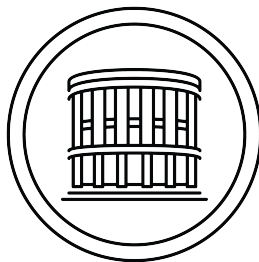


UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



RODIČOVSKÝ BONUS V DÔCHODKOVÝCH SYSTÉMOCH

DIZERTAČNÁ PRÁCA

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

RODIČOVSKÝ BONUS V DÔCHODKOVÝCH SYSTÉMOCH

DIZERTAČNÁ PRÁCA

Študijný program: dAPM - aplikovaná matematika
Študijný odbor: matematika
Školiace pracovisko: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Mgr. Tatiana Jašurková
Študijný program: aplikovaná matematika (Jednoodborové štúdium, doktorandské III. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: dizertačná
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Rodičovský bonus v dôchodkových systémoch
Parental bonus in pension systems

Anotácia: Z dôvodu nepriaznivého demografického vývoja čelia priebežne financované dôchodkové systémy problému s udržateľnosťou. Príspevok do systému môže byť peňažný, ale môže ním byť tiež výchova budúcich prispievateľov. Práca sa bude zaoberať previazanosťou penzijného systému a fertility. Budeme skúmať možnosti úpravy dôchodkového modelu so zameraním na vzťah individuálnej fertility a nárokov na dôchodkovú dávku. Dôraz bude kladený na matematickú stránku existujúcich a navrhovaných modelov. Dôležitá časť bude tiež aplikácia v prípade dôchodkového systému na Slovensku.

Školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Dátum zadania: 15.01.2019

Dátum schválenia: 16.01.2019
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
školiteľ

Poďakovanie Velké ďakujem patrí školiteľovi predkladanej dizertačnej práce doc. Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD. za jeho vždy pozitívny prístup a ochotu, inšpiratívne nápady, podnetné pripomienky a za všetky odborné rady, ktoré mi pomohli v celom procese skúmania stanovenej problematiky.

Taktiež ďakujem i členom svojej rodiny, ktorí na mňa neustále myslia a podporujú ma. Dávate mi silu pokračovať. Osobitne sa chcem poďakovať i Terezke, za všetky povzbudivé slová a za to, že sme to spolu dotiahli až sem. Rovnako ďakujem i Michalovi za podporu v ťažkých chvíľach a za to, že vo mňa veríš. Ste dôležitou súčasťou môjho života.

Abstrakt v štátnom jazyku

JÁŠURKOVÁ, Tatiana: Rodičovský bonus v dôchodkových systémoch [Dizertačná práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2023, 158s.

Dlhodobá finančná udržateľnosť je základnou podmienkou stability dôchodkového systému. Vzhľadom na aktuálny nepriaznivý demografický vývoj, charakterizovaný starnutím populácie a nízkou úrovňou fertility, čelia priebežne financované dôchodkové systémy problémom. V predkladanej práci sa venujeme práve skúmaniu previazanosti penzijného systému a fertility. Hlavným jadrom práce sú možnosti úpravy penzijného modelu so zameraním na previazanie individuálnej fertility a nárokov na dôchodkovú dávku. Popíšeme niekoľko existujúcich modelov uvažujúcich prepojenie dôchodkovej dávky a individuálnej fertility. Následne odvodíme štyri vlastné modely dôchodkového systému operujúce s možnosťou aplikácie rodičovského faktora. Prejdeme pritom od dvoch alternatív jednoduchého, jednopilierového, trojgeneračného modelu, cez rozšírenie na dvojpilierový model až po štvorperiódový model s uvažovaným kariérnym rastom. Jednotlivé modely analyzujeme vzhľadom na efekty rodičovského faktora na individuálnu fertilitu, súkromné úspory, či celoživotnú hodnotu spotreby. Uvedené modely charakterizujeme aj pomocou numericky získaných výsledkov pre viaceré nastavenia parametrov modelov. Takisto preskúmame hodnotu implikovaného rodičovského faktora v rámci nastavení dôchodkového systému Slovenskej republiky. Jednak pre prípad nastavenia platného do roku 2023, kedy vstúpilo do platnosti zavedenie rodičovského dôchodku, a takisto aj pre viaceré uvažované alternatívy. Výsledky analyzujeme aj v porovnaní so získanými optimálnymi nastaveniami.

Kľúčové slová: dôchodkový systém, rodičovský bonus, rodičovský faktor, udržateľnosť, finančná stabilita, fertilita

Abstract

JÁŠURKOVÁ, Tatiana: Parental bonus in pension systems [Dissertation Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2023, 158p.

Long-term financial sustainability is a fundamental condition for the stability of the pension system. Due to the current unfavourable demographic development, characterised by population ageing and low fertility levels, pay-as-you-go pension systems face serious difficulties. In the presented thesis, we focus on examining the interdependence of the pension system and fertility. The main goal of the thesis is to study the possibilities of adjusting the pension model with a focus on linking pension benefit claims to individual fertility. Several existing models considering this link are described. Subsequently, we derive four pension system models that include the child factor within the pension benefit formula. Firstly, two alternatives of a simple, one-pillar, three-generation model are introduced. Then the idea is extended to a two-pillar model. Finally, a four-period model with a career growth parameter is considered. Each model is analysed in terms of effects of the child factor on individual fertility, private savings, or lifetime consumption. Numerical results for several settings of model parameters are also presented and analysed. Furthermore, we examine the value of the implied child factor within the framework of the Slovak Republic pension system. The case for the setting of the pension system of the Slovak Republic prior to the introduction of the parental pension in 2023 is considered. In addition, several alternatives are presented. Finally, we compare the results with the optimal pension model settings obtained.

Keywords: pension system, parental benefit, child factor, sustainability, financial stability, fertility

Obsah

Zoznam použitých skratiek	9
Úvod	10
1 Demografický vývoj	14
1.1 Fertilita	15
2 Sociálne zabezpečenie	20
2.1 Sociálne zabezpečenie a fertilita	23
2.2 Prvky v dôchodkových systémoch zohľadňujúce fertilitu	31
3 Modely dôchodkového systému s naviazanosťou na fertilitu	35
3.1 Konštitučná teória rodiny	35
3.2 Wigger	39
3.3 Buyse	44
3.4 Fenge-Meier	48
3.5 Hyzl, Kulhavý, Rusnok	55
3.6 Tekelová	58
4 Dôchodkové modely s rodičovským bonusom	60
4.1 Dôchodkový model s rodičovským bonusom na základe individuálnej mzdy	60
4.2 Dôchodkový model s rodičovským bonusom na základe priemernej mzdy .	63
4.2.1 Vlastnosti	65
4.2.2 Rodičovský bonus v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky . .	70
4.2.3 Optimálne nastavenie	77
4.3 Dôchodkový model so zapracovaným prvým a druhým pilierom	91
4.3.1 Optimálne nastavenie	94
4.4 Dôchodkový model so zapracovaným kariérnym rastom	102
4.4.1 Vlastnosti	111
4.4.2 Optimálne nastavenie	115
Záver	125

Zoznam použitej literatúry	131
Príloha A	141
A. 1 Vývoj celkovej miery fertility v jednotlivých krajinách Európskej únie v rokoch 2009 - 2018	141
A. 2 Závislosť TFR a výdavkov na dôchodkový systém	147
Príloha B	149
B. 1 Numerické výsledky	149

Zoznam použitých skratiek

ABM	automatický vyrovnávací mechanizmus (z anglického „automatic balance mechanism“)
ADH	aktuálna dôchodková hodnota
CDC	spoločne príspevkovo definovaná schéma (z anglického „collective defined contribution“)
DB	dávково definovaná schéma (z anglického „defined benefit“)
DC	príspevkovo definovaná schéma (z anglického „defined contribution“)
HDP	hrubý domáci produkt
NDC	nefinančne príspevkovo definovaná schéma (z anglického „notional defined contribution“)
ODP	obdobie dôchodkového poistenia
OMB	osobný mzdový bod
PAYG	priebežne financovaná schéma (z anglického „pay-as-you-go“)
POMB	priemerný osobný mzdový bod
TFR	celková miera plodnosti (z anglického „total fertility rate“)

Úvod

Nepriaznivý demografický vývoj, charakterizovaný starnutím populácie a dlhodobo nízkou mierou fertility, vedie k problémom s neudržateľnosťou dôchodkových systémov, najmä čo sa týka priebežne financovaných penzijných schém. Vzniká tak potreba ich reforiem s cieľom konštrukcie dlhodobo udržateľných a stabilných dôchodkových systémov, ktoré by v najlepšom prípade pozitívne ovplyvňovali i vývoj fertility.

Vychádzajúc zo záverov štúdií [10, 16], či [45], pretrvávajúca cena za materstvo sa, napriek snahe o kompenzáciu zo strany štátu, stále prejavuje na zníženom nároku na penzijnú dávku pre ženy, ktoré vychovali jedno, či viac detí. Podľa [25], mechanizmy určené na vykrytie tejto nerovnosti, zahŕňajúce peňažné i nepeňažné príspevky, nie sú zďaleka dostatočné na to, aby kompenzovali stratený príjem matiek. To sa z dlhodobého hľadiska prejaví na vyššie spomínanej redukcii penzijnej dávky. Keďže priebežne financované dôchodkové systémy sú vo veľkej miere závislé od trvalo stabilnej výmeny ekonomicky aktívnej populácie, uvedená penzijná nerovnosť môže podľa [11] pôsobiť protipopulačne a následne negatívne vplývať na danú penzijnú schému.

Na jednu stranu, priebežne financovaný dôchodkový systém je principiálne závislý na kohorte budúcich prispievateľov. Na stranu druhú, samotné nastavenie dôchodkového systému môže viesť k nepriamej redukcii fertility. Vynára sa tak otázka, či takto nastavené dôchodkové systémy sú adekvátne, respektíve ako daný dôchodkový systém modifikovať s cieľom potlačenia uvedených negatívnych efektov.

Jedným z často využívaných krokov stabilizovania dôchodkových systémov je naviazanie veku odchodu do dôchodku na strednú dĺžku života. Pokiaľ dôchodkový systém tak nastavený nie je, respektíve dôchodkový systém operuje so stropovaným vekom odchodu do dôchodku, potom odklon od stability dôchodkového systému je o to výraznejší, ako nasvedčuje napríklad práca [32] pre prípad dôchodkového systému Slovenskej republiky. Zvyšovanie odchodu veku do dôchodku ako reakcia na predlžovanie strednej dĺžky života je, podľa [52] alebo [78], nevyhnutná. Napriek tomu tradičná úprava v podobe navýšenia dôchodkového veku nie je dostatočná, aby zvrátila neudržateľnosť priebežne financovaného dôchodkového systému a žiadnym spôsobom nerieši ani vyššie popísanú príjmovú nerovnosť.

Sinn v [86] rozoberá, že ani plne financovaný dôchodkový systém, postavený na sporení

si aktív na vlastný dôchodok, nie je vhodný. Nerieši problém s financovaním penzií osôb už v dôchodkovom veku a taktiež nezabezpečuje dostatočný dôchodok pre nízkopríjmové osoby. Vhodnejšou alternatívou je dôchodkový systém, ktorý by bol principiálne vystavaný na priamej naviazanosti na individuálnu fertilitu. Príklady takýchto dôchodkových modelov možno nájsť v [38, 40, 69], či [103]. Analýzou predstavených modelov a skúmaním vplyvu daného modelu na fertilitu, dospievajú autori k záverom, že zavedenie rodičovského bonusu pri vyplácaní penzijnej dávky, pozitívne vplýva na mieru fertility. Problematickou v takto nastavenom dôchodkovom systéme by mohla byť skupina bezdetných poistencov. V takom prípade prichádza do úvahy kombinácia priebežne financovaného systému s previazanosťou na individuálnu fertilitu a sporenia na dôchodok pomocou kapitalizačného piliera. Ten by bol pre bezdetných povinný v plnej miere a výška príspevkov do druhého piliera pre jednotlivcov, ktorí vychovávajú potomkov, by sa odvíjala od počtu detí ako napríklad v [49], či [98].

Vzhľadom na predložené fakty, sa budeme v predkladanej práci venovať poskytovanému sociálnemu zabezpečeniu v rámci dôchodkových systémov s ohľadom na pretrvávajúci nepriaznivý demografický vývoj. Podrobnejšie sa pozrieme na previazanosť dôchodkového zabezpečenia a fertility. Rozoberieme viaceré modely dôchodkového systému, ktoré by mohli slúžiť ako predloha pre inovatívne reformy dôchodkových systémov. Hlavným cieľom práce bude preskúmanie možného zapracovania individuálnej fertility do získavania dôchodkových nárokov. Bude analyzované správanie existujúcich a navrhovaných modelov z pohľadu efektov na pridružené premenné, akými sú individuálna fertilita, súkromné úspory, či spotreba v postproduktívnom veku. Dôležitým bodom bude i aplikácia v prípade dôchodkového systému Slovenskej republiky.

Predkladaná práca je štrukturálne zostavená zo štyroch samostatných kapitol. Prvá časť práce má za cieľ opísať demografickú situáciu s ohľadom na vývoj fertility. Poskytuje tak prvotný náhľad na faktory ovplyvňujúce rozhodnutia jednotlivcov (ne)mať potomkov. Druhá kapitola začína stručnou charakterizáciou sociálneho zabezpečenia cez dôchodkové systémy. Následne je skúmané prepojenie sociálneho zabezpečenia a celkovej miery fertility, pričom nadväzujeme najmä na výsledky z [11, 16, 25] a [45]. V závere kapitoly sa venujeme existujúcim prvkom v dôchodkových systémoch, ktoré zohľadňujú fertilitu. Výsledkom prvých dvoch kapitol je odôvodnenie potreby zmeny nastavení priebežne fi-

nancovaných dôchodkových systémov práve s ohľadom na fertilitu v snahe kompenzácie rozdielov vo výške získaných dôchodkových nárokov.

Nasledovať bude časť venujúca sa vybraným modelom dôchodkového systému, ktoré v rôznej miere zohľadňujú individuálnu fertilitu. Najskôr predstavíme model konštitučnej teórie rodiny od Cigna a Werdinga z [25], v ktorom popíšeme naviazanosť fertility na zavedenie dôchodkového systému. V modeli podľa Wiggera z [103] budeme uvažovať trojperiódový model prekrývajúcich sa generácií s priebežne financovaným dôchodkovým systémom. Čitateľa ďalej oboznámime s prácou Buyseho z [17], kde bol zaznamenaný pozitívny vplyv na fertilitu ako výsledok úpravy penzijného systému pomocou nerovnakého váhena príjmov jednotlivca v jednotlivých časových etapách ekonomickej aktivity, čo vstupovalo priamo do výpočtu dôchodkovej dávky. Následne popíšeme model dôchodkového systému podľa Fengeho a Meiera z [38], kde zavedením rodičovského bonusu v podobe časti penzijnej dávky závislej na individuálnej fertilitate, bol dosiahnutý pozitívny vplyv na fertilitu. Napokon predstavíme modely podľa Hyzla, Kulhavého a Rusnoka z [49] a model z [98] podľa Tekelovej. Oba uvažujú rozdelenie dôchodkového systému na zabezpečenie dôchodku rodičov a sporenie si na vlastný dôchodok.

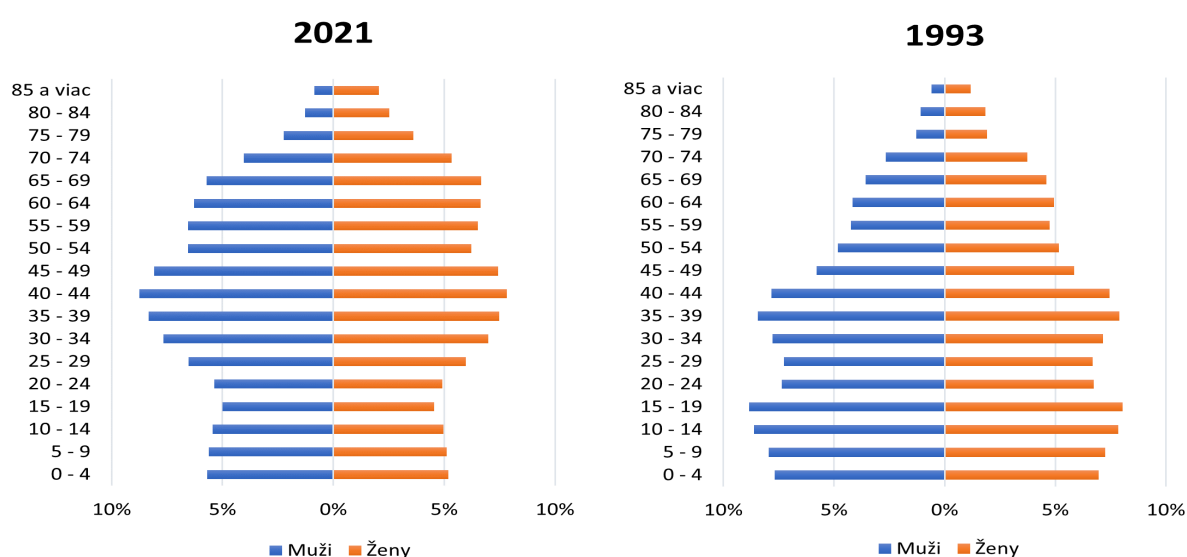
Štvrtá a zároveň posledná kapitola predstavuje rozsahovo i obsahovo samotné jadro práce. S úmyslom aplikácie získaných poznatkov pre prípad úpravy dôchodkového systému Slovenskej republiky, odvodíme v tejto kapitole viacero modelov dôchodkového systému, ktoré budú priamo zohľadňovať prvok individuálnej fertility pri výpočte dôchodkovej dávky. Začneme jednoduchým, trojperiódovým modelom dôchodkového systému s jedným pilierom, pričom bude nastavené previazanie dôchodkovej dávky na individuálnu fertilitu a na príjem samotných potomkov jednotlivca. Pre argumentované nedostatky, model ďalej upravíme smerom previazania dôchodkovej dávky na individuálnu fertilitu a na priemerný príjem celej generácie potomkov. Poskytneme analýzu vlastností odvodených modelov a budeme sa venovať určeniu implikovanej hodnoty rodičovského bonusu v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky, jednak v jeho pôvodnej verzii platnej do roku 2023, a tiež uvažujúc viaceré alternatívne nastavenia. Určené implikované hodnoty rodičovského faktora porovnáme so získanými optimálnymi hodnotami, budeme diskutovať ich adekvátnosť vzhľadom na úroveň fertility, súkromné úspory, dôchodkovú dávku, či celkovú spotrebu v postproduktívnom veku. Nasledovať bude model s rozlišovaním odvo-

dov do prvého a druhého piliera a ako posledné uvedieme rozšírený štvorperiódový model, v ktorom bude uvažovaný kariérny rast jednotlivca.

V rámci skúmania a objasnenia vlastností odvodených modelov vykonáme i numerické experimenty, ktoré následne analyzujeme. Pozrieme sa na vplyv zmeny jednotlivých parametrov modelu, úrokového faktora, penalizačného parametra, či parametra vyjadrujúceho preferencie jedinca mať potomkov, na modelové premenné individuálnej fertility, súkromných úspor, rodičovského faktora a taktiež na implikované hodnoty dôchodkovej dávky a spotreby v postproduktívnom veku. Výsledky navzájom porovnáme aj medzi jednopilierovým a dvojpilierovým modelom, skúmajúc vplyv zavedenia druhého piliera na jednotlivé premenné.

1 Demografický vývoj

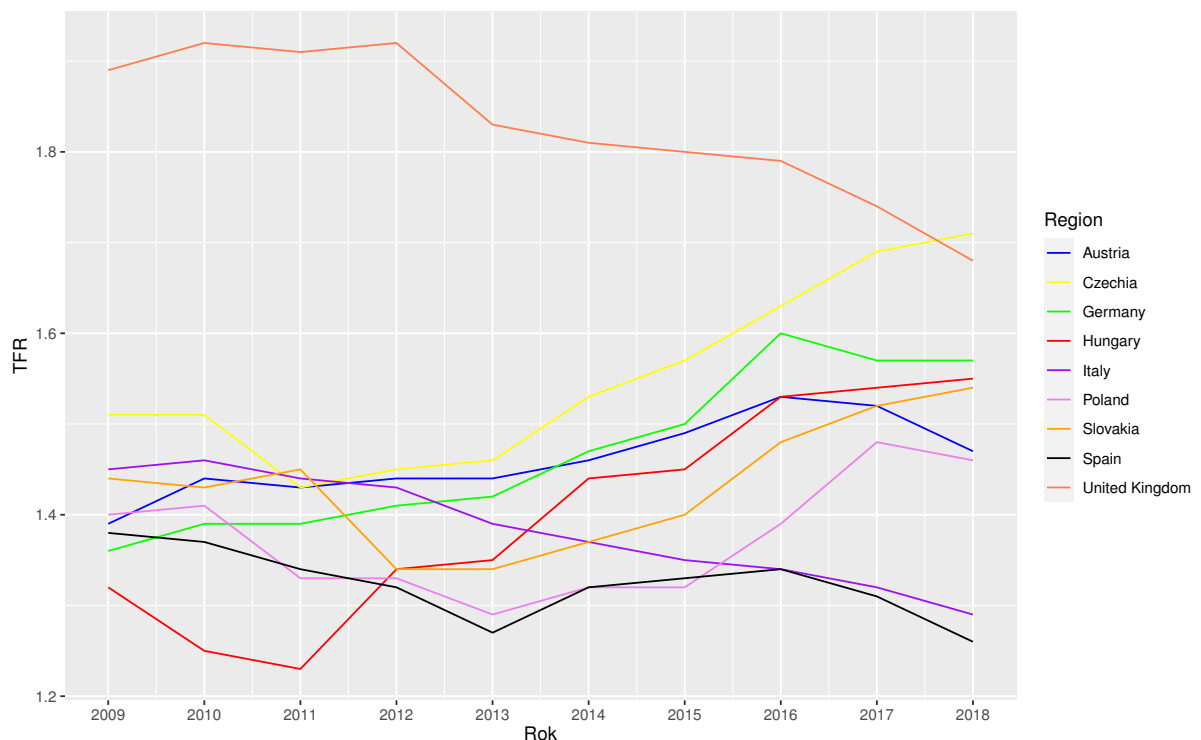
Mnohé krajiny Európy, nevynímajúc Slovenskú republiku, čelia v posledných rokoch nepriaznivému demografickému vývoju z hľadiska vekového členenia populácie. Toto možno pozorovať pri zobrazení časového priebehu vekového zloženia populácie, kde dochádza k presunu veľkej kohorty populácie z nižšej vekovej kategórie do vyššej, zatiaľ čo mladšie vekové kategórie nie sú adekvátne nahradzované. Pre ilustráciu zobrazujeme na Obr. 1 vekové pyramídy pre Slovenskú republiku pre roky 1993 a 2021. Ako možno vidieť, tvar vekovej pyramídy za posledné dve desaťky rokov prešiel výraznou zmenou od rastúcej populácie k stavu, kedy generačne silné ročníky postupne prechádzajú do obdobia ekonomickej neaktivity. Zároveň nové generácie potomkov sú v porovnaní s predchádzajúcimi signifikantne slabšie, čo vedie k postupnému, no intenzívnemu starnutiu celkovej populácie. Podľa [101] je starnutie populácie riadené dvomi hlavnými faktormi a to predlžovaním strednej dĺžky života a poklesom fertility. Na jednu stranu dlhovekosť nie je považovaná za negatívum a odráža pokrok v zdravotníctve, či celkovo lepšie podmienky na život. Oproti tomu nízka fertilita predstavuje veľký problém pre celú spoločnosť. V nasledujúcej časti sa tak pozrieme na fertilitu z globálneho hľadiska, uvedieme diskusiu o tom čo vedie ľudí k tomu mať potomkov, prečo sú niektoré z týchto dôvodov aktuálne potlačené, a v neposlednom rade sa zameriame na dôsledky dlhodobo nízkej miery fertility.



Obr. 1: Percentuálne rozdelenie populácie Slovenskej republiky na základe pohlavia a zastúpenia vekových kohort v rokoch 2021 a 1993. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [96].

1.1 Fertilita

Na Obr. 2 je zobrazený časový vývoj celkovej miery fertility (TFR) v období rokov 2009 – 2018 pre vybrané krajiny. Možno si všimnúť, že ani jedna z pozorovaných krajín dlhodobo nedosahuje hodnotu fertility na úrovni 2.1, ktorá je, podľa [26], potrebná na udržanie vekovej štruktúry obyvateľstva. Je tu tiež možné pozorovať značný pokles TFR, najmä pre krajiny akými sú Taliansko, Španielsko, či Veľká Británia, ktorým vo výraznej miere hrozí riziko starnutia populácie, a s tým späté implikácie spojené s negatívnym vplyvom na udržateľnosť štátom poskytovaných sociálnych služieb, najmä v zdravotnej alebo dôchodkovej oblasti. Grafy pre všetky pozorované krajiny uvádzame v prílohe A. 1, kde vo väčšine pozorovaných regiónov vidíme dlhodobý pokles hodnoty celkovej miery pôrodnosti, prípadne osciláciu okolo určitej strednej hodnoty. Výraznejší a trvalý rast TFR v sledovanom časovom období nie je zaznamenaný v prípade žiadneho z pozorovaných regiónov.



Obr. 2: Graf zobrazujúci časový vývoj hodnoty TFR vo vybraných krajinách v časovom období rokov 2009-2018. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [95].

Vysoká fertilita, ktorú mnohé štáty v minulosti dosahovali, sa podľa [88] z dlhodobého hľadiska zmenila nielen kvôli sociálnym ale i kvôli ekonomickým faktorom. Jedným

z počiatočných a významných faktorov môže byť samotný prechod od rurálneho a poľnohospodárskeho spôsobu života k urbannému a priemyselnému životu, s čím sa často spája aj odklon od tradičného spôsobu života. Ale takisto i rozvoj vzdelania, dostupnosť rôznych foriem antikoncepčných prostriedkov, a v neposlednom rade zmena postavenia ženy v spoločnosti, mali na zníženie fertility zásadný vplyv. Otvorenie možnosti pracovnej kariéry pre ženy a ich zaradenie do ekonomicky produktívneho života znamenalo posun a zvýšenie postavenia žien v spoločnosti. Zároveň rola ženy – rodičky sa dostala do pozadia. Rovnako aj dostupnosť vzdelávacích inštitúcií a s tým spojené predĺženie akademického života mohlo mať vplyv na odloženie hľadania partnera, oddialenie manželstva a teda aj na odklad rodičovstva. Samozrejme čím neskôr sa žena stáva prvorodičkou, tým je väčšia pravdepodobnosť, že bude mať menej potomkov, nielen z pohľadu individuálneho rozhodnutia, ale i kvôli fyziologickým faktorom.

Aj keď je fertilita a voľba mať dieťa primárne individuálnym rozhodnutím, resp. rozhodnutím páru, na toto rozhodnutie majú signifikantný vplyv aj vonkajšie faktory. Tie môžu byť jednak individuálne, či prípadne môžu sledovať určité spoločenské normy, ale takisto aj sociálna a ekonomická situácia zohrávajú významnú rolu. Podľa [3] realizovaná nízka fertilita, ktorá nedosahuje úroveň želanej fertility obyvateľstva, môže byť práve následkom nedostatočného sociálneho zabezpečenia a podpory rodičovstva zo strany štátu a nie len nízkeho príjmu samotnej rodiny. Pokiaľ nie je štát nastavený tak, že podporuje rodičovstvo, nemôže očakávať zvýšenie fertility. Rovnako bolo spracovaných aj viacero štúdií, pre príklad uvádzame [44, 59, 60] a [89], ktoré skúmali prepojenie fertility a aktuálneho stavu ekonomiky danej krajiny, pričom bola pozorovaná silná závislosť medzi ekonomickou recesiou a následným, sprievodným poklesom fertility. V práci [31] bol taktiež sledovaný dopad rôznych scenárov simulácie vývoja ekonomického cyklu na projekciu vývoja fertility. V uvažovanom makroekonomickom modeli, za predpokladu optimistického scenára vývoja ekonomiky, miera fertility narástla až na udržateľnú hodnotu z hľadiska zachovania populácie, zatiaľ čo ostatné, menej optimistické scenáre, viedli v konečnom dôsledku k jej poklesu. Obdobné výsledky možno z globálneho hľadiska pozorovať aj v krajinách, ktoré v posledných dvoch desiatkach rokov prešli finančnou krízou. Podľa analytickej štúdie [99] práve v krajinách ako je Grécko, Írsko, z časti Španielsko, Portugalsko a Taliansko, samotný počet potomkov, ktoré majú jedinci v úmysle mať, výrazne klesol oproti pred-

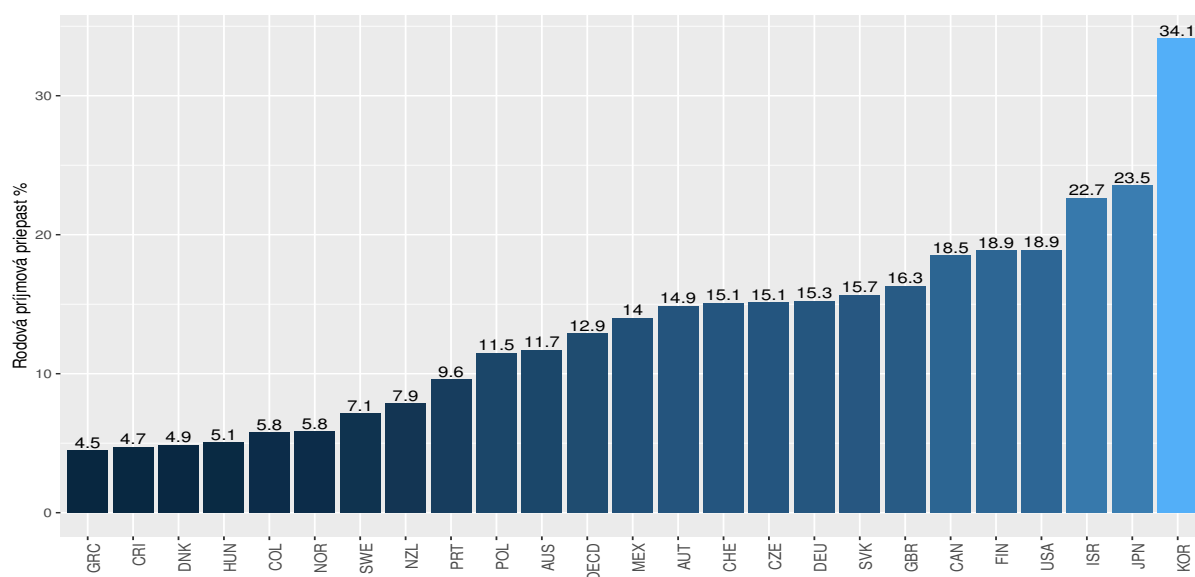
krízovému obdobiu. Nasvedčuje tomu aj práca [97], kde autori dospievajú k záverom, že pri zachovaní predrecesívnej miery fertility, by sa v Grécku narodilo počas obdobia medzi rokmi 2010 až 2015 o 40000 detí viac, pričom táto strata je alokovaná hlavne medzi mladé ženy pod 30 rokov a nezamestnané ženy všetkých vekových kategórií. Ekonomický cyklus a aktuálny stav ekonomiky danej krajiny je teda nevyhnutne prepojený aj s pohybom miery fertility,

Pri analýze dôvodov určujúcich potrebu jedincov mať potomkov, môžeme v literatúre naraziť na dva hlavné smery. Prvým je podľa [6] a [62] to, že samotná prítomnosť detí istým spôsobom altruisticky obohacuje rodičov. Deti tak priamo vstupujú do funkcie užitočnosti rodičov. Keďže výchova dieťaťa je ale finančne náročná a s počtom detí sa táto záťaž navyšuje, ako je uvedené v [101], tak dieťa z hľadiska ekonomickej teórie nepredstavuje Giffenov statok. Ak je na trhu možnosť pracovnej príležitosti ponúkajúcej vyšší zárobok pre ženy, môže to viesť k poklesu fertility. Rovnako aj dostupnosť iných substitútov, ktoré do istej miery ponúkajú väčšie výhody ako výchova detí, môžu v konečnom dôsledku znižovať fertilitu.

