



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky



Mgr. Ivana Bátorová

Autoreferát dizertačnej práce

Spectral Techniques for Economic Time Series

na získanie vedecko-akademickej hodnosti *philosophiae doctor*
v odbore doktorandského štúdia: 9.1.9 Aplikovaná matematika

Bratislava 2012

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre aplikovanej matematiky a štatistiky Fakulty matematiky, fyziky a informatiky, Univerzity Komenského v Bratislave.

Predkladateľ: Mgr. Ivana Bátorová
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Školiteľ: doc. Ing. Jarko Fidrmuc, Dr.
Zeppelin University Friedrichshafen
Friedrichshafen, Germany

Oponenti:

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa oh
pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymeno-
vanou predsedom odborovej komisie dňa

v študijnom odbore 9.1.9 Aplikovaná matematika

na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave, Mlyn-
ská dolina, 842 48 Bratislava.

Predseda odborovej komisie:

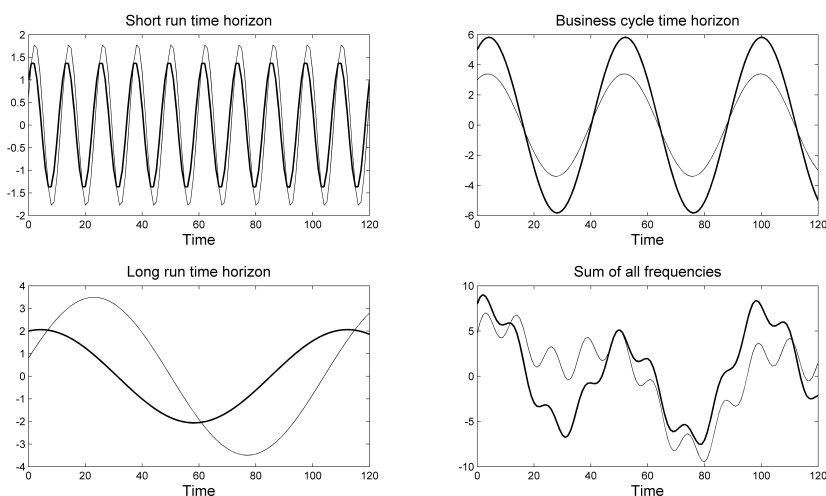
prof. RNDr. Pavol Brunovský, DrSc.
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

1 Úvod

Ústrednou témou predloženej dizertačnej práce je spektrálna analýza. Spektrálna analýza bola metóda primárne vyvinutá a aplikovaná vo vedách ako geofyzika, astronómia, meteorológia, ale svoju úlohu zohrala aj pri digitálnom spracovaní signálu. Až neskôr sa použila aj pri analyzovaní časových radov, teda našla svoje uplatnenie aj v ekonometrii.

Vlastnosti časových radov sa v ekonometrii popisujú prevažne pomocou metód založených na časovej štruktúre dát. Spektrálna analýza poskytuje iný pohľad na vlastnosti časových radov a pomáha analyzovať a riešiť také otázky aplikovanej ekonómie ako identifikácia trendu a sezónnosti ekonomických časových radov, štúdium medzinárodného hospodárskeho cyklu a analýza vzájomnej interakcie časových radov.

Nerlove v [3], ako prvý, používa frekvenčný prístup pri riešení problému sezónneho očistenia, teda prvá aplikácia spektrálnej analýzy v ekonometrii sa datuje do polovice 60-tych rokov minulého storočia. Detailnejší prehľad literatúry o aplikáciách spektrálnych metód v ekonometrii ponúka samotná dizertačná práca v kapitole 3.



Obr. 1: Rozklad dvoch časových radov.

Obrázok 1 graficky popisuje základnú intuíciu spektrálnej analýzy pre dva simulované procesy. Prvý graf predstavuje vysokofrekvenčné komponenty zodpovedajúce krátkodobému časovému horizontu. Druhý graf znázorňuje komponenty prislúchajúce

k horizontu tzv. hospodárskeho cyklu a komponenty zodpovedajúce dlhodobému časovému horizontu sú zobrazené na treťom obrázku. Zloženie týchto komponentov vytvára konečný časový rad graficky znázornený na poslednom obrázku. Spektrálna analýza takto získaný časový rad rozloží na pôvodné časové rady, z ktorých vznikol.

Spektrálna analýza sa zaoberá skúmaním cyklických zložiek dát a jej hlavným cieľom je rozložiť pôvodný časový rad na súčet periodických funkcií s frekvenciou ω z intervalu od 0 do π . Táto základná premisa spektrálnej analýzy je popísaná vo *vete o spektrálnej reprezentácii*: každý kovariančne stacionárny proces $\{Y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ môže byť vyjadrený ako

$$Y_t = \mu + \int_0^{\pi} \alpha(\omega) \cdot \cos(\omega t) d\omega + \int_0^{\pi} \beta(\omega) \cdot \sin(\omega t) d\omega,$$

kde ω je frekvencia zodpovedajúca časovému horizontu T a príslušné váhy $\alpha(\omega)$ a $\beta(\omega)$ sú náhodné premenné. To znamená, že Y_t je periodický proces s frekvenciou ω resp. s periódou T .

2 Ciele

V dizertačnej práci sa zaoberáme analýzou a riešením niekoľkých otázok a problémov, ktoré sú spojené so spektrálnou analýzou. Hlavné ciele práce môžeme zhrnúť do nasledujúcich bodov:

- Predstaviť jednorozmernú spektrálnu analýzu ako metódu vhodnú aj pre modelovanie časových radov. Oboznámiť čitateľa s hlavnou myšlienkou spektrálnej analýzy a jej základnými pojmami, ako *spektrum*, *periodogram*. Popísať metódy pre odhad spektra.
- Predstaviť vektorovú spektrálnu analýzu a s ňou súvisiacu krížovú spektrálnu analýzu a popísať súvisiace pojmy ako *dynamická korelácia*, *kohézia* a *krížová kohézia*.
- Odvodiť teoretické hodnoty spektra pre autoregresné procesy prvého a p -teho rádu, pre procesy kľzavých priemerov prvého a q -teho rádu a pre *ARMA* procesy.
- Použiť Monte Carlo simulácie s cieľom zistiť, ktorá z popísaných metód odhadu spektra je najpresnejšia.
- Použitím krížovej spektrálnej analýzy (aplikácia dynamickej korelácie a kohézie) odhaliť, aký veľký vplyv má Čína na hospodársky cyklus vybraných OECD krajín.

3 Dosiahnuté výsledky

3.1 Monte Carlo analýza

V predloženej dizertačnej práci sme sa pomocou Monte Carlo simulácií snažili nájsť odpoveď na otázku, ktorá metóda pre odhad spektra je najvhodnejšia. Ako kritérium presnosti sme použili ukazovateľ *mean squared error* (MSE).

