

VEDECKÁ RADA FAKULTY MATEMATIKY,
FYZIKY A INFORMATIKY
UNIVERZITY KOMENSKÉHO V BRATISLAVE

RNDr. Martin Jandačka

Autoreferát dizertačnej práce

Aplikácia rizikových mier na problémy voľby portfólia

na získanie vedecko-akademickej hodnosti philosophiae doctor

v odbore doktorandského štúdia:
11-14-9 Aplikovaná matematika

Bratislava 2009

Dizertačná práca bola vypracovaná v externej forme doktorandského štúdia na Katedre aplikovanej matematiky a štatistiky Fakulty matematiky, fyziky a informatiky (FMFI) Univerzity Komenského (UK) v Bratislave.

Predkladateľ: RNDr. Martin Jandačka

Školiteľ: Doc. RNDr. Daniel Ševčovič, CSc.

Oponenti:

Autoreferát bol rozoslaný dňa:

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa o pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia 11-14-9 Aplikovaná matematika vymenovanou podpredsedom spoločnej odborovej komisie dňa na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

Podpredseda spoločnej odborovej komisie:

Prof. RNDr. Pavol Brunovský, DrSc.
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
FMFI UK v Bratislave
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Úvod

Riziko vždy zohrávalo dôležitú úlohu v problémoch voľby portfólia. V jedнокrokových modeloch voľby portfólia je riziko, merané ako variancia, rovnako dôležité ako očakávaný zisk. Avšak do viackrokových modelov vstupuje riziko väčšinou len cez funkciu užitočnosti, ktorá určuje vzťah investora k riziku. Viackrokové modely voľby portfólia patria k prominentným témam skoro už štyridsať rokov. Tieto modely sa zväčša dajú rozdeliť podľa nasledujúcich kritérií:

- modely investovania a spotreby so spojitým alebo diskretným časom,
- s jedným aktívom alebo viacerými aktívami,
- bez transakčných nákladov a s transakčnými nákladmi alebo makléorskými poplatkami,
- s cenou aktíva sledujúcou Wienerov proces alebo všeobecnejšie procesy,
- s kompletným alebo nekompletným trhom.

V literatúre, ktorá sa zaoberá týmito modelmi, zohráva riziko len minimálnu úlohu. Zväčša vstupuje len cez funkciu užitočnosti alebo cez obmedzenia na aktíva, pričom tieto obmedzenia nepriamo znižujú riziko. Finančné inštitúcie nemajú konkrétnu funkciu užitočnosti, skôr majú ekonomický kapitál, s ktorým uskutočňujú svoje obchody a maximalizujú svoj zisk tak, aby ekonomický kapitál bol postačujúci na danú investíciu. Koľko ekonomického kapitálu je potreba na investíciu popisujú rizikové miery. Nedávno bol koncept koherentnej rizikovej miery rozšírený aj na viackrokové modely. V dizertačnej práci sme sa zaoberali rizikovými ohraničeniami na ekonomický kapitál investora, ktorý za prítomnosti transakčných nákladov maximalizuje očakávaný rast investície vo viackrokovom modeli.

V klasickej Black-Scholesovej teórii oceňovania opcií je riziko úplne eliminované zo syntetického portfólia. Táto eliminácia je možná vďaka nulovým transakčným nákladom. Black-Scholesova rovnica dokáže dobre oceniť deriváty na kratších časových úsekoch, kde sa dajú zanedbať ako transakčné náklady, tak aj riziko s nedokonale zabezpečeného portfólia. Keď transakčné náklady nezanedbáme, tak časté zaistovanie portfólia spôsobí vysoké poplatky za transakcie. Na druhej strane menej časté zaistovanie zvyšuje riziko nezaisteného portfólia. Zaujímavým problémom ostáva ako zahrnúť riziko do modelu oceňovania opcií. V práci [7] odvodil M. Kratka model na oceňovanie derivátov so zahrnutím transakčných nákladov aj rizika z nedokonale zaisteného portfólia v podobe variancie syntetického portfólia. V dizertačnej práci sme upravili Kratkov model tak, aby bol

škálovo invariantný a dobre definovaný. Model sme rozšírili o ďalšie riziko v podobe možnosti bankrotu protistrany a porovnali rozdiel medzi integrovaným rizikom a čiastočným rizikom, ktoré zodpovedá prípadu nezahrnutia bankrotu do modelu. Analyzovali sme tento model, navrhli jeho numerickú schému a porovnali výsledky so skutočnými trhovými dátami. Ukázali sme kedy rozdelená analýza trhového a kreditného rizika nepodcení skutočné riziko.

