

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



VPLYV ČASOVÉHO ROZLOŽENIA DÔCHODKOVÝCH
ODVODOV NA FERTILITU, VZDELANIE A
ZAMESTNANOSŤ

DIPLOMOVÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

VPLYV ČASOVÉHO ROZLOŽENIA DÔCHODKOVÝCH
ODVODOV NA FERTILITU, VZDELANIE A
ZAMESTNANOSŤ

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: Matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Simona Tazberíková
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Vplyv časového rozloženia dôchodkových odvodov na fertilitu, vzdelanie a zamestnanosť
The influence of the time distribution of pension contributions on fertility, education and employment

Anotácia: Dôchodkové systémy čelia v súčasnosti problému starnutia populácie. V práci budeme analyzovať parametrickú reformu dôchodkového systému spočívajúcu v zmene časového rozloženia dôchodkových odvodov. Budeme skúmať vplyv takejto zmeny na fertilitu, vzdelanie a zamestnanosť.

Vedúci: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Dátum zadania: 11.01.2022

Dátum schválenia: 14.01.2022

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

PodĎakovanie: Veľmi rada by som sa poďakovala doc. Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD., vedúcemu mojej záverečnej práce magisterského štúdia, za jeho ochotu, odbornú pomoc, pripomienky a usmernenia pri konzultáciách, ktoré boli pre mňa veľkým prínosom. Na záver ďakujem mojej krstnej mame a priateľovi za ich trpezlivosť, podporu a pomoc pri kontrolovaní pravopisu.

Abstrakt v štátnom jazyku

TAZBERÍKOVÁ, Simona, Bc.: Vplyv časového rozloženia dôchodkových odvodov na fertilitu, vzdelanie a zamestnanosť [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2023, 41 s.

V našej práci sa venujeme aplikácii rozšírenia klasického štvorperiódového OLG modelu, ktorý popisuje priebežný dôchodkový systém a aplikácii tohto modelu na slovenské dáta. Ďalej skúmame vplyv časového rozloženia dôchodkových odvodov na vývoj fertility, zamestnanosti (najmä starších generácií) a vzdelávania s cieľom nájsť optimálne rozloženie, ktoré by tieto oblasti ovplyvnilo pozitívne a zabezpečilo by udržateľnosť verejných dôchodkových systémov.

Kľúčové slová: OLG model, dôchodky, fertilita, parametrická reforma, dôchodkové odvody

Abstract

TAZBERÍKOVÁ, Simona, Bc.: The influence of the time distribution of pension contributions on fertility, education and employment [Diploma Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2023, 41 p.

In this thesis we are dealing with application an extension of the classic four-period OLG model, which describes the PAYG system, and the application of this model to slovak data. Furthermore, we examine the influence of the time distribution of pension contributions on the development of fertility, employment (especially older generations) and education with the aim of finding an optimal distribution that would positively affect these areas and ensure the sustainability of public pension systems.

Keywords: OLG model, pensions, fertility, parametric reform, pension contributions

Obsah

Úvod	1
1 Dôchodkový systém na Slovensku	2
1.1 Prvý pilier - povinné dôchodkové poistenie	2
1.1.1 Odvody do sociálnej poisťovne súvisiace s dôchodkami	3
1.1.2 Výpočet dôchodkovej dávky	4
1.2 Druhý pilier – starobné dôchodkové sporenie	6
1.3 Dobrovoľné doplnkové dôchodkové sporenie	8
1.3.1 Tretí pilier – doplnkové dôchodkové sporenie	8
1.3.2 Celoeurópsky osobný dôchodkový produkt	9
2 Model	11
2.1 Populácia a označovanie premenných	11
2.2 Životný cyklus jednotlivca	12
2.2.1 Obdobie mladosti (20 až 34 rokov):	12
2.2.2 Stredné obdobie života (35 až 49 rokov):	12
2.2.3 Staršie obdobie života (50 až 64 rokov):	13
2.2.4 Štvrté obdobie života - obdobie poberania starobného dôchodku (65 až 80 rokov):	13
2.3 Celoživotná užitočnosť	14
2.4 Časové ohraničenia	14
2.5 Spotreba a ohraničenia	15
2.6 Starobný dôchodok	18
2.7 Ľudský kapitál a ekonomický rast	19
2.8 Firmy a mzda	20
2.9 Vládne rozpočtové ohraničenia	22
3 Riešenie	24
3.1 Rovnica populačného rastu	26
3.2 Jednorazové vládne prevody	28
3.3 Redukcia rovníc	32

4	Nastavenie modelu a výsledky	33
4.1	Vstupné údaje	33
4.2	Výsledky	35
	Záver	38
	Zoznam použitej literatúry	40

Úvod

V súčasnej dobe je možné v mnohých krajinách OECD pozorovať trend nárastu očakávanej dĺžky života a poklesu fertility. Väčšina dôchodkových systémov v krajinách OECD je založená na priebežnom verejnom dôchodkovom systéme (tzv. Pay-As-You-Go systéme, ďalej ako PAYG), kde sú starobné dôchodky financované príspevkami aktívnych generácií jednotlivcov. Nárast očakávanej dĺžky života spôsobuje, že jednotlivci poberajú starobný dôchodok počas dlhšej periódy. Navyše klesajúca fertilita spôsobuje v PAYG systéme nedostatok príspevkov od aktívnych generácií jednotlivcov, nakoľko počet jednotlivcov v týchto generáciách postupne klesá. Tieto dva javy vytvárajú výrazné problémy vo financovaní starobných dôchodkov vo verejnom priebežnom systéme.

Snahu o riešenie problému starnutia populácie je možné nájsť v mnohých literatúrach. Niektoré štúdie, napríklad [1], skúmajú vplyv parametrickej úpravy priebežného verejného systému, iné, napr. [2], sa zase venujú myšlienke zavedenia automatických vyrovnávacích mechanizmov, ako napríklad model nefinančne príspevkovo definovanej priebežne financovanej schémy.

V prvej časti sa budeme venovať dôchodkovému systému na Slovensku, jeho deleniu a uvedieme vzťah pre výpočet dôchodkovej dávky.

V druhej časti sa pokúsime aplikovať model prezentovaný v [1] a [3]. Tento model je rozšírením klasického 4-periódového OLG modelu prekrývajúcich sa generácií, ktorý popisuje priebežný dôchodkový systém.

V poslednej časti sa pokúsime prispôbiť model na slovenský dôchodkový systém a budeme modelovať niekoľko parametrických reforiem. Aplikované parametrické reformy budú spočívať v zmene časového rozloženia dôchodkových odvodov. Ďalej budeme skúmať vplyv takejto zmeny na zmenu fertility, vzdelanosti a zamestnanosti najmä starších generácií s cieľom nájsť vhodné časové rozloženie dôchodkových odvodov, ktoré by tieto oblasti ovplyvnilo pozitívnym smerom.

1 Dôchodkový systém na Slovensku

Na Slovensku podľa [4] definuje dôchodkový systém legislatíva v podobe Zákona č. 461/2003 Z.z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov, Zákona č. 43/2004 Z.z. o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a Zákona č. 650/2004 Z.z. o doplnkovom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov. Všeobecne vieme dôchodkový systém rozdeliť na I. pilier – povinné dôchodkové poistenie, ďalej na II. Pilier - starobné dôchodkové sporenie a na III. Pilier - dobrovoľné doplnkové dôchodkové sporenie, ktoré členíme na doplnkové dôchodkové sporenie a na celoeurópsky osobný dôchodkový produkt.

1.1 Prvý pilier - povinné dôchodkové poistenie

V tejto podkapitole si vysvetlíme základný pilier slovenského dôchodkového systému. Pri vypracovávaní tejto podkapitoly sme čerpali zo zdrojov [5] a [6]. Základom dôchodkového systému na Slovensku je prvý pilier. Prvý pilier predstavuje dôchodkové poistenie, ktoré je priebežne financované a dávkovo definované. Uvedené poistenie je závislé na ekonomickej aktivite jednotlivých poistencov, primárne na výške a type ich príjmu. Hlavný zdroj financovania povinného dôchodkového poistenia je zaplatené poistné za jednotlivcov. Na základe výšky zaplatených príspevkov vznikajú poistencovi nároky na vyplatenie dôchodku. V tomto systéme teda vidíme prvky zásluhovosti. Dôchodkové poistenie je zložené z dvoch rôznych produktov, resp. podsystémov, ktoré sú v správe Sociálnej poisťovne a predstavujú osobitne financované zložky.

Prvým podsystémom je starobné poistenie, ktoré slúži obyvateľovi Slovenskej republiky na zabezpečenie príjmu v starobe a pre prípad úmrtia manželky/manžela. Zo starobného poistenia sa vypláca poistencovi starobný dôchodok, predčasný starobný dôchodok, vdovský, resp. vdovecký dôchodok a sirotsky dôchodok.

Druhým podsystémom je invalidné poistenie, z ktorého sa podľa [6] vypláca poistné v prípade, ak sa poistenec dostane do situácie, kedy dôjde k poklesu jeho schopnosti vykonávať zárobkovú činnosť z dôvodu dlhodobo nepriaznivého zdravotného stavu a

pre prípad úmrtia. Z invalidného poistenia sa poistencovi vypláca invalidný dôchodok, vdovský, resp. vdovecký dôchodok a sirotsky dôchodok.

Tento typ dôchodkového poistenia zaraďujeme medzi povinné poistenie zo zákona a priamo zákon definuje, kedy sa jednotlivec stáva účastníkom na dôchodkovom poistení. Zjednodušene možno do tohto systému zahrnúť zamestnancov, samostatne zárobkovo činné osoby, ktoré sú povinne nemocensky poistené, fyzické osoby za splnenia osobitných podmienok, ohrozených alebo chránených svedkov, vojakov dobrovoľnej vojenskej prípravy, atď. Vyššie uvedené subjekty prispievajú na dôchodkové poistenie buď samostatne, resp. za nich prispieva zamestnávateľ alebo sú poistencami štátu. Legislatívne sa danej problematike podrobne venuje Zákon č. 461/2003 Z.z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov.

Zákon o sociálnom poistení umožňuje obyvateľom Slovenskej republiky aj dobrovoľné dôchodkové poistenie. Dobrovoľným poistencom sa môže stať fyzická osoba, ktorá dovŕšila 16 rokov veku a má na území Slovenskej republiky trvalý pobyt, povolenie na prechodný pobyt alebo povolenie na trvalý pobyt a nemá priznaný predčasný starobný dôchodok.

Okrem účtu na starobné dôchodkové poistenie a invalidné poistenie vedie Sociálna poisťovňa aj rezervný fond solidarity. Tento fond je určený na ochranu vkladov sporiteľov a krytie prípadných nedostatkov financií pri vyplácaní dôchodkov a dávok. V súčasnosti sa používa najmä na financovanie stratových starobných dôchodkov.

1.1.1 Odvody do sociálnej poisťovne súvisiace s dôchodkami

Výšky jednotlivých príspevkov do sociálnej poisťovne, stanovené v období písania našej práce spolu s výškami, akými sa podieľa zamestnanec a zamestnávateľ sú uvedené v percentách z vymeriavacieho základu v Tabuľke 1.

Tabuľka 1: Výšky príspevkov do vybraných fondov Sociálnej poisťovne a ich rozdelenie medzi zamestnávateľa a zamestnanca - uvedené v % z vymeriavacieho základu.

Poistenie	Spolu	Zamestnávateľ	Zamestnanec
starobné	18%	14%	4%
invalidné	6%	3%	3%
rezervný fond	4.75%	4.75%	-

(zdroj: vlastné spracovanie)

1.1.2 Výpočet dôchodkovej dávky

V tejto kapitole si uvedieme ako sa počíta výška dôchodkovej dávky. Informácie uvedené v tejto podkapitole sme čerpali z [7]. Vzorec na výpočet dôchodkovej dávky sa skladá z niekoľkých častí, teda

$$D = POMB \cdot ODP \cdot ADH, \quad (1)$$

kde D predstavuje výšku dôchodkovej dávky, $POMB$ je priemerný osobný mzdový bod, ODP je obdobie dôchodkového poistenia (teda dĺžka obdobia, kedy poistenec prispieval do systému) a ADH je aktuálna dôchodková hodnota. Prvou časťou je tzv. priemerný osobný mzdový bod ($POMB$), ktorého výpočet je

$$POMB = \frac{\sum_i OMB_i}{ODP}, \quad (2)$$

kde OMB_i predstavuje osobný mzdový bod za kalendárny rok i , vyjadrený ako podiel celkovej osobnej hrubej mzdy v kalendárnom roku i a 12-násobku hrubej mzdy podľa Štatistického úradu Slovenskej republiky.

