

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

STRATÉGIE OBCHODOVANIA FUTURES
KONTRAKTOV NA BITCOIN
DIPLOMOVÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

STRATÉGIE OBCHODOVANIA FUTURES
KONTRAKTOV NA BITCOIN
DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program: Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor: 1114 Matematika
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Adam Martinka
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
(Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Stratégie obchodovania futures kontraktov na Bitcoin
Bitcoin futures trading strategies

Anotácia: V prvej časti práce pôjde o prezentovanie teoretických modelov vývoja ceny Bitcoinu a z toho vyplývajúce oceňovanie futures kontraktov. Následne sa vytvoria stratégie, ktoré budú testované na historických dátach.

Vedúci: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.
Dátum zadania: 10.01.2023

Dátum schválenia: 11.01.2023
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Pod'akovanie:

Chcel by som poďakovať svojmu vedúcemu práce, doc. Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD., za jeho cenné rady a vedenie počas celej mojej práce. Jeho odbornosť a podpora mi veľmi pomohli pri dosahovaní cieľov tejto práce. Taktiež by som sa chcel poďakovať svojej rodine, priateľke, kamarátom a kolegom za neustálu podporu počas celého procesu prípravy tejto diplomovej práce. Nakoniec, ďakujem všetkým, ktorí prispeli k môjmu odbornému a osobnému rastu počas môjho akademického štúdia.

Abstrakt

Diplomová práca analyzuje definíciu a využitie futures kontraktov, ktoré v matematickom kontexte nepatria medzi najpopulárnejšie derivátové nástroje v porovnaní s opciami, swapmi alebo inými exotickými finančnými produktmi. Zamýšľame sa nad rozdielmi medzi futures kontraktmi a dobre známymi forward kontraktmi, a to najprv z hľadiska ich definície a následne v kontexte ich cenovej hodnoty.

V teoretickej časti vytvoríme formulu pre futures kontrakt v riziko-neutrálnom svete za prítomnosti stochastického úroku daného Vašíčkovým modelom, ktorá vo výsledku môže predstavovať dôležitý nástroj pre prípadný ďalší výskum. V našom prípade kalibrujeme túto formulu tak, aby reflektovala vývoj ceny samotného Bitcoinu.

Či už s využitím teoretickej formuly alebo bez nej, v záverečnej časti práce predstavíme niekoľko obchodných stratégií, ktoré sme vyvinuli a následne demonštrujeme ich výkonnosť. Týmto spôsobom ilustrujeme príklady špekulatívneho obchodovania, ktoré sú bežné v oblasti futures kontraktov.

Naša práca predstavuje komplexnú štúdiu o futures kontraktach na Bitcoin, kde spojila teoretické poznatky s praktickými aplikáciami. Veríme, že poslúži ako základ pre ďalší výskum v tejto oblasti alebo ako východiskový bod pre praktické obchodné rozhodnutia.

Kľúčové slová: Bitcoin, futures kontrakty, futures, obchodovacie stratégie, teoretická dynamika ceny futures kontraktu, stochastický kalkulus, Vašíčkov model, Geometrický Brownov pohyb.

Abstract

This thesis analyses the definition and use of futures contracts, which in a mathematical context are not among the most popular derivative instruments compared to options, swaps or other exotic financial products. We reflect on the differences between futures contracts and the well-known forward contracts, first in terms of their definition and then in the context of their price value.

In the theoretical part, we derive a formula for a futures contract in a risk-neutral world in the presence of stochastic interest via Vasicek model, which as a result may constitute an important tool for possible further research. In our case, we calibrate this formula to reflect the evolution of the price of Bitcoin itself.

In the practical part of the paper, we present several trading strategies that we have developed and proceed to demonstrate their performance, whether or not the theoretical formula is applied. In this way, we illustrate examples of speculative trading that are common in futures contracts.

Our work presents a comprehensive study of Bitcoin futures contracts, combining theoretical insights with practical applications. We believe it will serve as a basis for further research in this area or as a starting point for practical trading decisions.

Keywords: Bitcoin, futures contracts, trading strategies, theoretical futures contract price dynamics, stochastic calculus, Vasicek model, Geometric Brownian motion.

Obsah

Úvod	9
1 Základná teória	10
1.1 Blockchain a Bitcoin	10
1.1.1 Porovnanie centralizovaného a decentralizovaného finančného systému (blockchainu)	10
1.1.2 Cena Bitcoinu	12
1.1.3 Iné blockchainové riešenia a ich využitie	12
1.2 Forward kontrakt	12
1.2.1 Definícia	13
1.2.2 Využitia s príkladmi	13
1.2.3 Oceňovacia formulka	14
1.3 Futures kontrakt	15
1.3.1 Definícia	15
1.3.2 Perpetuálny futures kontrakt ([9], [2])	17
1.3.3 Využitie	17
1.3.4 Oceňovacia formulka	17
2 Futures a forward kontrakty	19
2.1 Vzájomné porovnanie cien kontraktov	19
2.2 Ocenenie futures kontraktu	20
3 Kalibrácia futures modelu	25
3.1 Dlhodobé parametre	25
3.2 Kalibrácia Dynamiky Bitcoinovej Ceny	31
4 Analýza vybudovaného modelu	33
4.1 Vzájomná poloha S_t, f_t, F_t a trhovej ceny futures kontraktu	33
4.2 Zmena r_t	34
4.3 Zmena $\theta_{RN}, \alpha, \sigma_r$	34
4.4 Hodnota $\rho_{S,P}$	35

5	Stratégie	37
5.1	Definícia	37
5.2	Metódy hodnotenia efektivity obchodných stratégií	37
5.3	Popis	39
5.3.1	Plán priebehu backtestingu	39
5.3.2	Všeobecný formát stratégie	40
5.4	Stratégie pre perpetuálne futures kontrakty	40
5.4.1	Correlation Friends	40
5.4.2	Trend Follower	48
5.4.3	Revert It	56
5.5	Stratégie pre klasické futures kontrakty	61
5.5.1	Arbi Check	61
5.5.2	KLAM	66
	Záver	71
	Zoznam použitej literatúry	72
	Príloha A	74

Zoznam obrázkov

3.1	Výsledne hodnoty sumy štvorcov z (3.3) v závislosti od zvolenej hodnoty θ_{RN} , ako aj vyznačená hodnota $\hat{\theta}_{RN}$	27
3.2	Vývoj $P(t, T)$ v závislosti od $r(t)$	28
3.3	Volatility smile zvlášť pre Bid a Ask opcie (10.12.2023)	30
3.4	Vývoj simulovaných cien $S(t)$ v jedno dňových tikoch	32
4.1	Porovnanie priebehu ceny nami definovanej teoretickej ceny futures kontraktu, trhovej ceny futures kontraktu, ceny Bitcoinu a teoretickej ceny forward kontraktu.	34
5.1	Priblížený výstup knižnice backtesting.py po aplikácii našej stratégie s konkrétnymi parametrami.	43
5.2	Štatistické výsledky algoritmu correlation friends	45
5.3	Výsledná heatmapa pre voľbu optimálnych parametrov na trénovacej sade dát	51
5.4	Výsledky priebehu algoritmu na testovacích dátach	52
5.5	Grafické zobrazenie uzavretia jednotlivých pozícií v danom časovom intervale	53
5.6	Boxplot ukazujúci všetky stavy účtov na konci každého obchodovania danej Monte Carlo simulácie	54
5.7	Boxplot zachytávajúci maximálne dosiahnuté prepady nášho portfólia.	55
5.8	Príklad otvorenia nových dlhých pozícií pri algoritme Revert It	56
5.9	Výsledné štatistiky po použití algoritmu Revert It na testovaciu sadu dát.	60
5.10	Priblížený výstup knižnice backtesting.py po aplikácii Arbi Check stratégie.	65
5.11	Príklad otvorenia nových dlhých pozícií pri algoritme KLAM	68
5.12	Výsledné štatistiky po použití algoritmu KLAM na testovaciu sadu dát.	69

Úvod

Primárnym cieľom našej diplomovej práce je aplikovanie matematických a informatických znalostí, najmä z oblasti stochastického kalkulusu, finančnej matematiky ([10], [11]) a dátového programovania, s cieľom vysvetliť princípy futures derivátov a matematicky vysvetliť ich dynamiku a správanie sa vo vzťahu k hodnote základného aktíva alebo iného derivátového kontraktu. Nasledujúcim cieľom je vypracovanie niekoľkých špekulatívnych alebo arbitrážnych obchodných stratégií týkajúcich sa Bitcoin futures kontraktov, ktoré budeme vo výsledku vždy vyhodnocovať, čím ukážeme ich potenciálnu výkonnosť.

V úvodnej časti sa budeme zaoberať teóriou, ktorá nespadá priamo do matematickej teórie, avšak poskytne základ pre nasledujúce analýzy. Stručne vysvetlíme podstatu Bitcoinu a technológie blockchainu ([16], [6]), koncept futures a forward kontraktov, ich hlavné využitie a ich vzájomné prepojenie s ohľadom na externé faktory.

V nasledujúcej časti práce sa budeme sústrediť na matematický prístup, kde predstavíme všeobecnejšie popísané prípady v porovnaní s [10], kedy nastávajú rozdiely medzi cenami futures a forward kontraktu. V danej časti využijeme literatúru a poznatky zo stochastického kalkulusu ([15], [11]), kde vypracujeme konkrétnu teoretickú formulu futures kontraktu v riziko-neutrálnom svete, za prítomnosti stochastického úroku. Kalibráciu hodnôt vykonáme buď sami, alebo konkrétnu metodiku a prípadne hodnoty parametrov prepoužijeme z [14]. Taktiež sa zameriame na porovnanie dynamiky daného modelu voči trhovej cene futures kontraktu. Nakoniec analyzujeme jeho celkovú dynamiku vzhľadom na variácie vstupných parametrov.

Posledná časť našej diplomovej práce je venovaná praktickým aspektom, kde navrhne a implementujeme vlastné obchodné stratégie pre Bitcoin futures kontrakty (perpetuálne/klasické). Poznatky z predchádzajúcich častí práce, ako aj z [5] a čiastočnej motivácie z [7], [19] a [12], využijeme pri celkovej metodike tvorby a vyhodnocovania vlastných obchodných stratégií.

Kapitola 1

Základná teória

1.1 Blockchain a Bitcoin

Analýza samotného konceptu Bitcoinu vyžaduje neoddeliteľnú diskusiu o podklade technológie blockchainového systému, ktorý slúži ako základný kontext pre existenciu Bitcoinu. V aktuálnej podkapitole budeme čerpať informácie predovšetkým z [6], [16] a [18].

1.1.1 Porovnanie centralizovaného a decentralizovaného finančného systému (blockchainu)

Pred nástupom blockchainových systémov boli finančné online transakcie praktizované výlučne prostredníctvom centrálnych entít, ako napríklad: komerčné banky, PayPal, Skrill či burzy. Tieto finančné entity podliehajú regulácii zo strany ďalších centrálnych entít, vrátane SEC (Securities and Exchange Commission), centrálnych bánk a štátnych legislatívnych opatrení. V tomto scenári je každá finančná transakcia medzi dvoma subjektmi spracovaná cez jednu z vybraných centrálnych entít, často banku, ktorá podlieha rôznym regulačným štandardom. V prípade, že takáto entita nie je svojimi službami k dispozícii (čo sa môže vyskytnúť pomerne často), napríklad v prípade plánovanej odstávky, transakcia nemusí byť vykonaná okamžite (za predpokladu už implementovaných instantných platieb) alebo môže byť dokonca zamietnutá. Okrem toho, neschopnosť plniť regulačné normy môže viesť k pozastaveniu činnosti tejto finančnej entity, čo však vyžaduje, aby klienti vybrali alternatívne entity pre spracovanie svojich transakcií. Ďalším charakteristickým aspektom centrálnej finančnej entity je možnosť náhle zmeny pravidiel, vrátane poplatkov, maximálnych veľkosti transakcií a podobne. Tieto zmeny môžu klientov postaviť pred nové podmienky, ktoré musia v prípade voľby ďalšieho používania služieb odsúhlasiť. Posledným faktorom, ktorý naznačuje nevýhody spojené s tradičnými finančnými entitami, je skutočnosť, že

v prípade, keď dve finančné inštitúcie, medzi ktorými má prebehnúť transakcia, neimplementujú riešenie instantných platieb, časový rámec potrebný na vykonanie tejto transakcie môže trvať výrazne dlhšie, v niektorých prípadoch až niekoľko dní.

Prvé náznaky vytvorenia akejsi metodiky, ktorá by riešila vyššie spomenuté nedostatky, sa objavili 31.10.2008 publikáciou technického dokumentu s názvom "Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System". Tento dokument, ktorého obsah a podrobná funkčná špecifikácia sú verejne dostupné na [18], položil základy pre nový prístup k finančným transakciám.

Zhrnutie technického dokumentu a funkčnosti blockchainu na jednoduchšej úrovni ukazuje, že systém je postavený na princípe peer-to-peer (p2p) komunikácie. Každý účastník, známy aj ako 'node' alebo 'miner' (ďalej len ako miner), hrá rolu v tejto decentralizovanej sieti, zabezpečujúc plynulý chod celého systému. Miner uchováva informácie o aktuálnom stave účtov v sieti a zároveň potvrdzuje nové transakcie medzi rôznymi účastníkmi. Výhodou je, že všetci mineri majú identické informácie a spoločne, prostredníctvom matematickej kryptografie, participujú na overovaní platnosti transakcií. Mineri sú za overovanie transakcií patrične odmeňovaní.

Takýto prístup eliminuje riziko dlhotrvajúcich výpadkov, pretože v typickom prípade, keď jeden miner prechádza do dočasného výpadku, ostatní mineri v sieti automaticky preberú jeho úlohy v overovaní transakcií a sieť naďalej, bez výpadku, poskytuje svoje služby. Po výpadku sa miner pripojí a synchronizuje sa, t.j. doplní si chýbajúce informácie, ktoré vymeškal a následne opäť participuje v procese overovania transakcií. Týmto spôsobom je zabezpečená neustála dostupnosť systému, a to aj v prípade príležitostných výpadkov jednotlivých minerov.

Je dôležité poznamenať, že v tomto systéme neexistuje centrálny bod zlyhania, a teda žiadny regulátor nemá možnosť úplného vypnutia systému alebo globálneho aplikovania pravidiel. Jedinou možnosťou by teoreticky bola možnosť vypnutia všetkých minerov, čo je málo pravdepodobná udalosť, keďže ich počet pravdepodobne prevyšuje miliónovú hodnotu.

Samotný zdrojový kód potrebný pre fungovanie blockchainu je verejne dostupný na [13], a na jeho vývoji sa aktívne podieľa komunita.

Vzhľadom na to, že celá sieť blockchainu je autonómna a istým spôsobom izolovaná od reálneho sveta, bolo nevyhnutné vytvoriť finančný nástroj, ktorý v tejto sieti bude existovať. Takýmto nástrojom sa stal Bitcoin. Keď sa v reálnom svete hovorí o niekom, že vlastní určitý počet Bitcoinov, znamená to, že táto sieť ho historicky eviduje ako vlastníka daného množstva Bitcoinov. V sieti však nie je vidieť skutočného vlastníka (fyzickú osobu), ale len reťazec znakov (získaný pomocou matematickej kryptografie), čo poskytuje určitý stupeň anonymity. Napriek tomu je táto sieť plne transparentná, čo znamená, že ktokoľvek si môže vyhľadať akúkoľvek transakciu alebo adresu (nejakého človeka, ktorý stojí za danou adresou) a zobrazíť ich aktuálny stav.

1.1.2 Cena Bitcoinu

Cenu Bitcoinu zaznamenal aspoň raz takmer každý kto je zapojený do sveta technológií alebo sleduje aktuálne udalosti. Ide o jeden z najviac volatilných aktív s najvýraznejším cenovým rastom. V roku 2010 sa dal kúpiť na centralizovanej burze za zlomky centov a o 11 rokov neskôr sa jeho cena dostala na úroveň 60 000 eur. Výrazne sa odlišuje od bežných fiat¹ peňazí, ktorých hodnota je zabezpečená centrálnou bankou a od dlhopisov alebo akcií, kde hodnota odzrkadľuje úspech konkrétnej spoločnosti a nálady na trhu. V prípade Bitcoinu nie je jeho cena podložená žiadnym zabezpečením, nie je ničím krytý a nerefektuje úspech konkrétnych podnikov, jedná sa ako sme spomínali iba o evidenciu vlastníctva danej hodnoty Bitcoinu v danej sieti. Jeho hodnota je čisto odvodená od sentimentu na trhu, teda od toho, čomu trh pripisuje spravodlivú hodnotu.

1.1.3 Iné blockchainové riešenia a ich využitie

Na záver vysvetlenia blockchainovej technológie a Bitcoinu je dôležité poznamenať, že ide len o jednu z mnohých blockchainových technológií. Každá z týchto technológií má mierne odlišnú funkcionality. Napríklad Bitcoin blockchain slúži čisto na peer-to-peer prenosy Bitcoinu medzi účastníkmi siete. Ethereum blockchain je akousi nadmnožinou, ktorá dokáže vykonávať aj tzv. smart kontrakty, čo má napríklad uplatnenie v oblasti obchodovania s derivátovými kontraktmi decentralizovaným spôsobom. Zcash naopak, na rozdiel od blockchainových riešení Bitcoinu a Ethereumu, poskytuje úplnú anonymitu (vďaka využitiu technológie zero knowledge proof), čo znamená, že detaily konkrétnej transakcie sú neviditeľné, hoci je proces úspešne dokončenej transakcie medzi dvoma klientmi sledovateľný. Ďalším známym je Graph Blockchain, ktorý funguje ako indexový blockchain pre rýchlejšie vyhľadávanie historických dát v rôznych iných blockchainových sieťach alebo Filecoin Blockchain, ktorý slúži ako decentralizované úložisko súborov.

1.2 Forward kontrakt

Pred samotným vysvetlením pojmu futures kontrakt je vhodné si najprv zadať čo je forward kontrakt, keďže futures kontrakt je rozvinutím tohto základného konceptu. V aktuálnej kapitole budeme čerpať informácie z [10] a [11].

¹akákoľvek štátna mena, ktorá nie je naviazaná na žiadnu cenu inej komodity

1.2.1 Definícia

Forward kontrakt predstavuje právne záväznú dohodu, obvykle súkromného charakteru, uzatvorenú medzi dvoma subjektmi, ktorá reglementuje kúpu alebo predaj aktíva za stanovenú cenu v určenom čase. Jedná sa o finančný derivát, keďže využíva podkladové aktívum, ktoré bude doručené vopred dohodnutom dátume. Účastník, ktorý aktívum kupuje, sa označuje ako držiteľ dlhej pozície (long), zatiaľ čo účastník, ktorý aktívum predáva, je v krátkej pozícii (short). Týmto spôsobom forward kontrakt umožňuje účastníkom zafixovať cenu a podmienky obchodu pre budúcnosť, eliminujúc tak riziká spojené s fluktuáciami trhových cien.

1.2.2 Využitia s príkladmi

Príklad využitia forward kontraktu rozdelíme do dvoch nižšie popísaných kategórií.

Hedge forward kontrakt

Praktické uplatnenie tohto kontraktu je zreteľné na konkrétnom príklade. Predstavme si dve protistrany – farmára, ktorý predáva svoje plody, a obchodníka, ktorý od farmára odkupuje plody na výrobu nápojov. Predpokladajme, že cena plodov je vysoko volatilná: v niektorých mesiacoch môže byť veľmi vysoká, čo môže byť výhodné pre farmára. V opačných mesiacoch, keď je cena relatívne nízka by mohla byť výhodná pre obchodníka.

Avšak dlhodobá výrazná nestabilita ceny môže byť riziková pre obidve strany. V prípade, že cena zostáva vysoko už dlhšie obdobie, obchodník by mohol dlhodobo strácať na zisku, čo môže viesť k uzavretiu prevádzky. V opačnom prípade, pri dlhodobom nízkych cenách, by farmár nemusel vedieť pokrývať náklady na zber a pestovanie, čo by mohlo viesť k ukončeniu jeho farmy. V oboch popísaných prípadoch je vhodné si uvedomiť, že jedna strana nemôže fungovať bez druhej a teda krach farmára alebo obchodníka môže ľahko implikovať krach druhej strany. Ak sa obidve strany zhodnú na tom, že nechcú čeliť takémuto riziku, môžu si medzi sebou uzatvoriť forwardový kontrakt. V rámci tejto dohody si stanovujú množstvo plodov, ktoré bude farmár predávať v určený deň za dohodnutú cenu, nezávisle od aktuálnej trhovej situácie. Týmto spôsobom obidve strany eliminujú riziko vplyvu nestálosti ceny na ich obchodné aktivity.

Špekulatívny forward kontrakt

Ďalším scenárom využitia forward kontraktu môže byť obchodovanie s cieľom dosiahnuť zisk zo zmeny cien na trhu. Predpokladajme, že farmár a obchodník uzatvorili identický forward kontrakt na predaj 1 000 plodov za pevne stanovenú cenu 1 000 eur s konkrétnym dátumom expirácie. V deň expirácie je trhová cena plodov 1,05 eur za

kus. V tejto situácii má obchodník možnosť dosiahnuť zisk, pretože nakúpil plody za nižšiu pevnú cenu a teraz ich môže predávať iným obchodníkom za aktuálnu trhovú cenu, avšak za predpokladu, že sa mu daný akt oplatí viac ako využitie daných plodov na vytvorenie a predaj nápojov. Podobne by to mohlo fungovať aj opačným smerom – farmár by mohol ťažiť z nízkyh trhových cien. Takýto špekulatívny forward kontrakt umožňuje obchodníkom a producentom chrániť sa alebo profitovať zo zmeny trhových cien v budúcnosti.

Nevýhody

Kreditné riziko

Jednou z výrazných nevýhod forward kontraktu je vystavenie sa kreditnému riziku. Toto riziko vzniká v prípade, že jedna zo zmluvných strán kontraktu nedokáže v čase jeho maturity poskytnúť dané aktívum na predaj alebo že druhá strana nedisponuje dostatočnými finančnými prostriedkami na ich kúpu. V prípade ak sa jedná o nesplnenie záväzku hedge forward kontraktu zo strany jedného účastníka môže tá druhá utrpieť finančné straty, a to aj napriek existujúcej dohode.

Likvidita

V situácii, kde je dohoda o forward kontrakte flexibilná a obsahuje klauzulu o možnosti preniesť záväzky na inú stranu, s jej súhlasom, no zároveň je kontrakt z hľadiska obchodovateľnosti neatraktívny, môže byť problematické nájsť vhodnú stranu, ktorá by bola ochotná prevziať záväzky z daného kontraktu. Nedostatok likvidity komplikuje možnosti predčasného ukončenia kontraktu a prevodu záväzkov na inú stranu.

Štandardizácia

Forward kontrakty sú často charakterizované individuálnymi dohodami, pri ktorých podmienky sú vyjednávané priamo medzi oboma stranami. Absencia štandardizácie pravidiel a špecifikácií vyžaduje dôkladné vyjednávanie a presné špecifikovanie každého aspektu kontraktu, čo môže zvýšiť riziko nedorozumení a komplikácií pri jeho implementácii.

1.2.3 Oceňovacia formulka

Vzorec (1.1) vyjadruje podľa [11] hodnotu forwardového kontraktu od času t do maturity času T :

$$F(t, T) = S(t)e^{(r(t)+r_C)(T-t)} \quad (1.1)$$

kde $S(t)$ označuje aktuálnu cenu podkladového aktíva v čase t , a $r(t)$ je úroková sadzba a r_C je poplatok za držanie, obidve platné od času t do maturity času T . V našom

případe pracujeme s Bitcoinom, ktorého poplatok za držanie je nulový, t.j. $r_C = 0$. Ďalej, $F(0, T)$ sa dá interpretovať ako bezarbitrážna cena, ktorá by mala byť vyplatená medzi dlhou a krátkou pozíciou v čase maturity. Potom zisk (1.2), ktorý sa dosiahne v čase T po nakúpení jedného forwardového kontraktu na dlhú pozíciu v čase $t \in [0, T)$, môže byť vyjadrený ako:

$$\Pi_F^l = S(T) - F(t, T). \quad (1.2)$$

Alternatívne, ak ide o krátku pozíciu, zisk (1.3) sa môže vyjadriť ako:

$$\Pi_F^s = F(t, T) - S(T), \quad (1.3)$$

1.3 Futures kontrakt

V aktuálnej kapitole bude členenie podobné tej predošlej, čerpať budeme predovšetkým z [1] a [10].

1.3.1 Definícia

Futures kontrakt je právna dohoda o kúpe alebo predaji určitého komoditného aktíva alebo cenného papiera za vopred stanovenú cenu v určitom čase v budúcnosti. Futures kontrakty sú štandardizované z hľadiska kvality a množstva s cieľom uľahčiť obchodovanie na burze futures.

