

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



Testovanie alternatívnych prístupov k modelovaniu sektorového
dopytu po práci

DIPLOMOVÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**Testovanie alternatívnych prístupov k modelovaniu sektorového
dopytu po práci**

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko - finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: Matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: Ing. Marek Radvanský, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Slavomíra Šimaliaková
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Testovanie alternatívnych prístupov k modelovaniu sektorového dopytu po práci
Testing the alternative approaches to modelling of the sectoral labour demand

Anotácia: Prognózovanie štruktúrneho dopytu po práci patrí k typickým úlohám makroekonomického modelovania. Výsledky týchto modelov majú široké využitie pri podpore hospodárskej politiky súvisiacej s trhom práce. Aplikácie sa na tieto úlohy využíva viacero typov modelov typicky vychádzajúce z input-output analýzy, ako napr. integrovaný ekonometrický input output model, CGE model a pod. Metodicky je dopyt po práci možné modelovať viacerými spôsobmi. Klasickým prístupom (hlavne na národnej úrovni) býva uplatnenie produkčných funkcií. Tvorba sektorových produkčných funkcií (1-digit NACE rev. 2) je problematrická z hľadiska dostupnosti dát a štatistickej významnosti jednotlivých parametrov. Z tohto dôvodu bývajú parametre zvyčajne kalibrované na základe dostupnej literatúry, pričom predikčná schopnosť týchto rovníc býva často limitovaná. Na prekonanie tejto prekážky existuje niekoľko alternatívnych prístupov, ktoré sú vhodné na empirické testovanie. Prioritou je identifikovať prístupy vhodné na prognózovanie dopytu po práci pri minimálnej chybe out-of sample prognózy vyjadrenej napr. MAPE.

Vedúci: Ing. Marek Radvanský, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.
Dátum zadania: 11.01.2022

Dátum schválenia: 14.01.2022

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Podakovanie Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Ing. Marekovi Radvanskému, PhD. za pomoc, cenné rady a strávený čas na tejto diplomovej práci. Taktiež ďakujem svojej rodine a kamarátom za podporu počas celého štúdia.

Abstrakt

ŠIMALIAKOVÁ, Slavomíra: Testovanie alternatívnych prístupov k modelovaniu sektorového dopytu po práci [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Ing. Marek Radvanský, PhD., Bratislava, 2023, 44 s.

Táto diplomová práca sa zaoberá testovaním alternatívnych prístupov k modelovaniu sektorového dopytu po práci. Cieľom tejto diplomovej práce je teoretické vymedzenie alternatívnych prístupov k sektorovému modelovaniu dopytu po práci hlavne v ekonomikách krajín strednej a východnej Európy (CEE). Prioritou práce je identifikovať prístupy vhodné na prognózovanie dopytu po práci pri minimálnej chybe out-of-sample prognózy vyjadrenej pomocou MAPE. V prvej kapitole sme zadefinovali dopyt po práci a sektorový dopyt po práci. V druhej kapitole sme sa venovali modelovaniu dopytu po práci. Stručne sme popísali frekventovane používané typy prístupov, ktoré sú využívané na modelovanie dopytu po práci. V tretej kapitole práce sme popísali metódy, ktoré sme použili na modelovanie sektorového dopytu po práci (metódou naivnej prognózy, jednoduchý model, Cobb–Douglasovu produkčnú funkciu a prístup dekompozície). Uviedli sme prognózovanie a vzorec MAPE, ktorý sme použili na výpočet chybovosti jednotlivých prognóz. V poslednej kapitole sme popísali dáta a definovali sme hypotézy, o tom, aké výsledky ex-post prognóz sme očakávali. V diskusii sme sa venovali hodnoteniu našich hypotéz.

Kľúčové slová: dopyt po práci, sektorový dopyt po práci, naivná prognóza, dekompozícia, Cobb–Douglasova produkčná funkcia, ex-post prognóza.

Abstract

ŠIMALIAKOVÁ, Slavomíra: Testing the alternative approaches to modelling of the sectoral labour demand [Master Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Ing. Marek Radvanský, PhD., Bratislava, 2023, 44 p.

This thesis is concerned with testing alternative approaches to modelling sectoral labour demand. The aim of this thesis is the theoretical definition of alternative approaches to sectoral labour demand modelling mainly in the economies of Central and Eastern Europe (CEE). The priority of the thesis is to identify approaches suitable for forecasting labour demand with minimum out-of-sample forecast error as expressed by MAPE. In the first chapter we defined labour demand and sectoral labour demand. In the second chapter, we discussed the modelling of labour demand. We have briefly described the commonly used types of approaches that are used to model labour demand. In the third chapter of the thesis, we described the methods we used to model sectoral labour demand (naive forecast method, simple model, Cobb–Douglas production function and decomposition approach). We have presented the forecasting and the MAPE formula that we used to calculate the error rates of the various forecasts. In the last section, we described the data and defined our hypotheses about what ex-post forecasting results we expected. In the discussion, we discussed the evaluation of our hypotheses.

Keywords: labour demand, sectoral labour demand, naive forecast, decomposition, Cobb–Douglas production function, ex-post forecast.

Obsah

Úvod	9
1 Dopyt po práci a sektorový dopyt po práci	11
1.1 Dopyt po práci	11
1.2 Sektorový dopyt po práci	11
2 Modelovanie dopytu po práci	13
2.1 Typy prístupov k modelovaniu dopytu po práci	13
2.1.1 Prístup Tinbergena	13
2.1.2 Produkčné funkcie	13
2.1.3 CGE modely	14
2.1.4 DSGE modely	15
3 Modelovanie sektorového dopytu po práci	16
3.1 Metódy modelovania sektorového dopytu po práci	16
3.1.1 Metóda naivnej prognózy	16
3.1.2 Jednoduchý model	16
3.1.3 Cobb–Douglasova produkčná funkcia	17
3.1.4 Prístup dekompozície	18
3.2 Prognózovanie	19
3.3 Prognózovanie ex–post	20
3.3.1 Prognózovanie ex–post v metóde naivnej prognózy	20
3.3.2 Prognózovanie ex–post v jednoduchom modeli	21
3.3.3 Prognózovanie ex–post v Cobb–Douglasovej produkčnej funkcii	21
3.3.4 Prognózovanie ex–post v prístupe dekompozície	22
3.4 Miery presnosti prognóz	23
4 Aplikačná časť	24
4.1 Dáta	24
4.1.1 Zamestnanosť	24
4.1.2 Spotreba fixného kapitálu	24
4.1.3 Hrubá pridaná hodnota	25

4.1.4	Kapitál	25
4.1.5	Kompenzácie zamestnancov	27
4.1.6	Mzdy	28
4.2	Definovanie hypotézy	28
4.3	Výsledky ex-post prognóz	29
4.4	Diskusia	29
Záver		31
Zoznam použitej literatúry		33
Príloha 1		37
Príloha 2		38
Príloha 3		39
Príloha 4		42

Úvod

Zamestnanosť zahŕňa všetky zamestnané osoby, ktoré sú zapojené do výroby tovarov a služieb [9]. Zamestnanie poskytuje jednotlivcom príjem a finančnú stabilitu, teda je aj faktorom individuálneho a spoločenského blahobytu. Dopyt po práci pochádza od zamestnávateľa, ktorý zamestnáva pracovnú silu a ostatné výrobné faktory, aby dosiahol zisk zo svojho podnikania. Prácu ako jeden z výrobných faktorov dopytujú v ekonomike zamestnávateľia [6].

Modelovanie dopytu po práci umožňuje pochopiť vzťah medzi dopytom po práci a rôznymi faktormi ovplyvňujúcimi trh práce, ako napríklad mzdy, kompenzácie zamestnancov, technologický pokrok a podobne. Sektorové modelovanie dopytu po práci je modelovanie dopytu po práci v konkrétnych sektoroch (odvetviach) hospodárstva. Príkladom sektora je výroba, stavebníctvo alebo zdravotníctvo atď. Jednotlivé sektory sú rozdelené podľa štatistickej klasifikácie ekonomických činností NACE [10]. V našej práci budeme používať členenie na sektory na prvej úrovni, ktoré sú definované v klasifikácii NACE a označené abecedným znakom. V tejto práci sa budeme venovať modelovaniu sektorového dopytu po práci v ekonomikách krajín strednej a východnej Európy (*Central and Eastern Europe*, skrátené „CEE“).

V prvej kapitole zadefinujeme dopyt po práci a sektorový dopyt po práci. Pri časti o sektorovom dopyte po práci popíšeme NACE a jej štruktúru.

V druhej kapitole sa budeme venovať modelovaniu dopytu po práci. Popíšeme frekventovane používané typy prístupov využívané na modelovanie dopytu po práci a uvedieme aj ich konkrétne využitie.

V tretej kapitole práce bližšie uvedieme metódy, ktoré sme použili na modelovanie dopytu po práci v aplikačnej časti tejto práce. Začneme najjednoduchšou metódou naivnej prognózy. Ďalej uvedieme jednoduchý (regresný) model. Ako tretiu rozoberieme Cobb–Douglasovú produkčnú funkciu a následne predstavíme alternatívny prístup dekompozície. V tejto kapitole taktiež uvedieme, čo je prognózovanie. Prognózovanie môže byť vyjadrené dvoma spôsobmi: ex-post a ex-ante. V našej práci sa zameriame na overenie presnosti modelov pomocou metódy ex-post. Následne uvedieme frekventovane používané miery presnosti prognóz a vzorec MAPE, ktorý budeme používať na výpočet chybovosti jednotlivých prognóz.

Štvrtá kapitola je aplikačnou časťou práce. Prístupy, ktoré sme popísali v tretej kapitole, použijeme na reálnych dátach, ktoré pochádzajú z databázy Európskej únie *Eurostat*. Na modelovanie sektorového dopytu po práci budeme používať *rStudio*. V časti o dátach uvedieme stručný popis dát. Ďalej uvedieme vzorce a metódy, ktoré sme použili na výpočet údajov, ktoré sa nenachádzajú v žiadnej databáze. Ďalej definujeme hypotézy o tom, aké výsledky ex-post prognóz očakávame. Nakoniec uvedieme výsledky ex-post prognóz a v diskusii sa budeme venovať hodnoteniu našich hypotéz.

Cieľom tejto práce je teoretické vymedzenie alternatívnych prístupov k sektorovému modelovaniu dopytu po práci hlavne, v ekonomikách krajín CEE, na overenie všeobecnej aplikácie skúmaných modelov. Našou prioritou je identifikovať prístupy vhodné na prognózovanie dopytu po práci pri minimálnej chybe out-of-sample prognózy vyjadrenej pomocou MAPE. Tieto prístupy skonštruujeme v *rStudio*.

1 Dopyt po práci a sektorový dopyt po práci

1.1 Dopyt po práci

Dopyt po práci pochádza od zamestnávateľa, ktorý reprezentuje firmu zamestnávajúcu pracovníkov a ostatné výrobné faktory. Zamestnávateľ vyrába rôzne tovary a poskytuje služby, o ktoré majú záujem spotrebiteľia. Zamestnávateľia predstavujú sprostredkovateľov, pretože zamestnávajú pracovníkov, ktorí tieto tovary a služby vyrábajú. Dopyt po práci je teda odvodeným dopytom, je odvodený od dopytu zamestnávateľa po pracovnej sile a dopytu spotrebiteľov po rôznych tovaroch a službách [6].