Priemerný osobný mzdový bod ďalej prechádza úpravou. Príliš vysoké $POMB$ sa znižujú a príliš nízke $POMB$ sa zvyšujú. Úprava zabezpečuje menšie ekonomické rozdiely medzi poberateľmi dôchodkových dávok.

Ďalšou časťou rovnice (1.1.2) je obdobie dôchodkového poistenia (ODP), teda obdobie, kedy jednotlivec platil dôchodkové poistenie. Do tohto obdobia sa započítava aj

obdobie invalidity.

Poslednou časťou výpočtu dôchodkovej dávky je aktuálna dôchodková hodnota (ADH), ktorej úlohou je nastaviť úroveň dôchodkov. Táto hodnota sa každoročne zvyšuje rastom miezd a jej výpočet je daný ako

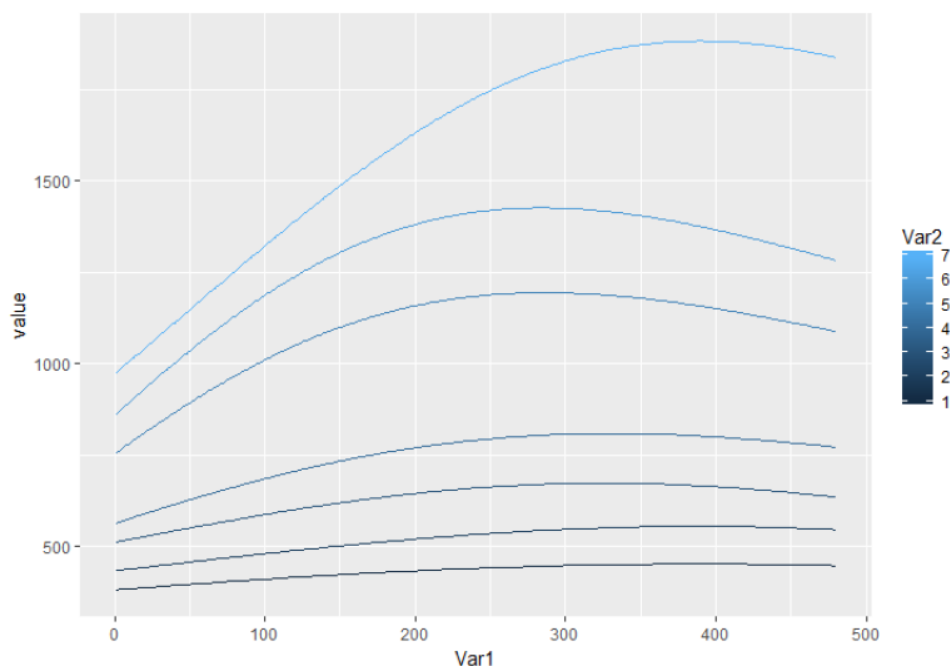
$$ADH(t) = ADH(t-1) \frac{PM(t-1)}{PM(t-2)}, \quad (3)$$

kde t predstavuje rok a $PM(t)$ predstavuje priemernú mzdu v treťom kvartáli kalendárneho roka t . Na stránke Sociálnej poisťovne [8] je možné zistiť, že pre rok 2023 je aktuálna dôchodková hodnota na úrovni 16,4764 eur a od 1.1.2023 sa ADH upravuje len o 95 % nárastu priemernej mzdy za 3. štvrťrok daného roku voči 3. štvrťroku predchádzajúceho roku.

Ak abstrahujeme od úpravy POMB a ďalších komplikácií, po dosadení rovnice (2) do rovnice pre výpočet dôchodkovej dávky a jednoduchej úprave dostávame

$$D = \sum_i OMB_i \cdot ADH. \quad (4)$$

Zo vzťahu (4) je zrejmé, že výška dôchodku nezávisí od veľkosti jednotlivých osobných mzdových bodov za kalendárne roky, ale od ich celkového súčtu. Je zrejmé, že presúvanie výšky príspevkov do neskorších období života by nemalo ovplyvniť výšku dôchodku negatívnym spôsobom. Napríklad, pri modelovej situácii, kedy jednotlivec prispieva do systému 40 rokov s OMB v rovnakej výške pre všetky kalendárne roky, výška dôchodku bude rovnaká, ako v prípade, keď jednotlivec prvých 20 rokov neprispieva vôbec (do výpočtu dôchodku sa mu osobné mzdové body počítajú ako nula-násobok) a 20 rokov prispieva dvojnásobné príspevky, teda aj mzdové body za toto obdobie sa zdvojnásobia. Takéto presúvanie výšky príspevkov do neskorších období je, ako ukážeme neskôr, hlavnou myšlienkou našej práce. Podľa [9] dokonca príjem jednotlivca s časom rastie, ako je ilustračne uvedené na Obr. 1.



Obr. 1: Medzimesačný rast príjmu jednotlivca podľa vzdelanostných kohôrt počas 480 mesiacov bez vplyvu inflácie (zdroj: [9])

Preto môžeme výšku príspevkov ľubovoľne presúvať do neskorších períód života a výška dôchodku sa nezmení, prípadne sa zvýši.

1.2 Druhý pilier – starobné dôchodkové sporenie

Druhý pilier, teda starobné dôchodkové sporenie, je definované ako kapitalizačný systém, ktorý je príspevkovo definovaný. Znamená to, že výška dôchodkovej dávky, ktorá je vyplácaná, sa upravuje podľa zaplatených príspevkov do systému sporenia a od ich zhodnotenia v tomto systéme. Finančné prostriedky sporiteľov sú spravované dôchodkovými správcovskými spoločnosťami, skráteno DSS. Druhý pilier má za úlohu spolu s prvým pilierom zabezpečiť sporiteľovi príjem v období staroby, prípadne zabezpečiť príjem pozostalým v prípade úmrtia sporiteľa.

Ako uvádza [10], vstup do druhého piliera je pre osoby mladšie ako 35 rokov na dobrovoľnej báze. Avšak, v momente vstupu do druhého piliera sa starobné dôchodkové sporenie stáva pre sporiteľa povinné. Ako bolo uvedené vyššie, následne starobné dôchodkové sporenie spolu s povinným dôchodkovým poistením tvoria základný systém

dôchodkového zabezpečenia. Ak poistenec v prvom pilieri prejaví záujem o sporenie v druhom pilieri a stane sa sporiteľom, automaticky sa povinné odvody na dôchodkové poistenie rozdelia na dve časti v takom pomere, ktorý vždy definuje aktuálna legislatíva. V období písania tejto práce je celková výška odvodov na starobné zabezpečenie definovaná vo výške 18% z vymeriavacieho základu. Sadzba poistného do prvého piliera predstavuje 12,5% z vymeriavacieho základu a do druhého piliera 5,5% z vymeriavacieho základu. V ďalších rokoch sa pomer príspevkov bude upravovať v prospech druhého piliera, a to v období rokov 2025 a 2026 je sadzba pre druhý pilier zvýšená na 5,75% z vymeriavacieho základu a po roku 2027 to bude 6% z vymeriavacieho základu. Vo všetkých obdobiach sa celková percentuálna výška odvodov nemení, a teda ostáva v objeme 18% z vymeriavacieho základu.

Sporiteľ, ktorý vstúpi aj do druhého piliera, bude teda čerpať dôchodok z dvoch zdrojov. Prvý zdroj predstavuje dôchodok z prvého piliera, ktorý bude primerane krátený a ktorý vypláca Sociálna poisťovňa. Druhý zdroj predstavuje dôchodok z druhého piliera, ktorého výška je, ako bolo spomenuté, závislá na nasporenej sume a na jej zhodnotení a na zvolenom spôsobe poberania dôchodku z druhého piliera. Samotné sporenie v druhom pilieri je zložené z dvoch fáz. Prvou fázou nazývame sporiacu fázu, kedy sa presne definovaná časť príspevkov odvádza na osobný dôchodkový účet v správe dôchodkovej správcovskej spoločnosti. Sporiteľ si môže v súčasnosti slobodne vyberať dôchodkové fondy, v ktorých chce svoje príspevky do druhého piliera zhodnocovať. Systém poskytuje aj možnosť odvádzania dobrovoľných príspevkov do druhého piliera. Po období sporenia nasleduje druhá fáza, a to fáza výplatná. V tejto časovej perióde sa sporiteľovi vypláca zo zhodnotených príspevkov starobný dôchodok, resp. predčasný starobný dôchodok. Pozostalým sa môže po sporiteľovi vyplatiť tzv. pozostalostný dôchodok. Sporiteľ, resp. poberateľ si určí formu výplaty z druhého piliera a túto výplatu mu vypláca buď ním vybraná poisťovňa (doživotný a dočasný dôchodok) alebo priamo dôchodková správcovská spoločnosť (programový výber). Je dôležité podotknúť, že od 1.1.2024 nastáva zmena vo výplatnej fáze II.piliera, ako je uvedené v [11]. Naďalej zostane zachovaná možnosť programového výberu, avšak, ak si sporiteľ vyberie možnosť vyplatiť dôchodok jednorázovo, vybrané príspevky budú podliehať daňovej povinnosti.

1.3 Dobrovoľné doplnkové dôchodkové sporenie

Okrem prvého a druhého piliera má jednotlivec na Slovensku možnosť sporiť si v rámci dobrovoľného doplnkového dôchodkového sporenia. V tejto kapitole si uvedieme základné informácie o treťom pilieri a o celoeurópskom osobnom dôchodkovom produkte.

1.3.1 Tretí pilier – doplnkové dôchodkové sporenie

Tretí pilier je dobrovoľný spôsob dôchodkového sporenia, v ktorom sú finančné prostriedky účastníkov, teda sporiteľov, spravované doplnkovými dôchodkovými spoločnosťami. Doplnkové dôchodkové sporenie predstavuje pre jeho účastníkov ďalší dôchodkový príjem v starobe. Taktiež môže účastník získať doplnkový dôchodkový príjem v prípade ukončenia výkonu tzv. rizikových prác. Ako je uvedené v [12], medzi tieto práce patria činnosti zaradené orgánom štátnej správy na úseku verejného zdravotníctva do kategórie 3 alebo kategórie 4 podľa osobitných predpisov. Taktiež sa sem zaraďujú zamestnanci, ktorí vykonávajú profesiu tanečníka bez ohľadu na štýl tanca a jeho techniku v súboroch či divadlách. Patria sem zároveň aj umelci, ktorí sa venujú hudbe a vykonávajú profesiu hráča na dychový nástroj.

V určitom prípade je legislatívou presne stanovené, kto je povinný vstúpiť do tretieho piliera. Osoby, ktoré vykonávajú rizikové práce sú povinné vstúpiť do tohto piliera najneskôr do 30 dní odo dňa začiatku vykonávania týchto prác. Zamestnávateľ a zamestnanec sú povinní uzatvoriť zmluvy s doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou na základe výberu tejto spoločnosti zo strany zamestnanca. Toto je jediný prípad, kedy je vstup do tretieho piliera povinný. Účastnícka zmluva zabezpečuje zmluvný vzťah medzi doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou a účastníkom, ktorým môže byť zamestnanec, resp. iná osoba staršia ako 18 rokov. Ak je účastníkom zamestnanec, tak zamestnávateľ nie je povinný s doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou uzatvoriť zamestnávateľskú zmluvu.

Toto sporenie sa podobne, ako sporenie v druhom pilieri, delí na sporiacu fázu a výplatnú fázu. Sporiaca fáza je časové obdobie, počas ktorého účastníci, resp. zamestnávateľia za svojich zamestnancov platia príspevky, ktoré môžu účastníci investovať a zhodnocovať v jednom, prípadne vo viacerých príspevkových fondoch vo vybranej

doplňkovej dôchodkovej spoločnosti. Výška príspevkov, ktoré účastník mesačne platí, je stanovená v účastníckej zmluve. Ak účastník prestupuje z jedného fondu do iného v rámci jednej spoločnosti, nie je povinný platiť žiadny poplatok. Zamestnanci si platia príspevky do tretieho piliera sami, no zamestnávateľ môže na dobrovoľnej báze uzavrieť zamestnávateľskú zmluvu s doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou, a tým sa tiež stane prispievateľom do tretieho piliera za svojho zamestnanca. Ak sa jedná o zamestnancov, ktorých náplň práce je zaradená medzi rizikové a majú s doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou uzatvorenú účastnícku zmluvu, je za nich povinný platiť príspevky zamestnávateľ. Táto povinnosť zamestnávateľovi nastáva od prvého dňa vykonávania danej pracovnej činnosti. V tomto prípade sa zamestnanec môže dobrovoľne rozhodnúť, či bude aj on platiť príspevky do tretieho piliera. Vo výplatnej fáze sa odo dňa ukončenia sporenia vyplácajú účastníkovi dôchodkové dávky. Výška dávky je závislá na určitých faktoroch, napr. od toho, v akom období uzavrel účastník zmluvu s doplnkovou dôchodkovou spoločnosťou a od toho, či je súčasťou zmluvy aj tzv. dávkový plán.