Druhým dôvodom výchovy potomkov je z pohľadu rodičov aj materiálna, či finančná výpomoc, ktorú deti, po prechode do ekonomicky aktívneho obdobia, vykonávajú voči rodičom. V súlade s [7] a [21] deti predstavujú akúsi formu zabezpečenia rodičov v starobe. Môžu im poskytovať finančný príspevok, ale i príspevok vo forme služieb. Teda ide o nepriame ovplyvňovanie funkcie užitočnosti rodičov zo strany detí. Tento dôvod výchovy detí je však aktuálne tiež potlačený a to práve z dôvodu zavedených dôchodkových systémov, ktoré na seba prebrali zodpovednosť zabezpečenia ľudí v starobe a tým ako sú nastavené, môžu nepriaznivo ovplyvňovať fertilitu. Na jednu stranu dostatočne veľká populácia pracujúcich jedincov je potrebná na správne fungovanie veľkej časti priebežne financovaných (PAYG, z anglického „pay-as-you-go“) dôchodkových systémov. Na druhú stranu spôsob vyplácania dôchodkových dávok je často naviazaný len na pracovnú kariéru jednotlivca a teda jeho zárobok môže viesť k nevýhodám pre ženy, ktoré sa deti rozhodnú mať, k tzv. cene, resp. pokute za materstvo ako uvádza [30].

Vzhľadom na to, že výchova nových generácií je z ekonomického hľadiska finančne nákladná, či už ide o priame alebo nepriame náklady (náklady obetovaných príležitostí), kedy je väčšinou matka stiahnutá z pracovnej sféry, to sa negatívne prejaví na jej príjme.

Podľa [16] materstvo znižuje príjem matky nielen počas materskej dovolenky, ale má na príjem dlhotrvajúci negatívny účinok. Vyradenie z pracovného života pre matku znamená pokles produktivity, stratu nadobúdania pracovných skúseností, a tak menšiu konkurencieschopnosť, ktorá sa môže odraziť v menšom množstve pracovných príležitostí. Matky si tiež často vyberajú povolania, ktoré im umožňujú viac času tráviť starostlivosťou o dieťa. Oproti bezdetným ženám či mužom, je tak ich celoživotný príjem značne nižší. To prispieva i k zväčšovaniu príjmovej nerovnosti, pre ilustráciu uvádzame na Obr. 3 koeficient príjmovej nerovnosti medzi pohlaviami vo vybraných krajinách za rok 2018. Tento koeficient hovorí o rozdiel mediónov príjmov mužov a žien pracujúcich na plný úväzok vzhľadom na medián príjmov mužov. Zatiaľ čo v krajinách ako Nemecko, Maďarsko, či Grécko tento percentuálny rozdiel v príjmoch patrí k tým menším, Slovenská republika, Rakúsko, Česká republika, či Veľká Británia sa vyznačujú koeficientom až na úrovni okolo 15%.



Obr. 3: Koeficient príjmovej nerovnosti medzi pohlaviami, definovaný ako rozdiel mediánov príjmov mužov a žien pracujúcich na plný úväzok vzhľadom na medián príjmov mužov v jednotlivých krajinách v roku 2018. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [74].

Podľa analýzy z [98] sa rodičovstvo priamo prejaví zníženým príjmom ženy, zatiaľ čo pre mužov to predstavuje akýsi benefit. Tento negatívny efekt na mzdu matky sa zväčšuje s pribúdajúcim počtom detí. Kvalitatívne rovnaké závery boli výsledkom i ďalších štúdií ako napríklad [10, 16] či [45]. Keďže materstvo a následná starostlivosť o dieťa má

dlhodobý negatívny efekt na príjem matiek, pozri [83], a podľa [15] v priemere zarábajú výrazne menej ako bezdetné ženy, tak znížený celoživotný príjem sa nevyhnutne prejaví aj na nižšom nároku na penzijnú dávku. V mnohých krajinách sú tak zavedené mechanizmy, ktoré by túto stratu mali kompenzovať, tie však, podľa analýzy v [25], vo veľa prípadoch neposkytujú adekvátnu náhradu.

Nepriaznivý demografický vývoj spôsobený starnutím populácie a nízkou mierou celkovej pôrodnosti, redukcia príjmov kvôli materstvu, a možné negatívne dopady nastavených dôchodkových systémov na úroveň fertility, sú dôležitými faktormi vedúcimi k neudržateľnosti a neadekvátnosti dôchodkového systému. Na druhú stranu, sú tiež motiváciou k úpravám týchto systémov s cieľom zostavenia adekvátneho penzijného systému, ktorý by riešil predložené problémy.

V každom prípade nízka úroveň fertility predstavuje pre štát veľké problémy, ktoré môžu byť viditeľné ale i skryté. Medzi tie pozorovateľné patrí ako už bolo spomenuté, problém so zachovaním populácie, zastavenie plynulého nahrádzania generácií, čo sa odzrkadlí v menšej kohorte ekonomicky aktívnych ľudí, na ktorých bude vyvíjaný ešte väčší tlak na financovanie priebežne financovaných dôchodkových systémov. Zmenšenie kohorty ekonomicky aktívnych ľudí tiež môže viesť k stagnácii v prograse, k pomalšiemu ekonomickému rastu a rozvoju krajiny, prípadne k poklesu HDP a príjmu na obyvateľa, čo sa môže odzrkadliť aj na redukcii celkových úspor v ekonomike. Medzi navonok skryté problémy patria problémy sociálneho charakteru ako zväčšujúci sa počet ľudí bez rodinných príslušníkov a s tým spojené zmeny v medzigeneračných vzťahoch.

Na základe uvedeného, nízka úroveň fertility negatívne zasahuje do širokého spektra oblastí a je o to podstatnejšie zamerať sa na povzbudenie jej hodnoty. Vzhľadom na stanovené ciele práce sa v ďalšej časti dôkladnejšie zameriame práve na prepojenie fertility a sociálneho zabezpečenia.

2 Sociálne zabezpečenie

Jednou z hlavných úloh sociálnej politiky štátu je zabezpečenie finančnej podpory ľudí v dôchodkovom veku. Spomínaná podpora je vo väčšine prípadov podmienená povinnou účasťou v nejakej nastavenej penzijnej schéme, ktorá môže byť úplne riadená štátom alebo prenechaná na súkromné inštitúcie, prípadne kombináciou predchádzajúcich spôsobov. V každom prípade, účasťou na penzijnom systéme, jednotlivec nadobúda právo na penzijné krytie po prechode z ekonomicky aktívneho do dôchodkového veku.

Nastavenie dôchodkovej politiky závisí od viacerých kritérií. Každý z aktuálne fungujúcich dôchodkových systémov vznikol a nesie črty aspoň jedného z dvoch základných penzijných modelov, a to Bismarckovho alebo Beveridgeovho modelu. Prvý z nich, teda Bismarckov model sociálneho poistenia, sa vyznačuje silným prepojeným vyplatených penzijných dávok a vložených príspevkov. V konečnom dôsledku tak vidno naviazanosť dávok a individuálneho príjmu, čo implikuje zásluhovosť tohto systému. Na druhú stranu Beveridgeov model sociálneho zabezpečenia v ideálnom prípade poskytuje každému účastníkovi penzijnú dávku v rovnakej výške a vyznačuje sa vysokou mierou solidarity. Viac o porovnaní Bismarckovho a Beveridgeovho dôchodkového systému možno nájsť v [27].

Ďalším z faktorov pri konštrukcii penzijného modelu je nastavenie financovania systému. Fondovo financované systémy sa vyznačujú vyplácaním dôchodkových dávok z naakumulovaných aktív a dávka priamo závisí od veľkosti úspor a ich zhodnotenia na finančných trhoch. Na báze fondového financovania funguje napríklad práve aj druhý pilier dôchodkového systému Slovenskej republiky. Finančné prostriedky naakumulované v dôchodkových fondoch sú investované do finančných nástrojov, akými sú najmä akcie a dlhopisy. Pomer investovanej hodnoty do dlhopisov k hodnote investície do akcií pritom závisí od preferencií sporiteľa, a taktiež od jeho veku. Dynamickému modelovaniu uvedeného optimálneho pomeru, jeho analýze vzhľadom na relevantné nastavenia parametrov modelu a testovaniu pre rôzne scenáre vývoja hodnoty akcií, v prípade dôchodkového systému Slovenskej republiky sa venuje napríklad práca [66].

Z hľadiska správy jednotlivých finančných fondov je dôležité simulovanie vývoja ich hodnoty do budúcnosti a sledovanie rôznych scenárov, pre prípadné úpravy zloženia fondov. Keďže cena jednotlivých aktív závisí od viacerých parametrov, sú na modelovanie ich vývoja využívané techniky stochastického kalkulu. V prípade cien akcií sa na modelova-

nie vývoja hodnoty používa napríklad geometrický Brownov pohyb (pozri [65]) pracujúci s konštantnou volatilitou, či Lévyho procesy (pozri [81]), ktoré umožňujú aj zachytenie stochastického vývoja volatility akcií. Na druhú stranu oceňovanie časti fondu zloženej z dlhopisov závisí od modelovania vývoja úrokovej miery. V časoch keď záporné úrokové sadzby sú realitou, je potrebné využívať modely úrokových mier, ktoré tieto záporné úrokové sadzby pripúšťajú. V prípade modelovania ceny dlhopisov je takým napríklad jednofaktorový Vašíčkov model krátkodobej úrokovej miery [102]. Vzhľadom na závislosť modelu od nastavenia jeho parametrov, je nevyhnutné model správne nakalibrovať. Tu možno použiť rôzne prístupy ako napríklad metódu fitovania výnosovej krivky (napríklad podľa [14]), alebo metódy založené na pravdepodobnostnom rozdelení krátkodobej úrokovej miery (napríklad s použitím Kalmanovho filtra ako v [41]). Ďalšou možnosťou kalibrácie je i spojenie predchádzajúcich uvedených metód pomocou bikriteriálnej optimalizácie ako sme odvodili v práci [55].

Naproti tomu PAYG systémy využívajú vybrané poistné a okamžite ho redistribuujú na pokrytie priznaných penzijných dávok aktuálnych dôchodcov. Keďže vyplácanie dávok je závislé od aktuálnych príspevkov, PAYG systém môže skolabovať v prípade nepriaznivého demografického vývoja. Ako nasvedčujú práce [9, 19, 25], či [50], súčasný trend starnutia populácie a rovnako negatívne projekcie do budúcnosti, predstavujú hrozbu pre zavedené PAYG systémy. Reformy PAYG dôchodkových systémov kvôli ich súčasnej neudržateľnosti sú tak nevyhnutné.

Z hľadiska zamerania dôchodkového systému môže byť systém dávkovo alebo príspevkovo orientovaný. V prípade dávkovo definovaných (DB - z anglického „defined benefit“) schém sa na základe vopred určenej požadovanej výšky penzijnej dávky dourčí výška príspevku pre jednotlivca. Hodnota dávky nemusí byť vyjadrená explicitne, ale môže byť nastavená plošne, napríklad koeficientom miery náhrady príjmu z posledného roka pred dovŕšením dôchodkového veku. Pri nepriaznivom vývoji demografickej, či ekonomickej situácie, a takto nastavenom dôchodkovom systéme, hrozí riziko nesplnenia záväzkov. To je zároveň jedným z faktorov popísaných v [13], ktoré viedli vo veľkej miere k prechodu z DB dôchodkových schém na príspevkovo orientované (DC - z anglického „defined contribution“) schémy.

V príspevkovo orientovaných systémoch sa podľa [8] výška vyplatenej penzijnej dávky

odvíja od úhrnnej sumy zaplatených príspevkov jednotlivca a ich prípadného zhodnotenia. Previazanie DC schémy na systém osobných účtov, ktoré zabezpečujú následné vyplatenie penzií, predchádza vzniku rizika neplnenia záväzkov zo strany štátu. Priama úmera medzi vkladom do systému v podobe príspevkov a výškou penzijných dávok implikuje, že DC schéma sa vyznačuje silnou mierou zásluhovosti. Na druhú stranu, čo sa týka solidarnosti, tak takzvaná „čistá“ (z anglického „pure“) DC schéma dôchodkového systému neposkytuje ochranu pred chudobou v starobe, najmä čo sa týka nízkopríjmovej skupiny obyvateľstva.

Modernejšou alternatívou sú schémy využívajúce takzvaný „defined ambition“ princíp, kde podľa [82] je podstatou prísľub vyplatenia nastavenej penzijnej dávky, alebo penzijnej dávky v stanovenom rozsahu, avšak v závislosti od výnosov, či očakávanej dĺžky života. Na rozdiel od DB schémy je tu zavedená možnosť zníženia dôchodkovej dávky, avšak oproti „čistej“ DC schéme, zodpovednosť za penzijnú dávku nie je úplne previazaná na príspevky jednotlivcov. Jednou z možností takéhoto typu schémy je CDC (z anglického „collective defined contribution“ schéma, kde sa časť zaplateného príspevku využíva na budovanie „spoločnej“ DC schémy. Dôchodková dávka z tejto časti je potom solidárna, t. j. dochádza k využívaniu Tontine schém (pozri [63], či [64] pre rôzne možnosti finančných produktov založených na Tontine schéme).

Tlak na úpravu dôchodkových systémov v posledných rokoch čoraz viac narastá. Ad hoc úpravy dôchodkových systémov v prípade nastania nečakaného narušenia bilancie dôchodkového systému reagujú na zmeny s veľkým oneskorením. Podľa [46] časté a upo náhlané zmeny nastavení dôchodkového systému môžu mať v konečnom dôsledku na dôchodkový systém negatívny vplyv spojený s poklesom jeho dôveryhodnosti. Podľa [93] práve „populizmus“ v dôchodkovom systéme predstavuje veľké riziko pre udržanie stability dôchodkového systému. Riešením by mohlo byť zavedenie automatických vyrovnávacích mechanizmov (ABM - z anglického „automatic balance mechanism“), ktoré by s okamžitou odozvou reagovali na narušenie finančnej stability dôchodkového systému. Aplikovaním prednastavených opatrení by tak mohli túto rovnováhu prinavrátiť. Prehľad rôznych úrovní ABM mechanizmov možno nájsť v [93], prípadne v [5], kde sú uvedené konkrétne príklady ABM v dôchodkových systémoch vybraných krajín, či v [94], kde je prezentovaný návrh uplatnenia ABM v priebežnom pilieri dôchodkového systému Slovenskej republiky.

Jedným z typov ABM je i nefinančne definovaná príspevková (NDC - z anglického „notional defined contribution“) schéma. Vyznačuje sa tým, že vložené príspevky sú, ako v prípade DC schémy, zaznamenávané, tentokrát však iba na virtuálnych účtoch. Následná kapitalizácia úspor prebieha pomocou fiktívnej, štátom definovanej, úrokovej miery. Vybierané príspevky sú využité na vyplatenie dávok aktuálnych dôchodcov. Ide teda o kombináciu DC schémy a PAYG dôchodkového systému. Rozsiahlu prácu o NDC schéme dôchodkového systému, jeho konštrukcii, výhodách a nedostatkoch, i implementácii v rôznych krajinách možno nájsť v [47] či [48].

2.1 Sociálne zabezpečenie a fertilita

V predchádzajúcej časti sme sociálne zabezpečenie ľudí v dôchodkovom veku predstavili ako jednu z hlavných úloh sociálnej politiky štátu. V odbornej literatúre existujú dva pohľady na to ako si jedinci zabezpečia príjem v starobe. Prvou z možností je spomínanú zodpovednosť za starostlivosť v starobe preniesť na svoje deti a ich altruistické správanie voči rodičom, čím sa rodičovstvo a výchova detí stane akýmsi predpokladom pre svoje zabezpečenie a podporu v postproduktívnom veku, pozri [62] a [72]. Aj samotný dôchodkový systém na princípe klasickej PAYG schémy je založený presne na uvedenom systéme medzigeneračnej a vnútrogeneračnej redistribúcie. Riziko pritom neznášajú jednotlivé rodiny, ale je rozložené na širšiu populáciu „rodičov“ a širšiu populáciu „potomkov“. Rovnako teda i zavedenie opatrení do dôchodkového systému, ktoré zužujú tento vzťah medzi „rodičom“ a „potomkom“, nemení podstatu fungovania PAYG schémy, ale len individualizuje demografické riziko a rovnako i riziko trhu práce na konkrétny pár „rodič“ - „dieťa“.

Pokiaľ zabezpečenie zo strany potomkov neprichádza do úvahy, ďalšou možnosťou je, že sa jednotlivci, počas obdobia svojej ekonomickej aktivity, rozhodne odkladať si časť svojich príjmov. Jeho náklady v starobe sú tak pokryté práve týmito zúročenými úsporami, pozri [70]. Toto v istom ohľade zodpovedá zavedeniu dôchodkového systému, do ktorého sú odvádzané príspevky.

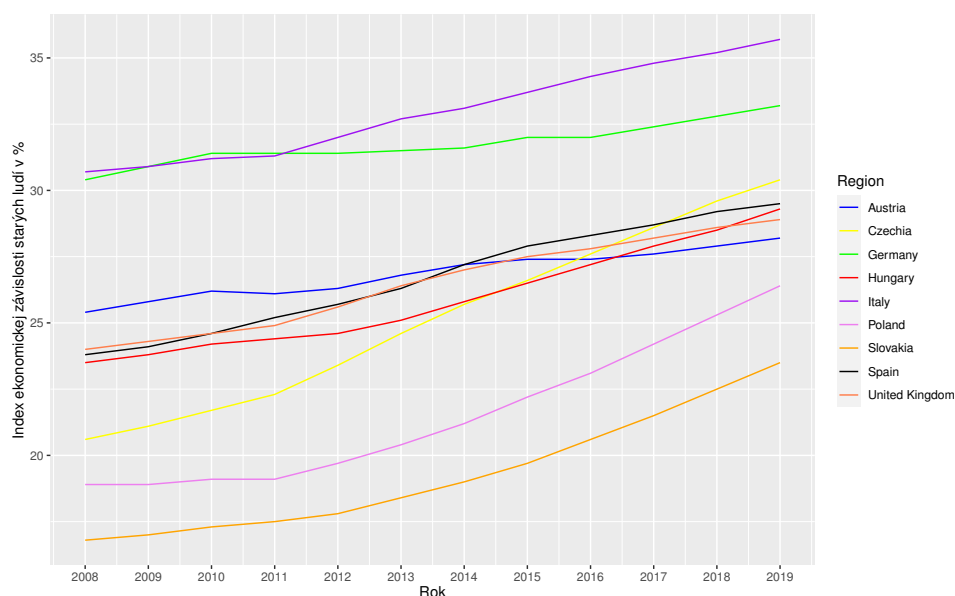
Vo väčšine krajín je dôchodkové zabezpečenie občanov riadené sociálnou politikou štátu prostredníctvom zavedených dôchodkových systémov, z ktorých väčšina funguje na báze priebežného financovania s povinnou účasťou. Na jednu stranu povinná účasť môže znamenať v určitom ohľade väčšiu istotu zabezpečenia v starobe, avšak môže viesť

k vytláčaciemu (z anglického „crowding-out“) efektu. Vtedy iné formy zabezpečenia sa v postproduktívnom veku, súkromné úspory, životné poistenie a iné, sú utláčané do pozadia, pozri [1, 36], či [57]. V dôsledku obmedzeného rozpočtového ohraničenia, už tak jednotlivcom po odvedení povinného sociálneho poistenia nezostávajú ďalšie prostriedky na doplnkové formy zabezpečenia. V každom prípade, fertilita zohráva významnú úlohu z hľadiska zabezpečenia sa v starobe a preto sa v tejto kapitole budeme venovať práve prepojeniu individuálnej fertility a dôchodkového systému, pričom sa zameriame na empirickú analýzu tohto vzťahu.

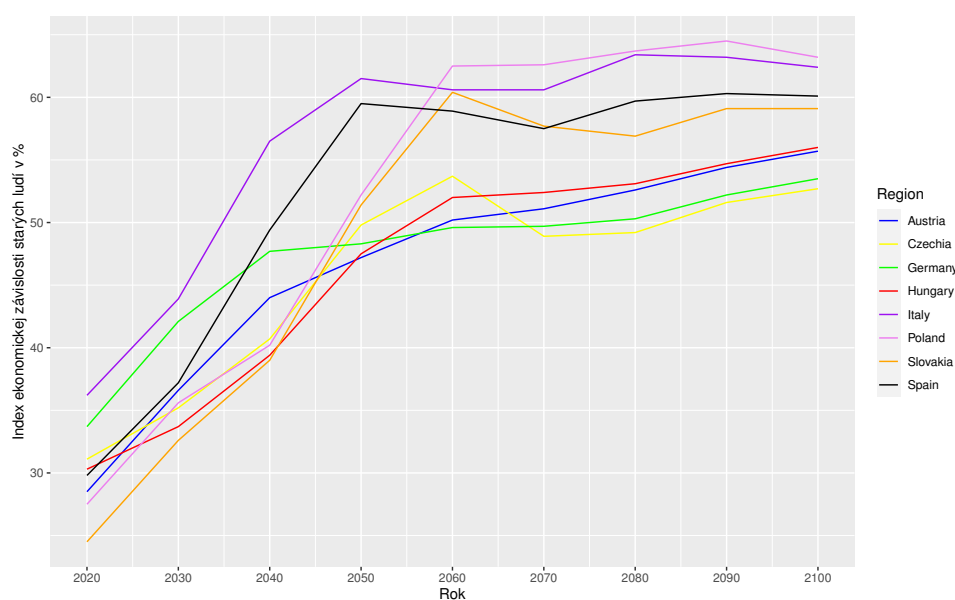
Pre udržateľnosť priebežne financovaného dôchodkového systému je nevyhnutné zabezpečenie finančných prostriedkov určených na krytie penzijných dávok. Z tohto hľadiska je dôležité, aby kohorta ekonomicky aktívnych ľudí prispievajúcich do daného PAYG dôchodkového systému bola dostatočne veľká a časovo stabilná. Aktuálny demografický vývoj, ktorý je do veľkej miery ovplyvnený starnutím populácie, tak predstavuje pre priebežne financované dôchodkové systémy veľký problém. Dôchodkový systém z hľadiska statického nastavenia parametrov nie je dostatočne adaptabilný a naráža na dynamickosť demografického vývoja. Stabilita dôchodkového systému, ktorý operuje so statickými parametrami, tak nemôže byť zabezpečená, keďže samotné nastavenie nereflektuje vývoj exogénnych veličín, na ktorých je systém postavený.

Ako je uvedené v [25] veková štruktúra populácií jednotlivých krajín a rovnako aj predikcie demografického vývoja do budúcnosti nie sú z hľadiska rastu populácie optimistické. Na základe tam uvedených vekových pyramíd možno usúdiť, že mnohé z krajín sa v súčasnosti vyznačujú regresívnym typom vekovej štruktúry, v ktorom je detská zložka populácie málo početná. Pri obmene jednotlivých kohort obyvateľstva tak postupne dochádza k akumulovaniu jedincov v postproduktívnom veku, ktorým je zabezpečovaná finančná podpora ich spotreby pomocou dávok z dôchodkového systému. Podľa [39] postupné starnutie populácie vedie k nárastu redistribúcie finančných prostriedkov smerom od mladých generácií k starším a tiež k navýšeniu zafarbenia budúcich generácií. Avšak čím ďalej, tým menej ekonomicky aktívnych jedincov prispieva do systému. Tomuto faktoru nasvedčuje aj Obr. 4, znázorňujúci vývoj indexu ekonomickej závislosti starých ľudí. Tento demografický ukazovateľ je určený pomerom počtu jedincov, ktorí majú 65 a viac rokov, vzhľadom na počet jedincov v rozmedzí vekov 15 - 64 rokov. Pozorujeme pritom rastúci

vývoj indexu ekonomickej závislosti starých ľudí vo všetkých sledovaných krajinách.



Obr. 4: Graf zobrazujúci časový vývoj hodnoty indexu ekonomickej závislosti starých ľudí pre vybrané krajiny, zahŕňajúc časové obdobie rokov 2008 – 2019. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [95].

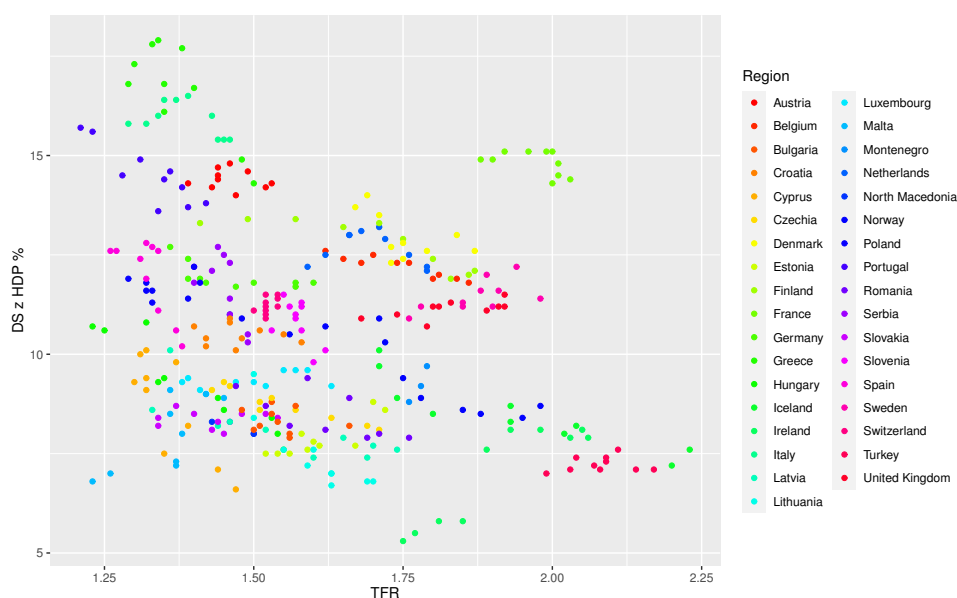


Obr. 5: Graf zobrazujúci predikcie vývoja hodnoty indexu ekonomickej závislosti starých ľudí pre vybrané krajiny, na časové obdobie rokov 2020 – 2100. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [95].

Rovnako ani z hľadiska dlhodobého horizontu sa neočakáva zvrátenie nastaveného

trendu. Na základe predikcií o vývoji tohto ukazovateľa podľa [95], ktoré sú zobrazené na Obr. 5, je očakávaný jeho nárast až na úroveň 50 – 60%. Ak by sme sa na to pozreli z hľadiska priebežne financovaného dôchodkového systému, potom na penzijnú dávku jedného dôchodcu by tak prispievali necelí dvaja ekonomicky aktívni jedinci, čo predstavuje pokles takmer o 50% oproti súčasnej situácii. Výchova detí, ich následné zaradenie do pracovného procesu, a s tým spätá dostatočná úroveň fertility, je tak nutný predpoklad trvalo udržateľného PAYG systému.