Podstatou Monte Carlo simulácií je replikácia skutočných dát pomocou experimentu na základe známych vlastností procesu. Takto definovanú Monte Carlo metódu prvýkrát pre účely výskumu použili v 40-tych rokoch 20. storočia Neumann, Ulam a Richtmyer ([4]).

3.1.1 Pojem spektra a metódy jeho odhadu

Podstatou spektrálnej analýzy je výpočet *funkcie spektrálnej hustoty* (spektrum). Pre každý stacionárny časový rad $\{Y_t\}_{t=-\infty}^{\infty}$ so strednou hodnotou μ a s autokovarianciami $\{\gamma_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$ sa spektrum definuje ako

$$s_Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j e^{-i\omega j}. \quad (1)$$

Existujú dva typy metód – parametrické a neparametrické metódy odhadu spektra. Podstata parametrických metód je založená na fakte, že každý lineárny proces je možné aproximovať pomocou autoregresného procesu p -teho rádu, $AR(p)$, v tvare

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

kde μ je jeho stredná hodnota a ε_t je biely šum. Parzen v [5] ako prvý popísal parametrickú metódu pre odhad spektra.

Medzi parametrické metódy odhadu patrí *autoregresívna* a *Yule-Walker* metóda. Rozdiel medzi týmito dvomi metódami spočíva len v odhade parametrov autoregresného procesu $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$, ktorý aproximuje analyzovaný časový rad.

Spektrum je možné odhadnúť aj pomocou periodogramu, kde sa teoretické hodnoty autokovariancií nahradia reálnymi hodnotami vypočítanými z odhadovaných dát.

$$\hat{s}_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-T+1}^{T-1} \hat{\gamma}_j e^{-i\omega j} \quad (2)$$

Periodogram ako metóda pre odhad spektra má však určité nevýhody, preto sa ako neparametrická metóda odhadu používa vylepšená verzia. Spektrum sa odhaduje ako vážený priemer hodnoty periodogramu. Existuje niekoľko spôsobov ako určiť príslušné váhy. Jeden z najznámejších spôsobov je tzv. Bartlett okno. Potom neparametrický odhad spektra s použitím Bartlett okna môžeme definovať ako

$$\hat{s}_Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \sum_{j=-h}^h \left(1 - \frac{|j|}{h}\right) \hat{\gamma}_j e^{-i\omega j} \right\}, \quad (3)$$

kde h , *šírka pásma*, predstavuje veľkosť príslušného okna. Existujú, a pri Monte Carlo simuláciách sme použili, aj iné metódy pre škálovanie váh:

- *Tukey*: $\kappa_j^* = 0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi j}{h}\right) \quad |j| \leq h$

- *Parzen* (de la Valle-Poussin):

$$\kappa_j^* = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{j}{h}\right)^2 + 6\left(\frac{|j|}{h}\right)^3 & \text{pre } |j| \leq \frac{h}{2} \\ 2\left(1 - \frac{|j|}{h}\right)^3 & \text{pre } \frac{h}{2} \leq |j| \leq h \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

- *Blackman*: $\kappa_j^* = 0.54 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi j}{h}\right) + 0.08 \cos\left(2\frac{\pi j}{h}\right) \quad |j| \leq h$

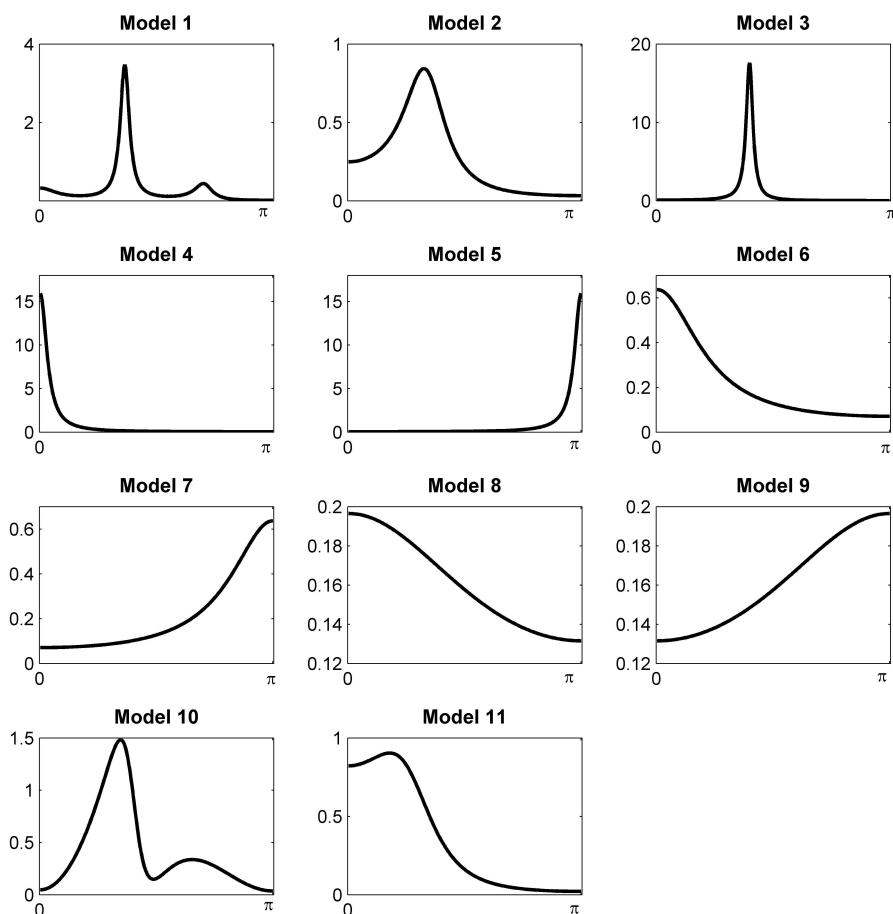
3.1.2 Simulované procesy

Pre Monte Carlo simulácie sme si zvolili jedenásť rôznych procesov, ktoré zastupujú rôzne vlastnosti časových radov. Použili sme deväť autoregresných procesov s rôznymi stupňami voľnosti a dva ARMA procesy.