Faktory dopytu po práci sú napríklad množstvo výroby, cena tovarov a služieb, technologický pokrok a efektívnosť výrobných procesov. Vzhľadom na to, že mnohé otázky hospodárskej politiky sa týkajú počtu zamestnancov a ich mzdy, majú spomenuté faktory dopytu po práci sociálne a politické dôsledky [6].

1.2 Sektorový dopyt po práci

Sektorový dopyt po práci je dopyt po práci v konkrétnych sektoroch (odvetviach) hospodárstva. Tieto sektory sú určené podľa štatistickej klasifikácie ekonomických činností v Európskom spoločenstve (ďalej len „NACE“). NACE je nariadenie v rámci európskeho štatistického systému v podmienkach Európskej únie. „Je základným prvkom medzinárodného integrovaného systému ekonomických klasifikácií, ktorý je založený na klasifikáciách Štatistickej komisie OSN (UNSTAT), Eurostatu¹, ako aj na národných klasifikáciách“ [10]. Fakt, že tieto klasifikácie sú navzájom úzko prepojené, umožňuje porovnateľnosť ekonomických štatistík vypracovaných rôznymi inštitúciami na celom svete [10].

V tejto práci používame NACE Rev. 2 z roku 2008. NACE Rev. 2 je štruktúrovaná do 21 sekcií (označované aj ako *Level 1*, skrátené „L1“), ktoré sú zase rozdelené do divízií, tieto do skupín a tieto do tried, ktoré predstavujú každú jednu zo súčasných hospodárskych činností [10].

¹„Eurostat je Štatistický úrad Európskych spoločenstiev. Jeho poslaním je poskytovať Európskej únii kvalitné štatistické informácie. Na tento účel zhromažďuje a analyzuje údaje z národných štatistických úradov v celej Európe a poskytuje porovnateľné a harmonizované údaje, ktoré Európska únia využíva pri definovaní, vykonávaní a analýze politík Spoločenstva“ [10].

Štruktúra NACE Rev. 2 je teda nasledovná [10]:

- sekcie – je ich 21 a ich označením je abecedný znak (nazývaný aj kód),
- divízie – je ich 88 a ich označením je dvojmiestny číselný znak,
- skupiny – je ich 272 a ich označením je trojmiestny číselný znak,
- triedy – je ich 629 a ich označením je štvormiestny číselný znak.

Napríklad spoločnosť, ktorá sa zaoberá pečením (výrobou chleba, čerstvého pečiva a koláčov), dostane nasledujúcu klasifikáciu [10]:

- sekcia – kód C, názov Výroba,
- divízia – dvojmiestny číselný znak 10, názov Výroba potravinárskych výrobkov,
- skupina – trojmiestny číselný znak 10.7, názov Výroba pekárenských a múčných výrobkov,
- trieda – štvormiestny číselný znak 10.71, názov Výroba chleba; výroba čerstvého pečiva a koláčov.

Tabuľka kódov a názvov na prvom leveli je uvedená v Prílohe 1. Riadok All predstavuje súčet všetkých 21 sektorov.

2 Modelovanie dopytu po práci

Modelovanie dopytu po práci je proces vytvárania matematických modelov, ktoré sa snažia odhadovať zamestnanosť. Tieto modely zachytávajú vzťah medzi zamestnanosťou a rôznymi faktormi ovplyvňujúcimi trh práce, ako napríklad mzdy, kompenzácie zamestnancov, technologický pokrok a podobne.

2.1 Typy prístupov k modelovaniu dopytu po práci

Existuje niekoľko prístupov, ktoré možno použiť na modelovanie dopytu po práci. V jednotlivých častiach tejto podkapitoly uvedieme niekoľko z nich².

2.1.1 Prístup Tinbergena

Ján Tinbergen výraznejšie začal a rozvíjal tvorbu ekonomických modelov. V 30. rokoch 20. storočia ako prvý publikoval odhadovaný makroekonomický model. Dáta použité v tomto modeli boli štvrťročné údaje za Spojené štáty (1920 – 1933) a za Nemecko (1925 – 1933). Tento model slúžil na vysvetlenie ponuky spotrebného tovaru a dopytu po ňom [3].

V práci Hospodárska politika na rok 1936 (*An Economic Policy for 1936*) Tinbergen rieši najmä otázku, či je možné zlepšenie domácej ekonomickej situácie krajiny bez zlepšenia exportnej pozície a či sú na to potrebné opatrenia zo strany vlády. V modeli uvedenom v spomenutej práci sa počíta dopyt po práci na základe vzťahu medzi množstvom práce a množstvom surovín dovezených na výrobu spotrebných tovarov [25].

2.1.2 Produkčné funkcie

Ďalším prístupom k modelovaniu dopytu po práci je použitie produkčnej funkcie.

Johann Heinrich von Thünen v 40. rokoch 19. storočia vytvoril, ako prvý, produkčnú funkciu. Jeho produkčná funkcia obsahovala premenlivé pomery vstupov, čím umožnil zmenu pomeru kapitálu a práce. Thünen, tiež ako prvý, použil koncept klesajúcich výnosov na produkčnú funkciu s dvoma vstupmi a variabilným pomerom [12].

²Ekonometrické modely týkajúce sa trhu práce vytvorené pre Slovensko a vybrané susedné krajiny sú spísané v diplomovej práci o modelovaní dopytu po práci v podmienkach Slovenskej republiky [19].

Neskôr ekonóm Paul Douglas a matematik Charles Cobb predstavili v roku 1928 svoju produkčnú funkciu, ako empirický model na vysvetlenie správania sa ekonomiky USA, skúmali spracovateľský priemysel v USA. Pomocou ich produkčnej funkcie zistili, že práca prispieva k rastu amerického spracovateľského priemyslu tromi štvrtinami a kapitál jednou štvrtinou [7].

Produkčná funkcia vychádza z toho, že produkcia závisí od práce a kapitálu pri existujúcej technológii. Pri odhad produkčnej funkcie často vznikajú problémy, hlavne pokiaľ ide o údaje o zásobách kapitálu [26]. Pokusy o odhad zásob kapitálu väčšinou využívajú niektorý variant metódy trvalých zásob [4]. Túto problematiku budeme detailnejšie rozoberať v podkapitole 4.1.4 Kapitál.

V práci [20] bola na základe štvrťročných údajov od roku 2010 do roku 2021 skonštruovaná Cobb–Douglasova produkčná funkcia srbskej ekonomiky. V tejto práci boli využité dáta o hrubej pridanej hodnote, hrubých kapitálových investíciách a priemernom počte odpracovaných hodín, ktoré pochádzali z *Eurostatu*. Ako údaje o kapitáli boli v tejto práci použité iba dáta o hrubých kapitálových investíciách [20]. Model s týmito dátami neuvažuje amortizáciu kapitálu. Autorka použila štandardný tvar Cobb–Douglasovej produkčnej funkcie, podobný tomu, ktorý uvádzame v časti 3.3.1 Cobb–Douglasova produkčná funkcia.

2.1.3 CGE modely

V modeloch CGE (*Computable General Equilibrium*) je dopyt po práci endogénne determinovaný a je odvodený od správania výrobných odvetví pri maximalizácii zisku, ktoré podlieha výrobnej technológii, mzdám a cene produkcie [5]. V modeloch CGE sa dopyt po práci odvodzuje z produkčných funkcií [5].

„Aplikácia CGE modelov je zameraná najmä na skúmanie zmien v ekonomike na základe analýzy úžitkových a produkčných funkcií. Tieto funkcie pomáhajú simulovať skutočné správanie jednotlivých subjektov na trhu a v ekonomike. Na základe tohto rámca možno vytvoriť rôzne varianty analýzy vplyvu. Ako pri každom modeli, aj pri modeli CGE sa vychádza z rôznych zjednodušení ekonomických podmienok. Mikroekonomická teória rovnováhy, ktorú v roku 1874 zaviedol francúzsky ekonóm Leon Walras, je teoretickým základom pre CGE modely “ [24].

CGE modely sú široko používané a boli vytvorené aj pre Slovensko. V článku [24] o odhade dlhodobých štrukturálnych a vzdelanostných zmien dopytu po práci pomocou CGE modelu pre Slovensko je odhadnutý sektorový vývoj dopytu po práci na Slovensku do roku 2025. Autori rozdelili pracovnú silu podľa medzinárodnej štatistickej klasifikácie vzdelanostnej úrovne (ISCED) [24].

2.1.4 DSGE modely

Modely DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*) vznikli ako snaha dať makroekonomickým modelom mikrozákklady. Po dokumente, v ktorom bol uvedený model reálneho hospodárskeho cyklu RBC (*real business cycle*) Kydlanda a Prescottta, makroekonómovia vytvorili mnoho druhov DSGE modelu [21].

Na odhad širokého spektra DSGE modelov slúži reprezentácia stavového priestoru, ktorá má pôvod v teórii optimálneho riadenia [11]. „V každom DSGE modeli je vektor stavov, ktorý opisuje situáciu v ekonomike v danom období. Stavom môže byť okrem iného skalár, populačné rozdelenie alebo pravdepodobnostné rozdelenie. Práca so zložitými stavmi, ako sú rozdelenia, prináša výpočtové problémy, ale nevyžaduje si veľké úsilie z hľadiska zápisu. Stavov sú ovplyvňované šokmi, ako sú náhodné zmeny technológií, preferencií, fiškálnej a menovej politiky, zdravotného stavu atď“ [11].

V práci [27] o DSGE modeli pre Slovensko bol použitý stredne veľký DSGE model malej otvorenej ekonomiky. V tomto modeli sa na modelovanie trhu práce využíva CES produkčná funkcia. Model bol skonštruovaný z asi 50 rovníc a zahŕňa makroekonomické premenné ako napríklad HDP a všetky jeho hlavné zložky, výrobné faktory – prácu, kapitál atď.

3 Modelovanie sektorového dopytu po práci

Sektorové modelovanie dopytu po práci je modelovanie dopytu po práci v konkrétnych sektoroch (odvetviach) hospodárstva.

3.1 Metódy modelovania sektorového dopytu po práci

V tejto podkapitole práce bližšie popíšeme metódy, ktoré sme použili na modelovanie sektorového dopytu po práci v aplikačnej časti tejto práce.

3.1.1 Metóda naivnej prognózy

Metóda naivnej prognózy (*naive forecasting method*) je veľmi jednoduchá metóda modelovania dopytu po práci. Je založená na predpoklade, že budúce hodnoty budú rovnaké ako posledná pozorovaná hodnota, resp. že predpovedaná hodnota premennej $\hat{Y}$ v čase $t + 1$ je skutočná hodnota premennej Y v čase t , t. j. [14]:

$$\widehat{Y}_{t+1} = Y_t.$$

Hoci sa môže zdať naivná prognóza príliš zjednodušená, jej presnosť je v skutočnosti často pozoruhodne dobrá [14].

3.1.2 Jednoduchý model

Jednoduchý model je model, ktorý sme síce nenašli v žiadnej literatúre, ale chceli sme ho pokusne vyskúšať. Tento model má nasledovný predpis:

$$Emp_{i,t} = f(CFC_{i,t}, GVA_{i,t}),$$

kde:

- $Emp_{i,t}$ – zamestnanosť v sektore i v roku t ,
- $CFC_{i,t}$ – spotreba fixného kapitálu v sektore i v roku t ,
- $GVA_{i,t}$ – hrubá pridaná hodnota v sektore i v roku t .