V modeloch výberu portfólia ako aj v modeloch oceňovania derivátov zohráva dôležitú úlohu modelovanie časových radov a kalibrácia modelov. S dostupnosťou časových radov s vyššou frekvenciou sa objavuje otázka, či je vhodné tieto dáta použiť pri analýze. Ak sa obmedzíme na dáta s nízkou frekvenciou, tak budeme mať príliš málo dát na spoľahlivý odhad parametrov, alebo budeme musieť použiť veľmi staré dáta. Na druhej strane v prípade, ak použijeme dáta s vysokou frekvenciou, tak výsledný model musíme agregovať na požadovaný časový horizont. S každou agregáciou dochádza aj ku zväčšeniu chyby, ktorá sa prejaví hlavne vtedy, keď máme dlhší časový horizont. Toto motivuje našu analýzu agregovaných rozdelení. V tejto práci sme sa zamerali na agregáciu GARCH modelov, ktoré zaviedol Bollerslev v práci [1]. Zamerali sme sa aj na vlastnosti agregovaných GARCH modelov, hlavne na ich varianciu a kurtosis, ako aj ich limitné vlastnosti. Ďalej sme vykonali out of sample testy niekoľkých modelov za účelom zistenia optimálnej frekvencie pre vybrané časové rady.

Ciele

Naším cieľom je preskúmať vplyv rizika na investora. Zameriavame sa na dlhší časový horizont, keďže vplyv rizika na krátkom časovom úseku a pre jednokrokové modely je dostatočne preskúmaný. Naším cieľom je zahrnúť riziko do oceňovania derivátov, presnejšie riziko z nedokonale zaisteného portfólia a možnosť bankrotu protistrany. Ďalej sa zameriame na problém optimálnej voľby portfólia, keď je investor obmedzený ohraničením v podobe viackrokových rizikových mier ekonomického kapitálu. Zameriame sa aj na problém agregovania časových radov s dôrazom na predpovede na dlhšie časové obdobie.

Väčšina výsledkov dizertačnej práce bola publikovaná v prácach autora [12, 13, 16, 19, 21, 22, 23] alebo je súčasťou pracovných verzií článkov autora [14, 15, 20].

Voľba portfólia s transakčnými nákladmi a rizikovým ohraňčením

Hlavným predpokladom v dizertačnej práci je, že môžeme investovať do bezrizikových dlhopisov B

$$dB = rBdt, \quad (1)$$

alebo do akcií S (prípadne jednej akcie pri oceňovaní derivátov), ktoré môžeme popísať pomovou Wienerovho procesu W

$$dS_i(t) = S_i(t) \left(\mu_i dt + \sum_{j=1}^m \sigma_{ij} dW_j \right). \quad (2)$$

V tomto prípade r označuje bezrizikovú úrokovú mieru, μ predstavuje trend a σ' varianciu. Pri každom nákupe (predaji) akcií musí investor platiť aj proporčné transakčné náklady C_b (C_s).

Investor mení svoju investíciu do dlhopisov V_0 a akcií V_i nákupom (Z) a predajom (U) akcií

$$dV_0^\pi(t) = V_0^\pi(t)rdt - (\mathbf{1} + C_b) \cdot dZ(t) + (\mathbf{1} - C_s) \cdot dU(t), \quad (3)$$

$$dV_i^\pi(t) = V_i^\pi(t) \left(\mu_i dt + \sum_{j=1}^m \sigma_{ij} dW_j(t) \right) + dZ_i(t) - dU_i(t). \quad (4)$$

Ako celkovú hodnotu portfólia P označíme hodnotu portfólia po predaji všetkých akcií

$$P(V_0^\pi, V^\pi) := V_0^\pi + \sum_{i=1}^m \min[(1 - C_{si})V_i^\pi, (1 + C_{bi})V_i^\pi]. \quad (5)$$

Cieľom investora je maximalizovať dlhodobý očakávaný rast portfólia

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E(\log(P(V_0^\pi, V^\pi)))/T. \quad (6)$$

Investor sa snaží optimalizovať účelovú funkciu za predpokladu, že splní rizikové ohraňčenie. Rizikové ohraňčenie je odvodené z jednokrokovej rizikovej miery ρ_0 rovnako ako v práci [3, 4]

$$\rho(X) = \rho_0 \left(\inf_{t \in [0, \infty]} X_t \right). \quad (7)$$

Celý model je podrobnejšie popísaný v dizertačnej práci, ktorá zahŕňa aj numerickú aproximáciu tohto modelu pre prípad ohraňčenia očakávanej straty. Numerická aproximácia je vypracovaná na binárnom strome, pričom v každom uzle stromu je vypočítaný no trade region, teda oblasť, v ktorej je optimálnou stratégiou nemeniť zloženie portfólia. Tabuľka 1 zobrazuje vplyv rôznych ohraňčení na optimálny očakávaný rast portfólia pre rôzne počiatočné zloženie portfólia.