Kupujúci futures kontraktu na seba preberá záväzok kúpiť a prijať podkladové aktívum, v čase keď vyprší platnosť futures kontraktu. Predávajúci futures kontraktu na seba preberá záväzok poskytnúť a dodať podkladové aktívum v deň expirácie.

Futures kontrakty sú často obchodované prostredníctvom burzových platforiem a v prípade, že sú tieto kontrakty poskytované práve cez burzu, uplatňujú sa na ne nasledujúce charakteristiky. Jedná sa o štandardizované kontrakty, ktoré sú vysoko likvidné (v závislosti od typu podkladového aktíva), umožňujú ich pred expiračný predaj kedykoľvek prostredníctvom burzy, ktorá zabezpečuje existenciu protistrany pre daný obchod. Burza zabezpečuje ochranu pred kreditným rizikom pomocou nástrojov, ako je tzv. margin call.

Margin call v praxi znamená, že obchodník, ktorý má záujem sa pustiť do obchodu s futures kontraktom, musí najprv uhradiť zábezpeku pre prípad nepriaznivých pohybov ceny samotného podkladového aktíva v obchodníkov v neprospech. Keď trh ukazuje, že obchodníkov margin call by nemusel byť postačujúci na pokrytie jeho záväzkov, obchodníka znovu požiadajú o ďalší margin call. Ak obchodník túto požiadavku splní, jeho pozícia na trhu sa udržiava. No ak neuspokojí požiadavky margin callu a trh pokračuje v nepriaznivom pohybe, jeho kontrakt môže byť zlikvidovaný a s ním aj jeho

vložený margin call. Týmto spôsobom a za predpokladu dostatočnej aktivity na trhu, burza efektívne minimalizuje kreditné riziko.

Dôležitý je aj termín "páka", ktorý sa často používa namiesto margin callu. Táto fráza vychádza z toho, že veľkosť požadovaného margin callu určuje rizikovosť a exotickosť daného futures kontraktu. Povedzme, že obchodník uzavrie dlhú pozíciu, napríklad konkrétnej kúpi 1 BTC o 3 mesiace za 30 000 USDT². Jeho vstupný margin call môže byť napríklad 3 000 USDT, čo predstavuje 10-násobnú páku. Ak cena BTC stúpne na konci obdobia na 35 000 USDT, obchodník je v zisku 5 000 USDT. No v prípade, že cena BTC prudko klesne blízko k 27 000 USDT, obchodník môže byť požiadany o ďalší margin call. Ak obchodník nedoloží požadovanú sumu a hodnota BTC klesne pod 27 000 USDT, obchodníková pozícia je zlikvidovaná a s ňou aj vložený margin call. To znamená, že pomocou páky môžu obchodníci vstupovať a zarábať na kontraktoch, na ktoré nemusia mať dostatočne finančné prostriedky.

Preskúvanie stavu aktívnych futures kontraktov burzami sa väčšinou uskutočňuje na medzidennej báze, čo znamená, že aktualizácie požiadavok na margin cally sú vykonávané denne. V prípade kryptobúrz (centralizovaných) sú tieto kontrakty prehodnocované takmer okamžite, čo má zmysel, ak vezmeme do úvahy potrebu minimalizovať kreditné riziko vzhľadom na obchody s veľkými pákami a extrémne volatilnými aktívami. Táto instantná aktualizácia na kryptoburzách umožňuje rýchle reagovanie na trhové pohyby a minimalizuje riziko straty v prípade, že hodnota aktív dramaticky klesne alebo vzrastie. Výhodou je, že burzy môžu v reálnom čase sledovať zmeny v hodnote aktív a okamžite vyžadovať dodatočné zábezpeky od obchodníkov prostredníctvom margin callu, čo prispieva k efektívnejšiemu riadeniu kreditného rizika. To je obzvlášť dôležité v prípade kryptomien, ktoré sú známe svojou vysokou volatilitou a rýchlymi cenovými zmenami.

Rovnako dôležitými charakteristikami sú dva stavy futures kontraktu, ktoré sa nazývajú Contango a Backwardation. Contango je v skratke jav, keď sú úrokové sadzby kladné, vtedy sa cena futures pohybuje nad cenou aktíva (ďalej ako **spot**). Naopak, Backwardation nastáva, keď sú úrokové sadzby záporné a cena futures kontraktu je pod cenou spotu. Tieto stavy poskytujú obchodníkom cenné informácie o očakávaniach trhu a často ovplyvňujú rozhodovanie o obchodných stratégiách.

Stav aktuálneho zisku z daného futures kontraktu sa pravidelne prehodnocuje na dennej báze. V prípade kryptobúrz sa daný zisk prehodnocuje okamžite a preto pri každej aktualizácii sa sleduje aj stav už spomínaného margin účtu. Týmto spôsobom burza zabezpečuje bezpečné a riadené prostredie pre obchodovanie futures kontraktov.

²kryptomena, ktorej hodnota je pomocou zabezpečenia rôznych entít naviazaná na hodnotu USD

1.3.2 Perpetuálny futures kontrakt ([9], [2])

Jedná sa o bežne poskytované kontrakty burzou, ktoré sa od klasických n mesačných futures kontraktov rozlišujú predovšetkým tým, že nemajú definovaný dátum maturity. To znamená, že pozície môžu byť otvorené ľubovoľné obdobie, pokiaľ sa nerozhodneme pozíciu predčasne ukončiť alebo nebude burzou zlikvidovaná kvôli neposkytnutiu margin callu. V ostatných aspektoch ako: dlhá a krátka pozícia, margin cally (páka), sú rovnaké ako pri klasických futures kontraktach. Perpetuálne kontrakty sú známe predovšetkým v oblasti obchodovania s kryptomenami.

Ich užitočnosť spočíva predovšetkým v špekulatívnom obchodovaní, pri ktorom môžu obchodníci využívať pákové funkcie a vyberať si medzi dlhými a krátkymi pozíciami bez ohľadu na aspekt splatnosti kontraktu. To umožňuje obchodníkovi držať pozíciu otvorenú dlhšie obdobie a kontinuálne na nej zarábať.

Ich trhovacia cena sa drží veľmi blízko spotovej a v pravidelných 8 hodinových intervaloch sa zabezpečuje dorovnanie ceny kontraktu na hodnotu spotu cez takzvanú funkcionálnosť funding rate. V stručnosti, v procese funding rate sa počíta hodnota, ktorá implikuje, aký druh pozície (napríklad dlhé pozície) platí funding poplatok druhej strane pozícií (napríklad krátkym pozíciám), čím sa vo výsledku dosahuje dorovnanie spomínaných cien.

1.3.3 Využitie

Využitie futures kontraktov je rovnaké ako pri forward kontraktach a však hlavný rozdiel spočíva v jeho výhodách spomínaných vyššie v definícii.

1.3.4 Oceňovacia formulka

Pri futures kontraktach nie je tak jednoduché odvodiť vzorec pre vývoj ceny ako v prípade forward kontraktu. Môžeme však identifikovať dva kľúčové rozdiely medzi týmito kontraktmi: veľkosť počiatočného vkladu na nákup kontraktu a priebežné hodnotenie kontraktu.

Na rozdiel od forwardových kontraktov, kde nie je potrebný žiadny počiatočný vklad pri ich kúpe, futures kontrakty vyžadujú margin call na marginový účet. Ďalším významným rozdielom je skutočnosť, že futures kontrakt je hodnotený denne a stav aktuálneho marginového účtu sa mení v závislosti od jeho ceny. To znamená, že zisk z futures kontraktu nie je len rozdielom medzi cenou v dátume splatnosti a cenou pri inicializácii ale po správnosti je zisk daný ako súčet denných rozdielov.

Inými slovami, zisk z dlhej pozície zakúpenej futures kontraktu v období od času

$t = 0$ do času T môže byť vyjadrený ako

$$\Pi_f^l = \sum_{i=1}^T f(i, T) - f(i-1, T) = S(T) - f(0, T). \quad (1.4)$$

Podobne pre krátku pozíciu

$$\Pi_f^s = \sum_{i=1}^T f(i-1, T) - f(i, T) = f(0, T) - S(T). \quad (1.5)$$

Kapitola 2

Futures a forward kontrakty

Poznamenajme, že občasne kvôli prehľadnosti budeme funkcie závislé od aktuálnej časovej zložky napr. $X(t, T)$ zapisovať skrátenou formou ako X_t alebo $X(Y(t, T), T)$ ako X_{Y_t} .

2.1 Vzájomné porovnanie cien kontraktov

V predošlej sekcii sme si povedali, že cena futures kontraktu nie je tak ľahko odvoditeľná. Preto si v aktuálnej sekcii priblížime aspekt ceny a ukážeme si v akom prípade je cena futures kontraktu rovnaká ako cena v (1.1).

Nech medziročný úrok $r(t)$ je známy, v poradí $f(i, T)$, $F(i, T)$ je cena futures a forwardového kontraktu v čase i . Nakoniec predpokladajme absenciu arbitrážnych príležitostí. Stratégia, pomocou ktorej ukážeme rovnosť cien kontraktov vyzerá nasledovne: Na konci nultého dňa (začiatok kontraktu) nakúpime $e^{r(1)}$ futures kontraktov na dlhú pozíciu. Na konci prvého dňa zvýšime aktuálnu dlhú pozíciu na $e^{r(1)+r(2)}$. Takýmto štýlom postupujeme až po posledný deň $T - 1$, kde na konci daného dňa budeme vlastniť celkové množstvo $e^{\sum_{i=1}^T r(i)}$ futures kontraktu, keď nastane maturita kontraktu v čase T , tak sa celkové množstvo vynuluje a automaticky finančne vysporiada.

Z toho vyplýva, že na začiatku všeobecne daného dňa $k \in \{1, 2, \dots, T\}$ držíme dlhú pozíciu vo veľkosti $e^{\sum_{i=1}^k r(i)}$ futures kontraktu. Zisk (aj záporný) pre daný deň vieme zapísať pomocou (1.4) ako

$$(f(k, T) - f(k - 1, T))e^{\sum_{i=1}^k r(i)}.$$

Predpokladajme, že zatiaľ nadobudnutý zisk je úročený aktuálnou bezrizikovou úrokovou mierou až do konca dňa T . Zo zisku v deň k by sme teda spolu s bezrizikovým úročením obdržali na konci dňa T

$$(f(k, T) - f(k - 1, T))e^{\sum_{i=1}^k r(i)}e^{\sum_{i=k+1}^T r(i)} = (f(k, T) - f(k - 1, T))e^{\sum_{i=1}^T r(i)}.$$

Výnos celkovej stratégie, je zložený z viacerých takýchto všeobecných dní a preto s opätovným využitím (1.4) ho vieme zapísať ako:

$$\Pi_f^l = \sum_{i=1}^T (f(i, T) - f(i-1, T)) e^{\sum_{j=1}^T r(j)} = (S(T) - f(0, T)) e^{\sum_{j=1}^T r(j)}.$$

Ak ďalej skombinujeme danú stratégiu s kúpou bezrizikového dlhopisu vo veľkosti $f(0, T)$ tak sa výnos mierne upraví na

$$(S(T) - f(0, T)) e^{\sum_{j=1}^T r(j)} + f(0, T) e^{\sum_{j=1}^T r(j)} = S(T) e^{\sum_{j=1}^T r(j)}.$$

Potom ak si vytvoríme druhú stratégiu, v ktorej sa nakúpi celkové množstvo $F(0, T)$ bezrizikového dlhopisu spolu v kombinácii s dlhou pozíciou vo výške $e^{\sum_{j=1}^T r(j)}$ na forwardový kontrakt (uvedomme si, že takýto krok daného množstva kúpi je zabezpečený vďaka spomínanému predpokladu o známosti funkcie $r(t)$), tak s využitím (1.2) je výnos takejto stratégie daný ako

$$(S(T) - F(0, T)) e^{\sum_{j=1}^T r(j)} + F(0, T) e^{\sum_{j=1}^T r(j)} = S(T) e^{\sum_{j=1}^T r(j)}.$$

Našli sme dve stratégie s rovnakým výnosom a počiatočnými výdavkami vo výškach $f(0, T)$ pre prvú stratégiu a $F(0, T)$ pre druhú stratégiu. Za spomenutého predpokladu absencie arbitráže musí platiť $f(0, T) = F(0, T)$.

2.2 Ocenenie futures kontraktu

V tejto časti sa pomocou kombinácie poznatkov z [11] a [15] snažíme dopracovať k teoretickému oceneniu futures kontraktu, v ktorom bude vystupovať stochastický úrok. Zároveň budeme pri ocenení kontraktu postupovať systematickým spôsobom. S využitím takéhoto postupu bude jasné viditeľné v akých prípadoch sa cena forwardu a futures kontraktu bude od seba líšiť.

Postup je nasledovný: nech úrok $r(t)$ je stochastický proces. Z predošlých troch kapitol môžeme poukázať na formulu (1.1), ktorá musí za predpokladu bezarbitrážnosti platiť aj v prípade stochastického úroku. Ďalej v podkapitole 2.1 vzájomného porovnania cien kontraktov sme si pomocou [10] objasnili, že v prípade existencie stochastického úroku v danom prostredí, teoretické ceny kontraktov nemusia byť rovnaké. Z toho vyplýva, že formula futures kontraktu nemusí byť nutne vyjadrená rovnakým spôsobom ako forwardový kontrakt (1.1).

Keďže pri oceňovaní kontraktu budeme pracovať so stochastickým úrokom a vo výsledku sa chceme dopracovať k reálne použiteľnému modelu futures kontraktu, tak bude potrebné pre úrok zvoliť taktiež vhodný stochastický model. Pre náš prípad použijeme Vašíčkov model, ktorého dynamika v riziko neutrálnom svete je definovaná nasledovne [11]:

$$dr(t) = (\theta - \alpha r(t)) dt + \sigma_r dW(t), \quad (2.1)$$

a jeho riešením je

$$r(t) = \frac{\theta}{\alpha} + e^{-\alpha t} \left[r(0) - \frac{\theta}{\alpha} + \sigma_r \int_0^t e^{\alpha s} dW(s) \right], \quad (2.2)$$

kde θ je parameter, ktorý určuje hodnotu, pri ktorej sa chce výška úroku dlhodobo udržiavať, zatiaľ čo α je parameter, ktorý určuje akou rýchlosťou sa k danej hodnote úrok približuje, σ_r označuje volatilitu úroku a $W(t)$ je generátor náhodnosti - Brownov pohyb. Poznamenajme prípad $\sigma_r = 0$, v takom prípade by bol úrok opäť deterministický a cena futuresu by bola opäť definovaná vzťahom (1.1). Je teda vhodné v našom prípade predpokladať, že $\sigma_r \neq 0$.

Z historického hľadiska bol Vašíčkov model, menej akceptovateľným, kvôli tomu, že modelovaný úrok môže nadobúdať aj záporné hodnoty, avšak postupom času, keď sa existencia záporných hodnôt ukázala ako reálna, tak sa model stal populárnejším a bežne používaným.

Naším najbližším cieľom je nájsť volatilitu bezkupónového dlhopisu. Podľa [11] je cena bezkupónového dlhopisu s označením $P(t, T)$, v kontexte úroku modelovaného pomocou (2.2) definovaná ako:

$$P(t, T) = \exp \left(- \left[\frac{\theta}{\alpha}(T - t) + \frac{1}{\alpha} \left[r(t) - \frac{\theta}{\alpha} \right] [1 - e^{-\alpha(T-t)}] - \frac{1}{2} \tilde{\sigma}(t)^2 \right] \right), \quad (2.3)$$

kde $\theta, \alpha, r(t)$ sú členmi z (2.1) a

$$\tilde{\sigma}(t)^2 = \left(\frac{\sigma_r}{\alpha} \right)^2 \left[(T - t) - \frac{2}{\alpha} (1 - e^{-\alpha(T-t)}) + \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha(T-t)}) \right].$$

Keďže rovnosť (2.2) je obsiahnutá v (2.3), tak aj cena bezkupónového dlhopisu je stochastickým procesom a má zmysel počítať jeho volatilitu s označením $\hat{\sigma}_P$. Pre určenie volatility ďalej aplikujme Itôvú lemmu formulovanú v [11] na (2.3). Označme $P(t, T) = g(r_t, t) = g_{r_t}$, potom podľa Itovej lemmy a následnými úpravami dostávame:

$$dP(t, T) = \frac{\partial g_{r_t}}{\partial t} dt + \frac{\partial g_{r_t}}{\partial r_t} dr_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{r_t}}{\partial r_t^2} \sigma_r^2 dt, \quad (2.4)$$

$$dP(t, T) = \left(\frac{\partial g_{r_t}}{\partial t} + \frac{\sigma_r^2}{2} \frac{\partial^2 g_{r_t}}{\partial r_t^2} + \frac{\partial g_{r_t}}{\partial r_t} (\theta - \alpha r_t) \right) dt + \frac{\partial g_{r_t}}{\partial r_t} \sigma_r dW_t.$$

Formulku (2.4) mierne poupravíme na nový tvar, ktorý neskôr vhodne využijeme.

Najprv vyčíslíme derivácie pri stochastickom člene ako

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{r_t}}{\partial r_t} \sigma_r &= \sigma_r \frac{\partial(\exp(-[\frac{\theta}{\alpha}(T-t) - \frac{1}{\alpha}[r_t - \frac{\theta}{\alpha}][1 - e^{-\alpha(T-t)}] - \frac{1}{2}\tilde{\sigma}(t)^2]))}{\partial r_t}, \\ &= \sigma_r \left(\exp\left(-\left[\frac{\theta}{\alpha}(T-t) - \frac{1}{\alpha}\left[r_t - \frac{\theta}{\alpha}\right][1 - e^{-\alpha(T-t)}] - \frac{1}{2}\tilde{\sigma}(t)^2\right]\right) \right) \times \\ &\quad \times \left[\frac{1}{\alpha}(e^{-\alpha(T-t)} - 1) \right], \\ &= \sigma_r g_{r_t} \frac{e^{-\alpha(T-t)} - 1}{\alpha} = \sigma_r P(t, T) \frac{e^{-\alpha(T-t)} - 1}{\alpha}. \end{aligned}$$

Podobne by sme postupovali aj pri určovaní exaktného výsledku derivácií členov pri časovej diferencii v (2.4), avšak kvôli veľkosti výpočtov sa takémuto postupu vyhneme (keďže výsledok nikde prakticky nepoužijeme). Miesto toho nám stačí si uvedomiť, že pri časovej diferencii obsahujú všetky členy deriváciu exponenciálnej funkcie. To znamená, že každý člen po rozpísaní vyprodukuje samotnú funkciu $P(t, T)$. Zvyšné ostávajúce členy pri časovej diferencii označme ako μ_P . V takom prípade sa dostávame k výsledku

$$\frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = \mu_P dt + \sigma_r \frac{e^{-\alpha(T-t)} - 1}{\alpha} dW(t), \quad (2.5)$$

$$\frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = \mu_P dt + \sigma_P dW(t), \quad (2.6)$$

$$\sigma_P = \sigma_r \frac{e^{-\alpha(T-t)} - 1}{\alpha}, \quad (2.7)$$

kde (2.7) je výsledok volatility bezkupónového dlhopisu s použitím Vašíčkovho modelu a (2.6) je podľa [15] nový požadovaný tvar (2.4), s ktorým sa pri oceňovaní bude jednoduchšie pracovať.

Pri stanovení ceny kontraktu je potrebná aj samotná cena podkladového aktíva. V našom prípade teda musíme modelovať spotovú cenu bitcoinu ozn. $S(t)$. Pre spotovú cenu použijeme model geometrického Brownovho pohybu, (ďalej len GBP), definovaného ako:

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu_S dt + \sigma_S dW(t), \quad (2.8)$$

kde μ_S je konštantný drift bitcoinu a σ_S je jeho konštantná volatilita. O vhodnosti zvoleného modelu by sa dalo diskutovať ale pre naše potreby nám stačí aj GBP.

Aktuálne máme k dispozícii všetky zhotovené modely na ocenenie teoretického futures kontraktu. Posledným problémom je, že daný postup ako aj oceňovacia formula v [15] pracuje s oboma formulkami (2.8, 2.6) v riziko neutrálnom svete. Prevedme teda dynamiku spotovej ceny bitcoinu do riziko neutrálneho sveta.

Nech (2.8) reflektuje spotovú cenu bitcoinu a $dB(t) = B(t)r(t)dt$ je dynamika jednotkovej investície na bankovom účte. Uvedomme si, že dynamika investície na bankovom účte musí byť stochastický proces, keďže v nej vystupuje úrok, ktorý je sám stochastickým procesom. Všeobecná oceňovacia formulka a definícia martingalu [15] hovorí, že hodnota obchodovateľného aktíva X vyjadrená v jednotkách iného obchodovateľného aktíva Y je martingal pod nejakou pravdepodobnostnou mierou. V našom prípade, cena bitcoinu vyjadrená v jednotkách investície v bankovom účte je martingal v riziko neutrálnej miere:

$$\frac{S(t)}{B(t)} = E^Q \left[\frac{S(T)}{B(T)} \mid \mathcal{F}_t \right],$$

kde \mathcal{F}_t je filtrácia a $\frac{S(t)}{B(t)}$ je adaptovaný proces vzhľadom na danú filtráciu. Aby člen $\frac{S(t)}{B(t)}$ bol martingalom pod mierou Q , tak dynamika musí spĺňať nasledovne:

$$d \left(\frac{S(t)}{B(t)} \right) = \sigma_S \frac{S(t)}{B(t)} dW^Q, \quad (2.9)$$

Aplikujme na daný člen súčinové pravidlo [11] a upravujme výraz až pokiaľ nedostaneme požadovaný tvar (2.9) :

$$\begin{aligned} d \left(\frac{S_t}{B_t} \right) &= \frac{dS_t}{B_t} + S_t d \left(\frac{1}{B_t} \right) = \frac{dS_t}{B_t} - S_t r_t B_t^{-1} dt, \\ d \left(\frac{S_t}{B_t} \right) &= \frac{\mu_S S_t dt + \sigma_S S_t dW_t}{B_t} - r_t S_t B_t^{-1} dt, \\ d \left(\frac{S_t}{B_t} \right) &= \sigma_S \frac{S_t}{B_t} \left(\frac{\mu_S - r_t}{\sigma_S} dt + dW_t \right) = \sigma_S \frac{S_t}{B_t} dW_t^Q. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Z (2.10) si môžeme všimnúť, že $dW_t^Q = \frac{\mu_S - r_t}{\sigma_S} dt + dW_t$, čo opätovne dosadíme do rovnice GBP (2.8), z čoho po preskočených úpravách spolu s využitím Girsanovej vety [11] dostávame dynamiku pre spotovú cenu bitcoinu v riziko neutrálnej miere

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = r(t)dt + \sigma_S dW_1^Q. \quad (2.11)$$

Predpokladajme, že máme úrok $r(t)$, ktorý je zobrazený v riziko neutrálnom svete (aktuálne úrok v (2.1) je zobrazený v reálnom svete ale danú transformáciu vykonáme v neskoršej časti práce). Potom za predpokladu riziko neutrálneho úroku je aj formulka bezkuponového dlhopisu v (2.6) zobrazená už v riziko neutrálnej miere. Vo výsledku to znamená, že formulka (2.6) musí spĺňať nasledovné:

$$\frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = r(t)dt + \sigma_P dW_2^Q. \quad (2.12)$$

Z takéhoto dôsledku by sa dala určiť rovnosť $\mu_P = r_t$, rovnako ako v postupe pri cene Bitcoinu. (2.10).

Konkrétny rozdiel ceny futures kontraktu od forward kontraktu určuje aj korelácia samotnej spotovej ceny Bitcoinu a úroku. Pre náš prípad chceme dané správanie pridať do modelu a to tak, že si najprv formuly (2.11, 2.12) poupravíme aby obsahovali danú koreláciu ako:

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = r(t)dt + \bar{\sigma}_S dW^*, \quad (2.13)$$

$$\frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = r(t)dt + \bar{\sigma}_P dW^*, \quad (2.14)$$

kde $W^* = [\hat{W}_1, \hat{W}_2]^T$, kde \hat{W}_1, \hat{W}_2 sú nezávislé Brownové pohyby, $\bar{\sigma}_S = [\sigma_S, 0]$ a $\bar{\sigma}_P = [\rho\sigma_P, \sqrt{1-\rho^2}\sigma_P]$ a zároveň platí: $W_1^Q = \hat{W}_1, W_2^Q = \rho\hat{W}_1 + \sqrt{1-\rho^2}\hat{W}_2$.