- **Model 1:** $AR(5) \ Y_t = 0.5Y_{t-1} - 0.6Y_{t-2} + 0.3Y_{t-3} - 0.4Y_{t-4} + 0.5Y_{t-5} + \varepsilon_t$
- **Model 2:** $AR(2) \ Y_t = 0.7Y_{t-1} - 0.5Y_{t-2} + \varepsilon_t$
- **Model 3:** $AR(2) \ Y_t = 0.6Y_{t-1} - 0.9Y_{t-2} + \varepsilon_t$
- **Model 4:** $AR(1) \ Y_t = 0.9Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- **Model 5:** $AR(1) \ Y_t = -0.9Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- **Model 6:** $AR(1) \ Y_t = 0.5Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- **Model 7:** $AR(1) \ Y_t = -0.5Y_{t-1} + \varepsilon_t$

- **Model 8:** $AR(1) Y_t = 0.1Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- **Model 9:** $AR(1) Y_t = -0.1Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- **Model 10:** $ARMA(2, 4) Y_t = 0.5Y_{t-1} - 0.6Y_{t-2} + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} - 0.4\varepsilon_{t-2} + 0.5\varepsilon_{t-3} - 0.8\varepsilon_{t-4}$
- **Model 11:** $ARMA(2, 1) Y_t = 0.75Y_{t-1} - 0.3Y_{t-2} + \varepsilon_t + 0.25\varepsilon_{t-1}$

ε_t v popísaných modeloch je biely šum. Tieto modely sú vhodné vďaka ich jednoducho-
chosti a súčasnej rôznorodosti spektier, ktoré predstavujú. Graf 2 znázorňujúci teore-
tické spektrá simulovaných procesov potvrdzuje, že relatívne podobné náhodné procesy
môžu mať veľmi odlišné spektrum.

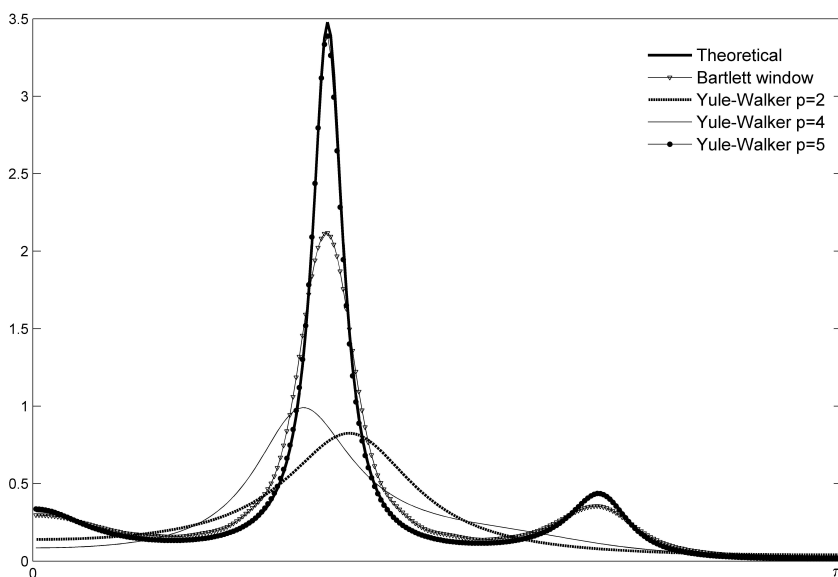


Obr. 2: Grafické znázornenie teoretického spektra simulovaných procesov.

3.1.3 Závěry vyplývající z Monte Carlo simulací

Monte Carlo metódu sme aplikovali pre parametrické aj neparametrické metódy odhadu spektra pre rôzny počet pozorovaní a pre rôzny počet simulácií. Výsledky simulácií sú uvedené v tabuľkách 1 a 2.

Aby sme zistili, ktorá z popisovaných metód pre odhad spektra je najpresnejšia realizovali sme pre jedenásť definovaných procesov Monte Carlo simulácie pre rôzny počet pozorovaní. Tabuľka 2 popisuje výsledky získané Monte Carlo simuláciami so simulovanými časovými radmi, ktoré majú 100 pozorovaní, teda závery z nich plynúce sú relevantné pre krátke časové rady, ako napríklad HDP európskych krajín. Výsledky v tabuľke 1 zodpovedajú časovým radom s 1000 pozorovaniami a teda korešpondujú s časovými radmi s vysokou frekvenciou ako sú napríklad ceny akcií. Z oboch tabuliek je zrejmé, že všetky metódy sú presnejšie s rastúcim počtom pozorovaní. Čím vyšší je počet pozorovaní, tým nižšie sú hodnoty MSE. Túto vlastnosť sme využili v publikácii [1].



Obr. 3: Porovnanie teoretického spektra $AR(5)$ procesu s parametrickými a neparametrickými odhadmi spektra.

Tabuľky 1 a 2 taktiež dokazujú, že pre odhad spektra autoregresných procesov sú najvhodnejšie parametrické metódy, keďže sú založené na skutočnom autoregresnom

procesu. Na druhej strane, odhad spektra ostatných procesov je najpresnejší použitím neparametrických metód. Väčšinou ale nevieme, o aký proces ide a vo všeobecnosti sa snažíme aproximovať autoregresný proces p -teho rádu menšou hodnotou p . V takomto prípade parametrické metódy už nie sú tou najlepšou voľbou. Ak rád autoregresného procesu je podhodnotený, neparametrické metódy sú presnejšie ako parametrické aj v prípade autoregresných procesov.

Napríklad, ak pre odhad spektra modelu 1, ktorý je generovaný s 1000 pozorovaniami, použijeme neparametrickú metódu s Bartlett oknom, MSE nadobúda hodnotu 0.03749 pre 1000 simulácií. Ak odhadneme správne p a použijeme Yule-Walker parametrickú metódu, MSE bude rovné 0.00005. Ak však použijeme $p = 4$, MSE pre Yule-Walker metódu rapídne vzrastie na 0.20283. Preto odporúčame použiť radšej neparametrické metódy pre odhad spektra, keďže existuje tendencia podhodnotiť skutočný rád procesu. Toto tvrdenie odvodené na základe numerických hodnôt potvrdzuje aj obrázok 3, ktorý porovnáva teoretickú hodnotu spektra modelu 1, neparametrický odhad a Yule-Walker odhad pre skutočné a podhodnotenú p .