Na základe vyššie opísaného nepriaznivého vývoja TFR a súvislosti medzi starnutím populácie a vyplývajúcimi potrebami úprav dôchodkového systému, sme sa ďalej zamerali na vzťah medzi veľkosťou penzijného systému v danej krajine a hodnotou fertility. Na analýzu použijeme dátovú sadu zostavenú z voľne prístupných údajov z databázy štatistického úradu Európskej únie [95]. V zostavenej analýze, veľkosť dôchodkového systému meriame percentuálnym zastúpením výdavkov spätých s prevádzkou dôchodkového systému na celkovej hodnote hrubého domáceho produktu v sledovanej krajine v eurách (DS_z_HDP_pc). Ďalej v dátovej sade sledujeme hodnotu celkovej miery pôrodnosti (TFR) a hodnotu hrubého domáceho produktu na obyvateľa uvádzanú v eurách (HDP_na_obyvatela). Všetko pre krajiny Európskej únie z časového obdobia medzi rokmi 2009 – 2018.



Obr. 6: Graf zobrazujúci hodnoty percentuálneho podielu výdavkov na dôchodkový systém na celkovom HDP v závislosti od celkovej miery fertility (TFR) danej krajiny. Zobrazujeme roky 2009-2018. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [95].

Súhrnné dáta pre všetky pozorované regióny a roky zobrazujeme na Obr. 6, kde je vykreslená závislosť medzi hodnotou TFR a percentuálnym podielom výdavkov na dôchodkový systém vzhľadom na celkovú hodnotu HDP. Pozorujeme tu klesajúcu závislosť, teda čím väčšia je hodnota celkovej miery fertility, tým nižšia je horná hranica pre percentuálny podiel výdavkov na dôchodkový systém na celkovej hodnote HDP. Naopak pri nízkych hodnotách TFR sledujeme oveľa viac pozorovaní s vyšším percentuálnym podielom výdavkov na dôchodkový systém na celkovej hodnote HDP. Podrobné hodnoty TFR pre jednotlivé roky 2009 – 2018 zobrazujeme v prílohe A. 2, kde takisto možno vidieť rovnaké správanie ako pri súhrnnom zobrazení.

Na základe predchádzajúcich pozorovaní sme sa rozhodli závislosť objemu výdavkov na penzijný systém od miery celkovej fertility overiť i pomocou regresného modelu:

$$DS_z_HDP_pc = \beta_0 + \beta_1 * TFR \quad (1)$$

Model bol najskôr aplikovaný na celú dátovú sadu, teda na všetky pozorovania zahŕňajúc každý región a celé časové obdobie 2009 – 2018. Získané výsledky, uvedené v Tab. 1, potvrdzujú, že v sledovanej dátovej sade dochádza k negatívnemu vplyvu hodnoty fertility na podiel výdavkov na dôchodkový systém na celkovej hodnote HDP. Model bol následne aplikovaný aj na jednotlivé krajiny, pričom vo väčšine prípadov boli výsledky rovnaké čo sa týka negatívneho vplyvu fertility na magnitúdu dôchodkového systému. Populačný vývoj poznamenaný nízkou úrovňou fertility a následným starnutím populácie, tak zvyšuje náklady na dôchodkový systém a spôsobuje neudržateľnosť a nestabilitu tohto systému.

Zatiaľ čo negatívny dopad nízkej úrovne fertility na dôchodkový systém je očividný, núka sa myšlienka, či i samotné nastavenie dôchodkového systému nespôsobuje ďalší pokles fertility. I táto implikácia opačným smerom je možná, ako tomu nasvedčujú výsledky empirickej štúdie z [11], kde značný pokles fertility počas pozorovaného obdobia bol vysvetlený práve nárastom výdavkov na dôchodkový systém.

Problémy s udržateľnosťou dôchodkových systémov založených na PAYG schéme sú už dávno realitou. Keďže aktuálna demografická situácia nenasvedčuje tomu, že dôjde k rapidnej a hlavne náhlej zmene demografického profilu populácie v širokej škále krajín sveta, je potrebné nastoliť opatrenia, ktoré zmiernia ekonomické dopady tohto vývoja. Rovnako i v [87] je argumentované, že bez nastolenia úprav PAYG dôchodkových systémov, nemôže byť dosiahnutá dlhodobá udržateľná medzigeneračná rovnosť v stave starnúcej populácie.

<i>Dependent variable:</i>	
DS_z_HDP_pc	
TFR	-0.027*** (0.006)
Constant	0.149*** (0.010)
Observations	336
R ²	0.049
Adjusted R ²	0.046
Residual Std. Error	0.026 (df = 334)
F Statistic	17.062*** (df = 1; 334)
<i>Note:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

Tabuľka 1: Výsledky lineárneho regresného modelu (1).

Jedným z nástrojov, ktoré umožňujú skúmať dlhodobý vplyv verejných politík aj v oblasti sociálneho poistenia práve s ohľadom na redistribúciu finančného zaťaženia jednotlivých generácií sú generačné účty. Uvedenej tematike sa venujú napríklad práce [2], či [4], ktoré poukazujú na vhodnosť generačných účtov pri analýze reforiem týkajúcich sa práve nastavení dôchodkového systému. Aplikácií generačných účtov v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky sa venuje práca [35], ktorá skúma medzigeneračnú nerovnosť s ohľadom na nastavenia veku odchodu do dôchodku, a taktiež vzhľadom na zmeny príspevkovej miery do prvého a druhého piliera dôchodkového systému.

Podľa [86] možno k problému medzigeneračnej nerovnosti pristupovať dvojako a to zvýšením daňového zaťaženia – odvodov na sociálne zabezpečenie, pracujúcej triedy, alebo znížením náhradového pomeru a teda redukciou vyplácaných dôchodkových dávok. Prvotnou možnosťou odbremenenia dôchodkového systému je zvyšovanie dôchodkového veku. Ide o nie populárne, ale nevyhnutné, avšak v dostupných medziach nedostatočné opatrenie. Problémom uvedeného opatrenia, môže byť podľa [58] aj efekt neskoršieho odchodu do dôchodku starých rodičov, špeciálne starých mám, na pracovné zaťaženie matiek. Posun dôchodkového veku, zvyšuje pracovné nasadenie staršej generácie. Pri medzigeneračnom

pohľade tak majú menej času na to, aby mohli zastúpiť matky v starostlivosti o vnúčatá. Adekvátne sa tak znižuje pracovné nasadenie matiek a s tým plynú i implikácie vedúce k prehľbovaniu ceny za materstvo.

Ďalšou možnosťou riešenia by mohla byť výrazná imigrácia ekonomicky aktívnej populácie, tá však môže pomôcť opäť len dočasne, keďže ak by aj imigranti v danej krajine ostali, tak ich prechodom do dôchodkového veku a uplatnením nároku na dôchodok, sa tento význam stráca. Napriek tomu, podľa [34] by imigrácia, v prípade Slovenskej republiky, mohla mať pozitívny vplyv na zmiernenie dopadov starnutia populácie. Dôležité je však upozorniť na fakt, že tento pozitívny dopad majú v uvedenej štúdii, najmä imigranti s vysokoškolským vzdelaním. Podľa [34] je tak nevyhnutné, aby integračné a sociálne politiky boli vhodne nastavené a smerovali k podpore zaradenia imigrantov do pracovnej sféry a zároveň neviedli k polarizácii spoločnosti.

Keďže problém neudržateľnosti PAYG systémov spočíva práve v nedostatočnom nahradzovaní generácií a teda v produkcii menšieho množstva finančných prostriedkov, tak prechod časti PAYG systému na plne financovaný systém individuálnych úspor by mohol byť dlhodobým riešením. Keďže deti v ponímaní PAYG systému sú jeho nevyhnutnou zložkou a teda potomkovia nie sú len potešením pre rodičov ale takto vplývajú aj na blaho celej spoločnosti, tak podľa [85, 86] by rodičia mali byť kompenzovaní za tento prínos pre spoločnosť. Pri súčasnom nastavení dôchodkových systémov, majú deti význam z globálneho hľadiska pre celú populáciu, ale na úrovni jednotlivých vzťahov rodič-dieťa sa daný význam stráca, resp. nie je v mnohých prípadoch dostatočne ocenená funkcia výchovy nasledujúcich generácií. V [86] je ďalej rozvinutá myšlienka zosúladenia PAYG dôchodkového systému napojeného na individuálnu fertilitu a plne financovaného dôchodkového systému individuálnych úspor. Zatiaľ čo PAYG časť dôchodkového systému má slúžiť na vyplácanie dávok rodičom, povinne príspevkový pilier súkromných úspor má z veľkej časti v rézii dôchodkové dávky bezdetných. Podobný záver uvádza aj práca [101], kde v predstavenom modeli dospievajú autori k záveru, že pokiaľ je v štáte zavedený PAYG dôchodkový systém tak je potrebné zaviesť i rodičovský benefit, inak fertilita nedosiahne sociálne optimum dané prípadom keď nedochádza k štátom riadenému prerozdeleniu majetku. Samotné rozhodnutie mať deti je tak síce na jedincovi, ale ide o rozhodnutie založené na socio-ekonomickom pozadí, preto je potrebné uvažovať o fertilite ako o podstatnej

zložke pri tvorbe politík zameraných napríklad práve na dôchodkový systém.

Ako protipopulačné je z hľadiska ceny za materstvo, aktuálne nastavenie PAYG dôchodkových schém označené aj v [73], pričom je opäť kladený dôraz na kompenzáciu stratených príležitostí a úsilia rodičov v rámci vyplácania dôchodkovej dávky. Previazanie vyplácanej dôchodkovej dávky na individuálnu fertilitu, konkrétne vyplatenie dodatočného dôchodku vo fixnej sume naviazané na počet detí, je uvažované aj v [43]. Pri zavádzaní rodičovských benefitov do penzijného systému vzniká otázka, či to negatívne neovplyvní postoj matiek k zamestnaniu. Podľa [100] zmena bohatstva spojená s dôchodkovou dávkou neovplyvňuje zamestnanosť matiek. Rodičovský bonus tak zvyšuje dôchodkovú dávku matiek bez toho aby negatívne ovplyvnil ich pracovnú kariéru.

Inou možnosťou je zavedenie takzvaných opatrení rodinnej politiky, ktorých cieľom je podpora matiek, ich odbremenenie z hľadiska starostlivosti o dieťa a teda intenzívnejšie zosúladenie súkromného a pracovného života. Z hľadiska efektivity konkrétnych opatrení zavedených v dôchodkových systémoch na kompenzáciu ušlej straty za rodičovstvo, môžeme v odbornej literatúre naraziť na rozdielne výsledky. V [42] rodičovské benefity, resp. ich zvýšenie bolo pozitívne sprevádzané rastom fertility. V [88] efekt zavedených politík silno závisel od typu konkrétneho opatrenia. Zatiaľ čo väčšia dostupnosť zariadení starostlivosti o deti mala pozitívny vplyv na stimuláciu fertility, iné rodičovsky orientované politiky (zvýšenie materského, dlhšia doba rodičovskej dovolenky,...) viedli k sporným výsledkom. Rovnako i v [76] autori dospievajú k záverom, že vyššia fertilita v severských krajinách môže byť odrazom práve rodinných politík podporujúcich návrat matiek do pracovnej sféry. V práci [31] bola rozoberaná možnosť vytvorenia rodinných účtov, ktoré by mali slúžiť na krytie dočasných výpadkov z trhu práce, a teda aj materskej dovolenky. Ide o formu individualizovania rizika straty príjmu, pričom je argumentované efektívnejšie nakladanie s úsporami, ale i zlepšenie udržateľnosti verejných financií a podpora zosúladenia pracovného a súkromného života. V práci [84], kde bola naviazanosť individuálnej fertility a dôchodkovej dávky skúmaná s ohľadom na heterogénnosť fertility, výsledky viedli k záveru, že napojenie dôchodkových dávok na individuálnu fertilitu, môže v konečnom dôsledku viesť k prehĺbeniu tejto heterogenosti.

2.2 Prvky v dôchodkových systémoch zohľadňujúce fertilitu

Dostatočná miera fertility je nevyhnutná pre udržateľnosť priebežne financovaného dôchodkového systému, preto podpora rodičov je v záujme štátu. Takáto doplnková podpora pre rodiny s deťmi je zavedená v mnohých krajinách a môže nadobúdať rôznu podobu i rozsah. Medzi rodičovské benefity patria napríklad peňažné dávky, daňové úľavy, cenové dotácie, či vecné dávky. Medzi nepenažné príspevky patria ostatné príspevky garantované rodinám s ekonomicky závislými deťmi, ako napríklad bezplatné vzdelávanie, či zdravotná starostlivosť. Podľa prípadovej štúdie z [25, kap. 3.1.1-3.1.3] a [12], výška spomínaných benefitov závisí od rôznych faktorov, akými sú napríklad počet a vek ekonomicky závislých detí, príjem rodiča, jeho postavenie na trhu práce a iné.

Uvedené benefity slúžia ako kompenzácia nákladov obetovaných príležitostí súvisiacich s výchovou dieťaťa. Napriek tomu, že v prípade poisťného systému sú dávky nemocenskej, resp. materskej kryté náhradou príjmu, otázkou ostáva kompenzácia strát napríklad práve s ohľadom na formovanie dôchodkových nárokov. Keďže je často s výchovou detí späté obdobie práceneschopnosti - rodičovská dovolenka, môže dôjsť k tomu, že takýto jedinec príde o časť svojich dávok, keďže do systému vtedy neprispieva v takej miere ako keby pracoval. Toto je badateľné najmä pokiaľ sú dávky silno previazané s príspevkami. Aby tento pokles dôchodkovej dávky nepôsoobil protipopulačne, je potrebné ho kompenzovať. V tejto kapitole sa tak oboznámime s možnými spôsobmi zavedenia rodičovských bonusov v aktuálne nastavených dôchodkových systémoch vo vybraných krajinách. Vychádzať pritom budeme najmä z [25] a [75].

Často využívaným spôsobom kompenzácie ušlých príspevkov do dôchodkového systému, zapríčinených starostlivosťou o dieťa, je nahradenie týchto príspevkov zo strany štátu. Rodič sa tak v tomto období stáva poistencom štátu a sú zaňho platené odvody, obvykle však nedosahujú úroveň plného poisťného krytia.

V prípade dôchodkového systému Slovenska, štát podľa [104], platí poisťné na dôchodkové poistenie jedinca, ktorý je na materskej, resp. rodičovskej dovolenke, vo výške 60% všeobecného vymeriavacieho základu platného v roku, ktorý dva roky predchádza danému roku. Keďže, priemerná mzda každoročne rastie, tak za spomínané obdobia materskej, resp. rodičovskej dovolenky, prináleží danému poistencovi osobný mzdový bod na úrovni pod 0.6. Toto právo si môže osoba, ktorá sa riadne stará o dieťa, uplatniť až do

šiestich rokov veku dieťaťa, prípadne do osemnásteho roku veku dieťaťa, pokiaľ dieťa trpí trvalo nepriaznivým zdravotným stavom.

V rámci dôchodkového systému Slovenskej republiky je taktiež zavedené i skrátenie veku odchodu do dôchodku. Pre bezdetné osoby narodené po roku 1966 je aktuálna základná hodnota dôchodkového veku na úrovni 64 rokov. Zákon o sociálnom poistení 461/2003 Z. z. [104] uvádza bonifikáciu v rozsahu 6 mesiacov za vychované dieťa, maximálne však do počtu 3 detí, t. j. 18 mesiacov. Ak zníženie dôchodkového veku spôsobené výchovou detí, nemožno uplatniť na dôchodkovom veku ženy, tak je toto zníženie prenesené na muža, ktorý dané dieťa vychoval. Otázkou však ostáva, či takáto bonifikácia je skutočne benefitom, keďže skorší odchod do dôchodku sa môže premietnuť na nižšom penzijnom nároku. Dochádza tak k pokute za predčasný dôchodok.

Podobné skracovanie potrebného veku na odchod do dôchodku ako v Slovenskej republike, je zavedené aj v Českej republike. Tam však starobný dôchodok z prvého piliera pozostáva z dvoch častí a to zo základnej plošnej dávky a percentuálnej výmery, závislej iba od stanovenej percentuálnej sadzby z výpočtového základu a celkovej doby poistenia. Rovnakou mierou sa do obdobia dôchodkového poistenia započítavajú aj náhradné doby poistenia, medzi ktoré patrí aj starostlivosť o nezaopatrené dieťa, avšak v celkovej hodnote najviac 4 rokov. Aby obdobie starostlivosti o dieťa neznížovalo hodnotu dôchodku, tak do výpočtu započítateľných príjmov sa toto obdobie nezarátava.

Rovnako ako na Slovensku, aj v dôchodkovom systéme Nemecka sa pri výpočte dôchodkovej dávky vychádza z osobných mzdových bodov jedinca. V rámci výpočtu osobného mzdového bodu jednotlivca je v prvom pilieri nemeckého dôchodkového systému, tiež zavedená kompenzácia ušlého príjmu, ktorý je spôsobený starostlivosťou o dieťa. Za dieťa narodené po roku 1992, je garantovaný jedincovi jeden osobný mzdový bod každoročne do veku troch rokov dieťaťa. Pokiaľ sa dieťa narodilo do roku 1992, tento bonus je vo výške až dvoch osobných mzdových bodov. Spomínaný bonus môže byť uplatnený buď jedným z rodičov, alebo môže byť rovnomerne rozdelený medzi oboch rodičov.

Ďalším bonusom spätým s výchovou detí do ich desiateho roku života, je 50%—né navýšenie nároku na dôchodok za toto obdobie. Jedinou podmienkou je prebiehajúca pracovná kariéra, pokiaľ osoba vychováva iba jedno dieťa spadajúce do tejto vekovej kategórie. Ak sú tieto deti aspoň dve, pracovné nasadenie sa nevyžaduje. Horná hranica pre spomínaný

bonus je 0.33 osobného mzdového bodu a celková hodnota bonusu nesmie na ročnej báze presiahnuť jeden osobný mzdový bod. Takáto úprava osobného mzdového bodu je dôležitá najmä z hľadiska dostatočného dôchodkového zabezpečenia jedincov spadajúcich do nízko príjmovej skupiny obyvateľstva.

V Rakúsku takisto obdobie starostlivosti o dieťa do jeho 4 rokov, resp. 5 rokov v prípade dvojčiek, je tiež brané ako obdobie dôchodkového poistenia. Pri samotnom výpočte dôchodkovej dávky sa, v mesiacoch prináležiacich tomuto obdobiu, započítateľnému príjmu priradí fixná čiastka, ktorej hodnota je upravovaná na ročnej báze.

Dôchodkové dávky vo Francúzsku sú pre poistencov počítané na základe priemerného príjmu počas 25 rokov, v ktorých poistenec zarábala najviac. Takéto nastavenie výpočtu dôchodku poskytuje istú voľnosť pre jedincov starajúcich sa o dieťa, keďže obdobia nízkeho príjmu, ktoré sú často späté s rodičovskou dovolenkou, či prípadnou prácou na skrátenej úväzok, môžu byť z hľadiska výpočtu dôchodkovej dávky úplne vynechané.

Výchovou dieťaťa tiež možno umelo navýšiť obdobie celkového dôchodkového poistenia až o dva roky, pričom jeden rok je udelený matke a druhý rok môže byť rozdelený medzi oboch rodičov. Dodatočne ak rodičia vychovávali aspoň tri deti najmenej 9 rokov pred dovŕšením 16 roku ich života, získavajú obaja rodičia nárok na 10%-né navýšenie dôchodkovej dávky z hlavnej DB časti penzijného systému. Kompenzované sú aj dôchodkové dávky zo zamestnaneckých schém, kedy počas obdobia starostlivosti o dieťa, sú príspevky do tejto časti dôchodkového systému definované výškou minimálnej mzdy.

Iný prístup ku kompenzácii starostlivosti o dieťa možno nájsť v dôchodkovom systéme Spojeného kráľovstva. Ten z hľadiska charakteristiky je typickým príkladom beveridgeovského dôchodkového systému sociálneho zabezpečenia. Základný štátny dôchodok z prvého piliera poskytuje plošnú dávku, ktorá závisí len od počtu odpracovaných rokov, resp. rokov dôchodkového poistenia. V novom systéme, zavedenom v roku 2016, možno maximálnu dôchodkovú dávku dosiahnuť 35 rokmi dôchodkového poistenia (pokiaľ jedinec nebol dôchodkovo poistený už pred zavedením reformy), pričom obdobie starostlivosti o dieťa, až do jeho 12 roku veku života, je tiež obdobím dôchodkového poistenia. Prvý pilier dôchodkového systému Spojeného kráľovstva je tak plne solidárny. Poskytuje však len minimálne krytie a povzbudzuje k sporeniu si v druhom, či treťom pilieri, ktoré sa vyznačujú vysokou mierou zásluhovosti.

Doteraz všetky spomenuté krajiny mali v rámci dôchodkových systémov zahrnuté benefity, ktoré boli priamo naviazané na kompenzáciu ušlého príjmu z dôvodu prerušenia pracovnej kariéry kvôli starostlivosti o dieťa. Nie v každej krajine sú však benefity priamo ukotvené v penzijnej schéme. Príkladom môže byť dôchodkový systém v Spojených štátoch amerických, kde sa výška penzijnej dávky odvíja od príspevkov do systému počas 35 najlepších rokov z celkových požadovaných 40 odpracovaných rokov. Aj keď teda priamy rodičovský bonus tu nie je ustanovený, ale počítanie dávok na základe časti odpracovaných rokov vykryje obdobia s nižším platom, čo poskytuje priestor na výchovu detí. Avšak pri porovnaní s Francúzskom, kde je rovnako dôchodková dávka založená iba na 25 najlepších odpracovaných rokoch, tak dôchodkový systém Spojených štátov amerických ponúka výrazne menší priestor na výchovu detí.

3 Modely dôchodkového systému s naviazanosťou na fertilitu

V nasledujúcej časti práce sa zameriame na existujúce modely dôchodkových systémov, ktoré v rôznej miere implementujú rodičovský bonus do nastavenia schémy dôchodkového systému. Postupne predstavíme model Cigna a Werdinga z [25], Wiggerov model z práce [103]. Nasledovať bude model podľa Buyseho z práce [17], model Fengeho a Meiera podľa [38]. Kapitulu zakončíme modelovými návrhmi úprav dôchodkových systémov podľa Hyzla, Kulhavého a Rusnoka z [49] a napokon modelom z [98] podľa Tekelovej.

3.1 Konštitučná teória rodiny

Cigno a Werding v [25] popisujú model konštitučnej teórie rodiny. V analyzovanom modeli je predpokladané, že životný cyklus jedinca sa skladá z troch fáz označených $i = 0, 1, 2$, ktoré postupne označujú jedinca v mladom veku, ekonomicky aktívneho dospelého jedinca a ekonomicky neaktívneho jedinca v staršom veku. Celkový príjem dospelého jedinca počas obdobia ekonomickej aktivity je daný ako

$$y = wl, \quad (2)$$

kde l je počet odpracovaných jednotiek práce a w určuje mzdovú sadzbu. Tiež sa predpokladá, že dospelý jedinec môže mať maximálne m detí a náklady vo výške p na jedno dieťa. Ďalej predpokladajme, že c_i pre $i = 0, 1, 2$ predstavuje celkovú spotrebu jedinca v príslušnej fáze jeho životného cyklu. Jedinec sa teda počas svojho života snaží maximalizovať celkovú užitočnosť zo svojej spotreby, ktorú možno vyjadriť ako

$$U = u_0(c_0) + u_1(c_1 - v(l)) + u_2(c_2), \quad (3)$$

pričom u_i pre $i = 0, 1, 2$ značí funkciu užitočnosti jedinca v danej životnej fáze. Funkcia $v(l)$ predstavuje peňažný ekvivalent ujmy z práce, ktorý je podľa [91] stotožňovaný s charakterom práce, úsilím, ktoré je potrebné vynaložiť na vykonávanie danej pracovnej činnosti a v neposlednom rade taktiež s cenou strateného voľného času. V modeli je ďalej uvažovaný rizikovo averzný jedinec, teda jednotlivé funkcie užitočnosti sú rastúce $u'_i(\cdot) > 0$, $\lim_{\rightarrow 0} u'_i(\cdot) = \infty$, a tiež konkávne $u''_i(\cdot) \leq 0$. Naproti tomu, $v(l)$ je rastúca, konvexná funkcia negatívnej užitočnosti, teda spĺňa $v'(\cdot) > 0$ a $v''(\cdot) \geq 0$.

Minimálna životná spotreba dieťaťa v nulte perióde života je vyjadrená ako p . Okrem toho sa v rodinnom modeli ďalej očakáva, že dospelý jedinec prispieva na každé svoje dieťa dodatočných z peňažných jednotiek a na druhú stranu minie najmenej x peňažných jednotiek na starostlivosť o svojich rodičov. Vzhľadom na to, že človek v postproduktívnom veku môže mať viac detí, potom aj jeho spotreba v starobe závisí od počtu týchto detí a x je tak podmienené mierou fertility predchádzajúcej generácie. Pri zjednodušujúcom predpoklade, že všetky generácie sa správajú rovnako, potom i počet detí n bude pre každú generáciu rovnaký ako i veľkosť príspevkov x . Za predpokladu neexistencie kapitálového trhu tak možno funkcie spotreby v jednotlivých fázach životného cyklu vyjadriť nasledovne

$$c_0 = p + z, \quad (4)$$

$$c_1 = wl - x - (p + z)n, \quad (5)$$

$$c_2 = xn, \quad (6)$$

kde p označuje fixné náklady na dieťa. Výberom optimálnych hodnôt l a n dospelý jedinec rieši nasledujúci optimalizačný problém

$$\max_{(l,n)} u_1(c_1 - v(l)) + u_2(c_2). \quad (7)$$

Deriváciou predošlej účelovej funkcie podľa príslušných premenných, tak optimálne riešenie spĺňa nasledujúce podmienky prvého rádu

$$u_1'(wl - x - (p + z)n - v(l))w - u_1'(wl - x - (p + z)n - v(l))v'(l) = 0, \quad (8)$$

$$-u_1'(wl - x - (p + z)n - v(l))(p + z) + u_2'(xn)x = 0. \quad (9)$$

Z čoho dostaneme, že marginálna ujma z práce má byť rovná cene jednotky práce

$$v'(l) = w. \quad (10)$$

Marginálna miera substitúcie súčasnej za budúcu spotrebu je v optime rovná marginálnemu výnosu peňazí investovaných na spotrebu jedného dieťaťa

$$\frac{u_1'(wl - x - (p + z)n - v(l))}{u_2'(xn)} = \frac{x}{p + z}. \quad (11)$$

Pokiaľ dopyt po deťoch závisí od príspevku na dieťa z , príspevku rodičom x a hodnoty jednotky práce w , teda $n = n(z, x, w)$, potom riešenie optimalizačnej úlohy (7) je prípustné keď spĺňa rozpočtové ohraničenie

$$x + n(z, x, w)(p + z) \leq wl. \quad (12)$$

Po zavedení kapitálového trhu, výchova detí už nie je jediným spôsobom zabezpečenia si spotreby v starobe. Jedinec je tak vystavený rozhodnutiu, či opustiť nastolený systém rodinnej redistribúcie a finančné prostriedky investovať do kapitálového trhu. Môže sa rozhodnúť neprispievať rodičom na ich spotrebu, ale sporiť si na vlastnú spotrebu. Tým sa však zároveň pripraví o nárok žiadať príspevok od svojich detí a teda je preňho optimálne deti nemať. V tomto prípade jedinec čelí riešeniu optimalizačnej úlohy v tvare

$$\max_s \quad u_1(wl - v(l) - s) + u_2(rs), \quad (13)$$

kde s sú jeho úspory a $r > 1$ je úrokový faktor. Deriváciou účelovej funkcie podľa premennej s získame nasledujúcu podmienku pre optimum

$$-u_1'(wl - v(l) - s) + u_2'(rs)r = 0, \quad (14)$$

resp.

$$\frac{u_1'(wl - v(l) - s)}{u_2'(rs)} = r. \quad (15)$$

Uvedená podmienka hovorí, že marginálna miera substitúcie súčasnej spotreby za budúcu v modeli, kde si jedinec sporí na svoju budúcu spotrebu, je rovná hodnote úrokového faktora r . Označením

$$v(r, w) = \max_{(l, s)} \quad u_1(wl - v(l) - s) + u_2(rs) \quad (16)$$

rozumieme maximálnu užitočnosť, ktorú jedinec dosiahne optimálnou voľbou l a s , ktorá spĺňa (10) a (15). Pokiaľ uvažujeme rodinný model, tak maximálna užitočnosť jedinca je daná ako

$$v^*(w, x, z) = \max_{(l, n)} \quad u_1(wl - v(l) - x - (p + z)n) + u_2(xn), \quad (17)$$

pričom optimálna voľba premenných l a n spĺňa (10) a (11). Jedinec tak bude súčasťou rodinného modelu len vtedy, keď maximálna užitočnosť jedinca bude v tomto modeli väčšia ako v modeli, kde si na budúcnosť sporí

$$v^*(w, x, z) \geq v(r, w). \quad (18)$$

To môže nastať iba pokiaľ marginálna miera substitúcie súčasnej spotreby za budúcu bude väčšia v rodinnom modeli ako v modeli uvažujúcom sporenie si, teda keď

$$r_d := \frac{x}{p + z} > r, \quad (19)$$

kde r_d je domáci úrokový faktor, resp. výnos v rodinnom modeli.