Z teoretického hľadiska tento model nie je veľmi dobrý. Obsahuje totiž kolinearitu, pretože CFG je obsiahnuté v GVA [9]. Z čisto štatistického hľadiska sa na tento model pozrieme v kapitole 4. Parametre jednoduchého modelu sme odhadovali regresne, a to nasledovne:

$$Emp_{i,t} = \beta_{0_i} + \beta_{1_i} * CFC_{i,t} + \beta_{2_i} * GVA_{i,t}.$$

3.1.3 Cobb–Douglasova produkčná funkcia

Cobb–Douglasova produkčná funkcia je široko využívaná pri modelovaní dopytu po práci. Firmy, resp. výrobcovia sa riadia produkčnou funkciou, pretože dopyt po práci je daný zo strany zamestnávateľa. Tvar Cobb–Douglasovej produkčnej funkcie je nasledovný [2]:

$$Y_{i,t} = A_i * L_{i,t}^{\alpha_i} * K_{i,t}^{1-\alpha_i},$$

kde [16]:

- $Y_{i,t}$ – objem celkovej produkcie v sektore i v roku t ,
- A_i – technický pokrok v sektore i ,
- $L_{i,t}$ – zamestnanosť v sektore i v roku t ,
- $K_{i,t}$ – kapitál v sektore i v roku t ,
- α_i – elasticita výstupu práce v sektore i , konštanta medzi 0 a 1 ($0 < \alpha < 1$).

Výhodou Cobbovej–Douglasovej produkčnej funkcie je, že sa dá pomerne ľahko odhadnúť pomocou štandardných regresných techník. Na odvodenie logaritmickkej formy Cobb–Douglasovej produkčnej funkcie sme spravili nasledovné úpravy [2]:

$$Y_{i,t} = A_i * L_{i,t}^{\alpha_i} * K_{i,t}^{1-\alpha_i} / \log(),$$

$$\log(Y_{i,t}) = \log(A_i) + \log(L_{i,t}^{\alpha_i}) + \log(K_{i,t}^{1-\alpha_i}),$$

$$\log(Y_{i,t}) = \log(A_i) + \alpha_i * \log(L_{i,t}) + (1 - \alpha_i) * \log(K_{i,t}),$$

$$\log(Y_{i,t}) = \log(A_i) + \alpha_i * \log(L_{i,t}) + \log(K_{i,t}) - \alpha_i * \log(K_{i,t}),$$

$$(\log(Y_{i,t}) - \log(K_{i,t})) = \log(A_i) + \alpha_i * (\log(L_{i,t}) - \log(K_{i,t})).$$

Logaritmická forma Cobb–Douglasovej produkčnej funkcie je teda nasledovná [2]:

$$(\log(Y_{i,t}) - \log(K_{i,t})) = \beta_{0_i} + \beta_{1_i} * (\log(L_{i,t}) - \log(K_{i,t})).$$

Z toho vidno, že: $\beta_{0_i} = \log(A_i)$, $\beta_{1_i} = \alpha_i$.

Zamestnanosť v sektore i v roku t sme vyjadrili z Cobbovej–Douglasovej produkčnej funkcie nasledovne:

$$\begin{aligned} Y_{i,t} &= A_i * L_{i,t}^{\alpha_i} * K_{i,t}^{1-\alpha_i}, \\ L_{i,t}^{\alpha_i} &= \frac{Y_{i,t}}{A_i * K_{i,t}^{1-\alpha_i}} \quad /^{\frac{1}{\alpha_i}}, \\ L_{i,t} &= \left(\frac{Y_{i,t}}{A_i * K_{i,t}^{1-\alpha_i}} \right)^{\frac{1}{\alpha_i}}. \end{aligned}$$

3.1.4 Prístup dekompozície

Prístup dekompozície kompenzácií zamestnancov medzi príspevok k zamestnanosti a mzdám vychádza z práce [23] a predstavuje alternatívny prístup k modelovaniu dopytu po práci. Je to inovatívna metóda na odhad rastu (prípadne poklesu) zamestnanosti a miezd. „Metóda dekompozície vychádza z definície celkových kompenzácií zamestnancov, ktorá je vyčíslená identitou“ [23]:

$$Comp_{i,t} = Emp_{i,t} * Wage_{i,t}.$$

Zmeny kompenzácií zamestnancov, zamestnanosti a mzdy sú nasledovné [23]:

$$\begin{aligned} \Delta Comp_{i,t} &= Comp_{i,t} - Comp_{i,t-1}, \\ \Delta Emp_{i,t} &= Emp_{i,t} - Emp_{i,t-1}, \\ \Delta Wage_{i,t} &= Wage_{i,t} - Wage_{i,t-1}. \end{aligned}$$

Zahrnutím zmeny objemu kompenzácií zamestnancov v čase, môžeme tento výraz rozšíriť pomocou predchádzajúcich vzorcov do nasledujúceho tvaru [23]:

$$Comp_{i,t-1} + \Delta Comp_{i,t} = (Emp_{i,t-1} + \Delta Emp_{i,t}) * (Wage_{i,t-1} + \Delta Wage_{i,t}).$$

„Hlavnou úlohou je identifikovať efekt zmeny kompenzácií zamestnancov a ich vplyv na rast zamestnanosti a miezd“ [23].

Z predchádzajúceho vzťahu postupne odvádzame výrazy (s využitím $Comp_{i,t-1} = Emp_{i,t-1} * Wage_{i,t-1}$) [23]:

$$\begin{aligned} Comp_{i,t-1} + \Delta Comp_{i,t} &= Emp_{i,t-1} * Wage_{i,t-1} + Emp_{i,t-1} * \Delta Wage_{i,t} \\ &\quad + \Delta Emp_{i,t} * Wage_{i,t-1} + \Delta Emp_{i,t} * \Delta Wage_{i,t} , \\ Comp_{i,t-1} + \Delta Comp_{i,t} &= Comp_{i,t-1} + Emp_{i,t-1} * \Delta Wage_{i,t} + \Delta Emp_{i,t} * Wage_{i,t-1} \\ &\quad + \Delta Emp_{i,t} * \Delta Wage_{i,t}. \end{aligned}$$

Odčítaním $Comp_{i,t-1}$ z oboch strán rovnice dostaneme [23]:

$$\begin{aligned} \Delta Comp_{i,t} &= Emp_{i,t-1} * \Delta Wage_{i,t} + \Delta Emp_{i,t} * Wage_{i,t-1} \\ &\quad + \Delta Emp_{i,t} * \Delta Wage_{i,t}. \end{aligned}$$

„Z tohto vzťahu je pomerne zreteľné, že zmenu v kompenzáciách zamestnancov je možné rozložiť na priamy mzdový efekt, priamy efekt na zamestnanosť a zmiešaný (spoločný) efekt oboch zmien“ [23]. Predchádzajúci vzťah potrebujeme upraviť nasledujúcim spôsobom [23]:

$$\begin{aligned} \Delta Comp_{i,t} &= Emp_{i,t-1} * \Delta Wage_{i,t} + \Delta Emp_{i,t} * Wage_{i,t-1} \\ &\quad + \Delta Emp_{i,t} * \Delta Wage_{i,t} / \cdot \frac{1}{\Delta Comp_{i,t}} , \\ 1 &= \frac{Emp_{i,t-1} * \Delta Wage_{i,t}}{\Delta Comp_{i,t}} + \frac{\Delta Emp_{i,t} * Wage_{i,t-1}}{\Delta Comp_{i,t}} + \frac{\Delta Emp_{i,t} * \Delta Wage_{i,t}}{\Delta Comp_{i,t}} , \end{aligned}$$

$$1 = x_1 + x_2 + x_3.$$

Dostali sme rozdelenie medzi mzdový efekt (x_1), zmiešaný efekt (x_2) a efekt zamestnanosti (x_3). Pre každý sektor v každom rok je možné identifikovať jednotlivé hodnoty x_i ($i = 1, 2, 3$) [23].

3.2 Prognózovanie

Prognózovanie je predpovedanie hodnôt a môže byť vyjadrené dvoma spôsobmi: ex-ante a ex-post [1]. V našej práci ide o predpovedanie hodnôt zamestnanosti.

Ex-ante prognóza na výpočty využíva len tie informácie, ktoré by boli k dispozícii v čase vzniku prognózy [1].

Ex-post prognóza na rozdiel od ex-ante prognózy na výpočty využíva informácie z prognózovaného obdobia [1]. „Pri tejto prognóze sa namiesto prognózovaných hodnôt používajú skutočné hodnoty kauzálnych premenných³“ [1]. Táto prognóza je založená na spätnom pohľade.

3.3 Prognózovanie ex-post

V našej práci pri prognózovaní ex-post vychádzame z dát pre 20 sektorov od roku 2012 do roku 2021, prognózovanie ex-post budeme vykonávať pre 20 sektorov pre obdobie rokov 2018 až 2021.

Grafické znázornenie prognózy ex-post použitej v tejto práci



3.3.1 Prognózovanie ex-post v metóde naivnej prognózy

Pri prognózovaní ex-post pomocou metódy naivnej prognózy pre sektor i (kde $i = 20$) a roky 2018 – 2021 budeme používať postup z [14].

Metóda naivnej prognózy vychádza z predpokladu, že prognózovaná hodnota zamestnanosti v sektore i v roku $t + 1$ bola rovnaká ako pozorovaná hodnota v sektore i v roku t :

$$\widehat{Emp_{i,t+1}} = Emp_{i,t}.$$

³„Kauzálna premenná je premenná, ktorá spôsobuje zmeny v inej premennej. Napríklad premenná X môže spôsobiť zmeny v inej premennej Y , keď zmeny v X ovplyvňujú pravdepodobnosť výskytu Y “ [1].

Ďalej predpokladáme, že prognózovaná hodnota zamestnanosti v sektore i v roku $t + 2$ bola pozorovaná hodnota v sektore i z roku $t + 1$ atď:

$$\begin{aligned}\widehat{Emp_{i,t+2}} &= Emp_{i,t+1}, \\ \widehat{Emp_{i,t+3}} &= Emp_{i,t+2}.\end{aligned}$$

Podobne aj pre ďalší rok, pre sektory i (kde $i = 20$) a pre $t = 2018, 2019, 2020, 2021$.

3.3.2 Prognózovanie ex-post v jednoduchom modeli

Pri prognózovaní ex-post pre sektory i (kde $i = 20$) a roky 2018 – 2021 sme jednotlivé hodnoty zamestnanosti v jednoduchom modeli dopočítavali nasledovne:

$$\widehat{Emp_{i,t}} = \hat{\beta}_{0_i} + \hat{\beta}_{1_i} * CFC_{i,t} + \hat{\beta}_{2_i} * GVA_{i,t},$$

pre sektory i (kde $i = 20$) a pre $t = 2018, 2019, 2020, 2021$.