	50 simulací				1000 simulací			
	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.
Model 1								
Periodogram	0.08350	0.04698	0.02875	0.10921	0.00574	0.02531	0.00258	0.00508
Bartlett window	0.03953	0.00028	0.00763	0.05631	0.03749	0.00025	0.00663	0.05365
Parzen window	0.06254	0.00046	0.02198	0.08508	0.06084	0.00050	0.02054	0.08309
Blackman window	0.05107	0.00035	0.01873	0.06916	0.04942	0.00037	0.01708	0.06734
Yule-Walker (p=4)	0.20702	0.04008	0.03579	0.29271	0.20283	0.04103	0.03402	0.28703
Yule-Walker (p=5)	0.00051	0.00007	0.00012	0.00070	0.00005	0	0	0.00007
Yule-Walker (p=6)	0.00056	0.00011	0.00013	0.00078	0.00005	0	0	0.00007
Model 2								
Periodogram	0.03147	0.02051	0.07581	0.01467	0.00330	0.01682	0.00513	0.00121
Bartlett window	0.00071	0.00007	0.00138	0.00051	0.00038	0.00010	0.00076	0.00025
Parzen window	0.00045	0.00005	0.00091	0.00031	0.00021	0.00001	0.00045	0.00013
Blackman window	0.00035	0.00008	0.00072	0.00023	0.00012	0	0.00028	0.00007
Yule-Walker (p=1)	0.05931	0.08335	0.10787	0.03732	0.05973	0.08802	0.10824	0.03734
Yule-Walker (p=2)	0.00001	0	0.00005	0	0	0	0	0
Yule-Walker (p=3)	0.00002	0	0.00005	0.00001	0	0	0.00001	0
Model 3								
Periodogram	1.53702	0.01827	0.09371	2.27040	0.04625	0.00254	0.00675	0.06654
Bartlett window	1.21715	0.00195	0.03217	1.81611	1.19968	0.00195	0.03335	1.78937
Parzen window	1.87384	0.00001	0.08020	2.78387	1.86305	0.00001	0.08212	2.76689
Blackman window	1.59698	0	0.04330	2.38266	1.58550	0	0.04490	2.36477
Yule-Walker (p=1)	7.92833	0.05775	0.07966	11.87779	7.92835	0.05792	0.07969	11.87779
Yule-Walker (p=2)	0.01157	0	0	0.01739	0.00501	0	0	0.00753
Yule-Walker (p=3)	0.01104	0	0	0.01660	0.00397	0	0	0.00597
Model 4								
Periodogram	4.77922	68.04026	0.89933	0.05569	3.91819	59.19012	0.01039	0.00015
Bartlett window	0.47835	6.97138	0.06272	0.00055	0.41142	5.99943	0.05295	0.00054
Parzen window	0.63578	9.02762	0.14383	0.00001	0.57711	8.17921	0.13436	0
Blackman window	0.51465	7.38711	0.09685	0	0.45695	6.55595	0.08673	0
Yule-Walker (p=1)	0.00965	0.14519	0.00016	0	0.00059	0.00874	0.00005	0
Yule-Walker (p=2)	0.01240	0.18717	0.00007	0	0.00066	0.00979	0.00003	0
Yule-Walker (p=3)	0.01195	0.18025	0.00009	0	0.00080	0.01200	0.00002	0
Model 5								
Periodogram	1.21151	0.00194	0.00264	1.81955	0.07349	0.00157	0.00053	0.11008
Bartlett window	0.33744	0.00016	0.00021	0.50704	0.31610	0.00016	0.00022	0.47496
Parzen window	0.52058	0	0	0.78238	0.50069	0	0	0.75250
Blackman window	0.40270	0	0	0.60523	0.38154	0	0	0.57343
Yule-Walker (p=1)	0.00389	0	0	0.00584	0.00062	0	0	0.00093
Yule-Walker (p=2)	0.00265	0	0	0.00398	0.00072	0	0	0.00108
Yule-Walker (p=3)	0.00098	0	0	0.00148	0.00103	0	0	0.00154
Model 6								
Periodogram	0.02087	0.16724	0.02538	0.00449	0.00668	0.09143	0.00167	0.00028
Bartlett window	0.00003	0.00025	0.00004	0.00001	0.00009	0.00100	0.00004	0.00001
Parzen window	0.00001	0.00001	0.00003	0	0.00002	0.00032	0.00001	0
Blackman window	0.00001	0	0.00003	0.00001	0.00002	0.00025	0	0

	50 simulácií				1000 simulácií			
	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.
Model 6								
Yule-Walker (p=1)	0.00007	0.00071	0.00009	0	0	0.00001	0	0
Yule-Walker (p=2)	0.00006	0.00051	0.00008	0	0	0.00004	0	0
Yule-Walker (p=3)	0.00006	0.00060	0.00008	0	0	0.00004	0	0
Model 7								
Periodogram	0.02620	0.01131	0.00414	0.03658	0.00099	0.00124	0.00010	0.00133
Bartlett window	0.00006	0.00001	0.00002	0.00008	0.00009	0.00001	0.00001	0.00013
Parzen window	0.00001	0	0.00001	0.00001	0.00002	0	0	0.00003
Blackman window	0.00001	0	0.00001	0.00001	0.00001	0	0	0.00002
Yule-Walker (p=1)	0	0	0	0	0	0	0	0
Yule-Walker (p=2)	0.00001	0	0	0.00002	0	0	0	0
Yule-Walker (p=3)	0.00001	0.00001	0	0.00001	0	0	0	0
Model 8								
Periodogram	0.00666	0.00994	0.00833	0.00566	0.00096	0.00927	0.00053	0.00031
Bartlett window	0.00002	0.00010	0.00002	0.00001	0	0.00002	0	0
Parzen window	0.00001	0.00008	0.00002	0.00001	0	0.00001	0	0
Blackman window	0.00001	0.00008	0.00002	0.00001	0	0.00001	0	0
Yule-Walker (p=1)	0	0	0	0	0	0	0	0
Yule-Walker (p=2)	0	0.00002	0	0	0	0	0	0
Yule-Walker (p=3)	0.00001	0.00002	0.00001	0	0	0	0	0
Model 9								
Periodogram	0.00897	0.00497	0.00627	0.01045	0.00066	0.00457	0.00036	0.00039
Bartlett window	0.00001	0.00002	0.00001	0.00001	0	0.00001	0	0
Parzen window	0.00001	0.00002	0.00001	0.00001	0	0.00001	0	0
Blackman window	0.00001	0.00003	0.00001	0.00001	0	0.00001	0	0
Yule-Walker (p=1)	0	0	0	0	0	0	0	0
Yule-Walker (p=2)	0	0	0	0	0	0	0	0
Yule-Walker (p=3)	0	0	0	0	0	0	0	0
Model 10								
Periodogram	0.05834	0.00622	0.09791	0.04755	0.00469	0.00103	0.00843	0.00354
Bartlett window	0.00244	0.00113	0.00217	0.00268	0.00251	0.00133	0.00233	0.00270
Parzen window	0.00202	0.00016	0.00073	0.00272	0.00217	0.00023	0.00094	0.00286
Blackman window	0.00128	0.00006	0.00035	0.00177	0.00140	0.00011	0.00054	0.00187
Yule-Walker (p=4)	0.07847	0.00024	0.08107	0.08520	0.07823	0.00025	0.08120	0.08479
Yule-Walker (p=5)	0.06982	0.00059	0.08719	0.06969	0.06996	0.00060	0.08723	0.06988
Yule-Walker (p=6)	0.06909	0.00026	0.08740	0.06854	0.06938	0.00026	0.08751	0.06894
Model 11								
Periodogram	0.08749	0.78633	0.11059	0.00870	0.01246	0.15385	0.00709	0.00057
Bartlett window	0.00044	0.00138	0.00098	0.00012	0.00024	0.00054	0.00049	0.00011
Parzen window	0.00019	0.00060	0.00050	0.00002	0.00006	0.00014	0.00014	0.00003
Blackman window	0.00018	0.00075	0.00044	0.00002	0.00005	0.00019	0.00010	0.00002
Yule-Walker (p=2)	0.00318	0.01500	0.00672	0.00058	0.00370	0.01628	0.00841	0.00054
Yule-Walker (p=3)	0.00037	0.00152	0.00094	0.00003	0.00029	0.00124	0.00066	0.00005
Yule-Walker (p=4)	0.00008	0.00005	0.00022	0.00002	0.00001	0	0.00004	0