Dané vzťahy zabezpečujú koreláciu medzi dlhopisom a cenou podkladového aktíva, ktoré použijeme rovno v oceňovacej formulke pre cenu futuresu danú ako ([15] str. 373):

$$f(t, T) = F(t, T) \exp\left(\int_t^T (\bar{\sigma}_P - \bar{\sigma}_S)^T \bar{\sigma}_P du\right).$$

čo po dosadení (1.1, 2.13, 2.14) a následnom vyčíslení vieme zapísať ako konkrétnu **oceňovaciu formulu pre futures kontrakt**:

$$f(t, T) = \frac{S(t)}{P(t, T)} \exp\left[\frac{\sigma_r^2}{\alpha^2} \left(\frac{1 - e^{-2\alpha(T-t)}}{2\alpha} - 2\frac{1 - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha} + T - t\right) - \frac{\sigma_r \sigma_S \rho}{\alpha} \left(\frac{1 - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha} + t - T\right)\right], \quad (2.15)$$

kde $S(t)$ je cena bitcoinu spolu s jeho volatilitou σ_S podľa (2.13), $P(t, T)$ je opäť cena dlhopisu spolu s jeho volatilitou σ_P , kde ρ je parameter, ktorý určuje koreláciu medzi spotovou cenou a cenou dlhopisu a α je parameter z Vašíčkovho modelu (2.1).

Kapitola 3

Kalibrácia futures modelu

3.1 Dlhodobé parametre

V danej kapitole sa budeme zaoberať postupnou kalibráciou parametrov modelu odvodeného v (2.15). Aby bolo jasné čo v danom modeli je nutné kalibrovať, tak si postupne rozoberieme jeho jednotlivé členy. Člen $S(t)$ sú samotné dáta cien Bitcoinu [4], ktoré máme k dispozícii z verejne dostupných zdrojov, zatiaľ čo člen $P(t, T)$ je možné počítať podľa vzťahu (2.3). Členy, ktoré bude potrebné kalibrovať sú $\sigma_r, \sigma_S, \alpha, \rho, \theta$. Začnime členmi σ_r, α, θ , ktoré prináležia formulke (2.1). Podľa inšpirácie MLE odhadov z diplomovej práce [14] a využitím dátovej sady z [17] sú parametre Vašíčkovho modelu v reálnom svete, v čase písania práce nasledovné:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= 0,6775961, \\ \hat{\theta} &= 0,005496239, \\ \hat{\sigma}_r &= 0,0001961982.\end{aligned}$$

Parameter ρ , odhadneme pomocou Pearsonovho korelačného koeficientu, ktorého formulka sa reprezentuje ako

$$\hat{\rho}_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.1)$$

kde $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$. Ako sme už spomínali, zaujímame sa o koreláciu medzi Bitcoinom a dlhopisom. Na aplikáciu formulky (3.1) pre odhad korelácie by sme potrebovali samotné historické dáta Bitcoinu ako aj cenu dlhopisu. Zatiaľ čo cenu Bitcoinu máme k dispozícii, tak vývoj ceny diskontného dlhopisu by sme si mohli vyhotoviť podľa formulky (2.3), avšak tu nastáva prvý problém. Formulka (2.3) je zobrazená v riziko neutrálnom svete a zároveň obsahuje člen $r(t)$, pre ktorý sme už pred tým predpokladali, že je takisto zobrazený v riziko neutrálnom svete, avšak formulka z (2.1), pre ktorú sme získali nakalibrované hodnoty je zobrazená v reálnom svete. Pre korektnosť

je potrebné používať nakalibrované hodnoty v riziko neutrálnom svete. Odhady pre α a σ_r použitím MLE sú rovnaké, či už sa jedná o riziko neutrálny alebo reálny svet, v prípade hodnoty θ je to inak. Konkrétne, ak formuláciu Vašíčkového modelu v (2.1) premietneme, tak aby sme výslednou kalibráciou obdržali riziko neutrálne parametre:

$$\begin{aligned} dr(t) &= (\theta - \alpha r(t))dt + \sigma_r(dW^Q(t) - \lambda dt), \\ dr(t) &= (\theta_{RN} - \alpha r(t))dt + \sigma_r dW^Q(t). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Z rovnice (3.2) potrebujeme určiť hodnotu parametra $\theta_{RN} = \theta - \sigma_r \lambda$, ktorá bude následne započítavaná do dynamiky samotného dlhopisu. Hodnotu θ_{RN} môžeme odhadnúť pomocou implicitného výpočtu, ktorý využíva existujúce údaje o krátkodobých úrokových sadzbách. S konkrétnou hodnotou $r_{\Delta t}$ môžeme vypočítať hodnotu $P(t, T)$ pomocou vzťahu $P(t, t + \Delta t) = e^{-r_{\Delta t} \Delta t}$. Následne dosadíme všetky známe hodnoty do rovnice (2.3), kde zostane jediný neznámy parameter, θ_{RN} . V našom prípade máme k dispozícii najnovšiu hodnotu 30-dňovej úrokovej sadzby, $r_{30} = 0,0388$, pomocou ktorej môžeme určiť hodnotu 30-dňového dlhopisu ako $P(0, \frac{1}{12}) = e^{-r_{30} \frac{1}{12}}$. Tieto hodnoty spolu s použitím už nakalibrovaných hodnôt $\hat{\alpha}, \hat{\sigma}_r$ doplníme do rovnice (2.3), čím získame vzorec v tvare

$$P\left(t, t + \frac{1}{12}\right) = \exp\left(-\left[\frac{\hat{\theta}_{RN}}{\hat{\alpha}}(T-t) + \frac{1}{\hat{\alpha}}\left[r_{30} - \frac{\hat{\theta}_{RN}}{\hat{\alpha}}\right]\left[1 - e^{-\hat{\alpha}(T-t)}\right] - \frac{1}{2}\tilde{\sigma}(t)^2\right]\right).$$

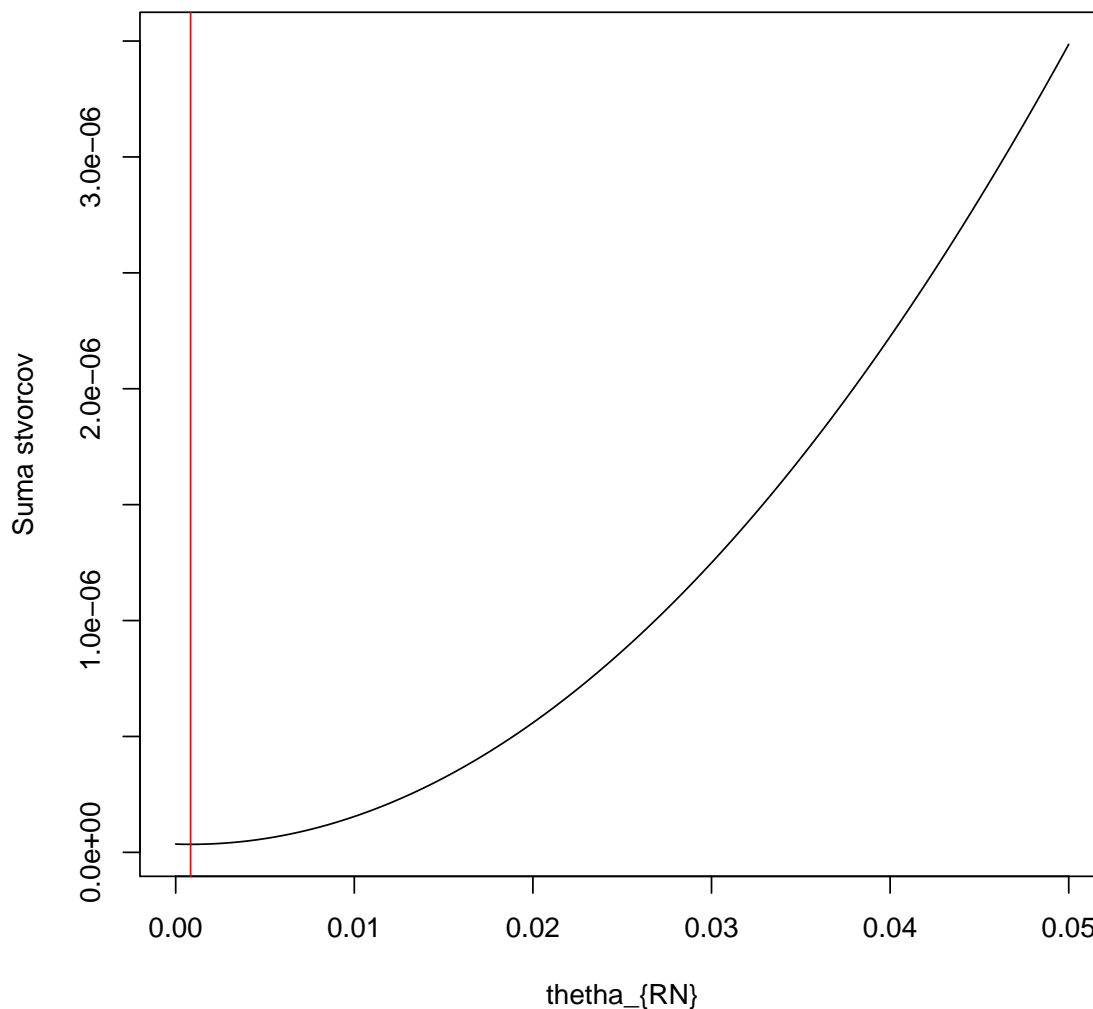
Potom implicitným výpočtom dostaneme hodnotu $\hat{\theta}_{RN} = 0,026$ pre najaktuálnejšiu hodnotu r_{30} .

Ak by sme brali len najaktuálnejšiu hodnotu úroku pre implicitný výpočet θ_{RN} , jej hodnota bude na vysokej úrovni, keďže bola získaná z celkovo vysoko nastavenej úrokovej sadzby. To vo výsledku znamená, že θ_{RN} nemusí byť vhodne nakalibrovaná, keďže pri jej kalibrácii nebolo uvažované širšie spektrum historických hodnôt $r(i)_{30}$. Korektnejší spôsob na získanie výslednej hodnoty $\hat{\theta}_{RN}$ by určite zahŕňal použitie viacerých dostupných hodnôt $r(i)_{30}, i = m, \dots, n, m > 1$. V našom prípade použijeme na dĺžku rovnakého časového okna historických hodnôt $r(i)_{30}, i = m, \dots, n, m > 1$ ako v prípade kalibrácie reálnych parametrov z (2.1) metódu najmenších štvorcov. Označme dočasne rovnicu (2.3) s použitím doposiaľ nakalibrovaných parametrov ako $g(\theta_{RN}, r(i)_{30}) = P(\theta_{RN}, \hat{\alpha}, \hat{\sigma}_r, r(i)_{30})$. V našom prípade budeme riešiť úlohu

$$\sum_{i=m}^n \left(e^{-r(i)_{30} \frac{1}{12}} - g(\theta_{RN}, r(i)_{30})\right)^2 \implies \min_{\theta_{RN}} \quad (3.3)$$

kde výsledná hodnota optimalizačným algoritmom s použitím funkcie `optim()` v jazyku R vyšla ako $\hat{\theta}_{RN} = 0,000834$, čo je približne šesťkrát menšia hodnota ako reálna

$\hat{\theta}$. Závislosť výslednej hodnoty sumy štvorcov z (3.3) od zvolenej hodnoty θ_{RN} ako aj zobrazenej hodnoty $\hat{\theta}_{RN}$ môžeme pozorovať na (Obr. 3.1).

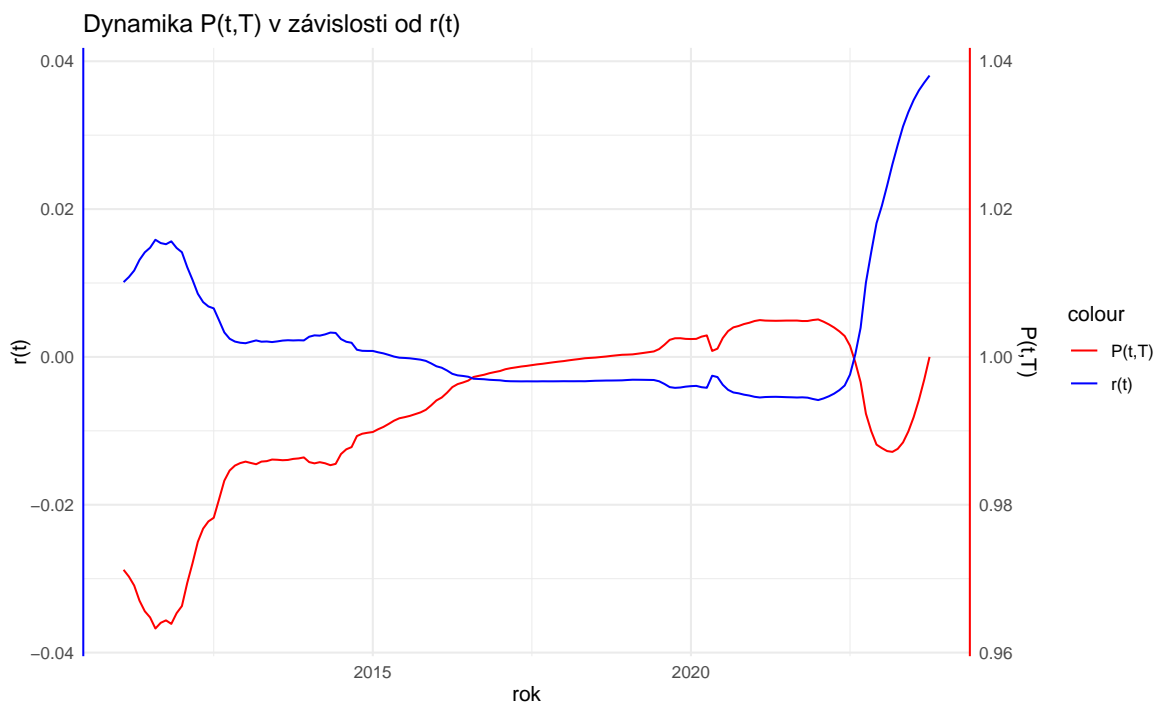


Obr. 3.1: Výsledne hodnoty sumy štvorcov z (3.3) v závislosti od zvolenej hodnoty θ_{RN} , ako aj vyznačená hodnota $\hat{\theta}_{RN}$

Aktuálne sme vypočítali hodnotu $\hat{\theta}_{RN}$, ktorá bude implicitne zahrnutá vo všetkých formuláciách využívajúcich rovnicu (2.3) opäť pôvodným značením $\hat{\theta}$, aj keď budeme mať na mysli nakalibrovaný parameter v riziko neutrálnom svete.

Príklad generovaných hodnôt diskontného dlhopisu môžeme vidieť na (Obr. 3.2), kde na modrom grafe môžeme sledovať dynamiku reálnych hodnôt short rate (hodnoty na ľavej modrej osi y) v časovom rozsahu od roku 2012 po rok 2022. Na červenom grafe môžeme pozorovať vývoj diskontného dlhopisu podľa vzorca uvedeného v rovnici (2.3), s implicitným využitím $\hat{\theta}$ (t.j. $\hat{\theta}_{RN}$) (reálne prislúchajúce hodnoty sú na pravej

červenej osi).



Obr. 3.2: Vývoj $P(t, T)$ v závislosti od $r(t)$

Správanie generovanej ceny $P(t, T)$ v závislosti od úrokového procesu $r(t)$ vyplýva priamo zo zvolenej matematickej formulácie v (2.3). Ak chceme mať viac ekonomicky náhľad, tak ceny dlhopisov reagujú na zmeny úrokových sadzieb, tak že pri nárastoch úrokových sadzieb sú existujúce dlhopisy menej atraktívne v porovnaní s novými emisiami, ktoré ponúkajú vyššie úroky. Naopak, počas období poklesu úrokových sadzieb môže cena $P(t, T)$ vzrásť, keďže existujúce dlhopisy s vyššími úrokmi môžu získať na hodnote. Zároveň je dôležité, aby cena $P(t, T)$ splnila podmienku dosiahnutia nominálnej hodnoty v čase splatnosti, čo je v súlade s matematickým modelom.

Pre presný výpočet bodového odhadu korelácie medzi cenou Bitcoinu a diskontným dlhopisom je nevyhnutné zväziť časovú závislosť volatility dlhopisu, označenej σ_p . Našou úlohou je zohľadniť, že volatilita, vyjadrená vzorcom (2.7), dosahuje v čase $t = T$ hodnotu nula. Táto časová závislosť nám bráni v použití štandardnej metódy výpočtu korelácie medzi dvoma aktívami na základe medzidennej výnosnosti. Preto je rozumnejšie zvoliť iný prístup.

V rovnici (2.3) vidíme jediný stochastický člen a to $r(t)$. Práve preto budeme počítat koreláciu medzi danou dynamikou úrokov a logaritmom výnosov Bitcoinu. Jedná sa teda o koreláciu medzi dvomi spojitými procesmi, ktoré sú definované nasledovne:

$$\begin{aligned} dr(t) + \alpha r(t)dt &= \theta dt + \sigma_r dW^1(t), \\ \frac{dS(t)}{S(t)} &= \mu_S dt + \sigma_S dW^2(t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Výsledná korelácia sa bude počítať ako $\rho(\frac{dS(t)}{S(t)}, dr(t) + \alpha r(t)dt)$ alebo v našom diskretnom prípade $\rho(\frac{\Delta S(t)}{S(t)}, \Delta r(t) + \alpha r(t)\Delta t)$. Na základe vypočítaného korelačného koeficientu môžeme interpretovať finálny odhad korelácie medzi cenou Bitcoinu a diskontovaným dlhopisom v riziko neutrálnom svete.

Odhadovaný korelačný koeficient vypočítaný z denných výnosov historických dát Bitcoinu a miernou modifikáciou short rate modelu (3.4), môžeme interpretovať ako

$$\hat{\rho}\left(\frac{dS(t)}{S(t)}, dr(t) + \alpha r(t)dt\right) = 0.006649654 \approx \hat{\rho}(S, P). \quad (3.5)$$

Tento odhad však nebol považovaný za štatisticky významný, keďže p-hodnota z Spearmanovho korelačného testu je 0,5838, čo nám nedáva dôvod na zamietnutie nulovej hypotézy $H_0 : \rho(S, P) = 0$.

Posledným kľúčovým parametrom na kalibráciu je volatilita Bitcoinu. Tú budeme chcieť odhadnúť pomocou implikovanej volatility. Dôvod prečo nebudeme používať historickú volatilitu je ten, že sa volatilita aktíva aproximuje pomocou historických dát a teda odráža minulú volatilitu aktíva, zatiaľ čo implikovaná volatilita sa snaží určiť budúcu volatilitu daného aktíva. V prípade ocenenia futuresu kontraktu nám prišlo rozumnejšie použiť implikovanú volatilitu.

Pri stanovení implikovanej volatility sa zohľadňuje viacero faktorov, kde jedným z najdôležitejších je využitie samotných cien opcií na dané aktívum. Taktiež pri odhade hodnoty využívame známu Black-Scholes-Merton formulu [11], ktorá sa interpretuje nasledovne:

$$\begin{aligned} C &= SN(d_1) - Ke^{-rt}N(d_2), \\ d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma_S^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_S\sqrt{(T-t)}}, \\ d_2 &= \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma_S^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_S\sqrt{(T-t)}}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

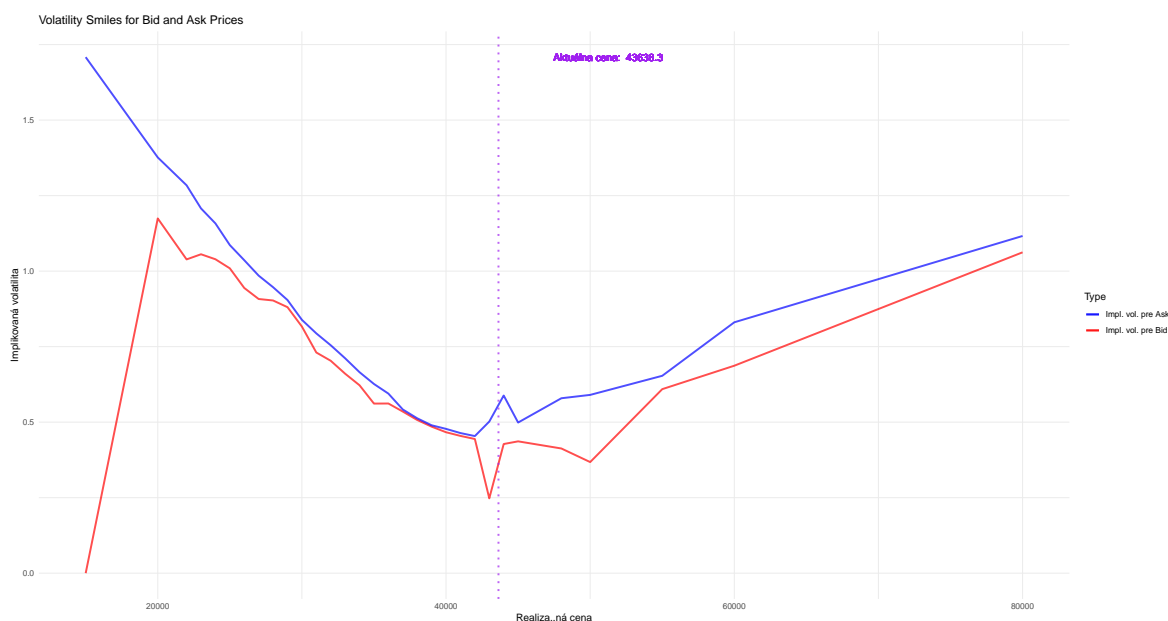
kde C je cena call opcie, N je kumulovaná distribučná funkcia štandardného normálneho rozdelenia, K je realizačná cena, T čas expirácie call opcie a zvyšné parametre v (3.6) sú rovnakého charakteru ako v predchádzajúcich častiach práce. Model v (3.6) má mnohé využitia, z čoho jedno z hlavných je použitie vzorca na teoreticky férové ocenenie call opcie. Avšak, my aktuálny model použijeme pre získanie hodnoty implikovanej volatility, pričom v (3.6) máme hodnoty pre všetky členy [4] okrem σ_S . Tú následne dopočítavame implicitne, tak aby teoretická cena call opcie zodpovedala trhovej cene.

Pri porovnávaní trhovej ceny a teoretickej ceny call opcií s rôznymi realizačnými cenami K_i a K_j je očakávateľné, že implikované volatility $\hat{\sigma}_i$ a $\hat{\sigma}_j$ nebudú vždy zhodné. Tento fenomén je prirodzený, nakoľko tieto call opcie zdieľajú rovnaké parametre s výnimkou svojich realizačných cien. V prípade, že trhová cena call opcie sa približuje

k jej teoretickej hodnote, implikovaná volatilita býva relatívne nízka. Naopak, keď je trhovú cenu call opcie výrazne odlišná od jej teoretickej hodnoty, implikovaná volatilita sa zvyšuje.

Dôvod, prečo by sa tieto implikované volatility mali správať podľa uvedených úvah, je často spojený s ekonomickými faktormi. Aj keď sa nebudeme podrobne venovať týmto aspektom, možno intuitívne vysvetliť, že likvidita trhu môže zohrávať kľúčovú úlohu v tomto kontexte.

Tento rozdiel v implikovaných volatilitách pre rôzne realizačné ceny vytvára tzv. volatility smile. Volatility smile je javom, ktorý vyjadruje vývoj implikovaných volatilit v závislosti od úrovni realizačných cien a naznačuje, že investori sú ochotní platiť vyššie ceny za call opcie s rôznymi realizačnými cenami v období vyššej neistoty alebo očakávanej väčšej volatility na trhu. Táto charakteristika je dôležitým aspektom pri analýze opčného trhu, pretože naznačuje, že trhové očakávania sú voči budúcemu vývoju cien aktíva náchylnejšie v závislosti od úrovni realizačných cien, vytvárajúc tak danú dynamiku volatility smile, ktorú pre samotný Bitcoin môžeme interpretovať na (Obr. 3.3)



Obr. 3.3: Volatility smile zvlášť pre Bid a Ask opcie (10.12.2023)

V našom prípade kalibrácie σ_S budeme voliť všeobecnú call opciu (s maturitou v 3. piatok najbližšieho mesiaca) a s realizačnou cenou, ktorá je v daný moment najbližšia k aktuálnej spotovej cene Bitcoinu. Pomocou takejto voľby získavame hodnotu implikovanej volatility v čase písania práce ako:

$$\hat{\sigma}_S = 0.24777. \quad (3.7)$$

Takýmto spôsobom sme sa dopracovali k nakalibrovanému modelu pre futures kon-

trakt, ktorý je reprezentovaný ako:

$$f(t, T) = \frac{S(t)}{P(t, T)} \exp \left(\frac{0,000196^2}{0,677596^2} \left(\frac{1 - e^{-20,677596(T-t)}}{20,677596} - 2 \frac{1 - e^{-0,677596(T-t)}}{0,677596} + T - t \right) - \frac{0,000196 \times 0,24777 \times -0,069976}{0,677596} \left(\frac{1 - e^{-0,677596(T-t)}}{0,677596} + t - T \right) \right). \quad (3.8)$$

3.2 Kalibrácia Dynamiky Bitcoinovej Ceny

V záverečnej časti tejto kapitoly sa venujeme kalibrácii parametrov z rovnice (2.8). Hoci by sa na prvý pohľad mohlo zdať, že využitie takejto kalibrácie je nadbytočné vzhľadom na dostupnosť údajov o vývoji ceny Bitcoinu, jeho skutočné využitie tkvie práve v praktickej časti diplomovej práce.