1.3.2 Celoeurópsky osobný dôchodkový produkt

Celoeurópsky osobný dôchodkový produkt predstavuje formu dôchodkového sporenia jednotlivca. Na sporenie využíva dlhodobé sporiace a investičné produkty iné, ako sú doplnkové dôchodkové sporenie. Výhoda tohto produktu je najmä v tom, že je prenosný v rámci celej Európskej únie. Využívajú ho najmä ľudia, ktorí často menia miesto pôsobenia svojej pracovnej činnosti v krajinách EÚ, prípadne mladí ľudia, ktorí plánujú pracovať na území EÚ, avšak mimo územia Slovenskej republiky, resp. opačne, ak prídu na Slovensko pracovať osoby z krajín Európskej únie. Zjednodušene je možné výhodu tohto produktu vysvetliť tak, že ak sporiteľ zmení miesto výkonu zárobkovej činnosti na území EÚ, má stále možnosť pokračovať v pôvodnom sporení. V prípade záujmu môže sporiteľ požiadať o zmenu poskytovateľa celoeurópskeho osobného dôchodkového produktu a uzatvoriť zmluvu s iným poskytovateľom v inom členskom štáte Európskej únie. To však nie je jediná výhoda tohto produktu. Medzi ďalšie výhody patria napr. jednoduchosť produktu, ktorá spočíva v presne určenej investičnej stratégii. Produkt zaujme svojou transparentnosťou, pretože sú presne stanovené pravidlá na informovanie sporiteľa pred uzatvorením zmluvy aj počas trvania samotného sporenia. Sporiteľom

sa môže stať osoba, ktorá dosiahla 18 rokov veku. Tento produkt nie je viazaný na zdaniteľnú časť príjmu, teda sporiteľom môže byť aj osoba bez zamestnania, osoba na materskej dovolenke, osoba na rodičovskej dovolenke alebo študent. Podmienkou je však schopnosť prispievať si na svoj budúci príjem počas obdobia dôchodku príspevkami, ktorých výška je bez obmedzenia. Financie sporiteľa sú v správe poskytovateľa sporenia, ktorým môžu byť doplnkové dôchodkové spoločnosti, poisťovne, banky, správovské spoločnosti či obchodníci s cennými papiermi. Pre jednotlivé subjekty platia stanovené podmienky, ktoré musia splniť, aby sa mohli stať správcami celoeurópskeho osobného dôchodkového produktu. Tieto subjekty musia byť evidované v centrálnom registri, ktorý je verejne prístupný a ktorý vedie Európsky orgán pre poisťovníctvo a dôchodkové poistenie zamestnancov (EIOPA). Na Slovensku preberá dohľad nad celoeurópskym osobným dôchodkovým produktom Národná banka Slovenska.

Z produktu je možné vyberať dávky nasledovnými spôsobmi, a to formou dôchodku, programovým výberom, jednorazovým vyrovnaním a predčasným výberom. Vyplatené dávky z celoeurópskeho osobného dôchodkového produktu sú zaradené medzi príjmy z kapitálového majetku a sú zdanené 19 % sadzbou dane. Základ dane je tvorený dávkou zníženou o zaplatené príspevky. Ako je uvedené v [13], táto forma sporenia je definovaná Zákonom č. 129/2022 Z.z. o celoeurópskom osobnom dôchodkovom produkte a o zmene a doplnení niektorých zákonov a Nariadením Európskeho parlamentu a Rady EÚ 2019/1238 o celoeurópskom osobnom dôchodkovom produkte v platnom znení (PEPP).

2 Model

Východiskovým bodom pre model použitý v tejto diplomovej práci je štandardný 4-periódový model prekrývajúcich sa generácií (OLG - overlapping generations model) pre malú otvorenú ekonomiku. Ako v článku [1] Buyes uvádza, model zachováva väčšinu predpokladov štandardného OLG modelu, ako napríklad medzinárodná mobilita fyzického kapitálu, avšak imobilita pracovnej sily a ľudského kapitálu. Navyše však uvažuje zamestnanosť podľa veku, vzdelanie a ľudský kapitál ako endogénne. V neskoršej špecifikácii modelu v článku [3] berie Buyes do úvahy aj rozhodovanie o počte detí. Práve modelu so špecifikáciou rozhodovania o počte detí jednotlivcami venujeme pozornosť v nasledujúcich kapitolách.

2.1 Populácia a označovanie premenných

V modeli vystupujú tri ekonomicky aktívne generácie: mladí (vo veku 20 až 34 rokov), stredná generácia (vo veku 35 až 49 rokov), generácia starších (vo veku 50 až 64 rokov) a ekonomicky neaktívna štvrtá generácia poberateľov starobného dôchodku (vo veku 65 až 80 rokov). Jednotlivci sa v rámci každej generácie považujú za homogénnych a predpokladá sa, že v kontexte úmrtnosti neexistuje žiadna neistota a všetci jednotlivci zomrú, keď dovŕšia vek 80 rokov. Dolnými indexmi (1, 2, 3, 4) označujeme modelované obdobie života jednotlivcov. Obdobie života jednotlivcov pred dovŕšením 20. roku života (deti žijúce v spoločnej domácnosti s rodičmi) nemodelujeme. V nasledujúcich kapitolách budeme modelované obdobie života zjednodušene nazývať ako obdobie života. Jednotlivci môžu mať deti v prvom a druhom období života a počet detí narodených v čase t v prvom, resp. druhom období života jednotlivcov označujeme d_1^t , resp. d_2^t . Rast populácie potom môžeme opísať rovnicou

$$N_{t+1} = d_1^t N_t + d_2^t N_{t-1}, \quad (5)$$

kde N_t , N_{t-1} , N_{t+1} predstavuje počet jednotlivcov v jednotlivých generáciách. Dolný časový index referuje na historické časové obdobie, zatiaľ čo horný index referuje na generáciu jednotlivcov.

2.2 Životný cyklus jednotlivca

V Tabuľke 2 môžeme vidieť životný cyklus jednotlivca, ktorý vstupuje do modelu v čase t vo veku 20 rokov. V každom období života má jednotlivec k dispozícii jednotku času a rozhoduje sa, ako ju rozdelí medzi prácu (a tým vytváranie pracovného príjmu), štúdium (a tým tvorbu ľudského kapitálu), výchovu detí a voľný čas.

Tabuľka 2: Životný cyklus jednotlivca generácie t vstupujúceho do modelu vo veku 20 rokov

Vek	20 – 34	35 – 49	50 – 64	65 – 79
Periódá	t	$t+1$	$t+2$	$t+3$
Práca	n_1^t	n_2^t	$n_3^t = R^t \tilde{n}_3^t$	0
Štúdium	e^t	0	0	0
Výchova detí	$s_1 d_1^t$	$s_2 d_1^t + s_1 d_2^t$	$s_2 d_2^t$	0
Voľný čas	$1 - n_1^t - e^t - s_1 d_1^t$	$1 - n_2^t - s_2 d_1^t - s_1 d_2^t$	$R^t(1 - \tilde{n}_3^t) + (1 - R^t) - s_2 d_2^t$	1

(zdroj: vlastné spracovanie)

2.2.1 Obdobie mladosti (20 až 34 rokov):

V prvom období života sa jednotlivec rozhoduje, koľko času venuje práci, označené ako n_1^t , koľko času venuje štúdiu, označené e^t a rozhoduje sa o počte detí, ktoré bude vychovávať. Celkové časové náklady na výchovu detí predstavujú $s_1 d_1^t$, kde s_1 predstavuje časové náklad na výchovu jedného dieťaťa, ktoré sa narodilo v danej perióde života jednotlivca (teda "malého" dieťaťa). Zostatok času tvorí voľný čas, teda $l_1^t = 1 - n_1^t - e^t - s_1 d_1^t$.

2.2.2 Stredné obdobie života (35 až 49 rokov):

V tomto období jednotlivec už neštuduje, a preto sa rozhoduje o rozdelení času, ktorý má k dispozícii len medzi prácu, výchovu detí a voľný čas. Množstvo času venovaného práci generáciou t v druhom období života označujeme n_2^t . V tomto období života jednotlivec vychováva deti, ktoré sa mu narodili v minulej perióde (teda "staršie"

deti), kde časové náklady na výchovu jedného staršieho dieťaťa predstavuje s_2 . Môže však vychovávať aj deti, ktoré sa mu narodili v tejto perióde života, ktorých počet predstavuje d_2^t . Časové náklady na výchovu "malých" detí (narodených v aktuálnej perióde), ako sme uviedli v Podkapitole 2.2.1, predstavuje s_1 času na jedno dieťa. Celkové časové náklady na výchovu detí v druhom období života jednotlivca predstavuje $s_2 d_1^t + s_1 d_2^t$. Opäť, zostatok času tvorí voľný čas jednotlivca v druhom období života: $l_2^t = 1 - n_2^t - s_2 d_1^t - s_1 d_2^t$.

2.2.3 Staršie obdobie života (50 až 64 rokov):

V tomto období života jednotlivec neštuduje, ani nevychováva "malé" deti narodené v druhom období života jednotlivca. Svoj čas delí len medzi prácu, výchovu detí narodených v predchádzajúcom období života ("starších" detí) a voľný čas. Výchova detí v tomto období života predstavuje časové náklady $s_2 d_2^t$. Model predpokladá zákonom stanovený odchod do dôchodku vo veku 65 rokov. V tomto období života sa však jednotlivci môžu rozhodnúť odísť na predčasný dôchodok a volia si R^t , ktorý predstavuje optimálny bod odchodu na predčasný dôchodok a je definovaný ako zlomok času medzi 50tým a 65tým rokom života. Ďalej označujeme n_3^t množstvo času venovaného jednotlivcom práci v treťom období života a $\tilde{n}_3^t$ ako množstvo času venovaného práci v treťom období života pred odchodom na predčasný dôchodok. V modeli predpokladáme, že odchod do predčasného dôchodku je nezvratný a zamestnanosť počas poberania predčasného dôchodku nie je povolená. Vzťah medzi n_3^t a $\tilde{n}_3^t$ môžeme vyjadriť ako: $n_3^t = R^t \tilde{n}_3^t$. Voľný čas opäť získame odčítaním množstva času venovaného práci a výchove detí od celkového času, ktorý má jednotlivec k dispozícii, teda $1 - n_3^t - s_2 d_2^t$, čo môžeme vyjadriť aj ako $R^t(1 - \tilde{n}_3^t) + (1 - R^t) - s_2 d_2^t$.

2.2.4 Štvrté obdobie života - obdobie poberania starobného dôchodku (65 až 80 rokov):

V tomto období jednotlivec nepracuje, nevychováva deti a taktiež neštuduje, preto celá jednotka času, ktorú má k dispozícii, predstavuje voľný čas: $l_4^t = 1$.

2.3 Celoživotná užitočnosť

Vzťah (6) popisuje celoživotnú funkciu užitočnosti jednotlivca generácie t vstupujúceho do modelu vo veku 20 rokov.

$$U_t = \sum_{j=1}^4 \beta^{j-1} \left[\ln c_j^t + \gamma_j \frac{(l_j^t)^{1-\theta}}{1-\theta} \right] + \gamma_{d_1} \ln d_1^t + \gamma_{d_2} \ln d_2^t. \quad (6)$$

Celoživotná užitočnosť jednotlivca závisí od spotreby a voľného času vo všetkých štyroch obdobiach života a od užitočností z výchovy detí v prvých dvoch obdobiach života. $\gamma_j > 0$ pre $j = 1, 2, 3, 4$ špecifikuje relatívnu hodnotu voľného času oproti spotrebe a β označuje diskontný faktor. Spotrebe a voľnému času sa bližšie venujeme v nasledujúcich dvoch podkapitolách.

Posledné dva členy v rovnici (6) súvisia s užitočnosťou z výchovy detí. Do rozhodovania o počte detí v prvom a druhom období života (označované d_1^t a d_2^t) vstupujú priamo výhody aj nevýhody (náklady) na výchovu dieťaťa. Časť o nákladoch sme spomenuli uviedli v Podkapitole 2.2, kde sme sa zaoberali časovými nákladmi na dieťa, ktoré priamo vstupujú do modelu tým, že znižujú voľný čas a tým aj užitočnosť. Ďalším typom nákladov vstupujúcich do modelu sú finančné náklady na výchovu dieťaťa, ktorým sa budeme venovať neskôr, v Podkapitole 2.5. Čo sa výhod výchovy dieťaťa týka, ako je uvedené v rovnici (6), predpokladáme, že celková užitočnosť jednotlivca závisí od počtu detí, ktoré sa rozhodne jednotliviec vychovávať v jednotlivých obdobiach života. Ako píše Buyes v [1], ide o predpoklad slabého altruizmu, ktorý je hlavným prúdom v mnohých publikáciách. Ďalej sa neráta s deťmi ako s investičným tovarom do budúcnosti. Vzhľadom na tieto skutočnosti, deti rodičom prinášajú úžitok len v období, v ktorom sa narodili. Na záver γ_{d_1} a γ_{d_2} predstavujú parametre preferencií.