Tabuľka 1: Monte Carlo pre 50, 500, 1000 simulácií a 1000 pozorovaní - MSE

	50 simulácií				1000 simulácií			
	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.
Model 1								
Periodogram	0.07680	0.05077	0.03570	0.09597	0.00611	0.03866	0.00258	0.00431
Bartlett window	0.18166	0.00637	0.03269	0.25920	0.17190	0.00320	0.04268	0.24082
Parzen window	0.23057	0.01221	0.05258	0.32409	0.22386	0.00837	0.06511	0.30933
Blackman window	0.21447	0.01217	0.04916	0.30128	0.20704	0.00803	0.06159	0.28552
Yule-Walker (p=4)	0.19061	0.03596	0.02654	0.27219	0.17833	0.03586	0.02678	0.25365
Yule-Walker (p=5)	0.01206	0.00047	0.00036	0.01793	0.00385	0.00005	0.00025	0.00569
Yule-Walker (p=6)	0.01028	0.00032	0.00030	0.01530	0.00367	0.00007	0.00030	0.00538
Model 2								
Periodogram	0.02689	0.03155	0.04073	0.02085	0.00353	0.03440	0.00300	0.00068
Bartlett window	0.00468	0.00064	0.00845	0.00356	0.00423	0.00024	0.00808	0.00307
Parzen window	0.00737	0.00165	0.01448	0.00507	0.00685	0.00126	0.01351	0.00472
Blackman window	0.00565	0.00077	0.01108	0.00394	0.00520	0.00046	0.01030	0.00361
Yule-Walker (p=1)	0.05948	0.08331	0.10834	0.03739	0.06006	0.08980	0.10887	0.03742
Yule-Walker (p=2)	0.00068	0.00008	0.00171	0.00033	0.00008	0.00013	0.00023	0.00001
Yule-Walker (p=3)	0.00039	0.00020	0.00051	0.00036	0.00004	0.00025	0.00004	0.00002
Model 3								
Periodogram	0.13326	0.03758	0.08216	0.16339	0.01763	0.00701	0.00898	0.02217
Bartlett window	4.32891	0.01185	0.47422	6.31350	4.19225	0.01137	0.60690	6.05461
Parzen window	5.09816	0.00106	0.73727	7.36455	4.99989	0.00050	0.90908	7.14759
Blackman window	4.83196	0.00054	0.70902	6.97592	4.72699	0.00015	0.88227	6.74829
Yule-Walker (p=1)	7.92840	0.05657	0.07943	11.87811	7.92844	0.05702	0.07952	11.87808
Yule-Walker (p=2)	0.89473	0.00002	0.00010	1.34467	0.43179	0.00001	0.00003	0.64893
Yule-Walker (p=3)	0.84859	0.00007	0.00022	1.27527	0.37888	0.00001	0.00004	0.56941
Model 4								
Periodogram	5.62807	84.05082	0.20739	0.01894	4.92395	74.20600	0.05500	0.00093
Bartlett window	2.63809	38.39422	0.35625	0.00412	2.67420	38.92272	0.36026	0.00424
Parzen window	3.21719	45.54613	0.76028	0.00044	3.23834	45.88031	0.75651	0.00052
Blackman window	2.97147	42.05257	0.70647	0.00017	2.99602	42.43527	0.70345	0.00023
Yule-Walker (p=1)	0.10726	1.59167	0.00733	0.00001	0.04589	0.67705	0.00412	0
Yule-Walker (p=2)	0.10404	1.53530	0.00923	0.00001	0.04884	0.73109	0.00178	0.00001
Yule-Walker (p=3)	0.09924	1.48681	0.00331	0.00001	0.04824	0.72263	0.00161	0.00001
Model 5								
Periodogram	0.55980	0.00284	0.00440	0.83929	0.00867	0.00370	0.00067	0.01239
Bartlett window	1.96617	0.00110	0.00261	2.95384	2.04645	0.00109	0.00276	3.07443
Parzen window	2.71299	0	0	4.07741	2.78580	0	0.00001	4.18684
Blackman window	2.44001	0.00002	0	3.66715	2.51014	0	0	3.77255
Yule-Walker (p=1)	0.03431	0	0	0.05156	0.06367	0	0	0.09569
Yule-Walker (p=2)	0.01630	0	0	0.02449	0.06705	0	0	0.10077
Yule-Walker (p=3)	0.02232	0.00001	0	0.03354	0.06853	0.00001	0	0.10299
Model 6								
Periodogram	0.01565	0.15812	0.01477	0.00184	0.01058	0.15178	0.00164	0.00016
Bartlett window	0.00230	0.02425	0.00233	0.00011	0.00149	0.01578	0.00121	0.00018
Parzen window	0.00204	0.02053	0.00231	0.00010	0.00133	0.01339	0.00138	0.00011
Blackman window	0.00180	0.01855	0.00199	0.00006	0.00107	0.01126	0.00105	0.00007