Použitím nakalibrovaných hodnôt vykonáme niekoľko Monte Carlo simulácií a na tieto simulácie aplikujeme naše algoritmické obchodné stratégie.

Tento prístup nám umožní overiť robustnosť a účinnosť našich stratégií v širokom spektre trhových podmienok, čo je takisto jedna z kľúčových otázok pri ich nasadzovaní v burzovom systéme.

V našom prípade kalibráciu vykonáme voči uzatváracím cenám Bitcoinu s jednodňovým tikom.

Ako sme uviedli už pred tým, predpokladáme, že dynamika Bitcoinovej spotovej ceny sa riadi podľa (2.8) a teda aj, že logaritmické výnosy, $\ln\left(\frac{S(t)}{S(t-\delta t_0)}\right)$, sú z normálneho rozdelenia.

Odhad pre parameter μ_S bude jednoducho aritmetickým priemerom logaritmických výnosov z našich historických dát a pre σ_S použijeme buď rovnaký postup a odhadneme ho pomocou smerodajnej odchýlky, alebo môžeme využiť implikovanú volatilitu. V našom prípade použijeme smerodajnú odchýlku, pretože nami už vypočítaná implikovaná volatilita bola počítaná pomocou krátkeho časového okna (3 mesiace).

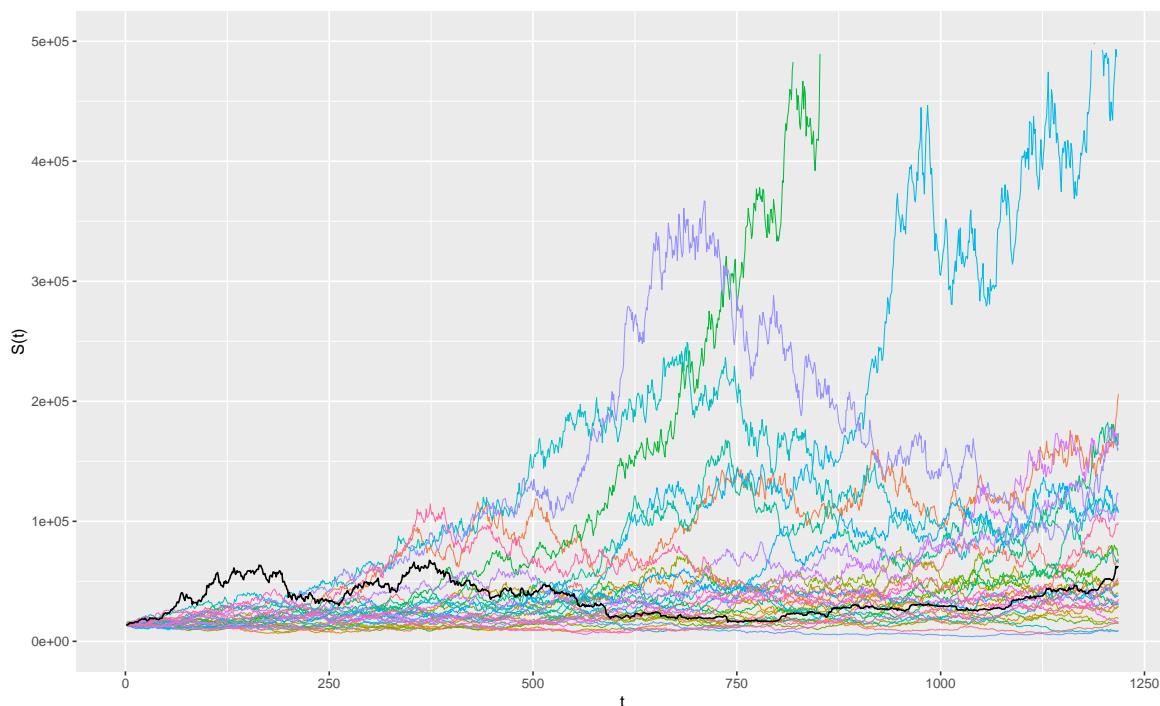
Odhady parametrov GBM pre ročné intervaly:

- $\hat{\mu}_S \approx 0,568$
- $\hat{\sigma}_S \approx 0.646$.

Na (Obr. 3.4) je zachytený priebeh pár simulácií realizovaných s použitím zvolených parametrov, pričom Δt reprezentuje jeden deň a čiernou je zvýraznený priebeh vývoja ceny Bitcoinu. Na prvý pohľad sa zdá, že vygenerované ceny Bitcoinu pomerne vhodne (čisto podľa grafického výstupu) simulujú správanie sa reálnej ceny Bitcoinu s výnimkou náhlych neočakávaných skokov, ako je tomu v prvej časti dát, kde všetky vygenerované ceny sú pod tou reálnou.

Hlavné silné nedostatky modelu sa dajú ľahko určiť napríklad pomocou hodnoty kurtózy logaritmických výnosov. Pre generované dáta sa rozsah hodnôt kurtózy logaritmických výnosov pohybuje približne medzi hodnotami 2,94 a 3,06. V porovnaní s tým má hodnota kurtózy logaritmických výnosov reálnych dát hodnotu 6,37046. Shapiro-Wilk test nám poskytol p – $value \approx 0$, pri testovaní normality dát logaritmických výnosov samotného Bitcoinu, čím sa sčasti môže vysvetliť výsledná hodnota danej kurtózy. Rozdiel medzi sklonmi hodnôt generovaných dát, ktoré sa väčšinou pohybujú v intervale od -0,03 do 0,03 a skutočným sklonom dát, ktorý má hodnotu -0,173857 nie je takisto zanedbateľný.

V takomto prípade je vhodné zvážiť použitie iného modelu pre vývoj ceny Bitcoinu, napríklad tzv. procesy s náhlymi skokmi (jump diffusion). Naším cieľom však nie je nájsť vhodný model pre vývoj ceny Bitcoinu a pre jednoduchosť ostávame pri GBP, aj keď s akceptovateľným rizikom, kde kvôli danej voľbe môžeme v praktickej časti diplomovej práce pracovať s nespoľahlivejšími výsledkami.



Obr. 3.4: Vývoj simulovaných cien $S(t)$ v jedno dňových tichoch

Na záver je nevyhnutné zdôrazniť, že v algoritmických obchodných stratégiách bude aplikovaná logika algoritmov buď voči klasickým futures kontraktom s maturitou alebo voči perpetuálnym futures kontraktom (viď 1.3.2). V prípade aplikácie voči perpetuálnym futures kontraktom a využitia spomínaných Monte Carlo simulácií **bude predpokladané**, že dynamika perpetuálneho futures kontraktu bude zodpovedať nakalibrovanej spotovej cene Bitcoinu (z aktuálnej kapitoly, 3.2). To vo výsledku znamená, že musíme počítať so zanedbaním spomínaného margin rate, ktorý je pri perpetuálnych futures kontraktach dôležitý na pravidelné dorovnávanie ceny voči spotu.

Kapitola 4

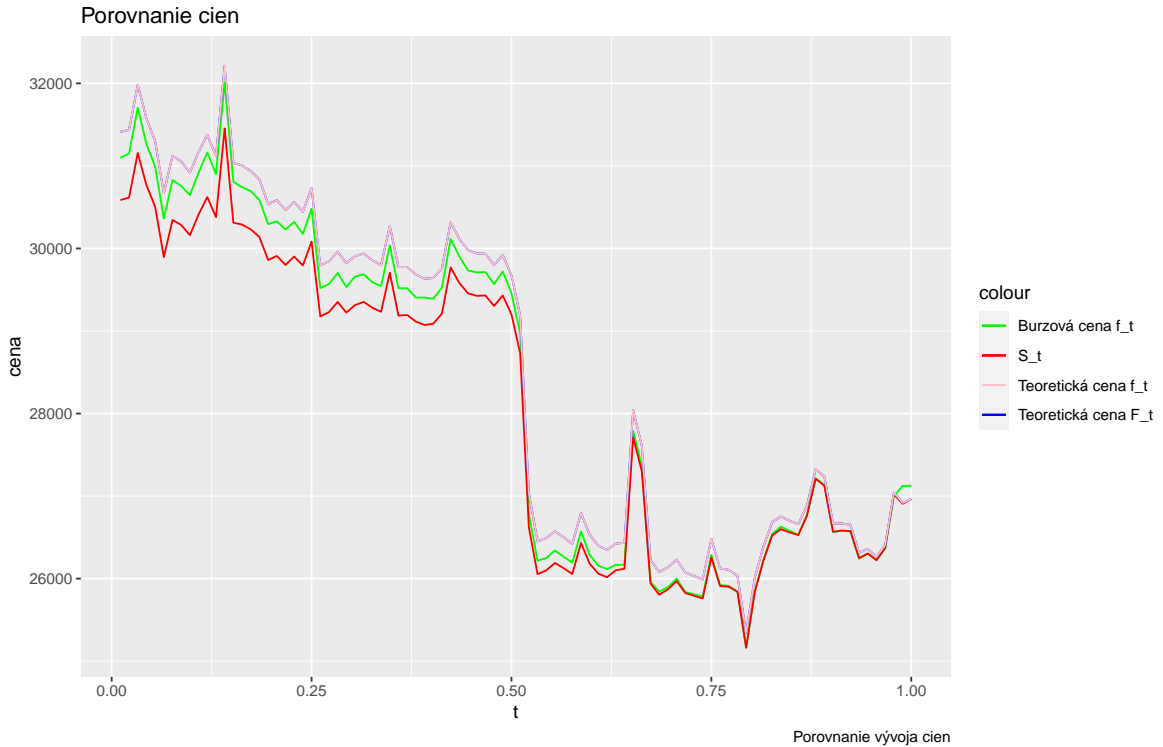
Analýza vybudovaného modelu

Pred začatím tvorby obchodných stratégií je vhodné dôkladne preskúmať náš vytvorený model podľa rovnice (2.15). Zameriame sa na jeho správanie v špecifickom časovom intervale od 1.7.2023 do 29.9.2023, spolu s porovnaním voči trhovej cene Bitcoinu a samotnej trhovej cene futures kontraktu.

4.1 Vzájomná poloha S_t , f_t , F_t a trhovej ceny futures kontraktu

Výsledky porovnania sú zobrazené na (Obr. 4.1), kde sme využili reálne denné dáta [4] o vývoji burzovej ceny futures kontraktu v období od 1.7.2023 do 29.9.2023, čo zároveň predstavuje dátum splatnosti kontraktu. Okrem kontraktu sme v rovnakom časovom období zahrnuli aj priebeh spotovej ceny Bitcoinu, takisto s dennou granularitou tikov. Teoretická cena futures kontraktu ako aj forward kontraktu je vyhotovená pomocou kalibračných parametrov obsiahnutých v rovnici (3.8). Parametre budeme modifikovať počas analýzy s cieľom posúdiť flexibilitu modelu.

Na (Obr. 4.1) je možné pozorovať, že teoretická cena vykazuje veľmi podobný charakter voči burzovej cene futures kontraktu a v danom časovom intervale prejavuje mierne nadhodnotenie oproti spotovej cene Bitcoinu. Dôvod, prečo teoretická cena neklesá pod spotovú cenu, je odvodený z formuly (2.15), s dôrazom na člen $P(t, T)$, ktorý je výrazne ovplyvnený aktuálnou krátkodobou úrokovou sadzbou. Pozorujeme postupné približovanie teoretickej ceny futures kontraktu k spotovej cene Bitcoinu. Táto výrazná blízkosť teoretickej ceny k spotovej cene v čase splatnosti opäť vychádza predovšetkým z vplyvu člena $P(t, T)$ v rovnici (2.15). Tento člen zabezpečuje konvergenciu ceny futures kontraktu k spotovej cene v čase splatnosti. V našom špecifickom prípade to znamená, že ak by sme mali k dispozícii dáta tesne pred splatnosťou futures kontraktu (t.j., v čase t_{f^*}), podľa nášho modelu by sme očakávali, že pomer ceny futures kontraktu k spotovej cene bude v tomto okamihu $\frac{f_{t_{f^*}}}{S_{t_{f^*}}} \approx 1$.



Obr. 4.1: Porovnanie priebehu ceny nami definovanej teoretickej ceny futures kontraktu, trhovej ceny futures kontraktu, ceny Bitcoinu a teoretickej ceny forward kontraktu.

4.2 Zmena r_t

V predchádzajúcej časti sme sledovali, že cena futures kontraktu je neustále nad spotovou cenou Bitcoinu, predovšetkým v dôsledku prítomnosti člena $P(t, T)$, ktorý je silne závislý od vstupnej premennej r_t . V tejto časti sa budeme venovať analýze správania modelu v závislosti od zmeny vstupnej premennej r_t .

Jednoduchým nahliadnutím na (2.15) môžeme vidieť, že členy úrokovej sadzby vystupujú v celej rovnici. Vieme, že v prípade záporných úrokov, podľa teórie ako aj podľa vzorca (2.3), by mala byť cena dlhopisu nadhodnotená, teda $P(t, T) > 1$, a teoretická cena futures kontraktu by mala byť pod hodnotou $S(t)$. Analogické tvrdenie platí pre kladné úroky.

Ako posledné, si môžeme uvedomiť správne fungovanie formuly podľa dokázaného tvrdenia z (2.1): ak by bol úrok deterministický, tak v (2.15) by $\sigma_r = 0$ a teda cena futures kontraktu by bola identická cene forward kontraktu.

4.3 Zmena $\theta_{RN}, \alpha, \sigma_r$

V prípade zmeny zvyšných parametrov Vašíčkovho modelu $\theta_{RN}, \alpha, \sigma_r$, ktoré sa vyskytujú v (2.15), môžeme cenu kontraktu dostať pod alebo nad spotovú cenu Bitcoinu.

Aplikácia konkrétnych zvolených hodnôt a ich finálnej vizualizácie môžeme pozorovať na adrese <https://futures-model-dynamics.netlify.app>, kde počiatočný stav každej vizualizácie je identický s (Obr. 4.1).

4.4 Hodnota $\rho_{S,P}$

V tejto časti detailne analyzujeme flexibilitu nášho modelu v závislosti na variácii korelácie $\rho_{S,P}$, pričom sa zameriavame na teoretický popis bez nutnosti vizualizácií. Podľa [10] je cena futuresu nad cenou forwardu práve vtedy, keď je $\rho_{S,P} > 0$ a naopak pod forwardovou v prípade splnenia podmienky $\rho_{S,P} < 0$. Opodstatnenie sa dá ukázať aj na jednoduchom príklade [10], predpokladajme postupne: kladný úrok, nárast $S(T)$, $\rho_{S,P} \gg 0$ a dlhú pozíciu vo futures a forward kontraktach. Futures kontrakt má v tomto prípade výhodu nad forwardom, keďže jeho medzidenné výnosy sa môžu zhodnocovať vysokou úrokovou sadzbou. Ak nastane naopak pokles úroku, pravdepodobne poklesne aj $S(t)$. Pre prípadne udržanie dlhej pozície futures kontraktu (v prípade margin callu) je potrebné si požičať kapitál, avšak pôžička kapitálu je za nízku úrokovú sadzbu, nižšiu ako v prípade úročenia medzidenných výnosov v časoch rastu $S(t)$. V tomto prípade cítiť, že je futures kontrakt o niečo výhodnejší ako forwardový kontrakt a preto je jeho cena o niečo hodnotnejšia.

Teraz si platnosť daného tvrdenia ukážeme pre formulu v (2.15). Aby naša formula z časti (2.15) podporovala spomínané tvrdenie, je zrejmé, že pravá časť referovaná ako (4.1)

$$\left(\frac{1 - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha} + t - T \right), \quad (4.1)$$

musí byť záporná. Na takéto overenie použijeme Taylorov rozvoj [20] druhého rádu pre člen e^x .

$$e^{-\alpha(T-t)} = 1 - \alpha(T-t) + \frac{(-\alpha(T-t))^2}{2} + O(\alpha^3(T-t)^3),$$

ktorý následne dosadíme v tvare druhého rádu do (4.1) ako

$$\frac{1 - 1 + \alpha(T-t) - \frac{(\alpha(T-t))^2}{2}}{\alpha} + t - T.$$

Daný výraz upravujeme až pokiaľ sa nedostaneme k požadovanému tvaru

$$-\frac{\alpha}{2}(T-t)^2. \quad (4.2)$$

Takýto výraz pri predpoklade $\alpha > 0$ spĺňa spomínanú podmienku. Pripomeňme si, že parameter α určuje rýchlosť, akou sa hodnota úroku pohybuje k hodnote θ , a preto nemá zmysel uvažovať o záporných hodnotách. Tým sme si teda ukázali, že daný člen

je vždy záporný a pre násobením členom $-\frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{\alpha}$ je jeho kladnosť závislá čisto od člena ρ .

V predchádzajúcom kroku sme si ujasnili, že hodnota korelácie naozaj ovplyvňuje relatívnu polohu týchto kontraktov, ako sa naznačuje v [10]. Avšak stále nemôžeme s istotou tvrdiť, že cena futuresu je nad cenou forwardu práve vtedy, keď $\rho > 0$. Na dosiahnutie takého záveru budeme musieť analyzovať celý výraz v exponente z (2.15). Podobne ako predtým použijeme aplikáciu Taylorovho polynómu druhého rádu pre všetky vnútorné exponenciálne členy, čím dostaneme nové vyjadrenie hodnoty exponenciály ako:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_r^2}{\alpha^2} \left(\frac{2\alpha(T-t) - 2\alpha^2(T-t)^2}{2\alpha} - 2 \left(\frac{\alpha(T-t) - \frac{\alpha^2(T-t)^2}{2}}{\alpha} \right) + T-t \right) + \\ & - \frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{\alpha} \left(\frac{-\alpha}{2}(T-t)^2 \right) = \\ & = \frac{\sigma_r^2}{\alpha^2} [(T-t) - \alpha(T-t)^2 - 2(T-t) + \alpha(T-t)^2 + (T-t)] + \frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{2}(T-t)^2 = \\ & = \frac{\sigma_r^2}{\alpha^2} \times [0] + \frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{2}(T-t)^2 = \frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{2}(T-t)^2, \end{aligned}$$

kde člen $\frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{2}(T-t)^2$ a konkrétna hodnota ρ jednoznačne určuje vzájomnú polohu futures a forward kontraktu. Ak $\rho > 0$, tak hodnota výrazu v exponenciálnom člene (2.15) je väčšia ako 0. Pre futures kontrakt to vyjadruje situáciu, keď jeho cena $f(t, T) > F(t, T)$.

Podobne, ak $\rho < 0$, tak časť $\frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{2}(T-t)^2$ vyjadruje záporný príspevok k hodnote výrazu v exponenciále (2.15), čo znamená, že pre futures kontrakt je jeho cena $f(t, T) < F(t, T)$.

Dodatočne, pre $\rho = 0$ sa člen $\frac{\sigma_r\sigma_S\rho}{2}(T-t)^2$ rovná nule, čo implikuje, že hodnota exponenciálneho výrazu je nula. V tejto situácii sú ceny futures a forward kontraktu rovnaké.

Všimnime si, že príspevok hodnôt prvého člena exponenciály, ktorý bol eliminovaný v Taylorovom polynóme, je veľmi blízky nule. To naznačuje, že tento člen má minimálny vplyv na konečný výsledok a môžeme ho zanedbať v porovnaní s ostatnými časťami výrazu.

Kapitola 5

Stratégie

5.1 Definícia

Obchodná stratégia predstavuje súbor pravidiel a postupov, ktoré určujú spôsob obchodovania na finančných trhoch. Cieľom je dosiahnuť zisk alebo minimalizovať straty prostredníctvom systematického prístupu k obchodovaniu. Tí, ktorí sa venujú obchodným stratégiám, môžu byť obchodníci, investori, alebo aj algoritmické obchodné systémy. Obchodné stratégie sa aplikujú na rôzne finančné produkty, ako sú akcie, forex, komodity, ale aj kryptomeny.

5.2 Metódy hodnotenia efektivity obchodných stratégií

V obchodnej stratégii je kľúčové určiť, kedy vstúpiť na trh a kedy vystúpiť. Keď sa tieto pravidlá zdefinujú, nasleduje hodnotenie efektivity stratégie. Existuje niekoľko metód, ktoré sa používajú na zistenie, či bola obchodná stratégia úspešná. Medzi najpoužívanejšie patria:

- **Backtesting:** Backtesting je kľúčovým procesom v hodnotení obchodných stratégií, ktorý umožňuje obchodníkom systematicky testovať svoje stratégie na historických dátach. Jeho účelom je poskytnúť objektívne zhodnotenie výkonnosti stratégie a identifikovať potenciálne obchodné príležitosti a riziká. Pri backtestingu sa dôkladne vyberajú historické dáta a nastavujú sa rôzne parametre stratégie. Často sa v tomto procese optimalizujú vstupné parametre, ktoré môžu mať výrazný vplyv na výsledky. Napríklad, pri stratégiách využívajúcich koreláciu medzi rôznymi aktívami sa vyberá vhodná časová dĺžka výpočtu korelácie, tak aby sa dosiahli želané výsledky, ako je maximálna návratnosť alebo maximálna hodnota sharp ratia.

V prípade reálneho plánovaného využitia je nevyhnutné tiež venovať pozornosť aspektom ako likvidita trhu, transakčné náklady a tzv. slippage, ktoré môžu ovplyvniť výsledky stratégie v reálnom obchodovaní. Slippage je zaužívaný termín, ktorý je definovaný ako rozdiel očakávanej a skutočnej ceny, za ktorú sa zobchoduje dané aktívum. Prakticky to znamená, že ak je aktuálna hodnota aktíva 100\$ a naša stratégia vyhodnotila a odporučila nákup daného aktíva za aktuálnu cenu 100\$, tak pri zadaní požiadavky na nákup sa cena mohla zmeniť už o nejakú malú hodnotu a obchod by za normálnych okolností nebol zrealizovaný. Kvôli tomu sa zadáva vstupná hodnota slippage tolerancie, ktorá nakúpi dané aktívum aj v prípade malých neočakávaných zmien v cene aktíva v čase vykonania nákupu. Ignorovanie týchto faktorov v backtestingu môže viesť k nerealistickým výsledkom a nesprávnym rozhodnutiam pri obchodovaní v reálnom čase.

- **Real time testing:** Testovanie logiky algoritmu na reálnych a aktuálnych dátach.
- **Forward testing:** Forward testing je niekedy označovaný ako real time testing, no niekedy ako backtesting s aktualizáciou parametrov po nejakom časovom kroku. Podobne ako pri backtestingu sme si uvideli príklad s optimálnou dĺžkou výpočtu korelácie, ktorej hodnota by sa pri nasadení na burzu už nemenila a ostala by po celý čas rovnaká, pri forward testingu by algoritmus zahŕňal v sebe logickú časť na opätovné aktualizovanie hodnoty dĺžky výpočtu korelácie vždy po vopred uvedenom počte tikov. Z takejto aktualizácie parametrov dostávame nižšie popísane výhody oproti klasickému backtestingu.

Pri backtestingu môže dochádzať k optimalizácii parametrov napríklad na dátach, kde dominuje rastúci trend a ich následnej aplikácii na dáta s klesajúcim trendom. To môže viesť k nežiaducim výsledkom, pretože algoritmus bude prispôbený skôr na jednu špecifickú trhovú situáciu. V prípade forward testingu sa tento problém redukuje, pretože je pravdepodobnejšie, že uvidíme výkonnosť algoritmu aj v takýchto prípadoch. Zároveň redukuje opakovanému pretrénovaniu algoritmu. Ako príklad: v backtestingu je častým scenárom situácia, keď po získaní optimálnych parametrov z tréningovej sady dát a ich následnej aplikácii na testovaciu sadu nedosiahneme očakávané výsledky. V takomto prípade je lákavé mierne upraviť logiku algoritmu, znova optimalizovať parametre a opätovne vyhodnotiť výsledky. Avšak daný postup môže viesť k opakovanému pretrénovaniu, kde samotná testovacia sada sa de facto stáva ďalšou tréningovou sadou. Týmto spôsobom vyhodnotenie algoritmu nie je spoľahlivé, pretože logika aj optimalizácia sú veľmi prispôbené konkrétnym dátam a môžu nedostatočne zohľadňovať reálnu trhovú situáciu. V prípade forward testingu opäť cítiť výhodu, kvôli jeho

variabilite trhovým nálad, aj keby sa zmenila mierne logika algoritmu, jeho náklonnosť k pretrénovaniu je opäť o niečo viac redukovaná.

