. Zabezpečovať ho mal (rovnako ako v kap. 2) technologický pokrok, ktorý by sa postaral o lepšie využitie produkčných zdrojov, ktoré má ekonomika k dispozícii. Týmto zdôvodnením si teda neoklasickí ekonómovia aj naďalej sľubovali svetlé zajtrajšky vybudované na vlastnom prísľube technologického pokroku, ktorý by donekonečna prichádzal konštantným tempom.

---

[16] Neskôr preformuloval predpoklad (5.3) prostredníctvom maximalizácie diskontovanej spotreby naprieč generáciami, kde sa limitným prechodom dopracoval k „asymptoticky“ rovnakej podmienke. [4, str. 8-9]

Tieto závery však neuspokojili názorovú opozíciu neoklasickej ekonómie, ktorá najnovšie začala svoj odmietavý postoj zakladať na prepojení ekonómie a fyziky. Priekopníkom tohto prúdu bol ekonóm N. Georgescu-Roegen[17], ktorý svoju kritiku postavil na fyzikálnych zákonoch termodynamiky. Ich princíp ilustroval na príklade vlaku. Na jeho pohon je potrebné dodávať energiu spaľovaním fosílnych palív, pričom táto energia sa sčasti premení na teplo (a odíde do atmosféry ako dym) a zvyšok sa premení na mechanickú energiu (pohyb vlaku), ktorá sa trením vlaku o vzduch a koľaje taktiež premení na teplo. Celková energia takejto sústavy sa teda nezmenila (1. termodynamický zákon), čo sa ale zmenilo bola jej forma. No a zatiaľ čo sa mechanická energia počas tohto procese celá premenila na teplo, tepelná energia sa bohužiaľ v plnej miere nemôže premeniť na energiu mechanickú (2. termodynamický zákon).[18] Záverom tohto procesu je teda nový termodynamický systém, v ktorom sa zvýšila jeho celková entropia (t. j. miera neusporiadanosti).[19] Preto Georgescu-Roegen opisuje akýkoľvek ekonomický proces ako jednosmernú transformáciu „nízkej entropie“ na „vysokú“, pričom upozorňuje, že dané množstvo nízkej entropie vieme použiť iba raz.[20] [4, str. 15-17]

V súvislosti s takto postaveným zákonom entropie kritizuje Georgescu-Roegen neoklasických ekonómov za ich modely ekonomík prírodných zdrojov. Pre pripomenutie, produkčná funkcia, ktorú navrhovali Solow a Stiglitz, bola Cobb-Douglasovského typu v tvare

$$Y = e^{\lambda t} K^{\alpha} R^{\beta} L^{\gamma}, \qquad \alpha + \beta + \gamma = 1. \tag{4.6}$$

---

[17] Nicholas Georgescu-Roegen (1908-1994), rumunsko-americký ekonóm

[18] To vychádza z práce S. Carnota, ktorý dokázal (1824), že existuje teoretické maximum efektívnosti tepelného zariadenia, a toto je ostro menšie ako 1 (resp. 100%). [4, str. 16-17]

[19] Zvýšenie entropie sa myslí, že energia, ktorá bola predtým koncentrovaná v uhlí, sa zo svojej pôvodne „usporiadanej“ formy (uhlie) rozplynula do okolitého prostredia (stala sa neusporiadanou).

[20] V kontexte príkladu o pohybe vlaku zastupuje fosílne palivo, využité na pohon vlaku, formu nízkej entropie. Tá sa ekonomickým procesom (napr. doprava tovaru/osôb) mení na vysokú entropiu (teplo, ktoré pôsobením procesu uniklo do atmosféry).

Problém takejto formulácie spočíva v tom, že predpokladá dokonalú zameniteľnosť výrobných faktorov $K$ a $L$ za prírodné zdroje $R$. Pri ponechaní konštantnej populácie $L$ môže mať ekonomika k dispozícii ľubovoľne málo zdrojov $R$, no dosiahnuť vie ľubovoľne veľkú produkciu $Y$. Celé, čo k tomu potrebuje, je dostatočne veľké množstvo kapitálových zásob $K$. Avšak výroba tak veľkého množstva kapitálu rýchlo spotrebováva prírodné zdroje. Preto jediná možnosť udržania rastúceho tempa produkcie je zvyšovanie produktivity surovín (v modeli zahrnutá v exponenciále $e^{\lambda t}$), čím bude na vyprodukovanie rovnakého množstva kapitálu potrebných stále menej zdrojov. Tu už narážame na jadro kontroverzie, pretože Georgescu-Roegen odmieta Solowov predpoklad neohraničenej produktivity surovín a navrhuje teoretický limit pre technologický pokrok.[21] Produkcia akéhokoľvek tovaru či služby podľa jeho slov vyžaduje aspoň nejaké teoretické minimum energie, ktoré je potrebné dodať. Rovnako tak platí, že aj celkový výstup produkcie nemôže byť väčší ako celková suma vstupov.[22] No a samotný kapitál taktiež nemôže po vyčerpaní väčšiny surovín slúžiť ako zdroj rastu hospodárstva, nakoľko on sám je výsledkom výrobného procesu. V rámci neho pôsobí (spoločne s pracovnou silou) ako prostriedok transformácie vstupných zdrojov na finálny produkt, ale úlohu vstupnej suroviny v ňom nezohráva.[23] Preto na rozdiel od neoklasických ekonómov vidí rýchle vyčerpávanie surovín ako problém, ktorého dôsledky sa môžu s postupným vyčerpaním zdrojov prejaviť úpadkom hospodárstva. Nedôveru má aj voči schopnosti trhu optimálne rozdeliť zdroje. Dôsledky vyčerpania zdrojov pocítia totiž najmä budúce generácie, ktoré ešte nemôžu byť prítomné pri rozhodovaní o súčasnej produkcii. [4, str. 18-24]

---

[21] Týmto ale nespochybňuje, že technologická zmena dokáže znížiť materiálne a energetické nároky.

[22] Napríklad z 1 kg pšenice sa viac ako 1 kg múky namlieť nedá.

[23] Tento princíp neskôr Herman Daly trefne prirovnal k pečeniu koláča. Na jeho upečenie totiž nestačí iba kuchár a vybavená kuchyňa. Potrebná je aj múka, cukor, vajce, atď. [4, str. 28]

Istej kontroverzii sa vo svojich prácach nevyhol ani Georgescu-Roegen. Keďže nemal fyzikálne vzdelanie, tak sa pri interpretácii termodynamických zákonov dopustil aj zopár omylov, a to najmä toho, že nesprávne aplikoval zákon entropie na prípad straty hmoty, pričom pojem entropie sa v termodynamických zákonoch uplatňuje na teplo, nie na hmotu. Avšak spoločne s Rímskym klubom správne upozornili na nedostatky modelov hospodárskeho rastu, čím otvorili pretrvávajúcu debatu o možnostiach dlhodobého rastu. [4, str. 2-3, 23-25 a 35-36]

## 4.3 Prírodné zdroje

Obmedzená dostupnosť výrobných zdrojov pritom ale nemusí znamenať nevyhnutnú katastrofu. Život totiž existoval aj pred dnešným obdobím hromadnej výroby, a nie je dôvod domnievať sa, že by nemohol existovať aj po ňom. Z prírody okolo nás čerpáme širokú škálu „prírodných zdrojov“ potrebných na výrobu a spotrebu domácností. Nemenným faktom zostáva, že u niektorých z nich, ako je ropa alebo meď, neočakávame, že by sa ich zásoby mohli počas nášho života zväčšiť.[24] Nadmerným využívaním preto môže dôjsť k ich nedostatku, a tak sú aj obavy o náš blahobyt z tohto titulu opodstatnené. No podobne ako tieto čerpáme z prírody aj iné zdroje, ktoré sa však časom obnovujú a dopĺňajú na ich pôvodné úrovne. Medzi oboma skupinami však existujú isté rozdiely a tak by bolo vhodné uviesť, akým spôsobom budeme v práci uvažovať o obnoviteľných a neobnoviteľných (nerastných) prírodných zdrojoch.

Ako už odznelo v kap. 1, skutočným spúšťačom priemyselnej revolúcie bol vynález parného stroja, ktorý dokázal produkovať energiu spaľovaním uhlia. Ľuďom sa síce medzičasom podarilo zdokonaliť tento proces (až na dnešný spaľovací

[24] Môže sa stať, že by sa objavili nové náleziská, no týmto by sa ich celkové množstvo reálne nezmenilo, akurát by sa ich väčšia časť „sprístupnila“ na extrakciu. Preto sa namiesto absolútneho množstva v texte pojednáva o množstve dostupnom.

motor), no princíp spaľovania fosílnych palív za účelom získania energie zostal rovnaký (akurát sa zmenil zdroj energie z uhlia na ropu/zemný plyn). Ak sa preto rozprávame o možnostiach dlhodobého rastu, musíme si uvedomiť, že jeho nutnou podmienkou je prísun energie, vďaka ktorej by sa vstupné suroviny menili na výstupný produkt, ako aj prísun vstupných surovín (dnes najčastejšie železo a hliník), z ktorých by mohol samotný tovar vzniknúť. Problém ale je, že fosílne palivá a minerálne nerasty (najmä kovy) predstavujú výrobný zdroj, ktorý je nám k dispozícii iba v obmedzenom množstve. Hoci sa dnes nestretávame s obmedzovaním produkcie z dôvodu nedostatku výrobných zdrojov, je dôležité si uvedomiť, že nerastné prírodné bohatstvo je vyčerpateľné a fosílnych palív (rovnako aj minerálnych nerastov) nemusíme mať vždy dostatok. Čo je teda kľúčové na zabezpečenie produkcie v dlhodobom horizonte? Hoci sú všetky výrobné zdroje limitované, ukazuje sa, že fundamentálnou je v dlhodobom horizonte energia.

Aj keď sa na účely výroby ťažia viaceré minerály, ktoré sú vzácne a drahé, niektoré prvky ako železo a hliník sa nachádzajú v Zemskej kôre v takom veľkom zastúpení, že k ich vyčerpaniu prakticky nikdy nedôjde. Tieto kovy sa však len tak nepovaľujú po zemi. Na ich získanie je potrebné vyťažiť minerálne rudy, ktoré je následne potrebné spracovať. A na to je potrebná energia. Veľa energie. Napríklad hliník, ktorý je najbežnejším kovom v Zemskej kôre, bol ešte pred 200 rokmi drahší ako zlato a striebro a takmer vôbec sa nevyrábal. Masovo dostupným sa začal stávať až zavedením priemyselnej elektrolýzy koncom 19. storočia. Podobne je na tom aj v poradí druhý najčastejší kov Zemskej kôry - železo. To sa už dlhodobo používa pri výrobe nástrojov (koniec koncov je podľa neho pomenované obdobie v praveku), no skutočne masovou sa jeho výroba stala až využívaním koksu (získavaného z uhlia). Na druhú stranu tu máme veľké množstvo iných kovov, ktoré sa na Zemi nenachádzajú v až tak prebytočnom množstve, ako to je u hliníka a

železa.[25] Čo však vždy môžeme urobiť je, že v prípade nedostatku jedného zo vzácnych kovov ho jednoducho nahradíme iným podobným kovom.[26] A čo robiť v prípade, že už nemáme žiadne kovy k dispozícii? Otázka to je síce relevantná, no iba vo veľmi hypotetickom svete. Minerálnych nerastov je totiž na Zemi tak obrovský prebytok (prakticky je z nich zložená celá Zem), že našim jediným limitom je to, ako sa k nim dokážeme dostať. Pravdou totiž je, že aby bola ťažba hocijakého kovu ľahko prístupná, musí sa daný kov na mieste ťažby nachádzať vo vyššej koncentrácii (zväčša vo forme minerálnych rúd). Pokiaľ tak nie je, technologická a hlavne energetická náročnosť takejto ťažby prekračuje akýkoľvek úžitok, ktorý z daného kovu vieme mať (toto sa bežne prejavuje na vysokej cene týchto komodít, ako je to napr. u kovov vzácnych zemín, ktorých v skutočnosti nie je až tak málo, akurát sa vyskytujú iba vo veľmi malých koncentráciách). Dobývanie nerastných zdrojov teda stojí a padá na princípe ľahko dostupnej energie, pomocou ktorej by sme ich vedeli získať. [5][11][15]

Niežeby sa prakticky nedalo donekonečna dolovať nové a nové rudy (teoreticky to navždy nejde, prakticky ich je však pre naše potreby dosť). Problém je, že aj táto činnosť sa postupom času stáva drahšou a drahšou. Ťažba totiž vždy prebieha v princípe tam, kde je najlepšia dostupnosť daných komodít. Minerálna ruda slúži iba ako súhrnne označenie pre horniny, v ktorých sa nachádzajú žiadané kovy vo vysokých koncentráciách. Nejedná sa však o homogénny objekt a aj u nich môžeme pozorovať veľké rozdiely v ich vlastnostiach. Kvalitnejšie rudy sa ťažia ako