	50 simulací				1000 simulací			
	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.	MSE: All freq.	MSE: Long-run freq.	MSE: Bus. cycle freq.	MSE: Short-run freq.
Model 6								
Yule-Walker (p=1)	0.00009	0.00121	0.00004	0	0.00003	0.00033	0.00003	0
Yule-Walker (p=2)	0.00007	0.00044	0.00008	0.00002	0.00005	0.00052	0.00004	0.00001
Yule-Walker (p=3)	0.00015	0.00035	0.00040	0.00002	0.00013	0.00157	0.00006	0.00002
Model 7								
Periodogram	0.01069	0.00449	0.00330	0.01429	0.00066	0.00207	0.00008	0.00076
Bartlett window	0.00101	0.00005	0.00024	0.00142	0.00063	0.00001	0.00012	0.00090
Parzen window	0.00105	0	0.00006	0.00155	0.00066	0.00001	0.00001	0.00099
Blackman window	0.00083	0	0.00005	0.00122	0.00045	0.00002	0.00001	0.00067
Yule-Walker (p=1)	0.00006	0.00001	0.00001	0.00009	0.00003	0.00001	0.00001	0.00004
Yule-Walker (p=2)	0.00015	0	0	0.00023	0.00004	0.00001	0	0.00006
Yule-Walker (p=3)	0.00018	0.00003	0.00001	0.00027	0.00010	0.00002	0	0.00015
Model 8								
Periodogram	0.00506	0.02225	0.00554	0.00316	0.00140	0.01820	0.00038	0.00014
Bartlett window	0.00009	0.00040	0.00002	0.00008	0.00003	0.00027	0.00002	0
Parzen window	0.00006	0.00018	0.00004	0.00006	0.00001	0.00013	0.00002	0
Blackman window	0.00007	0.00021	0.00004	0.00006	0.00001	0.00015	0.00001	0
Yule-Walker (p=1)	0.00001	0	0	0.00002	0.00001	0.00008	0.00002	0
Yule-Walker (p=2)	0.00003	0	0.00001	0.00004	0.00002	0.00014	0.00002	0.00001
Yule-Walker (p=3)	0.00005	0	0.00003	0.00007	0.00005	0.00029	0.00003	0.00003
Model 9								
Periodogram	0.00782	0.01472	0.01385	0.00471	0.00077	0.00761	0.00020	0.00032
Bartlett window	0.00003	0.00002	0.00006	0.00003	0.00006	0.00001	0	
Parzen window	0.00003	0	0.00002	0.00003	0.00001	0.00005	0.00001	0
Blackman window	0.00003	0.00001	0.00002	0.00003	0.00001	0.00007	0.00001	0
Yule-Walker (p=1)	0.00001	0.00002	0.00001	0	0.00001	0.00002	0.00001	0.00001
Yule-Walker (p=2)	0.00003	0.00010	0.00002	0.00002	0.00001	0.00003	0.00001	0.00002
Yule-Walker (p=3)	0.00004	0.00017	0.00003	0.00003	0.00003	0.00007	0.00001	0.00004
Model 10								
Periodogram	0.06113	0.06863	0.13005	0.03257	0.00198	0.00590	0.00228	0.00148
Bartlett window	0.01861	0.01389	0.01306	0.02133	0.02409	0.01349	0.02351	0.02538
Parzen window	0.03727	0.01916	0.03629	0.03947	0.04225	0.02043	0.04679	0.04258
Blackman window	0.02907	0.01106	0.02481	0.03258	0.03384	0.01247	0.03406	0.03588
Yule-Walker (p=4)	0.06673	0.00027	0.06338	0.07469	0.07474	0.00031	0.08161	0.07937
Yule-Walker (p=5)	0.05820	0.00064	0.06580	0.06085	0.06603	0.00082	0.08688	0.06411
Yule-Walker (p=6)	0.05575	0.00028	0.06267	0.05848	0.06483	0.00037	0.08604	0.06268
Model 11								
Periodogram	0.05091	0.44330	0.06518	0.00615	0.02080	0.29008	0.00515	0.00034
Bartlett window	0.00419	0.01135	0.01074	0.00084	0.00353	0.01152	0.00757	0.00111
Parzen window	0.00353	0.00345	0.01031	0.00080	0.00298	0.00216	0.00776	0.00112
Blackman window	0.00269	0.00381	0.00783	0.00051	0.00218	0.00267	0.00549	0.00079
Yule-Walker (p=2)	0.00238	0.01482	0.00420	0.00041	0.00278	0.01660	0.00540	0.00034
Yule-Walker (p=3)	0.00095	0.00108	0.00315	0.00004	0.00078	0.00092	0.00247	0.00009
Yule-Walker (p=4)	0.00086	0.00088	0.00290	0.00003	0.00018	0.00017	0.00055	0.00003

Tabuľka 2: Monte Carlo pre 50, 500, 1000 simulácií a 100 pozorovaní - MSE

3.2 Čína versus svetová ekonomika

3.2.1 Dynamická korelácia a kohézia

Základným prístupom pri skúmaní synchronizácie ekonomických premenných je korelačná analýza. Klasická korelácia medzi dvomi časovými radmi je najbežnejším kritériom miery synchronizácie. Má však niekoľko nevýhod, ktoré redukuje jej rozšírená verzia, tzv. *dynamická korelácia*.

Nech X_t a Y_t sú dva stacionárne procesy s príslušnými spektrami $s_X(\omega)$ a $s_Y(\omega)$ a $c_{YX}(\omega)$ je kospektrum medzi nimi. Potom dynamickú koreláciu medzi premennými X_t a Y_t môžeme definovať ako:

$$\rho_{YX}(\omega) = \frac{c_{YX}(\omega)}{\sqrt{s_X(\omega)s_Y(\omega)}}. \quad (4)$$

Croux *et al.* v [2] prvýkrát použil pojem *kohézia* ako mnohorozmerné rozšírenie dynamickej korelácie v tvare

$$\text{coh}_Y(\omega) = \frac{\sum_{i \neq j} w_i w_j \rho_{Y_i Y_j}(\omega)}{\sum_{i \neq j} w_i w_j}, \quad (5)$$