Doteraz sme uvažovali, že spotreba jedinca v postproduktívnom veku je krytá buď príspevkami jeho vlastných detí alebo súkromnými úsporami. Uvažujme ďalej zavedenie dôchodkovej politiky, kde jedinec počas obdobia ekonomickej aktivity je povinný prispievať θ do dôchodkového systému, čo ho následne oprávňuje na poberanie dôchodkovej dávky v starobe. Aby bol stanovený dôchodkový systém vyrovnaný z hľadiska výšky príspevkov θ a následnej výšky dávky η , musí spĺňať

$$\eta = \theta r. \quad (20)$$

Po zavedení dôchodkovej politiky tak v prípade modelu s úsporami dostaneme

$$v(r, w) = \max_{(l, s)} u_1(wl - v(l) - s - \theta) + u_2(r(s + \theta)). \quad (21)$$

A citlivosť $v(r, w)$ na hodnotu príspevku θ je daná vzťahom

$$\frac{dv}{d\theta}(r, w) = -u'_1(wl - v(l) - s - \theta) + u'_2(r(s + \theta))r, \quad (22)$$

čo v zmysle nutnej podmienky optimality (15) je rovné nula.

Naproti tomu v rodinnom modeli sa maximálna užitočnosť zmení nasledovným spôsobom

$$v^*(w, x, z) = \max_{(l, n)} u_1(wl - v(l) - x - (p + z)n - \theta) + u_2(xn + \theta r). \quad (23)$$

Efekt zmeny θ na $v^*(w, x, z)$ je potom určený ako

$$\frac{dv^*}{d\theta}(w, x, z) = -u'_1(wl - v(l) - x - (p + z)n - \theta) + u'_2(xn + \theta r)r, \quad (24)$$

z čoho po úprave dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{dv^*}{d\theta}(w, x, z) &= -u'_1(wl - v(l) - x - (p + z)n - \theta) + u'_2(xn + \theta r)r \pm \frac{x}{p + z}u'_2(xn + \theta r) \\ &= -u'_1(wl - v(l) - x - (p + z)n - \theta) + \frac{x}{p + z}u'_2(xn + \theta r) \\ &\quad + \left(r - \frac{x}{p + z}\right)u'_2(xn + \theta r). \end{aligned} \quad (25)$$

Vzhľadom na nutnú podmienku optimality ako v prípade (11) sa prvé dva členy v (25) vynulujú. Kvôli rastúcej funkcii užitočnosti a podmienke (19) je posledný člen záporný.

Zavedenie dôchodkovej politiky do rodinného modelu znižuje jeho celkovú užitočnosť pre jedinca, zatiaľ čo v prípade modelu s úsporami je táto užitočnosť zachovaná. Výsledkom tak je zmenšenie počtu ľudí, ktorí sú, respektíve boli, zapojení do rodinného modelu, a stanú sa následne súčasťou modelu so súkromnými úsporami. Podmienene ich fertilita klesne.

Ďalej je možné pozrieť sa i na efekt dôchodkovej politiky na fertilitu. Analogicky ako pri (11) dostaneme

$$u_1'(wl - x - (p + z)n - v(l) - \theta) = \frac{x}{p + z} u_2'(xn + \theta r). \quad (26)$$

Deriváciou tejto rovnosti podľa θ získame

$$\begin{aligned} -u_1''(\cdot)(p + z) \frac{dn}{d\theta} - u_1''(\cdot) &= \frac{x}{p + z} u_2''(\cdot) x \frac{dn}{d\theta} + \frac{x}{p + z} u_2''(\cdot) r \\ \frac{dn}{d\theta} \left(-u_1''(\cdot)(p + z) - \frac{x^2}{p + z} u_2''(\cdot) \right) &= \frac{x}{p + z} u_2''(\cdot) r + u_1''(\cdot) \end{aligned} \quad (27)$$

Vplyv príspevkov do dôchodkového systému na individuálnu fertilitu je potom daný vzťahom

$$\frac{dn}{d\theta} = - \frac{xru_2''(\cdot) + (p + z)u_1''(\cdot)}{(p + z)^2 u_1''(\cdot) + x^2 u_2''(\cdot)} < 0. \quad (28)$$

Na určenie znamienka predchádzajúceho výrazu bola využitá konkávnosť jednotlivých funkcií $u_i(\cdot)$ spolu s kladnosťou hodnôt p , z , r a x . Zavedenie dôchodkového zabezpečenia jednak znižuje užitočnosť rodinného modelu a zároveň negatívne ovplyvňuje i fertilitu. Jediniec nie je motivovaný byť súčasťou štátom regulovaného dôchodkového systému. Celková fertilita tak podľa takto zostaveného modelu klesá pri zavedení dôchodkového systému.

3.2 Wigger

Wigger vo svojom článku [103] rovnako rozvíja myšlienku, že výchova detí môže byť jednou z možností zabezpečenia podpory a spotreby v starobe, zároveň však uvažuje, že tento efekt nie je jediným motívom k výchove detí. V predkladanom modeli rodičia nevidia svoje deti len ako prostriedok, ktorý im poskytne podporu po ich prechode do postproduktívneho veku, ale samotné deti im prinášajú úžitok.

Model narába s predpokladom dvoch prekrývajúcich sa generácií. V prvej časti života t je jednotlivec mladý, ekonomicky aktívny, zarábajúci w_t za poskytnutú jednotku práce.

Jeho príjem je následne znížený o τ_t - daň odvádzanú do dôchodkového systému, a časť q_t , ktorou altruisticky prispieva na spotrebu svojich rodičov.

Mladý jedinec sa taktiež rozhoduje vychovať $1 + n_t$ detí. Spotreba jedinca v produktívnom veku c_t^1 sa skladá z viacerých zložiek. Náklady na ich výchovu znižujú príjem jedinca funkciou $h(1 + n_t) = \lambda(1 + n_t)^\mu$, pričom $\lambda > 0$ a $\mu \geq 1$. Strata príjmu kvôli výchove detí je buď lineárna, keď $\mu = 1$, alebo je konvexnou funkciou individuálnej fertility pre $\mu > 1$. Marginálny nárast nákladov na výchovu dodatočného dieťaťa je v každom prípade určený ako $\lambda\mu(1 + n_t)^{\mu-1}$. Pre $\mu = 1$ hodnota marginálnych nákladov je konštantná a zodpovedá priamo hodnote parametra λ . V ostatných prípadoch závisí nielen od λ , ale priamo aj od hodnoty parametra μ a takisto od hodnoty samotnej individuálnej fertility. Zostávajúca časť príjmu je v podobe úspor s_t odložená na budúcu spotrebu v starobe.

Spotreba jedinca v postproduktívnom veku c_{t+1}^2 , tak pozostáva z úspor, zúročených úrokovou mierou R_t , darov od svojich detí, a dôchodkovej dávky π_t z dôchodkového systému. Obdobne je zložená i spotreba jeho rodičov c_t^2 .

Maximalizácia celkovej užitočnosti zo spotreby v každej časti života, spotreby rodičov a úžitku z detí, pri uvažovanej logaritmickej funkcii užitočnosti vedie k optimalizačnej úlohe

$$\max_{(s_t, n_t, q_t)} U(c_t^1, c_{t+1}^2, 1 + n_t, c_t^2) = \ln c_t^1 + \rho \ln c_{t+1}^2 + \eta \ln(1 + n_t) + \theta \ln c_t^2 \quad (29)$$

$$c_t^1 = [1 - \tau_t - q_t - h(1 + n_t)]w_t - s_t, \quad (30)$$

$$c_{t+1}^2 = R_{t+1}s_t + (1 + n_t)q_{t+1}w_{t+1} + \pi_{t+1}, \quad (31)$$

$$c_t^2 = R_t s_{t-1} + (1 + n_{t-1})q_t w_t + \pi_t, \quad (32)$$

kde ρ vyjadruje medzičasový diskontný faktor, merajúci užitočnosť z vlastnej spotreby v starobe. Parameter θ v tomto modeli zas určuje diskontný faktor naviazaný na altruistické správanie voči rodičom a napokon koeficient η meria radosť z detí.

Vzhľadom na použitú funkciu užitočnosti, implikujúcu kladnosť spotrieb v jednotlivých časových obdobiach a takisto kladnosť počtu detí, treba ďalej uvažovať iba nezápornosť premennej q_t .

Podmienky prvého rádu pre stanovenú maximalizačnú úlohu majú tak tvar

$$\frac{\partial U}{\partial s_t} = -U_1 + R_{t+1}U_2 = 0, \quad (33)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n_t} = -h'w_tU_1 + q_{t+1}w_{t+1}U_2 + U_3 = 0, \quad (34)$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_t} = -w_tU_1 + (1 + n_{t-1})w_tU_4 \leq 0, \quad \text{platné s = ak } q_t > 0, \quad (35)$$

kde U_i pre $i = 1, 2, 3, 4$ označuje prvú parciálnu deriváciu funkcie užitočnosti podľa príslušného argumentu v poradí $c_t^1, c_{t+1}^2, 1 + n_t, c_t^2$.

Pri predpoklade priebežne financovaného penzijného systému s vyrovnaným rozpočtom a dlhodobo konštantnou príspevkovou mierou, potom ďalej platí

$$\pi_{t+1} = (1 + n_t)\tau w_{t+1}, \quad (36)$$

kde n_t možno chápať ako priemernú mieru fertility v čase t . Taktiež je uvažovaná konštantná miera príspevkov $\tau_t = \tau$ pre všetky časy t .

Úrokový faktor $R_t = \bar{R} = 1 + f(a) - \delta$ a sadzba mzdy $w_t = \bar{w} \frac{K_t}{N_t}$, kde $\bar{w} = \frac{f(a) - f'(a)a}{a}$ sú určené na základe trhu tovarov. V modeli je predpokladané, že trh tovarov je charakterizovaný homogénnym výstupom, ktorého produkcia závisí od agregovaného kapitálu K_t , dostupnej pracovnej sily pozostávajúcej z generácie mladých N_t a jej produktivity práce A_t , teda

$$Y_t = F(K_t, A_t N_t). \quad (37)$$

Kapitál zároveň podlieha amortizácii stanovenou mierou δ . Produktivita práce je daná vzťahom $A_t = \frac{K_t}{aN_t}$, kde a je technologický parameter. O samotnej produkčnej funkcii F sa ďalej predpokladá, že vykazuje konštantné výnosy z rozsahu, teda $F(K/AN, 1) = f(K/AN)$.

Uvažujúc rovnovážny stav na trhu, teda keď agregované úspory sú zhodné s agregovanými investíciami $N_t s_t = K_{t+1}$, potom podmienky (33)-(35) možno rozpísať v tvare

$$\rho \bar{R} [(1 - \tau - q_t - h_t) \bar{w} - (1 + n_t)(1 + g_t)] - [\bar{R} + (q_{t+1} + \tau) \bar{w}] (1 + n_t)(1 + g_t) = 0, \quad (38)$$

$$\rho q_{t+1} \bar{w} (1 + n_t)(1 + g_t) + \eta [\bar{R} + (q_{t+1} + \tau) \bar{w}] (1 + n_t)(1 + g_t) - \rho \bar{R} \mu h_t \bar{w} = 0, \quad (39)$$

$$\theta [(1 - q_t - h_t - \tau) \bar{w} - (1 + n_t)(1 + g_t)] \leq \bar{R} + (q_t + \tau) \bar{w}, \quad \text{platné s = ak } q_t > 0, \quad (40)$$

kde $g_t = \frac{w_{t+1}}{w_t} - 1$ je koeficient rastu príjmu.

Za predpokladu dlhodobej stability, kedy q_t, n_t a g_t sú ustálené na konštantnej úrovni q, n a g , tak podmienky (38)-(40) možno zjednodušiť na tvar:

$$\rho \bar{R}[(1 - \tau - q - h)\bar{w} - (1 + n)(1 + g)] = [\bar{R} + (q + \tau)\bar{w}](1 + n)(1 + g), \quad (41)$$

$$\rho q \bar{w} (1 + n) (1 + g) + \eta [\bar{R} + (q + \tau) \bar{w}] (1 + n) (1 + g) = \rho \bar{R} \mu h \bar{w}, \quad (42)$$

$$(1 + n)(1 + g) \leq \frac{\rho}{\theta} \bar{R}, \quad \text{platné s = ak } q_t > 0. \quad (43)$$

Analýzou získaných podmienok (41)-(43) pre optimálne riešenie v ustálenom stave, dochádza autor k viacerým záverom. Prvým z nich je, že časť príjmu mladých určená ako dar pre rodičov q je kladná iba vtedy, keď miera príspevkov do dôchodkového systému je menšia ako stanovená hranica

$$\tau < \hat{\tau} = \frac{\theta \mu \bar{w} - [(1 + \rho)\mu + \eta] \bar{R}}{[(1 + \theta)\mu + \eta] \bar{w}} < 1. \quad (44)$$

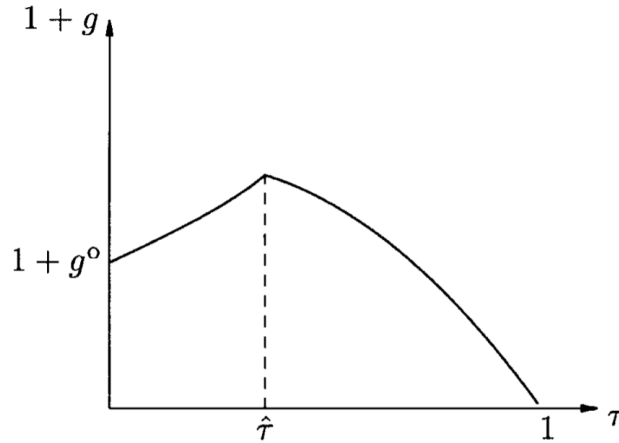
Pokiaľ by miera príspevkov do dôchodkového systému prekročila uvedenú hranicu $\hat{\tau}$, potom by deti nevideli potrebu prispievať na dôchodok svojim rodičom. Je tu tak možné pozorovať vytlačací efekt smerom od zavedeného dôchodkového systému k potlačeniu individuálnej medzigeneračnej finančnej pomoci detí rodičom. Na druhú stranu miera príspevkov $\hat{\tau}$ je v tomto prípade kladná iba pokiaľ platí

$$\theta > \underline{\theta} = \frac{[(1 + \rho)\mu + \eta] \bar{R}}{\mu \bar{w}}. \quad (45)$$

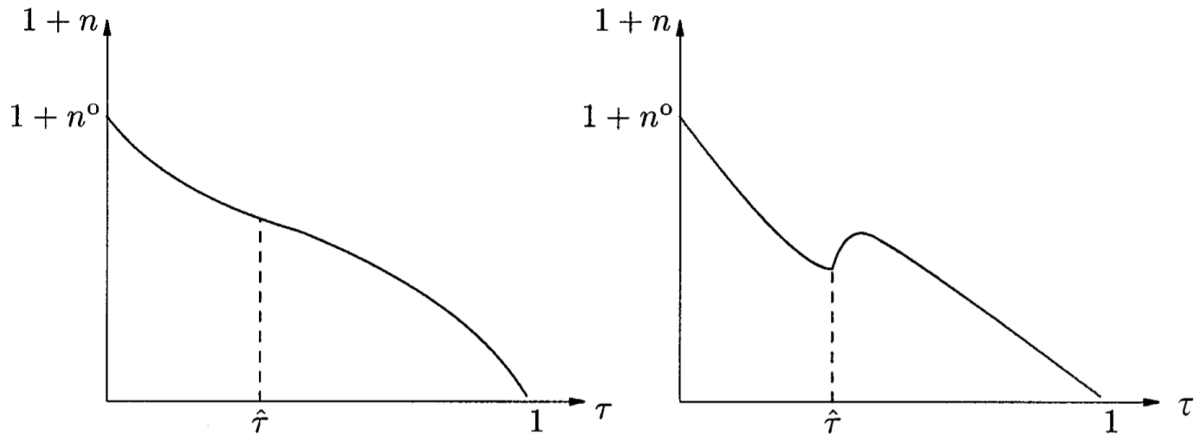
Teda parameter θ , určujúci medzigeneračný diskontný faktor, musí byť dostatočne vysoký. Teda aj v prípade ak nie je zavedený verejný dôchodkový systém, je potrebné aby altruizmus detí voči rodičom bol nad úrovňou uvedenej hranice, inak nemôžu potomkovia slúžiť ako forma zabezpečenia v postproduktívnom veku.

Wigger ďalej ukazuje, že pokiaľ príspevková miera τ spadá do intervalu $[0, \hat{\tau})$, tak dary q sú klesajúcou funkciou τ . Nárast miery príspevkov znižuje spotrebu v prvej perióde. Nárast dôchodkov a teda aj rast spotreby v druhej perióde má za následok znižovanie darov rodičom. Následne je možné ukázať, že pre $\tau \in [0, \hat{\tau})$, rast príspevkovej miery

spôsobuje na jednu stranu nárast miery g , ale zároveň aj pokles miery fertility n , pozri Obr. 7 a Obr. 8.



Obr. 7: Vývoj koeficientu rastu príjmu v závislosti od príspevkovej miery τ do dôchodkového systému. Koeficient rastu príjmu sa zvyšuje s nárastom miery τ , pokiaľ nie je prekročená hranica $\hat{\tau}$. Následne s ďalším rastom príspevkovej miery τ dochádza k poklesu príjmov g . Zdroj: [103].



Obr. 8: Vývoj miery fertility v závislosti od príspevkovej miery τ do dôchodkového systému. Zvyšovanie príspevkovej miery τ po úroveň $\hat{\tau}$, vedie k poklesu miery fertility. V závislosti od splnenia dodatočných podmienok, môže ďalšie zvyšovanie τ viesť k nepretržitému znižovaniu fertility - obrázok vľavo. Za stanovených podmienok môže tento pokles byť prerušený krátkym nárastom fertility - obrázok vpravo. Zdroj: [103].

Na druhú stranu, ak $\tau \in (\hat{\tau}, 1)$ potom sa dá ukázať, že pri nastavenom modeli, dochádza k poklesu miery rastu príjmov pri sledovanom náraste príspevkovej miery τ . Vývoj fertility v takom prípade závisí od veľkosti faktora $(1+n)(1+g)$. Pokiaľ $(1+n)(1+g) > \bar{R} + \tau\bar{w}$,

tak s rastom príspevkovej miery dochádza i k rastu miery fertility n a vice versa. Zároveň oba scenáre sú v sledovanom modeli možné. Preskúmaním jednotlivých možností potom platí

- Ak medzi diskontnými faktormi ρ a θ platí $\rho < \theta$, tak podmienka $(1 + n)(1 + g) < \bar{R} + \tau\bar{w}$ platí pre všetky τ .
- Ak medzi diskontnými faktormi ρ a θ platí $\rho > \theta$, potom
 - existuje $\bar{\tau}$, také že pre všetky $\tau \in (\bar{\tau}, 1)$ platí $(1 + n)(1 + g) < \bar{R} + \tau\bar{w}$,
 - existuje $\bar{\theta}$ spĺňajúca $\underline{\theta} < \bar{\theta} < \rho$, že pre ľubovoľný parameter $\theta \in (\underline{\theta}, \bar{\theta})$ existuje $\epsilon > 0$, spĺňajúce $(1 + n)(1 + g) > \bar{R} + (\hat{\tau} + \epsilon)\bar{w}$.

Celkovo tak možno uzavrieť, že ako v prípade nízkej, tak i pre vysokú úroveň príspevkovej miery τ , ďalší nárast jej hodnoty vedie k poklesu fertility. Avšak pre τ o málo väčšie než $\hat{\tau}$, môže nárast príspevkovej miery viesť nielen k zníženiu fertility, ale naopak, za určitých podmienok, môže tento nárast τ viesť k stimulácii fertility. Popísané možnosti sú graficky znázornené na Obr. 7 a Obr. 8.

3.3 Buyse

Vychádzajúc z článku [18] predstavuje Buyse v [17] úpravu štvorperiódového modelu prekrývajúcich sa generácií s endogénnou fertilitou.

V modeli je predpokladaná homogenita každej z generácií, pričom v jednotlivých periódach života $i = 1, 2, 3, 4$, má jedinec vstupujúci do produktívneho veku v čase t dostupnú jednotku času, ktorú môže rozdeliť medzi pracovný čas n_i^t , štúdium e^t , výchovu detí a zvyšný čas určený na voľnočasové aktivity l_i^t . V Tab. 2 je uvedená normalizovaná časová náročnosť jednotlivých sledovaných aktivít, pričom d_1^t, d_2^t označuje počet detí jednotlivca narodených čase t , resp. $t + 1$, a s_1, s_2 vyjadruje časovú náročnosť na výchovu jedného dieťaťa. Rast populácie je následne určený rovnicou $N_{t+1} = d_1^t N_t + d_2^t N_{t-1}$.

Jednotlivec sa môže rozhodnúť odísť do predčasného dôchodku v tretej perióde života, pričom parameter R^t je v modeli definovaný ako časť času v poslednej perióde, v ktorom je jedinec ešte ekonomicky aktívny. Po označení $\tilde{n}_3^t$ času venovanému práci po 50. roku života, ale pred vekom odchodu do predčasného dôchodku, potom platí $n_3^t = R^t \tilde{n}_3^t$.

Dôležitou zložkou, ktorá ovplyvňuje jednotlivca je využitie jeho voľného času l_j^t . V prvej perióde života je dostupný voľný čas znížený prácou, vzdelávaním, a starostlivosťou o deti narodené v tejto perióde, teda

$$l_1^t = 1 - n_1^t - e^t - s_1 d_1^t. \quad (46)$$

V druhej perióde sa jedinec už nevzdeláva, ale okrem detí z prvej periódy, môže vychovávať ďalšie deti narodené v druhej perióde, takže jeho voľný čas je

$$l_2^t = 1 - n_2^t - s_2 d_1^t - s_1 d_2^t. \quad (47)$$

V tretej perióde jedinec pokračuje vo výchove potomkov z druhej periódy. Zároveň sa tu rozhoduje pre možný vstup do predčasného dôchodku. Voľný čas v tejto perióde je tak daný ako

$$l_3^t = \Gamma \left[\frac{1}{\Gamma} \left(R^t (1 - \tilde{n}_3^t) \right)^{1-\frac{1}{\rho}} + \frac{1}{\Gamma} (1 - R^t)^{1-\frac{1}{\rho}} \right]^{\frac{\rho}{\rho-1}} - s_2 d_2^t. \quad (48)$$

Ako vidno z predchádzajúceho výrazu, autori v článku predpokladajú, že voľný čas v tretej perióde pred a po odchode do predčasného dôchodku nie je ekvivalentný, čo je vyjadrené ich kombináciou pomocou funkcie s konštantnou elasticitou substitúcie ρ . Parameter Γ je pridaný normalizačný koeficient, tak aby magnitúda l_3^t zodpovedala magnitúde celkového voľného času $1 - n_3^t$. Napokon v štvrtej perióde je $l_4^t = 1$.

Periódá i [roky]	1 [20-34]	2 [35-49]	3 [50-64]	4 [65-79]
Práca	n_1^t	n_2^t	$n_3^t = R^t \tilde{n}_3^t$	0
Štúdium	e^t	0	0	0
Výchova detí	$s_1 d_1^t$	$s_2 d_1^t + s_1 d_2^t$	$s_2 d_2^t$	0
Voľný čas	$1 - n_1^t - e^t - s_1 d_1^t$	$1 - n_2^t - s_2 d_1^t - s_1 d_2^t$	$R^t (1 - \tilde{n}_3^t) + (1 - R^t) - s_2 d_2^t$	1

Tabuľka 2: Rozdelenie dostupného času medzi jednotlivé aktivity v rôznych periódach života.

Pri časových ohraničeniach $d_1^t < \frac{1}{s_1}$, $d_2^t s_1 + d_1^t s_2 < 1$ a $d_2^t s_2 < 1$, potom jednotlivec rieši nasledujúcu optimalizačnú úlohu, v ktorej maximalizuje svoju funkciu užitočnosti závislú od spotreby v každej perióde, voľného času a takisto počtu detí

$$\max U(c_j^t, l_j^t, d_1^t, d_2^t) = \sum_{j=1}^4 \beta^{j-1} \left[\ln c_j^t + \gamma_j \frac{l_j^{1-\theta}}{1-\theta} \right] + \gamma_{d1} \ln d_1^t + \gamma_{d2} \ln d_2^t \quad (49)$$

kde $\beta \in (0, 1)$ je diskontný faktor, $\gamma_j > 0$ definuje relatívnu hodnotu voľného času voči spotrebe, a $1/\theta$ popisuje časovú elasticitu voľného času, pričom $\theta > 0$ a $\theta \neq 1$. Príslušné rozpočtové ohraničenia sú dané ako

$$(1 + \tau_c) c_1^t + a_1^t + \omega_1 d_1^t w_t h_1^t n_1^t (1 - \tau_w) = w_t h_1^t n_1^t (1 - \tau_w) + b w_t h_1^t (1 - \tau_w) (1 - n_1^t - e^t) + z_t, \quad (50)$$

$$(1 + \tau_c) c_2^t + a_2^t + (\omega_2 d_1^t + \omega_1 d_2^t) w_{t+1} h_2^t n_2^t (1 - \tau_w) = w_{t+1} h_2^t n_2^t (1 - \tau_w) + b w_{t+1} h_2^t (1 - \tau_w) (1 - n_2^t) + (1 + r_{t+1}) a_1^t + z_{t+1}, \quad (51)$$

$$(1 + \tau_c) c_3^t + a_3^t + \omega_2 d_2^t w_{t+2} h_3^t R^t \tilde{n}_3^t (1 - \tau_w) = w_{t+2} h_3^t R^t \tilde{n}_3^t (1 - \tau_w) + b w_{t+2} h_3^t (1 - \tau_w) R^t (1 - \tilde{n}_3^t) + b_{er} w_{t+2} h_3^t (1 - \tau_w) (1 - R^t) + (1 + r_{t+2}) a_2^t + z_{t+2}, \quad (52)$$

$$(1 + \tau_c) c_4^t = (1 + r_{t+3}) a_3^t + p p_4^t + z_{t+3}. \quad (53)$$

Ľavá strana rovníc (50)-(53) popisuje alokáciu disponibilného príjmu jednotlivca medzi jeho spotrebu c_i^t zdanenú faktorom τ_c , majetok a_i^t a priame finančné náklady určené na výchovu dieťaťa. Tie sú definované časťou ω_i z príjmu po zdanení $w_t h_i^t (1 - \tau_w)$. Pričom w_t predstavuje mzdu za jednotku efektívnej práce h_i^t . Efektívny ľudský kapitál ďalej spĺňa

$$h_1^t = h_2^{t-1} \quad (54)$$

$$h_3^t = h_2^t = \left(1 + \Psi(e^t, g_y, q) \right) h_1^t = x_t h_1^t \quad (55)$$

$$\Psi(e, g_y, q) = \phi q \left(v g_y^{1 - (\frac{1}{k})} + (1 - v) e^{1 - (\frac{1}{k})} \right)^{\sigma \kappa / (k-1)} \quad (56)$$

Z predošlých rovníc teda vidno, že ľudský kapitál jedinca práve vstupujúceho do prvej periódy v čase t je definovaný ľudským kapitálom jedincov z druhej periódy predošlej generácie $t-1$. V nasledujúcich periódach sa jeho kapitál následne odvíja od jeho vzdelania e^t , príspevkov štátu na vzdelávanie g_y a kvality vzdelávania q .

Pravá strana rozpočtových ohraničení (50)-(53) zas popisuje jednotlivé zložky disponibilného príjmu jednotlivca, zahŕňajúce príjem z práce po zdanení $w_t h_i^t n_i^t (1 - \tau_w)$, nezamestnanecké benefity definované mierou náhrady b pokiaľ je ekonomicky aktívny, resp. b_{er} v období predčasného dôchodku. Taktiež táto časť od druhej periódy zahŕňa majetok

z predošlej periódy, zúročený aktuálnou hodnotou úrokovej miery r . Poslednou zložkou sú paušálne štátne dávky z .

V poslednej perióde, ktorej zodpovedá ohraničenie (53), je príjem jedinca zložený zo štátnej dávky, zúročeného majetku a penzijnej dávky pp_4^t . Pri uvažovanom priebežne financovanom dôchodkovom systéme je dôchodková dávka daná ako

$$pp_4^t = \rho_w \sum_{j=1}^3 \left(p_j w_{t+j-1} h_j^t n_j^t (1 - \tau_w) \prod_{i=j}^3 x_{t+i-1} \right) + \rho_f \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \left(w_{t+3} h_j^{t+4-j} n_j^{t+4-j} (1 - \tau_{jw}) \right). \quad (57)$$

Penzijná dávka pozostáva z dvoch častí. Prvá zložka odráža predošlé príjmy jednotlivca, pričom príjmy z jednotlivých období sú vážené koeficientami $p_j \in [0, 1]$ pre $j = 1, 2, 3$ a $\sum_{j=1}^3 p_j = 1$. V modeli je ďalej, pri výpočte tejto časti penzijnej dávky, uvažovaná reevaluácia príjmu vzhľadom na rast miezd v celej ekonomike x . Nárast odpracovaných hodín n_j^t rovnako ako i zvýšenie ľudského kapitálu h_j^t vedie k nárastu hodnoty tejto zásluhovej časti penzijnej dávky. Na druhú stranu skorší odchod do dôchodku sa odrazí na znížení nároku pomocou menšej hodnoty R^t pri výpočte $n_3^t = R^t \tilde{n}_3^t$. Čistá miera náhrady určená touto časťou dôchodkovej dávky, je na úrovni ρ_w .