---

[25] Najväčší nadbytok minerálnych rúd v Zemskej kôre je v železe, fosfátoch, potaši, mangáne a hliníku. Naopak rudy platinových kovov, tália, telúru a rénia patria medzi najvzácnejšie. [15, str. 161]

[26] Hoci sa nedajú všetky kovy ľubovoľne substituovať, v princípe vždy existuje alternatíva, v ktorej ale môže mať výsledný produkt nižšiu kvalitu. Napr. pri výrobe batérii sa postupom času prešlo z používania niklu na kombináciu lítia a iónu, vďaka ktorému sa batérie dokážu nabíjať rýchlejšie. Podobne sa v súčasnej dobe kvôli lepším vlastnostiam uvažuje o prechode z lítia na sodík. Pokiaľ by však nastal nedostatok týchto materiálov, stále vieme prejsť naspäť k výrobe batérii napr. z niklu a železa, čím by sa ale zhoršili užívateľské vlastnosti batérií a ich kvalita by teda klesla.

prvé a tak sa dostupnosť nových kovov s časom prirodzene zhoršuje. Keďže je ťažba minerálnych kovov v menších koncentráciách stále energeticky náročnejšia, ľudia sa začínajú čoraz viac obzerať po alternatívach, ktoré by im aj naďalej zabezpečili blahobyt. Jednou z takýchto alternatív je recyklácia, teda opätovné využitie už vyťažených nerastov. Teoreticky by malo byť možné vytvoriť ekonomický systém, v ktorom nebude prebiehať žiadna ťažba a celá nová produkcia bude vznikať recykláciou existujúcich výrobkov. Bohužiaľ aj toto je možné iba teoreticky. Problém spočíva v tom, že kovy sa počas svojho životného cyklu zlievajú do zliatin, miešajú sa a oxidujú, čoho následkom je ich kvalitatívne znehodnotenie. Pokiaľ z nich chceme následne dostať pôvodné suroviny, musíme vynaložiť veľké množstvo energie na to, aby sme tieto materiály znovu oddelili. Kvôli potrebe oddeliť a dosiahnuť určitú koncentráciu žiadaného prvku sa do zliatiny musia pridávať reaktanty (väčšinou kyseliny), čím okrem získaného prvku vzniká aj recyklačný odpad. Pri získavaní konkrétneho kovu sa však v recyklačnom procese ostatné prvky v zliatine degradujú, čo zaťažuje akúkoľvek dodatočnú recykláciu tohto recyklačného odpadu. Avšak využitím dostatočného množstva energie a nových reaktantov sa teoreticky dá aj tento odpad zhodnotiť, prakticky je však každá ďalšia recyklácia iba zložitejšia a nákladnejšia ako ťažba dosiaľ neporušenej rudy. Z dôvodu vysokých energetických nákladov potom zvykne byť ekonomicky výhodnejšie jednoducho vyťažiť nové rudy a tie následne použiť vo výrobe, než si ich zadovážiť recykláciou. Prakticky sa tiež stretávame s problémom, že súčasná miera návratnosti surovín pri recyklácii sa u rôznych kovov navzájom veľmi líši, no čo je podstatné, u drvivej väčšiny prvkov nedosahuje ani len polovicu recyklovaného objemu.[27] Týmto samozrejme netvrdíme, že naša schopnosť vyťažiť suroviny z recyklačného procesu nemôže narásť. Zdokonalením technologických

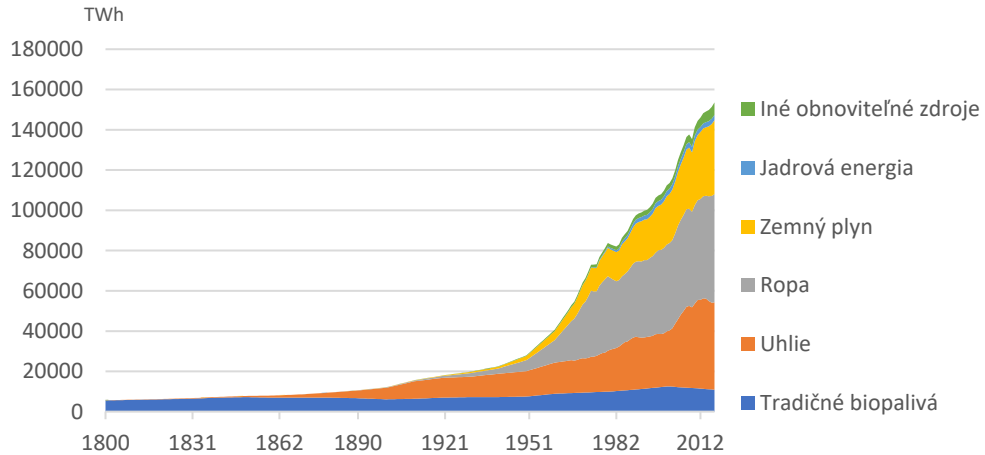
[27] Iba u 3 prvkov (olovo, ruténium, niób) vieme dostať viac ako 50% recyklovaného obsahu. Naopak najmenej recyklované materiály (menej ako 1% obsahu) sú lítium, arzén a ďalšie. [15, str. 433-434]

postupov pri recyklácii určite môže dôjsť k zlepšeniu súčasného stavu. Pravdou ale je, že dosiahnutie úplnej návratnosti surovín pomocou recyklácie je primárne teoretický koncept a kvôli svojej vysokej energetickej náročnosti je z praktickej stránky takpovediac nerealizovateľný. [15]

Ako sme si teda vysvetlili, určujúcim faktorom pre možnosť dlhodobého hospodárskeho rastu je dostupnosť dostatočného množstva energetických zdrojov. My sme sa doteraz zameriavali primárne na fosílne palivá, ktoré nám zabezpečujú drvivú väčšinu dnešnej spotreby energií (viď. Obr. 4). Počas väčšiny svojej histórie však ľudia ani nepoznali fosílne palivá. Primárnym zdrojom energie pre nich bol drevo a iné tradičné biopalivá, ktoré voľne nachádzali v prírode. A tieto zdroje vznikali pôsobením Slnka. Z hľadiska dostupnosti energetických zdrojov na Zemi pochádza takmer všetka energia na Zemi zo slnečnej radiácie. Konkrétne až 99,985% energie pochádza zo Slnka, za ňou ďalej nasleduje geotermálna energia (0,013%) a prílivová energia (0,002%). Slnko ku nám posiela okolo $17 \times 10^{16}$ W energie (čo je viac energie než ľudstvo kedy spotrebovalo), z ktorej sa asi 30% odrazí od oblakov a iba približne 0,02% sa efektívne využije na fotosyntézu vedúcu k produkcii biomasy. Zohrievaním Zeme však napríklad vzniká aj vietor, ktorý okrem samotnej slnečnej radiácie tiež dokážeme využiť ako potenciálny zdroj energie. A vzhľadom

fdfd

**Obr. 4** Globálna spotreba energie podľa zdrojov pôvodu(v TWh) [19]
*(chýbajúce údaje medzi jednotlivými rokmi boli doplnené lineárnou interpoláciou)*



na to, že prísun energie zo Slnka je z roka na rok približne rovnaký, aj tieto tzv. obnoviteľné zdroje energie sú nám k dispozícii v konštantnom množstve počas nekonečného časového horizontu.[28] [15]

Obnoviteľné energetické zdroje preto poskytujú základ pre také hospodárstvo, ktorému sa minuli zásoby fosílnych zdrojov, no s optimizmom to tiež netreba preháňať. S výnimkou biomasy je na získavanie energie z týchto zdrojov potrebná infraštruktúra. A na tú je potrebné použiť obrovské množstvo nerastných zdrojov, ktoré získať je tiež energeticky náročné.[29] Výroba a prevádzka zariadení vyrábajúcich elektrickú energiu z obnoviteľných zdrojov je totiž závislá na dostatku vzácnych kovoch a iných nerastných surovinách, ktoré je potrebné vyťažiť a taktiež kvôli postupnému opotrebovávaniu meniť. Ak by sme z nich preto aj dokázali získať väčšie množstvo energie ako to, ktoré do ich výroby a prevádzky vložíme, možno stojí za úvahu, či environmentálne dopady takéhoto postupu nepresahujú náš osoh, ktorý z neho máme. Treba preto priznať, že hoci sa dá bez fosílnych palív žiť, život s nimi je výrazne jednoduchší. Súhrnne však môžeme tvrdiť, že aj po vyčerpaní zásob fosílneho bohatstva by malo byť možné zabezpečiť dnešnú produkciu tovarov výrobou z obnoviteľných prírodných zdrojov. Samozrejme iba za podmienky, že túto energiu zo Slnka dokážeme získať.

---

[28] Asi by bola lepšia formulácia, keby sme nehovorili o nekonečnom, ale iba dostatočne dlhom časovom horizonte, pretože aj Slnko ako každá iná hviezda jedného dňa zanikne.

[29] Na výstavbu solárnych fariem a veterných turbín do takého rozmeru, ktorý by dokázal produkovať dnešné množstvo elektrickej energie z fosílnych palív, by bolo potrebné každoročne zvyšovať ťažbu o 5 až 18 percent u relatívne bežných surovín ako hliník, železo a meď. Navyše asi 10% vyprodukovanej energie je využívaných práve na ťažbu a spracovanie týchto minerálov, pričom ak sa nestane zázrak, aj toto číslo bude iba väčšie (keď sa vysoko-kvalitné rudy vyťažia a nové bude ešte ťažšie nájsť a vydolovať). [16] Rovnako sú problémom sú aj iné vzácne kovy, ktoré sú potrebné pri výrobe permanentných magnetov vo veterných turbínach či fotovoltaických moduloch u solárnych panelov, ktoré sú nielenže ťažko dostupné a náročné na ťažbu, ale ich ťažba zvyčajne poškodzuje životné prostredie. [2] Iróniou je, že práve jeho ochrana býva motiváciou ich použitia.

## 4.4 Teoretický prístup

Vráťme sa teraz späť k pôvodnej téme nášho záujmu, ktorým je dlhodobý hospodársky rast. Ako sme si práve vysvetlili, hoci je výstupom produkčného procesu tovar, z dlhodobého hľadiska je dostatok energie na jeho výrobu ďaleko podstatnejší ako množstvo hmotných zdrojov, z ktorých by mohol vzniknúť.

Keďže je akákoľvek výroba závislá na prísune energie, celkom logicky môžeme predpokladať, že medzi týmito veličinami existuje nejaký vzťah. Ten sa už pokúsili vyjadriť neoklasickí ekonómovia tým, že nerastné zdroje zahrnuli vo svojich modeloch (ktoré vznikli v odpovedi na debatu okolo publikácie Limity rastu). Tie sa snažili nadviazať pôvodný Solowov model, ktorý rozšírili o nový výrobný faktor. Tým sa stali prírodné zdroje $R$, ktoré spoločne s kapitálom $K$ a pracovnou silou $L$ zastávali úlohu produkčných faktorov. Problém v tomto rozmýšľaní je ale ten, že pokiaľ takýmto spôsobom uvažujeme o prírodných zdrojoch, nutne tým predpokladáme, že sú v produkčnom procese nahraditeľné ľudskou prácou či nebodaj kapitálom. Pre pochopenie si vezmime za príklad Solowom navrhnutú produkčnú funkciu v tvare

$$Y = e^{\lambda t} K^{\alpha} R^{\beta} L^{\gamma}, \qquad \alpha + \beta + \gamma = 1. \tag{4.7}$$

Pre jednoduchosť ďalej uvažujme hodnotu kapitálu $K$ a pracovnej sily $L$ zhodne rovnú jednej. Pri danej technologickej úrovni (opäť môžeme pre jednoduchosť predpokladať hodnotu $\lambda = 0$) je finálna veľkosť produkcie rovná hodnote $R^{\beta}$. Pokiaľ je teda zásoba zdrojov $R$ rovná napr. hodnote 2019, tak sa takejto ekonomike podarilo vytvoriť produkciu $Y = 2019^{\beta}$ použitím iba jednej jednotky pracovnej sily a kapitálu.[30] Kde nastal problém? Problémovým bol hneď prvotný cieľ zaradenia

[30] Rozumné výsledky by sa teoreticky dali dosiahnuť vhodnou voľbou parametra $\beta$, no za hodnotu $R$ bolo pre ukážku všeobecnosti zvolené číslo 2019. Pokiaľ by sme však za $R$ vzali dostatočne veľké číslo, výsledná produkcia $Y$ by opäť dosahovala nezmyselne vysoké hodnoty.

prírodných zdrojov $R$ do produkčnej funkcie. Premenná $R$ by nemala byť jej súčasťou, pretože prírodné zdroje nezastávajú úlohu produkčného faktora tak, ako ho zastáva ľudská pracovná sila $L$ a množstvo kapitálu $K$. Prírodné zdroje totiž sami o sebe nevytvárajú žiadnu hodnotu, vo výrobnom procese slúžia ako produkčné možnosti (hranice) toho, aké množstvo tovarov sa môže vyprodukovať. Ilustrované na už jednoduchom príklade pečenia koláča: ľudská práca a kapitál (pec, nádoba, varecha, ...) zastávajú úlohu výrobných kapacít určujúcich to, koľko koláčov vieme upiecť, zatiaľ čo výrobné suroviny (múka, cukor, vajce, ...) a energia zastávajú úlohu produkčných vstupov, vďaka ktorým samotný koláč môže vzniknúť. Výsledná produkcia (upečený koláč) samozrejme nemôže existovať bez vstupov ako ani bez výrobných kapacít, no kapitálom (povedzme napr. elektrická pec) sa vstup do produkcie (elektrická energia potrebná na chod pece) jednoducho nahradiť nedá.