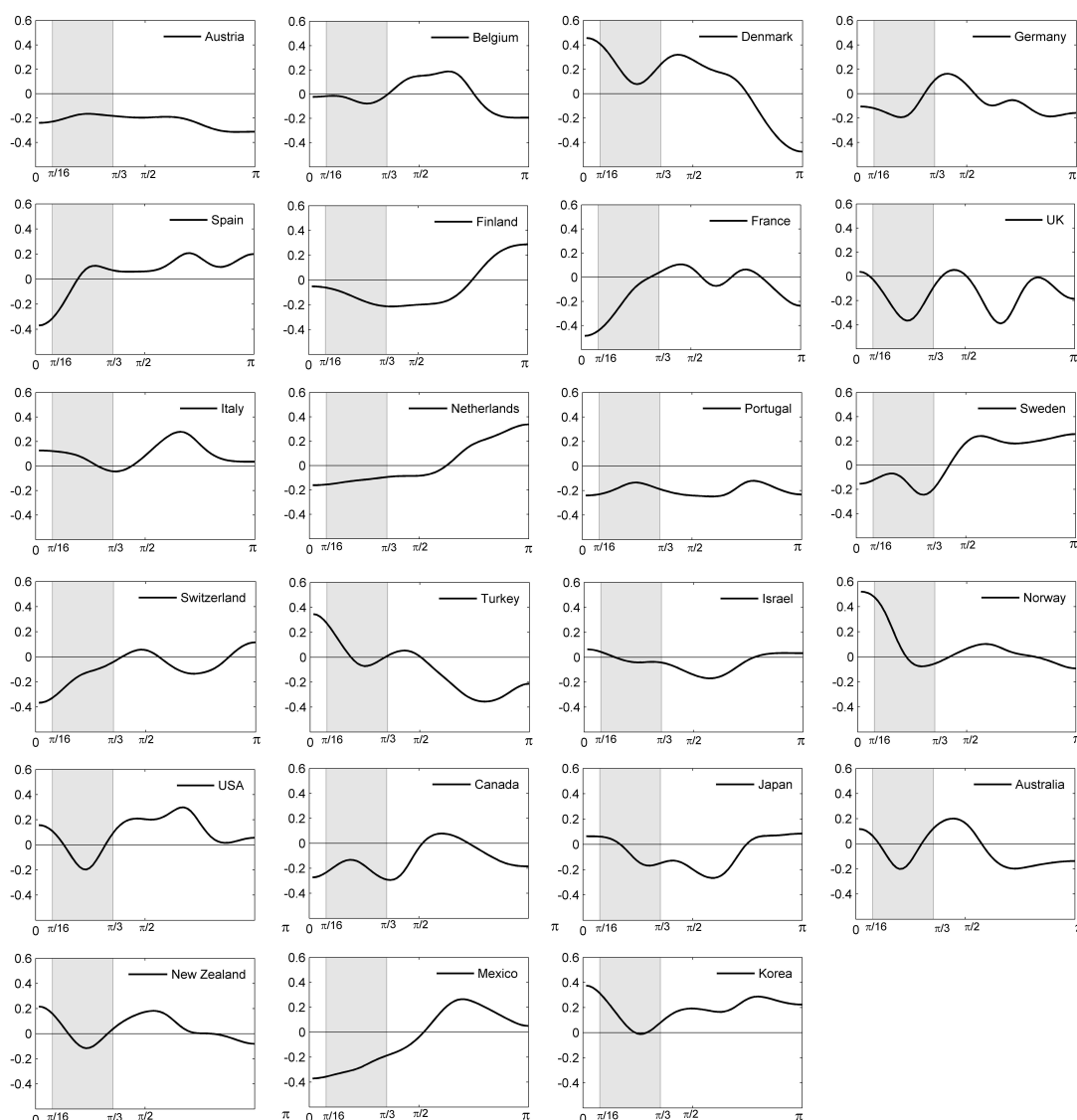
kde $\mathbf{Y}_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{nt})'$ je vektor $n \geq 2$ premenných a $w = (w_1, \dots, w_n)'$ je vektor váh. Zo samotnej definície kohézie vyplýva, že $\text{coh}_Y(\omega) = 1$ práve vtedy, ak premenné \mathbf{Y}_t sú dokonale korelované o frekvencii ω .

3.2.2 Analýza dynamickej korelácie medzi Čínou a OECD krajinami

Naším cieľom v druhej časti dizertačnej práce bolo pomocou krížovej spektrálnej analýzy zistiť, aký veľký vplyv má Čína na hospodárske cykly v rozvinutých krajinách OECD.

Z obrázku 4, ktorý graficky znázorňuje dynamickú koreláciu medzi Čínou a krajinami OECD, je zrejmé, že v dlhodobom časovom horizonte dosahujú najvyššie hodnoty korelácie neeurópske krajiny ako USA, Kórea či Nový Zéland. Pre strednodobý časový horizont prevládajú záporné hodnoty dynamickej korelácie. Iba Kórea a Dánsko dosahujú pre všetky frekvencie kladné hodnoty, čo potvrdzuje závery plynúce z Shin a Sohn ([7]) a Sato a Zhang ([6]).

Kohézia, rozšírenie dynamickej korelácie, predstavuje nástroj ako zistiť mieru synchronizácie v rámci definovanej skupiny premenných. Preto je vhodným nástrojom pre

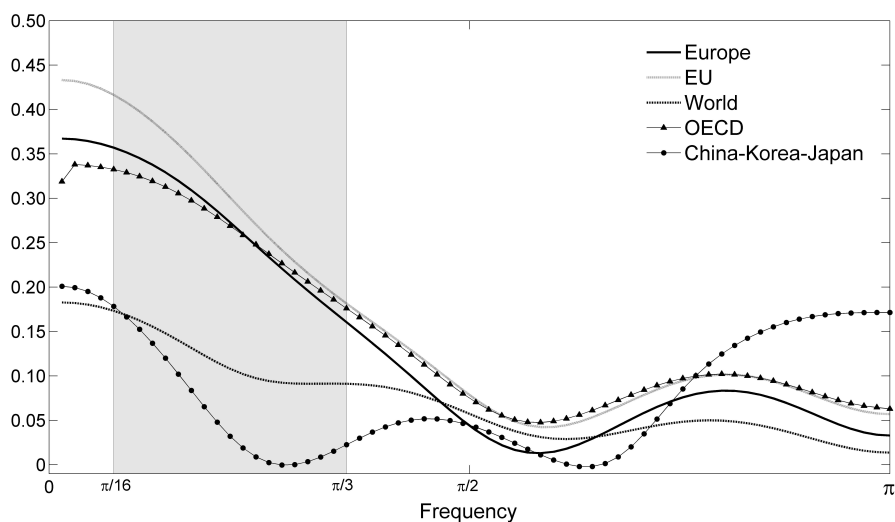


Obr. 4: Dynamická korelácia medzi Čínou a vybranými krajinami. Zvýraznené oblasti zodpovedajú frekvenciám hospodárskemu cyklu.

štúdiom synchronizácie hospodárskych cyklov. Obrázok 5 graficky znázorňuje kohéziu vybraných regiónov. Vidíme, že krajiny OECD (okrem Japonska a Kórei) vykazujú najväčšiu kohéziu pre všetky frekvencie, čo potvrdzuje skutočnosť, že krajiny OECD majú vysoký stupeň synchronizácie hospodárskych cyklov.

Na druhej strane, úroveň synchronizácie medzi Čínou, Kóreou a Japonskom pre

frekvencie hospodárskeho cyklu je blízka nule. Ale naopak, ázijské krajiny dosahujú pre krátkodobé frekvencie najvyššiu hodnotu kohézie spomedzi sledovaných skupín.



Obr. 5: Kohézia hospodárskych cyklov pre vybrané regióny, 1992-2006.

Naše výsledky získané pomocou aplikácie dynamickej korelácie a kohézie potvrdzujú špeciálne postavenie Číny vo svetovej ekonomike. Zdá sa, že krajiny, ktoré majú intenzívnejšie ekonomické a finančné vzťahy s Čínou (napr. Japonsko, Kórea a USA), majú tiež vyššiu dynamickú koreláciu s čínskou ekonomikou, predovšetkým v dlhodobom časovom horizonte. Vzájomná závislosť medzi hospodárskym rozvojom ostatných vyspelých krajín OECD a Čínou je však vo všeobecnosti pomerne malá. Výnimkou je krátkodobý časový horizont, pre ktorý mnohé krajiny vykazujú vysokú koreláciu.