2.4 Časové ohraničenia

V tejto podkapitole uvádzame časové ohraničenia, ktoré musia byť pri optimalizácii splnené:

$$l_1^t = 1 - n_1^t - e^t - s_1 d_1^t \quad (7)$$

$$l_2^t = 1 - n_2^t - s_2 d_1^t + s_1 d_2^t \quad (8)$$

$$l_3^t = \Gamma \left[\frac{1}{\Gamma} (R^t(1 - \tilde{n}_3^t))^{\frac{1}{1-\rho}} + \frac{1}{\Gamma} (1 - R^t)^{\frac{1}{1-\rho}} \right]^{\frac{\rho}{\rho-1}} - s_2 d_2^t \quad (9)$$

$$l_4^t = 1 \quad (10)$$

Rovnice (7) a (8) by mali byť čitateľovi zrejmé z definície životného cyklu jednotlivca, ktorú sme ho uviedli v podkapitole 2.2 a vyjadrujú množstvo voľného času v prvom a druhom období života jednotlivca.

Z rovnice (9) si môžeme všimnúť, že ohraničenie na voľný čas v tretej perióde života je mierne upravené oproti verzii, ktorú uvádzame v Podkapitole 2.2.3. Voľný čas v treťom období života jednotlivca sa skladá z dvoch zložiek. Prvou zložkou je voľný čas počas ekonomicky aktívneho obdobia (pred odchodom do predčasného dôchodku), popri práci a výchove detí. Druhou zložkou je voľný čas na predčasnom dôchodku (kedy jednotlivec nepracuje vôbec, ako sme vysvetlili v Podkapitole 2.2.3). V [1] bola prezentovaná úprava, ako ju uvádzame v rovnici (9). Úpravu môžeme vysvetliť ako preferencie jednotlivca mať radšej vyváženú kombináciu oboch spomínaných zložiek voľného času, než väčšie množstvo jednej z týchto zložiek (a malé množstvo tej druhej). Konštanta ρ predstavuje elasticitu substitúcie medzi spomínanými dvoma zložkami voľného času a Γ predstavuje normalizačnú konštantu, aby sa zabezpečilo, že l_3^t prislúcha celkovému množstvu voľného času v treťom období života, teda $1 - n_3^t - s_2 d_2^t$.

Rovnica (10) napokon vyjadruje už spomínanú skutočnosť, že v poslednom, teda štvrtom období života (obdobie poberania starobného dôchodku) už jednotlivci nepracujú, neštudujú a nevychováajú deti, preto všetok svoj čas, ktorý majú k dispozícii (ako uvádzame v Podkapitole 2.2.4, ide o množstvo času normalizované na 1) tvorí voľný čas.

2.5 Spotreba a ohraničenia

Okrem časových ohraničení, ktoré sme uviedli v podkapitole 2.4 náš model tvoria aj ďalšie ohraničenia, ktoré musia byť splnené. V tejto podkapitole uvádzame rozpočtové ohraničenia, ktoré sú v tvare:

$$(1 + \tau_c)c_1^t + a_1^t + \omega_1 d_1^t w_t h_1^t n_1^t (1 - \tau_w) = w_t h_1^t n_1^t (1 - \tau_w) + b w_t h_1^t (1 - \tau_w) (1 - n_1^t - e^t) + z_t \quad (11)$$

$$(1 + \tau_c)c_2^t + a_2^t + (\omega_2 d_1^t + \omega_1 d_2^t)w_{t+1}h_2^t n_2^t(1 - \tau_w) = w_{t+1}h_2^t n_2^t(1 - \tau_w) + bw_{t+1}h_2^t(1 - \tau_w)(1 - n_2^t) + (1 + r_{t+1})a_1^t + z_{t+1} \quad (12)$$

$$(1 + \tau_c)c_3^t + a_3^t + \omega_2 d_2^t w_{t+2}h_3^t R^t \tilde{n}_3^t(1 - \tau_w) = w_{t+2}h_3^t R^t \tilde{n}_3^t(1 - \tau_w) + bw_{t+2}h_3^t(1 - \tau_w)R^t(1 - \tilde{n}_3^t) + b_{er}w_{t+2}h_3^t(1 - \tau_w)(1 - R^t) + (1 + r_{t+2})a_2^t + z_{t+2} \quad (13)$$

$$(1 + \tau_c)c_4^t = (1 + r_{t+2})a_3^t + pp_4^t + z_{t+3}. \quad (14)$$

Ľavá strana rovníc (11), (12), (13) a (14) predstavuje výdavky a alokáciu zdrojov jednotlivca generácie t , zatiaľ čo pravá strana predstavuje jeho finančné zdroje.

V rovnici (11) môžeme vidieť, že v prvom období života jednotlivca sa finančné zdroje skladajú z čistej mzdy po zdanení, kde w_t predstavuje reálnu mzdu v čase t na jednotku efektívnej práce jednotlivca, ktorá závisí od odpracovaných hodín (n_1^t) a výške ľudského kapitálu (h_1^t) jednotlivca z generácie t v prvom období života. $(1 - \tau_w)$ predstavuje zdanenie. Ďalšou zložkou zdrojov jednotlivca v prvom období života je náhrada v nezamestnanosti, ktorá je vyjadrená ako náhrada príjmu za čas, ktorý jednotlivec nepracuje a neštuduje, a teda $bw_t h_1^t(1 - \tau_w)(1 - n_1^t - e^t)$, kde b predstavuje koeficient náhrady v nezamestnanosti a $w_t h_1^t(1 - \tau_w)$ zdanenú mzdu na jednotku práce. Poslednou zložkou finančných zdrojov jednotlivca sú jednorázové vládne príspevky z_t , ktoré môžeme chápať ako iné príspevky jednotlivcom od štátu. Ľavá strana rovnice predstavuje využívanie finančných zdrojov jednotlivcom. Časť zdrojov je využitá na spotrebu (po zdanení) vyjadrenú členom $(1 + \tau_c)c_1^t$. Ďalej jednotlivec využíva zdroje na tvorbu vlastného kapitálu a_1^t . Tretí člen na ľavej strane predstavuje využívanie zdrojov na krytie finančných výdavkov na výchovu detí ako zlomok z čistej mzdy po zdanení, kde ω_1 predstavuje finančné náklady na výchovu "malého" dieťaťa (narodeného jednotlivcovi v aktuálnom modelovanom období) a d_1^t je počet takýchto detí.

Rovnice (12), (13) a (14) sú referovateľné rovnakým spôsobom, ale dochádza k menším modifikáciám. V rovnici (12) je možné pozorovať, že zdroje jednotlivca v druhom období života sa rozširujú o člen $(1 + r_{t+1})a_1^t$, ktorý predstavuje zúročený vlastný

kapitál odložený v prvom období, kde r_{t+1} predstavuje reálnu úrokovú mieru v čase $t + 1$. Naďalej však zostávajú zdrojmi jednotlivca čistá zdanená mzda, náhrada za čas, kedy jednotlivec nepracuje (v tomto období sa už s možnosťou štúdia neuvažuje) a jednorazové vládne príspevky. Ľavá strana rovnice je tiež mierne zmenená a platí, že okrem výdavkov na zdanenú spotrebu $(1 + \tau_c)c_2^t$ a tvorby kapitálu a_2^t , časť zdrojov kryje finančné náklady na výchovu detí ako zlomok zo mzdy po zdanení. Hlavná myšlienka využívania zdrojov zostáva nezmenená, ale k zmene dochádza v člene, ktorý predstavuje výdavky na výchovu detí. Ako sme uviedli v Podkapitole 2.2.2, v tomto období môže jednotlivec vychovávať "staršie" deti, ktoré sa mu narodili v minulom období života (ich počet značíme d_1^t), ale aj "malé" deti, ktoré sa narodili v aktuálnom období života jednotlivca (ich počet značíme d_2^t). Teda finančné výdavky na východu detí predstavuje $(\omega_2 d_1^t + \omega_1 d_2^t)w_{t+1}h_2^t n_2^t(1 - \tau_w)$, kde ω_2 sú finančné náklady na výchovu "staršieho" dieťaťa vyjadrené ako zlomok zo mzdy po zdanení.

V treťom období života nastávajú taktiež zmeny ako v zdrojoch, tak i vo využívaní zdrojov. V rovnici (13) je možné si všimnúť, že zdroje tvorí mzda za odpracovaný čas pred odchodom na predčasný dôchodok: $w_{t+2}h_3^t R^t \tilde{n}_3^t(1 - \tau_w)$. Ďalej už spomínaná náhrada v nezamestnanosti: $bw_{t+2}h_3^t(1 - \tau_w)R^t(1 - \tilde{n}_3^t)$ za čas pred odchodom do predčasného dôchodku, kedy osoba nepracuje, spomínané jednorazové vládne príspevky z_{t+2} v čase $t + 2$ a zúročený kapitál z druhého obdobia života. Najvýraznejšia zmena nastáva pribudnutím zložky zdrojov, a to konkrétne člena $b_{er}w_{t+2}h_3^t(1 - \tau_w)(1 - R^t)$, ktorý vyjadruje výšku predčasného dôchodku ako zlomok b_{er} zo zdanenej mzdy $w_{t+2}h_3^t(1 - \tau_w)$ za obdobie poberania predčasného dôchodku $(1 - R^t)$.

Najvýraznejšia zmena nastáva v štvrtom období života jednotlivca. Ako môžeme vidieť v rovnici (14), zdroje jednotlivca v štvrtom období (v období poberania starobného dôchodku) predstavuje zúročený kapitál z tretieho obdobia $(1 + r_{t+2})a_3^t$, dávka starobného dôchodku pp_4^t a jednorazové vládne príspevky z_{t+3} . Jednotlivec v tomto období nepracuje, preto nemá žiadnu mzdu a taktiež nepoberá štandardnú náhradu v nezamestnanosti za čas, ktorý nepracuje. Výpadok týchto zdrojov je nahradený dávkou starobného dôchodku pp_4^t , ktorej sa budeme venovať v podkapitole 2.6. Rovnako si môžeme všimnúť, že na ľavej strane (ktorá predstavuje využívanie zdrojov) neevidu-

jeme finančné náklady na výchovu detí, keďže v štvrtom období života jednotlivec už nevychováva žiadne deti. Neevidujeme ani tvorbu vlastného kapitálu, keďže v štvrtom období jednotlivci neakumulujú žiadne prostriedky do ďalších období, podľa predpokladu z [1], že jednotlivci na konci štvrtého obdobia nezanechávajú žiadne dlhy ani majetok, preto všetky finančné zdroje použijú na spotrebu.

2.6 Starobný dôchodok

Predpokladáme priebežný verejný dôchodkový systém (tzv. PAYG), v ktorom sú dávky neaktívnych jednotlivcov (v štvrtom období života) v čase t financované príspevkami od aktívnych generácií v čase t (jednotlivcov v prvom, druhom a treťom období života) prostredníctvom daní z príjmov. Po dovŕšení zákonom stanoveného veku odchodu do dôchodku (65 rokov) získava jednotlivec nárok na dávku starobného dôchodku, definovanú ako

$$pp_4^t = \rho_w \sum_{j=1}^3 \left(p_j w_{t+j-1} h_j^t n_j^t (1 - \tau_w) \prod_{i=j}^3 x_{t+i-1} \right) + \rho_f \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (w_{t+3} h_j^{t+4-j} n_j^{t+4-j} (1 - \tau_w)) . \quad (15)$$

Dávka starobného dôchodku jednotlivca generácie t v štvrtej perióde života (ako je možné pozorovať v rovnici (15)) pozostáva z dvoch zložiek, zo zložky súvisiacej s predchádzajúcimi čistými príjmami jednotlivca a z paušálneho základného dôchodku.