Keďže chybovosť v prvom prognózovanom období bude nenulová v prognóze ex-post túto chybu pripočítame k odhadu zamestnanosti:

$$\begin{aligned}Emp_sub_{i,2018} &= Emp_{i,2018} - \widehat{Emp_{i,2018}}, \\ \widehat{Emp_{i,t}} &= \hat{\beta}_{0_i} + \hat{\beta}_{1_i} * CFC_{i,t} + \hat{\beta}_{2_i} * GVA_{i,t} + Emp_sub_{i,2018}.\end{aligned}$$

3.3.3 Prognózovanie ex-post v Cobb–Douglasovej produkčnej funkcii

Pri prognózovaní ex-post pre sektor i (kde $i = 20$) a roky 2018 – 2021 sme dopočítavali jednotlivé hodnoty zamestnanosti v Cobb–Douglasovej produkčnej funkcii nasledovne:

$$\widehat{L_{i,t}} = \left(\frac{Y_{i,t}}{\hat{A}_i * K_{i,t}^{1-\hat{\alpha}_i}} \right)^{\frac{1}{\hat{\alpha}_i}},$$

pre sektory i (kde $i = 20$) a pre $t = 2018, 2019, 2020, 2021$.

Keďže chybovosť v prvom prognózovanom období bude nenulová v prognóze ex-post túto chybu pripočítame k odhadu zamestnanosti:

$$\begin{aligned}L_sub_{i,2018} &= Emp_{i,2018} - \widehat{L_{i,2018}}, \\ \widehat{L_{i,t}} &= \left(\frac{Y_{i,t}}{\hat{A}_i * K_{i,t}^{1-\hat{\alpha}_i}} \right)^{\frac{1}{\hat{\alpha}_i}} + L_sub_{i,2018}.\end{aligned}$$

3.3.4 Prognózovanie ex-post v prístupe dekompozície

Pri prognózovaní ex-post v prístupe dekompozície pre sektory i (kde $i = 20$) a roky 2018 – 2021 budeme používať postup z [23]. Najskôr sme vykonali kalibráciu ⁴ hodnôt x_i (kde $i = 1, 2, 3$). Bolo to z dôvodu, že v rokoch, keď došlo k relatívne veľkým zmenám komponentov⁵ x_i (kde $i = 1, 2, 3$), došlo k nízkej zmene kompenzácií zamestnancov. Kalibráciu vykonávame pomocou váženého priemeru (*weighted mean*) zmeny kompenzácií $\Delta Comp_{i,t}$ na to, aby sme minimalizovali vplyv extrémnych pozorovaní [23]. „Je zrejmé, že pri výraznej zmene ekonomického vývoja (kríza, transformácia sektoru) môže dôjsť k dlhodobej zmene týchto parametrov“ [23]. Kalibráciu sme sa aplikovali na obdobie rokov 2012 – 2018.

S využitím vyššie uvedených vzťahov a kalibrovaných koeficientov pre každý sektor i (kde $i = 20$) a pre $t = 2018, 2019, 2020, 2021$ môžeme identifikovať zmenu zamestnanosti [23]:

$$1 - \hat{x}_1 - \hat{x}_2 = \frac{\widehat{\Delta Emp_{i,t}} * Wage_{i,t-1}}{\Delta Comp_{i,t}} / \cdot \frac{\Delta Comp_{i,t}}{Wage_{i,t-1}}$$

$$\widehat{\Delta Emp_{i,t}} = \frac{\Delta Comp_{i,t} * (1 - \hat{x}_1 - \hat{x}_2)}{Wage_{i,t-1}} = \frac{\Delta Comp_{i,t} * \hat{x}_3}{Wage_{i,t-1}}$$

Celkovú zamestnanosť vyjadríme nasledovne [23]:

$$\widehat{Emp_{i,t}} = Emp_{i,t-1} + \widehat{\Delta Emp_{i,t}}$$

Analogicky vieme pre každý sektor i identifikovať zmenu mzdy [23]:

$$1 - \hat{x}_2 - \hat{x}_3 = \frac{\widehat{\Delta Wage_{i,t}} * Emp_{i,t-1}}{\Delta Comp_{i,t}} / \cdot \frac{\Delta Comp_{i,t}}{Emp_{i,t-1}}$$

$$\widehat{\Delta Wage_{i,t}} = \frac{\Delta Comp_{i,t} * (1 - \hat{x}_2 - \hat{x}_3)}{Emp_{i,t-1}} = \frac{\Delta Comp_{i,t} * \hat{x}_1}{Emp_{i,t-1}}$$

⁴Kalibrácia znamená proces prispôsobenia modelu tak, aby poskytoval správne a presné výsledky.

⁵Na ilustráciu uvádzame zmeny komponentov v prístupe dekompozície v jednotlivých krajinách pre všetky činnosti NACE (kód All) v Prílohe 4. Napríklad na prvom grafe pre Rakúzko vidíme v roku 2020 veľké zmeny x_1 a x_3 .

Aplikovaním váženého priemeru bude chybovosť v prvom prognózovanom období nulu-
lová:

$$Emp_sub_{i,2018} = Emp_{i,2018} - \widehat{Emp}_{i,2018}.$$

V modeli dekompozície na odhad zamestnanosti pripočítame chybu z prvého prognózo-
vaného obdobia:

$$\widehat{Emp}_{i,t} = \frac{\Delta Comp_{i,t} * \hat{x}_3}{Wage_{i,t-1}} + Emp_sub_{i,2018}.$$

3.4 Miery presnosti prognóz

Stupeň presnosti akéhokoľvek prognostického modelu sa meria pomocou chýb prognózy (odchýlka skutočnej hodnoty od prognózovanej), ktoré skúmajú, ako vhodný je akýkoľvek prognostický prístup pre daný súbor údajov. V praxi sa vyskytujú rôzne typy chýb prog-
nózy. Medzi obľúbené miery presnosti prognóz patria [15]: priemerná kvadratická chyba MSE (*Mean Square Error*), koreňová stredná kvadratická chyba RMSE (*Root Mean Square Error*), priemerná absolútna chyba MAE (*Mean Absolute Error*), priemerná percentuálna chyba MAPE (*Mean Percentage Error*).

Pri porovnávaní prognóz našich metód a modelov budeme používať MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*).

„MAPE je priemer absolútnych percentuálnych chýb (APE)“ [18]. Vzorec na výpočet MAPE v sektore i (kde $i = 20$) v roku t vychádza zo [18] a má tvar:

$$MAPE_{i,t} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n \frac{|actual_{i,t} - forecast_{i,t}|}{actual_{i,t}} * 100,$$

kde [18]:

- n – je počet pozorovaní,
- $actual_{i,t}$ – skutočná hodnota zamestnanosti v sektore i v roku t ,
- $forecast_{i,t}$ – hodnota zamestnanosti predpovedaná modelom v sektore i v roku t .

Keď sú skutočné hodnoty dát nulové alebo blízke nule MAPE poskytuje nekonečné alebo neurčité hodnoty, čo predstavuje nevýhodu tejto miery presnosti [18].

4 Aplikačná časť

Štvrtá kapitola je aplikačnou časťou práce. Prístupy, ktoré sme popísali v tretej kapitole, použijeme na reálnych dátach.

4.1 Dáta

Dáta, s ktorými sme pracovali, sú ročné údaje, členené na sektory na prvom leveli, krajín Európskej únie a pochádzajú z databázy Európskej únie⁶ publikovanej Eurostatom.

Tieto dáta sú získané a merané s ohľadom na Európsky systém účtov (ďalej len „ESA“ alebo „ESA 2010“). ESA je medzinárodne kompatibilný účtovný rámec na systematický a podrobný opis celkového hospodárstva, jeho zložiek a jeho vzťahov s inými celkovými hospodárstvami [9]. Existuje však viacero štatistických indikátorov, ktoré riešia zamestnanosť, kompenzácie zamestnancov a mzdy. Príkladom môže byť podnikové výkazníctvo. ESA sme vybrali z dôvodu, že je kompatibilný so systémom národných účtov pokrývajúcich spotrebu fixného kapitálu, hrubú pridanú hodnotu a investície.

Na výpočty používame dáta od roku 2012, preto máme klasifikáciu NACE Rev.2 na celých časových radoch a v dátach nemáme zlom. Sektorov na prvej úrovni je 21, riadok s označením All predstavuje ich súčet. Pretože väčšina údajov o sektore s kódom U a názvom činnosti extrateritoriálnych organizácií a orgánov nebola uvedená, rozhodli sme sa tento sektor z našich výpočtov vynechať. Pracovali sme teda s 20 sektormi. Na modelovanie sektorového dopytu po práci sme použili *rStudio*.

4.1.1 Zamestnanosť

„Zamestnanosť zahŕňa všetky osoby zapojené do výrobnjej činnosti, ktorá spadá do výrobnjej sféry národných účtov“ [9].

4.1.2 Spotreba fixného kapitálu

Spotreba fixného kapitálu (*consumption of fixed capital*, skrátené „CFC“) je definovaná ako: „pokles hodnoty vlastnených fixných aktív v dôsledku bežného opotrebovania

⁶Väčšina z týchto krajín sa nachádza v strednej a vo východnej Európe (CEE), ich zoznam uvádzame v Prílohe 2. Niektoré krajiny z CEE sme nezahrnuli do výpočtov, pretože sa v databáze *Eurostat* nenachádzali potrebné dáta k našim výpočtom.

a zastarávania“ [9].

4.1.3 Hrubá pridaná hodnota

Hrubá pridaná hodnota (*gross value added*, skrátene „GVA“) je definovaná ako: „hodnota produkcie v základných cenách, mínus medzispotreba ocenená v nákupných cenách“ [9].

Vzhľadom na to, že v databáze *Eurostat-u* sa nachádzali na sektorovej úrovni len dáta o hrubej pridanej hodnote (GVA), použili sme tie. Urobili sme tak, pretože: „na národnej úrovni sa niekedy uprednostňuje hrubá pridaná hodnota ako meradlo celkovej hospodárskej produkcie a rastu pred hrubým domácim produktom (HDP) alebo hrubým národným produktom (HNP)“ [17]. GVA súvisí s HDP prostredníctvom daní z výrobkov a dotácií na výrobky, pričom platí [17]:

$$GVA = GDP + SP - TP,$$

kde [17]:

- GDP – HDP,
- SP – dotácie na výrobky,
- TP – dane z výrobkov.

4.1.4 Kapitál

Kapitál je jedným z hlavných vstupných faktorov produkčnej funkcie. Zásoba kapitálu v krajine však nie je priamo pozorovateľná. Preto sa musia použiť vhodné techniky odhadu na vytvorenie mier zásoby kapitálu. Takmer všetky pokusy o odhad zásob kapitálu využívajú niektorý variant metódy trvalých zásob (*Perpetual Inventory Method*, skrátene „PIM“). „Základnou myšlienkou metódy trvalých zásob je interpretovať zásoby kapitálu v ekonomike ako zásoby. Zásoby sa zvyšujú s tvorbou kapitálu (investíciami). Investícia, ktorá sa raz dostala do zásob ekonomiky, tam zostáva navždy a poskytuje služby vlastníkovi zásob. Množstvo služieb, ktoré investícia poskytuje, je maximálne bezprostredne po uskutočnení investície a v priebehu času sa znižuje. Množstvo, o ktoré zásoby kapitálu klesnú za obdobie, je miera amortizácie. Hoci hodnota investície v priebehu času

klesá, nikdy neklesne na nulu. Investícia má teda v zásade večný úžitok“ [4]. Čistú zásobu kapitálu na začiatku obdobia t , $K_{i,t}$, možno zapísať ako funkciu čistej zásoby kapitálu na začiatku predchádzajúceho obdobia $t - 1$, $K_{i,t-1}$, hrubých investícií⁷ (*gross fixed capital formation (investments)*), skrátene „GFCF“ v predchádzajúcom období $GFCF_{i,t-1}$, a spotreby fixného kapitálu $CFC_{i,t-1}$ [4]:

$$K_{i,t} = K_{i,t-1} + GFCF_{i,t-1} - CFC_{i,t-1},$$

pričom platí, že [4]:

$$CFC_{i,t-1} = \delta * K_{i,t-1},$$

kde delta je odpisová miera kapitálu (miera amortizácie). „Teda za predpokladu geometrického odpisovania s konštantnou mierou amortizácie môžeme zásobu kapitálu prepísať ako“ [4]:

$$K_{i,t} = (1 - \delta)K_{i,t-1} + GFCF_{i,t-1}.$$

Aby sme teda mohli použiť metódu trvalej inventarizácie na výpočet súčasnej zásoby kapitálu, potrebujeme ešte informácie o počiatočnej zásobe kapitálu K_{i,t_0} . V súvislosti s metódou odhadu počiatočnej zásoby kapitálu sa vyskytujú metodologické rozdiely. Najčastejšie sa používajú tieto tri prístupy [4]:

- prístup ustáleného stavu,
- prístup založený na nerovnováhe,
- prístup založený na syntetických časových radoch.