V našom prípade budeme pod forward testingom chápať druhú variantu.

- **Monte Carlo simulácie:** Monte Carlo simulácie predstavujú kľúčový nástroj pre testovanie výkonnosti algoritmických obchodných stratégií. Po úspešnom backtestovaní alebo forwardtestovaní algoritmu je dôležité vykonať aj Monte Carlo simulácie na overenie jeho robustnosti v rôznych trhových scenároch. Pri týchto simuláciách sa kalibrujú parametre stochastického modelu aktíva a následne sa vykonáva veľké množstvo simulácií s rôznymi scenármi vývoja ceny aktíva. Pre každý takýto scenár sa spustí obchodný algoritmus a sleduje sa jeho celková výkonnosť. Hlavná výhoda tohto testu spočíva v tom, že algoritmus je testovaný vo veľkom množstve rôznych možných trhových podmienok. To znamená, že aj keď môže algoritmus dosahovať pozitívne výsledky v historických údajoch alebo forward testoch, Monte Carlo simulácie nám umožňujú identifikovať jeho slabé stránky napr. v oblastiach s vysokou volatilitou alebo v obdobiach medvedieho (klesajúceho) trhu.

5.3 Popis

V tejto časti sa zaoberáme vytváraním algoritmických obchodných stratégií či už pre (perpetuálne) futures kontrakty (viď. 1.3.2) alebo pre klasické futures kontrakty. Na tento účel sme zvolili jazyk Python, ktorý sa osvedčil ako výborný nástroj pre finančnú analýzu a obchodovanie. Kľúčovou knižnicou, ktorú využívame pri backtestingu, je `backtesting.py`. Táto knižnica poskytuje robustné nástroje pre testovanie obchodných stratégií na historických dátach a vyhodnocovanie ich výkonnosti.

Výsledky backtestov sú prezentované vo forme podrobných reportov, ktoré sú súčasťou referencovanej prílohy práce alebo vo forme online grafických vizualizácií zdieľaných cez `https` adresy. Prvá analýza slúži ako ilustratívny príklad pre pochopenie formátu výstupu. Následne sa budeme venovať rôznym typom obchodných stratégií, pričom ich budeme ďalej klasifikovať podľa frekvencie obchodovania: ako sú intradenné obchodovanie, dlhodobé držanie pozície, scalping (na minútovej báze) a denné obchodovanie.

5.3.1 Plán priebehu backtestingu

Pri každom backtestingu budeme mať k dispozícii fixný účet v hodnote 1 000 000 dolárov. Obchodovať budeme pokiaľ nezadefinujeme inak s perpetuálnymi futures kontraktmi, pričom pre jednoduchosť používame páku 1 (prvotný margin call v hodnote

100 %). Naše obchodné pozície môžu byť dlhé aj krátke a môžeme mať otvorených viacero pozícií súčasne. Dĺžka našich pozícií bude vždy celočíselný násobok.

5.3.2 Všeobecný formát stratégie

Typ stratégie: Uvedieme typ stratégie, či už ide o intradenné obchodovanie, dlhodobé držanie pozície, scalping alebo denné obchodovanie. **Názov stratégie:** Každéj stratégii priradíme konkrétny názov, ktorý môže zodpovedať napríklad jej charakteristike. **Motivácia stratégie:** Zhrnieme dôvody, prečo sme sa rozhodli implementovať danú stratégiu, či už ide o ekonomické faktory alebo identifikované obchodné príležitosti na trhu. **Popis stratégie:** Poskytneme jednoduchší popis fungovania stratégie, ktorý bude vysvetľovať, základnú ideu za otváraním nových pozícií. **Formálny popis:** Predstavíme formálny algoritmus alebo postup, ktorý bude detailne popisovať procesy vstupu, výstupu, účinkujúcich parametrov a riadenia pozícií v rámci danej stratégie. **Optimalizácia parametrov:** Ak v danom algoritme vystupujú parametre, napíšeme akým spôsobom sme ich optimalizovali na tréningových dátach a aké konkrétne hodnoty sme optimalizáciou obdržali. **Výsledky backtestu:** Výkonnosť danej stratégie bude vyhodnocovaná na testovacích dátach v podobe záznamu celkového zisku alebo straty a grafických vizualizácií výkonnosti danej stratégie v danom časovom okne. V prípade záujmu je v samotných reportoch uschovaných viacero rôznych typov výsledných štatistík (Sharp ratio, Sortino ratio, maximálny prepád, ...), ktoré sme vo výsledkoch backtestu neuvádzali. **Monte Carlo simulácie:** V prípade veľkej nekomplexnosti algoritmu aplikujeme danú logiku aj na Monte Carlo simulácie ceny Bitcoinu a vyhodnotíme výslednú ziskovosť/stratu vo variabilných situáciách trhu.

5.4 Stratégie pre perpetuálne futures kontrakty

V aktuálnej podkapitole budú všetky stratégie tréňované a aplikované voči tikom perpetuálnych futures kontraktov [4], aj v prípade aplikácie Monte Carlo simulácií (viď. 3.2) budeme vstupné dáta interpretovať ako ceny perpetuálnych futures kontraktov.

5.4.1 Correlation Friends

Typ: Hybrid (Intra Day / Swing Trade)

Motivácia

Ako bolo diskutované v úvode v súvislosti s BTC, jeho cena je výhradne ovplyvňovaná náladou na trhu, nie je žiadnym spôsobom krytá a vlastníctvo tohto aktíva neprináša žiadnu účasť na vlastníctve konkrétnej (firmy). Podobné charakteristiky zdieľa

viacero ďalších kryptomien, pričom možno pociťovať ich úzky vzťah a historickú koreláciu. Príkladom je situácia, kedy klesá hodnota jedného z hlavných kryptoaktív, pričom s ním klesá aj väčšina ostatných, s výnimkou pre stable coins, ktoré odrážajú reálnu cenu fiat peňazí a mali by byť nimi plne kryté. Nálada na trhu pre hlavné aktíva (BTC, ETH, ADA, XRP, SOL, ...) môže dokonca vysvetľovať kauzalitu celého trhu pre menšie a menej známe kryptomeny. Napríklad v prípade poklesu cien hlavných kryptomien býva dôvera v hodnotu menej známych kryptomien slabá a klesajú spolu s nimi. Naopak, napríklad v prípade rastu menej známych kryptomien je vcelku pravdepodobné, že neovplyvnia nejak značne pohyb cien hlavných kryptomien. Preto, ak by sme chceli využiť korelácie na obchodovanie s BTC, môžeme vybrať niekoľko 'najsilnejšie' korelovaných kryptomien a v rámci danej skupiny budeme nakupovať alebo predávať príslušné futures kontrakty.

Popis Algoritmu

Neformálny popis algoritmu prezentuje jeho základný mechanizmus sledovania vývoja cien Bitcoinu a súvisiacich kryptomien. Pri detekcii výrazného rozdielu medzi cenovým pohybom Bitcoinu a jemu blízkych aktív sa vykonáva rozhodnutie o vstupe do dlhšej alebo kratšej pozície. Tieto obchodné udalosti sú zachytené a ich parametre sú následne uchovávané. V neskoršom štádiu, keď cena dosiahne žiaducu alebo nežiaducu úroveň, sa vykoná predčasný uzáver danej obchodnej pozície.

Podrobnejšie, avšak formálnejšie fungovanie algoritmu je detailne popísané v nasledujúcom texte a jeho presné parametre a nastavenia sú uvedené v prílohe.

Jadro Algoritmu

Pre komplexnú analýzu je nevyhnutné stanoviť určité predpoklady založené na historických údajoch. Uvažujme historické údaje cien Bitcoinu spolu s jeho korelovanými kryptomenami, konkrétne Cardano, Ether, Solana a Ripple, ďalej len "Correlation Friends". Z dostupných údajov musíme vybrať konkrétny časový interval alebo sa rozhodnúť pre maximálne možné časové rozpätie. Je však nevyhnutné zabezpečiť, aby všetky uvažované kryptomeny existovali počas zvoleného časového obdobia. Napríklad analyzovať údaje od vzniku Bitcoinu po súčasnosť je neudržateľné, pretože nie všetky kryptomeny majú históriu pokrývajúcu takého obdobia.

Ďalší krok zahŕňa filtrovanie údajov. Nech $t(0)_B, t(1)_B, \dots, t_B$ označujú časy uzávierky cenových tikov Bitcoinu v konkrétnych intervaloch, podobný postup sa aplikuje na Correlation Friends. Je nevyhnutné synchronizovať časové zložky jednotlivých kryptomien, t.j. $t(i)_B = t(i)_{ETH} = t(i)_{XRP} = t(i)_{ADA} = t(i)_{SOL}$. V prípade časových nezrovnalostí vylúčime konkrétnu časovú zložku a pri analýze pokračujeme so zvyšnými synchronizovanými údajmi (kvôli tomu môžu občasne nastať náhle časové skoky medzi

susednými tikmi).

Zaveďme novú premennú označovanú ako "transformácia skoku", formálne ako $J(i)$ alebo jednoducho "skok" pre Bitcoin a jeho Correlation Friends. Táto premenná je definovaná nasledujúcim vzťahom:

$$J(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n J(i)_{S_k} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{S_k(i-1)}{S_k(i)}$$

Tu $S(i)_k$ a $S(i-1)_k$ predstavujú súčasnú a predchádzajúcu cenu k -tého aktíva v rovnakom poradí. Parameter n označuje počet aktív, pre ktoré sa má vypočítať hodnota skoku. V podstate J_B kvantifikuje veľkosť skoku z predchádzajúcej hodnoty na aktuálnu hodnotu pre Bitcoin, zatiaľ čo J_{COR} ¹ predstavuje priemerný skok korelovaných aktív z ich predchádzajúcich hodnôt na aktuálne hodnoty.

Stratégia funguje nasledovne: porovnáva sa aktuálny skok Bitcoinu $J(i)_B$ a skok jeho Correlation Friends $J(i)_{COR}$. Ak sa zistí výrazný rozdiel, rozhodne sa o zaujatí dlhej alebo krátkej pozície. Je zrejmé, že je potrebné vymedziť interval okolo $J(i)_{COR}$, určenie jeho optimálnej veľkosti však predstavuje problém. Vzhľadom na súčasnú nemožnosť presného odhadnutia optimálnej veľkosti intervalu okolo $J(i)_{COR}$, označme parameter $I(\hat{i}) \in \mathbb{R}^+$ ako optimálnu polovicu šírky. Tento parameter spolu s hodnotou Bitcoinového skoku poskytuje informácie pre rozhodovacie procesy.

- Ak $J(i)_B$ spadá do rozsahu $(J(i)_{COR} - I(\hat{i}); J(i)_{COR} + I(\hat{i}))$, nevykoná sa žiadna akcia.
- Ak je $J(i)_B \leq J(i)_{COR} - I(\hat{i})$, vytvára sa dlhá pozícia.
- Ak je $J(i)_B \geq J(i)_{COR} + I(\hat{i})$, vytvára sa krátka pozícia.

Určenie optimálneho objemu (počtu) započatia kontraktu dlhej alebo krátkej pozície zostáva v súčasnosti neisté, označuje sa ako optimálna hodnota ($\hat{O} \in \mathbb{R}$).

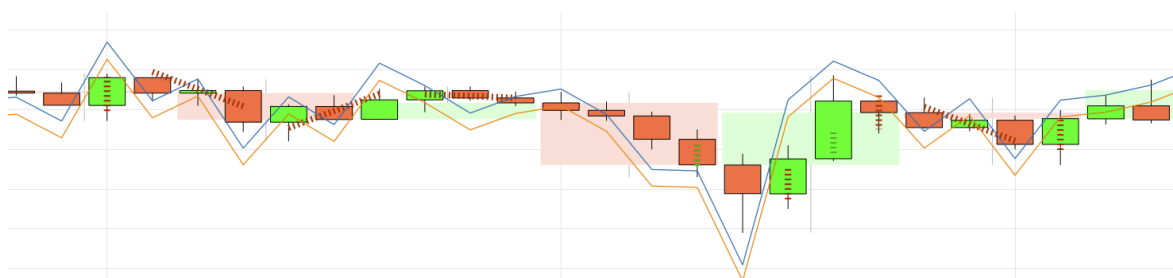
Rovnako dôležité sú parametre, ktoré určujú predčasné uzavretie aktívnych pozícií: funkcie stop-loss a take-profit. Vysvetlenie funkcionality stop-loss alebo take-profit sa najjednoduchšie ukáže na konkrétnom príklade a to: Predpokladajme novú otvorenú dlhú pozíciu iniciovanú na úrovni ceny aktíva 100 USD s take-profitom a stop-lossom nastaveným na 5 %. Daný kontrakt sa automaticky uzavrie v prípade prekročenia 5% zisku alebo 5% straty, teda pri dosiahnutí ceny aktíva nad 105 USD, resp. pod 95 USD. Tieto funkcie, ktoré sú kľúčové pre riadenie rizika, sú symbolizované premennými ukončenia kontraktu \hat{E}_p a \hat{E}_l spolu, pre dlhé a aj krátke pozície a označujú konkrétnu percentuálnu úroveň zisku - \hat{E}_p alebo straty - \hat{E}_l , pri ktorej uzatvárame daný typ kontraktu. V dnešnej dobe sú dané dve funkcionality bežne poskytované burzami.

V súčasnosti stratégia obsahuje štyri neznáme parametre

¹Označenie *COR* predstavuje neformálne všetky kryptomeny patriace do Correlation Friends.

- $\hat{I}(i)$ - optimálna polovica šírky skoku,
- \hat{O} - optimálna veľkosť otvorenia pozície,
- \hat{E}_p - optimálna hodnota, pri ktorej funkcionality take-profit uzavrie predčasne dlhú alebo krátku pozíciu ,
- \hat{E}_l - optimálna hodnota, pri ktorej funkcionality stop-loss uzavrie predčasne dlhú alebo krátku pozíciu.

Pred objasnením spôsobu nájdania ich optimálnych hodnôt zamerajme našu pozornosť na Obr. 5.1, ktorý ukazuje priebeh stratégie so zapracovaním nejakých, nie podstatných pevných hodnôt spomínaných parametrov.



Obr. 5.1: Priblížený výstup knižnice backtesting.py po aplikácii našej stratégie s konkrétnymi parametrami.

Na predloženom obrázku sú zobrazené jednotlivé 15-minútové tiky (jednotlivé obdĺžniky) ceny nejakého aktíva, z ktorých je možné vyčítať otváraciu, uzatváraciu a najvyššiu/najnižšiu cenu aktíva. Uzatváracie ceny aktíva sú najdôležitejšou časťou, ktorá sa vyhodnocuje vzhľadom na samotný algoritmus. V našom prípade, ak v aktuálnom tiku cena oproti otváracj cene aktuálneho tik (alebo uzatváracj cene predchádzajúceho tik) narastie, máme na mysli zelený obdĺžnik, pričom jeho uzatváracia cena predstavuje hornú časť. Opak platí pre červený obdĺžnik, kde jeho uzatváracia cena v prípade straty predstavuje spodnú hranicu. Samotne priebehy otvorených pozícií sa interpretujú čiarkovanými cestami, kde sa dá ľahko intuitívne podľa farieb ciest zistiť či sa jedná o dlhú alebo krátku pozíciu. Konkrétne farba cesty indikuje či daná pozícia bola zisková alebo stratová. Jednotlivé hranice v blízkom okolí tikov sú konkrétne hodnoty $J(i)_{COR} - \hat{I}(i)$ a $J(i)_{COR} + \hat{I}(i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, ktoré spolu určujú kritický pás na základe ktorého sa budú otvárať nové pozície.

Na danom obrázku sa môžeme zamerať napríklad na druhý tik v poradí. Vidíme, že jeho uzatváracia cena je nad hodnotou $J(2)_{COR} + \hat{I}(2)$, čo implikuje otvorenie novej krátkej pozície, s danou konkrétnou dvojicou hodnôt pre parametre \hat{E}_p a \hat{E}_l . Otvorenie danej pozície sa však vykoná až pri otváracj cene ďalšieho tik, v čase $t = 3$. V rovnaký čas pri uzatváracj cene sa však vykoná kontrola stop-loss a take-profit funkcionality.

V našom prípade kontrola stop-loss ohlásila prekročenie spodnej hranice \hat{E}_l a daný kontrakt automaticky uzatvárame. Zároveň nastala udalosť: $B(4) \leq J(4)_{COR} - I(\hat{4})$, a to znamená, že na začiatku času $t = 4$ otvárame novú dlhú pozíciu s rovnakými parametrami pre kontrolu \hat{E}_p a \hat{E}_l ako v predchádzajúcom prípade. Tiež môžeme vidieť, že danú dlhú pozíciu sme uzavreli až pri čase $t = 6$, kde opäť predčasne ukončenie iniciovala kontrola stop-loss funkcionality a náš parameter \hat{E}_l .

Celý interaktívny výstup algoritmu je prístupný na adrese: <https://corr-friends-example.netlify.app>. Po prístupe na toto prepojenie sa zobrazí prehľad jeho hlavných komponentov, ktoré sú neoddeliteľnou súčasťou každého z našich algoritmov.

Horná časť s názvom 'Equity' (vlastné imanie) odráža stav našej čistej investície v stanovenom časovom rámci. Tu sa zobrazuje kumulatívny priebeh našich úspechov a neúspechov, maximálny prepád (maximal drawdown), čas zotavenia z maximálneho prepádu, maximálne hodnoty a konečný stav nášho účtu. Po prejdení kurzorom na ktorýkoľvek bod sa zobrazí stav účtu a príslušný dátum.

V strednom segmente, "Trades"(Obchody), sa uvádzajú podrobné informácie o celkovom počte rôznych obchodov vykonaných v uvedenom časovom rámci. Obchody sú farebne označené ako zisk alebo strata, pričom veľkosť trojuholníka označuje počet jednotiek danej pozície.

Napokon, samotný graf zahŕňa rôzne vizualizácie na spresnenie našej stratégie. Zahŕňa tiky, zatváracie, otváracie, minimálne a maximálne ceny, indikátory pre dlhé alebo krátke pozície (podľa našej definície) a grafické znázornenie držania pozícií v konkrétnom čase.

Poznamenajme, že parametre zvolené pre príkladný výstup: <https://corr-friends-example.netlify.app> boli navrhnuté tak, aby vyhovovali vysokej frekvencii obchodov a častým predčasným uzavretiam pozícií. Tento prístup bol zvolený s cieľom zvýšiť prehľadnosť grafického výstupu pri konkrétnom vysvetľovaní jednotlivých komponentov.

Optimalizácia parametrov

V našom kontexte je cieľom identifikovať parametre, ktoré optimalizujú výnos. Za týmto účelom budeme systematicky testovať rôzne vstupné parametre a hodnotiť ich príslušné výsledky. Konečný výber parametrov bude založený na maximalizácii výnosnosti.

Je dôležité sa vyvarovať nadmernému prispôbeniu (tzv. pretrénovaniu) parametrov. V praxi by to znamenalo, že by sme považovali výsledný algoritmus s optimálnymi hodnotami za efektívny len preto, že sme na konkrétnych dátach získali optimálne parametre, s ktorými sme boli na rovnakých dátach v zisku, čo však nie je spoľahlivý

spôsob vyhodnocovania. Optimalizácia sa preto obmedzí na podmnožinu známu ako súbor trénovaných údajov. Algoritmus sa následne otestuje na zostávajúcej množine údajov, označovanej ako testovacia časť, s použitím výsledných optimálnych parametrov z trénovacej časti.

Optimálne parametre odvodené z trénovacej časti sú podľa knižnice backtesting.py nasledovné:

- $\hat{I} = 100,8\%$,
- $E_p = 0,02$,
- $E_l : 102$,
- $\hat{O} = 10$

Vyhodnotenie na testovacej časti v0.1

Podrobné informácie o výkonnosti stratégie nájdete nižšie na (Obr. 5.2). Okrem toho pre záujemcov o grafické znázornenie celého historického obchodovania sú interaktívne grafické výsledky prístupné prostredníctvom nasledujúcej URL adresy: <https://corr-friends-v01.netlify.app>

Start	2022-10-31 12:00:00
End	2024-01-31 23:45:00
Duration	457 days 11:45:00
Exposure Time [%]	16.878415
Equity Final [\$]	1038325.804
Equity Peak [\$]	1054119.1126
Return [%]	3.83258
Buy & Hold Return [%]	106.003359
Return (Ann.) [%]	3.059664
Volatility (Ann.) [%]	2.763558
Sharpe Ratio	1.107147
Sortino Ratio	2.145371
Calmar Ratio	1.734606
Max. Drawdown [%]	-1.763895
Avg. Drawdown [%]	-0.245984
Max. Drawdown Duration	104 days 01:45:00
Avg. Drawdown Duration	7 days 10:56:00
# Trades	202
Win Rate [%]	53.465347
Best Trade [%]	1.818196
Worst Trade [%]	-2.215671
Avg. Trade [%]	0.036584
Max. Trade Duration	8 days 05:30:00

Obr. 5.2: Štatistické výsledky algoritmu correlation friends

Daná stratégia nám priniesla na testovacej sade dát celkovo cez 200 otvorených pozícií s 3,83 % ziskom. Keby sme držali miesto toho celý čas dlhu pozíciu tak by sme mali zisk vo výške 6 %. Možná efektívnosť stratégie by mohla byť vhodne ukázať voči testovacím dátam s prípadnou pesimistickou trhovou náladou.

Uvažujme nad možnosťou nadstavby. Daná stratégia nebude testovaná voči Monte Carlo simuláciám, pretože využíva údaje o iných kryptomenách, ktoré majú medzi sebou významnú koreláciu. Vytvorenie takýchto modelov by nebolo komplexné, avšak jednalo by sa o zdĺhavejší proces ktorý je mimo rámca cieľu našej praktickej časti. Miesto toho na daný algoritmus aplikujeme variantu podobnú forward testingu. Jediný rozdiel oproti klasickému forward testingu spočíva v tom, že si vyberieme optimálny časový počet tikov, po ktorom budeme aktualizovať parametre. Detailnejší popis algoritmu je uvedený nižšie.

V popise algoritmu pod pojmom absolútne trénovacia dáta budeme mať na mysli, celú trénovaciu sadu dát, zatiaľ čo pod pojmom pseudo trénovacie dáta budeme mať na mysli trénovaciu časť, ktorá je podmnožinou absolútnej trénovacej sady a zároveň je iteračne prepoužívaná forward testingom na aktualizáciu parametrov. Rovnaké označenie používame v prípade testovacích dát.