Prvá zložka predstavuje zlomok z dôchodkového základu, ktorý sa počíta ako vážený priemer preceneného čistého príjmu jednotlivca zo všetkých troch predchádzajúcich aktívnych období života. Váhy priradené obdobiam predstavujú parametre p_j pre $j = 1, 2, 3$. Keďže ide o váhy, prirodzene musí byť splnené, že $0 \leq p_j \leq 1$ pre $j = 1, 2, 3$ a $\sum_{j=1}^3 p_j = 1$. Parameter ρ_w predstavuje celkový čistý pomer náhrady prvej zložky dôchodkovej dávky. Precenením sa myslí pre násobenie čistého príjmu z každého z troch aktívnych období jednotlivca koeficientami ekonomického rastu od času, z ktorého pochádza príjem až po čas $t + 2$, čo je ilustrované ako $\prod_{i=j}^3 x_{t+i-1}$ pre $j = 1, 2, 3$. Prenásobenie príjmu koeficientom celkového ekonomického rastu zabezpečuje prispôbenie dôchodkovej dávky zvýšeniu celkovej životnej úrovne z času, kedy si jednotlivec

buduje nárok na dôchodok (aktívne obdobia jednotlivca, počas ktorých odvádza dane z príjmu) na čas, kedy poberá starobný dôchodok. Minulé príjmy sú teda prehodnotené rastom miezd v ekonomike. Koeficientu ekonomického rastu sa bližšie venujeme v podkapitole 2.7. Táto zložka dávky starobného dôchodku je zásluhová, pretože celková výška prvej zložky dôchodku do veľkej miery závisí od množstva odpracovaného času n_j^t pre $j = 1, 2, 3$ a výšky ľudského kapitálu h_j^t pre $j = 1, 2, 3$ a samozrejme od rozhodnutia o čase odchodu do predčasného dôchodku R^t .

Druhú zložku dávky starobného dôchodku predstavuje paušálny dôchodok, ktorý dostanú všetci jednotlivci (ktorým vznikol nárok na starobný dôchodok) v rovnakej výške bez ohľadu na ich predchádzajúce príjmy. Hodnota paušálneho dôchodku zodpovedá priemernému čistému pracovnému príjmu v hospodárstve v čase odchodu do dôchodku pre násobeného koeficientom čistého pomeru náhrady ρ_f . Ako je uvedené v [1], tento predpoklad zabezpečuje rast paušálneho dôchodku v súlade s rastom produktivity.

2.7 Ľudský kapitál a ekonomický rast

Ľudský kapitál zohráva v našom modeli dôležitú úlohu. Doteraz sme ľudský kapitál niekoľkokrát spomenuli, pretože sa využíva najmä pri výpočte príjmu a v tejto kapitole si ho predstavíme bližšie. Mieru rastu efektívneho ľudského kapitálu môžeme zapísať nasledovne

$$\Psi(e, g_y, q) = \phi q (\nu g_y^{1-(\frac{1}{\kappa})} + (1 - \nu) e^{1-(\frac{1}{\kappa})})^{\frac{\sigma \kappa}{(\kappa-1)}}. \quad (16)$$

Ide o špecifikáciu CES (konštantná elasticita substitúcie) pre funkciu akumulácie ľudského kapitálu, teda miera komplementarity medzi súkromným časom venovaným vzdelávaniu a vládnyimi investíciami do vzdelávania je vyššia ako v Cobb-Douglasovej produkčnej funkcii. Danú špecifikáciu miery rastu uvádza [1] ako vhodnú, keďže napriek nedostatku empirických dôkazov je takáto špecifikácia veľmi blízko realite v mnohých krajinách OECD. Miera rastu ľudského kapitálu závisí nielen od času investovaného do vzdelania jednotlivca (e), ale aj od vládnych investícií do vzdelávania (g_y) a kvality vzdelania (q). Ďalej ϕ je parameter účinnosti, σ je tzv. scale parameter, ν je tzv. share parameter a κ opisuje elasticitu substitúcie.

Veľkosť ekonomického rastu v čase t môžeme vyjadriť rovnicou

$$x_t = 1 + \Psi(e^t, g_y, q). \quad (17)$$

Rovnica (18) ilustruje predpoklad, že aktuálna generácia mladých jednotlivcov (v prvom období života) zdedí priemernú úroveň ľudského kapitálu od predchádzajúcej generácie jednotlivcov v strednom (druhom) období života, teda

$$h_1^t = h_2^{t-1}. \quad (18)$$

Mladí jednotlivci môžu svoj ľudský kapitál navýšiť časovou investíciou do vzdelania, keďže takáto investícia priamo ovplyvňuje výšku ekonomického rastu, ktorým je ľudský kapitál navyšovaný medzi prvým a druhým obdobím života jednotlivca. Túto skutočnosť ilustruje rovnica

$$h_3^t = h_2^t = x_t h_1^t. \quad (19)$$

2.8 Firmy a mzda

Na začiatku uveďme predpoklad, že firmy sa správajú dokonale konkurenčne, ako na trhu so vstupmi, tak aj na trhu s výstupmi a snažia sa maximalizovať svoj zisk. Všetky firmy na trhu sú identické. Celkový domáci produkt v čase t je daný produkčnou funkciou

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^{1-\alpha}. \quad (20)$$

Keďže ide o Cobb-Douglasovú produkčnú funkciu s konštantnými výnosmi z rozsahu, zisky v ekvilibriu sú nulové. K_t^α predstavuje agregovaný fyzický kapitál v čase t a $H_t^{1-\alpha}$ predstavuje celkovú efektívnu prácu v čase t , počítanú ako

$$\begin{aligned}
H_t &= N_t n_1^t h_1^t + N_{t-1} n_2^{t-1} h_2^{t-1} + N_{t-2} n_3^{t-2} h_3^{t-2} = \\
&= \left(N_t n_1^t + N_{t-1} n_2^{t-1} + N_{t-2} \frac{\tilde{n}_3^{t-2} R^{t-2}}{x_{t-1}} \right) h_1^t,
\end{aligned} \tag{21}$$

kde x_{t-1} predstavuje veľkosť ekonomického rastu v čase $t - 1$. Rovnica (21) sa nena-chádza v článku [3] v podobe, v akej ju uvádzame v našej práci. V našej verzii ide o úpravu, ktorá zabezpečuje invariantnosť v čase a stacionárny rast celkového ľudského kapitálu tak, aby sa zachovala konzistentnosť modelu. Pri úprave rovnice (21) sme vy-užili vlastnosť dedenia ľudského kapitálu z predchádzajúcej generácie jednotlivcov v strednom období života na súčasnú generáciu jednotlivcov v mladom veku uvedenú v (18) v podkapitole 2.7.

Reálnu mzdu vieme vyjadriť (vďaka predpokladu dokonale konkurenčného správania firmami ako hraničný produkt práce, teda

$$w_t = (1 - \alpha) \left(\frac{K_t}{H_t} \right)^\alpha. \tag{22}$$

Ako je uvedené v [1], predpoklad dokonalého konkurenčného správania firmami zabezpečuje, že reálna úroková miera sa rovná čistému hraničnému produktu kapitálu po zdanení, teda

$$r_t = \left[\alpha \left(\frac{H_t}{K_t} \right)^{1-\alpha} - \delta_k \right] (1 - \tau_k), \tag{23}$$

kde δ_k predstavuje úroveň znehodnocovania kapitálu a τ_k je daň z kapitálu.

Vyjadrením $\left(\frac{K_t}{H_t} \right)^\alpha$ z rovnice (23) dostávame

$$\left(\frac{K_t}{H_t} \right)^\alpha = \left(\frac{\alpha(1 - \tau_k)}{r_t + \delta_k(1 - \tau_k)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \tag{24}$$

Ďalej dosadením $\left(\frac{K_t}{H_t} \right)$ do rovnice (22) dostávame reálnu mzdu v čase t vyjadrenú ako

$$w_t = (1 - \alpha) \left(\frac{\alpha(1 - \tau_k)}{r_t + \delta_k(1 - \tau_k)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (25)$$

Nakoniec dosadením H_t zo vzťahu (21) a $\left(\frac{K_t}{H_t}\right)$ zo vzťahu (24) môžeme celkový domáci produkt v čase t vyjadriť ako

$$Y_t = \left(\frac{K_t}{H_t}\right)^\alpha H_t = \left(\frac{\alpha(1 - \tau_k)}{r_t + \delta_k(1 - \tau_k)}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(N_t n_1^t + N_{t-1} n_2^{t-1} + N_{t-2} \frac{\tilde{n}_3^{t-2} R^{t-2}}{x_{t-1}} \right) h_1^t \quad (26)$$

2.9 Vládne rozpočtové ohraničenia

Rovnica

$$\Delta D_{t+1} = D_{t+1} - D_t = G_{yt} + G_{ct} + B_t + PP_t + Z_t + r_t D_t - T_{nt} - T_{kt} - T_{ct} \quad (27)$$

predstavuje rozpočtové ohraničenie vlády. Zmenu vládneho dlhu v čase $t + 1$ označenú ako ΔD_{t+1} predstavuje rozdiel vládneho dlhu v čase $t + 1$ a vládneho dlhu v čase t . Tento rozdiel je určený hospodárením vlády v čase t , teda rozdielom vo vládných výdavkoch a príjmoch.

Výdavky vlády tvoria výdavky na produkciu

$$G_{yt} = g_y Y_t \quad (28)$$

a výdavky na spotrebu

$$G_{ct} = g_c Y_t, \quad (29)$$

kde g_y a g_c predstavuje pomer vládných výdavkov na produkciu a spotrebu z celkovej produkcie v ekonomike. Ďalšími výdavkami vlády sú výdavky na financovanie dávok v nezamestnanosti, do ktorých patrí aj financovanie predčasných dôchodkov, ktoré predstavuje rovnica

$$\begin{aligned} B_t = & (1 - n_1^t - e^t) b w_t h_1^t (1 - \tau_w) N_t + (1 - n_2^{t-1}) b w_t h_2^{t-1} (1 - \tau_w) N_{t-1} + \\ & + R^{t-2} (1 - \tilde{n}_3^t) b w_t h_3^{t-2} (1 - \tau_w) N_{t-2} + (1 - R^{t-2}) b_{er} w_t h_3^{t-2} (1 - \tau_w) N_{t-2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Do výdavkov vlády patria aj výdavky na starobné dôchodkové dávky, ktoré môžeme vyjadriť ako

$$PP_t = \rho_w \sum_{j=1}^3 \left(p_j w_{t+j-4} h_j^{t-3} n_j^{t-3} (1 - \tau_w) \prod_{i=j}^3 x_{t+i-4} \right) N_{t-3} + \rho_f \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (w_t h_j^{t+1-j} n_j^{t+1-j} (1 - \tau_w)) N_{t-3}. \quad (31)$$

Vzťah (31) sa mierne odlišuje od pôvodnej verzie prezentovanej v [3] nakoľko úprava, ktorú uvádzame v našej práci zabezpečuje invariantnosť v čase a je konzistentná so zvyškom modelu.

Ďalšou časťou výdavkov sú výdavky na jednorazové vládne prevody, ktoré môžeme vyjadriť ako

$$Z_t = z_t (N_t + N_{t-1} + N_{t-2} + N_{t-3}). \quad (32)$$

Poslednú časť výdavkov tvoria zaplatené úroky z dlhu v čase t , teda $r_t D_t$. Výdavky vlády sú financované z daní z miezd

$$T_{nt} = \sum_{j=1}^3 n_j^{t+1-j} w_t h_j^{t+1-j} \tau_j N_{t+1-j}, \quad (33)$$

daní z kapitálu

$$T_{kt} = \tau_k [\alpha Y_t - \delta_k K_t] \quad (34)$$

a daní zo spotreby

$$T_{ct} = \tau_c \sum_{j=1}^4 c_j^{t+1-j} N_{t+1-j}, \quad (35)$$

kde τ_k predstavuje zlomok dane z kapitálu, τ_j pre $j = 1, 2, 3$ predstavuje zlomok dane zo mzdy v jednotlivých časoch, α je parameter produkcie, δ_k je miera odpisovania fyzického kapitálu a τ_c predstavuje úroveň dane zo spotreby.