Druhá časť penzijnej dávky, s čistou mierou náhrady ρ_f , je následne tvorená plošnou dávkou pre každého dôchodcu. Ide teda o základný paušálny dôchodok, na ktorý má nárok každý jednotlivec. Výška uvedenej časti dôchodkovej dávky je pritom počítaná z priemernej čistej mzdy celej populácie pracujúcich v čase odchodu jednotlivca do dôchodku. Takéto previazanie zabezpečuje rovnako i adekvátny nárast paušálneho dôchodku pri náraste všeobecnej produktivity ekonomiky.

V rámci nastavení modelu je predpokladané úplné vyčerpanie dôchodkovej dávky a zúročenej hodnoty nahromadeného majetku v postproduktívnom období.

V článku ďalej postupujú kalibráciou modelu, pričom je uvažované $\rho_f = 0$ a $\rho_w > 0$. Konkrétne je v základnom modeli uvažované $\rho_w = 0.631$. Ako počiatočný stav je pri výpočte príspevkovo závislej časti dôchodkovej dávky brané rovnomerné rozloženie váh medzi jednotlivé periódy, t. j. $p_j = 1/3$ pre $j = 1, 2, 3$. Následnou manipuláciou s týmito váhami, sú pozorované efekty na sledované faktory.

Dôležitým výsledkom je, že pri udaní väčšej váhy pracovnému koeficientu zodpovedajúcemu príjmu v tretej perióde, p_3 na úroveň $2/3$, a príslušným znížením p_1 na hodnotu 0 , bol v modeli pozorovaný nárast času venovanému vzdelávaniu a takisto i nárast celkovej

miery fertility. V upravenom modeli zaznamenali zvýšenie ročnej miery rastu populácie o 0.88%. Priradením vyššej váhy príjmu v neskoršej perióde života pri výpočte penzijnej dávky, je implicitne dosiahnuté menšie pracovné nasadenie v prvej perióde po prechode do ekonomicky aktívneho veku. Rovnako tak je pozorované vyššie pracovné zaťaženie v pokročilejšom veku a s tým spätý odklad odchodu do dôchodku. To umožňuje jedincovi venovať viac času štúdiu v mladom veku, čo sa adekvátne prejaví zvýšením jeho budúceho platu, a takisto to zvýši atraktivitu výchovy detí v tomto období. Ani z hľadiska vyrovnaného rozpočtu nie sú tieto zmeny negatívne vnímané a vedú k zvýšeniu hodnoty štátom dotovaných príspevkov jedincom.

Ak je zmena dôchodkového systému len z hľadiska zvýšenia náhradového pomeru zo zásluhovej časti dôchodkovej dávky, tak efekt zvýšenia produktivity v neskoršom veku, či vzdelania je menej výrazný. Takisto na udržanie vyrovnaného rozpočtu by štátom dotované dávky museli byť výrazne znížené.

Avšak kombináciou uvedených dvoch nastavení, teda jednak zvýšením náhradového pomeru na zásluhovú časť dôchodku spolu s preškálovaním pracovných koeficientov, je v modeli dosiahnutý najvýraznejší efekt na zvýšenie zamestnanosti, vzdelania i rastu ekonomiky. Naopak pri uvažovanom prechode na paušálny dôchodok sú sledované efekty vždy negatívne. Rovnako negatívne z hľadiska výsledkov modelu vychádza i alternatíva postupného prechodu na plne financovaný systém individuálnych úspor. V takom prípade, keď je narušený priamy vzťah medzi príjmom jednotlivca a jeho dôchodkovou dávkou, vedie to k útlmu vo vzdelávaní a teda k poklesu zamestnanosti i k celkovému poklesu rastu ekonomiky.

Napriek tomu, že v práci budeme ďalej rozvíjať myšlienku zavedenia rodičovskej časti dôchodkovej dávky, ako uvidíme i v nasledujúcej kapitole, zaujímavým je i predstavený model, kde preškálovanie nároku na dôchodkovú dávku v jednotlivých etapách života, viedlo taktiež k povzbudeniu fertility. Ide tak o jednu z možných alternatív, ktorých ďalšie preskúmanie môže nasmerovať budúce úpravy dôchodkových schém.

3.4 Fenge-Meier

Fenge a Meier v [38] predstavujú trojperiódový model prekrývajúcich sa generácií, ktorý predpokladá identickosť všetkých jedincov v danej generácii. Jedinec v prvej perióde života

je odkázaný na starostlivosť rodičov. Z tohto hľadiska tak náklady na zabezpečenie dieťaťa predstavujú pre rodičov výdavky.

Po prechode do druhej periódy sa z dieťaťa stane ekonomicky aktívny jedinec, zarábajúci $\tilde{w}_t$. Jeho spotreba v tejto perióde je vyjadrená hodnotou c_t a súkromné úspory sú na úrovni s_t . V tejto perióde sa jedinec tiež rozhoduje o počte potomkov $n_{t+1} \geq 0$, ktoré bude mať. V modeli je ďalej predstavená stratová funkcia $f(n_{t+1})$ vyjadrujúca náročnosť starostlivosti o dieťa. Keďže starostlivosť o potomkov je časovo náročná, prejaví sa to redukciou pracovného času a teda menším príjmom. Reprezentuje tak cenu stratenej príležitosti. Za predpokladu, že pokles príjmu priamo závisí od n_{t+1} , tak je možné celkový príjem vyjadriť ako $[1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t$, pričom predpokladáme, že bezdetní jedinci neutrpia žiaden pokles, teda $f(0) = 0$, a pokles narastá aspoň proporcionálne s pribúdajúcim počtom detí, teda $f'(n_{t+1}) > 0$ a $f''(n_{t+1}) \geq 0$.

Model ďalej pracuje s PAYG systémom, v ktorom sú príspevky do systému definované pomocou odvodovej sadzby vo výške τ_t z celkového príjmu, čím je určené aj príjmové ohraničenie

$$c_t + s_t = (1 - \tau_t) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t. \quad (58)$$

V poslednej perióde života, jedinec už nepracuje a poberá dôchodok zo systému p_{t+1} . Celková spotreba z_{t+1} je potom v tejto perióde daná poberanou penzijnou dávkou a zúročenými úsporami

$$z_{t+1} = R_{t+1}s_t + p_{t+1}^*, \quad (59)$$

kde R_{t+1} je príslušná úroková miera.

Nech N_t označuje počet ekonomicky aktívnych osôb v čase t . Potom penzijné dávky pre túto generáciu p_{t+1}^* , po jej prechode do postproduktívneho veku, sú financované príspevkami N_{t+1} jedincov. Fenge a Meier ďalej definujú jednotlivé penzijné dávky ako

$$p_{t+1}^* = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (60)$$

kde $\bar{n}_{t+1} = N_{t+1}/N_t$ je miera rastu populácie. Z (60) tak vyplýva, že penzijná dávka sa skladá z dvoch častí. Koeficientom α je prenasobená časť dôchodkovej dávky, ktorá je naviazaná na individuálnu fertility jednotlivca. Budeme tak parameter α označovať ako rodičovský faktor. Tento faktor tým činom individualizuje dôchodkovú dávku zo systému,

keďže reprezentuje nárok jednotlivca na dôchodkovú dávku s ohľadom na jeho individuálnu fertilitu.

S koeficientom $(1 - \alpha)$ je uvažované klasické prerozdelenie príspevkov v PAYG systéme. Pri Bismarckovej schéme prerozdelenie závisí od príspevkov - vyjadrené faktorom $\frac{1-f(n_{t+1})}{1-f(\bar{n}_{t+1})}$, zatiaľ čo v prípade Beveridgeovej schémy je tento koeficient explicitne rovný jednotke. Faktor $\frac{1-f(n_{t+1})}{1-f(\bar{n}_{t+1})}$ predstavuje zásluhovú časť dôchodku, respektíve možno ho označiť aj ako pokuta za materstvo. Principiálne vyjadruje pomer celoživotnej mzdy jedinca s individuálnou fertilitou na úrovni n_{t+1} k celoživotnej mzde jednotlivca s priemerným počtom detí $\bar{n}_{t+1}$ celej pracujúcej populácie.

Každý jedinec, ktorý je súčasťou uvedeného modelu, sa tak za predpokladu racionality, snaží maximalizovať svoju celoživotnú užitočnosť. Tá v konečnom dôsledku závisí od spotreby jednotlivca v druhej a tretej perióde života, a tiež od počtu jeho potomkov, teda $U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1})$. Funkcia užitočnosti je uvažovaná spojitá, striktné rastúca, striktné konkávna v každom argumente, a taktiež je aditívne separovateľná. Jedinec tak rieši nasledovnú optimalizačnú úlohu

$$\max_{(s_t, n_{t+1})} U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1}) \quad (61)$$

$$c_t + s_t = (1 - \tau_t) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t, \quad (62)$$

$$z_{t+1} = R_{t+1}s_t + p_{t+1}^*, \quad (63)$$

$$p_{t+1}^* = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (64)$$

Dosadením ohraničení (62)-(64) do účelovej funkcie a následným zderivovaním podľa jednotlivých premenných obdržíme

$$\frac{\partial U}{\partial s_t} = -U_1 + R_{t+1}U_2, \quad (65)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} = -U_1(1 - \tau_t) \tilde{w}_t f'(n_{t+1}) + U_2 \frac{\partial p_{t+1}^*}{\partial n_{t+1}} + U_3, \quad (66)$$

kde U_i označujú príslušné derivácie účelovej funkcie $U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1})$ podľa i -teho argumentu. Podľa typu použitej schémy ďalej platí

$$\frac{\partial p_{t+1}^*}{\partial n_{t+1}} = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[\alpha - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} \right] \quad (67)$$

v prípade Bismarckovho systému a pre Beveridgov model zas

$$\frac{\partial p_{t+1}^*}{\partial n_{t+1}} = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \alpha. \quad (68)$$

Následne je možné ukázať, že funkcia užitočnosti je konkávna v argumente zodpovedajúcom súkromným úsporám, teda $\frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} < 0$. Taktiež je možné odvodiť, že determinant Hessovej matice pre optimalizovanú funkciu užitočnosti je kladný a optimalizovaná funkcia je tak striktné konkávna v oboch premenných ako pre Bismarckovu, tak i pre Beveridgeovu schému penzijného systému. Za predpokladu existencie optimálneho riešenia, je tak zaručená i jednoznačnosť tohto riešenia. Pre obe uvažované penzijné schémy optimum spĺňa podmienky prvého rádu v tvare

$$\left. \frac{\partial U}{\partial s_t} \right|_{(s_t^{OPT}, n_{t+1}^{OPT})} = -U_1 + R_{t+1}U_2 = 0, \quad (69)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} \right|_{(s_t^{OPT}, n_{t+1}^{OPT})} = -U_1(1 - \tau_t)\tilde{w}_t f'(n_{t+1}) + U_2 \frac{\partial p_{t+1}^*}{\partial n_{t+1}} + U_3 = 0, \quad (70)$$

ktoré sú zároveň implicitnými rovnicami, kde $\frac{\partial U}{\partial s_t}$ aj $\frac{\partial U}{\partial n_{t+1}}$ sú funkciami premenných α , teda rodičovského faktora a takisto fertility $n_{t+1}(\alpha)$ a úspor $s_t(\alpha)$. Deriváciou rovností (69) a (70) podľa premennej α získame

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial s_t} + \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} \frac{dn_{t+1}}{d\alpha} + \frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} \frac{ds_t}{d\alpha} = 0, \quad (71)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}} + \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1}^2} \frac{dn_{t+1}}{d\alpha} + \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} \frac{ds_t}{d\alpha} = 0. \quad (72)$$

Ďalšou analýzou týchto rovníc a aplikovaním vety o implicitnej funkcii (pozri [51, 33]), možno následne odvodiť vplyv rodičovského faktora ako na fertilitu n_{t+1} , tak i na veľkosť úspor s_t . V prípade fertility potom v modeli platí

$$\frac{dn_{t+1}}{d\alpha} = - \frac{\det \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial s_t} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} & \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} & \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1}^2} \end{bmatrix}} = - \frac{\frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}}}{\frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1}^2} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial s_t \partial n_{t+1}} \right)^2}. \quad (73)$$

Za predpokladu, že každý jedinec v populácii je rovnaký a všetci sa rozhodujú racionálne, potom v ekvilibriu dochádza k rovnosti medzi priemernou a individuálnou fertilitou, teda $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1}$. Je možné tak odvodiť, že v ekvilibriu platí $\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial s_t} = 0$ a $\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}} > 0$ ako pre Bismarckovu, tak aj pre Beveridgeovu schému penzijného systému.

Vzhľadom na striktnú konkávnosť účelovej funkcie v každej z premenných, je hodnota determinantu Hessovej matice pre účelovú funkciu vždy kladná. Teda menovateľ výrazu

(73), je vždy kladný. Z vlastnosti konkávnosti účelovej funkcie tiež vyplýva aj zápornosť výrazu $\frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2}$. Napokon teda možno uzavrieť, že celý výraz (73) má vždy kladnú hodnotu pre obe uvažované penzijné schémy.

Zvyšovanie hodnoty rodičovského faktora α má tak priamy vplyv na zvyšovanie fertility. Teda čím väčšia váha je v dôchodkovom modeli prikladaná časti penzie závislej od individuálnej fertility, tým je výhodnejšia pre jedinca mať viac potomkov. Samozrejme s ohľadom na úroveň akceptovateľnej odvodovej sadzby.

Obdobne je možné pozrieť sa i na závislosť hodnoty úspor jednotlivca od rodičovského faktora v nastolenom dôchodkovom modeli

$$\frac{ds_t}{d\alpha} = - \frac{\det \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial s_t} & \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}} & \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1}^2} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} & \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1}^2} \end{bmatrix}} = \frac{\frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t} \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}}}{\frac{\partial^2 U}{\partial s_t^2} \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1}^2} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial s_t \partial n_{t+1}} \right)^2}. \quad (74)$$

Keďže menovateľ tohto výrazu je opäť kladný a faktor $\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha \partial n_{t+1}} > 0$, potom nutnou podmienkou pre negatívnu naviazanosť individuálnych úspor na rodičovský faktor je záporná hodnota výrazu $\frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t}$, čo pre Beveridgeovu schému je vždy platné. V tom prípade zvyšovanie rodičovského faktora vedie k znižovaniu individuálnych úspor, čo môže byť dôsledkom zvýšenej fertility a teda následne nižšieho príjmu, ktorý je spôsobený výpadkom z pracovného kolobehu kvôli starostlivosti o potomkov.

V prípade Bismarckovej schémy to nie je tak jednoznačné. V práci [38] je ďalej ukázané, že pokiaľ by redukcia časti penzie, ktorá je naviazaná na pracovnú kariéru, dostatočne prekročila navýšenie penzie závislej od individuálnej fertility, teda keď

$$\left[\alpha - (1 - \alpha) n_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - f(n_{t+1})} \right] < 0 \quad (75)$$

vo vzťahu pre $\frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial s_t}$, potom môže dôjsť naopak k navýšeniu úspor.

Na základe predošlých výsledkov, previazanie penzií jednotlivcov na individuálnu mieru fertility v podobe zavedenia rodičovského faktora a jeho zvýšenia, sa odrazí zvýšením samotnej miery fertility, čo z demografického hľadiska predstavuje pozitívny následok. Dôležitým ostáva správne nastavenie hodnoty rodičovského faktora α .

V článku autori ďalej uvažujú optimálne hodnoty $n_{t+1}(\alpha)$ a $s_t(\alpha)$, a definujú hodnotovú funkciu užitočnosti jednotlivca ako funkciu premennej α v prípade Bismarckovho modelu

penzijného systému ako

$$V_{BIS}(\alpha) = U \left\{ \begin{aligned} & (1 - \tau_l) [1 - f(n_{t+1}(\alpha))] \tilde{w}_t - s_t(\alpha), & R_{t+1} s_t(\alpha) + \\ & \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2}(\alpha))] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1}(\alpha) \frac{1 - f(n_{t+1}(\alpha))}{1 - f(\bar{n}_{t+1}(\alpha))} + \alpha n_{t+1}(\alpha) \right] \\ & n_{t+1}(\alpha) \end{aligned} \right\}. \quad (76)$$

V prípade Beveridgeovej schémy má hodnotová funkcia zas tvar

$$V_{BEV}(\alpha) = U \left\{ \begin{aligned} & (1 - \tau_l) [1 - f(n_{t+1}(\alpha))] \tilde{w}_t - s_t(\alpha), & R_{t+1} s_t(\alpha) + \\ & \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2}(\alpha))] [(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1}(\alpha) + \alpha n_{t+1}(\alpha)], \\ & n_{t+1}(\alpha) \end{aligned} \right\}. \quad (77)$$

Následne je skúmaný vplyv rodičovského faktora na hodnotu predpísaných hodnotových funkcií. Analýzou ich prvej derivácie podľa parametra α , dospievajú autori k záveru, že v stabilnom stave, keď priemerná a individuálna fertilita sú zhodné, teda $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1}$, a pri úplnej závislosti penzijného systému od n_{t+1} , pri $\alpha = 1$, v oboch penzijných modeloch dochádza k nasledujúcej nerovnosti

$$\frac{dV_{BIS}}{d\alpha}(\alpha = 1) = \frac{dV_{BEV}}{d\alpha}(\alpha = 1) = -U_2 \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} \bar{n}_{t+1} \frac{\partial f(\bar{n}_{t+2})}{\partial \alpha} < 0. \quad (78)$$

Zápornosť predošlého výrazu vyplýva z kladnej naviazanosti fertility na rodičovský faktor (73) a z rastúcnosti funkcie f . Teda v stabilnom stave, pokiaľ je v dôchodkovom systéme klasické prerozdelenie príspevkov úplne potlačené, tak dochádza k poklesu celkovej užitočnosti.

Z nerovnosti (78) nevyhnutne vyplýva, že úplné naviazanie vyplácaných penzií na individuálnu fertilitu nie je optimálne. Existuje tak $\alpha^* < 1$, že $V(\alpha = \alpha^*) > V(\alpha = 1)$ pre Bismarckovu i Beveridgeovu schému penzijného systému.

Za predpokladu stacionárneho stavu, ktorý je definovaný časovo nemennými hodnotami τ , α , $\tilde{w}$, a R , potom v rovnovážnom stave platí $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = \bar{n}_{t+2}$. V prípade Bismarckovej schémy možno odvodiť

$$\frac{dV_{BIS}}{d\alpha}(\alpha = 0) = U_2 \tau \tilde{w} \frac{\partial n}{\partial \alpha} [1 - f(n)] > 0, \quad (79)$$

respektíve pri Beveridgeovej penzijnej schéme

$$\frac{dV_{BEV}}{d\alpha}(\alpha = 0) = U_2 \tau \tilde{w} \frac{\partial n}{\partial \alpha} [1 - f(n) - n f'(n)]. \quad (80)$$

Teda v prípade Bismarckovej schémy, zavedenie rodičovského faktora, ak doteraz nebol súčasťou penzijného systému, vedie k zvýšeniu celkovej užitočnosti. Pri Beveridgeovej schéme, to nie je také zrejmé. Aby aj tu predstavenie rodičovského faktora pri nieslo pozitívny efekt na celkovú užitočnosť, je potrebné, aby bola splnená podmienka $1 - f(n) - nf'(n) > 0$. To je dosiahnuté, pokiaľ je nízka fertilita a redukcia pracovnej činnosti spôsobená zvýšením fertility, f' , je obdobne nízka. V prípade existencie vnútorného riešenia potom optimálna hodnota α splňa

$$\alpha^* = \frac{1 - f(n(\alpha^*))}{1 - f(n(\alpha^*)) + n(\alpha^*)f'(n(\alpha^*))} \quad (81)$$

pre Bismarckovu schému a

$$\alpha^* = 1 - \frac{n(\alpha^*)f'(n(\alpha^*))}{1 - f(n(\alpha^*))} \quad (82)$$

pre prípad Beveridgeovej formy penzijnej schémy. V oboch prípadoch je pravá strana rovnosti klesajúcou funkciou v argumente α , zatiaľ čo ľavá strana je rastúcou funkciou premennej α . V oboch možnostiach je tak zaručená jednoznačnosť vnútorného optimálneho riešenia.

Ďalšou skúmanou možnosťou v článku [38], je zavedenie prídavkov na dieťa vo výške π_t . Opäť sa uvažuje financovanie ako penzijných dávok, tak aj prídavkov na dieťa, pomocou dane zo mzdy τ_t , resp. θ_t^F . Rozpočtové ohraňenie má potom tvar

$$c_t + s_t = (1 - \tau_t - \theta_t^F) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t + \pi_t n_{t+1}. \quad (83)$$

Spotreba v starobe ostáva rovnaká podľa (59) a nezmenené sú i vyplácané penzijné dávky podľa (60) pre Bismarckovu schému. Kvôli zabezpečeniu rovnováhy tiež platí

$$\pi_t \bar{n}_{t+1} = \theta_t^F \tilde{w}_t [1 - f(\bar{n}_{t+1})]. \quad (84)$$

Podmienky prvého rádu pre optimálne riešenie, maximalizujúce celoživotnú užitočnosť jednotlivca (61), majú tvar

$$\left. \frac{\partial U}{\partial s_t} \right|_{(s_t^{OPT}, n_{t+1}^{OPT})} = -U_1 + R_{t+1} U_2 = 0, \quad (85)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} \right|_{(s_t^{OPT}, n_{t+1}^{OPT})} = U_1 [\pi_t - (1 - \tau_t - \theta_t^F) \tilde{w}_t f'(n_{t+1})] + U_2 \frac{\partial p_{t+1}^*}{\partial n_{t+1}} + U_3 = 0, \quad (86)$$

pričom derivácia $\frac{\partial p_{t+1}^*}{\partial n_{t+1}}$ je daná vzťahom (67).

Na druhú stranu, pri fixnej hodnote $\tau_t = \tau$, optimálnou voľbou premenných $\alpha \geq 0$ a $\theta^F \geq 0$, štát maximalizuje nepriamu funkciu užitočnosti

$$V_{BIS}(\alpha, \theta^F) = U \left\{ \begin{aligned} & (1 - \tau - \theta^F) (1 - f(n_{t+1})) \tilde{w} + \theta^F \frac{n_{t+1} \tilde{w}}{\bar{n}_{t+1}} [1 - f(\bar{n}_{t+1})] - s, \\ & Rs + \tau \tilde{w} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right], \\ & n_{t+1} \end{aligned} \right\}. \quad (87)$$

Analýzou získaných podmienok optimality (85) - (86) a nepriamej funkcie užitočnosti 87, je v [38] popísaná ekvivalencia rodičovského faktora a príspevkov na dieťa. Optimálne riešenie sa dá dosiahnuť nielen optimálnou kombináciou (α^*, θ^{F*}) , ale i samostatne optimálnou hodnotou rodičovského faktora pri nulovej hodnote príspevkov na dieťa a vice versa.

3.5 Hyzl, Kulhavý, Rusnok

Hyzl, Kulhavý a Rusnok v [49] argumentujú, že príspevkom do priebežne definovaného systému, nie sú zodpovedajúce peňažné odvody, ale najmä vychované deti, ktoré sa stanú budúcimi prispievateľmi a majú za úlohu zabezpečiť chod a udržiateľnosť nastavenej penzijnnej schémy. Preto i dávky z tohto systému by mali byť určené len jednotlivcom, ktorí v tomto ohľade prispeli do systému. Peňažné príspevky do PAYG systému totiž nie sú sporením na vlastný dôchodok, ale sú určené na vyplatenie dávok rodičom, ktorí investovali vlastné prostriedky na výchovu detí. Bezdetní si tak spotrebu v starobe musia zabezpečiť vlastným sporením.

Na základe tohto, predstavujú autori v [49] model penzijného systému, ktorý je kombináciou dvoch hlavných pilierov. Prvý z nich je postavený na PAYG systéme a druhý je tvorený plne financovaným, príspevkovo definovaným fondom. Schéma a charakteristika predkladaného systému je znázornená v Tab. 3.

Základným princípom navrhovaného systému je povinnosť jedinca prispievať do I. piliera počas celého obdobia ekonomickej aktivity. Takisto povinné sú aj príspevky do II. piliera. Tie sú hradené v plnej výške pokiaľ je jednotlivec bezdetný, alebo sa práve nestará o ekonomicky závislé dieťa.

Jednotlivcom, ktorí vychovávajú aspoň jedno dieťa, je počas ekonomickej závislosti dieťaťa, poskytovaná zľava z príspevkov do druhého piliera v rovnakej miere pre každého

	I. pilier	II. pilier	III. pilier
Charakteristika	PAYG, povinný	sporivý, povinný	sporivý, dobrovoľný
Príspevky	povinné, platia všetci ekonomicky aktívni jedinci	povinné pre všetkých bezdetných a osoby s ekonomicky nezávislými deťmi. Zníženie poistného podľa počtu práve vychovávaných ekono- micky závislých detí.	dobrovoľné
Dávky	iba pre jedincov, ktorí vychovali aspoň jedno dieťa	podľa nasporenej čiastky	podľa nasporenej čiastky

Tabuľka 3: Schéma dôchodkového systému podľa [49].

rodiča, ktorý sa o dieťa stará. Zľava sa akumuluje za každé vychovávané dieťa dovtedy, až kým jednotlivec prispieva do sporivého piliera už len stanovenú minimálnu sadzbu. Zároveň počas doby ekonomickej neaktivity jedného z rodičov v rámci rodičovskej dovolenky, sa príspevky druhého rodiča rozdelia rovným dielom medzi oboch z nich.

Hlavným motívom k takto nastavenému dôchodkovému systému tak je, že jedinec v každom prípade prispieva do dôchodkového systému, či už priamo finančnými príspevkami alebo príspevkom v podobe výchovy potomkov a teda budúcich prispievateľov. Zavedenie druhého sporivého piliera zároveň podchytáva skupiny obyvateľstva, ktoré deti mať nemôžu. Celkovo autori tak argumentujú, že ide o autoregulovaný systém, ktorý okamžite reaguje na demografické zmeny. Rovnováha je tak vždy nastolená bez toho aby boli potrebné ďalšie úpravy parametrov modelu.

Autori konkrétne navrhujú stanoviť nemennú sadzbu príspevkov do prvého piliera na úroveň 12%. Základná príspevková miera do druhého piliera je rovnako 12%, pričom je poskytovaná zľava v hodnote 3% za každé ekonomicky závislé dieťa. Maximálna akumulovaná výška zľavy je zároveň stanovená na hodnotu 9%. Ak jedinec vychováva súčasne 3

a viac ekonomicky závislých detí, potom do druhého piliera odvádza len minimálnu 3%-nú sadzbu.

Dôchodkové dávky z prvého piliera sú v modeli úplne závislé od výchovy a počtu detí. Dôchodok z prvého piliera je počítaný na základe vzťahu pre náhradový pomer a je teda vyjadrený ako percento z priemerného platu v danom čase:

$$\text{Dôchodok}(\%) = \frac{\# \text{detí} * \text{čas ekonomickej aktivity} * \text{príspevok do PAYG}(\%)}{2 * \text{čas v postproduktívnom veku}} * k. \quad (88)$$

Koeficient $k < 1$ je daný podielom počtu pracujúcich ľudí v ekonomicky aktívnom veku a celkového počtu ľudí v tejto kohorte. Odráža tak fakt, že nie každý v ekonomicky aktívnom veku je súčasťou pracovného trhu. Týka sa to nezamestnaných, zdravotne postihnutých ľudí, či osôb na rodičovskej dovolenke. Predelenie číslom dva zodpovedá tomu, že jeden ekonomicky aktívny občan prispieva na dôchodok obom rodičom.

Pokiaľ je jednotlivec bezdetný, má nárok len na dávky z druhého piliera, ktoré sú plne závislé od jeho príspevkovej histórie. Odvody do druhého piliera majú byť, podľa [49], nastavené tak, aby penzia bezdetného jedinca bola vo výške aspoň 50% hodnoty posledného príjmu. Samotná výplata penzijnej dávky z druhého piliera by mohla byť uskutočňovaná pomocou výplat doživotnej anuitnej splátky.

Podľa analýz náhradového pomeru uvedených v [49], či [98], tento navrhovaný model poskytuje adekvátnu náhradu príjmu v postproduktívnom veku pre veľkú skupinu obyvateľstva.

Autori v [49] taktiež poskytujú aj náhľad možných nákladov spätých s prechodom na navrhovaný systém. Tie sú vo veľkej miere citeľné najmä z krátkodobého a strednodobého hľadiska, kedy dôjde k presmerovaniu časti aktuálnych príspevkov z PAYG systému do sporiaceho piliera. Tým sa vytvorí deficit vo financovaní dôchodkových dávok súčasných dôchodcov, ktorý bude potrebné vykryť. Pri pretrvávajúcej nepriaznivej demografickej situácii, by však spomínaný deficit vznikol aj bez reformy dôchodkového systému, a bol by ešte výraznejší. Z dlhodobého hľadiska sa tak prechod na nový systém javí byť lepšou voľbou.

Ak by sme sa pozreli na tento model z pohľadu rodičovského faktora z kapitoly 3.4, potom v tomto modeli je penzijná dávka z prvého piliera úplne závislá od individuálnej fertility. Teda rodičovský faktor je nastavený na úroveň 1, čo z hľadiska záverov o optimálnom naviazaní penzijnej dávky na fertilitu, nepredstavuje optimálne riešenie.

3.6 Tekeľová

Podobný systém dôchodkového zabezpečenia ako v [49] je navrhnutý aj v [98]. Tam analyzovaný model pozostáva opäť z troch pilierov. Hlavnou myšlienkou návrhu reformy dôchodkového systému z [98] je rozdelenie príspevkov na dôchodkový systém na dve samostatné časti. Schému uvedeného modelu spolu s navrhovanými hodnotami príspevkov podľa [98] uvádzame v Tab. 4.