Algorithm 1 Optimalizácia stratégie s optimálnym pohyblivým oknom

- 1: **Vstup:** Údaje tikov pre Bitcoin a Correlation Friends
 - 2: **Očakávaný výstup:** Algoritmus, ktorý sa bude vedieť sám prispôbovať novým náladám trhu.
 - 3: **Inicializácia:** Nastavenie vektora rôznych veľkosti pohyblivého okna \vec{n}_{TIK} (v počte tikoch) a nastavenie veľkosti absolútnych tréningových dát (v počte tikoch), pričom: $n_{TRAIN} \geq \vec{n}_{TIK}$.
 - 4: **for each** n_{TIK} **in** \vec{n}_{TIK} **do**
 - 5: **while** nie sme na konci údajov n_{TRAIN} **do**
 - 6: Extrahujeme prvých/d'alších n_{TIK} tikov pre Bitcoin a Correlation Friends
 - 7: Z aktuálnych pseudo tréningových dát nájdime optimálne parametre stratégie $(\hat{O}, \hat{I}(i), \hat{E}_l, \hat{E}_p)$
 - 8: Aplikujeme priebeh optimalizovaného algoritmu na pseudo testovacie údaje (dáta, ktoré sú hneď za aktuálne pseudo tréningovými dátami) o veľkosti n_{TIK} tikov
 - 9: Vyhodnotíme a zapíšeme si výsledok aplikácie
 - 10: Posunieme sa v dátach o jeden krok dopredu (t.j. o n_{TIK} tikov dopredu)
 - 11: Zabudneme na posledné pseudo tréningové údaje. (Pseudo testovacie údaje z aktuálneho kroku použijeme ako nové pseudo tréningové údaje v ďalšom kroku a dáta ktoré sme získali novým posunom budú označené ako pseudo testovacie údaje v ďalšom kroku.)
 - 12: **end while**
 - 13: Na konci sme sa dostali cez celú absolútnu tréningovú sadu s počtom n_{TRAIN} tikov. Vypočítame náš celý zisk a uložíme si ho spolu s aktuálnou hodnotou n_{TIK} pre finálne vyhodnotenie.
 - 14: **end for**
 - 15: Vyberieme n_{TIK} , ktoré nám prinieslo najvyšší zisk označíme ho ako \hat{n}_{TIK} , a aplikujeme s ním daný postup na zvyšné absolútne testovacie dáta, ktoré sme do aktuálneho momentu pri hľadaní optimálneho \hat{n}_{TIK} ani raz nezakomponovali.
-

S touto metódou sme vyvinuli trochu zložitejšiu, ale z hľadiska vysokých fluktuácií na trhu oveľa udržateľnejší algoritmus. Optimalizovaná dĺžka časového okna získaná z nášho výskumu predstavuje 15 000 tikov. Teda z posledných 15 000 tikov získame optimálne parametre, ktoré použijeme pre rozhodovacie procesy pozícií pre ďalších 15 000 tikov a daný postup budeme neustále opakovať. V našom prípade sme použili prvých 50 % dát na získanie optimálnej dĺžky časového okna, čo sme označili ako tréningovú časť. Na ďalších 50 % sme vykonali jeho vyhodnotenie, ktoré môžeme pozorovať po jednotlivých častiach. Pre prvých 15 000 tikov na: <https://corr-friends-v02-01.netlify.app>, kde sme vykonali otvorenie 525 pozícií a boli

sme vo finálnom výsledku ziskoví na úrovni 1,46 %. Následne prišla reoptimalizácia parametrov použitá na ďalších 15 000 tikov, kde výsledok môžeme pozorovať na <https://corr-friends-v02-02.netlify.app>. Vo výsledku na druhej časti testovacích dát sme otvorili 114 pozícií, ktoré nás priviedli k relatívnej strate (pre daných 15 000 tikov) približne na úrovni 1 %, od samého začiatku sme však stále v zisku na úrovni 0,45 %. Nakoniec sme vykonali poslednú reoptimalizáciu aplikovanú na posledných 7 000 tikov: <https://corr-friends-v02-03.netlify.app>, pri ktorej sme boli opäť relatívne stratoví (pre daných 15 000 tikov) vo výške 2,58 %. Celkovo výsledná stratégia vedie k 2.1 % strate a teda v porovnaní s jej prvotnou verziou nemusí vyzeráť až tak atraktívne. Ako sme spomínali, daná stratégia však v sebe nesie výhodu adaptácie pre rôzne nálady trhu vďaka jej reoptimalizačnej logike a teda stále by ju bolo možné mierne vylepšiť. Príklad vylepšenia by mohol byť novou alternatívou, ktorý by používal napríklad aplikáciu kľzavého priemeru, ktorý by určoval kedy sa cena Bitcoinu značne odchýli od jeho Correlation Friends alebo prípadne zahrnutie iných externých ekonomických premenných. Ak by daná stratégia vo výsledku poskytovala istú ziskovosť, bola by vo finále citeľne spoľahlivejšia ako prvotná verzia.

5.4.2 Trend Follower

Typ: Intra Day

Motivácia

Trh je obvykle nepredvídateľný a nikto nedokáže s istotou určiť, či cena v najbližších okamihoch vzrastie alebo klesne. Napriek tomu existujú len dve možnosti pohybu ceny - nahor alebo nadol. Väčšina investorov a obchodníkov nehľadá ďalší jednotkový pohyb ceny ale skôr dlhšie obdobia, v ktorých by mohli byť v zisku z viacerých aspektov trhu. Jedným z klasických prístupov je stratégia mean reversion. Pri takejto stratégii sa investor rozhoduje na základe vlastných štatistík, modelov alebo ukazovateľov, pri ktorých hoci cena v minulosti mohla rásť, v mean reversion podaní sa očakáva väčšia pravdepodobnosť jej poklesu späť na jej dlhodobú úroveň. Jedným zo spôsobov, ako takúto situáciu monitorovať, je sledovať odhad volatility výnosu aktíva a súčasne jeho SMA² na určitom časovom okne. Ak je odchýlka pre posledné údaje vysoká a kľzavý priemer prekročí určitú kritickú úroveň, môže to indikovať vhodnosť na dlhú alebo krátku pozíciu kontraktu.

V našom prípade postupujeme opačným smerom - sledujeme obdobie slabšieho trendu s nízkou volatilitou, pri ktorom sú oba faktory priebežne aktualizované pod kľzavým časovým oknom. Ak sa nachádzame v takomto kontexte, zaujmeme dlhú alebo

²Takzvaný kľzavý priemer, t.j. simple moving average, ktorý je daný ako aritmetický priemer uzatváracích cien na vybranej veľkosti posledných n tikov

krátku pozíciu v futures kontraktoch. V našej základnej stratégii predpokladáme, že ak je volatilita posledných údajov spolu s trendom na nízkych úrovniach, neočakávame náhly pokles (mean reversion) trendu, ale skôr jeho plynulé pokračovanie.

Jadro Algoritmu

Po uvedení prvej obchodnej stratégie môžeme očakávať, že aj v aktuálnej stratégii budeme optimalizovať rôzne parametre. Tieto parametre označíme nasledovne:

- \hat{n}_{reg} - Počet predchádzajúcich tikov použitých na získanie sklonu lineárnej regresie.
- \hat{n}_{σ_S} - Počet predchádzajúcich tikov použitých na výpočet volatility logaritmických výnosov Bitcoinu.
- \hat{B}_U, \hat{B}_D - Horná a dolná kritická hranica sklonu lineárnej regresie po aplikovaní transformácie (vysvetlené nižšie).
- \hat{E}_l, \hat{E}_p - Hodnoty na predčasné uzatvorenie otvorených pozícií, rovnako ako v prípade prvej obchodnej stratégie.
- \hat{O} - Optimálny objem pre dlhú alebo krátku pozíciu.
- \hat{b}_{σ_S} - Kritická hranica pre volatilitu σ_S , pri ktorej sa po splnení podmienky začne nová pozícia.

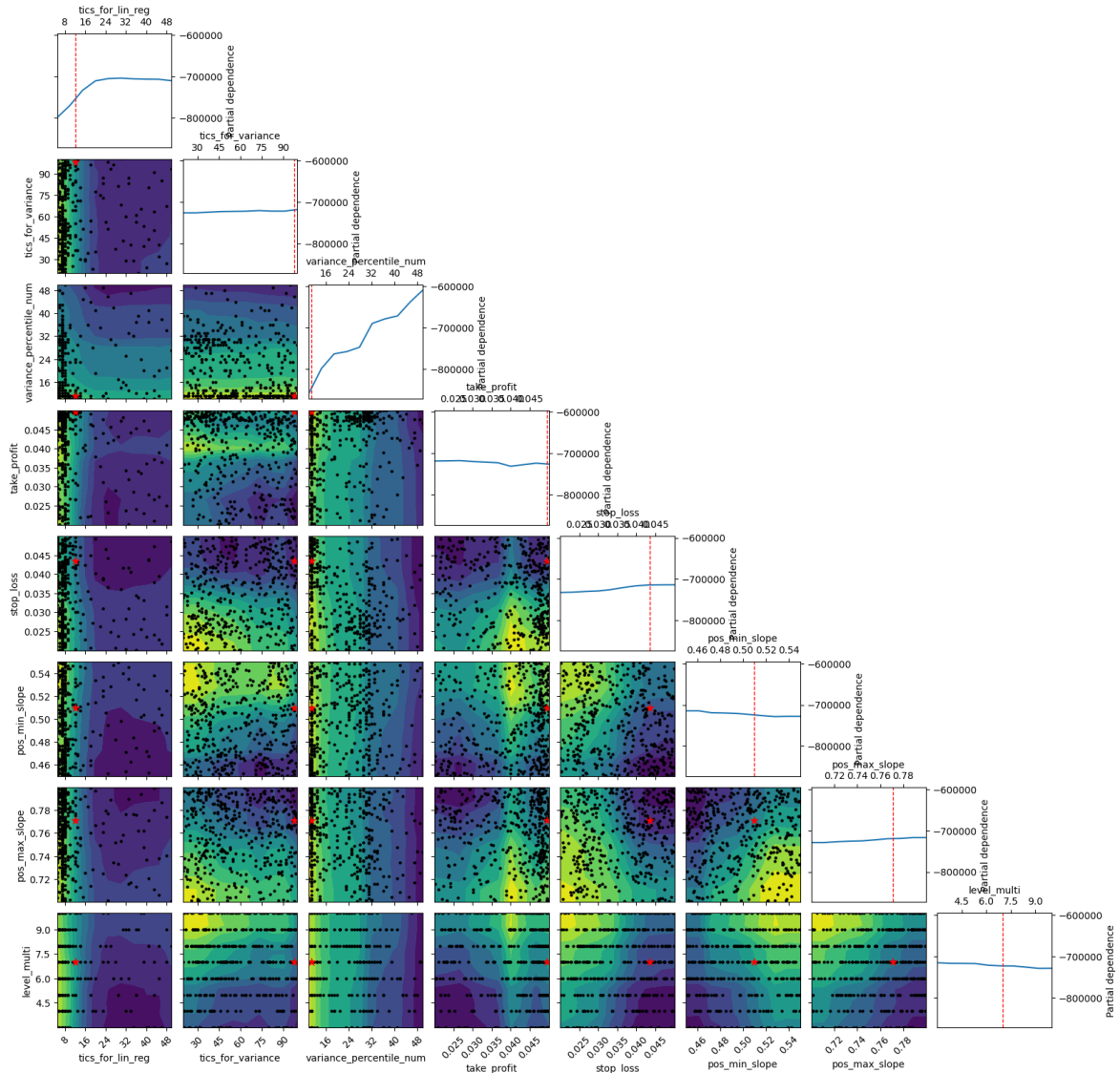
Analytický postup je nasledovný:

Algorithm 2 Trend Follower algoritmus

- 1: **Vstup:** Údaje tikov pre Bitcoin
 - 2: **Očakávaný výstup:** Algoritmus, ktorý vykonáva akcie v trendových obdobiach s nižšou volatilitou
 - 3: **Inicializácia:** Nastavenie, všetkých vyššie spomenutých parametrov. Aktuálnu uzatváraciu cenu Bitcoinu označme ako $S(t)$.
 - 4: **for each** t **in** $1 \dots T$ **do**
 - 5: Skontrolujeme či niektorá z historicky pretrvávajúcich pozícií nespĺnila požiadavku pre stop-loss resp. take-profit daných hodnotami \hat{E}_l, \hat{E}_p . V prípade nájdennia takýchto kontraktov, konkrétne pozície uzatvárame.
 - 6: Vypočítajme aktuálnu odhadovanú volatilitu $\hat{\sigma}_S$ z posledných \hat{n}_{σ_S} tikov.
 - 7: **if** $\hat{\sigma}_S > \hat{b}_{\sigma_S}$ **then**
 - 8: Pokračujeme v ďalšej iterácii.
 - 9: **end if**
 - 10: Vypočítajme najnovšiu lineárnu a zároveň priamkovú regresiu z posledných \hat{n}_{reg} tikov. Na výsledný lineárny sklon s označením β_1 tejto regresnej krivky aplikujeme nelineárnu transformáciu, ktorá ju zobrazí z $R \rightarrow (0, 1)$. V našom prípade použijeme funkciu $\frac{1}{1+e^{-x}}$, ktorej výsledok bude určovať takzvaný pseudotrend na dlhú alebo krátku pozíciu v závislosti od predchádzajúcich dát. Výslednú hodnotu označme ako $f(\beta_1)$
 - 11: **if** $f(\beta_1) \notin [\hat{B}_U, \hat{B}_D]$ **and** $f(\beta_1) \notin [-\hat{B}_U, -\hat{B}_D]$ **then**
 - 12: Pokračujeme v ďalšej iterácii.
 - 13: **end if**
 - 14: Otvorme novú dlhú alebo krátku pozíciu s celkovým počtom kontraktov určeným ako $\frac{\hat{b}_{\sigma_S}}{\hat{\sigma}_S} \times \hat{O}$ a automatickým vykonaním stop-loss respektíve take-profit funkcionalitou s vnútornými hodnotami \hat{E}_l, \hat{E}_p pre úkon udalosti.
 - 15: **end for**
-

Optimalizácia parametrov

Je zrejmé, že v tomto algoritme existuje niekoľko parametrov, ktoré je možné optimalizovať, čo predstavuje výzvu v porovnaní s prvým algoritmom Correlation Friends. Na rozdiel od prístupu Correlation Friends, kde sme sa spoliehali na náhodné hľadanie optimálneho riešenia, (skúšali sa rôzne náhodne kombinácie hodnôt parametrov a vybrala sa tá, ktorá poskytla najvyšší výnos), knižnica backtesting.py ponúka modelový prístup k hľadaniu optimálneho riešenia pomocou integrovanej metódy náhodného lesa (random forest) [8]. Proces optimalizácie vyžadoval určitý čas a výsledný heatmap graf poskytuje prehľad voľby optimálnych hodnôt parametrov.



Obr. 5.3: Výsledná heatmapa pre voľbu optimálnych parametrov na tréningovej sade dát

Daná heatmapa nám poskytuje vizuálny prehľad optimálnej kombinácie hodnôt parametrov a ich závislosti na výsledku. Z tohto grafu môžeme vyčítať, ktoré parametre majú väčší vplyv na výsledok a sú teda dôležitejšie (grafy ukazujú "Partial dependency"). Na základe jednoduchšej analýzy sme zistili, že kľúčovými parametrami sú hlavne n_{reg} a b_{σ_S} , ktoré výrazne zlepšujú výsledný zisk pri rôznych hodnotách. Ostatné parametre takéto zlepšenie až tak neovplyvňovali.

Konkrétna voľba parametrov je interpretovaná nasledovne:

- $\hat{n}_{reg} = 12$
- $\hat{n}_{\sigma_S} = 98$
- $\hat{B}_U = 0,771271; \hat{B}_D = 0,509725$

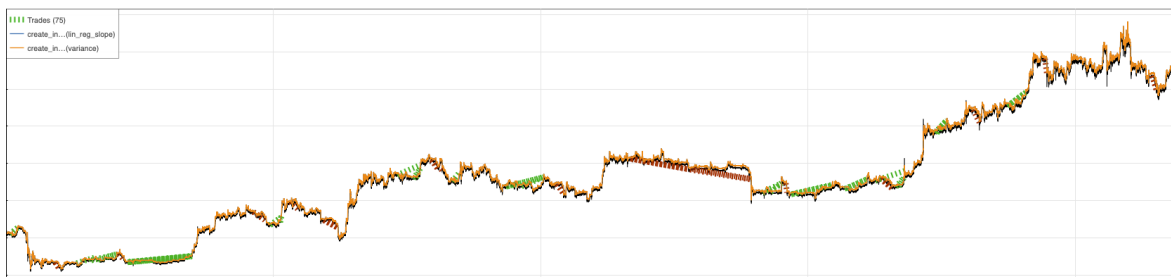
- $\hat{E}_l = 0,049582$; $\hat{E}_p = 0,043477$
- $\hat{O} = 7$
- $\hat{b}_{\sigma_S} = 11$

Hodnotenie na testovacej sade dát

Výsledky použitia optimálnych parametrov na testovacích dátach sú zobrazené na (Obr. 5.4). Grafický výstup je dostupný aj online na adrese: <https://trend-follower.netlify.app>. Celkový zisk našej stratégie dosahuje približne 9% s približným ročným výnosom 7%. Porovnávajúc to s jednoduchým držaním dlhej pozície v Bitcoine od jej začiatku, ktoré by prinieslo zisk vo výške 106%, vidíme, že naša stratégia nie je tak úspešná. Tento rozdiel je dôležitý a trebalo by vyhodnotiť stratégiu aj v prípadnom prepade trhovej ceny Bitcoinu. Naša stratégia sa zameriava na stabilnejší a spoľahlivejší výnos, aj keď môže byť nižší v porovnaní s jednorázovým vysokým ziskom. Celkovo sme vytvorili 75 otvorení rôznych pozícií pričom v 54,66%, sme tak urobili správne. Maximálny prepád započal v 7% zisku a dostal sa až do výšky 7% straty, z ktorého sme sa zotavovali takmer 148 dní.

Start	2022-10-31 12:00:00
End	2024-01-31 23:45:00
Duration	457 days 11:45:00
Exposure Time [%]	44.968124
Equity Final [\$]	1088735.875115
Equity Peak [\$]	1144534.431892
Return [%]	8.873588
Buy & Hold Return [%]	106.003359
Return (Ann.) [%]	7.010197
Volatility (Ann.) [%]	17.833645
Sharpe Ratio	0.393088
Sortino Ratio	0.660833
Calmar Ratio	0.509011
Max. Drawdown [%]	-13.772184
Avg. Drawdown [%]	-0.909653
Max. Drawdown Duration	147 days 20:30:00
Avg. Drawdown Duration	6 days 04:32:00
# Trades	75
Win Rate [%]	54.666667
Best Trade [%]	4.749328
Worst Trade [%]	-4.539196
Avg. Trade [%]	0.43145
Max. Trade Duration	24 days 22:45:00
Avg. Trade Duration	8 days 06:36:00
Profit Factor	1.261687
Expectancy [%]	0.538431

Obr. 5.4: Výsledky priebehu algoritmu na testovacích dátach



Obr. 5.5: Grafické zobrazenie uzavretia jednotlivých pozícií v danom časovom intervale

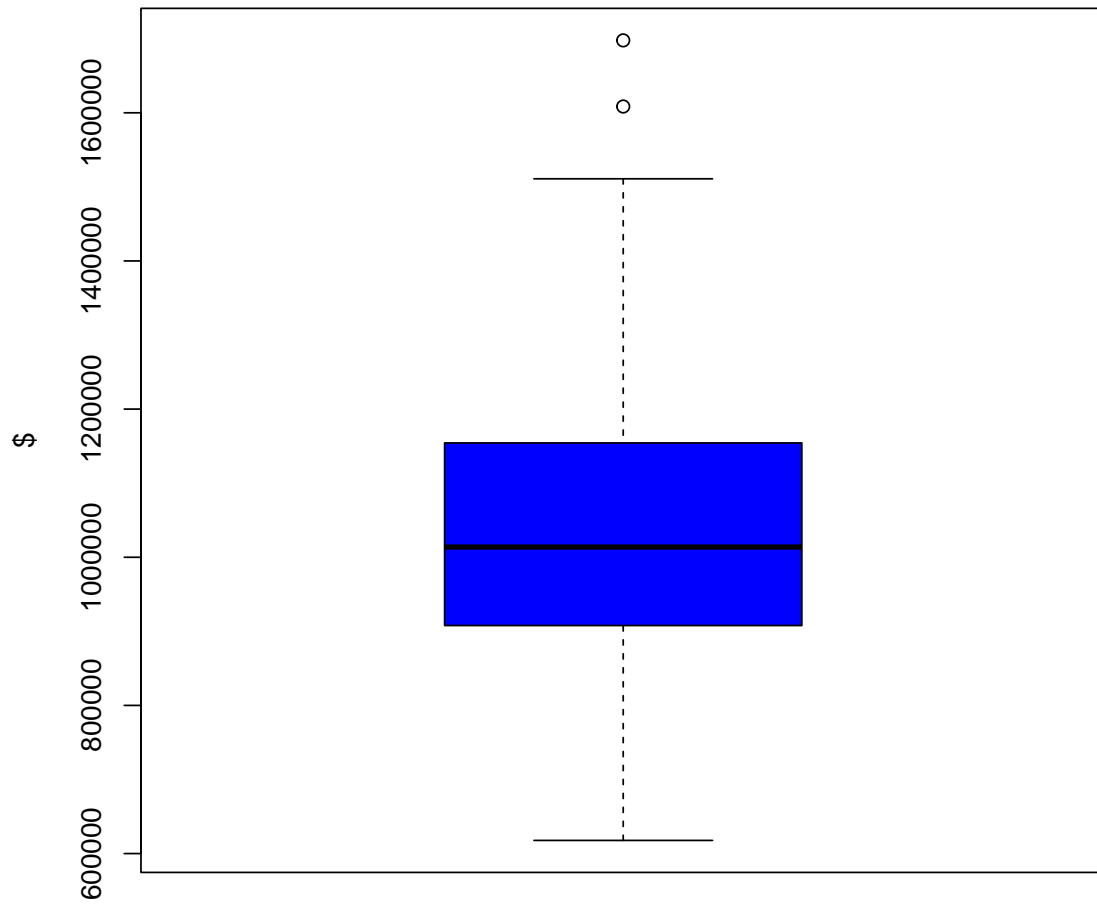
Na obrázku 5.5 je prezentovaný grafický prehľad otvorených a uzavretých obchodných pozícií v konkrétnom časovom rámci. Hlavným aspektom, na ktorý sme sa pri tejto vizualizácii zamerali, je konzistentný charakter otvárania nových pozícií, ktorý zodpovedá definícii našej obchodnej stratégie. Nové pozície sú iniciačne založené na slabšom alebo stabilizovanom trende, kde variabilita v posledných obchodných tichoch zostáva na relatívne nízkej úrovni. Tento trend je jasne viditeľný vo farebných častiach obrázku, kde zelená indikuje profitabilné pozície a červená zaznačuje stratové pozície. Naopak, v obdobiach vysokej nestability, silných trendov alebo náhlych skokov sme sa zdržali a otvárali sme málo alebo až žiadne nové pozície. Príklad daného aktu môžeme vidieť v poslednej časti obrázku, kde sme otvárali minimálny počet pozícií.

Monte Carlo simulácie

V závere, s cieľom overiť výkonnosť stratégie v rôznych podmienkach trhu, sme uskutočnili niekoľko Monte Carlo simulácií ceny Bitcoinu (viď. 3.2). Konkrétne sme mali k dispozícii 300 vygenerovaných ciest a pomocou jemných modifikácií modelu z podkapitoly (3.2) sme dostali dáta s 15-minútovými časovými intervalmi. Pre pripomenutie toho čo sme tvrdili v podkapitole 3.2: aktuálne predpokladáme, že perpetuálny futures kontrakt, s ktorého burzovými dátami sme doteraz vytvárali obchodné stratégie je zhodný s našim modelom pre spotovú cenu Bitcoinu, so zanedbaním funkcie funding rate. Daný predpoklad je pre nás dôležitý hlavne kvôli tomu, že aktuálne máme v pláne aplikovať náš algoritmus voči generovaným hodnotám spotovej ceny Bitcoinu a samotný výsledok výkonnosti budeme chcieť implikovať aj na perpetuálny futures kontrakt.

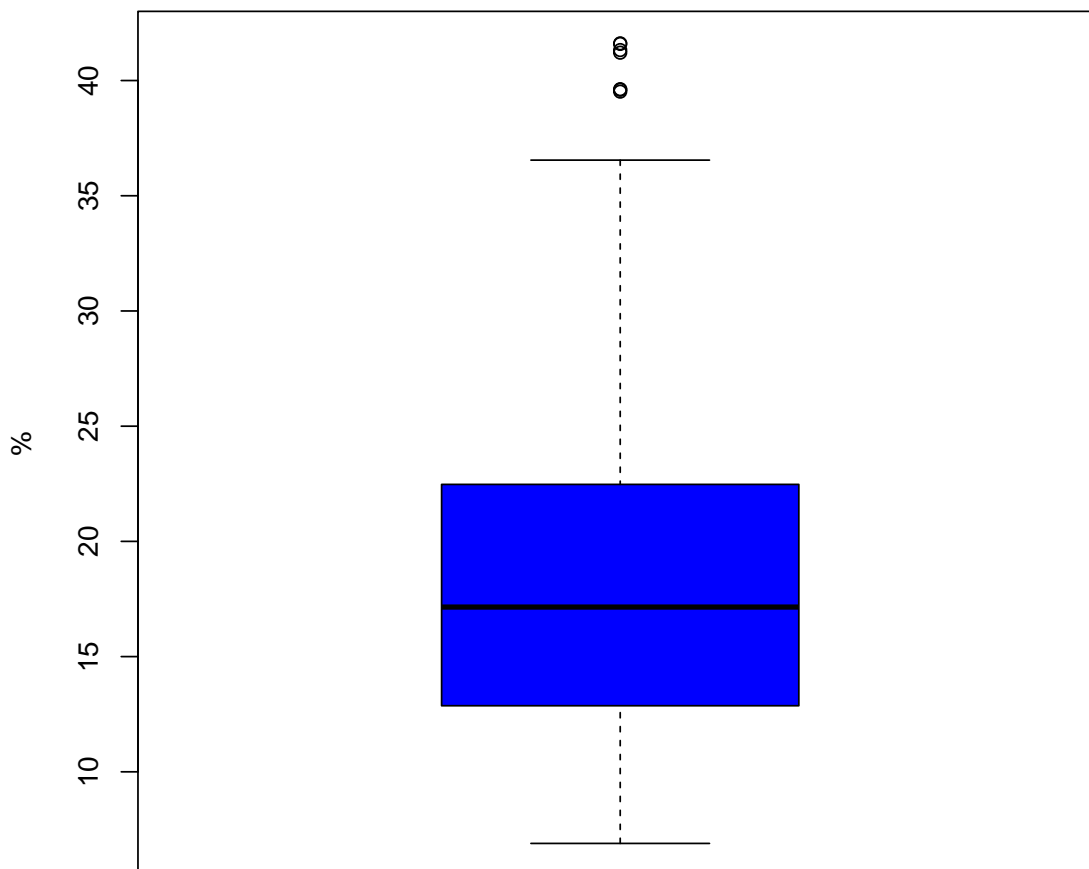
Nakoniec sme spustili daný algoritmus s už získanými optimálnymi parametrami z prvotnej časti (viď. 5.4.2) voči daným generovaným dátam. Priebežne sme sledovali 2 konkrétne údaje, ktoré nám poskytnú lepší pohľad na úspech stratégie: priebežná hodnota portfólia a aktuálny prepád. Pre výsledné hodnoty majetku a maximálneho prepádu po aplikácii algoritmu na 300 generovaných cenách Bitcoinu si zobrazíme nasledujúce boxploty.