3 Riešenie

Ako sme uviedli v podkapitole 2.3, úlohou modelu je nájsť optimálne $a_1^t, a_2^t, a_3^t, n_1^t, n_2^t, \tilde{n}_3^t, d_1^t, d_2^t, e^t$ a R^t . V rovnovážnom stave budú množstvo času venovaného práci v každej z troch aktívnych periód života ($n_1^t, n_2^t, \tilde{n}_3^t$), počty detí v prvej a druhej perióde života (d_1^t, d_2^t), množstvo času venovaného vzdelaniu (e^t) aj bod odchodu do predčasného dôchodku (R^t) stacionárne, preto ich budeme ďalej označovať bez časového indexu, ako $n_1, n_2, \tilde{n}_3, d_1, d_2, e$ a R . Vďaka tomuto predpokladu bude stacionárny aj voľný čas vo všetkých periódach života, preto ho budeme značiť l_1, l_2 a l_3 . Taktiež úrokovú mieru r_t budeme predpokladať v čase stacionárnu. Mzda, ako je možné vidieť v rovnici (25), závisí od času iba v premennej r_t , ktorá je podľa predpokladu stacionárna v čase a preto sa aj mzda v ustálenom stave nebude v čase meniť. Miera ekonomického rastu je daná, ako vyplýva z rovnice (17), veľkosťou funkcie akumulácie ľudského kapitálu $\Psi(e^t, g_y, q)$. Táto funkcia závisí od času venovaného vzdelaniu, miery výdavkov vlády na produkciu a úrovne vzdelanosti v krajine. Zložky akumuláčnej funkcie ľudského kapitálu sú v čase stacionárne, teda miera ekonomického rastu sa taktiež nebude v čase meniť. Úrok, mzdu a mieru ekonomického rastu budeme ďalej označovať ako r, w a x (okrem rovnice 45, kde časový index miery ekonomického rastu uvedieme kvôli jednoznačnosti). Zderivovaním funkcie užitočnosti podľa veľkosti fyzického kapitálu dostávame podmienky prvého rádu v tvare

$$\frac{c_2^t}{c_1^t} = \beta(1 + r) \quad (36)$$

$$\frac{c_3^t}{c_2^t} = \beta(1 + r) \quad (37)$$

$$\frac{c_4^t}{c_3^t} = \beta(1 + r) \quad (38)$$

Podmienky prvého rádu pre množstvo času venovaného práci v jednotlivých periódach života majú tvar

$$\frac{wh_1^t(1 - \tau_w)(1 - b - \omega_1 d_1)}{c_1^t(1 + \tau_c)} + \beta^3 \frac{\rho_w p_1 wh_1^t(1 - \tau_w)x^3}{c_4^t(1 + \tau_c)} - \frac{\gamma_1}{l_1^\theta} = 0 \quad (39)$$

$$\frac{wh_2^t(1-\tau_w)(-\omega_2d_1-\omega_1d_2+1-b)}{c_2^t(1+\tau_c)} + \beta^2 \frac{\rho_w p_2 wh_2^t(1-\tau_w)x^2}{c_4^t(1+\tau_c)} - \frac{\gamma_2}{l_2^\theta} = 0 \quad (40)$$

$$\frac{1}{c_3^t} \frac{\partial c_3^t}{\partial \tilde{n}_3^t} + \beta \frac{1}{c_4^t} \frac{\partial c_4^t}{\partial \tilde{n}_3^t} + \frac{\gamma_3}{l_3^\theta} \frac{\partial l_3^t}{\partial \tilde{n}_3^t} = 0 \quad (41)$$

kde

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_3^t}{\partial \tilde{n}_3^t} &= \frac{wh_3^t R(1-\tau_w)(-\omega_2d_2+1-b)}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial c_4^t}{\partial \tilde{n}_3^t} &= \frac{\rho_w p_3 wh_3^t R(1-\tau_w)x}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial l_3^t}{\partial \tilde{n}_3^t} &= \Gamma^{-\frac{1}{\rho-1}} ((R(1-\tilde{n}_3))^{1-\frac{1}{\rho}} + (1-R)^{1-\frac{1}{\rho}})^{\frac{1}{\rho-1}} (R(1-\tilde{n}_3))^{-\frac{1}{\rho}} (-R) \end{aligned}$$

Rozhodnutie o optimálnom počte detí v prvej a druhej perióde života nám určujú podmienky v tvare

$$\frac{\omega_1 wh_1^t n_1(1-\tau_w)}{c_1^t(1+\tau_c)} + \beta \frac{\omega_2 wh_2^t n_2(1-\tau_w)}{c_2^t(1+\tau_c)} + \gamma_1 \frac{s_1}{l_1^\theta} + \beta \gamma_2 \frac{s_2}{l_2^\theta} - \frac{\gamma_{d_1}}{d_1} = 0 \quad (42)$$

$$\beta \frac{\omega_1 wh_1^t n_2(1-\tau_w)}{c_2^t(1+\tau_c)} + \beta^2 \frac{\omega_2 wh_3^t R \tilde{n}_3(1-\tau_w)}{c_2^t(1+\tau_c)} + \beta \gamma_2 \frac{s_1}{l_2^\theta} + \beta^2 \gamma_3 \frac{s_2}{l_3^\theta} - \frac{\gamma_{d_2}}{d_2} = 0 \quad (43)$$

Podmienku prvého rádu pre optimálny čas odchodu na predčasný dôchodok môžeme vyjadriť ako

$$\frac{1}{c_3^t} \frac{\partial c_3^t}{\partial R^t} + \beta \frac{1}{c_4^t} \frac{\partial c_4^t}{\partial R^t} + \frac{\gamma_3}{l_3^\theta} \frac{\partial l_3^t}{\partial R^t} = 0 \quad (44)$$

kde

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_3^t}{\partial R^t} &= \frac{wh_3^t(1-\tau_w)(\tilde{n}_3(1-\omega_2d_2-b)+b-b_{er})}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial c_4^t}{\partial R^t} &= \frac{\rho_w p_3 wh_3^t \tilde{n}_3(1-\tau_w)x}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial l_3^t}{\partial R^t} &= \Gamma^{-\frac{1}{\rho-1}} \left[(R^{-\frac{1}{\rho}}(1-\tilde{n}_3)^{1-\frac{1}{\rho}} - (1-R)^{-\frac{1}{\rho}}) \left((R(1-\tilde{n}_3))^{1-\frac{1}{\rho}} + (1-R)^{1-\frac{1}{\rho}} \right)^{\frac{1}{\rho-1}} \right] \end{aligned}$$

Na záver podmienka prvého rádu pre optimálny čas venovaný štúdiu má tvar

$$\frac{1}{c_1^t} \frac{\partial c_1^t}{\partial e^t} + \beta \frac{1}{c_2^t} \frac{\partial c_2^t}{\partial e^t} + \beta^2 \frac{1}{c_3^t} \frac{\partial c_3^t}{\partial e^t} + \beta^3 \frac{1}{c_4^t} \frac{\partial c_4^t}{\partial e^t} - \gamma_1 l_1^{t-\theta} = 0 \quad (45)$$

kde

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_1^t}{\partial e^t} &= \frac{-bwh_1^t(1-\tau_w)}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial c_2^t}{\partial e^t} &= \frac{\partial \Psi(e^t)}{\partial e^t} \frac{wh_1^t(1-\tau_w)(-\omega_2 d_1 n_2 - \omega_1 d_2 n_2 + n_2 + b(1-n_2))}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial c_3^t}{\partial e^t} &= \frac{\partial \Psi(e^t)}{\partial e^t} \frac{wh_1^t(1-\tau_w)(R(\tilde{n}_3(-\omega_2 d_2 + 1 - b) + b - b_{er}) + b_{er})}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial c_4^t}{\partial e^t} &= \frac{\partial \Psi(e^t)}{\partial e^t} \frac{wh_1^t(1-\tau_w)(x_{t+2}(x_{t+1}(\rho_w p_1 n_1 + \rho_w p_2 n_2) + \rho_w p_3 R \tilde{n}_3) + \\ &\quad + \frac{wh_1^t(1-\tau_w)(x_{t+1}(x_{t+2}(\rho_f \frac{1}{3} n_1 + \rho_f \frac{1}{3} n_2) + \rho_f \frac{1}{3} R \tilde{n}_3))}{(1+\tau_c)} \\ \frac{\partial \Psi(e^t)}{\partial e^t} &= \frac{\sigma \kappa}{\kappa - 1} \phi q \left(v g_y^{1-\frac{1}{\kappa}} + (1-v)e^{1-\frac{1}{\kappa}} \right)^{\frac{\sigma \kappa}{\kappa-1}-1} (1-v) \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) e^{-\frac{1}{\kappa}} \end{aligned}$$

3.1 Rovnica populačného rastu

Rovnica (5), ktorú sme prvýkrát uviedli v Podkapitole 2.1 je lineárnym rekurentným vzťahom, teda lineárnou diferenčnou rovnicou druhého rádu v tvare

$$N_t = d_1 N_{t-1} + d_2 N_{t-2}. \quad (46)$$

Jej riešenie v článku [3] nie je explicitne uvedené, preto navrhujeme riešenie nájsť nasledovným spôsobom. Najprv si rovnicu (46) upravíme do tvaru

$$N_t - d_1 N_{t-1} - d_2 N_{t-2} = 0, \quad (47)$$

potom charakteristický polynóm bude

$$\lambda^2 - d_1 \lambda - d_2 = 0. \quad (48)$$

Korene charakteristického polynómu získame štandardným vyriešením kvadratickej rovnice pomocou diskriminantu ako

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{d_1 + \sqrt{d_1^2 + 4d_2}}{2}, \\ \lambda_2 &= \frac{d_1 - \sqrt{d_1^2 + 4d_2}}{2}.\end{aligned}\tag{49}$$

Riešenie lineárnej rekurentnej rovnice (46) bude v tvare

$$N_t = A\lambda_1^t + B\lambda_2^t.\tag{50}$$

Viac ako riešenie nás však zaujíma miera rastu populácie v čase, teda

$$\frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{A\lambda_1^{t+1} + B\lambda_2^{t+1}}{A\lambda_1^t + B\lambda_2^t}.\tag{51}$$

Po úprave zlomku na pravej strane rovnice (51) vydelením každého člena výrazom $A\lambda_1^t$ dostávame

$$\frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{\lambda_1 + \frac{B\lambda_2^{t+1}}{A\lambda_1^t}}{1 + \frac{B\lambda_2^t}{A\lambda_1^t}}.\tag{52}$$

Vďaka vlastnosti $|\lambda_1| < |\lambda_2|$, ktorá je zrejmá zo vzťahov (49) vidíme, že limitne pre čas idúci do nekonečna ($t \rightarrow \infty$) platí

$$\begin{aligned}\frac{B\lambda_2^{t+1}}{A\lambda_1^t} &\rightarrow 0 \\ \frac{B\lambda_2^t}{A\lambda_1^t} &\rightarrow 0\end{aligned}\tag{53}$$

a teda pre vzťah (52) platí

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N_{t+1}}{N_t} = \lambda_1.\tag{54}$$

Hodnota λ_1 teda predstavuje stacionárnu hodnotu populačného rastu v ustálenom

stave, ktorú budeme ďalej označovať

$$PR = \lambda_1 = \frac{d_1 + \sqrt{d_1^2 + 4d_2}}{2}. \quad (55)$$

3.2 Jednorazové vládne prevody

Podľa [3] sa výška jednorazových vládnych prevodov prispôsobuje tak, aby sa pomer dlhu k hrubému domácomu produktu udržal konštantný na úrovni benchmarku v percentuálnych bodoch. Na základe tejto informácie uvádzame návrh na vyjadrenie rovnice pre výšku jednorazových prevodov, ktoré sa vyskytujú v rovniciach (11) až (14). Najprv si však vyjadríme niekoľko potrebných vzťahov a predpokladov. Z rovníc (36), (37) a (38) je zrejmý vzťah, ktorý platí pre zmenu spotreby medzi jednotlivými periódami života, teda

$$\frac{c_{j+1}^t}{c_j^t} = \beta(1+r) \quad j = 1, 2, 3. \quad (56)$$

Ďalej dosadením $c_4^t = \beta^3(1+r)^3 c_1^t$ z rovnice (36) do rovnice (39) dostávame

$$\frac{wh_1^t(1-\tau_w)(1-b-\omega_1 d_1)}{c_1^t(1+\tau_c)} + \beta^3 \frac{\rho_w p_1 wh_1^t(1-\tau_w)x^3}{c_1^t \beta^3(1+r)^3(1+\tau_c)} - \frac{\gamma_1}{l_1^\theta} = 0, \quad (57)$$

čo môžeme po ďalších úpravách zapísať ako

$$\frac{c_1^t}{h_1^t} = \frac{w(1-\tau_w)l_1^\theta [(1+r)^3(1-b-\omega_1 d_1) + \rho_w p_1 x^3]}{\gamma_1(1+r)^3(1+\tau_c)}. \quad (58)$$

Keďže na pravej strane rovnice (58) sú všetky členy stacionárne v čase, môžeme predpokladať stacionaritu aj pre pomer $\frac{c_1^t}{h_1^t}$. Využitím rovnice (19) a uvedeného predpokladu dostávame vzťah

$$\frac{c_1^{t+1}}{c_1^t} = \frac{h_1^{t+1}}{h_1^t} = \frac{h_2^t}{h_1^t} = x. \quad (59)$$

Rovnica (59) ilustruje, že rast spotreby v prvom období života medzi dvoma po sebe idúcimi časovými periódami je úmerný miere rastu v ekonomike.

Ako sme uviedli v úvode tejto podkapitoly, jednorazové prevody domácnostiam v čase

t vláda poskytuje v takej výške, aby zabezpečila stacionárny vládny dlh na úrovni benchmarku vyjadrenom v percentách z celkovej produkcie ako D_t/Y_t .