Keďže si teraz uvedomujeme fundamentálny rozdiel medzi výrobnými vstupmi a výrobnou kapacitou, môžeme žiaľ celú Solowovu teóriu o prírodných zdrojoch zbúrať. Začnime preto stavať svoju teóriu na nových základoch, ktoré tento rozdiel zohľadnia. Ako prvé je dôležité uvedomiť si to, že rovnako ako bez výrobných kapacít by ani bez vstupných zdrojov žiaden tovar nevznikol. Preto zjavne existuje nejaký vzťah medzi tým, čo do výroby vložíme, a tým, čo z nej nakoniec dostaneme. Rovnako ako v prípade pečenia koláča sú výrobnými vstupmi akejkoľvek produkcie jednak suroviny, z ktorých môže výrobok vzniknúť, a tiež energia, vďaka ktorej môžu výrobné kapacity (kapitál, ľudská práca) vôbec fungovať. Získavanie surovín je ale taktiež proces, ktorý si vyžaduje energiu, a tak je možno opodstatnené predpokladať, že celá vyrobená hodnota $Y$ je v istom vzťahu k množstvu využitej energie $E$. Koľko energie je však potrebné na výrobu jednej jednotky produkcie $Y$?

Predtým, než si zodpovieme túto otázku, si musíme uvedomiť ako vlastne dodávame energiu do výrobného procesu. Tá sa v ňom neobjavuje iba lúsknutím prstov, ale vzniká spaľovaním energetických zdrojov (najčastejšie fosílnych palív). No a z 1 kg uhlia nemusíme zakaždým získať rovnaké množstvo energie. Uhlie (resp. ľubovoľné iné palivo) v sebe skrýva isté množstvo energie, ktoré vieme jeho spálením uvoľniť. Za ideálnych podmienok (tzn. v stave, kedy nedochádza k výmene tepla medzi plynom a jeho okolím) je táto hodnota rovná veličine, ktorú fyzici nazývajú výhrevnosť. To, koľko energie vieme získať z 1 kg daného paliva, závisí od toho, akú má toto palivo výhrevnosť[31] a ako efektívne ho dokážeme spaľovať. Pokiaľ každému druhu paliva priradíme nejaké poradové číslo $i$, tak množstvo energie $E_i$, ktoré vieme získať spaľovaním $x_i$ kilogramov $i$-teho paliva, môžeme zapísať prostredníctvom vzťahu

$$E_i = M_i \times H_i \times x_i. \tag{4.8}$$

$H$ je v tomto prípade štandardné označenie výhrevnosti palív[32] a označenie $M$ sme použili na vyjadrenie miery efektívnosti spaľovania vo výrobe. Hoci teda $M$ primárne zahŕňa efektivitu spaľovania, myslíme pod ňou mieru celkovej efektivity spracovania energetického zdroja v každom štádiu výrobného procesu. Vzhľadom na to, že je $H_i$ konštantné pre každý druh paliva, môže množstvo získanej $E_i$ rásť jedine zlepšením miery efektívnosti spaľovania $M_i$ alebo pridaním dodatočného množstva paliva $x_i$, matematicky zapísané ako

$$\frac{\partial E_i}{\partial M_i} > 0 \quad \wedge \quad \frac{\partial E_i}{\partial x_i} > 0 \quad \forall i, \tag{4.9}$$

[31] Napr. z pohľadu energetických zdrojov je rozumnejšie používať fosílne palivá, ktoré majú oproti klasickému drevu násobne vyššiu výhrevnosť (angl. calorific values). [25, str. 11] To znamená, že ich spaľovaním dokážeme získať omnoho väčšie množstvo tepla, čo je aj jeden z dôvodov, prečo je pre nás stále výhodnejšie nenahradzovať ich alternatívnymi zdrojmi energie.

[32] Aj výhrevnosť sa ešte zvykne ďalej deliť na hornú a dolnú, my v tomto prípade budeme pre jednoduchosť uvažovať o výhrevnosti ako o jednej veličine.

Touto úvahou sme sa dopracovali k dôležitému poznaniu, že množstvo energie, ktoré dokážeme dodať do výroby, nie je iba výsledkom toho, koľko palivové zdroja sme do systému dodali, ale aj toho, ako efektívne sme ho spálili.

Teraz sa už môžeme naplno venovať otázke vzťahu medzi výrobou $Y$ a množstvom spotrebovanej energie $E$. Náš pôvodný dohad nám hovoril, že akúkoľvek produkciu vieme sledovať do jej začiatočného bodu, v ktorom sme museli použiť energiu na výrobu daného tovaru (príp. na získanie suroviny, z ktorej tento tovar mohol vzniknúť). Aj tento princíp si vieme ilustrovať na príklade pečenia koláča. Na jeho upečenie bolo potrebné vypestovať obilie, ktoré sa následne namlelo a vznikla múka, ktorá spoločne s ostatnými surovinami pôsobením tepla zväčšila svoj objem až vznikol koláč. Ten sa po upečení zjedol, z čoho človek získal energiu a živiny pre telo. Dôležité v tomto celom procese bolo, že kým všetky látky, ktoré do tohto procesu vstupovali, síce viacerými reakciami menili svoju formu, tak súčet ich hmotností (resp. počet atómov jednotlivých prvkov) zostal po celú dobu rovnaký. Jediné, čo sa spotrebovávalo, bola energia. Podobným spôsobom vieme každý výrobný proces rozložiť na časti (alebo lepšie povedané reakcie), v ktorých sa za spotrebovania energie menila štruktúra látky, nie však jej množstvo. Toto pravidlo, známe ako zákon zachovania hmotnosti, platí pre akúkoľvek uzavretú sústavu. A tou je aj Zem. Vďaka pôsobeniu gravitácie nedokáže hmota len tak opustiť oblasť Zeme (pokiaľ ju teda pôsobením energie nasilu nevyvezieme niekam na Mesiac), čím sa zo Zeme stáva z pohľadu hmoty uzavretý systém. Pokiaľ je ale materiálov (látok) stále rovnako, prečo majú mať vždy inú cenu? Odpoveďou je fakt, že každý materiál má pre nás rozdielnu užitočnosť v závislosti od toho, v akej je forme. Napr. taká železná ruda pre nás sama o sebe nemá bohvieakú hodnotu, no keď sa z nej zmenou štruktúry vyrobí nejaký nástroj, tak aj hodnota tohto (pôvodne „lacného“) materiálu narastie. No a na to, aby sme látky vedeli do tejto formy „zorganizovať“, potrebujeme energiu. Táto myšlienka tvorí základ

uvažovania o hodnote, ktorú získavame z produkcie, ako o hodnote toho, aká veľká energia bola potrebná k jej vytvoreniu.

No dobre, ale prečo potom nie je hodnota produkcie rovná cene, ktorú musíme zaplatiť za energiu? V prvom rade si treba uvedomiť, že viaceré náklady, ktoré nezaraďujeme pod cenu energií, ňou vlastne sú. Ako sme spomínali, vstupom do produkcie sú iba suroviny potrebné na výrobu a energia potrebná na priebeh výroby. V 37 sme si však vysvetlili, že hodnota surovín je primárne určená energetickými nákladmi na ňu, pričom zvyšnú časť výrobnej ceny týchto surovín tvoria náklady na personál a stroje. Keďže stroj (v našom ponímaní kapitál) je tiež iba výsledkom výrobného procesu, jediný „neenergetický“ náklad je zamestnanec. Jeho úlohou je však využiť svoju energiu na vytvorenie finálneho produktu, pričom za danú prácu dostane plácu, ktorú neskôr minie na nákup tovarov a služieb, na ktorých vznik bolo potrebné vynaložiť energiu. Koniec koncov preto skutočne dokážeme sledovať akúkoľvek vyprodukovanú hodnotu do série udalostí, v ktorých sa pôsobením energie menilo fyzikálne (resp. chemické) usporiadanie látok (atómov), čím sa menila ich využiteľnosť pre ľudstvo a teda aj ich hodnota. Z tohto pohľadu preto musí nutne platiť, že akákoľvek vyprodukovaná hodnota je takpovediac vlastne iba časovo vážený súčet energetických nákladov na produkciu.[33] Pozitívnou stránkou celého tohto pohľadu ale je, že viaceré z týchto tzv. energetických nákladov nemusíme platiť my.

Ako sme hovorili, v prípade hmoty platí, že Zem ako taká je uzavretý systém, ktorého súčasťou sme aj my. V prípade energie to už však neplatí, čo sme

[33] Časový náklad to je preto, že kým cena energie počas samotnej výroby v továrni je jeden energetický náklad, cena vstupných materiálov a kapitálu je taktiež energetický náklad, ktorý sa udial ešte pred samotným procesom výroby, a platba pracovníka (samozrejme pokiaľ svoj plat minie) je tiež iba cenou iných výrobkov, ktoré si v budúcnosti kúpy (a tie sú rovnako tak energetickými nákladmi). Časovo vážený je tento súčet preto, že cena energetických nákladov je závislá od ceny energií, a tie sú závislé od ich dostupnosti, ktorá je v každom čase iná.

patrične zdôvodnili v 37. Takmer všetka energia, ktorú využívame, je pôvodom zo Slnka, a táto energia sem bude prichádzať až kým Slnko nevyhasne.[34] Na veľa tovarov, ktoré sú taktiež produktom pôsobenia ľudskej práce a kapitálu, sme však my (ako ľudia) nemuseli minúť takmer žiadnu energiu. Tohto príkladom sú poľnohospodárske produkty, ktorých „energetický pôvod" vieme vystopovať až k fotosyntéze rastlín.[35] Úlohu, ktorú pri ich „produkcii" výrobné kapacity (človek, kapitál) zohrávali, bola iba žatva a prípadná tepelná úprava na hotový pokrm. Týmto spôsobom ale vznikol tovar (napr. koláč), ktorého energetická hodnota bola z väčšej časti „zaplatená" Slnkom a ľuďom z tohto titulu vznikol spoločnosti zisk. Spoločenský zisk bol rovnako tak vytvorený aj vydolovaním fosílneho paliva, ktorého využitím (spálením) sme získali viac energie, než sme do jeho ťažby museli vložiť. Samozrejme, že zisk (vo forme príjmu) patrí aj jednotlivcovi, ktorý svojou prácou spracoval nejakú látku na hotový výrobok (napr. kováč, ktorý vykoval náradie zo železnej rudy). Jeho príjem však neodráža čistý spoločenský zisk, ktorý by vyplýval z dodania novej energie do systému, cena jeho práce je iba náklad spojený s transformáciou látky z nejakého usporiadania na iné, ktoré je pre človeka využiteľnejšie (a teda má aj vyššiu ekonomickú hodnotu).

Teraz, keď už vieme všetko (pre nás) potrebné o vzťahu energie a produkcie, môžeme sa vrátiť k dôsledkom tohto vzťahu pre dlhodobý hospodársky rast. Keďže sa dá hodnota produkcie rozložiť na časovo vážený súčet energetických nákladov, mali by sme byť teoreticky schopní vypočítať hodnotu dnešnej produkcie prostredníctvom týchto nákladov. Na to by sme však potrebovali mať dokonalú

---

[34] Síce to nie je úplne intuitívne, ale aj fosílne palivá sú v skutočnosti energiou pôvodom zo Slnka. Príčinou ich vzniku je totiž fermentácia zvyškov rastlín a zvierat, ktoré svoju energiu čerpali tiež iba zo Slnka. Problémom je, že tieto organizmy žili v období pred miliónmi rokov, a podobne dlhý čas trvalo, kým sa premenili na dnešné fosílne palivá.