Prvá časť príspevkovej miery má slúžiť na zabezpečenie dôchodkových dávok rodičov daného jedinca. Týmto príspevkom tak jedinec opláca náklady rodičov, ktoré naňho vynaložili rodičia počas starostlivosti. Prvý pilier je tak povinný pre každého a keďže slúži na zabezpečenie rodičov, tak i nárok na dávku z prvého piliera majú iba osoby, ktoré vychovali aspoň jedno dieťa.

V navrhovanom modeli je príspevková miera do prvého piliera stanovená na úroveň 11.25%. Vychádza to z predpokladov, že obdobie ekonomickej aktivity trvá 40 rokov a rodičia sa o dieťa starajú do jeho 25 roku veku života. Pri aktuálne nastavenej odvodovej sadzbe 18% na starobné zabezpečenie na Slovensku, by tak bolo rozumné, aby dieťa po prechode do obdobia ekonomickej aktivity, odvádzało $\frac{25}{40} * 18\%$ na dôchodok svojim rodičom. Pri predpoklade priemerne zarábajúceho potomka, tak výchova dieťaťa v navrhovanom modeli, zabezpečí rodičom jeden osobný mzdový bod za každý rok obdobia starostlivosti o dieťa. Ten je následne v modeli prerozdelený medzi oboch rodičov rovným dielom.

Jedinec takisto povinne prispieva aj do druhého piliera, pričom mu je poskytovaná zľava, ak v danom období vychováva aspoň jedno ekonomicky závislé dieťa. Základnú sadzbu 18% do druhého piliera platia všetci bezdetní a takisto tí, ktorí práve nevychovávajú ani jedno ekonomicky závislé dieťa. Sadzba sa znižuje o 6% za každé vychovávané dieťa počas celého obdobia jeho ekonomickej závislosti. Zľavy je tiež možné akumulovať, takže pri súčasnej výchove 3 a viac ekonomicky závislých detí, jedinec do druhého piliera už neprispieva. Keďže druhý pilier je kapitalizačný, tak i samotná dávka sa následne odvíja od hodnoty nasporených úspor. A napokon tretí kapitalizačný pilier je úplne dobrovoľný a slúži na navýšenie dôchodku sporením vlastných príspevkov.

Na základe analýzy mier náhrady pre rozličné príjmové skupiny obyvateľstva a počty vychovaných detí, uvedenej v [98], navrhovaný dôchodkový systém, dostatočne zabez-

	I. pilier	II. pilier	III. pilier
Charakteristika	PAYG, povinný	sporivý, povinný	sporivý, dobrovoľný
Príspevky	povinné, platia všetci ekonomicky aktívni jedinci	povinné pre všetkých bezdetných a osoby s ekonomicky nezávislými deťmi. Zníženie poistného podľa počtu práve vychovávaných ekono- micky závislých detí.	dobrovoľné
Dávky	iba pre jedincov, ktorí vychovali aspoň jedno dieťa	podľa nasporenej čiastky	podľa nasporenej čiastky

Tabuľka 4: Schéma dôchodkového systému podľa [98].

pečuje jedincov, ktorí sa vzdali časti svojho príjmu kvôli výchove potomkov, a takisto poskytuje aj adekvátny príjem v dôchodkovom veku i pre bezdetných. V prípade vysokoškolsky vzdelaných jedincov, ktorí vychovali troch potomkov, sa kumulatívna miera náhrady z prvého i druhého piliera pohybovala okolo 43% až 46%. Podobná úroveň miery náhrady na úrovni bola zaznamenaná i pri vysokoškolsky vzdelaných, no bezdetných jedincov.

Narozdiel od modelu Hyzla, Kulhavého a Rusnoka, je v tomto modeli nastavená vyššia základná hodnota odvodovej sadzby do druhého piliera, čo zvyšuje náhradový pomer z tohto piliera. Bezdetní jedinci majú tak nárok na vyššiu dôchodkovú dávku už pri nižších hodnotách úrokového faktora. Avšak rovnako ako v prípade modelu uvedeného v predošlej kapitole 3.5, by sme mohli argumentovať, že úplne previazanie dôchodku z PAYG piliera na individuálnu fertilitu nie je, podľa analýzy z kapitoly 3.4, optimálne.

4 Dôchodkové modely s rodičovským bonusom

Ako už bolo uvedené, nielen pracovná história jednotlivca ale i jeho fertilita by mali zohrávať úlohu pri stanovení nároku na penzijnú dávku. V nasledujúcich častiach tak odvodíme viacero modelov, ktoré berú do úvahy rodičovský faktor pri výpočte dôchodkovej dávky jednotlivca. Zameriame sa na ich analýzu, prepojenie na aktuálny dôchodkový systém Slovenskej republiky, a budeme skúmať ich optimálne nastavenie. Kapitoly 4.1 a 4.2 sú rozšírením článku [54], ktorý sme napísali na základe výskumnej časti predkladanej práce.

4.1 Dôchodkový model s rodičovským bonusom na základe individuálnej mzdy

Predpokladajme jednoduchý trojperiódový model dôchodkového systému, pričom uvažujeme populáciu tvorenú iba ženským pohlavím. Za prvú periódu života je považované obdobie detstva, ide o prvé ekonomicky neaktívne obdobie. Spotreba dieťaťa a teda náklady na starostlivosť oň sú zahrnuté v spotrebe rodiča c_t .

V druhej perióde je jedinec ekonomicky aktívny, zarábajúci w_t a zároveň sa v tejto perióde rozhoduje vychovať potomkov. Nech n_{t+1} označuje individuálnu fertilitu jednotlivca. Disponibilný príjem po krátení faktorom $1 - \tau$, kde τ_t označuje príspevkovú mieru do dôchodkového systému, je následne rozdelený medzi individuálnu spotrebu c_t a súkromné úspory s_t .

V tretej perióde prechádza jedinec do postproduktívneho veku a jeho spotreba z_{t+1} je hradená z dôchodkovej dávky p_{t+1} a zúročených úspor $R_{t+1}s_t$. Prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca je znázornený v súhrnnej Tabuľke 5.

Nech výchova dieťaťa priamo ovplyvňuje výslednú hodnotu penzijnej dávky jednotlivca p_{t+1} , ktorá je daná ako

$$p_{t+1} = B_{t+1} \frac{w_t}{\bar{w}_t} + \alpha \tau_{t+1} W_{t+1}, \quad (89)$$

kde W_{t+1} reprezentuje súhrnnú mzdu všetkých potomkov daného jednotlivca. Penzijná dávka je tak tvorená z dvoch častí. Prvá časť $B_{t+1} \frac{w_t}{\bar{w}_t}$ je založená na pomere individuálnej mzdy jednotlivca w_t počas jeho pôsobenia v ekonomicky aktívnej perióde k celospoločenskému priemeru ekonomicky aktívnych osôb $\bar{w}_t$ v danej generácii v čase t . V tomto zmysle predstavuje pri výpočte dôchodkovej dávky jej zásluhovú časť, keďže odráža pracovné

Etapa	1	2	3
Ekonomická aktivita	×	✓	×
Individuálna fertilita	×	n_{t+1}	×
Celková mzda	×	w_t	×
Odvody	×	τ_t	×
Súkromné úspory	×	s_t	×
Dôchodková dávka	×	×	p_{t+1}
Spotreba	×	c_t	z_{t+1}

Tabuľka 5: Prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca v trojperiódovom modeli. Za prvú etapu je považované obdobie detstva.

zaťaženie jednotlivca. Koeficient B_{t+1} pritom reprezentuje bilančný koeficient slúžiaci na udržanie rovnosti medzi príjmami a výdavkami v danom dôchodkovom systéme. Konkrétne nastavenie koeficientu B_{t+1} bude uvedené nižšie.

Druhá zložka dôchodkovej dávky prenasobená rodičovským faktorom α , predstavuje nárok jednotlivca na doplnkovú časť dôchodkovej dávky, ktorá je závislá od celkovej hodnoty mzdy potomkov jednotlivca W_{t+1} . Z tohto hľadiska ide o individuálne nastavený rodičovský dôchodok, ktorý sa približuje k reálnemu nastaveniu implementácie rodičovského bonusu do dôchodkového systému Slovenskej republiky podľa [104], ktorý vstúpil do platnosti v januári 2023. Je tak na mieste uvažovať previazanie tejto časti dôchodkovej dávky nie na priemernú mzdu celej generácie potomkov, ale na mzdu potomkov jednotlivca.

Pre zaistenie stability a vyváženosti dôchodkového systému je potrebné aby dôchodkový systém pracoval s vyrovnaným rozpočtom. Medzi príjmami dôchodkového systému, t. j. povinnými príspevkami ekonomicky aktívnych jedincov, a výdavkami z dôchodkového systému, teda vyplatenými dôchodkovými dávkami, musí byť nastolená rovnováha. Kumulatívne príspevky potomkov jednotlivca do dôchodkového systému počas ich pracovnej kariéry možno zapísať ako $\tau_{t+1}W_{t+1}$. Porovnaním strednej hodnoty príspevkov generácie potomkov $\tau_{t+1}\bar{W}_{t+1}$ a strednej hodnoty vyplácaných dôchodkových dávok podľa (89),

môže byť bilančná rovnica zapísaná nasledovne

$$\tau_{t+1}\overline{W}_{t+1} = B_{t+1}\frac{\overline{w}_t}{w_t} + \alpha\tau_{t+1}\overline{W}_{t+1}. \quad (90)$$

Hodnotu bilančného koeficientu B_{t+1} možno z (90) vyjadriť ako

$$B_{t+1} = (1 - \alpha)\tau_{t+1}\overline{W}_{t+1}. \quad (91)$$

Dôchodkovú dávku podľa (89) upravíme nasledovným spôsobom

$$p_{t+1} = (1 - \alpha)\tau_{t+1}\overline{W}_{t+1}\frac{w_t}{\overline{w}_t} + \alpha\tau_{t+1}\overline{W}_{t+1}, \quad (92)$$

čo po zjednodušení vedie k tvaru

$$p_{t+1} = \tau_{t+1}\overline{W}_{t+1} \left[(1 - \alpha)\frac{w_t}{\overline{w}_t} + \alpha\frac{W_{t+1}}{\overline{W}_{t+1}} \right]. \quad (93)$$

Rodičovský faktor α tým čínom ovplyvňuje obe zložky dôchodkovej dávky. Samotný vplyv rodičovského faktora α na dôchodkovú dávku je potom daný ako

$$\frac{\partial p_{t+1}}{\partial \alpha} = \tau_{t+1}\overline{W}_{t+1} \left[\frac{W_{t+1}}{\overline{W}_{t+1}} - \frac{w_t}{\overline{w}_t} \right]. \quad (94)$$

Rodičovský faktor spôsobuje redukcii dôchodkovej dávky pokiaľ je splnená nasledujúca nerovnosť

$$\frac{W_{t+1}}{\overline{W}_{t+1}} < \frac{w_t}{\overline{w}_t}. \quad (95)$$

Pokiaľ celková mzda potomkov jednotlivca v pomere k plošnému priemeru mzdy celej generácie potomkov dosahuje nižšiu úroveň ako pomer mzdy rodiča k priemernej mzde generácie rodičov, tak zvýšenie rodičovského faktora vedie k redukcii dôchodkovej dávky. Toto je splnené pokiaľ jednotlivec nemá žiadneho potomka, ale takisto aj vtedy ak jeho priami potomkovia zomreli, sú nezamestnaní, či emigrovali do zahraničia. V uvedených prípadoch nevykazujú v rodnej krajine žiaden príjem a neplatia ani sociálne odvody.

Vzhľadom na individuálne nastavenie doplnkovej časti dôchodku naviazanej na individuálnu fertilitu, tento model znevýhodňuje aj časť obyvateľov, ktorí by mali mať nárok na rodičovský dôchodok, ale z rôznych, vyššie prezentovaných, dôvodov tento nárok stratili. Novozavedený rodičovský dôchodok v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky môže teda viesť k nastoleniu nerovnakých nárokov na dôchodkovú dávku pre rodičov spadajúcich do vyššie uvedených kategórií.

Z tohto hľadiska prepojenie dôchodkovej dávky na fertilitu v plnej miere na individuálnej báze, môže pôsobiť nerovnoprávne. Uvedené nedostatky by mohli byť odstránené úpravou dôchodkovej dávky tak, aby závisela od individuálnej fertility, ale v konečnom dôsledku by sa jej hodnota odvíjala od priemernej mzdy celej generácie potomkov. Takisto penzijná dávka naviazaná na priemernú mzdu je z hľadiska nastavenia bližšie k definovanému dôchodkovému systému Slovenskej republiky, kde počas materskej dovolenky má rodič nárok na udelenie konštantnej hodnoty 0.6 osobného mzdového bodu. V nasledujúcej kapitole predstavený základný model modifikujeme týmto spôsobom a budeme ho ďalej analyzovať.

4.2 Dôchodkový model s rodičovským bonusom na základe priemernej mzdy

Rovnako ako v predošlej kapitole predpokladajme trojperiódový model dôchodkového systému, kde výchova dieťaťa priamo ovplyvňuje výslednú hodnotu penzijnej dávky jednotlivca. Prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca je zhodný s modelom z predchádzajúcej kapitoly, a je možné ho nájsť v súhrnnej Tabuľke 5. Samotný tvar dôchodkovej dávky, ktorý bol nastavený v kapitole 4.1 vzťahom (89), teraz modifikujeme nasledovným spôsobom

$$p_{t+1} = B_{t+1} \frac{w_t}{\bar{w}_t} + \alpha \tau_{t+1} n_{t+1} \bar{w}_{t+1}. \quad (96)$$

Penzijná dávka je opäť tvorená dvomi časťami. Prvá časť $B_{t+1} \frac{w_t}{\bar{w}_t}$ zostala zachovaná, založená na pomere individuálnej mzdy jednotlivca w_t počas jeho pôsobenia v ekonomicky aktívnej perióde k celospoločenskému priemeru ekonomicky aktívnych osôb $\bar{w}_t$ v danej generácii v čase t . Zodpovedá tak zásluhovej časti dôchodkovej dávky. Koeficient B_{t+1} predstavuje bilančný koeficient, a jeho nastavenie bude uvedené nižšie.

Druhá zložka dôchodkovej dávky prenasobená rodičovským faktorom α , predstavuje nárok jednotlivca na doplnkovú časť dôchodkovej dávky, ktorá je závislá od individuálnej fertility n_{t+1} . Samotná hodnota druhej časti dôchodkovej dávky sa odvíja od príspevkovej miery τ_{t+1} z priemernej mzdy celej generácie potomkov $\bar{w}_{t+1}$. Rodičovská časť dôchodku tak nie je úplne individuálne nastavená, využíva individuálnu fertilitu, ale konečná hodnota závisí od priemernej mzdy generácie potomkov.

Formula na výpočet dôchodkovej dávky (96) môže indikovať, že nastavený rodičovský

faktor priaznivo ovplyvňuje dôchodkovú dávku ľubovoľného jedinca s kladnou hodnotou individuálnej fertility. Avšak, kvôli podmienke vyváženého dôchodkového systému, ukážeme že táto implikácia nie je jednoznačná.

Porovnaním strednej hodnoty príspevkov generácie potomkov do dôchodkového systému $\tau_{t+1}\bar{W}_{t+1}$ a strednej hodnoty vyplácaných dôchodkových dávok podľa (96), je bilančná rovnica dôchodkového systému zapísaná nasledovne

$$\tau_{t+1}\bar{W}_{t+1} = B_{t+1} + \alpha\tau_{t+1}\bar{n}_{t+1}\bar{w}_{t+1}. \quad (97)$$

Označme N_t absolútny počet členov generácie t . Potom priemerná individuálna fertilita generácie t môže byť rozpísaná ako pomer počtu členov generácie potomkov k počtu členov rodičovskej generácie, t. j. $\bar{n}_{t+1} = N_{t+1}/N_t$. Potom platí

$$\bar{W}_{t+1} = \frac{N_{t+1}\bar{w}_{t+1}}{N_t} = \bar{n}_{t+1}\bar{w}_{t+1}. \quad (98)$$

S ohľadom na (97) a (98), hodnotu bilančného koeficientu B_{t+1} vyjadríme ako

$$B_{t+1} = (1 - \alpha)\tau_{t+1}\bar{n}_{t+1}\bar{w}_{t+1}. \quad (99)$$

Formula pre dôchodkovú dávku (96) môže byť následne upravená na tvar

$$p_{t+1} = (1 - \alpha)\tau_{t+1}\bar{n}_{t+1}\bar{w}_{t+1}\frac{w_t}{\bar{w}_t} + \alpha\tau_{t+1}n_{t+1}\bar{w}_{t+1}, \quad (100)$$

alebo po preusporiadaní

$$p_{t+1} = \tau_{t+1}\bar{w}_{t+1} \left[(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}\frac{w_t}{\bar{w}_t} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (101)$$

Hodnota rodičovského faktora α priamo ovplyvňuje obe zložky dôchodkovej dávky. Nemá vplyv len na doplnkovú dôchodkovú dávku odvíjajúcu sa od individuálnej fertility, ale zároveň zasahuje aj do zásluhovej časti.

Celkový efekt rodičovského faktora α na hodnotu dôchodkovej dávky p_{t+1} možno následne vyjadriť ako

$$\frac{\partial p_{t+1}}{\partial \alpha} = \tau_{t+1}\bar{w}_{t+1} \left[-\bar{n}_{t+1}\frac{w_t}{\bar{w}_t} + n_{t+1} \right] = \tau_{t+1}\bar{n}_{t+1}\bar{w}_{t+1} \left[\frac{n_{t+1}}{\bar{n}_{t+1}} - \frac{w_t}{\bar{w}_t} \right]. \quad (102)$$

Pozitívny, či negatívny vplyv rodičovského faktora na dôchodkovú dávku tak závisí iba od znamienka výrazu

$$\frac{n_{t+1}}{\bar{n}_{t+1}} - \frac{w_t}{\bar{w}_t}. \quad (103)$$

Rodičovský faktor α pozitívne ovplyvňuje hodnotu dôchodkovej dávky jednotlivcov, ktorých individuálna fertilita je vyššia ako plošný priemer, ale zároveň z príjmového hľadiska ich celoživotná mzda neprevyšuje hodnotu generačného priemeru. Podobne, ani vysoká miera individuálnej fertility nemusí byť dostatočná na to, aby rodičovský faktor pozitívne ovplyvňoval výslednú dôchodkovú dávku jednotlivca, pokiaľ ten patrí do vysokopríjmovej kohorty obyvateľstva. Je taktiež možné pozorovať, že pokiaľ mzda jednotlivca je k -násobkom priemernej mzdy členov danej generácie, potom jeho individuálna fertilita musí byť viac ako k -násobkom priemernej fertility pre zaistenie pozitívneho efektu rodičovského faktora na výšku jeho dôchodkovej dávky.

Pri porovnaní dôchodkovej dávky podľa (93) z individuálne nastaveného modelu a dôchodkovej dávky (101) v prípade modelu s naviazaním na priemernú mzdu celej generácie potomkov, tak druhá zo spomínaných rovnako berie ohľad na individuálnu fertilitu, ale v konečnom dôsledku je dôchodková dávka vypočítaná nie na individuálnej báze, ale na základe plošného priemeru mzdy generácie potomkov. Nemá tak nedostatky individuálne založeného penzijného benefitu. Takisto je svojím nastavením bližšie k dôchodkovému systému Slovenskej republiky, kde je stanovená kompenzačná náhrada v podobe 0.6 osobného mzdového bodu počas materskej dovolenky. S ohľadom na novoschválený rodičovský dôchodok podľa [104], zodpovedajúci práve individuálnemu nastaveniu, modelovanému prvým z odvodených modelov podľa (93), tak aktuálne nastavenie dôchodkového systému Slovenskej republiky je v konečnom dôsledku kombináciou uvažovaných dvoch modelov.

4.2.1 Vlastnosti

V nasledujúcej časti naviažeme na dôchodkový model podľa Fengeho a Meiera z [38], ktorého popisu spolu s analýzou vlastností sme sa venovali v kapitole 3.4.

V krátkosti pripomenieme charakteristiky uvedeného modelu. Model dôchodkového systému pozostával z troch prekrývajúcich sa generácií, uvažujúc identickosť všetkých jedincov v danej generácii. V prvej perióde je jedinec závislý na starostlivosti rodičov.

Následne prechádza do ekonomicky aktívneho obdobia, zarábajúc $\tilde{w}_t$ a rozhodujúc sa o svojej individuálnej fertilita n_{t+1} . Výchova potomkov redukuje mzdu jedinca, čo je v modeli reprezentované krátením mzdy pomocou stratovej funkcie $f(n_{t+1})$, ktorá spĺňa $f(0) = 0$, $f'(n_{t+1}) > 0$ a $f''(n_{t+1}) \geq 0$. Bezdetný jedinec má tak k dispozícii plnú jed-

notku pracovného času, zatiaľ čo výchovou potomkov dochádza k jej, najmenej priamo úmernej, redukcii. Disponibilný príjem $(1 - \tau_t)[1 - f(n_{t+1})]\tilde{w}_t$ je následne prerozdelený medzi spotrebu c_t a súkromné úspory s_t .

V poslednej perióde, jedinec už nepracuje a poberá dôchodkovú dávku danú ako

$$p_{t+1}^* = \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}[1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (104)$$

Spotreba jedinca v postproduktívnom veku z_{t+1} pozostáva z dôchodkovej dávky p_{t+1}^* a zo zúročenej hodnoty súkromných úspor $R_{t+1}s_t$.

Jednotlivec rieši optimalizačnú úlohu danú účelovou funkciou $U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1})$, predstavujúcou celoživotnú užitočnosť, a príslušnými rozpočtovými ohraničeniami

$$\begin{aligned} \max_{s_t, n_{t+1}} \quad & U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1}) \\ \text{s.t.} \quad & c_t + s_t = (1 - \tau_t)[1 - f(n_{t+1})]\tilde{w}_t, \\ & z_{t+1} = R_{t+1}s_t + p_{t+1}^*, \end{aligned} \quad (105)$$

kde samotné $\tilde{w}_t$ reprezentuje mzdu jedinca, ktorý nevychoval žiadneho potomka. Účelová funkcia je uvažovaná spojitá, striktné rastúca a konkávna v každej z modelových premenných. Ďalej je požadované, aby funkcia užitočnosti bola aditívne separovateľná.

Ukážeme, že dôchodkovú dávku (101) z modelu s naviazaním na priemernú mzdu potomkov, možno za určených predpokladov prepísať na tvar (104).

Z hľadiska uvažovanej mzdy jedinca platí $w_t = [1 - f(n_{t+1})]\tilde{w}_t$. Predpokladajme homogénnosť mzdy v celej ekonomicky aktívnej generácii obyvateľstva, t. j. $\tilde{w}_t = \bar{\tilde{w}}_t$, potom penzijná dávka definovaná v modeli s rodičovským bonusom na základe priemernej mzdy generácie potomkov (101) môže byť prepísaná na tvar

$$p_{t+1} = \tau_{t+1}\overline{\tilde{w}_{t+1}[1 - f(n_{t+2})]} \left[(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{\tilde{w}_t[1 - f(n_{t+1})]}{\tilde{w}_t[1 - f(n_{t+1})]} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (106)$$

Ďalej z predpokladu homogénnosti mzdy $\tilde{w}_t = \bar{\tilde{w}}_t$, vyplýva nasledujúci prepis výrazu $\overline{\tilde{w}_t[1 - f(n_{t+1})]}$ ako i uvedené zjednodušenie

$$\overline{\tilde{w}_t[1 - f(n_{t+1})]} = \overline{\bar{\tilde{w}}_t[1 - f(n_{t+1})]} = \bar{\tilde{w}}_t[1 - \overline{f(n_{t+1})}] = \tilde{w}_t[1 - \overline{f(n_{t+1})}]. \quad (107)$$

Analogicky možno prepísať aj výraz $\overline{\tilde{w}_{t+1}[1 - f(n_{t+2})]}$ ako

$$\overline{\tilde{w}_{t+1}[1 - f(n_{t+2})]} = \overline{\bar{\tilde{w}}_{t+1}[1 - f(n_{t+2})]} = \bar{\tilde{w}}_{t+1}[1 - \overline{f(n_{t+2})}] = \tilde{w}_{t+1}[1 - \overline{f(n_{t+2})}]. \quad (108)$$

Vzťah pre dôchodkovú dávku (106) tak možno ďalej rozpísať ako

$$p_{t+1} = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} \left[1 - \overline{f(n_{t+2})} \right] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{\tilde{w}_t [1 - f(n_{t+1})]}{\tilde{w}_t [1 - \overline{f(n_{t+1})}]} + \alpha n_{t+1} \right], \quad (109)$$

z čoho po úprave získame

$$p_{t+1} = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} \left[1 - \overline{f(n_{t+2})} \right] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (110)$$

Podľa Jensenovej nerovnosti [56] pre konvexné funkcie ďalej pre ľubovoľnú stratovú funkciu $f(n_{t+1})$ platí $f(\bar{n}_{t+1}) \leq \overline{f(n_{t+1})}$. V prípade voľby lineárnej formy stratovej funkcie, alebo za podmienky homogénneho stavu populácie, keď $\bar{n}_{t+1} = n_{t+1}$, potom dochádza k rovnosti $f(\bar{n}_{t+1}) = \overline{f(n_{t+1})}$. V každom z uvedených prípadov vzťah (110) možno prepísať na tvar

$$p_{t+1} = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (111)$$

Posledný zápis (111) pritom zodpovedá reprezentácii dôchodkovej dávky (104) uvedenej v modeli Fengeho a Meiera [38].

Ukázali sme, že pri stanovených predpokladoch, uvažovaná formula pre dôchodkovú dávku (101) z modelu s rodičovským bonusom závislým na priemernej mzde generácie potomkov môže byť prepísaná do tvaru dôchodkovej dávky podľa (104). Uvažovaný model dôchodkového systému s dôchodkovou dávkou previazanou na individuálnu fertilitu je ekvivalentný formulácii modelu podľa Fengeho a Meiera. Tým činom aj pre tento model dôchodkového systému platia implikácie získané analýzou spomínaného optimalizačného problému.

Pri predpoklade homogénnej populácie $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1}$ je možné analýzou nutných podmienok optimality pre spomínanú úlohu odvodiť nasledovný efekt rodičovského faktora na individuálnu fertilitu: $\frac{\partial n_{t+1}}{\partial \alpha} > 0$ (pozri kapitola 3.4). Ako sa dalo očakávať nárast rodičovského faktora α vedie k štrukturálnej zmene v celkovom ponímaní dôchodkového systému, pričom je kladený väčší dôraz na časť dôchodkovej dávky naviazanej na individuálnu fertilitu. V konečnom dôsledku nárast rodičovského faktora vedie k rastu individuálnej fertility. Na druhú stranu, vyššia fertilita a s tým spojené náklady na starostlivosť o dieťa, nevyhnutne vedú k redukcii celkovej individuálnej mzdy jednotlivca.

Ako bolo už ukázané v kapitole 3.4, tak závislosť súkromných úspor od hodnoty rodičovského faktora, daná deriváciou $\frac{\partial s_{t+1}}{\partial \alpha}$, závisí len od znamienka derivácie U_{ns} . Súkromné

úspory jednotlivca sú negatívne ovplyvňované nárastom hodnoty rodičovského faktora pokiaľ sú úspory a potomkovia navzájom substitútmi, t. j. keď $U_{ns} < 0$. V prípade Beveridgeovej schémy je táto podmienka vždy splnená. Naproti tomu, pri uvažovanej Bismarckovej schéme penzijného systému, pokiaľ redukcia zásluhovej časti dôchodku závislej od pracovnej kariéry dostatočne prevyšuje nárast časti dôchodkovej dávky previazanej na individuálnu fertilitu, teda keď platí

$$\alpha < (1 - \alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})}, \quad (112)$$

potom nárast rodičovského faktora vedie k navyšovaniu hodnoty súkromných úspor.

Na základe predošlých záverov možno skonštatovať, že previazanie dôchodkového systému a individuálnej fertility v podobe zavedenia rodičovského faktora, môže viesť k stimulácii samotnej individuálnej fertility. Z demografického hľadiska, to možno považovať za pozitívny dôsledok dôchodkovej reformy.

Ďalším krokom je vyriešenie otázky optimálnej hodnoty spomínaného rodičovského faktora α . Vzhľadom na výsledky uvedené v kapitole 3.4, možno dospieť k záverom, že úplné previazanie dôchodkového systému na individuálnu fertilitu, teda keď $\alpha = 1$, nie je optimálne. Optimálna hodnota rodičovského faktora α_{opt} tak nikdy nepresiahne hodnotu jedna. Zároveň však, ak v danom dôchodkovom systéme nebol prvok rodičovskej bonifikácie zakomponovaný, tak jeho zavedenie vedie k nárastu celkovej užitočnosti. Uvažujúc Bismarckov model penzijného modelu, potom v prípade existencie vnútorného riešenia, musí optimálna hodnota rodičovského faktora spĺňať nasledujúcu podmienku

$$\alpha_{opt} = \frac{1 - f(n(\alpha_{opt}))}{1 - f(n(\alpha_{opt})) + n(\alpha_{opt})f'(n(\alpha_{opt}))}. \quad (113)$$

Ľavá strana výrazu (113) je rastúcou funkciou premennej α_{opt} , zatiaľ čo pravá strana je klesajúca funkcia tejto premennej. Z toho vyplýva, že optimálne riešenie α_{opt} je určené jednoznačne.