Prístup ustáleného stavu

„Tento prístup využíva neoklasickú teóriu rastu a vychádza z predpokladu, že uvažovaná ekonomika sa nachádza v ustálenom stave. V dôsledku tohto predpokladu produkcia⁸ rastie rovnakým tempom ako zásoba kapitálu“ [4]:

$$g_{GVA_{i,t}} = g_K = \frac{K_{i,t} - K_{i,t-1}}{K_{i,t-1}} = \frac{GFCF_{i,t}}{K_{i,t-1}} - \delta$$

⁷GFCF sa meria ako celková hodnota nadobudnutia fixných aktív výrobcom, mínus ich úbytok počas účtovného obdobia plus určité prírastky hodnoty nevyrobených aktív realizované výrobnou činnosťou inštitucionálnych jednotiek [22].

⁸V našom prípade používame namiesto produkcie (HDP) hrubú pridanú hodnotu (GVA).

Riešenie tejto rovnice pre zásobu kapitálu v období $i, t - 1$ vedie k [4]:

$$K_{i,t-1} = \frac{GFCF_{i,t}}{g_{GVA_{i,t}} + \delta}$$

Na výpočet zásoby kapitálu v predchádzajúcom období postačujú informácie o súčasnej úrovni hrubých investícií, miere amortizácie a miere rastu hrubej pridanej hodnoty, za predpokladu, že je ekonomika v rovnováhe. Odhad počiatočnej zásoby kapitálu v našom prípade závisí od hrubých investícií a miery rastu hrubej pridanej hodnoty v jednom roku [4].

Ďalšie prístupy

Vzhľadom na to, že sme použili prístup ustáleného stavu, zvyšné dva prístupy detailne popisovať nebudeme.

„Keďže počiatočná zásoba kapitálu sa v priebehu času v dôsledku miery amortizácie kapitálu stáva čoraz menej relevantnou, údaje o zásobe kapitálu, odvodené z použitia rôznych postupov, sa najviac líšia v prvých rokoch. Keďže skutočnú zásobu kapitálu nie je možné priamo zistiť, je len malá možnosť skúmať, ktorá z opísaných implementácií metódy trvalej inventarizácie poskytuje najlepšie výsledky“ [4].

Údaje potrebné na výpočet kapitálu

Na samotný výpočet ešte potrebujeme vedieť hodnotu odpisovej miery kapitálu a dáta o tvorbe hrubého fixného kapitálu (GFCF). Ďalej potrebujeme vypočítať hodnotu miery rastu hrubej pridanej hodnoty $g_{GVA_{i,t}}$.

Výpočet odpisovej miery kapitálu je zložitý proces a nie je jednoduché presne ju určiť. Pre účely našej analýzy sme však použili mieru depreciaácie vo výške 5 % [4].

Hodnotu miery rastu hrubej pridanej hodnoty $g_{GVA_{i,t}}$ sme počítali pomocou vzorca pre mieru rastu [8]:

$$g_{GVA_{i,t}} = \frac{GVA_{i,t} - GVA_{i,t-1}}{GVA_{i,t-1}}.$$

4.1.5 Kompenzácie zamestnancov

„Kompenzácie zamestnancov sú definované ako celková odmena v hotovosti alebo v naturáliách, ktorú zamestnávateľ vypláca zamestnancovi za prácu, ktorú zamestnanec vykonal počas účtovného obdobia“ [9].

Kompenzácie zamestnancov tvoria tieto zložiky [9]:

- mzdy a platy,
- sociálne príspevky zamestnávateľov.

4.1.6 Mzdy

Keďže sme nemali dáta o mzdách, tak sme mzdy v jednotlivých sektoroch a rokoch počítali z nasledujúceho vzťahu⁹ [23]:

$$Wage_{i,t} = \frac{Comp_{i,t}}{Emp_{i,t}}.$$

4.2 Definovanie hypotézy

Keďže sme už uviedli všetky vzorce a dáta potrebné k našim výpočtom, môžeme definovať hypotézu o tom, aké výsledky chybovosti MAPE prognóz ex-post očakávame.

O metóde naivnej prognózy sme písali, že napriek tomu, že je príliš zjednodušená, jej presnosť je veľmi vysoká. Vyššie hodnoty chybovosti v metóde naivnej prognózy očakávame pri sektoroch, ktoré zaznamenali v období prognózy ex-post výrazný rast a pokles. Preto vznikne aj výrazný rozdiel medzi skutočnou a predpovedanou hodnotou, teda vyjde vyššia hodnota MAPE.

Vzhľadom na fakt, že informácie o jednoduchom modeli v tvare, ktorý uvádzame, sme nenašli v žiadnej literatúre, nemáme očakávania o tom, aké výsledky by mohol poskytovať.

Cobb–Douglasova produkčná funkcia je široko využívaná na modelovanie dopytu po práci. Pri Cobb–Douglasovej produkčnej funkcii je však problematický výpočet kapitálu a to, že sme ako objem celkovej produkcie v sektore i v roku t použili dáta o hrubej pridanej hodnote (GVA). Takže očakávame, že výsledky chybosti MAPE môžu byť vyššie než pri metóde naivnej prognózy.

Metóda dekompozície je inovatívna metóda. Jej presnosť vo výpočtoch pre Slovensko v literatúre bola dobrá, takže očakávame podobné výsledky aj pre krajiny, ktorých zoznam je uvedený v Prílohe 2.

⁹Tento vzťah sme uvádzali pri matematickom odvodení dekompozície.

4.3 Výsledky ex-post prognóz

Prognózu ex-post sme vyrátali pre roky 2018, 2019, 2020 a 2021. Vzhľadom na to, že sme chybovosť v prvom prognózovanom období z jednotlivých metód odrátavali, bola chybovosť v roku 2018 nulová. Priemerné hodnoty chybovosti MAPE za roky 2019, 2020, 2021 v krajinách v každom sektore uvádzame v tabuľkách v Prílohe 4.

Riadok All predstavuje priemer priemerných hodnôt chybovosti vypočítaný z hodnôt o sektoroch s kódmi A–S. Sektor s kódom T sme do výpočtu nezahrňali. Je to z dôvodu, že dáta o sektore s kódom T obsahovali príliš veľa nulových a len zopár nenulových hodnôt, preto bola chybovosť MAPE v nami používaných prístupoch dosť vysoká.

V nasledujúcej tabuľke uvádzame priemer priemerných hodnôt chybovosti MAPE za roky 2019, 2020, 2021.

Tabuľka: Priemer priemerných hodnôt chybovosti MAPE za roky 2019, 2020, 2021

Kód	MAPE NAIVE	MAPE JM	MAPE CD PF	MAPE DECOMPO- SITION
2019	2,53 %	1,31 %	3,86 %	2,25 %
2020	3,33 %	1,74 %	5,01 %	3,78 %
2021	3,10 %	1,56 %	4,84 %	5,10 %

4.4 Diskusia

Z uvedených výsledkov v tabuľke priemerov priemerných hodnôt chybovosti MAPE za roky 2019, 2020, 2021 a výsledkov uvedených v tabuľkách v Prílohe 4 môžeme zhodnotiť naše hypotézy.

Od metódy naivnej prognózy sme očakávali (prekvapivo) dobré výsledky. Teda až na sektory, v ktorých počas období prognózy ex-post nastal výrazný rast a pokles hodnôt zamestnanosti, čo by spôsobilo aj vyššiu hodnotu chybovosti MAPE. Toto očakávanie hodnotíme ako správne, vzhľadom na to, že hodnoty vyšli naozaj veľmi dobre, keďže najvyššia hodnota priemeru priemerných hodnôt MAPE je 3,33 %. Taktiež platí hypotéza o tom, že obdobia vysokého rastu a poklesu hodnôt zamestnanosti spôsobia v metóde

naivnej prognózy aj vyššiu hodnotu chybovosti MAPE. Je to vidno na hodnote v sektore s kódom I v roku 2020, keď zaznamenali pomerne prudký rast zamestnanosti tieto krajiny: Francúzsko, Nemecko, Grécko, Taliansko a Holandsko.

Keďže informácie o jednoduchom modeli v tvare, ktorý uvádzame, sme nenašli v žiadnej literatúre, nemali sme očakávania o tom, aké výsledky by mohol poskytovať. Hodnoty chybovosti MAPE boli veľmi nízke v každom z rokov. Toto zistenie je prekvapivé, vzhľadom na to, že tento model nie je z teoretického hľadiska vhodný, pretože obsahuje kolinearitu. Z čisto štatistického hľadiska však poskytuje veľmi dobré výsledky. Taktiež aj najvyššia hodnota priemeru priemerných hodnôt MAPE bola iba 1,74 %.

Pri Cobb-Douglasovej produkčnej funkcii sme narazili na problém pri výpočte kapitálu, keďže kapitál sa nenachádzal v žiadnej databáze. Pri výpočte kapitálu sme použili odpisovú mieru kapitálu rovnú 5 %, čo tiež nie je najvhodnejšie riešenie, keďže každá krajina môže mať inú mieru tejto hodnoty. Ako objem celkovej produkcie sme v sektore i v roku t použili dáta o hrubej pridanej hodnote (GVA). Tieto problémy viedli k tomu, že sme očakávali vyššie hodnoty chybovosti MAPE, čo sa nám aj potvrdilo. Očakávali sme, že výsledky chybovosti MAPE môžu byť vyššie než pri metóde naivnej prognózy, čo sa pri väčšine sektorov (avšak nie pri všetkých) potvrdilo. Najvyššia hodnota priemeru priemerných hodnôt MAPE bola 5,01 %.

Model dekompozície je inovatívna metóda, od ktorej sme očakávali dobré výsledky. Hodnoty priemeru priemerných hodnôt MAPE boli v roku 2019, 2020 veľmi dobré. V roku 2021 bola pri tejto metóde vypočítaná hodnota priemeru priemerných hodnôt MAPE 5,10 % (čo bola najvyššia hodnota z tabuľky priemeru priemerných hodnôt chybovosti MAPE).

Záver

Ekonomická situácia v mnohých krajinách (nielen v CEE) vyvoláva otázky o budúcom vývoji makroekonomických ukazovateľov na trhu práce vrátane zamestnanosti. V našej práci sme sa venovali alternatívnym prístupom k modelovaniu sektorového dopytu po práci.