4 Summary

In presented thesis we performed extensive analysis of methods of spectrum estimation. The main question of this thesis was to evaluate which method of spectrum estimation is more precise.

First of all, we find that the all methods are more precise with an increasing number of observations. A higher the number of observations is associated with lower values of mean squared error. This characteristic we use in the [1] where we apply the spectral analysis for stock prices.

The parametric methods, in our case Yule-Walker method, is the best estimator for autoregressive processes. But for other processes, the non-parametric methods with windows are more precise. The sharp peaks in spectrum for different examined processes cause the problem during the estimation for both types of method.

The estimations with Bartlett or Blackman window have a lower variance and MSE in comparing with the results estimated with Parzen window or the periodogram. The periodogram achieves the higher variance among the examined method. Therefore the quality of the periodogram estimate can be improved by an appropriate selection of the windows.

However, usually we do not know the true data generating process. Mostly, the real time series are approximated by autoregressive processes. In general, there is the tendency to underestimate the order of the autoregressive process. Real time series have more complex structure, therefore we recommend to use the non-parametric methods smoothed by the Blackman or Bartlett window because they are better estimator of spectrum for autoregressive processes with underestimate value of order.

Then we use the knowledge of dynamic correlation and cohesion and we apply our finding from Monte Carlo analysis to illustrate the impact of China and globalizations on business cycles in the developed OECD countries.

We show that the interdependence between the economic development in China and in developed economies is generally relatively small. However, many countries show a high correlation of the short-run fluctuations. Many transnational companies use China as a part of their production chain, and this is especially true for the other Asian countries. In turn, most countries show a negative correlation with China for the traditional business cycles (cycles with periods between 1.5 and 8 years). It seems that countries, which have more intensive economic and financial relationships with

China, have also higher dynamic correlation with Chinese economy. This seems to be especially true for the long-term developments

In sum, our results confirm a special position of China in the world economy, although the countries having already intensive trading relationships with China (e.g. Korea, Japan, and the USA) have also more similar cycles with China over all frequencies. Despite the increased trade links between the countries, Chinese business cycle remains in general rather different from the rest of the world.

5 Literatúra

- [1] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2011). *From decoupling of Asian stock markets to re-coupling during the Great recession*. Steven Rosefielde, Masaaki Kuboniwa and Satoshi Mizobata, eds., *Two Asias: The Emerging Postcrisis Divide*, Singapore: World Scientific.
- [2] CROUX, Christophe, FORNI, Mario and REICHLIN, Lucrezia (1999). *A measure of comovement for economic variables: Theory and empirics*. CEPR Discussion paper No. 2339.
- [3] NERLOVE, Marc (1964). *Spectral analysis of seasonal adjustment procedures*. *Econometrica* 32 (3), 241–286.
- [4] VON NEUMANN, John, RICHTMYER, Robert D. and ULAM, Stanisław (1947). *Statistical methods in neutron diffusion*. Los Alamos Scientific Laboratory report LAMS-551.
- [5] PARZEN, Emanuel (1969). *Multiple time series modeling*. In *Multivariate Analysis-II* (P. Krishnaiah, ed.) 389-409. Academic Press, New York.
- [6] SATO, Kiyotaka and ZHANG, Zhaoyong (2006). *Real output co-movements in East Asia: Any evidence for a monetary union?* *World Economy* 29 (12), 1671-1689.
- [7] SHIN, Kwanho and SOHN, Chan-Hyun (2006). *Local cross validation for spectrum bandwidth choice*. *World Economy* 29 (12), 1649-1669.

6 Publikácie autora

- [1*] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2011). *China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles*. CEI Working Paper, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.
- [2*] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2011). *From de-coupling of Asian stock markets to re-coupling during the Great recession*. Steven Rosefielde, Masaaki Kuboniwa and Satoshi Mizobata, eds., *Two Asias: The Emerging Postcrisis Divide*, Singapore: World Scientific.
- [3*] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2009). *New global players and disharmonies in the world orchestra: Cohesion analysis of business cycles of China*. *The Economic Performance of the European Union*, London: Palgrave Macmillan.
- [4*] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2009). *Dynamic correlation analysis of business cycles of the emerging Asian giants: The awakening*. *Characteristics of Business Cycles: Have they Changed?* Halle: Institut für Wirtschaftsforschung.
- [5*] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2008). *China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles*. BOFIT Discussion Paper 7/2008, Bank of Finland, Helsinki.
- [6*] BÁTOROVÁ, Ivana and FIDRMUC, Jarko (2008). *China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles*. WIDER Research Paper 2008/2, UNU-WIDER, Helsinki.

6.1 Publikácie v procese posudzovania

- [1*] BÁTOROVÁ, Ivana, FIDRMUC, Jarko and KORHONEN, Iikka (2011). *China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles*. Submitted to CE-Sifo Economic Studies.

7 Zoznam konferencií

- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. CESifo Economic Studies Conference on Measuring Economic Integration, CESifo, Munich, Germany, 18.-19. február 2011.
- The impact of the global financial crisis on Asian emerging economies. Euro Area Business Cycle Network, CEU Budapest, Hungary, 28.-29. jún 2010.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. University of Kobe, Kobe, Japan, 26. február 2009.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. Association for Comparative Economic Studies, Allied Social Science Associations, San Francisco, USA, 3.-5. január 2009.
- Business cycles and globalization: Comparison of the European Union and East Asia. 12th International Conference of European Association for Japanese Studies Salento University, Lecce, Italy, 20.-23. september 2008.
- Dynamic correlation analysis of business cycles of selected emerging countries. The 10th bi-annual EACES conference, Higher School of Economics, Moscow, Russia, 28.-30. august 2008.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. Annual Meeting of the Austrian Economic Association (NOeG), Vienna, Austria, 23.-24. máj 2008.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. Georg-August-Universität Göttingen, Göttingen, Germany, 2. marec 2008.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. International Network for Economic Research (INFER) Characteristics of Business Cycles: Have they changed? European Commission, DG Economic and Financial Affairs, Brussels, Belgium, 24.-25. január 2008.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles. Macro Seminar of the University of Munich, Munich, Germany, 15. január 2008.

- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles.
BOFIT Seminar on Integration of Russia and China into the World Economy, Helsinki, Finland, 11.-12. december 2007.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles.
Conference on Economic Performance of European Union: Trends and Policies
Mendel University, Brno, Czech Republic, 22. november 2007.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles.
Hitotsubashi University Tokyo, Japan, 22. november 2007.
- China in the world economy: Dynamic correlation analysis of business cycles.
WIDER Conference on Southern Engines of Global Growth: China, India, Brazil and South Africa (CIBS), Helsinki, Finland, 7.-8. september 2007.
- China (and Russia) in the world economy: Dynamic correlation analysis.
Workshop on Integration of Russia and China into the World Economy Helsinki, Finland, 18.-19. jún 2007.