[35] V prípade obilnín sa jedná o zrejmý následok fotosyntézy, u zvierat je to zase dôsledok prijímania potravy, ktorú bylinožravce majú z trávy (fotosyntéza) a mäsožravce najmä z bylinožravcov.

informáciu o dostupnostiach a mierach efektivít jednotlivých zdrojov energie, a to nielen v tomto čase ale aj v každom ďalšom čase, ktorý je pre hodnotu dnešnej produkcie relevantný. To je však absolútne nerealistický cieľ, ktorý navyše nemá žiadnu výpovednú hodnotu o možnostiach dlhodobého rastu. Preto budeme k tomuto problému pristupovať ako k najzákladnejšiemu ekonomickému modelu, a síce modelu trhu s ponukou a dopytom.

V prípade takéhoto prístupu si ale najprv musíme objasniť to, o aký trh sa jedná a čo má vlastne ponuka a dopyt na ňom predstavovať. Hádam nikomu nespadne sánka na Zem ak teraz povieme, že na mysli máme trh, na ktorom sa „obchoduje“ s energiou. Zaujímavejším však bude odhalenie aktérov tohto trhu s energiou. Vráťme sa preto nachvíľu ku našim úvahám o tom, prečo prírodné zdroje nemôžu byť produkčným faktorom tak, ako to je v prípade kapitálu a pracovnej sily. Zdôvodnením bolo to, že kým kapitál a ľudská práca zastávajú úlohu výrobných kapacít, energia (a iné prírodné zdroje) slúžia iba ako vstupy do výroby, ktoré môžu výrobné kapacity (kapitál, zamestnanci) spracovať na finálny produkt. Z pohľadu trhového mechanizmu sa však tento vzťah dá poňať aj spôsobom, v ktorom sú výrobné kapacity trhovými aktérmi odberajúcimi energiu na svoje fungovanie, a energetické zdroje (fosílne palivá, ale aj biomasa a i.) slúžia v tomto reťazci ako dodávateľ tejto energie. Odberatelia energie (výrobné kapacity) teda predstavujú dopytovú stranu trhu a energetické zdroje ponukovú. A ako na každom správnom trhu sa pôsobením trhových mechanizmov dopyt a ponuka v dlhodobom horizonte rovnajú.

To, čo na našu analýzu preto potrebujeme poznať, sú okolnosti správania sa dopytovej časti trhu (výrobných kapacít) a rovnako tak aj ponukovej (energetické zdroje). No a hoci to nie je hneď na prvý pohľad očividné, o tej prvej už vieme všetko, čo potrebujeme. Pod výrobnými kapacitami totiž chápeme kapitál (budovy, stroje, ...) a ľudskú prácu, ktorým sa presne venuje Solowov model. Tomu sme

v tejto práci venovali celú 15 a tak máme teraz možnosť zužitkovať výsledky nášho snaženia. Bez žiadneho dodatočného odvádzania si preto pripomenieme výsledky modelu, ktoré sme si prehľadne odprezentovali v Tab. 1.

| **Premenná** | **Značenie** | **Rýchlosť rastu v ustálenom stave** |
|---|---|---|
| Kapitál na efektívneho zamestnanca | $k = \frac{K}{A \times L}$ | 0 |
| Celková výroba na efektívneho zamestnanca | $y = \frac{Y}{A \times L} = f(k)$ | 0 |
| Celková výroba na zamestnanca | $\frac{Y}{L} = A \times y$ | $g$ |
| Celková výroba | $Y = (A \times L) \times y$ | $n + g$ |

Veľkosť produkcie $Y$ sa podľa Solowovho modelu vyvíja exponenciálnym tempom s mierou rastu $(n + g)$. Tento výsledok tiež vieme analyticky zapísať ako

$$Y(t) = Y_0 e^{(n+g)t}, \tag{4.10}$$

kde sme všetky konštantné členy zahrnuli do hodnoty $Y_0$. Veličina $Y(t)$ predstavuje monetárnu hodnotu výstupu produkcie v čase $t$, teda cenu všetkých vyprodukovaných tovarov a služieb. Aby sme rovnaké číslo dostali aj na ponukovej strane trhu, potrebujeme priradiť spotrebovanému množstvu energie $E$ cenu, ktorú v danom čase malo. Uvedomme si však, že energiu na trh nedodáva iba jeden druh energetických zdrojov, ale hneď niekoľko. Aby sme preto boli schopní opísať aj túto ponukovú stranu trhu, tak si musíme vytvoriť nejaký aparát, ktorým by sme sa k nemu dopracovali.

Na jeho vytvorenie využijeme iba základné ekonomické poznatky a trochu maticovej algebry. Začneme asi tým, čo je vlastne ekonómia. Ekonómiou sa rozumie veda o tom, ako spoločnosť rozdeľuje vzácne zdroje medzi jej subjekty. Dôvod existencie tejto vedy spočíva v tom, že zdroje sú vzácne a nie je ich dostatočne veľa na to, aby dokázali pokryť všetky naše potreby. Má preto zmysel zaoberať sa tým, akými procesmi a na základe čoho sa tieto zdroje v spoločnosti rozdelia. Ľudské spoločenstvo si na tento účel vyvinulo trh, na ktorom sa každému statku pridelí

hodnota na základe toho, ako veľmi je vzácny a využiteľný (čím vzácnejší alebo využiteľnejší predmet je, tým má väčšiu cenu). Využiteľnosť energetických zdrojov sa odvíja od toho, koľko energie z nich vieme počas výrobného procesu získať. Tejto téme sme sa už skôr venovali a našim záverom bolo, že množstvo energie $E_i$, ktoré vieme získať spálením $x_i$ kilogramov $i$-teho energetického zdroja, môžeme opísať pomocou vzťahu (4.8). Keďže každý z energetických zdrojov je vlastne iba istou formou uskladnenia energie, tak v prípade ich využiteľnosti sa prakticky bavíme iba o tom, z ktorého typu vieme dostať čo najviac joulov energie.[36] Vzhľadom na možnosť ľubovoľného nahradenia jedného energetického zdroja za iný bude smerodajným pre určenie ceny tohto zdroja jeho dostupnosť. Vzťah ceny a dostupnosti $i$-teho energetického zdroja si preto vyjadríme funkciou

$$P_i(t) = f(Q_i(t)), \tag{4.11}$$

kde $P$ je štandardné označenie ceny a $Q$ štandardné označenie množstva (v tomto prípade pod tým rozumieme množstvo zdrojov dostupné na použitie vo výrobe). Celkovú hodnotu energetických zdrojov môžeme pri tomto značení zapísať ako

$$Y(t) = \sum_i [P_i(t) \times E_i(t)]. \tag{4.12}$$

Tu už sa neinvazívnou metódou snažíme čitateľovi vsugerovať myšlienku, že hodnota vyrobenej produkcie $Y$ je rovná nielen hodnote všetkých koncových tovarov ($Y$ zo Solowovho modelu), ale aj hodnote všetkých vstupných zdrojov (kvôli čomu sme na začiatku tejto rovnosti použili $Y$ na vyjadrenie ceny energií). Tento predpoklad však nie je vo všeobecnosti pravdivý, nakoľko sme si už skôr zdôvodnili, že na takýto postup by sme potrebovali poznať aj časovo váženú hodnotu všetkých zdrojov v každom časovom okamihu. Zatiaľ tu však toto značenie ponecháme a až neskôr zdôvodnime prečo. Týmto spôsobom sme sa však

[36] Joule (označ. $J$) je jednotka práce a energie, ktorá je daná vzťahom $kg \times m^2 \times s^{-2}$.

dopracovali k dvom stranám rovnosti, z ktorých je jedna jednoducho vyjadriteľná pomocou dvoch parametrov $n$ a $g$, zatiaľ čo tá druhá je produktom celkovo 4 rôznych veličín $(P_i, M_i, H_i, x_i)$, ktoré sú navyše pre každý energetický zdroj $i$ rozdielne (napr. pri 3 zdrojoch hovoríme o súčte 12 premenných). Preto pokiaľ nechceme prísť o rozum, musíme aj túto stranu zjednodušiť tak, aby sme ju dokázali určiť pomocou pár parametrov.

Jednu z možných ciest vyriešenia tohto problému sme už raz nenápadne naznačili. Bolo to v predchádzajúcom odseku, kde sme spomínali, že každý z energetických zdrojov je vlastne iba istou formou uskladnenia energie. Čiže pokiaľ vám to niekto neprezradí, tak neexistuje cesta, ktorou by ste dokázali rozoznať to, či elektrická energia, ktorou si večer rozsvietite domácnosť, pochádza zo spaľovania uhlia alebo rotáciou veterných turbín. Energia, ktorú získavame z jedného zdroja, je totiž dokonale nahraditeľná energiou z akéhokoľvek iného zdroja. A dôvodom je opäť naša mantra, že každý energetický zdroj je iba nejakou formou uskladnenia energie. Na vyjadrenie hodnoty pochádzajúcej z dokonale nahraditeľných zdrojov už ale ekonómia pozná jeden vzťah, ktorý má v [3, str. 8-9] názov produkčná funkcia dokonale zameniteľných faktorov.[37] Tá je tu tiež zadefinovaná ako

$$f(x) = g\left(\sum_i a_i x_i\right) = g(a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots). \tag{4.13}$$

Cena vynaloženej energie je teda funkciou $g(x)$, ktorej vstupom sú množstvá spotrebovaných energetických zdrojov $x_i$ a zatiaľ neznámych parametrov $a_i$. Podobný vzťah sme však mali aj v (4.12), kde bol tento výsledok rovný súčtu produktov vyrobenej energie $E_i$ a ich prislúchajúcej ceny $P_i$. My sme si už spomínali, že faktory vplývajúce na cenu vynaloženej energie $Y$ sú množstvo

[37] Pre zaujímavosť môžeme doplniť, že sa jedná o špeciálny prípad produkčnej funkcie s konštantnou elasticitou (angl. CES = Constant Elasticity of Substitution), ktorej autorom je už spomínaný R. Solow.

spotrebovaného zdroja $x_i$, jeho výhrevnosť $H_i$, miera efektivity jeho spaľovania $M_i$ a jeho cena $P_i$. Naším zámerom je získať koeficienty $a_i$ tak, aby sme s nimi mohli znormalizovať energetické zdroje vzhľadom na tieto parametre. Postup si vysvetlíme na zjednodušenom príklade 3 prírodných zdrojov.[38] Všetky potrebné dáta sa nachádzajú v tabuľke nižšie (uvedené čísla sú vymyslené a tak nemusia zodpovedať realite).

| zdroj | index $i$ | výhrevnosť $H_i$ | Miera efektivity spaľovania $M_i$ | Cena $P_i$ |
|---|---|---|---|---|
| drevo | 1 | 10 | 60% | 4 |
| uhlie | 2 | 30 | 50% | 9 |
| ropa | 3 | 40 | 80% | 6 |

V prvom rade si uvedomme, že výsledná hodnota produkčnej funkcie $f(x)$ z (4.13) musí byť rovná výsledku, ktorý dostaneme postupom (4.12). Pre daný systém 3 zdrojov preto dostávame vzťah

$$P_1M_1H_1x_1 + P_2M_2H_2x_2 + P_3M_3H_3x_3 = g(a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3). \tag{4.14}$$

Pokiaľ by sme za výsledok $g(x)$ vzali jej vlastný vstup, t. j. $g(x) = x$, tak tieto parametre $a_i$ už prakticky máme. My však chceme, aby boli všetky zdroje pomocou parametrov $a_i$ znormalizované vzhľadom na veličiny $H_i$, $M_i$ a $P_i$. Aby sme aj naďalej vedeli zohľadniť vzájomný vzťah medzi jednotlivými zdrojmi, musíme zabezpečiť, aby sa voľbou $a_i$ tieto vzťahy zachovali.

[38] Pre jednoduchosť použijeme súhrnné označenie pre skupiny palív (napr. uhlie), no chceme iba poznamenať že aj v rámci týchto skupín existujú isté rozdiely (napr. uhlie sa ďalej člení na lignit, hnedočierne uhlie, čierne uhlie a najkvalitnejší typ antracit).