počiatočná hodnota		očakávaná návratnosť		
dlhopisov	akcií	no trnsct	no short-sell	ES cnstr
0.1	0.9	0.0281	0.0281	0.0254
0.2	0.8	0.0284	0.0284	0.0259
0.3	0.7	0.0284	0.0284	0.0264
0.4	0.6	0.0280	0.0280	0.0269
0.5	0.5	0.0273	0.0275	0.0272
0.6	0.4	0.0262	0.0270	0.0267
0.7	0.3	0.0248	0.0265	0.0262
0.8	0.2	0.0229	0.0260	0.0257
0.9	0.1	0.0208	0.0255	0.0252

Tabuľka 1: Tabuľka zobrazuje pre rôzne počiatočné stavy portfólia očakávanú návratnosť portfólia: investor nemôže meniť zloženie portfólia (no trnsct), investor nemôže ísť do short pozície (no short-sell) a pre prípad, keď je investor navyše obmedzený ohraničením na očakávanú stratu portfólia (ES cnstr).

RAPM model

Black-Scholesov model na oceňovanie derivátov vychádza z mnohých predpokladov, ktoré sú potrebné na jeho odvodenie. Medzi ne patrí aj predpoklad o spojitom zaistovaní portfólia a nulových transakčných nákladoch. Rozšírenie tohoto modelu priniesol Lelandov model [8], ktorý do oceňovania zahrnul aj transakčné náklady. Po zavedení diskrétného času zaistenia už nie je portfólio dokonale zabezpečené a investor na seba berie určité riziko. Práve toto riziko zahrnul do oceňovania M. Kratka vo svojej práci [7]. Predpokladal, že riziková prémia má tvar

$$r_{VP} = R \frac{Var(\Delta\Pi)}{\Delta t}. \quad (8)$$

Táto voľba rizikovej premie viedla k modelu, ktorý nie je škálovo nezávislý, teda výsledná cena derivátu závisí nelineárne na voľbe jednotiek. V dizertačnej práci je zvolená riziková prémia tak, aby zabezpečila škálovo nezávislé oceňovanie

$$r_{VP} = R \frac{Var\left(\frac{\Delta\Pi}{\Delta S}\right)}{\Delta t}. \quad (9)$$

Podobne, ako v Kratkovom modeli je čas zaistenia portfólia stanovený tak, aby minimalizoval transakčné a rizikové náklady. Krátky čas zaistovania minimalizuje riziko, ale zvyšuje transakčné náklady. Zvolením veľkého času síce minimalizujeme transakčné náklady, ale neúmerne rastie riziko portfólia. Optimálny čas

zaistenia v modeli je

$$\Delta_{opt} = \frac{K^2}{\sigma^2 |S\Gamma|^{\frac{2}{3}}}, \quad \text{kde } K = \left(\frac{C}{R} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (10)$$

Do modelu je zahrnutá aj možnosť, že protistrana môže skrachovať. Predpokladáme, že krach ovplyvní iba hodnotu derivátu a pravdepodobnosť krachu na intervale dt je ρdt . V prípade krachu dostane investor iba časť svojej investície $R_R V$ namiesto V . Oceňovacia rovnica odvodená v dizertačnej práci má za týchto predpokladov tvar

$$\partial_t V + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \left(1 - v(S\Gamma)^{\frac{1}{3}} \right) \Gamma = (r + \rho(1 - R_R))V + (D - r)S\partial_S V, \quad (11)$$

pričom

$$\Gamma = \partial_S^2 V \quad \text{a} \quad v = 3 \left(\frac{C^2 R}{2\pi} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (12)$$

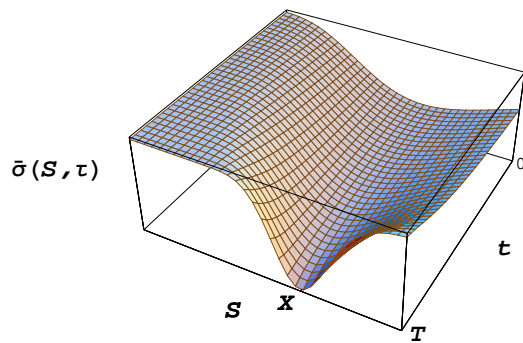
Pri odvodení modelu sú použité Lelandove transakčné náklady a preto je potrebné aby čas Δt medzi dvomi zaisteniami portfólia bol malý v porovnaní s $T - t$. Prírodný spôsob ako to zabezpečiť je neumožniť zaistenie portfólia v čase blízkom expirácii. Preto predpokladáme, že $V = V(S, t)$ je riešením klasickej Black-Scholesovej rovnice pre $T - t < \tau_v$. Ďalším dôvodom pre zavedenie prepínacieho času je, že oceňovacia rovnica je parabolická diferenciálna rovnica (PDR) len ak $S\Gamma < \left(\frac{3}{4v}\right)^3$. Túto podmienku nespĺňa väčšina derivátov v čase blízkom expirácii. Podrobnejšia analýza pre prípad call a put opcí je uvedená v dizeračnej práci. Podobná aproximácia v čase blízkom expirácii je použitá aj v [6].