Dôležité je tiež poznamenať, že maximalizácia funkcie užitočnosti môže byť dosiahnutá nielen optimálnym nastavením rodičovského faktora, ale tiež samostatne optimálnym nastavením rodičovských prídavkov, alebo ich optimálnou kombináciou (pre podrobné vysvetlenie pozri [38]).

Ďalej sa pozrieme nielen na samotnú hodnotu dôchodkovej dávky, ale z globálneho hľadiska sa zameriame na hodnotu celoživotnej spotreby jednotlivca. Celoživotnú spotrebu

jednotlivca definujeme ako súčet hodnoty spotreby jednotlivca v postproduktívnom veku z_{t+1} a hodnoty jeho spotreby v ekonomicky aktívnej perióde c_t . Aby sme dosiahli rovnaké časové rozhranie pre obe spomínané hodnoty, tak hodnotu c_t upravíme pre násobením pomocou úročiaceho faktora R_{t+1} . Celoživotná spotreba jednotlivca je tak daná výrazom $R_{t+1}c_t + z_{t+1}$, čo možno rozpísať ako

$$\begin{aligned} R_{t+1}c_t + z_{t+1} &= R_{t+1} [(1 - \tau_t) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t - s_t] + R_{t+1}s_t + p_{t+1} \\ &= R_{t+1}(1 - \tau_t) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t \\ &\quad + \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1} \left[1 - \overline{f(n_{t+2})}\right] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}} + \alpha n_{t+1}\right]. \end{aligned} \quad (114)$$

Efekt individuálnej fertility na celoživotnú spotrebu je potom daný ako

$$\begin{aligned} \frac{\partial (R_{t+1}c_t + z_{t+1})}{\partial n_{t+1}} &= -R_{t+1}(1 - \tau_t)f'(n_{t+1})\tilde{w}_t \\ &\quad + \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1} \left[1 - \overline{f(n_{t+2})}\right] \left[\alpha - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}}\right]. \end{aligned} \quad (115)$$

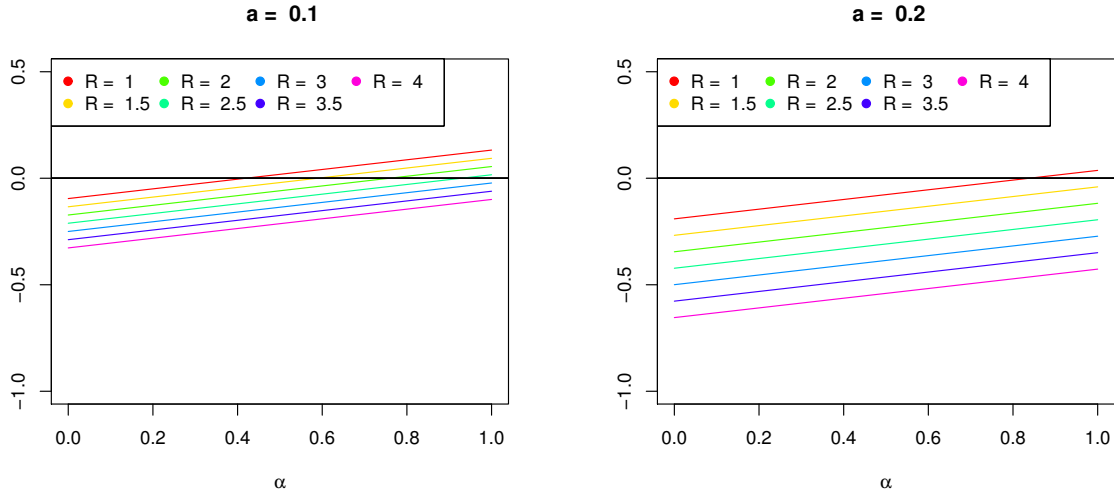
Nárast individuálnej fertility tak znižuje hodnotu celoživotnej spotreby pokiaľ platí

$$\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1} \left[1 - \overline{f(n_{t+2})}\right] \left[\alpha - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}}\right] < R_{t+1}(1 - \tau_t)f'(n_{t+1})\tilde{w}_t \quad (116)$$

Ak dodatočná hodnota k penzijnej dávke získaná výchovou jedného potomka je menšia v porovnaní so zúročenou hodnotou stratenej mzdy po odvedení dôchodkových príspevkov, potom nárast individuálnej fertility negatívne vplyva na celoživotnú spotrebu jednotlivca. To môže nastať napríklad v prípade ak jedinec pochádza z vysokoprijmovej skupiny obyvateľstva.

Predpokladajme stratovú funkciu v lineárnom tvare $f(n_{t+1}) = an_{t+1}$, kde parameter a možno interpretovať ako hodnotu zodpovedajúcu nákladom na výchovu jedného dieťaťa. Na Obr. 9 sú graficky znázornené hodnoty výrazu (115) pre prípad dlhodobu stabilného stavu z hľadiska príspevkovej miery $\tau_{t+1} = \tau_t = 22.75\%$, individuálnej fertility $\bar{n}_{t+1} = \bar{n}_{t+2} = 1.59/2$, kde hodnota 1.59 zodpovedá celkovej miere fertility Slovenskej republiky v roku 2020 podľa [37]. Pre grafické znázornenie bolo ďalej predpokladané $\tilde{w}_t = \tilde{w}_{t+1}$. Výsledky sú prezentované vzhľadom na rôzne úrovne úrokového faktora R , a vzhľadom na vybrané hodnoty parametra a .

Možno poznamenať, že vo väčšine pozorovaných prípadov dochádza k redukcii celoživotnej spotreby jednotlivca pri náraste individuálnej fertility. Výnimku tvoria scenáre,



Obr. 9: Grafická reprezentácia hodnoty výrazu $\frac{\partial(R_{t+1}c_t + z_{t+1})}{\partial n_{t+1}}$ podľa (115) vzhľadom na rodičovský faktor α , pre kombinácie úrokového faktora R a penalizačnej konštanty a . Stratová funkcia je v tvare $f(n_{t+1}) = an_{t+1}$. Uvažované je $\tilde{w}_t = \tilde{w}_{t+1}$, $\tau_t = \tau_{t+1} = 22.75\%$ a $\bar{n}_{t+1} = \bar{n}_{t+2} = 1.59/2$.

kedy hodnota úrokového faktora R leží na spodnej hranici sledovaného spektra, t. j. v prípadoch keď nie je až tak výhodné odkladať si úspory, a súčasne hodnota implementovaného rodičovského faktora α je na dostatočne vysokej úrovni. Akonáhle je výchova dieťaťa finančne náročnejšia, zvýšenie individuálnej fertility vedie k zníženiu celoživotnej spotreby vo väčšine kombinácií R a α .

4.2.2 Rodičovský bonus v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky

Dôchodkový systém Slovenskej republiky pozostáva z dvoch pilierov. Prvý z nich je charakterizovaný ako PAYG systém a zároveň je dávkovo definovaný. Druhý pilier zas zahŕňa súkromné úspory a je príspevkovo definovaný. Jedinec môže byť účastníkom buď len v prvom pilieri, alebo v oboch, pričom v takom prípade je jeho dôchodok z prvého piliera adekvátne krátený. V tejto časti budeme uvažovať iba prvý pilier.

Do januára 2023 nebol v rámci dôchodkového systému Slovenskej republiky rodičovský bonus ešte explicitne zakomponovaný pri výpočte dôchodkovej dávky. V nastaveniach dôchodkového systému však už boli implementované opatrenia určené na kompenzáciu ušlej mzdy spôsobenej výpadkom jednotlivca z pracovného trhu kvôli starostlivosti o potomka. V tejto kapitole sa pozrieme na to, akej hodnote implicitného rodičovského faktora α zodpovedalo nastavenie slovenského dôchodkového systému a porovnáme ho s viacerými

scenármi jeho úpravy. V rámci modifikácií budeme uvažovať aj aktuálne zavedenie rodičovského dôchodku v podobe príspevku k dôchodkovej dávke za každé pracujúce dieťa, ktoré odvádzalo dôchodkové poistenie. Pričom podľa [104] tento príspevok môže predstavovať maximálne 1.5% zo všeobecného vymeriavacieho základu pre každého z rodičov.

Mesačná dôchodková dávka obyvateľa Slovenskej republiky je podľa [104] vypočítaná na základe nasledovného vzťahu

$$D = POMB * ODP * ADH. \quad (117)$$

Premenná ADH zodpovedá každoročne upravovanej aktuálnej dôchodkovej hodnote, v roku 2022 bola hodnota ADH na úrovni 15.1300€, pozri [90]. ODP zas určuje obdobie dôchodkového poistenia, čo zahŕňa okrem iného aj obdobie materskej/rodičovskej dovolenky. Napokon hodnota $POMB$ reprezentuje priemerný osobný mzdový bod, ktorý možno vyčísliť ako

$$POMB = \frac{\text{súčet osobných mzdových bodov dosiahnutých} \\ \text{v jednotlivých kalendárnych rokoch rozhodujúceho obdobia}}{\text{počet rokov obdobia dôchodkového poistenia} \\ \text{v rozhodujúcom období}}. \quad (118)$$

Osobný mzdový bod (OMB) je ďalej stanovený ako pomer osobného vymeriavacieho základu v príslušnom kalendárnom roku a zodpovedajúceho všeobecného vymeriavacieho základu pre rovnaký sledovaný kalendárny rok.

Na kompenzáciu ušlej mzdy spôsobenej časovou náročnosťou starostlivosti o dieťa a teda výpadkom rodiča z pracovnej sféry, je v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky zavedený nárok rodiča na pripísanie časti osobného mzdového bodu za toto obdobie. Konkrétne, rodič má nárok na umelé navýšenie osobného mzdového bodu o 0.6 OMB za každý rok strávený na materskej/rodičovskej dovolenke. Uvedený bonus môže byť rodičovi udelený až do šiesteho roku veku života dieťaťa.

Aby sme dokázali určiť implicitnú hodnotu rodičovského faktora v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky, budeme predpokladať, že výpočet dôchodkovej dávky podľa (117) zodpovedá nami nastavenému modelu pre dôchodkovú formulu (101). V porovnaní s aktuálnym nastavením slovenského dôchodkového systému, ktorý je v konečnom dôsledku kombináciou modelu s individuálnym nastavením z kapitoly 4.1 a modelu s previazaním na priemernú mzdu z kapitoly 4.2, ide o zjednodušujúci predpoklad. Získané výsledky nám však stále môžu poskytnúť obraz o tom, ako jednotlivé modifikácie dôchod-

kového systému môžu ovplyvniť samotnú hodnotu implicitného rodičovského faktora, či príslušnú aktuálnu dôchodkovú hodnotu.

Majme dvoch jedincov s rovnako dlhým obdobím dôchodkového poistenia $ODP = 40$ rokov, pričom táto hodnota taktiež zodpovedá počtu rokov dôchodkového poistenia v rozhodujúcom období. Ďalej predpokladajme, že obaja jedinci majú každý rok počas ekonomickej aktivity rovnaký osobný vymeriavací základ rovný všeobecnému vymeriavaciemu základu v danom roku. Ak prvá z osôb nevychovala žiadneho potomka, potom jej osobný mzdový bod dosiahnutý v jednotlivých rokoch rozhodujúceho obdobia je konštantne rovný jednotke, teda $OMB_1 = 1 = POMB_1$. Mesačná dôchodková dávka tejto osoby je potom určená ako

$$D_1 = POMB_1 * ODP * ADH = 40 * ADH. \quad (119)$$

Nech druhá z osôb počas produktívneho veku vychovala n_{t+1} potomkov, pričom s každým strávila na materskej/rodičovskej dovolenke maximálne možné obdobie šiestich rokov. Taktiež uvažujme, že tieto obdobia sa navzájom neprekrývajú. Osobný mzdový bod tejto osoby je potom charakterizovaný nasledovne

$$OMB_2 = \begin{cases} 1 & \text{počas rokov aktívnej pracovnej kariéry,} \\ 0.6 & \text{počas materskej/rodičovskej dovolenky.} \end{cases} \quad (120)$$

Priemerný osobný mzdový bod tohto jedinca potom možno určiť ako

$$POMB_2 = \frac{\sum_{i=1}^{40-6n_{t+1}} 1 + \sum_{i=1}^{6n_{t+1}} 0.6}{40} = \frac{40 - 6n_{t+1} + 3.6n_{t+1}}{40} = \frac{40 - 2.4n_{t+1}}{40}, \quad (121)$$

a príslušná mesačná hodnota dôchodkovej dávky je určená ako

$$D_2 = POMB_2 * ODP * ADH = (40 - 2.4n_{t+1}) * ADH. \quad (122)$$

Porovnaním dôchodkových dávok (119) a (122) s Fengeho a Meierovým ekvivalentom (111) uvažovaného modelu pre dôchodkovú dávku získame

$$M * 40 * ADH = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(0)}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha 0 \right], \quad (123)$$

$$M * (40 - 2.4n_{t+1}) * ADH = \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (124)$$

V predchádzajúcich výrazoch parameter M zodpovedá počtu mesiacov, v ktorých dochádza k vyplácaniu príslušných dôchodkových dávok.

Ak 40 rokov reprezentuje maximálny možný počet odpracovaných rokov, potom z hľadiska uvažovaného modelu, 40 rokov zodpovedá celej jednotke dostupného pracovného času. Jedincovi, ktorý vychová n_{t+1} potomkov, tak na pracovnú kariéru ostane $\frac{40-6n_{t+1}}{40}$ jednotiek času. Z pohľadu stratovej funkcie $f(n_{t+1})$, potom z predošlých úvah vyplýva, že hodnota zlomku $\frac{40-6n_{t+1}}{40}$ zodpovedá hodnote $1 - f(n_{t+1})$, resp.

$$f(n_{t+1}) = \frac{6}{40}n_{t+1}. \quad (125)$$

Keďže $f(0) = 0$ potom z rovnosti (123) možno vyjadriť ADH ako

$$ADH = \frac{1}{40M}\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}\frac{40-6\bar{n}_{t+2}}{40-6\bar{n}_{t+1}}. \quad (126)$$

Substitúciou výrazu (126) do rovnosti (124) získame

$$\frac{(40-2.4n_{t+1})(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}}{40-6\bar{n}_{t+1}} = (1-\alpha)\bar{n}_{t+1}\frac{40-6n_{t+1}}{40-6\bar{n}_{t+1}} + \alpha n_{t+1}. \quad (127)$$

Úpravou predchádzajúceho výrazu ďalej dostaneme

$$\frac{40(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}}{40-6\bar{n}_{t+1}} - \frac{2.4n_{t+1}(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}}{40-6\bar{n}_{t+1}} = \frac{40(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}}{40-6\bar{n}_{t+1}} - \frac{6n_{t+1}(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}}{40-6\bar{n}_{t+1}} + \alpha n_{t+1}, \quad (128)$$

respektíve

$$3.6n_{t+1}(1-\alpha)\bar{n}_{t+1} = \alpha n_{t+1}(40-6\bar{n}_{t+1}). \quad (129)$$

Odvođená hodnota implicitne určeného rodičovského faktora v rámci nastavení dôchodkového systému Slovenskej republiky v analógii uvažovaného modelu dôchodkovej formuly sa tak riadi vzťahom

$$\alpha = \frac{3.6\bar{n}_{t+1}}{40-2.4\bar{n}_{t+1}}. \quad (130)$$

Pri uvažovanej úrovni fertility 1.59 (zodpovedá hodnote celkovej fertility Slovenskej republiky v roku 2020 podľa [37]), môžeme zjednodušene individuálnu fertilitu odhadnúť ako $1.59/2 = 0.795$. Potom hodnota rodičovského faktora podľa (130) v uvedenej penzijnej schéme je na úrovni 7.5134%.

Ďalej predpokladajme dlhodobý stacionárny stav z hľadiska invariantnosti individuálnej fertility, teda $\bar{n}_{t+1} = \bar{n}_{t+2} = n$. Rovnicu (126) pre ADH možno potom prepísať na tvar

$$ADH = \frac{1}{40M}\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}\left(1 - \frac{3.6n}{40-2.4n}\right)n. \quad (131)$$

Celkovú mzdu $\tilde{w}_{t+1}$ jedinca za obdobie jeho pracovnej kariéry trvajúcej 40 rokov môžeme odhadnúť ako $40 * 12 * 1296\text{€}$, kde 1296€ podľa [20] zodpovedá hodnote priemernej mesačnej hrubej mzdy v hospodárstve Slovenskej republiky v septembri 2022. Nastavením $M = 240$, $\tau_{t+1} = 22.75\%$, $n = 1.59/2$, získame modelovú hodnotu aktuálnej dôchodkovej hodnoty na úrovni 10.8393€ . Táto hodnota zodpovedá dôchodkovému modelu, ktorý pracuje s vyrovnaným rozpočtom. V porovnaní s reálnou aktuálnou dôchodkovou hodnotou, ktorá bola podľa [90] v roku 2022 na úrovni 15.1300€ je hodnota v stacionárnom stave v predkladanom modeli signifikantne nižšia. Odôvodnením je nízka úroveň individuálnej fertility a nenulová hodnota rodičovského faktora. Tento záver môže byť indikátorom neudržateľnosti dôchodkového systému Slovenskej republiky, keďže z tohto hľadiska aktuálne vyplácané dôchodkové dávky dosahujú priveľmi vysoké hodnoty.

Ak by sme predpokladali, že jedinec strávi na rodičovskej dovolenke realisticky časové obdobie troch rokov s každým dieťaťom, pričom jednotlivé obdobia sa neprekrývajú, potom sa formula na výpočet rodičovského faktora zmení nasledovne

$$\alpha = \frac{1.8\bar{n}_{t+1}}{40 - 1.2\bar{n}_{t+1}}. \quad (132)$$

Pri zachovanom nastavení parametrov, je v tomto prípade hodnota rodičovského faktora na úrovni 3.6649% a príslušná aktuálna dôchodková hodnota dosahuje úroveň 11.2904€ .

V nasledujúcej časti sa zameriame na niekoľko úprav dôchodkového systému a porovnáme ich dopad na zmenu implikovaného rodičovského faktora. Ako prvé, na základe modelu z kapitoly 3.6, uvažujme návrh dodatočného pridelenia jedného osobného mzdového bodu rovnomerne prerozdeleného medzi oboch rodičov, pričom pridelenie *OMB* prebieha na ročnej báze až kým dieťa nedosiahne vek 25 rokov. Priemerný osobný mzdový bod pre jedinca, ktorého individuálna fertilita je na úrovni n_{t+1} potomkov, je následne určený ako

$$POMB_2 = \frac{\sum_{i=1}^{40-6n_{t+1}} 1 + 25n_{t+1}}{40} = \frac{40 + 19n_{t+1}}{40}. \quad (133)$$

Podobne ako predtým, môžeme porovnať dôchodkovú dávku jedinca s individuálnou fertilitou n_{t+1} s formulou pre dôchodkovú dávku z uvažovaného modelu a získame

$$M * (40 - 19n_{t+1}) * ADH = \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (134)$$

Po dosadení hodnoty ADH , ktorá zostáva určená zo scenára pre bezdetného jedinca vzťahom (126), dostaneme

$$\frac{(40 + 19n_{t+1})(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}}{40 - 6\bar{n}_{t+1}} = (1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}\frac{40 - 6n_{t+1}}{40 - 6\bar{n}_{t+1}} + \alpha n_{t+1}. \quad (135)$$

Úpravou predchádzajúceho výrazu ďalej dostaneme

$$\frac{40(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}}{40 - 6\bar{n}_{t+1}} + \frac{19n_{t+1}(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}}{40 - 6\bar{n}_{t+1}} = \frac{40(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}}{40 - 6\bar{n}_{t+1}} - \frac{6n_{t+1}(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}}{40 - 6\bar{n}_{t+1}} + \alpha n_{t+1}, \quad (136)$$

respektíve

$$25n_{t+1}(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1} = \alpha n_{t+1}(40 - 6\bar{n}_{t+1}). \quad (137)$$

Implicitný rodičovský faktor v tomto scenári úpravy dôchodkového systému je potom rovný

$$\alpha = \frac{25\bar{n}_{t+1}}{40 + 19\bar{n}_{t+1}}. \quad (138)$$

Pri predpokladanej individuálnej fertilitate na úrovni $1.59/2$, rodičovský faktor dosahuje hodnotu $\alpha = 39.4854\%$. V porovnaní s nemodifikovaným systémom ide o rapídny nárast hodnoty rodičovského faktora, v ktorom dôchodková dávka je z viac ako jednej tretiny tvorená časťou naviazanou na individuálnu fertilitu. Analogicky ako predtým môžeme pomocou (131) a (138) určiť hodnotu ADH v stacionárnom stave pre $\bar{n}_{t+2} = n_{t+1} = n$ ako

$$ADH = \frac{1}{40M}\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}\left(1 - \frac{25n}{40 + 19n}\right)n. \quad (139)$$

Tá v tomto prípade pri vyššie uvedených parametroch vyjde na úrovni 7.0922€ . Uvedená modifikácia vedie ešte k väčšej redukcii aktuálnej dôchodkovej hodnoty, keďže vzniká veľká záťaž vzhľadom na rodičovskú časť dôchodku.

Uvažujme ďalšiu modifikáciu dôchodkového systému, kedy zárobkovo činné dieťa presmeruje 5% hrubej mzdy G_{t+1} na priame navýšenie dôchodkovej dávky svojich rodičov, pričom tento bonus bude rovnomerne rozdelený medzi oboch rodičov. Podobne ako v prípade základného nastavenia porovnáme bezdetného jedinca a jedinca ktorého individuálna fertilita je na úrovni n_{t+1} . V rámci uvažovanej formulácie dôchodkovej dávky dostaneme

$$M[(40 - 2.4n_{t+1})ADH + 5\%n_{t+1}G_{t+1}] = \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}[1 - f(\bar{n}_{t+2})] * \left[(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}\frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1}\right]. \quad (140)$$

Využitím stratovej funkcie $f(n_{t+1}) = \frac{6n_{t+1}}{40}$ a hodnoty ADH , ktorá je daná vzťahom (126) získame v tomto scenári nasledujúcu rovnicu pre vyjadrenie hodnoty rodičovského faktora

$$\alpha = \frac{2MG_{t+1} + 3.6\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}\bar{n}_{t+1}\frac{40-6\bar{n}_{t+2}}{40-6\bar{n}_{t+1}}}{\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}(40-6\bar{n}_{t+2}) + 3.6\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}\bar{n}_{t+1}\frac{40-6\bar{n}_{t+2}}{40-6\bar{n}_{t+1}}}. \quad (141)$$

V dlhodobom stacionárnom stave z hľadiska individuálnej fertility, t. j. keď $\bar{n}_{t+2} = \bar{n}_{t+1} = n$, možno predošlý výraz zjednodušiť na tvar

$$\alpha = \frac{\frac{2MG_{t+1}}{\tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1}} + 3.6n}{40 - 2.4n}. \quad (142)$$

Pre prípad $M = 240$ mesiacov a pri predpoklade mesačnej hrubej mzdy pri očakávanej štyridsať ročnej pracovnej kariére aproximovanej hodnotou

$$G_{t+1} = \frac{\tilde{w}_{t+1}(1 - 6n/40)}{40 * 12} \quad (143)$$

je hodnota rodičovského faktora

$$\alpha = \frac{\frac{40-6n}{40\tau_{t+1}} + 3.6n}{40 - 2.4n}. \quad (144)$$

Ak uvažujeme celkovú príspevkovú mieru do dôchodkového systému a fondu solidarity na úrovni 22.75% a pri $n = 1.59/2$, potom vyčíslená hodnota rodičovského faktora je $\alpha = 17.6768\%$. Rovnovážna hodnota ADH v tomto prípade je daná ako

$$ADH = \frac{1}{10M}\tau_{t+1}\tilde{w} \left(1 - \frac{\frac{40-6n}{40\tau_{t+1}} + 3.6n}{40 - 2.4n} \right) n, \quad (145)$$

čo pri vyššie uvedených odhadoch parametrov vedie k hodnote $ADH = 9.6482\text{€}$.

Napokon, uvažujme zavedenie rodičovského bonusu podľa [104] vo forme odvedenia 3% z jednej dvanástiny celkového vymeriavacieho základu (hrubej mzdy) dieťaťa z ktorej bolo zaplatené poistné, pričom podiel sa bude rátať z príjmu spred dvoch rokov, ktoré predchádzajú rozhodovaciemu obdobiu. Rodičovský bonus bude rovnako rovnomerne rozdelený medzi oboch rodičov. Označme G_{t+1}^i vymeriavací základ v i -tom mesiaci príslušného roka. Označením $G_{t+1} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} G_{t+1}^i$ potom tento scenár možno zjednodušene považovať za špeciálny prípad predchádzajúcej modifikácie so zmenou v dodatočnej miere dôchodkovej dávky spätjej s individuálnou fertilitou. Rovnica jedinca s individuálnou fertilitou n_{t+1} je potom daná vzťahom (140), pričom namiesto 5% budú uvažované 3%. Formula na určenie implicitnej hodnoty rodičovského faktora sa v stacionárnom stave zmení na tvar

$$\alpha = \frac{\frac{0.6(40-6n)}{40\tau_{t+1}} + 3.6n}{40 - 2.4n}, \quad (146)$$

Vzhľadom na $n = 1.59/2$ a celkové príspevky do dôchodkového systému vo výške 22.75%, rodičovský faktor je na úrovni $\alpha = 13.6114\%$ a hodnota ADH je 10.1247€.

Každá z uvedených modifikácií viedla k zmene implicitne určeného rodičovského faktora a rovnako i k podmienenej zmene aktuálnej dôchodkovej hodnoty. S nárastom rodičovského faktora a teda so zväčšenou záťažou na rodičovskú časť dôchodkovej dávky, dochádza k adekvátnemu poklesu aktuálnej dôchodkovej hodnoty, čo predstavuje istý kompenzačný mechanizmus.

4.2.3 Optimálne nastavenie

V predchádzajúcej časti sme uviedli viacero možných návrhov úpravy dôchodkového systému s cieľom kompenzácie stratenej mzdy kvôli starostlivosti o dieťa. Vzájomne sme ich porovnali vzhľadom na úroveň rodičovského faktora, ktorý daná modifikácia implikovala pri jej zakomponovaní v dôchodkovom systéme, pričom tieto hodnoty boli výrazne odlišné. Takisto sme uviedli aj príslušné rovnovážne aktuálne dôchodkové hodnoty, ktoré boli v každom prípade nižšie než reálne nastavená aktuálna dôchodková hodnota. V ďalšej časti sa zameriame na to aká je optimálna hodnota rodičovského faktora vzhľadom na prezentovaný model dôchodkového systému. Cieľom bude preskúmať, či niektorá z predstavených modifikácií dôchodkového systému je z tohto hľadiska optimálna, resp. blíži sa k optimálnemu nastaveniu.

Pozrieme sa na optimálne riešenie maximalizačnej úlohy (61)-(64). Vychádzajúc z modelu podľa Wiggera (pozri kapitola 3.2) a taktiež v nadväznosti na model podľa Buyseho (pozri kapitola 3.3), zvolíme funkciu užitočnosti v tvare súčtu logaritmov jednotlivých jej argumentov

$$U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1}) = \ln c_t + \delta \ln z_{t+1} + \gamma \ln n_{t+1}. \quad (147)$$

Hodnota spotreby v postproduktívnom veku je diskontovaná faktorom δ , ktorý vyjadruje preferencie jednotlivca voči spotrebe v postproduktívnom veku. Čím je úroveň tohto parametra nižšia, tým je preňho dôležitejšia aktuálna spotreba voči odkladu spotreby do dôchodkového veku. Takisto upravená je i hodnota užitočnosti detí pre jedinca faktorom γ , ktorý podľa [17] reprezentuje preferencie, či motiváciu, jednotlivca mať potomkov.