Rovnicu (27) upravíme na tvar

$$Z_t - T_{ct} = D_{t+1} - D_t - G_{yt} - G_{ct} - B_t - PP_t - rD_t + T_{nt} + T_{kt}, \quad (60)$$

kde

$$\begin{aligned} Z_t &= z_t(N_t + N_{t-1} + N_{t-2} + N_{t-3}) \\ T_{ct} &= \tau_c(c_1^t N_t + c_2^{t-1} N_{t-1} + c_3^{t-2} N_{t-2} + c_4^{t-3} N_{t-3}). \end{aligned}$$

Využitím vzťahov (56) a (59) môžeme spotrebu v ktoromkoľvek čase a perióde života vyjadriť pomocou spotreby c_1^t ako

$$\begin{aligned} c_2^{t-1} &= \frac{\beta(1+r)}{x} c_1^t \\ c_3^{t-2} &= \left(\frac{\beta(1+r)}{x} \right)^2 c_1^t \\ c_4^{t-3} &= \left(\frac{\beta(1+r)}{x} \right)^3 c_1^t. \end{aligned}$$

Po dosadení odvodených vzťahov do (60) dostávame

$$\begin{aligned} & z_t \left[N_t + N_{t-1} + N_{t-2} + N_{t-3} - \tau_c c_1^t \left(N_t + \frac{\beta(1+r)}{x} N_{t-1} + \left(\frac{\beta(1+r)}{x} \right)^2 N_{t-2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{\beta(1+r)}{x} \right)^3 N_{t-3} \right) \right] = D_{t+1} - D_t - G_{yt} - G_{ct} - B_t - PP_t - r_t D_t + T_{nt} + \\ & + T_{kt}. \end{aligned} \quad (61)$$

Po ďalších úpravách dostávame

$$\begin{aligned}
& z_t \left[\sum_{j=1}^4 N_{t+1-j} - \frac{\tau_c}{(1+\tau_c)} \left(\sum_{j=1}^4 \left(\frac{x}{\beta(1+r)} \right)^{1-j} N_{t+1-j} \right) \right] = \\
& = D_{t+1} - D_t - G_{yt} - G_{ct} - B_t - PP_t - r_t D_t + T_{nt} + T_{kt} + \\
& + \frac{\tau_c}{(1+\tau_c)} (wh_1^t(1-\tau_w)(n_1 + b(1-n_1-e) - \omega_1 d_1 n_1) - a_1^t) \cdot \\
& \cdot \left(\sum_{j=1}^4 \left(\frac{x}{\beta(1+r)} \right)^{1-j} N_{t-j+1} \right).
\end{aligned} \tag{62}$$

Teraz sa pozrieme, ako v čase rastú zložky vládnej bilančnej rovnice v čase. Rast produkcie v čase môžeme vyjadriť ako

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{\left(\frac{\alpha(1-\tau_k)}{r+\delta_k(1-\tau_k)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (N_{t+1}n_1 + N_t n_2 + N_{t-1} \frac{\tilde{n}_3 R}{x}) h_1^{t+1}}{\left(\frac{\alpha(1-\tau_k)}{r+\delta_k(1-\tau_k)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (N_t n_1 + N_{t-1} n_2 + N_{t-2} \frac{\tilde{n}_3 R}{x}) h_1^t}. \tag{63}$$

Úpravou a využitím vzťahov (19) a (55) dostávame rast produkcie v čase vyjadrený ako

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = x \cdot PR \tag{64}$$

Rast vládnych výdavkov na spotrebu (G_{ct}) a produkciu (G_{ct}) v čase môžeme vyjadriť ako

$$\begin{aligned}
\frac{G_{ct+1}}{G_{ct}} &= \frac{g_c Y_{t+1}}{g_c Y_t} = x \cdot PR \\
\frac{G_{yt+1}}{G_{yt}} &= \frac{g_y Y_{t+1}}{g_y Y_t} = x \cdot PR.
\end{aligned} \tag{65}$$

Rovnako aj výdavky vlády na financovanie dávok v nezamestnanosti a výdavky vlády na starobné dôchodkové dávky budú v čase rásť súčinom mier populačného rastu (z dôvodu rastu populácie v čase) a ekonomického rastu (z dôvodu rastu fyzického kapitálu), teda

$$\frac{B_{t+1}}{B_t} = \frac{PP_{t+1}}{PP_t} = x \cdot PR \tag{66}$$

Rovnakým spôsobom je možné odvodiť rast vládnych príjmov z daní zo spotreby (T_{ct}), kapitálu (T_{kt}) a miezd (T_{nt}) v čase ako

$$\frac{T_{ct+1}}{T_{ct}} = \frac{T_{kt+1}}{T_{kt}} = \frac{T_{nt+1}}{T_{nt}} = x \cdot PR. \tag{67}$$

Ako sme uviedli v Podkapitole 3.2, veľkosť vládneho dlhu (daná ako percentuálny pomer z HDP) zostáva v čase nezmenená na úrovni benchmarku, teda platí

$$\frac{D_{t+1}}{D_t} = x \cdot PR. \quad (68)$$

Veľkosť vládneho dlhu teda rastie v čase rýchlosťou, s akou rastie samotné HDP, čo predstavuje súčin mier ekonomického a populačného rastu.

Aby ostala zachovaná konzistentnosť rozpočtového ohraničenia vlády vo všetkých časoch, musí platiť, že aj veľkosť výdavkov na jednorazové vládne prevody bude v čase rásť súčinom mier ekonomického a populačného rastu, teda

$$\frac{Z_{t+1}}{Z_t} = x \cdot PR. \quad (69)$$

Dosadením rovnice (32) pre veľkosť vládnych výdavkov na jednorazové vládne prevody do rovnice (69) dostaneme

$$\frac{Z_{t+1}}{Z_t} = \frac{z_{t+1}(N_{t+1} + N_t + N_{t-1} + N_{t-2})}{z_t(N_t + N_{t-1} + N_{t-2} + N_{t-3})} = x \cdot PR, \quad (70)$$

z čoho jednoznačne vyplýva, že veľkosť jednorazových vládnych prevodov rastie v čase mierou ekonomického rastu, teda

$$\frac{z_{t+1}}{z_t} = x, \quad (71)$$

Veľkosti jednorazových vládnych prevodov v rôznych časoch, ktoré vystupujú v rovniciach (11) - (14) môžeme vyjadriť ako násobok jednorazových prevodov v čase t a miery ekonomického rastu ako

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= x z_t, \\ z_{t+2} &= x^2 z_t, \\ z_{t+3} &= x^3 z_t. \end{aligned} \quad (72)$$

3.3 Redukcia rovníc

V úvode Kapitoly 2 uvádzame, že zderivovaním funkcie užitočnosti (2.3) podľa jednotlivých premenných, cez ktoré optimalizujeme, dostávame 10 rovníc (rovnice (36) - (45)) s 10-timi neznámymi. Narozdiel od [3] vykonáme zjednodušenie, kde z rovníc (36), (37) a (38) niekoľkými úpravami vyjadríme rovnice pre neznáme a_1^t , a_2^t a a_3^t a zjednodušíme tak systém na 7 rovníc so 7-mymi neznámymi, čo urýchli výpočet, spresní výsledky algoritmu použitého na výpočet a zjednoduší tak hľadanie riešenia systému.

Na začiatku zo vzťahov (36) až (38) po úprave dostávame

$$\begin{aligned}c_2^t - c_1^t \beta(1 + r) &= 0, \\c_3^t - c_2^t \beta(1 + r) &= 0, \\c_4^t - c_3^t \beta(1 + r) &= 0\end{aligned}\tag{73}$$

kde za c_j^t pre $j = 1, \dots, 4$ dosadíme príslušné vyjadrenia zo vzťahov (11) až (14). Napokon využitím vzťahov (62) a (72) a ich dosadením za z_{t+j} pre $j = 0, \dots, 3$ dostávame sústavu troch rovníc s tromi neznámymi, ktorá je priamočiaro riešiteľná pre a_1^t , a_2^t a a_3^t .

4 Nastavenie modelu a výsledky

V tejto kapitole uvádzame výsledky, navrhovanú reformu a spôsob riešenia modelu popísaného v Kapitole 2. Cieľom je nájsť riešenie nelineárnej sústavy siedmich rovníc so siedmimi neznámymi vyjadrených vzťahmi (39) až (45). Na riešenie systému sme použili funkciu *fsolve*, ktorá je súčasťou programu *MATLAB R2020a*.

4.1 Vstupné údaje

V našom modeli sa vyskytujú dve hlavné kategórie parametrov - parametre kalibrácie a dáta fiškálnej politiky. Parametre kalibrácie sme do veľkej miery prebrali z modelu v [3] a uvádzame ich v Tabuľke 3

Tabuľka 3: Parametre kalibrácie

Parametre produkcie	$\alpha = 0.285$
Produkcia efektívneho ľudského kapitálu	$\Phi = 1.8, \sigma = 0.96,$ $\nu = 0.125, \kappa = 0.375$
Parametre preferencií	$\beta = 0.8, \theta = 0.2, \gamma_1 = 0.052,$ $\gamma_2 = 0.0093, \gamma_3 = 0.162, \gamma_{d1} = 0.08,$ $\gamma_{d2} = 0.04, \rho = 1.63, \Gamma = 2$
Reálna svetová úroková miera	$r = 0.935$
Miera odpisov fyzického kapitálu	$\delta_k = 0.714$
Náklady na dieťa	$\omega_1 = 0, \omega_2 = 0, s_1 = 0.10, s_2 = 0.05$

(zdroj: vlastné spracovanie)

Oproti [3] sa naše parametre kalibrácie líšia pre Φ , ktorého hodnotu sme upravili kvôli rozdielnemu nastaveniu úrovne vzdelania, ktorú uvádzame neskôr v tejto kapitole. Taktiež sme zvýšili parametre preferencií mať deti v oboch periódach života s cieľom namodelovať vyšší záujem jednotlivcov zakladať si rodiny a zvyšovať celkovú mieru pôrodnosti. Zvýšenie preferencií na výchovu detí je v zásade realizovateľné, napríklad zabezpečením lepšej dostupnosti materských škôl a zlepšením podpory rodičov na materskej a rodičovskej dovolenke.

Ďalšou skupinou parametrov sú dáta fiškálnej politiky, ktoré sme v našej práci nastavili tak, aby čo najpresnejšie odzrkadľovali ekonomiku a dôchodkový systém na Slovensku. Nastavenie údajov uvádzame v Tabuľke 4

Tabuľka 4: Dáta fiškálnej politiky

Sadzba dane z kapitálu (%)	$\tau_k = 19$
Sadzba dane z príjmu (%)	$\tau_w = 19$
Spotrebná daň (%)	$\tau_c = 15$
Vládny dlh (% z HDP)	$\frac{D_t}{Y_t} = 60$
Miera náhrady v nezamestnanosti (%)	$b = 50$
Miera náhrady na predčasnom dôchodku (%)	$b_{er} = 60$
Miera náhrady zo zásluhovej zložky dôchodku (%)	$\rho_w = 63.1$
Miera náhrady zo základnej zložky dôchodku (%)	$\rho_f = 0$
Výdavky vlády na spotrebu (%)	$g_c = 16.9$
Výdavky vlády na produkciu (%)	$g_y = 8.9$
Úroveň vzdelania (/100)	$q = 4.46$

(zdroj: vlastné spracovanie)

Sadzba dane z kapitálu je na Slovensku na úrovni 19%. Sadzba dane z príjmu môže byť na úrovni 19% alebo 25% v závislosti od výšky základu dane. V našom modeli uvažujeme so sadzbou vo výške 19%. Spotrebná daň sa Slovensku líši v závislosti od druhu spotrebného tovaru v rozmedzí od 10% do 20%. Pre niektoré špeciálne druhy tovarov (ako napríklad tabakové výrobky alebo alkohol) sa sadzba dane dokonca pohybuje vyššie. V našom modeli sme uvažovali s približnou sadzbou spotrebnej dane na úrovni 15%. Vládny dlh (uvedený v % z HDP) sme stanovili na úroveň 60%, čo do veľkej miery reflektuje priemernú úroveň vládneho dlhu nielen na Slovensku ale vo väčšine krajín OECD. Mieru náhrady v nezamestnanosti sme stanovili na úroveň 50% a mieru náhrady na predčasnom dôchodku na úroveň 60%. Koeficienty náhrady mzdy na starobnom dôchodku sme nastavili ako 63.1% pre zásluhovú zložku dôchodku a 0 pre základnú zložku dôchodku. Uvedené koeficienty mier náhrad na starobnom dôchodku sú použité aj v [3]. Rovnako výdavky vlády na spotrebu a produkciu sme zachovali na pôvodných nastaveniach. Posledným nastavením je určenie parametra úrovne vzde-

lanosti. Jeho hodnotu sme určili podľa PISA-science, teda medzinárodného merania kvality vzdelávania, ktoré bolo podľa [14] pre rok 2018 na Slovensku na úrovni 464.