Platiť teda musí systém 3 rovníc o 3 neznámych v tvare

$$\begin{aligned} P_1 M_1 H_1 a_1 &= P_2 M_2 H_2 a_2 \\ P_1 M_1 H_1 a_1 &= P_3 M_3 H_3 a_3 \\ P_2 M_2 H_2 a_2 &= P_3 M_3 H_3 a_3. \end{aligned} \tag{4.155}$$

Dosadením hodnôt z tabuľky s údajmi vieme tento systém prepísať do maticového tvaru

$$\begin{bmatrix} 24 & -135 & 0 \\ -24 & 0 & 192 \\ 0 & 135 & -192 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{4.166}$$

Sčítaním riadkov hneď vidíme, že matica systému je singulárna, čo znamená že takýto systém nemá jednoznačné riešenie. Tento problém vyriešime doplnením podmienky pre koeficienty $a_i$

$$\sum_i a_i = 1. \tag{4.177}$$

Vďaka nej získame nový systém rovníc

$$\begin{bmatrix} 24 & -135 & 0 \\ -24 & 0 & 192 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{4.188}$$

ktorý už je regulárny a teda existuje jednoznačné riešenie $a$ tohto systému.

V každom časovom okamihu sa týmto postupom vieme dopracovať k vyjadreniu hodnoty produkcie $Y$ pomocou novej produkčnej funkcie $h(\dots)$ v tvare

$$Y(t) = h\left(P(t), M(t), H(t), \sum_i a_i(t) x_i(t)\right). \tag{4.19}$$

Funkcia $h(\dots)$ teda vyjadruje vzťah medzi finálnou hodnotou produkcie $Y$ a znormalizovanými veličinami ceny $P$, miery efektívnosti $M$ a výhrevnosti $H$, ktoré už sú spoločnými pre všetky energetické vstupy. Každá z týchto veličín však v sebe aj naďalej zohľadňuje jej ekvivalenty pre konkrétne zdroje, a tak by sa patrilo vysvetliť jej význam. $P(t)$ v praxi predstavuje koncovú cenu energie, ktorú musíme

na našom imaginárnom trhu zaplatiť za 1 jednotku energie. Pokiaľ by mala napr. vzrásť cena uhlia, zatiaľ čo ceny ostatných surovín by zostali nezmenené, tak sa to prejaví aj na cene $P(t)$, avšak iba v takej miere, v akej získavame energiu z uhlia. $M(t)$ zosobňuje priemernú mieru efektívnosti získavania energie pri spaľovaní všetkých energetických zdrojov. Aj tu platí rovnaká analógia medzi jednotlivými mierami $M_i$ a spoločnou mierou $M$, ako to je u ceny. Výhrevnosť $H(t)$ je rovnako tak kľúčovým faktorom pri stanovení získaného množstva energie, nakoľko predstavuje maximálne možné množstvo energie, ktoré vieme získať z jednotlivých zdrojov. To je však pre každý zo zdrojov v čase konštantné a teda rovnako konštantný bude tento pomer medzi jednotlivými zdrojmi v každom inom čase. Z tohto dôvodu bude aj táto „priemerná výhrevnosť“ $H(t)$ konštantná v každom časovom okamihu. Parametre $a_i$ sú v každom čase presne určené vzťahom medzi vlastnosťami $i$-teho a všetkých ostatných energetických zdrojov. Keďže sú však týmito vlastnosťami aj časovo závislé premenné (cena $P_i$, miera efektívnosti $M_i$), bude sa aj hodnota týchto parametrov v priebehu času meniť. No a vzhľadom na vzťah (4.12) poznáme aj to, akým spôsobom so sebou interagujú jednotlivé premenné produkčnej funkcie $h(\dots)$. Hodnotu výslednej produkcie $Y$ preto vieme zapísať pomocou rovnosti

$$Y(t) = P(t) \times M(t) \times H \times \left( \sum_i a_i(t) x_i(t) \right), \tag{4.20}$$

v ktorej posledné nespomenuté $x_i$ predstavuje spotrebované množstvo $i$-teho paliva.

Po dlhšej odbočke sme si teda vybudovali aparát na analyzovanie ponukovej strany trhu s energiou $E$, z tohto postupu nám však zostala ešte jedna dlžoba. Počas vytvárania nášho aparátu sme v istom kroku (bolo to pri zápise rovnosti (4.12)) prehlásili, že hodnota vyrobenej produkcie pre daný rok $Y$ je rovná energetickým nákladom v danom roku. Vtedy sme si vysvetlili, že takýto postup je konzistentný s našou teóriou o vzťahu energie a produkcie iba vtedy, keď sa vieme

dopátrať aj k hodnotám energetických nákladov vo všetkých ostatných časoch a vieme im priradiť vhodné časové váhy. Keby sme však aj mali takto dokonalú informáciu o svete, výstup produkcie $Y$ nemusí byť rovný energetickým nákladom, pretože viacero z tovarov, ktoré dnes využívame, nevzniklo v tom momente, keď sme ho dostali do ruky, ale v nejakom skoršom čase, v ktorom sme na jeho výrobu museli minúť energiu (napr. mobilný telefón síce pravidelne používame, no energiu na jeho vznik musela spoločnosť vynaložiť už skôr a tak jediné dnešné energetické náklady, ktoré s ním máme, sú pravidelné dobýjanie batérie telefónu). V jednom špeciálnom príklade, od ktorého sa teraz odrazíme, to však platí.

Keďže k energii pristupujeme ako ku komodite obchodovanej na trhu medzi výrobnými kapacitami a energetickými zdrojmi, musíme ju analyzovať z pohľadu trhových aktérov. Začneme s dopytovou stranou trhu, teda výrobnými kapacitami (kapitál a ľudská práca). Túto stranu vieme popísať prostredníctvom Solowovho modelu, ktorého výsledky sme si zhrnuli vo vzťahu (4.10). Veľkosť hospodárstva podľa neho po dostatočne dlhom čase (tzn. v stacionárnom stave) skonverguje k istej hodnote, ktorá sa môže meniť iba ak rastie veľkosť populácie alebo ak prichádza technologický pokrok. Pre začiatok uvažujme stav, v ktorom zostáva veľkosť produkcie konštantná (teda parametre ako technologický pokrok sa nemenia). Keďže je veľkosť produkcie $Y^*$ tejto ekonomiky konštantná, celá výroba sa využíva iba na spotrebu a nahradenie amortizovaného kapitálu. Nakoľko je produkcia z roka na rok rovnaká, nemenia sa ani jej energetické náklady. A keďže jej výroba mohla nastať, muselo sa spotrebovať z roka na rok rovnaké množstvo energie $E^*$, ktoré muselo byť na trh dodávané niektorými z energetických zdrojov. Uvažujme nachvíľu, že máme k dispozícii iba jeden zdroj energie, ktorý je v každom čase dostupný v rovnakom množstve (jedná sa teda o obnoviteľný zdroj energie) a miera efektivity získavania energie z neho sa nemení. Pripomína vám to niečo? Nemá veľmi zmysel, aby to dnešnému človeku dávalo nejaký význam, ale pre ľudí,

ktorí túto planétu obývali pred stovkami rokov (teda nie až tak dávno), sa jednalo o realitu každodenného života. Spojme si totiž už známe fakty. Ako nám ukazoval Obr. 1, ľudia pred stovkami rokov žili z viac-menej stále rovnakého množstva produkcie (prioritne sa tým myslí strava). A čo sa môžeme dovtípiť z Obr. 4 je, že na výrobu tejto produkcie sa používali výlučne tradičné biopalivá. V tomto špecifickom prípade, ktorý je však z pohľadu celej ľudskej histórie zďaleka najbežnejší, muselo byť teda množstvo spotrebovanej energie z roka na rok viac-menej konštantné (keďže produkcia $Y$ ani miera efektivity získavania energie $M$ sa nemenili). Keďže sa jedná o obnoviteľný zdroj energie, musel (v súlade s kap 4.3) pochádzať zo Slnka, a keďže to sem posiela stále rovnaké množstvo radiácie (teda aj energie), musel byť dostupný v rovnakom množstve. No a ako sme spomínali v rovnici (4.11), dostupné množstvo je určujúcim faktorom jeho ceny. Pokiaľ sa však nemení jeho dostupnosť (ponuková strana trhu) ani odbyt po ňom (dopytová strana trhu), nemala by sa meniť ani jeho cena. Ak teda existovala rovnováha na tomto trhu, museli byť nutne energetické náklady rovné hodnote finálnej produkcie.

Keďže sme si teda vysvetlili, prečo sme mohli v rovnici (4.12) predpokladať túto rovnováhu medzi energetickými nákladmi a hodnotou produkcie, splatili sme aj našu dlžobu. Posledná vec, ktorú by sa patrilo objasniť, je význam výhrevnosti $H$ v prípade niektorých obnoviteľných zdrojov energie. U tradičných biopalív a fosílnych zdrojov sa celkom zrejme jedná o maximálne množstve energie, ktoré vieme zachytiť pri ich spálení. Pri získavaní energie z niektorých obnoviteľných zdrojov (napr. vietor) však nedochádza k spaľovaniu paliva, ale k iným procesom (napr. rotácia turbíny vetrom). Preto nemusí byť celkom jasné, čo sa v ich prípade myslí pod označením $H_i$. Pohyb vetra či dopad slnečných lúčov je však tiež iba istý proces, ktorý v sebe skrýva nejaké množstvo energie. A tak by sme mali chápať aj ich „výhrevnosť“ $H$ ako maximálne množstvo energie, ktoré sme z nich schopní vyťažiť v priebehu tohto procesu.

Teraz už máme vysvetlenú aj poslednú vec, tak sa teraz môžeme slobodne venovať implikáciám našej teórie pre dlhodobý hospodársky rast. Aj naďalej sa budeme pohybovať na trhu s energiou, teraz mu ale umožníme, aby sa dynamicky vyvíjal. Začneme teda v ustálenom stave, v akom sa svet nachádzal pred stovkami rokov, a opätovne sa najprv pozrieme na dopytovú stranu trhu (výrobné kapacity), ktorú modelujeme pomocou Solowovho modelu. Podľa neho rastú možnosti výrobných kapacít nárastom populácie a technologickým pokrokom. Pokiaľ sa na trhu nájde dostatočné množstvo energie, celý dopyt týchto kapacít bude uspokojený a výroba $Y$ narastie rovnakým tempom, akým sa zväčšia výrobné kapacity (t. j. $n + g$). Ako sme si už skôr ukázali, ponukovú stranu trhu nám opisuje vzťah

$$Y(t) = P(Q(t)) \times M(t) \times H \times \left( \sum_i a_i(t) x_i(t) \right). \tag{4.21}$$

Táto strana sa môže zmene dopytu prispôsobiť rôznymi cestami. Ideálne by bolo, ak by rástla celková miera efektivity $M$ rovnakým tempom, akým rastú výrobné kapacity. V takom prípade by stačilo využiť rovnaké množstvo obnoviteľných zdrojov a celý zvýšený dopyt by mohol byť uspokojený (zatiaľ sa stále nachádzame v stabilnom stave, v ktorom sa spotrebovávali iba obnoviteľné zdroje, ktorými boli v tej dobe iba tradičné biopalivá). Nech sa teda celková miera efektivity získavania energie $M$ mení tempom $m(t)$, teda

$$\dot{M}(t) = m(t) \times M(t). \tag{4.22}$$

Vyššie vyslovené tvrdenie môžeme potom matematicky vyjadriť tak, že aby sme na zvýšenie dopytu nemuseli spotrebovať väčšie množstvo energetických zdrojov, musí platiť

$$n + g < m, \quad \forall \text{t}. \tag{4.23}$$

Pokiaľ ale nie je nárast $M$ dostatočný, musí sa kvôli uspokojeniu dopytu siahnuť po vyčerpateľných zdrojoch energie. Naproti obnoviteľným zdrojom sa však pri ich míňaní zmenšuje aj ich zásoba, čo vyvoláva v trhovom mechanizme istú postupnosť udalostí. Pokiaľ sa spotrebovávali iba obnoviteľné zdroje, celkové množstvo energetických zásob $Q$ sa nemenilo, čo malo za následok stálosť cien energií (lebo ako sme si už povedali, ponuková cena sa odvíja od dostupnosti daného zdroja). Nakoľko energiu vieme čerpať aj z nerastných zdrojov, hodnota energetických zásob $Q$ nepozostáva iba z obnoviteľných zdrojov. Ich zásoba sa môže v čase meniť dvoma spôsobmi. Ľudia môžu nájsť nové ložiská, čo má za následok zvýšenie množstva zásob $Q$, alebo môžu spotrebovať časť už známych zásob, čo naopak zníži hodnotu $Q$. Predstavme si, že dochádza iba k spaľovaniu týchto palív. Dôsledkom takéhoto konania je menšia celková zásoba energetických surovín $Q$, čo vieme vyjadriť ako percentuálnu zmenu celkových zásob $q^-$. Ak by sme však chceli odobrať rovnaké množstvo energie aj budúci rok, táto miera $q^-$ bude musieť narásť. Je to následkom toho, že sa zmenší základ, z ktorého sme ju vypočítali. Pokiaľ by sme chceli túto mieru zmenšovania zásob $q^-$ udržať konštantnú, absolútne množstvo takto spotrebovanej energie by pripomínalo lineárnu lomenú funkciu, ktorá hyperbolicky klesá. Ak by sme teda každoročne odobrali z celkových zásob $Q$ iba stálu časť $q^-$, tak by sa toto množstvo každoročne zmenšovalo, čím by sa zmenšovala aj produkcia, ktorá by z týchto energetických zásob mohla vzniknúť. Čo sa však môže stať je, že sa nájdu nové (povedzme ropné) ložiská. Takýmto spôsobom sa zväčší naša zásoba nerastných surovín, z ktorých bude môcť vzniknúť nová produkcia. Keďže aj tie sa však raz môžu vyčerpať, bude potrebné sústavne nachádzať nové ložiská nerastných surovín tempom $q^+$, ktoré by prevyšovalo spotrebovanú časť nerastných zdrojov $q^-$. Výroba z vyčerpateľných energetických zdrojov je teda v dlhodobom horizonte možná iba za podmienky

$$q^- \leq q^+. \tag{4.24}$$

Splniť túto podmienku je však podľa našich predpokladov nemožné. Na začiatku tejto kapitoly (v časti 4.1) sme si totiž stanovili kritický predpoklad, že nerastných zdrojov je na Zemi iba obmedzené množstvo, kvôli čomu nie je možné donekonečna nachádzať nové a nové nerastné zdroje energie.