Numerická analýza modelu spočíva v odvodení PDR pre funkciu $H := S\Gamma$. Nahradením derivácií konečnými diferenciami, pričom nelineárne časti ostávajú na predchádzajúcom časovom intervale, dostávame numerickú schému pre H . Keď už poznáme hodnotu funkcie H , tak oceňovacia rovnica (11) pre cenu derivátu V predstavuje obyčajnú diferenciálnu rovnicu prvého stupňa, ktorú môžeme ľahko integrovať.

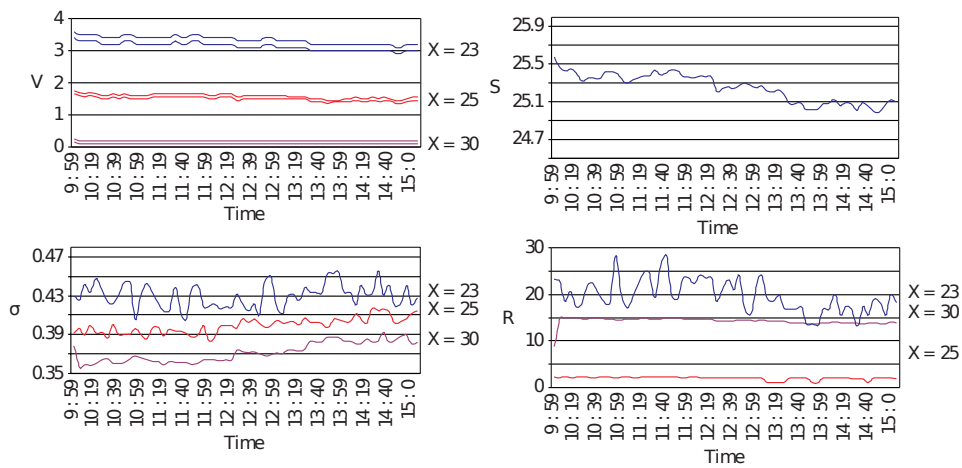
Black-Scholesova rovnica predpokladá konštantnú volatilitu pre všetky deriváty vypísané na danú akciu. Implikovaná volatilita však nebýva konštantná a často má konvexný tvar, takzvaný volatilitu smile. Rovnica (11) môže byť chápaná ako Black-Scholesova rovnica s nekonštantnou volatilitou $\bar{\sigma}$

$$\bar{\sigma}^2(S, t) := \sigma^2(1 - v(S\Gamma)^{\frac{1}{3}}). \quad (13)$$

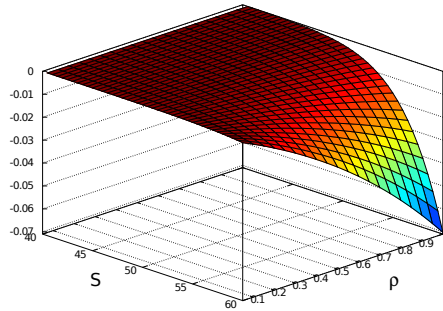
Priebeh funkcie $\bar{\sigma}$ je zobrazený na obrázku 1 v závislosti od času a ceny akcie. Na obrázku 2 je zobrazený priebeh akcie S , call opcie V a implikovanej volatility σ_{RAPM} a rizikovej prémie R .



Obr. 1: Vysvetlenie volatility smile, zobrazená je funkcia $\bar{\sigma}(S, t)$ v závislosti na čase a cene akcie S .



Obr. 2: Denný vývoj akcií Microsoftu (Apríl 4, 2003), call opcií a implikovanej volatility σ_{RAPM} a rizikovej prémie R .



Obr. 3: Portfólio skladajúcej sa z opcie a jej short pozície, pričom pravdepodobnosť krachu je nenulová.

Ak je opcia ovplyvnená krachom protistrany, potom separátny výpočet kreditného a trhového rizika môže podceňiť skutočné riziko. Na obrázku 3 je zobrazené portfólio z opcie a jej short pozície. Separátna analýza rizika by pozostávala v analýze zmien portfólia buď v smere ceny akcie S alebo v smere ρ . Pritom najväčšie straty sú dosiahnuté pri spoločnej zmene oboch parametrov. Nasledujúce tvrdenie sumarizuje kedy separátna analýza rizika nepodcení skutočné riziko.