V prvej kapitole sme popísali dopyt po práci a sektorový dopyt po práci. Pri časti o sektorovom dopyte po práci sme popísali štatistickú klasifikáciu ekonomických činností NACE a jej štruktúru.

V druhej kapitole sme stručne uviedli typy prístupov modelovania dopytu po práci a ich konkrétne použitie.

V tretej kapitole sme sa venovali modelovaniu sektorového dopytu po práci. Uviedli sme štyri metódy (metódou naivnej prognózy, jednoduchý model, Cobb–Douglasovu produkčnú funkciu a prístup dekompozície), ktoré sme následne použili v aplikačnej časti práce na modelovanie sektorového dopytu po práci. Taktiež sme zhrnuli, aké miery presnosti prognóz sa využívajú, a uviedli sme vzorec na výpočet MAPE, ktorý sme využívali na meranie presnosti prognóz ex–post.

V štvrtej kapitole sme sa venovali aplikačnej časti práce. Popísali sme jednotlivé dáta potrebné na výpočty. Keďže sa údaje o kapitáli nenachádzajú v žiadnej databáze, museli sme ich vypočítať. Na výpočet sme použili metódu trvalých zásob (PIM). Pri výpočte počiatočnej hodnoty kapitálu existujú metodologické rozdiely a používa sa viacero metód. My sme použili prístup ustáleného stavu, pretože prvá hodnota zásoby kapitálu sa v priebehu času stáva čoraz menej dôležitou. Okrem samotného kapitálu je problematické aj určenie jeho odpisovej miery. My sme používali pre každú krajinu rovnakú hodnotu odpisovej miery kapitálu. Taktiež sme uviedli výpočet hodnôt mzdy v jednotlivých sektoroch a rokoch. Ďalej sme definovali hypotézy o tom, aké výsledky ex–post prognóz sme očakávali. Nakoniec sme uvedli výsledky ex–post prognóz a v diskusii sme sa venovali hodnoteniu našich hypotéz.

Cieľom tejto práce bolo teoretické vymedzenie alternatívnych prístupov k sektorovému modelovaniu dopytu po práci, hlavne v ekonomikách krajín CEE. Tento cieľ sme čiastočne splnili. Našou prioritou bolo identifikovať prístupy vhodné na prognózovanie dopytu po práci pri minimálnej chybe out–of–sample prognózy vyjadrenej pomocou MAPE. V našej

práci sme sa venovali iba prognózovaniu ex-post. Presnosť prognóz ex-ante môže tiež ukázať nedostatky niektorých metód, napríklad neschopnosť zohľadniť neočakávané udalosti, čo môže viesť k nepresným predpovediam budúcich výsledkov. Náš prínos v tejto práci je skonštruovanie modelov v *rStudio*, výpočet chybovosti MAPE a následné testovanie hypotéz, ktoré sme uviedli.

Zistili sme, že metóda naivnej prognózy poskytuje naozaj prekvapivo dobré výsledky. Taktiež sme overili hypotézu o tom, že metóda naivnej prognózy má vyššiu hodnotu chybovosti MAPE v obdobiach vysokého rastu a poklesu hodnôt zamestnanosti.

Keďže sme v žiadnej literatúre nenašli informácie o jednoduchom modeli v tvare, ktorý sme uviedli, nemali sme ani nijaké očakávania o tom, aké výsledky by mohol poskytovať. Hodnoty chybovosti MAPE boli veľmi nízke v každom z rokov. Toto zistenie nás prekvapilo, pretože tento model obsahuje kolinearitu, teda z teoretického hľadiska nie je vhodný. Z čisto štatistického pohľadu nám poskytol veľmi presné výsledky.

Pri Cobb–Douglasovej produkčnej funkcii sme narazili na viacero problémov. Dáta o kapitáli sa nenachádzali v žiadnej databáze. Pri výpočte kapitálu sme použili odpisovú mieru kapitálu rovnú 5 %, čo tiež nie je najvhodnejšie riešenie, keďže každá krajina môže mať inú mieru tejto hodnoty. Bolo by zaujímavé pozrieť sa do hĺbky na odpisovú mieru kapitálu pre každú krajinu. Tieto problémy viedli k tomu, že sme očakávali vyššie hodnoty chybovosti MAPE, čo sa nám aj potvrdilo. Očakávali sme, že výsledky chybovosti MAPE môžu byť vyššie než pri metóde naivnej prognózy, čo sa pri väčšine sektorov (avšak nie pri všetkých) potvrdilo.

Model dekompozície predstavuje inovatívnu metódu, od ktorej sme očakávali dobré výsledky. Hodnoty priemeru priemerných hodnôt MAPE boli v roku 2019, 2020 veľmi dobré, v roku 2021 bola hodnota priemeru priemerných hodnôt MAPE najvyššia zo všetkých vyrátaných hodnôt.

Vzhľadom na výsledky chybovosti MAPE prognóz ex-post môžeme zhodnotiť, že modelovanie sektorového dopytu po práci je vhodná metóda na odhadovanie hodnôt zamestnanosti. Odporúčame sa modelovaniu sektorového dopytu po práci naďalej venovať a preskúmať aj prognózovanie ex-ante. Taktiež by bola zaujímavé preskúmať najvhodnejšiu metódu na výpočet prvej hodnoty kapitálu a mieru amortizácie.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Armstrong, J. S. *Principles of forecasting: a handbook for researchers and practitioners*. Boston, MA: Kluwer Academic. 2001. 849. s. Dostupné na internete (03.05.2023): <https://gwern.net/doc/statistics/prediction/2001-armstrong-principlesforecasting.pdf>.
- [2] Ahmad, A., Khan, M. *Estimating the Cobb-Douglas Production Function*. International Journal of Research in Business Studies and Management. 2015. vol. 2. s. 32–33. Dostupné na internete (01.04.2023): <https://www.ijrbsm.org/pdf/v2-i5/4.pdf>.
- [3] Barten, A. P., de Marchi, N., Polak, J. J. *The history of Dutch macroeconomic modelling (1936–1986)*. In Contributions to Economic Analysis. 1988. vol. 178. s. 39–98. Dostupné na internete (08.01.2023): <https://pure.uvt.nl/ws/portalfiles/portal/5363860/BA5612884.pdf>.
- [4] Berlemann, M., Wesselhöft, J. E. *Estimating Aggregate Capital Stocks Using the Perpetual Inventory Method: A Survey of Previous Implementations and New Empirical Evidence for 103 Countries*. Review of Economics. 2014. vol. 65. no. 1. s. 1–34. Dostupné na internete (28.04.2023): <https://doi.org/10.1515/roe-2014-0102>.
- [5] Boeters, S., Savard, L. *The labour market in CGE models*. ZEW-Centre for European Economic Research Discussion Paper. 2011. s. 11–79. Dostupné na internete (20.10.2022): https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1987650.
- [6] Borjas, G. J. *Labor economics*. 6. vyd. New York: McGraw Hill. 576. s. 2013. ISBN 978-0-07-352320-0.
- [7] Cobb, C. W., Douglas, P. H. *A Theory of Production*. American Economic Review. 1928. s. 139–165. Dostupné na internete (10.04.2023): <http://digamo.free.fr/cobbdoug28.pdf>.
- [8] EduCBA. *Growth Rate Formula / Calculator (Examples with Excel Template)*. Dostupné na internete (29.04.2023): <https://www.educba.com/growth-rate-formula/>.

- [9] Eurostat. *European system of accounts - ESA 2010*. European Union. 2013. Dostupné na internete (29.04.2023): <https://ec.europa.eu/eurostat/en/web/products-manuals-and-guidelines/-/KS-02-13-269>.
- [10] Eurostat. *NACE Rev. 2 - Statistical classification of economic activities*. European Commission. 2008. Dostupné na internete: <https://ec.europa.eu/eurostat/web/products-manuals-and-guidelines/-/ks-ra-07-015>.
- [11] Fernández-Villaverde, J., Guerrón-Quintana, P. A. *Estimating DSGE models: Recent advances and future challenges*. Annual Review of Economics. 2021. s. 229–252. Dostupné na internete (19.04.2023): https://www.nber.org/system/files/working_papers/w27715/w27715.pdf.
- [12] Gordon, D. M. *A Brief History of the Production Function and its Role in Economics*. American Society of Business and Behavioral Sciences (ASBBS). 2011. s. 22–27. Dostupné na internete (03.05.2023): <http://asbbs.org/files/2011/ASBBS2011v1/PDF/G/GordonD.pdf>.
- [13] Hájková, D., Hurník, J. *Cobb-Douglas Production Function: The Case of a Converging Economy*. Czech Journal of Economics and Finance. 2007. s. 465–476. Dostupné na internete (03.05.2023): <https://ideas.repec.org/a/fau/fauart/v57y2007i9-10p465-476.html>.
- [14] Hyndman, R. J., Athanasopoulos, G. *Forecasting: Principles and practice*. 2nd edition. OTexts: Melbourne, Australia. 2002. 849. s. Dostupné na internete (03.05.2023): <https://otexts.com/fpp2/simple-methods.html>.
- [15] Chicco, D., Warrens, M. J., Jurman, G. *The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation*. PeerJ Computer Science. 2021. 24. s. Dostupné na internete (01.04.2023): <https://peerj.com/articles/cs-623/>.
- [16] Jung, J. W. *Handout on Cobb-Douglas Production Function*. ECN 101: Intermediate Macroeconomic Theory. 2014. 6. s. Dostupné na internete (01.04.2023): <http://jaewookjung.weebly.com/uploads/2/1/5/2/21526362/cobb-douglas.pdf>.

- [17] Kenton W. *Gross Value Added (GVA): Explanation, Formula, Example*. Investopedia. 2022. Dostupné na internete (30.04.2023): <https://www.investopedia.com/terms/g/gross-value-added.asp>.
- [18] Kim, S., Kim, H. *A new metric of absolute percentage error for intermittent demand forecasts*. International Journal of Forecasting. 2016. vol. 32. no. 3. s. 669–679. Dostupné na internete (03.05.2023): <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169207016000121>.
- [19] Lelkesová Z. *Modelovanie dopytu po práci v podmienkach Slovenskej republiky (Diplomová práca)*. Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky. 2013. 85. s. Dostupné na internete (30.01.2023): <http://www.iam.fmph.uniba.sk/studium/efm/diplomovky/2013/lelkesova/diplomovka.pdf>.
- [20] Madžar, L. *COBB-DOUGLAS PRODUCTION FUNCTION OF THE SERBIAN ECONOMY*. REVIZOR. 2022. s. 7–20. Dostupné na internete (03.05.2023): https://www.researchgate.net/publication/368752872_COBB-DOUGLAS_PRODUCTION_FUNCTION_OF_THE_SERBIAN_ECONOMY_2.
- [21] McDonald, D. J., Shalizi, C. R. *Empirical Macroeconomics and DSGE Modeling in Statistical Perspective*. arXiv preprint arXiv:2210.16224. 2022. Dostupné na internete (19.04.2023): <https://arxiv.org/abs/2210.16224>.
- [22] Organisation for Economic Co-operation and Development. *Glossary of statistical terms*. 2008. 863. s. Dostupné na internete (08.01.2023): https://ec.europa.eu/eurostat/ramon/coded_files/OECD_glossary_stat_terms.pdf.
- [23] Radvanský, M. et al. *Modelovanie regionálneho vývoja v SR a hodnotenie účinnosti regionálnych politík*. 1. vyd. Bratislava: Ekonomický ústav Slovenskej akadémie vied. 2019. 167 s. ISBN 978-80-7144-308-7.
- [24] Radvanský, M., Miklošovic, T. *Estimating long term structural and educational changes of labour demand using CGE model—case of Slovakia*. EcoMod. 2016. 17. s. Dostupné na internete (03.05.2023): <https://www.researchgate.net/publication>

/313164865_Estimating_long-term_structural_and_educational_changes_of_labour_demand_using_CGE_model_-_case_of_Slovakia.