Pokiaľ však táto podmienka nemôže byť naplnená, nerastné energetické zdroje sa budú míňať rýchlejším tempom než akým budú pribúdať, a tak bude dochádzať k ich postupnému vyčerpávaniu. Čím bude menej zdrojov, tým budú vzácnejšie, čo sa prejaví na ich rastúcej cene. Ak ale bude ponuková cena energie na trhu príliš vysoká, dopytová strana (výrobné kapacity) ju nebudú schopné zaplatiť a bude vznikať niečo, čo môžeme nazvať „energetická produkčná medzera" (teda bude priestor na dodatočnú produkciu, ktorá sa však nevyrobí kvôli privysokej cene energií). Keďže sa ale nebude produkovať dostatočné množstvo produkcie $Y$, v duchu Solowovho modelu nebude vznikať dostatok nového kapitálu, ktorý by nahradil výpadok opotrebeného kapitálu, a celkové kapitálové zásoby začnú klesať. Týmto spôsobom sa začnú zmenšovať výrobné kapacity (dopytová strana trhu), čím sa zmenšia aj ich energetické nároky. Postupom času teda ekonomika dokonverguje nového stacionárneho stavu, v ktorom bude jej rast daný tým, ako rýchlo rastie efektivita získavania energie $M$.

Po tejto analýze teda môžeme zhrnúť naše výsledky do nasledovných bodov opisujúcich priebeh procesov na našom trhu s energiami:

**1. V dlhodobom horizonte je produkcia závislá iba na obnoviteľných zdrojoch**. Pokiaľ tieto nedokážu zabezpečiť energetické nároky výrobných kapacít, energia bude musieť prichádzať z vyčerpateľných zdrojov, ktoré sú už však podľa svojho názvu konečné a tak nie je možné spoliehať sa na ich večnú prítomnosť. Jediným trvácnym zdrojom energie (nutnej podmienky produkcie) sú teda iba obnoviteľné zdroje (najmä Slnko).

**2. V krátkodobom horizonte je možné, aby ekonomika rástla aj bez dostatku obnoviteľných zdrojov**. Tento fakt je daný tým, že pokiaľ máme k dispozícii nerastné bohatstvo, môžeme nedostatok obnoviteľných energetických zdrojov nahradiť týmito nerastným zdrojmi. Keďže sa však ich využívaním míňajú a na Zemi ich neexistuje neobmedzené množstvo, môžu slúžiť iba ako krátkodobý zdroj energie.

**3. Dlhodobý hospodársky rast je možný iba ak sa zlepšuje naša schopnosť spracovávať energetické zdroje**. Ak sa podarilo ekonomike narásť na úkor čerpania neobnoviteľných zdrojov energie, tie po istom čase začnú nutne dochádzať. Dôsledkom toho sa nebude vyrábať dostatok produkcie na zabezpečenie náhrady starých výrobných kapacít za nové. Týmto spôsobom sa ekonomika dostane do nového stabilného stavu, v ktorom bude ďalší nárast možný iba vtedy, ak dokážeme lepšie spracovať používané zdroje energie.

## 4.5 Čo sme zanedbali

Ani naša teória však nie je bezchybná, o čom svedčí aj množstvo menších faktov, ktoré sme v našich kalkuláciách zanedbali. V prvom rade si musíme uvedomiť, že energia síce má fundamentálny význam pri produkcii tovarov a služieb ako aj pri ťažbe nerastných surovín (čo sme si dopodrobna zdôvodnili), uvažovať o nej ako jedinom výrobnom vstupe ale nie je celkom správne. Minerálnych nerastov sa na Zemi skutočne nachádza také množstvo, ktoré by sme neboli nikdy schopní minúť (a navyše vďaka zákonu zachovania hmotnosti ani nikam neodchádzajú), takéto úvahy sú však možné iba za predpokladu, že dostupnosť všetkých kovov je rovnaká a tiež že ich môžeme ľubovoľne zamieňať.

Ako sme už spomínali, ťažba nejakého kovu si vyžaduje (zväčša veľké) množstvo energie, ktoré je potrebné na získanie jeho minerálnej rudy, jej oddelenie od zvyšku horniny, atď.. Tie rudy, ktoré sa dajú jednoduchšie vydolovať, sa

prirodzene dolujú ako prvé (kvôli nižším energetickým nákladom). Dobývanie ďalších rúd ale vyžaduje stále väčšie a väčšie množstvo energie, pretože je ťažšie ich získať. Taktiež pokiaľ skúšame naspäť získavať kovy z recyklácie, každou ďalšou recykláciou vzniká iba horší odpad, z ktorého dostať zvyšné kovy z pôvodnej zlúčeniny je energeticky stále náročnejšie. Hodnota týchto materiálov bola ale v našom ponímaní stále rovnaká, vďaka čomu stačilo na vyťaženie 1 kg kovu (napr. horčíka) použiť rovnaké množstvo energie v čase $t$ ako aj v čase $t + 1$. Podobný problém nastával aj pri predpoklade dokonalej zameniteľnosti. Energetické zdroje sú síce dokonale zameniteľné, no kovy nie sú. Tento princíp sme si už skôr vysvetľovali na príklade výrobe batérie z rôznych typov kovov (pozri 26). Niektorých minerálov je naozaj málo a keby sme na nich mali postaviť produkciu tak, ako ju dnes staviame na železe a hliníku, tak by skutočne nastal výpadok produkcie i za predpokladu, že máme k dispozícii dostatočné množstvo energie. Získavanie energie by preto nemalo byť závislé na vzácnych surovinách.

Ďalším výrazným nedostatkom je náš prístup k svetovej spotrebe energie bez rozlišovania toho, ako sú na tom konkrétne oblasti na Zemi. Týmto vzniká rovnaký problém, ktorý sme už skôr kritizovali pri Solowovom modeli (viď. časť 2.2), a síce že takýmto spôsobom opomíname akékoľvek rozdiely medzi svetovými regiónmi. Na to, aby sme mohli o našom modelovanom hospodárstve prehlásiť, že v ňom platí zákon zachovania hmotnosti, sme totiž vyžadovali, aby sa jednalo o uzavretý systém. A tým môže byť iba Zem. Z pohľadu jednej krajiny by však takáto analýza nebola možná, pretože Slovensko ani žiadna iná krajina nežije úplne izolovane od zvyšku sveta (pri dnešnej miere globalizácie sa už pojem izolácia dá spájať jedine tak so zateplením budovy). Medzi krajinami totiž existujú isté vzťahy a prepojenia, čo sa v histórii už viac krát ukázalo ako kľúčové. Tento stav môžeme dnes pozorovať napríklad vo Venezuele, ktorá má spomedzi všetkých štátov na Zemi najväčšie dokázané zásoby ropy, no jediný poriadny odbytný trh pre jej ropu

je akurát tak Čína. Spoliehať sa teda na to, že sa na Sahare vybudujú obrovské solárne farmy, z ktorých bude odoberať energiu celý svet, je ako keby sme mali začať veriť na jednorožce. Z tohto titulu nestačí, aby výroba energie dodávala dostatočné množstvo energie. Potrebné je aj to, aby nebol príspevok jednotlivých regiónov do tejto produkcie zanedbateľný.

No a posledným vážnym nedostatkom, ktorý sme v našich analýzach opomenuli, je problém ničenia životného prostredia. Aby sme nemuseli otvárať novú problematiku, vezmeme si za príklad kovy vzácnych zemín, ktoré sme už skôr spomínali. Týchto kovov je relatívne dosť v Zemskej kôre, akurát že sa nachádzajú iba kde-tam. A keď sa aj niekde nachádzajú, tak vždy iba v malých koncentráciách (preto sa často označujú ako vzácne kovy). Energetická náročnosť ich produkcie je preto mimoriadne vysoká a spustošenie krajiny, ktoré po nej nastáva, v posledných rokoch vyvoláva množstvo otáznikov o skutočnom prínose ich ťažby. Viaceré formy získavania materiálov a energií (napr. povrchová ťažba) po sebe zanechávajú významnú ekologickú stopu (napr. veľké neúrodné oblasti, na ktorých kedysi prebiehala povrchová ťažba), čím sa efektívne zhoršuje naša schopnosť zbierať na týchto miestach v budúcnosti zdroje a znižuje sa tak aj nosná kapacita Zeme.[39] Isté množstvo environmentálneho znečistenia je síce schopná táto planéta absorbovať, no ak má byť výroba energie z nejakého energetického zdroja skutočne dlhodobo udržateľná, tak tento zdroj nesmie nadmerne poškodzovať životné prostredie. To platí aj pre inak ekologické formy získavania energie (dnes bežne chápané ako solárna a veterná energia), na ktorých výrobu a prevádzku je ale potrebné dodávať podstatné množstvo vzácnych kovov (pozri 29).

[39] Nosná kapacita je koncept, ktorý nám udáva maximálne možné množstvo jedincov, ktorých dokáže systém trvalo živiť.

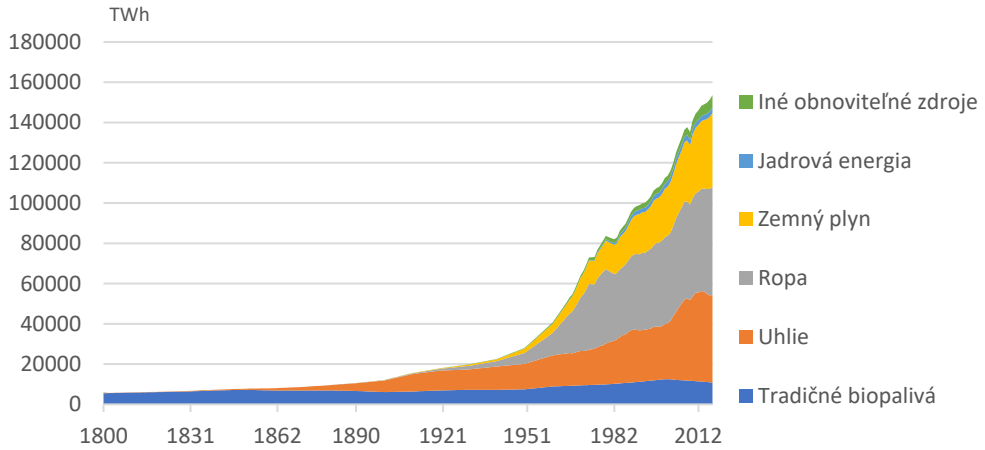
## 4.6 Empirický pohľad

Po siahodlhom teoretickom prístupe konečne nastal čas pozrieť sa na to, ako to vyzerá v reálnom svete. Ako prvé začneme tým, že si pripomenieme Obr. 4 opisujúci vývoj globálnej spotreby energie podľa energetických zdrojov pôvodu.

Ak začneme na začiatku tejto periódy (rok 1800), vidíme, že takmer všetka energia na Zemi sa kedysi získavala iba spaľovaním tradičných biopalív (primárne drevo a zvyšný organický materiál). Zlom začal prichádzať až v 19. storočí (najmä v Anglicku), kedy dochádzalo k zavádzaniu parného stroja do výrobného procesu. Ten bol poháňaný uhlím, ktoré sa stalo primárnym zdrojom priemyselnej produkcie v najbližších desaťročiach. Kým v roku 1850 bol jeho podiel na svetovej spotrebe energie iba 7%, v roku 1900 už tvoril asi polovicu všetkej spotrebovanej energie na Zemi.