Tvrdenie: Predpokladajme, že máme skupiny premenných I_k , pre $k = 1, \dots, s$. Ak $f^n : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ má spojité derivácie druhého stupňa, tak subaditivita vzhľadom na skupiny premenných I_k

$$\rho(f_\Omega^n - f_\emptyset^n) \leq \sum_{k=1}^s \rho(f_{I_k}^n - f_\emptyset^n) \quad (14)$$

platí pre všetky koherentné rizikové miery ρ a pre všetky X_n^0 práve vtedy, keď je funkcia f^n separovateľná

$$f_\Omega^n(X) = \sum_{k=1}^s g_k(X_{I_k}). \quad (15)$$

Podrobný dôkaz je uvedený v dizertačnej práci.

Agregácia časových radov

V súčasnosti sú pre kalibrovanie modelov dostupné dáta s vysokou frekvenciou. Otázkou ostáva, či je vhodné takéto dáta využiť pri predpovediach časových radov na dlhšie obdobie. Použitie modelu s vysokou frekvenciou znamená nutnosť

vysokkej agregácie, aby sme dosiahli požadovaný horizont. S každou agregáciou dochádza aj k agregácii chýb v modeli, ktoré vznikajú pri odhade modelu prípadne pri jeho nepresnej špecifikácii. Opačný extrém, použitie rovnakej frekvencie ako je horizont, zase spôsobí, že máme málo dát na kalibráciu modelu a získame len nepresné odhady parametrov. Tieto nepresnosti sa samozrejme premietnu aj do predpovede.

V dizertačnej práci sme sa zaoberali porovnaním kvality rôznych modelov s ohľadom na predpovede na dlhší časový horizont. Pri takýchto predpovediach je nutná agregácia modelu na dosiahnutie požadovaného časového horizontu. Zamerali sme sa aj na agregáciu GARCH modelov a ich vlastnosti. Definícia GARCH modelov je prebraná z [1]

$$h_t = \psi + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}, \quad (16)$$

pre strong GARCH model sú $\xi_t := \epsilon_t / \sqrt{h_t}$ nezávislé, rovnako rozdelené s nulovou strednou hodnotou a varianciou rovnou jednej. Pre semi-strong GARCH model je podmienená stredná hodnota $E[\epsilon_t | I_{t-1}]$ rovná nule a $E[\epsilon_t^2 | I_{t-1}] = h_t$. Agregáciu GARCH modelov skúmali aj Drost a Nijman v [5], ktorí sa zamerali na agregáciu weak GARCH modelov a ich vlastnosti podmienené agregovanými dátami. V dizertačnej práci je odvodená variancia a kurtosis pre agregovanú “stock” premennú $\epsilon_{(m)t} := \epsilon_{t+m}$ sledujúcu semi-strong GARCH model, podmienenú neagregovanými dátami v tvare

$$Var(\epsilon_{(m)t} | I_t) = \sigma_u^2 + (\alpha + \beta)^{m-1} (h_{t+1} - \sigma_u^2), \quad (17)$$

$$E(\epsilon_{(m)t}^4 | I_t) = \kappa \psi^2 + \gamma E(\epsilon_{(m-1)t}^4 | I_t) + 2\psi \kappa (\alpha + \beta) Var(\epsilon_{(m-1)t} | I_t), \quad (18)$$

kde $\sigma_u^2 = \psi / (1 - \alpha - \beta)$ je nepodmienená variancia neagregovanej premennej. V práci je uvedená aj nerekurzívna podoba kurtosisu.

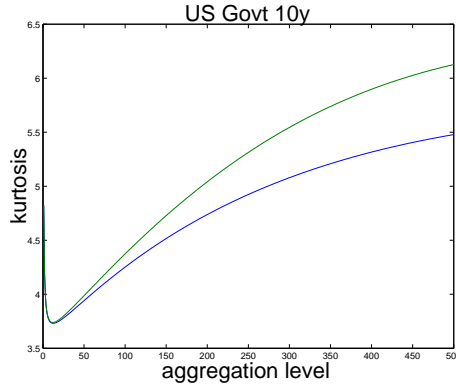
Pre agregovanú “flow” premennú $\epsilon_{[m]t} := \sum_{i=1}^m \epsilon_{t+i}$ dostávame

$$Var(\epsilon_{[m]t} | I_t) = m\sigma_u^2 + \frac{1 - (\alpha + \beta)^m}{1 - (\alpha + \beta)} (h_{t+1} - \sigma_u^2), \quad (19)$$

$$E(\epsilon_{[m]t}^4 | I_t) = B \sum_{i=0}^{m-1} A^i b, \quad (20)$$

kde matica A a vektory B, b sú uvedené v dizertačnej práci. Rovnako je v práci odvodený aj nerekurzívny tvar kurtosisu, ktorý je potrebný pri skúmaní jeho limitných vlastností. Hodnota limity závisí od $\gamma := \alpha^2 \kappa + 2\alpha\beta + \beta^2$, dostávame tri možnosti:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{E(\epsilon_{[m]t}^4 | I_t)}{\left(E(\epsilon_{[m]t}^2 | I_t)\right)^2} = \begin{cases} 3 & \text{if } \gamma < 1 \\ 3 + d & \text{if } \gamma = 1 \\ \infty & \text{if } \gamma > 1 \end{cases}, \quad (21)$$



Obr. 4: Agregovaný kurtosis ako funkcia agregácie - 80% interval spoľahlivosti.

pričom $d = ((\psi\kappa)/(2\sigma_u^2) + 3(\kappa\alpha + \beta))(\psi/\sigma_u^2 + 2(\alpha + \beta))$. Podrobný dôkaz je uvedený v dizertačnej práci. Na obrázku 4 vidíme príklad priebehu agregovaného kurtosisu.