- [25] Tinbergen, J. et al. *Jan Tinbergen – Selected Papers*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company. 1959. s. 37–84. Dostupné na internete (03.05.2023): <https://repub.eur.nl/pub/15944#>.
- [26] Vella, M. *Employment and labour hoarding: a production function approach*. . Journal of Economics, Finance and Administrative Science. 2018. s. 230–246. Dostupné na internete (08.01.2023): <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/JEFAS-07-2017-0079/full/html>.
- [27] Zeman, J., Senaj, M. *DSGE model–Slovakia*. National Bank of Slovakia Working Paper. 2009. s. 4–37. Dostupné na internete (03.05.2023): https://www.researchgate.net/publication/46451686_DSGE_Model-Slovakia.

Príloha 1: Štatistická klasifikácia NACE Rev.2

Kódy a názvy sektorov na prvom leveli podľa NACE Rev. 2 pochádzajú z [10]

Kód	Názov
All	Celkovo – všetky činnosti NACE
A	Poľnohospodárstvo, lesníctvo a rybolov
B	Ťažba a dobývanie
C	Výroba
D	Dodávka elektriny, plynu, pary a studeného vzduchu
E	Dodávka vody; čistenie odpadových vôd, odpady a služby odstraňovania odpadov
F	Stavebníctvo
G	Veľkoobchod a maloobchod; oprava motorových vozidiel a motocyklov
H	Doprava a skladovanie
I	Ubytovanie a stravovanie
J	Informácie a komunikácia
K	Finančné a poisťovacie činnosti
L	Činnosti v oblasti nehnuteľností
M	Odborné, vedecké a technické činnosti
N	Administratívne a podporné činnosti
O	Verejná správa a obrana; povinné sociálne zabezpečenie
P	Vzdelávanie
Q	Zdravotníctvo a sociálna starostlivosť
R	Umenie, zábava a rekreácia
S	Ostatné služby
T	Činnosti domácností ako zamestnávateľov; nediferencované činnosti domácností produkujúce tovary a služby pre vlastnú potrebu
U	Činnosti extrateritoriálnych organizácií a orgánov

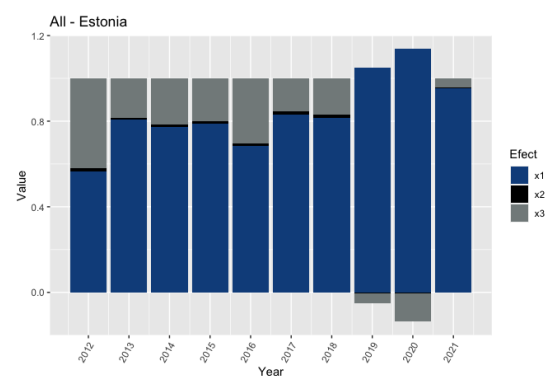
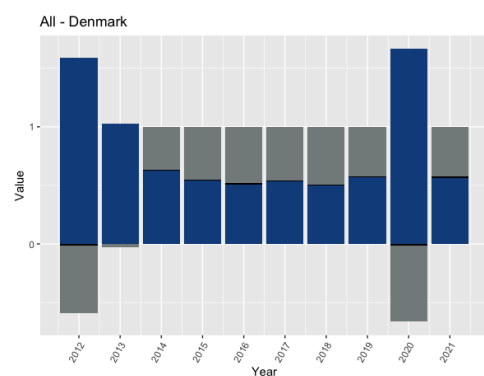
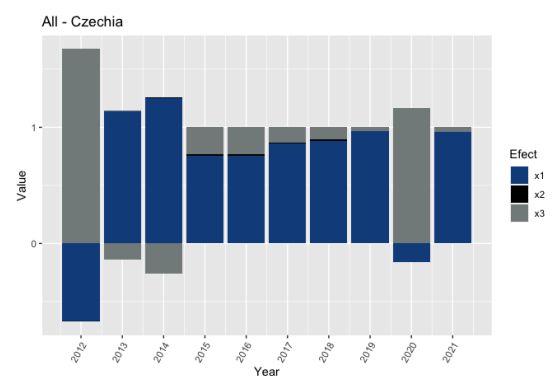
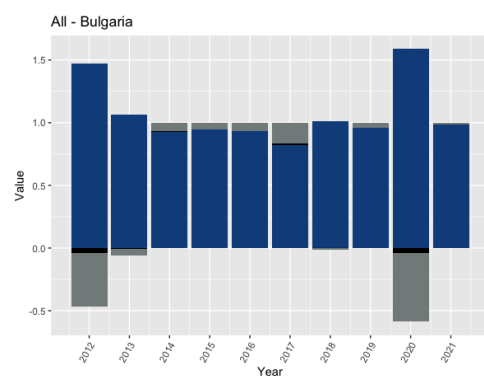
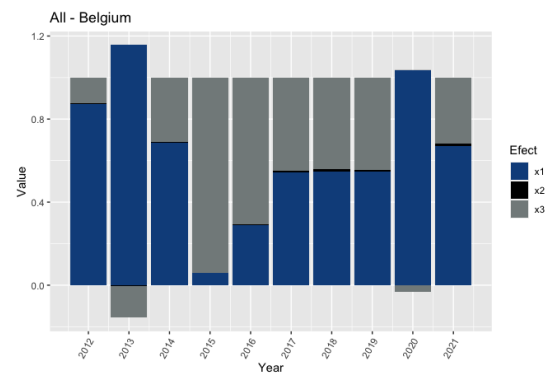
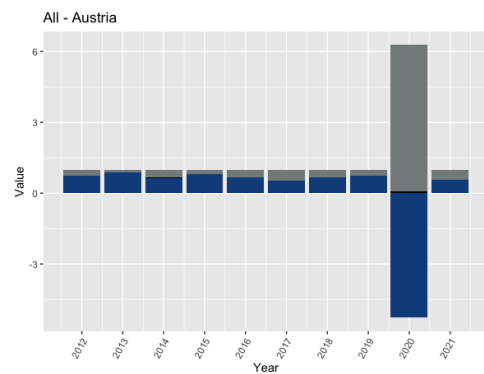
Príloha 2: Zoznam krajín

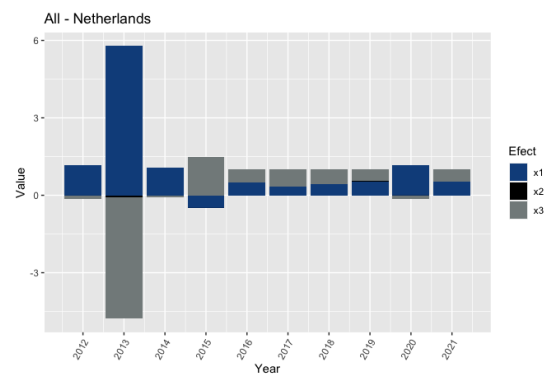
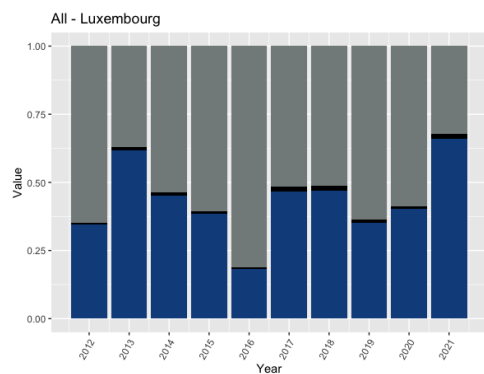
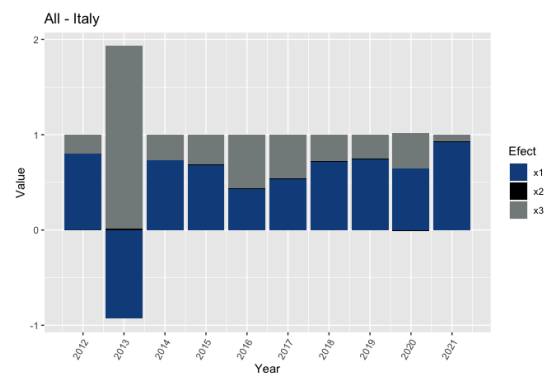
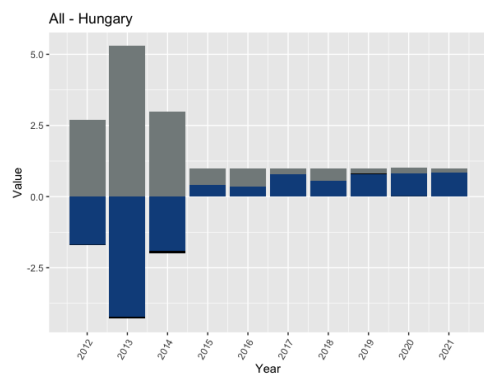
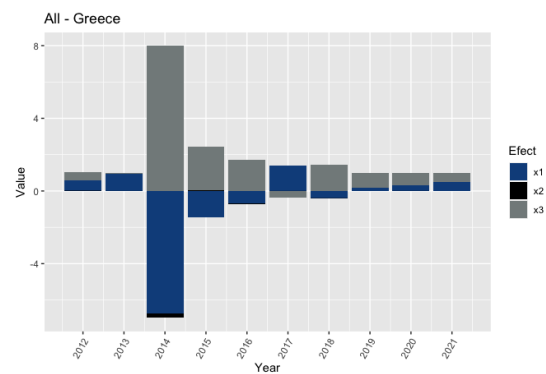
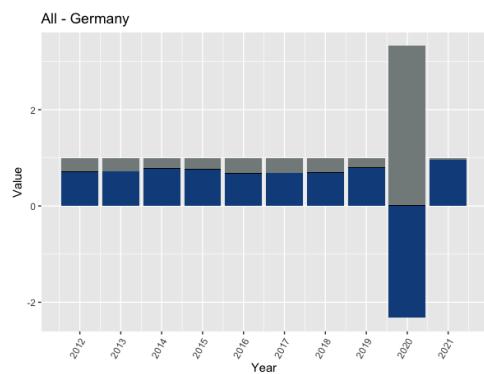
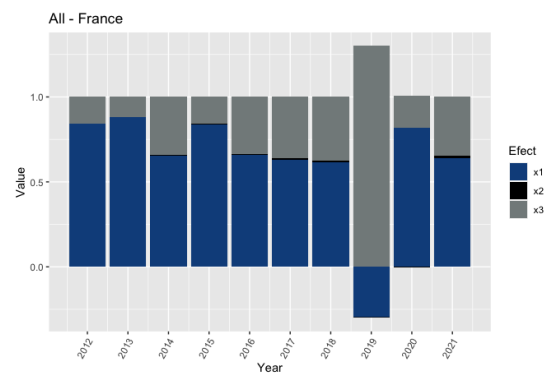
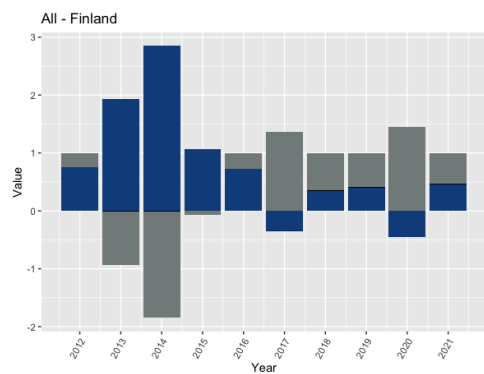
Zoznam krajín, ktoré sme použili na modelovanie sektorového dopytu po práci