Boxplot pre výsledný profit



Obr. 5.6: Boxplot ukazujúci všetky stavy účtov na konci každého obchodovania danej Monte Carlo simulácie

Boxplot pre záznam maximálneho prepadu



Obr. 5.7: Boxplot zachytávajúci maximálne dosiahnuté prepady nášho portfólia.

Poznamenajme, že medián konečného stavu účtu pre daných 300 výsledkov je rovný hodnote 1 013 779 \$, zatiaľ čo priemer je rovný hodnote 1 026 573 \$. Pre maximálny prepad je medián rovný 17,149 % a priemer 18,58 %. Okrem toho je z boxplotu pozorovateľný aj rozsiahly rozptyl hodnôt, pričom záporné a kladné výsledky portfólia sú približne v rovnakom pomere. Ďalšími informáciami poskytovanými vo forme boxplotu sú maximálne zaznamenané hodnoty prepadu, ktoré nám indikujú mieru rizika súvisiacu so zvolenou stratégiou.

V záverečnom hodnotení sme nedostali úplne presvedčivý argument pre našu stratégiu, ktorý by naznačoval jej aplikovateľnosť v rôznych podmienkach trhu Bitcoinu. Skôr nám dané výstupy ukazujú, že stratégia neprináša významné zisky ani straty v rôznych obdobiach vývoja ceny Bitcoinu, a jej implementáciou očakávame iba mierny zisk. Zároveň sme si však osvetlili nový aspekt praktického využitia simulácie cien mo-

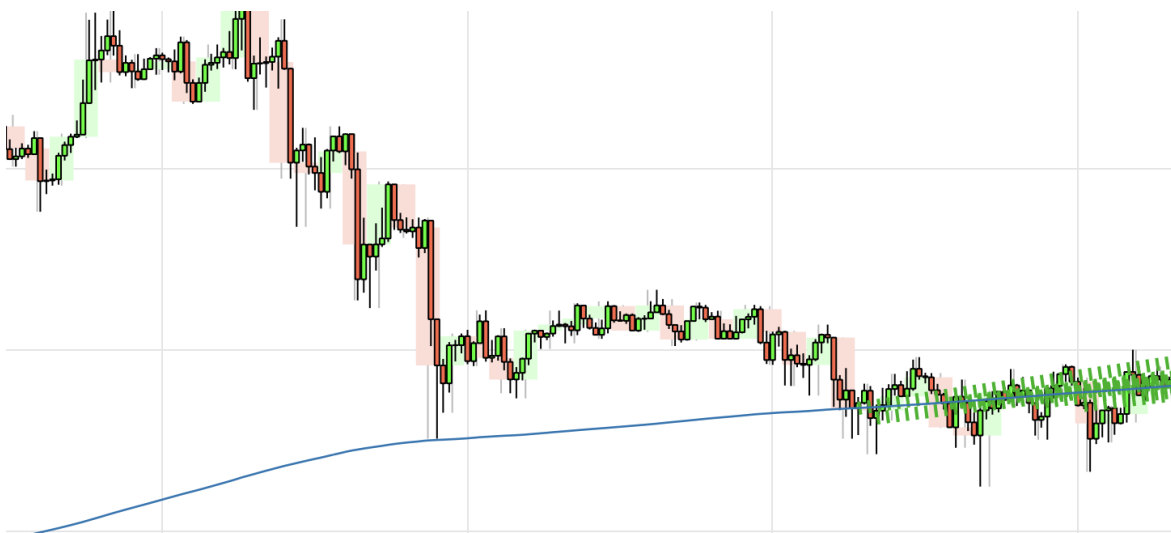
delovaného aktíva. Ak by napríklad daná stratégia vykazovala, že väčšina simulácií skončila v zisku a zároveň maximálny prepád by sa pohyboval relatívne na nízkych úrovniach, tak máme silnejšie presvedčenie o tom, že danej stratégií sa bude naozaj veľmi dobre dariť v rôznorodých situáciách trhu Bitcoinu.

5.4.3 Revert It

Typ: Intra Day / Long Term

Motivácia

Motivácia za ďalšou stratégiou spočíva v zhruba opačnom princípe stratégie (5.4.2). Naším cieľom je identifikovať okamihy, kedy je dlhodobý rozptyl ceny s pohyblivým oknom signifikantný, avšak zároveň chceme mať potvrdené, že v danom momente vývoja ceny nezaznamenávame žiaden krátkodobý trend, či už rastúci alebo klesajúci. Teda cena v takomto momente bude ustálená na úrovni nového krátkodobého priemeru, ktorý je značne odlišný od dlhodobého priemeru bez silnejších náznakov trendu. V takomto momente čakáme na udalosť kedy cena prekročí hodnotu dlhodobého priemeru. Po takomto prekročení očakávame návrat ceny v smere krátkodobého priemeru.



Obr. 5.8: Príklad otvorenia nových dlhých pozícií pri algoritme Revert It

Príklad otvorenia dlhej pozície kontraktu môžeme pozorovať na (Obr. 5.8), kde modrá čiara predstavuje dlhodobý priemer. Tesne pred otvorením dlhej pozície cena formovala nový krátkodobý priemer (tíky v 3. štvorci na osi x, ktoré sú približne na rovnakej cenovej úrovni), ktorý bol značne odlišný od dlhodobého priemeru, zároveň sa v danom okamihu nevykazoval žiaden krátkodobý trend. Ako náhle cena prekročila hranicu dlhodobého priemeru otvárame nové dlhé pozície (vždy po opätovnom prekročení), ktoré implikujú návrat ceny smerom ku alebo aj nad krátkodobý priemer.

Špecifická logika algoritmu na zachytenie toho, či je historická cena príliš ďaleko od dlhodobého priemeru, bude interpretovaná pomocou volatility s pohyblivým časovým oknom. Na identifikáciu sily trendu použijeme novovytvorený indikátor $\psi(\hat{t}i k_\psi) \in [-1, 1]$, ktorý je aplikovateľný na posledných $\hat{t}i k_\psi$ tikov. Hodnoty blízke 1 interpretujú väčšiu silu nárastu a -1 väčšiu silu poklesu, hodnoty blízke 0 naznačujú, že sa zrejme nenachádzame v žiadnom trende.

Jadro Algoritmu

Pred detailným vysvetlením algoritmu si najprv podrobne zadefinujeme výpočet najaktuálnejšej hodnoty $\psi(\hat{t}i k_\psi)$:

$$\zeta(t) = \begin{cases} 1 & \text{ak } \text{sgn}(S(t) - S(t-1)) > 0, \\ -1 & \text{inak,} \end{cases}$$

$$\psi(\hat{t}i k_\psi) = \frac{\sum_{i=t-\hat{t}i k_\psi}^t \zeta(i)}{\hat{t}i k_\psi}. \quad (5.1)$$

Pri diskusií o hodnote $\psi(\hat{t}i k_\psi)$ s pohyblivým časovým oknom, máme na mysli iba opätovné použitie uvedenej formuly (5.1) pri prijatí najnovšieho tikú. Keď sa pozrieme na túto formulu, naša definovaná sila rastu alebo poklesu je jednoznačne daná len ako výsledná hodnota, či cena z predchádzajúceho tikú vzrástla alebo klesla, bez ohľadu na hodnotu magnitúdy.

V aktuálnej stratégii budeme taktiež optimalizovať rôzne parametre:

- $\hat{t}i k_N$ - Počet predchádzajúcich tikov použitých na získanie aktuálnych hodnôt priemernej ceny a volatility.
- $\hat{t}i k_\psi$ - Počet predchádzajúcich tikov použitých na výpočet relatívnej sily trhu.
- $\hat{\varepsilon}$ - Kritická hodnota, pomocou ktorej budeme vedieť rozdeliť, kedy $\psi(\hat{t}i k_\psi)$ je pre nás signifikantný resp. nesignifikantný.
- \hat{b}_{σ_S} - Kritická hodnota, pomocou ktorej rozlišujeme hodnotu σ_S za signifikantnú resp. nesignifikantnú

Jadro algoritmu operuje nasledovne: najprv sa analyzuje, či trh prežíva pokojné obdobie, ktorého príznakom je absencia krátkodobých trendov. Daný fakt sa overuje podmienkou $|\psi(\hat{t}i k_\psi)| \leq \hat{\varepsilon}$. V prípade potvrdenia sa ďalej preskúma, či sú hodnoty aktíva dostatočne vzdialené od jeho dlhodobého priemeru. Takáto kontrola sa vykonáva s ohľadom na úroveň volatility, podmienkou $\hat{\sigma}_S > \hat{b}_{\sigma_S}$. Ak aj táto podmienka platí, nasleduje kontrola prekročenia ceny Bitcoinu a dlhodobého priemeru

SMA³, v ktoromkoľvek smere pomocou podmienky $(S(t) > \text{SMA} \wedge S(t-1) < \text{SMA}) \vee (S(t) < \text{SMA} \wedge S(t-1) > \text{SMA})$. Nasledujú finálne kontroly: či je súčasná cena vyššia ako dlhodobý priemer, $S(t) > \text{SMA}(\hat{t}k_N)$, a zároveň, či je $\psi(\hat{t}k_\psi) < 0$. Ak sú aj dané podmienky splnené, otvára sa nová krátka pozícia **bez** použitia stop-loss a take-profit funkcionality.

Naopak, v prípade, že $S(t) < \text{SMA}(\hat{t}k_N)$ a $\psi(\hat{t}k_N) > 0$, sa otvára nová dlhá pozícia.

Porovnanie hodnôt $S(t)$ a $\text{SMA}(\hat{t}k_N)$ zabezpečuje monitorovanie, či sa aktuálna cena pohybuje nad alebo pod dlhodobým priemerom. Kontrola polaritu $\psi(\hat{t}k_\psi)$ nám poskytuje informáciu o tom, či je v pokojnom období po korekcii preferovaným smerom väčší dopyt či ponuka, čím funguje ako indikátor signálu možného zvratu ceny.

Presný postup po optimalizácii parametrov na trénovacej sade je následovný

³Zápis SMA je zaužívaná definícia kľzavého aritmetického priemeru z posledných n dát.

Algorithm 3 Revert It algoritmus

```

1: Vstup: Údaje tikov pre Bitcoin
2: Očakávaný výstup: Algoritmus, ktorý vykonáva nákup a predaj kontraktov v
   podobnom štýle mean revert stratégií.
3: Inicializácia: Nastavenie všetkých vyššie spomenutých parametrov  $\hat{tik}_N$ ,  $\hat{\epsilon}$ ,
    $\hat{tik}_\psi$ ,  $\hat{b}_{\sigma_S}$  (napr. nejakou optimalizačnou metódou).
4: for each  $t$  in  $max(\hat{tik}_N, \hat{tik}_\psi) \dots T$  do
5:   Najprv sa overí, či sa nachádzame v nami definovanom kľudnom období.
6:   if  $\psi(\hat{tik}_\psi) \notin [-\hat{\epsilon}, \hat{\epsilon}]$  then
7:     Nachádzame sa v trende, pokračuje sa ďalšou iteráciou.
8:   end if
9:   Skontroluje sa minimálna požiadavka na volatilitu.
10:  if  $\hat{\sigma}_S < \hat{b}_{\sigma_S}$  then
11:    Z dát sa nevykazuje veľký rozptyl od priemeru, pokračuje sa ďalšou iteráciou.
12:  end if
13:  Skontroluje sa, či došlo k udalosti, kde cena nejakým spôsobom prekročila cenu
   dlhodobého priemeru.
14:  if  $(S(t) > SMA(\hat{tik}_N) \text{ and } S(t-1) > SMA(\hat{tik}_N))$  or  $(S(t) < SMA(\hat{tik}_N)$ 
   and  $S(t-1) < SMA(\hat{tik}_N))$  then
15:    Cena neprekročila hodnotu dlhodobého priemeru, pokračuje sa ďalšou iterá-
   ciou.
16:  end if
17:  Finálna kontrola a otvorenie nových pozícií.
18:  if  $S(t) > SMA(\hat{tik}_N)$  and  $\hat{tik}_\psi < 0$  then
19:    Otvára sa jedna krátka pozícia.
20:  end if
21:  if  $S(t) < SMA(\hat{tik}_N)$  and  $\hat{tik}_\psi > 0$  then
22:    Otvára sa jedna dlhá pozícia.
23:  end if
24: end for

```

Optimalizácia parametrov

Podobne ako pri stratégii Trend Follower, aj pri optimalizácii sme použili rovnakú metódu, ktorej jadrom je podľa backtesting.py využitie náhodných lesov [8]. Výsledné optimálne parametre sú:

- $\hat{tik}_N = 402$,
- $\hat{tik}_\psi = 273$,

- $\hat{\varepsilon} = 0,290015$,
- $\hat{b}_{\sigma_S} = 242$.

V dôsledku toho bude dlhodobý priemer aj volatilita vypočítavaná kontinuálne z posledných 402 tikov, pričom identifikácia trendovosti sa bude vykonávať na základe posledných 273 tikov.

Hodnotenie na testovacej sade dát

Výsledne štatistiky na testovacej sade dát, ktoré môžeme pozorovať na (Obr. 5.9) dosahujú priaznivé výsledky s výsledným so ziskom až 38,45 %.

Start	2022-10-31 12:00:00
End	2024-01-31 23:45:00
Duration	457 days 11:45:00
Exposure Time [%]	96.714481
Equity Final [\$]	1384509.2
Equity Peak [\$]	1537892.2
Return [%]	38.45092
Buy & Hold Return [%]	106.003359
Return (Ann.) [%]	29.59993
Volatility (Ann.) [%]	28.854774
Sharpe Ratio	1.025824
Sortino Ratio	2.086462
Calmar Ratio	1.665374
Max. Drawdown [%]	-17.773743
Avg. Drawdown [%]	-1.212335
Max. Drawdown Duration	100 days 18:45:00
Avg. Drawdown Duration	4 days 09:54:00
# Trades	143
Win Rate [%]	64.335664
Best Trade [%]	58.950719
Worst Trade [%]	-19.360378
Avg. Trade [%]	7.901263
Max. Trade Duration	94 days 09:00:00
Avg. Trade Duration	42 days 00:56:00
Profit Factor	4.955687
Expectancy [%]	9.198385
SQN	6.304681
_strategy	MeanReversion
_equity_curve	...
_trades	Size Entry...

Obr. 5.9: Výsledné štatistiky po použití algoritmu Revert It na testovaciu sadu dát.

Priebeh algoritmu môžeme sledovať na adrese: <https://revert-it.netlify.app>. Po dôkladnom preskúmaní dynamického priebehu je zrejmé, že pozície sú udržiavané dlhšie obdobia, čo je dôsledkom absencie implementácie funkcionality stop-loss a take-profit v algoritme. Na prvý pohľad môže byť neočakávané zistenie, že pozície nie sú udržiavané až do posledného tikov. Daný fakt je spôsobený anuláciou otvorených pozícií otvorením protipozícií. Napríklad, ak máme otvorenú jednu dlhú pozíciu a neskôr nás

algoritmus vyzve k otvoreniu jednej krátkej pozície, ide o istý druh hedgu, ktorý vedie k situácii, ktorá sa dá interpretovať ako keby sme nemali otvorenú vlastne žiadnu pozíciu. Knižnica `backtesting.py` niekedy vykreslí danú udalosť tak, že od daného momentu nie sme v žiadnej pozícii alebo aj tak, že máme otvorené dve opačné pozície súčasne.

Monte Carlo Simulácie

V tejto sekcii postupujeme rovnakým spôsobom ako v predchádzajúcej časti (5.4.2), pričom tentokrát používame algoritmus `Revert It` spolu s optimálnymi parametrami z trénovacej sady.

Výsledky výkonnosti pre 300 simulácií z podkapitoly 3.2 ukazujú priemernú hodnotu portfólia vo výške 1 126 123,41 USDT a priemerný maximálny prepád vo výške 40,6 %. Mediánová hodnota pre výslednú hodnotu portfólia predstavuje sumu 986 948,57 USDT a medián maximálneho prepádu dosahuje hodnotu 37,1 %. Z toho je dôležité poznamenať, že viac ako 50% spustení `Revert It` algoritmu voči Monte Carlo simuláciám viedlo k strate, pričom v priemere bol algoritmus výrazne profitabilný, nezávisle na type trhu. Hodnoty maximálneho prepádu ukazujú extrémne hodnoty, čo je zmysluplné, keďže v algoritme nebol použitý žiadny mechanizmus stop-loss alebo take-profit.

5.5 Stratégie pre klasické futures kontrakty

V aktuálnej podkapitole budú všetky stratégie aplikované voči tikom klasických futures kontraktov s maturitou [4].

5.5.1 Arbi Check

Typ: Intra Day

Motivácia

Daná stratégia bude mať mierne odlišný charakter oproti doteraz spomínaným. Práve preto, že sa jedná o arbitrážnu stratégiu, ktorá je silno prepojená s finálnym vysporiadaním má zmysel pracovať len s klasickými futures kontraktmi. V knižnici `backtesting.py` nastavíme konto na pseudo neobmedzenú hranicu, čím zaistíme, že pri každej arbitrážnej príležitosti bude dané otvorenie pozície vždy vykreslené v už známom grafickom zobrazení (reálne si dané prostriedky budeme vždy požičiavať). Naším cieľom bude určiť potenciálne momenty, ktoré by v konečnom dôsledku viedli k arbitráži. Hlavná úloha bude porovnávanie trhovej ceny futures kontraktu s trhovou cenou samotného Bitcoinu. Po splnení určitej podmienky si požičiame kapitál za aktuálnu trhovú úrokovú sadzbu na nákup jedného Bitcoinu, otvoríme jeden 3-mesačný futures kontrakt na krátku pozíciu, kde sa od daného momentu nachádzame v krytej pozícii

s očakávaným ziskom, ktorý sa nám vyplatí na účet automaticky na konci maturity daného kontraktu.

Pre danú stratégiu **nemáme** plán backtestingu voči Monte Carlo simuláciám, keďže to nie je z praktických dôvodov možné zrealizovať.

Jadro Algoritmu

Na základe našej motivácie budeme otvárať pozície v rámci aktuálneho 3-mesačného futures kontraktu $f(t_i, T)$ a cene Bitcoinu, $S(t_i)$. V prípade, že $f(t_i, T) \gg \frac{S(t_i)}{P(t_i, T)}$, požičiame si hodnotu $S(t_i)$ USDT za aktuálnu trhovú úrokovú sadzbu $r(t_i)$. Následne za zapožičanú sumu zakúpime jednotku Bitcoinu $S(t_i)$ a danú jednotku Bitcoinu použijeme ako margin call (viď. 1.3.1) na otvorenie krátkej pozície futures kontraktu. Pre ozrejmienie: jedná sa o obchod s jednotkovou pákou (viď. 1.3.1). Daný postup označme E^s . Potenciálny zisk z E^s môžeme predbežne vyjadriť ako:

$$\Pi_i(T) = -S(T) + f(t_i, T) + S(T) - \frac{S(t_i)}{P(t_i, T)} = f(t_i, T) - \frac{S(t_i)}{P(t_i, T)}. \quad (5.2)$$

Dalo by sa zamýšľať nad obdobným postupom pre prípad $f(t_i, T) \ll \frac{S(t_i)}{P(t_i, T)}$, kde sa dostávame do krátkej pozície na spotovom trhu s jedným Bitcoinom a výslednú sumu použijeme na otvorenie dlhej pozície futures kontraktu. Daný postup však nebudeme aplikovať a ďalej rozširovať, keďže možnosť aplikácie krátkej pozície samotného aktíva na spote nie je bežnou súčasťou každej burzy. Keď už sa daná možnosť na burze nachádza, tak sa jedná o niečo zložitejší proces než je jednoduchý nákup aktíva. Vyžaduje sa prítomnosť kolaterálu a pozícia môže byť predčasne zlikvidovaná, čo vie spôsobiť väčšiu neistotu v implementácií. Preto sa v danej stratégii zameriavame iba na prvú alternatívu E^s .

Rozhodovanie o vykonaní alebo nevykonaní postupu E^s závisí od vzájomnej pozície členov $f(t_i, T)$, $S(t_i)$. Aby sme boli konkrétnejší, zobrazme si celkový zisk akcie E^s v prípade zahrnutia hodnoty úrokov a tiež samotných poplatkov za otvorenie pozícií, ktoré sme doteraz nikde nespomínali. Neformálne, náš zisk sa skladá z nasledujúcich členov: **jedna krátka pozícia futures kontraktu**, **držanie jednotkového Bitcoinu**, **zaplatenie pôvodnej pôžičky za Bitcoin** a **platby pôžičiek za pokrytie poplatkov za nákup Bitcoinu a otvorenie krátkej pozície futures kontraktu** alebo exaktnejšie ako

$$\Pi_i(T, P, \tau_S, \tau_f) = -S(T) + f(t_i, T) + S(T) - \frac{S(t_i)}{P(t_i, T)} - \frac{S(t_i)\tau_S}{P(t_i, T)} - \frac{f(t_i)\tau_f}{P(t_i, T)}, \quad (5.3)$$

kde $\tau_S \times S(t_i)$, $\tau_f \times f(t_i, T)$ je v rovnakom poradí poplatok za kúpu jedného Bitcoinu, poplatok za otvorenie jednej krátkej pozície futures kontraktu a $P(t_i, T)$ je diskontný faktor, pomocou ktorého vieme povedať aké množstvá za pôžičky je potrebné

vrátiť. Vo výsledku to znamená, že sa nám oplatí vykonať akciu E^s práve vtedy, keď $\Pi_i(T, P, \tau_S, \tau_f) > 0$, resp. $\Pi_i(T, P, \tau_S, \tau_f) > \hat{\varepsilon}$, kde $\hat{\varepsilon}$ je voliteľný optimalizovateľný parameter, ktorý zabezpečuje vykonanie E^s len v prípade rozumnejšieho zisku.

Hodnota $\hat{\varepsilon}$ bude v našom prípade zanedbaná. Na prvý pohľad by sa mohlo zdať, že je zbytočná ale v reálnom nasadení je celkom praktická. Pri arbitrážnej stratégii je potrebné byť jednoznačne rýchlejší ako konkurencia (napr. implementáciou rýchleho kódu) a je potrebné akceptovať riziko spojené so slippage, ktorého funkcionality sme si vysvetlili v (5.2).

Príklad nepriaznivo vyhodnotenej arbitrážnej stratégie môže byť interpretovaný nasledovne: Po získaní najnovších hodnôt pre dvojicu $f(t_i, T), S(t_i)$ sme zistili, že $\Pi_i(T, P, \tau_S, \tau_f) > \hat{\varepsilon}$, čo spĺňa podmienky na vykonanie akcie E_s . Daná požiadavka na vykonanie akcie E_s bola odoslaná na burzu, avšak v čase prijatia na strane burzy už bola takzvané neaktuálna. Konkurenti boli rýchlejší a E_s už vykonali toľkokrát, že arbitrážna príležitosť medzitým zmizla. Tento scenár otvára možnosti nepriaznivých dôsledkov:

- Naše obchodné požiadavky boli zamietnuté, pretože v nich boli uvedené ceny pre spot a futures kontrakt, ktoré už v danom okamihu neboli aktuálne. V dôsledku toho sme neutrpeli žiadne straty.
- Bola vykonaná iba jedna z dvoch požiadaviek, napríklad v prípade keď cena pre spotový trh splnila požadovanú hodnotu, ale cena pre futures kontrakt ju nespĺnila. Výsledkom je, že sa nenachádzame v požadovanej krytej situácii s istým ziskom a sme vystavení riziku vývoja ceny samotného Bitcoinu.
- S požiadavkami sme poslali aj hodnotu prijateľného slippage-u, takže ak sa ceny medzičasom mierne posunuli, mohli byť obchody vykonané v náš prospech alebo neprospech. To by nás udržalo v krytej situácii, avšak v prípade spomenutého neprospechu sa väčšinou jedná o menší zisk ako je možné dosiahnuť s využitím vkladu na účet s aktuálnym úrokom r_t .