Na testovanie schopností modelov predpovedať vývoj najprv transformujeme realizovanú agregáciu pomocou predpovedaného rozdelenia p_t . Použijeme Rosenblattovu transformáciu [11]

$$r_t \mapsto z_t := \int_{-\infty}^{r_t} p_t(u) du. \quad (22)$$

Po aplikovaní inverznej distribučnej funkcie normálneho rozdelenia N^{-1}

$$z_t \mapsto n_t := N^{-1}(z_t) \quad (23)$$

dostávame premennú, ktorá má v prípade správnej predpovede normálne rozdelenie. Pre normálne rozdelenie existuje veľké množstvo testov, ktoré môžeme použiť (pozri napr. prácu [2] a referencie v nej). V tabuľke 2 sú výsledky piatich testov na 19-tich časových radoch. Medzi päť vybraných testov patrí Kolmogorov-Smirnov test, Jarque-Bera test, dve verzie Pearsonovho χ^2 testu a Waldov test navrhnutý v [10]. Tieto testy sú podrobnejšie popísané v dizertačnej práci. Časový horizont predpovedí bol tri mesiace. Podľa našich výsledkov najlepšie predpovede dosiahli modely, ktoré majú vzorkovaciu frekvenciu blízko časovému horizontu predpovedí.

Model	Test 1 (KS) # accept.	Test 2 (JB) # accept.	Test 3 (W) # accept.	Test 4 (χ^2 -1d) # accept.	Test 5 (χ^2 -2d) # accept.
1d_G_N	19	0	0	0	0
1d_G_t	0	0	0	0	0
1d_G_EVT	19	0	0	0	0
2d_G_N	19	0	0	0	0
2d_G_t	0	0	0	0	0
2d_G_EVT	19	0	0	0	0
5d_G_N	19	0	0	0	0
5d_G_t	0	0	0	0	0
5d_G_EVT	19	0	0	0	0
10d_G_N	19	0	0	0	0
10d_G_t	0	0	0	0	0
10d_G_EVT	19	0	0	0	0
20d_G_N	19	0	0	0	17
20d_G_t	19	0	1	0	17
20d_G_EVT	19	0	0	0	16
30d_G_N	19	19	19	19	19
30d_G_t	19	0	0	19	0
30d_G_EVT	19	19	19	19	19
60d_G_N	19	19	19	19	19
60d_G_t	19	0	0	7	0
60d_G_EVT	19	19	8	16	19

Tabuľka 2: Tabuľka uvádza počet časových radov, ktoré boli akceptované v daných piatich testoch. V popise modelu N označuje normálne rozdelenie chýb, t predstavuje chyby so Studentovým rozdelením a EVT predstavuje chyby s Paretoým rozdelením koncov a hlavná časť sleduje historické rozdelenie (toto rozdelenie je podrobne popísané v práci [9]). Prvá časť popisu určuje stupeň agregácie. Napríklad 5d_G_N reprezentuje GARCH model s chybami sledujúcimi normálne rozdelenie a vzorkovacou frekvenciou 5 dní.

Záver

Hlavné výsledky dizertačnej práce sú:

1. návrh a formulovanie problému voľby portfólia s rizikovým ohraničením a jeho numerická analýza,
2. odvodenie modelu na oceňovanie opcií (RAPM), ktorý zahŕňa transakčné náklady, riziko z nezaisteného portfólia a riziko bankrotu obchodného partnera,
3. analýza RAPM modelu a vysvetlenie premenlivej volatility (volatility smile) v klasickom Black-Scholesovom modeli,
4. návrh numerickej schémy pre RAPM model a jej aplikácia na trhovú dáta,
5. porovnanie integrovanej vs. čiastočnej analýzy trhového a kreditného rizika a odvodenie podmienok, za ktorých čiastočná analýza rizika nepodcení celkové riziko pre koherentnú rizikovú mieru,
6. odvodenie agregovanej volatility a kurtosisu pre GARCH procesy a ich limitné vlastnosti,
7. pre modely s rôznou agregáciou a rezíduami vykonanie out of sample testu na trhových dátach pre zistenie optimálnej vzorkovacej frekvencie pre vstupné dáta.