Na záver, počiatočnú veľkosť populácie vstupujúcej do modelu v čase $t - 3$ sme nastavili na $N_{t-3} = 1$. Výšku ľudského kapitálu jednotlivcov v prvej perióde života pre generáciu, ktorá vstúpila do modelu v čase $t - 3$ sme taktiež modelovali od počiatočnej hodnoty $h_1^{t-3} = 1$. Model je však vzhľadom k týmto nastaveniam invariantný.

4.2 Výsledky

Zásluhová zložka dávky starobného dôchodku jednotlivca sa počíta, ako bolo uvedené v Podkapitole 2.6, ako vážený priemer čistého príjmu jednotlivca zo všetkých troch aktívnych období života. Váhy v tomto vzťahu predstavujú parametre p_j pre $j = 1, 2, 3$. V našom modeli začíname s počiatočným nastavením $p_j = 1/3$ pre $j = 1, 2, 3$, ktoré je konzistentné s nastavením slovenského dôchodkového systému. Príspevky zo všetkých troch aktívnych období života teda vstupujú do výpočtu výšky starobného dôchodku s rovnakou váhou. Ďalej postupne presúvame váhu príspevkov z prvej periódy života do tretej periódy. Poznamenajme, že parametrická úprava prezentovaná v našej práci sa líši od úpravy prezentovanej v [3]. Ako uvádzame v Podkapitole 1.1.2, takéto posuny nemajú negatívny vplyv na výšku dôchodkov. Zo sociologického hľadiska je takáto reforma logická. Mladší jednotlivci nemyslia na dôchodok a chcú svoj čas a peniaze investovať do aktuálnej spotreby a starší jednotlivci sú skôr ochotní s blížiacim sa časom odchodu do dôchodku prispievať viac. Navyše takáto reforma prináša niekoľko benefitov. Nižšie príspevky v prvej perióde života odbreňujú mladých jednotlivcov od potreby myslieť na dôchodok, čo vytvára lepšie podmienky pre investíciu času do vzdelania a výchovy detí. Je preto logické, že množstvo času venovaného práci v prvej perióde života by malo pri efektívnej reforme klesnúť a množstvo času venovaného vzdelaniu a výchove detí naopak rásť. Zároveň však s rastúcou váhou príspevkov v tretej perióde života rastie aj dôležitosť pracovať a prispievať si tak na starobné poistenie. Preto je prirodzené očakávať, že množstvo času venovaného práci v tretej perióde a bod odchodu na predčasný dôchodok sa zvýšia. Nastavenia váh pre jednotlivé reformy uvádzame v Tabuľke 5 a výsledky jednotlivých reforiem uvádzame v Tabuľke 6.

Tabuľka 5: Nastavenia váh pre jednotlivé reformy

	p_1	p_2	p_3
Bez reformy	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
Reforma 1	$\frac{0.8}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1.2}{3}$
Reforma 2	$\frac{0.5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1.5}{3}$
Reforma 3	$\frac{0.3}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1.7}{3}$
Reforma 4	$\frac{0.25}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1.75}{3}$

(zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľka 6: Výsledky jednotlivých reforiem

	n_1	n_2	$\tilde{n}_3$	e	R	d_1	d_2	FR
Bez reformy	0.3023	0.5850	0.5584	0.3438	0.6471	0.7782	0.4818	1.2600
Reforma 1	0.2201	0.5293	0.5110	0.3493	0.6274	1.0368	0.5768	1.6136
Reforma 2	0.1198	0.5212	0.5443	0.3828	0.6488	1.2218	0.5659	1.7877
Reforma 3	0.0420	0.5382	0.5898	0.4213	0.6753	1.2850	0.5142	1.7992
Reforma 4	0.0195	0.5452	0.6033	0.4338	0.6833	1.2921	0.4964	1.7885

(zdroj: vlastné spracovanie)

Oproti pôvodnému nastaveniu je možné pozorovať, že pri Reforme 1, ktorá predstavuje najmenší posun váh do neskoršej periódy nedôjde k efektívnemu výsledku, ktorý sme od reformy požadovali. Množstvo času venovaného práci v prvej perióde života sa podľa očakávaní znížilo, no s ním aj množstvo času venovaného práci v tretej perióde života. Tento čas jednotlivci investovali mierne do vzdelania, ale najmä do výchovy detí. Reforma 2 mala na výsledky rovnaký vplyv, no o niečo viac času jednotlivci investovali do vzdelania. V Reforme 3 a 4 môžeme pozorovať pozitívne zmeny v súlade s tým, čo sme očakávali. Množstvo času venovaného práci v prvej perióde výrazne kleslo, naopak v tretej perióde došlo k jeho nárastu. Zároveň však vzrástlo aj množstvo času venované vzdelaniu a bod odchodu do predčasného dôchodku narástol, čo znamená,

že jednotlivci odchádzajú na predčasný dôchodok neskôr. Pri tretej aj štvrtej reforme došlo k nárastu počtu detí v prvej perióde života, ale aj k počtu detí v druhej perióde života. Obe reformy majú za následok zvýšenie fertility o viac ako 40%. Pri tretej reforme je tento nárast o niečo výraznejší, v štvrtej reforme totiž jednotlivci investovali viac času do vzdelania. Taktiež je možné si všimnúť, že oproti REFORME 3 dochádza pri REFORME 4 k nárastu v počte detí v prvej perióde, ale k miernemu poklesu v počte detí v druhej perióde. Napriek nárastu d_1 je však fertilita po REFORME 4 nižšia ako po REFORME 3. Percentuálne zmeny výsledkov po jednotlivých reformách oproti pôvodnému nastaveniu váh uvádzame v Tabuľke 7

Tabuľka 7: Efekt jednotlivých reforiem na výsledky v %

	Δn_1	Δn_2	$\Delta \tilde{n}_3$	Δe	ΔR	FR
Reforma 1	-27.19	-9.52	-8.49	1.60	-3.04	28.06
Reforma 2	-60.37	-10.91	-2.53	11.34	0.26	41.88
Reforma 3	-86.10	-8.00	5.60	22.54	4.36	42.79
Reforma 4	-93.55	-13.17	8.04	26.18	5.59	41.94

(zdroj: vlastné spracovanie)

Najefektívnejšími reformami pre požadované výsledky sa zdajú byť Reforma 3 a Reforma 4. V oboch prípadoch sa podarilo zvýšiť pôrodnosť a vzdelanie a oddialiť odchod jednotlivcov na predčasný dôchodok, čo zvyšuje zamestnanosť jednotlivcov staršej generácie.

Záver

V Kapitole 1 sme sa venovali Dôchodkovému systému na Slovensku a jeho deleniu. V Podkapitole 1.1.2 sme uviedli vzťah pre výpočet dôchodkovej dávky a venovali sme sa oprávnenosti zmeny časového rozloženia dôchodkových odvodov a jej vplyv na celkovú výšku dôchodkovej dávky.

V Kapitole 2 sme sa venovali zostaveniu modelu prezentovaného v [1] a [3]. Na začiatok sme si zadefinovali základné predpoklady modelu a zaviedli sme, ako budeme označovať niektoré základné premenné v modeli. V Podkapitole 2.1 sme definovali rovnicu rastu populácie, ktorá vyjadruje zmeny veľkostí populácií pre rôzne časy v našom modeli. V Podkapitole 2.2 sme definovali životný cyklus jednotlivca, ktorý je dôležitý pre pochopenie fungovania, vstupov a výstupov modelu. V Podkapitole 2.3 sme predstavili funkciu celoživotnej užitočnosti jednotlivca, ktorá tvorí jednu z hlavných častí modelu, keďže optimálne správanie jednotlivca vyplýva z maximalizácie celoživotnej užitočnosti. Základné ohraničenia pre čas a spotrebu, ktoré musia byť splnené sme prezentovali v Podkapitole 2.4 a v Podkapitole 2.5. Ďalej sme v Podkapitole 2.6 prezentovali dávku starobného dôchodku a jej zložky, ktorá je veľmi dôležitou súčasťou modelovania, keďže váhy vystupujúce v tomto vzťahu sú kľúčovým nástrojom pre analýzu vplyvu časového rozloženia odvodov na skúmané oblasti v našej práci. V Podkapitole 2.7 sme sa venovali ľudskému kapitálu, jeho rastu a vývoju ekonomického rastu podľa ľudského kapitálu. V Podkapitole 2.8 sme si definovali mzdu ako marginálny produkt práce a vyjadrili sme vzťah na jej výpočet. V poslednej podkapitole Kapitoly 2 sme predstavili vládne rozpočtové ohraničenia, ktoré sú dôležité pre odvodenie vzťahov pre jednorazové vládne prevody.

V ďalšej kapitole sme uviedli podmienky prvého rádu, ktoré sú hlavnými podmienkami pri maximalizovaní celoživotnej užitočnosti. Ďalej sme sa venovali riešeniu modelu a možným úpravám, ktoré v [1] nie sú obsiahnuté, nakoľko ide o preprint a mnohé poznatky bolo nutné rozviesť a doplniť. Uviedli sme riešenie rovnice populačného rastu v tvare riešenia lineárnej diferenčnej rovnice druhého rádu. Ďalej sme sa venovali odvodeniu vzťahov pre jednorazové vládne prevody z rovnice vládneho rozpočtového ohraničenia. Na záver Kapitoly 3 sme navrhli zjednodušenie modelu prostredníctvom redukcie troch podmienok prvého rádu.

V poslednej kapitole sme uviedli nastavenie vstupných údajov modelu tak, aby čo

najpresnejšie odrážal nastavenie dôchodkového systému na Slovensku. V neposlednom rade sme v Podkapitole 4.2 predstavili výsledky modelu pri rôznych nastaveniach váh a analyzovali sme vplyv jednotlivých parametrických reforiem na skúmané oblasti.

Aj po napísaní našej práce sa vyskytuje v danej problematike viacero podnetov, ktorými sa môžu budúci autori zaoberať. Prvým z nich je napríklad hlbšia numerická analýza modelu, ktorá by mohla priniesť stabilnejšie riešenia. Ďalej je možné analyzovať aj jednotlivé vstupné parametre a sledovať ich správanie v špecifických prípadoch s cieľom nájsť vhodné nastavenie modelu.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Buyes, T., Heylen, F., Van de Kerckhove, R.: *Pension reform, employment by age, and long-run growth*. In: J Popul Econ 26, 769–809, 2013, dostupné na internete (11.2.2023): <https://link.springer.com/article/10.1007/s00148-012-0416-x>
- [2] Šebo, J., Králik, I., Danková, D.: *Dôchodková politika: Redistribučné a fiškálne súvislosti formovania alternatív*. Bratislava, VEDA: vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, 2019, 209 s., ISBN 978-80-7144-302-5
- [3] Buyes, T.: *Pensions and fertility: a simple proposal for reform*. [online], 2014, dostupné na internete (5.1.2023): <https://ideas.repec.org/p/rug/rugwps/14-888.html>
- [4] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, dostupné na internete (2.4.2023): <https://www.employment.gov.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/dochodkovy-system/>
- [5] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, dostupné na internete (4.4.2023): <https://www.employment.gov.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/dochodkovy-system/i-pilier-dochodkove-poistenie/>
- [6] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, dostupné na internete (2.4.2023): <https://www.mpsvr.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/socialne-poistenie/dochodkove-poistenie/>
- [7] Melicherčík, I.: *Dôchodkové poistenie a penzijné fondy*, prednášky, FMFI UK, Bratislava, 2021
- [8] Sociálna poisťovňa, dostupné na internete (3.4.2023): <https://www.socpoist.sk/news/dochodkova-hodnota-na-rok-2023-bude-164764-eur>
- [9] Vallo, T., Vyhodnocovanie sporivých stratégií v druhom pilieri dôchodkového systému na Slovensku: Diplomová práca, Bratislava, 2016

- [10] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, dostupné na internete (2.4.2023): <https://www.employment.gov.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/dochodkovy-system/ii-pilier-starobne-dochodkove-sporenie/>
- [11] Sociálna poisťovňa, dostupné na internete (25.4.2023): <https://www.socpoist.sk/najdolezitejsie-zmeny-v-socialnom-poisteni-od-roku-2023>
- [12] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, dostupné na internete (2.4.2023): <https://www.mpsvr.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/dochodkovy-system/iii-pilier-doplňkove-dochodkove-sporenie/>
- [13] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, dostupné na internete (2.4.2023): <https://www.mpsvr.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/dochodkovy-system/dobrovolne-sporenie-dochodok/celoeuropsky-osobny-dochodkovy-produkt/>
- [14] Statista, dostupné na internete (26.4.2023): <https://www.statista.com/statistics/1260342/slovakia-pisa-results-by-category/?fbclid=IwAR0m5PzKOYG4npdmtz-ohOHKnNEUhBwRGCFhxFXGoQDgl-k2W5rDlvHhq7E>