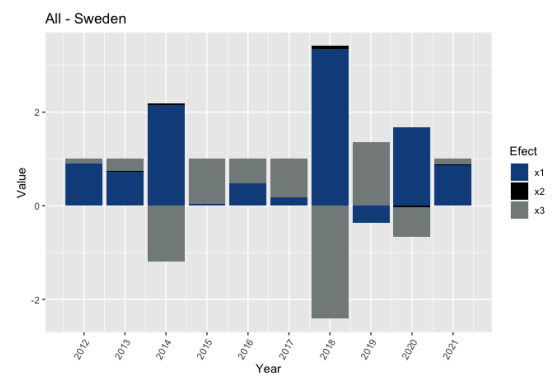
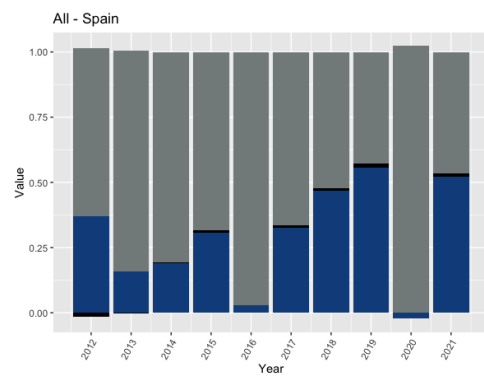
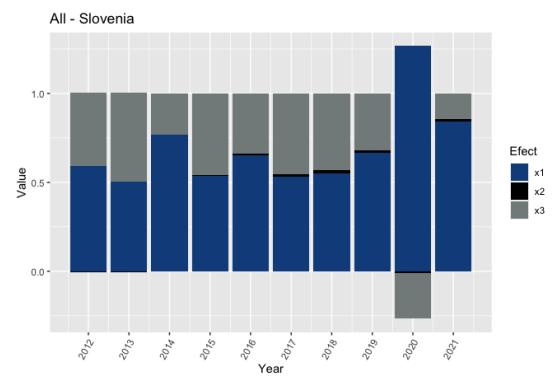
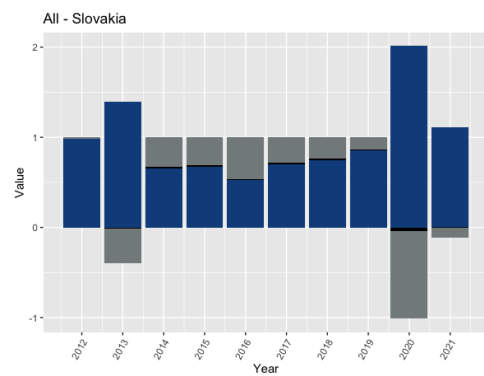
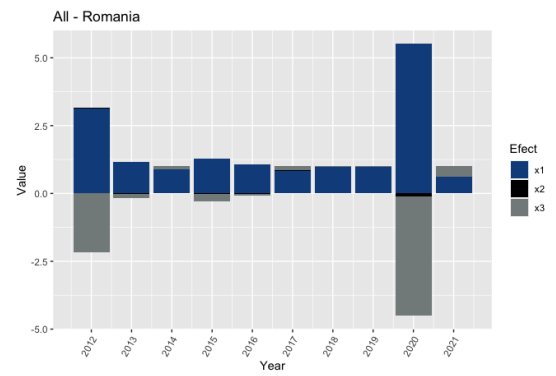
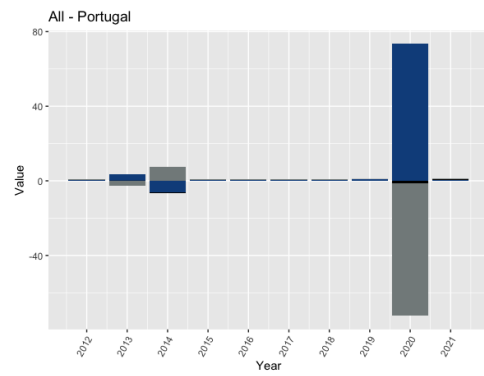
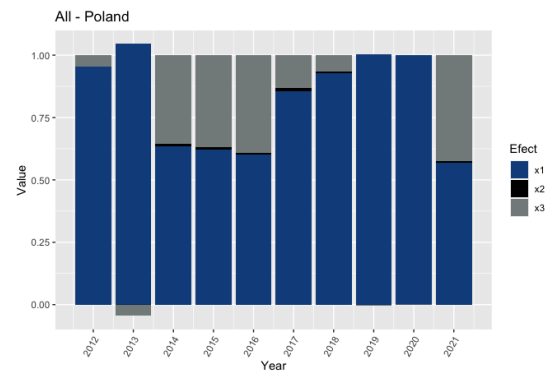
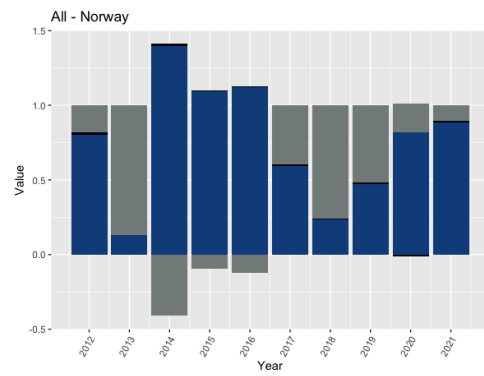
Zoznam krajín
Rakúsko
Belgicko
Bulharsko
Česko
Dánsko
Estónsko
Fínsko
Francúzsko
Nemecko
Grécko
Maďarsko
Taliansko
Luxembursko
Holandsko
Nórsko
Poľsko
Portugalsko
Rumunsko
Slovensko
Slovinsko
Španielsko
Švédsko

Príloha 3: Zmeny komponentov v prístupe dekompozície

Zmeny komponentov v prístupe dekompozície v jednotlivých krajinách pre všetky činnosti NACE (kód All)







Príloha 4: Výsledky ex–post prognóz

Výsledky ex–post prognóz za rok 2019

Kód	Priemerné hodnoty MAPE NAIVE	Priemerné hodnoty MAPE JM	Priemerné hodnoty MAPE CD PF	Priemerné hodnoty MAPE DECOMPO- SITION
All	2,53 %	1,31 %	3,86 %	2,25 %
A	2,23 %	1,07 %	4,89 %	2,19 %
B	4,31 %	3,93 %	9,95 %	6,33 %
C	1,18 %	1,12 %	1,65 %	1,34 %
D	3,41 %	1,39 %	4,36 %	3,74 %
E	3,37 %	1,33 %	3,52 %	2,63 %
F	3,43 %	1,02 %	2,80 %	1,46 %
G	1,23 %	0,60 %	2,14 %	0,99 %
H	2,00 %	1,21 %	3,41 %	1,42 %
I	2,55 %	1,56 %	15,55 %	2,11 %
J	3,96 %	1,38 %	2,08 %	2,74 %
K	2,01 %	1,37 %	2,37 %	2,01 %
L	3,50 %	1,41 %	1,94 %	2,93 %
M	2,33 %	0,92 %	2,44 %	1,61 %
N	2,33 %	1,09 %	2,93 %	1,93 %
O	1,51 %	1,15 %	1,40 %	1,92 %
P	1,43 %	0,66 %	1,46 %	1,42 %
Q	1,85 %	0,75 %	1,56 %	1,40 %
R	3,17 %	1,90 %	6,24 %	2,82 %
S	2,25 %	1,04 %	2,70 %	1,75 %
T	6,16 %	6,16 %	6,85 %	4,39 %

Výsledky ex-post prognóz za rok 2020

Kód	Priemerné hodnoty MAPE NAIVE	Priemerné hodnoty MAPE JM	Priemerné hodnoty MAPE CD PF	Priemerné hodnoty MAPE DECOMPO- SITION
All	3,33 %	1,74 %	5,01 %	3,78 %
A	2,55 %	1,68 %	4,57 %	3,73 %
B	6,11 %	5,23 %	28,49 %	5,80 %
C	2,66 %	1,00 %	2,28 %	2,99 %
D	1,97 %	1,50 %	4,99 %	5,33 %
E	2,41 %	1,46 %	4,26 %	4,49 %
F	1,78 %	1,05 %	3,75 %	2,58 %
G	1,73 %	0,91 %	5,26 %	2,41 %
H	2,90 %	1,59 %	4,55 %	2,80 %
I	12,25 %	3,43 %	9,57 %	7,69 %
J	2,69 %	1,17 %	2,09 %	3,65 %
K	2,34 %	1,29 %	3,71 %	2,98 %
L	2,33 %	1,78 %	2,24 %	3,33 %
M	2,08 %	1,89 %	2,32 %	2,91 %
N	5,80 %	1,58 %	3,28 %	4,69 %
O	1,88 %	0,99 %	1,60 %	2,85 %
P	1,33 %	0,78 %	1,19 %	2,01 %
Q	1,66 %	0,77 %	1,92 %	2,16 %
R	4,29 %	2,58 %	5,68 %	4,35 %
S	4,45 %	2,39 %	3,35 %	5,04 %
T	7,97 %	12,85 %	15,49 %	9,81 %

Výsledky ex-post prognóz za rok 2021

Kód	Priemerné hodnoty MAPE NAIVE	Priemerné hodnoty MAPE JM	Priemerné hodnoty MAPE CD PF	Priemerné hodnoty MAPE DECOMPO- SITION
All	3,10 %	1,56 %	4,84 %	5,10 %
A	3,18 %	1,39 %	9,06 %	5,92 %
B	3,91 %	5,33 %	17,38 %	8,22 %
C	1,01 %	0,77 %	1,97 %	4,36 %
D	2,74 %	1,42 %	6,46 %	6,13 %
E	3,37 %	1,32 %	3,94 %	4,98 %
F	2,70 %	0,68 %	3,82 %	3,02 %
G	1,70 %	0,63 %	6,95 %	2,52 %
H	2,13 %	1,02 %	3,87 %	4,00 %
I	4,00 %	3,23 %	8,37 %	9,21 %
J	5,00 %	1,53 %	1,86 %	5,61 %
K	2,33 %	0,99 %	4,57 %	4,57 %
L	4,29 %	1,43 %	2,93 %	3,56 %
M	2,86 %	0,99 %	4,27 %	4,56 %
N	4,02 %	1,42 %	3,20 %	5,79 %
O	2,83 %	0,97 %	1,68 %	4,92 %
P	2,59 %	0,83 %	1,60 %	3,42 %
Q	3,61 %	0,81 %	1,68 %	4,11 %
R	4,37 %	2,90 %	4,84 %	5,80 %
S	2,28 %	1,92 %	3,60 %	6,27 %
T	12,47 %	20,02 %	23,55 %	12,88 %