Nástup ropy a zemného plynu začal až v 20. storočí, kedy sa začalo (najmä v doprave) prechádzať na nový a efektívnejší spôsob spaľovania fosílnych palív v spaľovacom motore. Obrovské ropné náleziská sa začali nachádzať na viacerých miestach na svete, najväčší ropný boom však nastal v Spojených štátoch amerických (najmä v Texase). Vďaka dostupnosti lacnej energie dokázali Američania zväčšovať svoju priemyselnú produkciu, čo im aj zabezpečilo patričný

**Obr. 5** Globálna spotreba energie podľa zdrojov pôvodu [19]

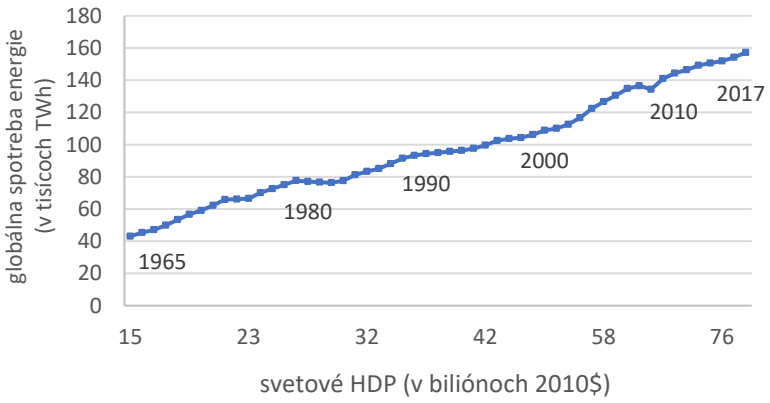


ekonomický rozmach. Z bohatých zásob zemného plynu ešte dnes profituje zase Rusko, ktoré ho vyváža do okolitých krajín (hlavne do Európy). Záujem o jadrovú energiu začal významnejšie rásť až po druhej svetovej vojne, v poslednom období však jeho spotreba začína klesať. Toto bude asi následkom odstávok viacerých jadrových elektrární (v Európe hlavne v Nemecku), ktoré sa zatvárajú kvôli potenciálnemu úniku radiácie v prípade nehody na reaktoroch.

Menší podiel obnoviteľných zdrojov energie (mimo biopalív) začal byť na svetovej spotrebe energií viditeľný približne od 70-tych rokov minulého storočia (najmä vodné elektrárne), poslednú dobu však zaznamenávajú investície do týchto zdrojov rýchly nárast (hlavne veterná a solárna energia). V dnešnej dobe sú obnoviteľné zdroje z pohľadu debaty o energetických zdrojoch jednoznačne tou najdiskutovanejšou témou, pravda ale je, že ich celkový podiel na súčasnej svetovej spotrebe energií (bez uvažovania tradičných biopalív) predstavuje iba asi 4%. Investície do týchto zdrojov energií majú však dlhšiu dobu návratnosti, no ak by sme mali teraz prestať používať fosílne palivá, tak samotné obnoviteľné zdroje ani zďaleka nestačia na pokrytie súčasných energetických nákladov.

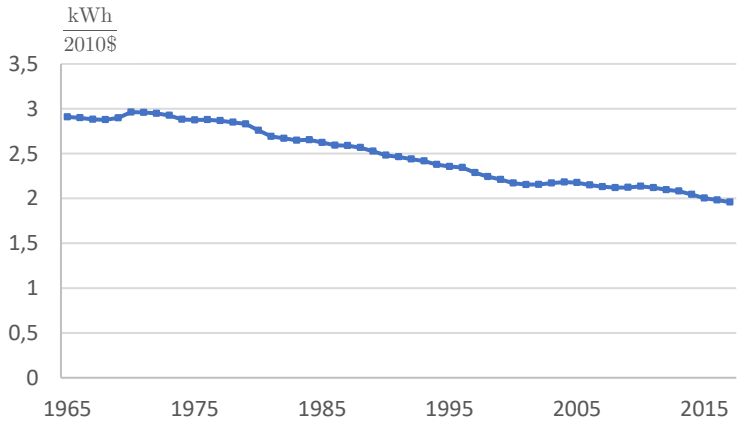
Zaujímavé sú však z pohľadu pôvodu energie tzv. tradičné biopalivá. Ak pôjdeme až ku základom, tak sa jedná o výsledky fotosyntézy, ktorá prebiehala na planéte. V časti 4.3 sme si bližšie hovorili o tom, že na povrch Zeme prichádza konštantné množstvo Slnečnej radiácie, a že iba veľmi malá časť (asi 0,02%) z tejto energie sa využije na fotosyntézu. V dnešných dňoch tvoria tieto zdroje približne 7% celkovej spotreby energií, čo keď si to tak uvedomíme je naozaj slušné množstvo (vzhľadom na to, že to je iba 0,02% slnečnej energia). Slnko nás skutočne zásobuje gigantickým množstvom energie a pokiaľ by sme boli schopní ho lepšie získavať (v teórii sa jednalo o mieru $M$), tak by sme si dokázali zabezpečiť naozaj trvácnu zásobu energie a nemuseli by sme siahať po fosílnych palivách, ktoré sú (ako sme si vysvetlili) iba krátkodobé riešenia.

**Obr. 6** Vzťah medzi veľkosťou produkcie a spotrebou energie [18]

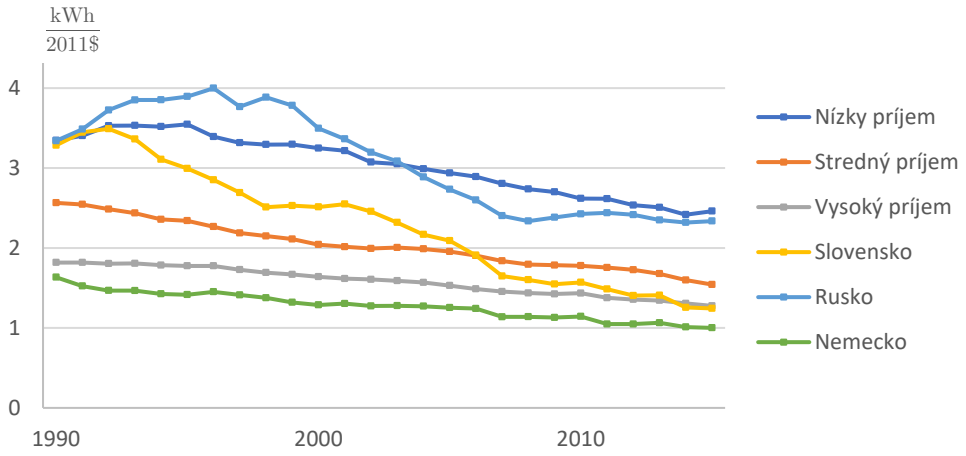



O niečo zaujímavejšie je z pohľadu rastu svetového hospodárstva sledovať vzťah medzi jeho veľkosťou a tým, koľko energie bolo potrebné na vytvorenie toľkej produkcie dodať. Z Obr. 5 možno empiricky odpozorovať jasnú koreláciu medzi týmito veličinami, to však ale nie je až také prekvapujúce (pri dnešnom raste spotreby je vysoko korelovaná asi každá komodita). Pozoruhodná ale je pomerne viditeľne rastúca miera využitia tejto energie pri výrobnom procese. Pretransformujme si tento vzťah do podoby, v ktorej si vyjadríme energiu potrebnú na vytvorenie 1 jednotky produkcie (viď. nižšie Obr. 7). V ňom je jasne viditeľné, akým spôsobom sa menila táto energetická náročnosť v našej produkcii. V priemere sa jedná o ročnú zmenu na úrovni 0,7%, čo sa za obdobie asi 50 rokov nasčítalo na zrazenie energetických nákladov o tretinu.

**Obr. 7** Energetická náročnosť svetového hospodárstva [18]



**Obr. 8** Energetická náročnosť hospodárstiev [19]



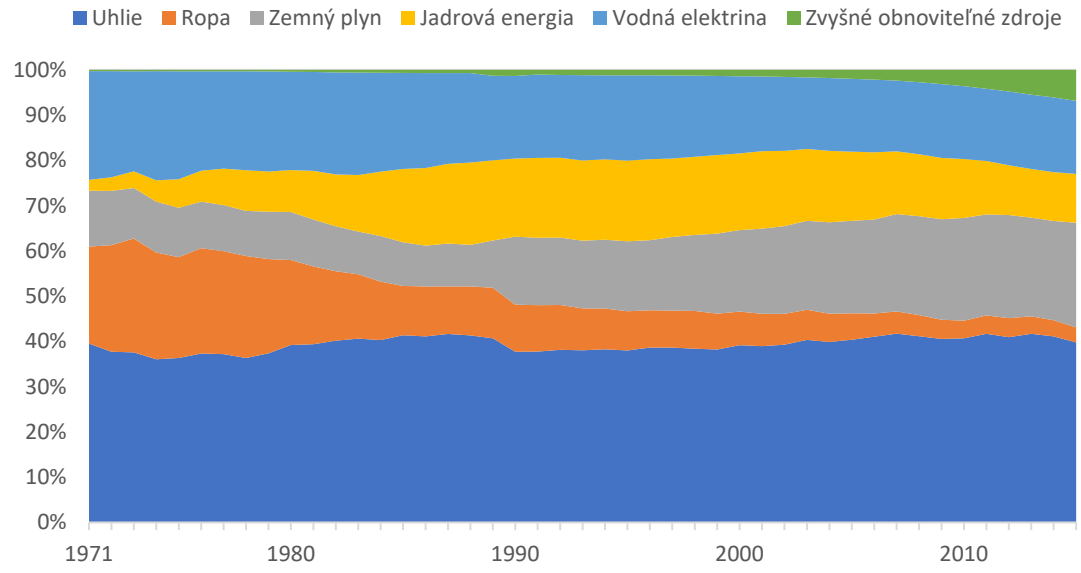

Zaujímavé je rovnako tak sledovať energetickú náročnosť jednotlivých hospodárstiev v závislosti od toho, do akej príjmovej kategórie patria. Ukazuje sa, že čím sú príjmy krajín nižšie, tým zvykne byť energetická náročnosť jej produkcie vyššia. U všetkých môžeme pozorovať isté zníženie energetickej náročnosti ich produkcie, čo rovnako ako na predchádzajúcej strane pravdepodobne súvisí s technologickou zmenou. Vysokopríjmové krajiny sa väčšinou prispôsobujú zmenám v technológii rýchlejšie ako nízkopríjmové, čo asi spôsobuje, že chudobnejšie časti sveta nemajú až taký dobrý prístup k najnovšiemu vybaveniu, ktoré by dokázalo efektívnejšie využívať energiu. Ďalším dôvodom môže byť rozdielna štruktúra ekonomík, čomu sa venuje práca [29]. Podľa tej majú ekonomiky založené primárne na priemyselnej výrobe (ktorá zvyčajne vyžaduje veľa energie) väčšiu náchylnosť byť energeticky náročnejšie ako ekonomiky založené na službách. A práve v bohatších štátoch sa čoraz viac ľudí koncentruje v tomto sektore služieb, nakoľko pridaná hodnota práce (a teda aj príjmy) tu zvykne byť väčšia (napr. v USA pracuje vyše 80% ľudí v službách). Na druhú stranu však existujú krajiny ako Slovensko, ktorého hospodárstvo je stále založené primárne na priemysle, no aj napriek tomu dosahuje relatívne nízku energetickú náročnosť.

Skúsme ešte nachvíľu zabudnúť na to, že by sme mali hovoriť o uzavretom systéme, a venujme sa tomu, aký má na krajinu dopad to, že sa v nej nachádzajú nerastné zdroje energií. Každú krajinu, v ktorej sa nachádza významné množstvo nerastných surovín, to totiž nejak postihne. Začnime s menej úspešným príkladom, ktorým je v dnešnej dobe bezpochyby Venezuela. Keď sa v krajine v priebehu 70-tych rokov minulého storočia začínalo s ťažbou ropy, veľa ľudí opustilo svoje tradičné zamestnania a začali sa kvôli vyšším zárobkom venovať ťažbe ropy. Krajina vďaka nej náramne zbohatla a ľudia si mohli užívať štedré sociálne pomery. Po prepadoch cien ropy v posledných rokoch sa však začala ukazovať aj odvrátená strana tejto mince. Krajina, ktorej príjem bol závislý na vývoze ropných produktov, zrazu nemala dostatok zdrojov na to, aby mohla aj naďalej zabezpečovať sociálny štandard v krajine.