Konkurencia v oblasti arbitrážnych príležitostí je veľká (napr. takzvané HFT firmy [3]). Zvyčajne si subjekty zabezpečujú najrýchlejšie pripojenie k svojmu brokerovi, aby mohli získať najaktuálnejšie ceny. Vedia sa dopracovať aj k rekordne nízkym poplatkom čo vo výsledku znamená, že môžu vykonávať E_s nielen rýchlo, ale aj za nižšie hodnoty ako bežný investor.

Takéto a aj iné faktory sa dajú zohľadniť práve vhodným nastavením spomínaného parametra $\hat{\varepsilon}$.

Presný postup algoritmu je následovný

Algorithm 4 Arbi Check

```

1: Vstup: Časovo synchronizované a naparované údaje hodnôt úroku, tikov pre Bit-
   coin a jedného trojmesačného futures kontraktu.
2: Očakávaný výstup: Algoritmus, ktorý bude vyhľadávať a snažiť sa využiť jedno-
   duché arbitrážne momenty.
3: Inicializácia: Nastavenie parametra  $\hat{\epsilon}$  (napr. nejakou optimalizačnou metódou).
4: for each  $t$  in  $0 \dots T$  do
5:   Overí sa či je aktuálne cena Bitcoinu pod cenou futures kontraktu
6:   if  $S(t) \geq f(t, T)$  then
7:     Nebudeme uvažovať nad zložitejšou komparáciou, pokračujeme ďalšou iterá-
       ciou.
8:   end if
9:   Overí sa či sa nám oplatí vykonať všetky spomínané úkony z  $E^s$ .
10:  if  $\Pi_i(T, P, \tau_S, \tau_f) < \hat{\epsilon}$  then
11:    Neoplatí sa nám vykonať postup  $E^s$ , pokračujeme ďalšou iteráciou.
12:  end if
13:  Požičiame si  $S(t)(1 + \tau_S) + f(t_i, T)\tau_f$  dolárov za aktuálny úrok.
14:  Prostriedky z pôžičky použijeme na nákup jedného Bitcoinu.
15:  Množstvo jedného Bitcoinu použijeme na otvorenie jednej krátkej pozície futures
     kontraktu (s pákou 1).
16:  Naš zisk za aktuálnu akciu  $E^s$  môžeme vyjadriť ako  $f(t_i, T) - \frac{S(t_i)}{P(t_i, T)} - \frac{S(t_i)\tau_S}{P(t_i, T)} -$ 
      $\frac{f(t_i)\tau_f}{P(t_i, T)}$ , pričom na finálne vyhodnotenie čakáme až do času  $T$ .
17: end for

```

Poznamenaajme, že knižnica `backtesting.py` nie je primárne navrhnutá pre arbitrážne stratégie s úrokom alebo pôžičkami. Avšak môžeme využiť jej vnútornú logiku a prispôbiť ju tak, aby sme požadované výsledky vedeli dosiahnuť. Implementácia logiky pre úroky, pôžičky a sledovanie priebežného zisku bude vyžadovať našu vlastnú implementáciu. Takýto prístup však bohužiaľ znamená, že výsledný dynamický graf ako aj samotné štatistiky, ktoré sú v ňom zobrazené budú pracovať iba s údajmi otvorených krátkych pozícií, ktoré by odpovedali reálnemu výnosu len zo samotných kontraktov, keďže knižnica nemá vedomosti o úrokoch alebo pôžičkách, ktoré sa uskutočňujú na pozadí. Kvôli danej skutočnosti bude napríklad stav účtu v grafickom výstupe zobrazovať zisk resp. stratu čisto iba z krátkych pozícií a nie celej akcie E^s .

Hodnotenie na testovacej sade dát

Grafický výstup môžeme sledovať na adrese: <https://arbi-check.netlify.app> alebo pre účely vysvetlenia na (Obr. 5.10).



Obr. 5.10: Priblížený výstup knižnice `backtesting.py` po aplikácii Arbi Check stratégie.

Ako sme spomínali, pri spustení algoritmu sme povolili knižnici vykonávať krátke pozície, aby sme mohli vizuálne identifikovať obdobia, v ktorých algoritmus zaznamenal arbitrážnu príležitosť. Prvé grafické okno v (Obr. 5.10), zobrazuje **trhovú spotovú cenu Bitcoinu** a **trhovú cenu futures kontraktu**. Prvý indikátor zhora (`debt_cumu`) zobrazuje priebežný preúročený kumulatívny dlh za každé vykonanie akcie E^s . Za hodnotu úroku sme zvolili pre jednoduchosť pesimisticky najväčšiu hodnotu, ktorú sme za daný časový interval zaznamenali, $r(t) \approx 0,038$. Druhý indikátor zhora zobrazuje kumulatívnu hodnotu získanú zo všetkých započatých krátkych pozícií v čase maturity. Tretí indikátor zhora slúži na zobrazenie rozdielu medzi trhovou cenou futures kontraktu a trhovou cenou Bitcoinu, čo umožňuje jednoduché vizuálne identifikovať, pri akých rozdieloch došlo k arbitrážnym príležitostiam.

Celkovo bolo vykonaných za dané 3 mesiace 4 177 akcií E_s a celkový zisk pri daných hodnotách $P(t_i, T)$, τ_S , τ_f bol na úrovni 0,2538 %. Ak by sme pracovali celý čas čisto so svojim fiktívnym kapitálom (ekvivalent možnosti zobrať pôžičku za nulový úrok), tak by bolo celkovo vykonaných cez 10 500 akcií E_s s celkovým ziskom na úrovni 0,649 %. V oboch prípadoch sme zisk počítali voči celkovému použitému kapitálu na vykonanie

E^s spolu so zahrnutými poplatkami.

V našom prípade sme pre jeden nový tik otvárali vždy maximálne jednu novú pozíciu, ak by však bol záujem o implementáciu riešenia, v ktorom sa otvára väčší počet pozícií, tak je potrebné zahrnúť implementáciu s možným nedostatkom likvidity trhu a väčším dôrazom na konkurenciu, ktorá sa snaží o identickú akciu.

5.5.2 KLAM

Typ: Intra Day

Motivácia

Nakoniec sa zamerajme na bonusovú stratégiu, ktorá vychádza z použitia vypracovanej teoretickej formuly z (2.15). V teoretickej časti sme ukázali, že táto formula vcelku vhodne opisuje dynamiku vývoja cien futures kontraktov s fixnou maturitou. Preto v súčasnej stratégii neberieme v úvahu použitie perpetuálnych futures kontraktov a preferujeme kontrakty s trojmesačnou maturitou.

Motivácia za touto stratégiou je jednoznačná: veríme, že v prípade, keď trhovú cenu prevyšuje teoretickú cenu z (2.15), tak je trhovú cenu nadhodnotená, čo nás motivuje k otvoreniu nových krátkych pozícií. Naopak, ak je trhovú cenu výrazne nižšia než teoretická hodnota, plánujeme otvoriť nové dlhé pozície. Konkrétny objem jednotlivých pozícií bude závisieť od vzájomného vzťahu medzi trhovou a teoretickou cenou.

Jadro Algoritmu

Plánujeme optimalizovať niekoľko parametrov, kde význam väčšiny už poznáme z predchádzajúcich stratégií.

- \hat{E}_l, \hat{E}_p - Hodnoty pre predčasné uzatvorenie otvorených pozícií.
- \hat{O} - Optimálny objem pre dlhé alebo krátke pozície.
- $\Delta \hat{f}$ - Minimálny optimálny absolútny rozdiel medzi trhovou a teoretickou cenou pre zváženie otvorenia pozície.

V stratégií predpokladáme, že máme k dispozícii všetky potrebné údaje na priebežné výpočty teoretickej ceny futures kontraktu pomocou (2.15), teda nakalibrované parametre, aktuálnu hodnotu $S(t)$ a aktuálnu hodnotu $P(t, T)$.

Stratégia začína porovnaním absolútneho rozdielu medzi teoretickou a trhovou cenou $|f(t, T) - f_{\text{BURZA}}(t, T)|$. Ak je tento rozdiel významný v porovnaní s hodnotou $\Delta \hat{f}$, zvažujeme otvorenie nových pozícií. V ďalšom kroku identifikujeme, či ide o nadhodnotený alebo podhodnotený scenár trhovej ceny.

V prípade, že trhová cena je podhodnotená a máme otvorené existujúce krátke pozície, bezodkladne ich zatvárame a otvárame nové dlhé pozície. Objem nových otvorených kontraktov je určeny relatívnou hodnotou $\frac{f_{\text{BURZA}}}{|f(t,T) - f_{\text{BURZA}}(t,T)|}$ a optimalizovanou hodnotou \hat{O} . Analogický postup by sme zvolili pri nadhodnotenı.

Danú pozíciu otvárame s využitím stop-loss a take-profit funkcií, ktorých hodnoty sú dané znova pomocou \hat{E}_l, \hat{E}_p .

Podrobnejı popis algoritmu je dostupný tu:

Algorithm 5 KLAM

- 1: **Vstup:** Synchronizované a zoradené údaje o tikoch pre Bitcoin, vygenerované hodnoty teoretickej ceny futures kontraktu podľa (2.15) a jedného burzového trojmesačného futures kontraktu (všetky údaje za to isté časové obdobie).
 - 2: **Očakávaný výstup:** Algoritmus, ktorý bude vyhodnocova značnú vzdialenosť medzi teoretickou a burzovou cenou ako hlavný dôvod pre otvorenie novej pozície.
 - 3: **Inicializácia:** Nastavenie parametrov $\hat{E}_l, \hat{E}_s, \hat{O}, \Delta \hat{f}$ (napr. optimalizačnou metódou).
 - 4: **for each** t **in** $0 \dots T$ **do**
 - 5: Skontrolujeme či niektorá z historicky pretrvavajucıch pozícií nesplnila požiadavku pre stop-loss resp. take-profit daných hodnotami \hat{E}_l, \hat{E}_p . V prípade nájdenia takýchto kontraktov, konkrétne pozície uzatvárame.
 - 6: Overíme, či je aktuálny absolútny rozdiel medzi teoretickou a burzovou cenou signifikantný.
 - 7: **if** $|f(t, T) - f_{\text{BURZA}}(t, T)| \leq \Delta \hat{f}$ **then**
 - 8: Rozdiel nie je signifikantný, pokračujeme dalej.
 - 9: **end if**
 - 10: Prejdeme k otváraniu dlhých pozícií v prípade, že je cena podhodnotená.
 - 11: **if** $f(t, T) > f_{\text{BURZA}}(t, T)$ **then**
 - 12: Skontrolujeme, či nemáme otvorené žiadne krátke pozície. Ak áno, tak takéto pozície ihneď uzatvoríme.
 - 13: Nakupıme $\frac{f_{\text{BURZA}}(t, T)}{|f(t, T) - f_{\text{BURZA}}(t, T)| + 1} \times \hat{O}$ dlhých pozícií s funkciou take-profit a stop-loss, ktoré sú dané parametrami \hat{E}_p, \hat{E}_l .
 - 14: **end if**
 - 15: **if** $f(t, T) < f_{\text{BURZA}}(t, T)$ **then**
 - 16: Skontrolujeme, či nemáme otvorenú žiadne dlhé pozície, ak áno, všetky ich uzatvoríme.
 - 17: Nakupıme $\frac{f_{\text{BURZA}}(t, T)}{|f(t, T) - f_{\text{BURZA}}(t, T)| + 1} \times \hat{O}$ krátkych pozícií s funkciou take-profit a stop-loss, ktoré sú dané parametrami \hat{E}_p, \hat{E}_l .
 - 18: **end if**
 - 19: **end for**
-

Optimalizácia parametrov

Keďže sa jedná o trojmesačné futures kontrakty, pre tréningovú sadu sme zvolili burzové údaje o futures kontrakte spolu so spotovou cenou [4], kde úrok v danom čase dosahoval kladné a aj záporné hodnoty, tak aby sa naša teoretická cena dostávala pod aj nad spotovú cenu Bitcoinu. Výsledné optimálne parametre nás prekvapili, pretože hodnota take-profit je výrazne menšia ako stop-loss. Jedná sa o charakter očakávaných krátkodobých obchodov, kde akceptujeme vysoké riziko straty.

- $\hat{E}_l = 0,0142$; $\hat{E}_p = 0,0667$
- $\hat{O} = 0,376$
- $\Delta\hat{f} = 52$

. V tomto prípade pridávame aj grafický výstup priebehu optimálnej stratégie na adrese <https://kalm-trained-over-fitted.netlify.app>, aby sme videli typ trhu, voči ktorému sme získali dané parametre, ako aj časové okno, v ktorom sa uskutočňovali obchody. Zrejme je jasné vidieť, že obchody boli vykonávané väčšinou v prvej polovici časového intervalu, v ďalšej časti sa teoretická a burzová cena postupne približovala k spotovej a ich rozdiel bol pre nás nezaujímavý.

Hodnotenie na testovacej sade dát

V prípade testovacieho súboru údajov sme použili rovnaký princíp, pričom sme použili 3-mesačné údaje so splatnosťou 29.12.2023. Grafické znázornenie výkonnosti stratégie si môžeme pozrieť na nasledujúcej adrese: <https://klam-test.netlify.app>, alebo na časti vizualizácie, na (Obr. 5.11).



Obr. 5.11: Príklad otvorenia nových dlhých pozícií pri algoritme KLAM

Samotné **tiky** na (Obr. 5.11) sú dáta patriace burzovej cene futures kontraktu a ďalší graf predstavuje **teoretickú cenu futures kontraktu**.

Celkové štatistiky môžeme pozorovať na (Obr. 5.12).

Start	2023-09-01 00:00:00
End	2023-12-29 08:00:00
Duration	119 days 08:00:00
Exposure Time [%]	44.330977
Equity Final [\$]	1248754.350838
Equity Peak [\$]	1248754.350838
Return [%]	24.875435
Buy & Hold Return [%]	61.122753
Return (Ann.) [%]	100.588388
Volatility (Ann.) [%]	43.405273
Sharpe Ratio	2.317423
Sortino Ratio	13.289583
Calmar Ratio	14.953162
Max. Drawdown [%]	-6.726897
Avg. Drawdown [%]	-0.9937
Max. Drawdown Duration	14 days 05:15:00
Avg. Drawdown Duration	1 days 07:31:00
# Trades	28
Win Rate [%]	96.428571
Best Trade [%]	1.298237
Worst Trade [%]	-6.880769
Avg. Trade [%]	0.920384
Max. Trade Duration	13 days 11:15:00
Avg. Trade Duration	1 days 21:19:00
Profit Factor	4.793322
Expectancy [%]	0.932178
SQN	3.279363
_strategy	Klam

Obr. 5.12: Výsledné štatistiky po použití algoritmu KLAM na testovaciu sadu dát.

Parametre výslednej stratégie boli optimalizované počas pesimistických trhových podmienok (trénovací kontrakt) spolu s kladnými a zápornými úrokovými sadzbami a následne stratégia s danými optimálnymi parametrami bola aplikovaná na údaje (testovací kontrakt) s kladnými úrokovými sadzbami a v optimistickej trhovej nálade. Vo výsledku za dané 3 mesačné obdobie priniesla pôsobivé výnosy až 25 %. Je však veľmi dôležité zdôrazniť, že v trénovacom súbore údajov sa stratégia zapájala len do krátkych pozícií, keďže počas celého obdobia zostávala mierne pod trhovou cenou futuresu, čo sa zhodovalo s prevládajúcim pesimistickým trhom. Naopak, v testovacom súbore údajov zaujala výlučne dlhé pozície, keďže úrok bol kladný a celý čas bola teoretická hodnota nad trhovou.

V dôsledku toho, ak by rast úrokových sadzieb a cien neboli konkordantné dvojice, výsledok stratégie mohol byť diametrálne odlišný. To aj indikuje význam názvu stratégie, KLAM. V ideálnom prípade by ďalšie testovanie tejto stratégie na rôznych typoch trhov poskytlo jasnejší pohľad na jej výkonnosť.

Práve z tohto dôvodu sme aplikovali stratégiu na ďalšie dva rôzne futures kontrakty:

- Pre obdobie od 1.1.2022 do 25.3.2022, kedy boli úrokové sadzby záporné, a burzová cena bola nadhodnotená v porovnaní s teoretickou. Nálada na trhu nebola jednoznačná (charakterizovala ju striedavosť), čo viedlo k zisku 20%. Celkový

grafický výstup tejto stratégie môžeme vidieť na adrese <https://klam-test-1.netlify.app>.

- Pre obdobie od 1.10.2022 do 29.12.2022, kedy boli úrokové sadzby kladné, a burzová cena bola podhodnotená v porovnaní s teoretickou. Nálada na trhu nebola jednoznačná (zažila v okolí 8.11.2022 jeden silný pesimistický skok), čo viedlo vo výsledku k strate vo výške 6%. Celkový grafický výstup tejto stratégie môžeme vidieť na adrese <https://klam-test-2.netlify.app>. Zaujímavosťou v tomto prípade je, že kontrakty sa neotvárali v obvyklom scenári, v priebehu prvých mesiacov ale až v okolí 15. novembra 2022, kedy teoretická cena a trhová cena prvýkrát významne divergovali. Práve za touto udalosťou stálo prvé výrazné zvýšenie úrokových sadzieb.

Stratégia by sa dala považovať za spoľahlivejšiu, keby sa jej darilo aj vo veľmi volatilných obdobiach, v ktorých by dochádzalo k častému otváraniu dlhých aj krátkych pozícií, a to v rámci jedného kontraktu. Avšak na niečo také by sme potrebovali reálne dáta, ktorých v tomto čase nie je dostatok.

Jednou z ďalších možných metód je aplikácia stratégie v reálnom čase, napríklad s fiktívnym kapitálom, čo burzy bežne ponúkajú. Keby sme testovali výkonnosť stratégie v aktuálnom momente (28.4.2024), kedy sú úroky kladné, burzová hodnota kontraktu je podhodnotená a vývoj trhu je pre nás celkovo stochastický, zrejme by sme v prípade signálu na signifikantný rozdiel otvárali dlhé pozície s tým, že by sme chceli dosiahnuť malý zisk s akceptáciou veľkého rizika (stop-loss, take-profit).

Záver

Výsledkom našej práce je podrobná analýza a aplikácia teoretických a praktických aspektov futures kontraktov, s konkrétnym zameraním na Bitcoin futures kontrakty.

V úvodnej časti sme sa zamerali na nematematickú teóriu, kde sme poskytli prehľad o Bitcoine, technológii blockchain a koncepte futures a forward kontraktov spolu s ich bežnými aplikáciami.

V nasledujúcej časti sme ukázali, kedy sa ceny futures a forward kontraktov líšia a kedy sú rovnaké, vychádzajúc z predpokladu absencie arbitráže. Pochopiteľne sme vypracovali vlastnú teoretickú formulu pre futures kontrakt, ktorá sa pri vzájomnom porovnávaní vizuálne zhoduje s cenou na burze. Taktiež sme prezentovali dynamiku tejto formuly na základe variácií vstupných parametrov.

Pripravili sme si viacero simulovaných cien Bitcoinu, ktoré sme pri overovaní výkonnosti obchodných stratégií reprezentovali ako fiktívne vývoje cien perpetuálnych futures kontraktov, bez zahrnutia funding ratu.

Vytvorili sme množstvo obchodných stratégií založených iba na samotných cenových dátach a prípadného úroku, bez zahrnutia externých ekonomických faktorov. Každá spomínaná stratégia mala svoju vlastnú ideológiu a to napríklad: signifikantná odchýlka ceny aktíva od cien korelovaných aktív, sledovanie trendu, návrat k priemeru, vyhľadávanie arbitrážnych príležitostí a sledovanie signifikantných rozdielov trhovej a teoretickej ceny. Niektoré z nich sa pomocou backtestingu voči testovacím dátam ako aj voči Monte Carlo simuláciám javia ako potenciálne ziskové pri reálnom obchodovaní.

Na záver, naša práca predstavuje komplexnú štúdiu o futures kontraktoch na Bitcoin, kde sme spojili teoretické poznatky s praktickými aplikáciami. Naše zistenia z teoretickej časti a vytvorené stratégie z praktickej časti by mohli poslúžiť ako základ pre ďalší výskum v tejto oblasti alebo ako východiskový bod pre praktické obchodné rozhodnutia.

Literatúra

- [1] Adam Hayes. Futures contract definition: Types, mechanics, and uses in trading, 20023. Citované [6.1.2023] z <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/derivatives/forward-contract/>.
- [2] Damien Ackerer, Julien Hugonnier, and Urban Jermann. Perpetual futures pricing. *arXiv preprint arXiv:2310.11771*, 2023.
- [3] Bruno Biais, Thierry Foucault, et al. Hft and market quality. *Bankers, Markets & Investors*, 128(1):5–19, 2014.
- [4] Burza Binance. Dáta historických cien kryptomien a derivátov, 2024. Citované [14.4.2024] z <https://www.binance.com/en/landing/data>.
- [5] Ernest P Chan. *Quantitative trading: how to build your own algorithmic trading business*. John Wiley & Sons, 2021.
- [6] Usman W Chohan. A history of bitcoin. *Available at SSRN 3047875*, 2022. Citované [6.4.2024] z <https://ssrn.com/abstract=3047875orhttp://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3047875>.
- [7] CS145 Team CryptoBot. Identifying active trading strategies in the bitcoin market.
- [8] R. Harman. *Multivariate Statistical Analysis - Selected Lecture Notes*. 2023.
- [9] Adam Hayes. Perpetual futures: What they are and how they work, 2023. Citované [14.4.2024] z <https://www.investopedia.com/what-are-perpetual-futures-7494870>.
- [10] J. C. Hull. *Options, Futures and other derivatives*. Pearson, 2014.
- [11] V. Úradníček I. Melicherčík, L. Olšarová. *Kapitoly z finančnej matematiky*. Epos, 2005.
- [12] Sham M Kakade and Michael Kearns. Trading in markovian price models. In *International Conference on Computational Learning Theory*, pages 606–620. Springer,

2005. Citované [5.4.2023] z <https://www.cis.upenn.edu/~mkearns/papers/pricemodel.pdf>.
- [13] Komunita. Zdrojový kód bitcoinu, 2008. Citované [6.1.2023] z <https://github.com/bitcoin/bitcoin>.
- [14] L. Košútová. *Shadow rate modely*. 2024.
- [15] M. Rutkowski M. Musiela. *Martingale Methods in Financial Modelling*. Springer, 1997.
- [16] Nadia Batey. A brief history of bitcoin, 1900. Citované [6.1.2023] z <https://www.jmco.com/articles/tax/brief-history-bitcoin>.
- [17] OECD. Oecd short-term interest rates. <https://data.oecd.org/interest/short-term-interest-rates.htm>, 11.2023. Citované [10.11.2023].
- [18] Satoshi Nakamoto. Bitcoin: A peer-to-peer electronic cash system, 2008. Citované [6.1.2023] z <https://assets.pubpub.org/d8wct41f/31611263538139.pdf>.
- [19] Lin Yu, Hung-Gay Fung, and Wai Kin Leung. Momentum or contrarian trading strategy: Which one works better in the chinese stock market. *International Review of Economics & Finance*, 62:87–105, 2019.
- [20] J. Valášek Z. Kubáček. *Cvicenia z matematickej analýzy*. Univerzita Komenského v Bratislave, 2009.

Príloha A: Zdrojový kód, súbory údajov, obrázkov a animácií

Zdrojový kód celej diplomovej práce je zverejnený na stránke <https://github.com/devAdam117/bitcoin-futures-trading-strategies>.

Každý relevantný priečinok alebo súbor je na danej stránke popísaný spolu s jeho funkcionalitou.

Projekt obsahuje všetky spomínané datasety, kalibračné súbory, implementácie obchodných stratégií spolu s ich html výstupmi, na ktoré sme sa častokrát odkazovali v diplomovej práci. Daný projekt obsahuje aj jupyter notebook, ktorý ukazuje postup v akom sa vykonávali dané obchodne stratégie.