Abstract

The dissertation thesis deals with risk and integration of risk to the portfolio selection problem. The goal of the dissertation thesis is to explore the influence of risk on investor's behavior.

In first part we formalize the portfolio selection problem with risk constraint on the final infimum wealth of investor. We then analyse behavior of the investors under the presence of the risk constraint on a numerical example.

In second part of the dissertation we integrate the risk, generated by imperfect portfolio hedging and from the possibility of default of the counterparty, into the option pricing model. We numerically analyse the model and show its ability to explain volatility smile. We illustrate the problem of integrated versus separated analysis of credit and market risk and show when the separated analysis will not underestimate the overall risk.

In the last part of the dissertation we focus on aggregation of time series models. We deal with the aggregation of time series over longer time horizon and with the choice of optimal data frequency. We analyse the aggregation of GARCH model and its conditional variance and kurtosis. We derive the limits behavior of conditional variance and kurtosis when the time horizon goes to infinity.

Literatúra

- [1] Bollerslev, T. (1986), *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*, Journal of Econometrics 31, 307-327
- [2] Bontemps, C., Meddahi, N. (2005), *Testing normality: A GMM approach*, Journal of Econometrics 124, 149-186
- [3] Cheridito, P., Delbaen, F., Kupper, M. (2004), *Coherent and convex risk measures for bounded cádlág processes*, Stochastic Proc Appl 112, 1-22
- [4] Cheridito, P., Delbaen, F., Kupper, M. (2005), *Coherent and convex monetary risk measures for unbounded cádlág processes*, Finance Stochastic 9, 369-287
- [5] Drost, F.C., Nijman, T.E. (1993), *Temporal aggregation of GARCH processes*, Econometrica 61, 909-927
- [6] Fouque, J.P., Papanicolaou, G., Sircar, K.R. (2000), *Derivatives in Markets with Stochastic Volatility*, Cambridge University Press 2000
- [7] Kratka, M. (1998), *No Mystery Behind the Smile*, Risk 9, 67-71.
- [8] Leland, H. E. (1985), *Option pricing and replication with transaction costs*, Journal of Finance 40, 1283-1301.
- [9] McNeil, A.J., Frey, R. (2000), *Estimation of tail related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach*, Journal of Empirical Finance 7, 271-300, also available at: <http://math.uni-leipzig.de/~tEfrey/evt-garch.pdf>
- [10] Raaij, G., Raunig, B. (2002), *Evaluating density forecasts from models of stock market return*, Working Paper 59, Oesterreichische Nationalbank, http://www.oenb.at/de/img/wp59_tcm14-6147.pdf
- [11] Rosenblatt, M. (1952), *Remarks on a multivariate transformation*. Annals of Mathematical Statistics 23, 470-472

Zoznam vlastných publikácií

- [12] Breuer, T., Jandačka, M. (2007), *Portfolio Selection with Transaction Costs under Expected Shortfall Constraints*, Computational Management Science, Volume 5, 305-316
- [13] Breuer, T., Jandačka, M. (2007), *Adverse Interrisk Diversification Effects for FX Forwards*, Numerical Methods for Finance, 53-62, edited by Appleby, J.A.D, Edelman, D.C., Miller, J.J.H., Published by Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series
- [14] Breuer, T., Jandačka, M. (working paper), *Temporal Aggregation of GARCH Models: Conditional Kurtosis and Optimal Frequency*, <http://ssrn.com/abstract=967824>
- Citované v:
- Carol, A., Lazar E., *Weak GARCH Diffusion*, Discussion paper
http://www.carolalexander.org/publish/download/DiscussionPapers/Weak_GARCH.Diffusion.pdf
 - Pimentel, S.M.F. (2008), *The time aggregation of sharpe ratio* Lisboa: ISCTE. Master thesis.
http://loki.iscte.pt:8080/dspace/handle/10071/692?mode=full&submit_simple>Show+full+item+record
 - Taylor, N. (2008), *The predictive value of temporally disaggregated volatility: evidence from index future markets*, Journal of forecasting, Volume 27, Issue 8, 721-742
- [15] Breuer, T., Jandačka, M., Krenn, G. (working paper), *Towards an Integrated Measurement of Credit and Market Risk*, <http://www.bis.org/bcbs/events/rtf05breuer.pdf>
- [16] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (2008), *Compounding Effects between Market and Credit Risk: The Case of Variable-Rate Loans*, Pillar II in the New Basel Accord, The Challenge of Economic Capital, 371-384, edited by Resti, A., Risk Books
- [17] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (2008), *Hedge the Stress: Using Stress Tests to Design Hedges of Foreign Currency Loans*, Stress-testing for Financial Institutions, Applications, Regulations and Techniques, 111-126, edited by Rosch, D., Scheule, H., Risk Books
- [18] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (2009), *How to Find Plausible, Severe, and Useful Stress Scenarios*, International Journal of Central Banking, Volume 5, Number 3 (September 2009) 205-224