Dobrým príkladom toho, ako správne pristupovať k nerastným zdrojom, je Nórsko. To sa v minulom storočí ocitlo v rovnakej situácii ako Venezuela, no dnes sa jedná o jednu z najbohatších krajín sveta. Čo urobili Nóri lepšie ako Venezuelčania? So ziskami, ktoré im plynuli z ťažby ropy, naložili inak. Rovnako ako Venezuele sa aj tu začali hromadiť príjmy z ťažby ropy, ktoré sa však Nóri rozhodli hneď nepoužiť, ale odložiť a investovať s vidinou budúcich výnosov. Nórska vláda preto založila fond, do ktorého pritekali (a ešte dnes pritekajú) všetky príjmy z ropy (dnes sa jedná o najväčší vládny fond na svete). Podobný postup sa snažila napodobniť aj Venezuela, ktorá takéto fondy vytvorila hneď 3. Každý z nich však nebol úspešný. Kým v Nórsku bol tento fond otvorený verejnej kontrole a jeho príjmy boli podporované efektívnym výberom príjmov, vysoká miera korupcie a zlý manažment zapríčinili, že v prípade Venezuely sa z týchto fondov nepodarilo vytvoriť zdroj bohatstva, z ktorého by mohol venezuelský národ dnes profitovať. Aj pri energetických surovinách sa teda dostávame k záveru, že politická kultúra a kvalita inštitúcií majú zásadný vplyv na to, ako sa bude krajine dariť.

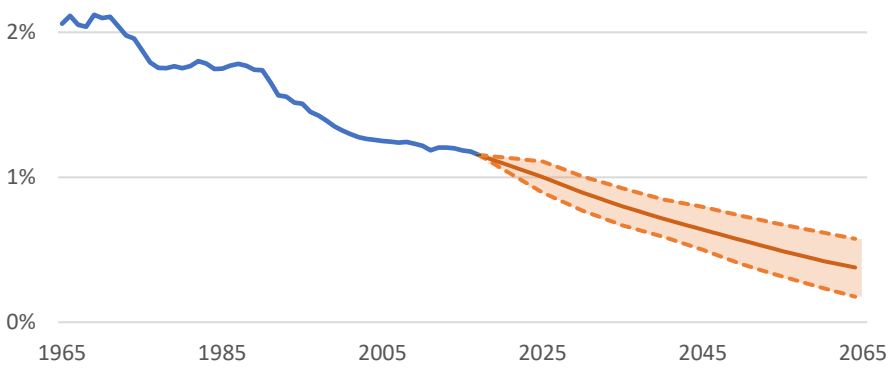
Urobme ešte jednu odbočku k našej teórii a venujme sa jej výsledkom. Záverom nášho bádania bolo poznanie, že v dlhodobom horizonte môže hospodárstvo fungovať jedine na obnoviteľných zdrojoch energie. My sme si na Obr. 4 ukázali, že z pohľadu celkových energetických nákladov (výroba, doprava, teplo, elektrina, ...) sa v súčasnej dobe ani zďaleka nepribližujeme k tejto podmienke. Energiu získavanú z vodných elektrární, solárnych panelov a iných obnoviteľných zdrojov však väčšinou používame ako elektrickú energiu. Darí sa nám aspoň tu napredovať? Podľa Obr. 9 sme v priebehu posledných desaťročí ani v tejto oblasti neurobili významný pokrok. Obnoviteľné zdroje energie síce skutočne získali väčší podiel na celkovom množstve vyprodukovanej elektriny vo svete, tento nárast bol však veľmi zanedbateľný. Čo sa efektívne stalo je len to, že ropa sa z tohto procesu postupne vypustila a začalo pribúdať jadrových elektrární (v Európe hlavne vo Francúzsku, ktoré v nich dodnes vyrába asi 70% elektrickej energie). V posledných rokoch sa však začal aj tento trend meniť kvôli strachu z jadrových elektrární.

**Obr. 9** Svetové zdroje elektriny [19]



Čo nás teda môže zachrániť pred neudržateľným rastom? V posledných desaťročiach sa sústavne zmenšuje miera rastu populácie vo všetkých krajinách na Zemi (najvýraznejšie vo vyspelých). Je preto možné, že sa tento problém takpovediac vyrieši sám. Menej ľudí totiž znamená menší dopyt výrobe, a to zase znamená menšie energetické nároky. Samozrejme, že počet ľudí ešte stále rastie, no pokiaľ bude mať každý jedinec z $i$-tej generácie iba jedného potomka, tak v generácii $(i+1)$ bude iba polovičný počet ľudí (lebo na splodenie potomka boli potrební dvaja rodičia). Tento klesajúci trend pôrodnosti sa však zdá byť relatívne náročný na vysvetlenie. V bežných biologických systémoch by sme mohli tvrdiť, že sa približujeme k nosnej kapacite Zeme.. Viaceré štúdie (napr. [24]) ale poukazujú na stále viditeľnejší súvis medzi vzdelanostnou úrovňou a mierou pôrodnosti naprieč rozličnými krajinami (a aj v rámci nich). Ich záverom býva, že práve ženy s vyšším dosiahnutím vzdelaním majú významne menej detí ako menej vzdelané ženy. Zvyčajným zdôvodnením býva, že vo vyspelejších krajinách (kde sa uplatňuje rovnocenný prístup ku vzdelaniu) žijú ženy v liberálnejšej spoločnosti, kde majú väčšie možnosti rozhodovať o svojom živote, teda aj o tom, či sa budú radšej venovať rodine alebo budú aj pracovať.

**Obr. 10** Miery rastu svetovej populácie medzi rokmi 1965-2017 [18] a populačné predikcie OSN do roku 2065 [14], vlastné výpočty
*(predikcia je vyznačená plnou farbou a vyfarbená oblasť predstavuje 95% predikčný interval)*



# Záver

Diplomová práca sa venovala súvisu energie a produkcie v kontexte dlhodobého hospodárskeho rastu. Na úvod v 10 boli prezentované fakty o hospodárskom raste v priebehu existencie ľudstva. V 15 sme odvodili najpoužívanejší model hospodárskeho rastu od amerického ekonóma R. Solowa a zhodnotili jeho nedostatky. V 27 sme si predstavili endogénne modely rastu, ktoré rozdeľujú ekonomiku na dva prepojené sektory. Nosnou časťou práce bola 30, v ktorej sme si vysvetlili postavenie energie v rámci výrobného procesu. Na jeho základe sme si vytvorili aparát na analyzovanie vzťahov medzi energiou a výrobnými kapacitami, ktorý sa odvíjal od základného modelu trh s dopytom a ponukou. Pomocou neho sme si odvodili podmienky existencie produkcie v dlhodobom horizonte. Na záver práce sme si v skratke ukázali, ako sa v dnešnej dobe pristupuje k výrobe energie a aký je vzťah medzi spotrebovanou energiou a veľkosťou HDP.

Prínosná môže byť táto práca pre čitateľa, ktorého zaujíma problematika prírodných zdrojov a ich vplyvu na ekonomiku. Autor sa v práci pokúsil opísať vzťahy medzi produkciou a energiou na základe prepojenia prírodných vied a ekonómie, čím sa dopracoval k modelu trhu s energiou určujúcim konkrétne požiadavky pre využívanie energie v ďalekej budúcnosti. Potenciálny prínos môžeme tiež vidieť v snahe zvýrazniť fundamentálny vplyv energie na produkciu a ekonomický rast. V neposlednom rade je práca prínosom aj pre autora, ktorý sa vďaka nej mal možnosť dozvedieť nové poznatky o téme hospodárskeho rastu ako aj nové veci z fyziky, ktoré boli preňho predtým neznáme.

Vzhľadom na to, že prístup autora mal isté nedostatky, na ktoré poukázal, možným rozšírením práce je zakomponovanie minerálov alebo znečistenia do tohto modelu.

# Zdroje


[1] Acemoglu, D.: Introduction to Modern Economic Growth, Princeton University Press, New Jersey, 2011, ISBN 9780691132921, dostupné na internete (4.1.2019): https://pdfs.semanticscholar.org/b346/421ff4b7caa6074c9b16b3a872aa944e9c8d.pdf

[2] Bradshaw A. M., et al.: Could the extensive use of rare elements in renewable energy technologies become a cause for concern?, EPJ Web of Conferences, Volume 98 (2015), Article Nr. 04007, dostupné na internete (28.4.2019): https://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2015/17/epjconf_eps-sif_04007.pdf

[3] Brunovský, P.: Mikroekonómia, elektronické študijné materiály, FMFI UK, Bratislava, 2016, dostupné na internete (4.4.2019): http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/brunovsky/mikroekonomia_14_12_2016.pdf

[4] Couix Q.: The role of natural resources in production: Georgescu-Roegen/ Daly versus Solow/Stiglitz. Documents de travail du Centre d'Economie de la Sorbonne, 2018, ISSN : 1955-611X, dostupné na internete (17.3.2019): https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-01702401/document

[5] Drozdov A.: Aluminium: The Thirteenth Element, The RUSAL Library, 2007, Moskva, ISBN 978-5-91523-002-5, dostupné na internete (12.4.2019): https://rusal.ru/en/press-center/RUSAL%20Encyclopedia_full_engl_FINAL.pdf

[6] Galor, O.: From stagnation to Growth: Unified Growth Theory, Handbook of Economic Growth, Volume 1A (str. 171-293), Elsevier B.V., Boston, 2005, ISBN 9780080461137, dostupné na internete (12.1.2019): https://www.brown.edu/Departments/Economics/Faculty/Oded_Galor/pdf/Galor-Handbook%20of%20Economic%20Growth%20-Reprint.pdf

[7] Kim, J.: Female education and its impact on fertility, IZA World of Labor, 2016, dostupné na internete (7.5.2019): https://wol.iza.org/uploads/articles/228/pdfs/female-education-and-its-impact-on-fertility.pdf

[8] Maddison, A.: The World Economy: Volume 1: A Millennial Perspective and Volume 2: Historical Statistics, Development Centre Studies, OECD Publishing, 2006, Paríž, ISBN 9789264022621, dostupné na internete (4.1.2019): https://www.oecd-ilibrary.org/docserver/9789264022621-en.pdf?expires=1548536426&id=id&accname=ocid56017178&checksum=8B0C96732CDDCB5B7ED8F7B9297CA8E7

[9] Mankiw, N. G.: Macroeconomics Seventh (7th) Edition, Worth Publishers, Harvard University, 2009, ISBN 978-1-4292-1887-0, dostupné na internete (4.1.2019): http://irfanlal.yolasite.com/resources/N.%20Gregory%20Mankiw%20Macroeconomics%2C%207th%20Edition%20%20%20%202009.pdf

[10] Meadows, D. H., et al.: The Limits to Growth, Universe Books, 1972, New York, ISBN 0-87663-165-0, dostupné na internete (13.4.2019): http://www.donellameadows.org/wp-content/userfiles/Limits-to-Growth-digital-scan-version.pdf

[11] Mountjoy, E.: History of Coke, Special Collections and University Archives, Indiana University of Pennsylvania, Indiana, dostupné na internete (12.4.2019): https://www.iup.edu/archives/coal/mining-history/history-of-coke/

[12] Osborne, P.D.: Handbook of Energy Data and Calculations, Butterworth & Co., 1985, Londýn, ISBN: 0-408-01327-3

[13] The Guardian: What is the deepest man has penetrated below the earth's surface, and what proportion does this constitute of the distance to the core?, dostupné na internete (25.3.2019): https://www.theguardian.com/notesandqueries/query/0,5753,-5830,00.html

[14] United Nations: Probabilistic Population Projections based on the World Population Prospects: The 2017 Revision, Department of Economic and Social Affairs (Population Division), 2017, dostupné na internete (7.5.2019): https://population.un.org/wpp/Download/Probabilistic/Population/

[15] Valero Capilla, A.: Thanatia: The Destiny of the Earth's Mineral Resources (A Thermodynamic Cradle-to-Cradle Assessment), World Scientific Publishing, 2014, Singapur, ISBN 978-981-4273-93-0

[16] Vidal O., et al.: Metals for a low-carbon society, Nature Geoscience 6 (2013), 894-896, dostupné na internete (28.4.2019): https://www.nature.com/articles/ngeo1993

[17] Wang, C.: Changing energy intensity of economies in the world and its decomposition, Energy Economics, Volume 40 (2013), dostupné na internete (2.5.2019): https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988313001874

[18] World Bank: World Development Indicators, The World Bank Group, 2017, dostupné na internete (7.5.2019): https://datacatalog.worldbank.org/dataset/world-development-indicators

[19] OurWorldInData: Energy Production & Changing Energy Sources, 2015, dostupné na internete (7.5.2019): https://ourworldindata.org/energy-production-and-changing-energy-sources#rural-urban-divide-developing-rural-infrastructure