- [19] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (2008), *Regulatory capital for market and credit risk integration: is current regulation always conservative?*, Discussion Paper Series 2: Banking and financial Studies No 14/2008

Citované v:

- Božović, M. (2009), *Risk in Commodity and Currency Markets*, Dissertation thesis
- Finger, C. (2008), *The once holy grail*, Risk Metrics Research Monthly, January 2008
- Finger, C. (2009), *IRC comments*, Risk Metrics Research Monthly, February 2009
- Fiori, R., Iannotti, S. (working paper), *Channels for Interaction of Market and Credit Risk: a FAVAR approach*
<http://w.lse.ac.uk/collections/RICAFE/pdf/RICAFE2-WP72-%20Urosevic.pdf>
- Jeckle, M. (working paper), *Bankenregulierung Saule II von Basel II unter besonderer Berucksichtigung des ICAAP*,
<http://www.fh-vie.ac.at/files/Bankenregulierung.pdf>
- Urosevic, B., Karapandza, R. (working paper), *Market Risk Management in Emerging Markets the Case of Western Balkans*,
<http://w.lse.ac.uk/collections/RICAFE/pdf/RICAFE2-WP72-%20Urosevic.pdf>

- [20] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (working paper), *Inter-Risk Diversification Effects of Integrated Market and Credit Risk Analysis*,
<http://www2.staff.fh-vorarlberg.ac.at/%7Etb/cms/?download=NMF-2006-Breuer.pdf>

Citované v:

- Alessandri, P., Drehmann, M. (2009), *An Economic Capital Model Integrating Credit and Interest Rate Risk in the Banking Book*, ECB Working Paper No. 1041.
<http://ssrn.com/abstract=1365119>
- Kirchner, A., Kretschmar, G.L., McNeil, A.J. (2008), *The Case for Fully Integrated Models of Economic Capital*
<http://ssrn.com/abstract=1317251>
- Kirchner, A., Kretschmar, G.L., McNeil, A.J. (2009), *An Integrated Framework for IFRS Fair Value Accounting and Institutional Risk Capital Reporting*
<http://ssrn.com/abstract=1345159>

- [21] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (2008), *Is Current Capital Regulation Based on Conservative Risk Assessment?*, Summer Financial Stability Report 15, Oestereichische Nationalbank 2008, 112-118
http://ebusiness.oenb.at/en/img/fsr_15_special_topics_03_tcm16-87341.pdf
- [22] Breuer, T., Jandačka, M., Rheinberger, K., Summer, M. (forthcoming 2009), *Does adding up of economic capital for market- and credit risk amount to conservative risk assessment?*, Journal of Banking and Finance (forthcoming 2009)
- [23] Jandačka, M., Ševčovič, D. (2005), *On the risk adjusted pricing methodology based valuation of vanilla options and explanation of the volatility smile*, Journal of Applied Mathematics 3, 235-258

Citované v:

- Ankudinova, J., Ehrhardt, M. (2008), *Fixed domain transformations and split-step finite difference schemes for nonlinear Black-Scholes equations for American options* In: Nonlinear Models in mathematical Finance: New Research Trends in Option Pricing (M.Ehrhardt Ed.), Nova Science Publ. 2008, ISBN 978-1-60456-931-5, pp.223-252.
- Ankudinova, J., Ehrhardt, M. (2008), *On the numerical solution of nonlinear Black-Scholes equations*, Computers & Mathematics with Applications, Volume 56, Issue 3, August 2008, 799-812
- Bordag, L.A., Frey, R. (2008), *Pricing options in illiquid markets: symmetry reductions and exact solutions* In: Nonlinear Models in mathematical Finance: New Research Trends in Option Pricing (M.Ehrhardt Ed.), Nova Science Publ. 2008, ISBN 978-1-60456-931-5, pp.83-109.
- Ehrhardt, M. (2008), *Nonlinear Models in Option Pricing - an Introduction* In: Nonlinear Models in mathematical Finance: New Research Trends in Option Pricing (M.Ehrhardt Ed.), Nova Science Publ. 2008, ISBN 978-1-60456-931-5, pp.1-21.
- Imai, H., Ishimura, N., Sagakuchi, H. (2007), *Computational technique for treating the nonlinear Black-Scholes equation with the effect of transactional costs*, Kybernetika, 43 2007, 807-816 <http://ssrn.com/abstract=1239078>
- Ishimura, N., Imai, H. (2008), *Global in space numerical computation for the nonlinear Black-Scholes equation* In: Nonlinear Models in mathematical Finance: New Research Trends in Option Pricing (M.Ehrhardt Ed.), Nova Science Publ. 2008, ISBN 978-1-60456-931-5, pp.199-222.