Inšpirovaný tvarom stratovej funkcie z predchádzajúcej časti, kde $f(n_{t+1}) = \frac{6}{40}n_{t+1}$, zvolíme všeobecnú stratovú funkciu v tvare lineárnej funkcie $f(n_{t+1}) = an_{t+1}$, kde $a \in$

$(0, 1)$. Koeficient a reprezentuje cenu za výchovu jedného dieťaťa. V prípade lineárnej stratovej funkcie potom platí $f(\bar{n}_{t+1}) = \overline{f(n_{t+1})}$. Efekt súkromných úspor s_t na celoživotnú užitočnosť je potom daný ako

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s_t} &= -\frac{1}{c_t} + \frac{\delta R_{t+1}}{z_{t+1}} \\ &= \frac{-1}{(1 - \tau_t) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t - s_t} \\ &\quad + \frac{\delta R_{t+1}}{R_{t+1}s_t + \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1-f(n_{t+1})}{1-f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]}. \end{aligned} \quad (148)$$

Obdobne možno odvodiť aj efekt individuálnej fertility n_{t+1} na celoživotnú užitočnosť ako

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} &= \frac{-(1 - \tau_t) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_t}{(1 - \tau_t) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t - s_t} \\ &\quad + \frac{\delta \tau_{t+1} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[\alpha - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1-f(\bar{n}_{t+1})} \right]}{R_{t+1}s_t + \tau_{t+1}\tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2})] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1-f(n_{t+1})}{1-f(\bar{n}_{t+1})} + \alpha n_{t+1} \right]} + \frac{\gamma}{n_{t+1}}. \end{aligned} \quad (149)$$

Uvažujme následne dlhodobé ekvilibrium, kde τ_t , R_t , w_t , s_t , a n_t sú v čase nemenné. Jednotlivé parciálne derivácie (148) a (149) možno prepísať na tvar

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{-1}{(1 - \tau) (1 - an) \tilde{w} - s} + \frac{\delta R}{Rs + \tau \tilde{w} (1 - an) n} \quad (150)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{-(1 - \tau) a \tilde{w}}{(1 - \tau) (1 - an) \tilde{w} - s} + \frac{\delta \tau \tilde{w} (\alpha - an)}{Rs + \tau \tilde{w} (1 - an) n} + \frac{\gamma}{n}. \quad (151)$$

Pri predpoklade existencie vnútorného riešenia, potom z prvej z podmienok optimality prvého rádu $\frac{\partial U}{\partial n}(s_{opt}, n_{opt}) = 0$ a $\frac{\partial U}{\partial s}(s_{opt}, n_{opt}) = 0$, možno optimálnu hodnotu s_{opt} vyjadriť nasledovne ako

$$s_{opt} = \frac{\delta R(1 - \tau)(1 - an_{opt})\tilde{w} - \tau \tilde{w}(1 - an_{opt})n_{opt}}{R(1 + \delta)}. \quad (152)$$

Vzhľadom na prezentovaný model, v ktorom uvažujeme lineárnu stratovú funkciu, tak optimálnu hodnotu rodičovského faktora α_{opt} , ktorá je daná vzorcom (113) možno upraviť na tvar $\alpha_{opt} = 1 - an_{opt}$. Nech R , τ , $\tilde{w}$ a a sú fixné parametre. Optimálne hodnoty rodičovského faktora α_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a individuálnej fertility n_{opt} , ktorá je riešením implicitnej rovnosti

$$\frac{-(1 - \tau) a \tilde{w}}{(1 - \tau) (1 - an_{opt}) \tilde{w} - s_{opt}} + \frac{\delta \tau \tilde{w} (1 - 2an_{opt})}{Rs_{opt} + \tau \tilde{w} (1 - an_{opt}) n_{opt}} + \frac{\gamma}{n_{opt}} = 0 \quad (153)$$

definujú optimálne nastavenie uvedeného modelu dôchodkového systému.

Pozrieme sa na optimalitu jednotlivých modifikácií dôchodkového systému Slovenskej republiky, ktoré sme uviedli v predchádzajúcej kapitole. Označme ako Prípad 1 stav dôchodkového systému Slovenskej republiky do januára 2023, teda keď uvažujeme rodičovský benefit len v možnosti strávenia šiestich rokov na rodičovskej dovolenke. Prípad 2 bude zodpovedať prideleniu jedného osobného mzdového bodu rovnomerne rozdeleného medzi oboch rodičov do 25 roku veku života dieťaťa. Nech Prípad 3 označuje presmerovanie 5% hrubej mzdy dieťaťa na navýšenie dôchodku rodičov. A napokon Prípacom 4 označíme alternatívu prevedenia 3% jednej dvanástiny celkového vymeriavacieho základu.

Prípad	α	$n_{t+1_{opt}}$	$s_{t_{opt}}$	p_{t+1}	z_{t+1}	U
1	7.51%	0.7951	0.0724	0.1593	0.3040	-0.8315
2	39.49%	1.0854	0.0586	0.1768	0.2941	-0.8239
3	17.68%	0.8698	0.0702	0.1603	0.3007	-0.8308
4	13.61%	0.8381	0.0713	0.1595	0.3020	-0.8312

Tabuľka 6: Optimálne hodnoty $n_{t+1_{opt}}$, $s_{t_{opt}}$, a implikované hodnoty p_{t+1} , z_{t+1} spolu s hodnotou funkcie užitočnosti pre jednotlivé alternatívne nastavenia dôchodkového systému Slovenskej republiky podľa Prípadov 1-4. Uvažované sú implikované hodnoty rodičovského faktora α , vyčíslené v kapitole 4.2.2. Príspevková miera $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 0.1581$, $R = 2$, $\delta = 1/4$, $a = 0.15$ and $w = 1$.

Využitím podmienok optimality prvého rádu na základe uvedených rovníc (148) a (149) sme ako prvé vypočítali optimálne hodnoty modelových premenných $n_{t+1_{opt}}$, $s_{t_{opt}}$ ktoré zodpovedajú alternatívnym nastaveniam dôchodkového systému Slovenskej republiky uvedených v predchádzajúcej kapitole. Využili sme pritom hodnoty implikovaného rodičovského faktora, ktoré sme v predchádzajúcej kapitole v jednotlivých alternatívnych nastaveniach určili.

Parameter a bol nastavený na úroveň $a = 6/40 = 0.15$. Taktiež sme predpokladali $R = 2$ a $\delta = 1/4$. Toto nastavenie zabezpečí, aby podľa (148), kde $\delta R_{t+1}c_t = z_{t+1}$, bola spotreba v postproduktívnom veku na úrovni polovice spotreby v ekonomicky aktívnej perióde. Vychádzame tak z predpokladu, že ekonomicky aktívna perióda trvá dvojnásobne tak dlho ako postproduktívny vek a zároveň spotreba jedinca zostáva v čase na rovnakej úrovni. V Tabuľke 6 zobrazujeme príslušné hodnoty spolu s hodnotami implikovanej dôchodkovej

Prípád	γ	α_e	n_{opt}	s_{opt}	p	z	U_e
1	0.1581	7.51%	0.7951	0.0723	0.1593	0.3040	-0.8315
2	0.1581	46.31%	1.1435	0.0418	0.2155	0.2991	-0.7944
3	0.1581	18.36%	0.8722	0.0653	0.1725	0.3031	-0.8207
4	0.1581	14.03%	0.8399	0.0682	0.1670	0.3035	-0.8250
Optimum	0.1581	75.88%	1.6083	0.0062	0.2776	0.2900	-0.7792
2	0.3	66.47%	2.1496	-0.0279	0.3313	0.2756	-0.6881
Optimum	0.3	67.48%	2.1683	-0.0289	0.3328	0.2750	-0.6881
3	1	47.34%	3.5667	-0.0791	0.3773	0.2191	0.0673
Optimum	1	46.65%	3.5568	-0.0789	0.3775	0.2197	0.0673

Tabuľka 7: Optimálne hodnoty n_{opt} , s_{opt} , spolu s implikovanými hodnotami p , z , U_e a ekvilibriové hodnoty $\alpha = \alpha_e$ v prípade ekvilibriového stavu jednotlivých Prípádov 1-4 pre rôzne hodnoty parametra γ . Taktiež sú zobrazené optimálne riešenia „Optimum“ pre $\alpha_{opt} = 1 - an_{opt}$. Príspevková miera $\tau = 22.75\%$, $R = 2$, $\delta = 1/4$, $a = 0.15$ a $w = 1$.

dávky z prvého piliera, celkovej spotreby v postproduktívnom veku a takisto aj samotnú hodnotu funkcie užitočnosti.

Následne sme uvažovali, že hodnota rodičovského faktora sa riadi odvodenými výrazmi (132), (138), (144), a (146). Dosadením uvedením vyjadrení do rovníc (150) a (151) získame optimálne hodnoty modelových premenných n_{opt} a s_{opt} .

Pre číselné vyjadrenie hodnôt je ďalej potrebné správne nastaviť parameter γ . Keďže v prípade dôchodkového systému Slovenskej republiky sa tento dlhodobý riadil prvým z uvedených nastavení, parameter γ bol nastavený tak, aby táto hodnota zabezpečila, že ekvilibriový stav a optimálny stav sú v tomto scenári zhodné. Následne boli určené optimálne ekvilibriové riešenia uvedené v Tabuľke 7. Parameter $\gamma = 0.1581$ zabezpečuje, aby optimálne riešenie v Prípade 1 v Tabuľke 6 zodpovedalo optimálnemu ekvilibriovému riešeniu pre Prípád 1 uvedenému v Tabuľke 7.

Z výsledkov možno usúdiť, že implikované hodnoty rodičovského faktora sa neodlišujú veľmi od optimálnych hodnôt v uvedených scenároch. Z pohľadu individuálnej fertility pozorujeme väčšie odchýlky. Celková spotreba sa v každom prípade pohybuje na úrovni

30%. S rastom rodičovského faktora individuálna fertilita a teda aj dôchodková dávka z prvého piliera rastie. Naopak nárast rodičovského faktora sa prejaví poklesom súkromných úspor. Pri predpoklade zachovania spotreby v postproduktívnom veku, je teda očividné, že dodatočné náklady na výchovu detí sú kryté práve redukciou súkromných úspor. Uvedené výsledky sú rovnako v súlade aj s teoretickými efektami rodičovského faktora na individuálnu fertilitu, resp. na hodnotu súkromných úspor (pozri kapitola 4.2.1).

Z hľadiska hodnoty funkcie užitočnosti, jej hodnota narastá pri zvyšovaní hodnoty rodičovského faktora. Maximum dosahuje v druhom so skúmaných prípadoch, teda keď uvažujeme pridelenie jedného osobného mzdového bodu rodičovi až pokiaľ dieťa nedosiahne vek 25 rokov. Ide teda o prípad s najväčším prepojením dôchodkového systému na individuálnu fertilitu. Zároveň je to jediný prípad, kedy sa individuálna fertilita dostala nad úroveň hodnoty jedna.

Pri uvažovanom optimálnom nastavení modelu, kde $\alpha_{opt} = 1 - an_{opt}$, môžeme následne určiť optimálne hodnoty modelových premenných n_{opt} a s_{opt} , rovnako ako aj pridružené hodnoty dôchodkovej dávky, celkovej spotreby v postproduktívnom veku a hodnotu účelovej funkcie. Výsledky uvádzame rovnako v Tabuľke 7 s označením „Optimum“.

Možno pozorovať, že $\alpha = 75.87\%$ je optimálna pre prípad $\gamma = 0.1581$. K tomuto optimálnemu riešeniu sa opäť, vzhľadom na hodnotu funkcie užitočnosti, najviac približuje Prípad 2. Priblíženie rodičovského faktora implikovaného dôchodkovým systémom Slovenska k optimálnemu nastaveniu, tak môže byť vykonané práve napríklad štedrejším udeľovaním *OMB* rodičom počas obdobia starostlivosti o dieťa.

Vyčíslili sme aj optimálne nastavenia pri zmene preferencií jednotlivca mať deti, konkrétne pre $\gamma = 0.3$ a pre $\gamma = 1$. Z alternatívnych nastavení sa pomocou Prípadu 2 vieme priblížiť veľmi blízko k optimálnemu nastaveniu pre $\gamma = 0.3$. Na druhú stranu ak by preferencie jednotlivcov mať deti boli na úrovni $\gamma = 1$, tak Prípad 3 ponúka veľmi dobrú aproximáciu ekvilibriového optimálneho riešenia. Je však potrebné upozorniť na to, že v uvedených prípadoch hodnota individuálnej fertility je na nerealisticky vysokej úrovni. Súčasne dochádza v týchto prípadoch k záporným hodnotám súkromných úspor, čo možno interpretovať ako potrebu požičiavania si finančných prostriedkov.

Pre ďalšiu ilustráciu boli vyššie uvedené optimálne riešenia v prípade $\alpha_{opt} = 1 - an_{opt}$ numericky riešené pre viaceré scenáre kombinácií hodnôt uvažovaných parametrov

celkového úrokového faktora R a parametra stratovej funkcie a . Takisto volíme hodnotu parametra γ , ktorý v účelovej funkcii slúži na ohodnotenie preferencií matí potomkov vzhľadom na ich prínos k celkovému úžitku. Parameter δ bol nastavený ako $\delta = 1/4$. Pri $R = 2$ tak spotreba v postproduktívnom veku je na úrovni polovice spotreby v ekonomicky aktívnej perióde. Pri priaznivom vývoji ekonomickej situácie, charakterizovanej vyššou hodnotou $R > 2$, je jedinec odmenený vyššou hodnotou spotreby v postproduktívnom veku a vice versa.

Pri jednotlivých scenároch bola miera príspevkov do dôchodkového systému držaná na úrovni 22.75%. Z hľadiska nastavenia parametra γ sme ako prvé vychádzali z analýzy z predchádzajúcej časti. Parameter γ bol nastavený na úroveň $\gamma = 0.1581$, čo predstavuje pomerne nízky príspevok výchovy dieťaťa na celkovú hodnotu funkciu užitočnosti. Súčasne mzdy jednotlivcov boli normalizované na jednotku, t. j. $\tilde{w} = 1$. V takom prípade získaná optimálna hodnota súkromných úspor zodpovedá percentuálnemu vyjadreniu úspor zo mzdy.

Pri voľbe hodnôt pre úrokový faktor R sme vychádzali z ekonomickej analýzy publikovanej v [28], kde miera určitosťného ekvivalentu bola implicitne určená na základe optimálneho riešenia rozloženia úspor medzi rizikové a bezrizikové aktíva v rámci penzijnjej schémy v závislosti na veku jedinca a od úrovne rizikovej averznosti. Prezentované hodnoty sa pohybovali medzi 1.8 až 3.7. Čím je jedinec menej rizikovo averzný tým je očakávaná vyššia hodnota určitosťného ekvivalentu. Naopak s viac rizikovo averzným jedincom je spojená úroveň výnosnosti nižšia. Pri scenároch sme uvažovali rozpätie úrokového faktora zodpovedajúce od vysokej až po strednú úroveň averzie k riziku.

Optimálne hodnoty modelových premenných pre viaceré kombinácie parametrov sú uvedené v Tabuľke 8. Na základe získaných výsledkov je možné pozorovať, že zvyšovanie hodnoty penalizačnej konštanty a vedie k nárastu hodnoty súkromných úspor a rovnako vyvoláva aj nárast hodnoty rodičovského faktora. Naopak úroveň individuálnej fertility výrazne klesá pri zvyšovaní penalizačnej konštanty a rovnako klesá aj pri navýšení úrokového faktora. V každom prípade hodnota individuálnej fertility je pod polovicou maximálne možného počtu potomkov. Vyššia hodnota penalizačného parametra a , a teda zvyšujúce sa náklady starostlivosti jedinca o potomka, tak nevyhnutne vedú k nižšej úrovni individuálnej fertility. Celkovo sa individuálna fertilita drží v rozmedzí medzi 0.4574 a 4.0031,

pričom maximum je dosiahnuté pri najnižších úrovniach úrokového faktora a aj penali-
začného parametra a .

	$R = 1.00$						$R = 1.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	4.0031	-0.3443	0.5997	0.5461	-0.3443	0.2018	3.4718	-0.1741	0.6528	0.5156	-0.2612	0.2544
0.15	2.3145	-0.1741	0.6528	0.3437	-0.1741	0.1696	1.8977	-0.0542	0.7153	0.3088	-0.0813	0.2275
0.20	1.5160	-0.0846	0.6968	0.2403	-0.0846	0.1557	1.2063	0.0062	0.7587	0.2082	0.0093	0.2175
0.25	1.0730	-0.0298	0.7318	0.1786	-0.0298	0.1488	0.8487	0.0406	0.7878	0.1521	0.0609	0.2130
0.30	0.8042	0.0062	0.7587	0.1388	0.0062	0.1450	0.6416	0.0619	0.8075	0.1179	0.0928	0.2107
	$R = 2.00$						$R = 2.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	3.0320	-0.0846	0.6968	0.4806	-0.1692	0.3114	2.6826	-0.0299	0.7317	0.4466	-0.0747	0.3719
0.15	1.6083	0.0062	0.7588	0.2776	0.0124	0.2900	1.4144	0.0406	0.7878	0.2535	0.1015	0.3550
0.20	1.0238	0.0488	0.7952	0.1852	0.0976	0.2828	0.9140	0.0719	0.8172	0.1699	0.1798	0.3497
0.25	0.7312	0.0719	0.8172	0.1359	0.1438	0.2797	0.6639	0.0885	0.8340	0.1260	0.2212	0.3472
0.30	0.5624	0.0859	0.8313	0.1064	0.1718	0.2782	0.5180	0.0986	0.8446	0.0995	0.2465	0.3460
	$R = 3.00$						$R = 4.00$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	2.4125	0.0062	0.7588	0.4164	0.0186	0.4350	2.0476	0.0488	0.7952	0.3704	0.1952	0.5656
0.15	1.2832	0.0619	0.8075	0.2357	0.1857	0.4214	1.1248	0.0859	0.8313	0.2127	0.3436	0.5563
0.20	0.8436	0.0859	0.8313	0.1595	0.2577	0.4172	0.7611	0.1016	0.8478	0.1468	0.4064	0.5532
0.25	0.6216	0.0986	0.8446	0.1194	0.2958	0.4152	0.5721	0.1101	0.8570	0.1115	0.4404	0.5519
0.30	0.4901	0.1064	0.8530	0.0951	0.3192	0.4143	0.4574	0.1153	0.8628	0.0898	0.4612	0.5510

Tabuľka 8: Optimálne hodnoty pre jednopilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovej spotreby v postproduk-
tívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 0.1581$ a $w = 1$.

Optimálne nastavenie hodnoty rodičovského faktora α je v každom zo skúmaných prí-
padov v rozpätí medzi 59.97% až 86.28%. Pozorované je navýšenie hodnoty rodičovského
faktora s rastom penalizačného parametra a , rovnako ako aj pri postupnom prechode
k vyšším hodnotám celoživotného úrokového faktora R . Aby časť dôchodkovej dávky na-
pojená na individuálnu fertilitu bola významná i pri vyšších úrovniach úrokovej miery,
musí byť toto prepojenie adekvátne navýšené. Samotné optimálne hodnoty rodičovského
faktora indikujú silné previazanie dôchodkovej dávky a individuálnej fertility, ktoré je vo

väčšine scenárov značne nad úrovňou 60%. Pri spätnom pohľade na zostavenú funkciu užitočnosti tak možno skonštatovať, že pokiaľ samotná výchova detí z pohľadu zvýšenia užitočnosti rodiča nie je veľká, musí byť motivácia mať deti kompenzovaná z iného zdroja. V tomto prípade práve silné previazanie dôchodkovej dávky z prvého piliera na individuálnu fertilitu musí byť na veľmi vysokej úrovni. V porovnaní s implicitne získanými hodnotami rodičovského faktora, ktoré boli dôsledkom sledovaných modifikácií dôchodkového systému v kapitole 4.2.2, sú tieto optimálne hodnoty signifikantne vyššie. Zvolené modifikácie dôchodkového systému tak nemusia byť dostatočné na to, aby pokryli ušlú mzdu spôsobenú cenou za výchovu potomkov v prípadoch že preferencie jedinca mať deti sú nízke. Samotná výchova detí mu tak neprináša dostatočný úžitok, aby náhrada zo strany rodičovského dôchodku kompenzovala stratený príjem.

Vzťah medzi súkromnými úsporami a úrokovým faktorom je taktiež rastúci. S rastom úrokového faktora narastá i hodnota individuálnych súkromných úspor. Hodnota súkromných úspor sa pritom pohybuje medzi -34.43% a 11.53% . Vo väčšine prípadov sú súkromné úspory nezáporné, ale pre určené kombinácie nízkych úrovní penalizačného parametra a a úrokového faktora R získavame záporné hodnoty súkromných úspor. V prípade, že zúročovanie úspor nie je veľmi výhodné a súčasne cena za výchovu dieťaťa je nízka, tak je jedinec vedený k požičaniu si finančných prostriedkov na pokrytie nákladov na spotrebu kvôli zvýšenej úrovni individuálnej fertility.

Na základe optimálnych nastavení modelových premenných boli následne dourčené hodnoty dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a spotreby v postproduktívnom veku z , určenej ako súčet predošlých dvoch hodnôt. Výsledky sú takisto uvedené v Tabuľke 8.

Zvyšovanie penalizačnej konštanty a vedie k nárastu súkromných úspor - keďže je pre jedinca finančne náročnejšie mať potomkov, zatiaľ čo dôchodková dávka a spotreba v postproduktívnom veku klesajú s nárastom parametra a . Dôchodková dávka z prvého piliera sa pohybuje medzi 8.98% až 54.61% , pričom maximum je dosiahnuté pri najnižšej úrovni úrokového faktora a rovnako i parametra a . Očakávateľne nárast úrokového faktora kladie väčší dôraz na súkromné úspory z hľadiska zabezpečenia spotreby v starobe, so zúročenými hodnotami medzi -34.43% a 46.12% , zatiaľ čo dôchodková dávka klesá s rastom úrokového faktora.

Celková spotreba v postproduktívnom veku rastie s nárastom úrokového faktora. Výhodnejšie zúčtovanie úspor tak pre jednotlivca z pohľadu spotreby v dôchodkovom veku predstavuje benefit. Pri pohľade na výsledky možno pozorovať značný trade-off medzi dôchodkovou dávkou a súkromnými úsporami, pričom spotreba v postproduktívnom veku je držaná medzi 14.50% a 56.56%.

Pre vyššie hodnoty preferenčného parametra, konkrétne pre $\gamma = 0.3$ a $\gamma = 1$, sú získané optimálne nastavenia modelu dôchodkového systému zobrazené v Tabuľke 9 a v Tabuľke 10, spolu s príslušnými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovou spotrebou v postproduktívnom veku z .

	$R = 1.00$						$R = 1.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	4.4699	-0.3644	0.5530	0.5624	-0.3644	0.1980	4.0602	-0.2008	0.5940	0.5487	-0.3012	0.2475
0.15	2.7068	-0.2008	0.5940	0.3658	-0.2008	0.1650	2.3919	-0.0870	0.6412	0.3489	-0.1305	0.2184
0.20	1.8640	-0.1159	0.6272	0.2660	-0.1159	0.1501	1.6262	-0.0289	0.6748	0.2496	-0.0434	0.2062
0.25	1.3852	-0.0638	0.6537	0.2060	-0.0638	0.1422	1.2055	0.0058	0.6986	0.1916	0.0087	0.2003
0.30	1.0841	-0.0289	0.6748	0.1664	-0.0289	0.1375	0.9469	0.0284	0.7159	0.1542	0.0426	0.1968
	$R = 2.00$						$R = 2.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	3.7281	-0.1159	0.6272	0.5319	-0.2318	0.3001	3.4629	-0.0638	0.6537	0.5150	-0.1595	0.3555
0.15	2.1683	-0.0289	0.6748	0.3328	-0.0578	0.2750	2.0092	0.0057	0.6986	0.3193	0.0142	0.3335
0.20	1.4750	0.0143	0.7050	0.2366	0.0286	0.2652	1.3753	0.0394	0.7249	0.2268	0.0985	0.3253
0.25	1.1002	0.0394	0.7250	0.1815	0.0788	0.2603	1.0339	0.0588	0.7415	0.1744	0.1470	0.3214
0.30	0.8709	0.0556	0.7387	0.1464	0.1112	0.2576	0.8242	0.0711	0.7527	0.1411	0.1777	0.3188
	$R = 3.00$						$R = 4.00$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	3.2524	-0.0289	0.6748	0.4993	-0.0867	0.4126	2.9500	0.0143	0.7050	0.4731	0.0572	0.5303
0.15	1.8937	0.0284	0.7159	0.3084	0.0852	0.3936	1.7418	0.0556	0.7387	0.2927	0.2224	0.5151
0.20	1.3063	0.0556	0.7387	0.2195	0.1668	0.3863	1.2188	0.0749	0.7562	0.2097	0.2996	0.5093
0.25	0.9891	0.0711	0.7527	0.1694	0.2133	0.3827	0.9332	0.0859	0.7667	0.1628	0.3436	0.5064
0.30	0.7931	0.0811	0.7621	0.1375	0.2433	0.3808	0.7546	0.0930	0.7736	0.1328	0.3720	0.5048

Tabuľka 9: Optimálne hodnoty pre jednopilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 0.3$ a $w = 1$.

Z globálneho hľadiska dynamika modelových premenných n_{opt} , s_{opt} , a α_{opt} , vzhľadom na penalizačnú konštantu, zostala zachovaná zo základného modelu pre $\gamma = 0.1581$. Vzťah medzi úrokovým faktorom a jednotlivými premennými zostáva zachovaný iba pre prípad $\gamma = 0.3$. Pre $\gamma = 1$ dochádza k zmene pri pozorovanej úrovni dôchodkovej dávky p . Tá pri nižších úrovniach úrokového faktora a penalizačnej konštanty rastie, a následne po prekročení určitej hranice sa priebeh mení na klesajúci. Výrazné zvýšenie uvažovaného preferenčného parametra γ malo za následok vysoký nárast individuálnej fertility a teda aj nárast dôchodkovej dávky z prvého piliera. Pri prekročení vyššej úrovne úrokového faktora a súčasne pri vyššej hodnote penalizačnej konštanty a , už nárast fertility nie je dostatočný na to aby bol zaznamenaný aj nárast dôchodkovej dávky pri náraste úrokovej miery.

S nárastom parametra γ , je jedinec viac motivovaný mať deti na základe osobných preferencií. Optimálne hodnoty individuálnej fertility sú vyššie, v rozmedzí (0.7546, 4.4699) pre $\gamma = 0.3$ a v intervale (1.5830, 5.8922) pre úroveň $\gamma = 1$. Naopak v prípade súkromných úspor a rodičovského faktora bol zaznamenaný pokles v porovnaní so základným scenárom. V prípade $\gamma = 0.3$, súkromné úspory dosiahli minimum -36.44% a maximum na úrovni 9.30% . Naproti tomu hodnota rodičovského faktora sa pohybovala v intervale (55.30%, 77.36%). Pri nastavení preferenčného parametra na úroveň $\gamma = 1$, potreba motivovať jedincov mať potomkov cez dôchodkový systém je ešte viac redukovaná. Odrazom toho je rozsah (41.08%, 52.51%) pre hodnotu rodičovského faktora. Optimálne hodnoty súkromných úspor takisto poklesli, dosahujúc hodnoty medzi -37.70% a 4.33% .

Takisto možno pozorovať vyšší výskyt negatívnych hodnôt pre súkromné úspory spre-
vádzajúci nárast parametra γ . Nárast hodnoty individuálnej fertility spojený s väčšou motiváciou mať potomkov, vedie nevyhnutne k potrebe hľadania zdrojov v podobe pôžičok počas ekonomicky aktívnej periódy. Dokonca aj v prípadoch, kedy splatenie požičanej sumy nie je lacné z pohľadu úrokového faktora.

Z hľadiska dôchodkovej dávky z prvého piliera, tá sa pohybuje medzi hodnotami 13.28% až 56.24% pre $\gamma = 0.3$ a v prípade keď $\gamma = 1$ je v intervale (18.87%, 56.80%). V oboch prípadoch sú jednotlivé hodnoty vyššie v porovnaní s prípadom pre $\gamma = 0.1581$. Na druhú stranu bol zaznamenaný výrazný pokles v hodnotách pre zúčtenú hodnotu súkromných úspor na úroveň v intervale (-36.44% , 37.20%) pre hodnotu $\gamma = 0.3$ a v roz-

	$R = 1.00$						$R = 1.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	5.8922	-0.3770	0.4108	0.5506	-0.3770	0.1736	5.7051	-0.2309	0.4295	0.5574	-0.3464	0.2110
0.15	3.8034	-0.2309	0.4295	0.3716	-0.2309	0.1407	3.6612	-0.1306	0.4508	0.3755	-0.1959	0.1796
0.20	2.7777	-0.1560	0.4445	0.2809	-0.1560	0.1249	2.6676	-0.0789	0.4665	0.2831	-0.1183	0.1648
0.25	2.1738	-0.1101	0.4566	0.2258	-0.1101	0.1157	2.0867	-0.0472	0.4783	0.2271	-0.0708	0.1563
0.30	1.7784	-0.0789	0.4665	0.1887	-0.0789	0.1098	1.7082	-0.0257	0.4875	0.1895	-0.0386	0.1509
	$R = 2.00$						$R = 2.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	5.5555	-0.1560	0.4444	0.5617	-0.3120	0.2497	5.4344	-0.1101	0.4566	0.5645	-0.2752	0.2893
0.15	3.5568	-0.0789	0.4665	0.3775	-0.1578	0.2197	3.4778	-0.0472	0.4783	0.3785	-0.1180	0.2605
0.20	2.5918	-0.0392	0.4816	0.2840	-0.0784	0.2056	2.5371	-0.0149	0.4926	0.2843	-0.0372	0.2471
0.25	2.0297	-0.0149	0.4926	0.2274	-0.0298	0.1976	1.9898	0.0048	0.5026	0.2275	0.0120	0.2395
0.30	1.6640	0.0015	0.5008	0.1896	0.0030	0.1926	1.6339	0.0181	0.5098	0.1895	0.0453	0.2348
	$R = 3.00$						$R = 4.00$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	5.3352	-0.0789	0.4665	0.5662	-0.2367	0.3295	5.1836	-0.0392	0.4816	0.5680	-0.1568	0.4112
0.15	3.4165	-0.0257	0.4875	0.3789	-0.0771	0.3018	3.3280	0.0015	0.5008	0.3792	0.0060	0.3852
0.20	2.4960	0.0015	0.5008	0.2844	0.0045	0.2889	2.4388	0.0223	0.5122	0.2842	0.0892	0.3734
0.25	1.9606	0.0181	0.5098	0.2274	0.0543	0.2817	1.9209	0.0349	0.5198	0.2271	0.1396	0.3667
0.30	1.6121	0.0293	0.5164	0.1894	0.0879	0.2773	1.5830	0.0433	0.5251	0.1891	0.1732	0.3623

Tabuľka 10: Optimálne hodnoty pre jednopilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 1$ a $w = 1$.

medzi $(-37.70\%, 17.32\%)$ sa pohybuje Rs_{opt} pre prípad $\gamma = 1$. Tieto významné straty neboli pokryté ani uvedeným nárastom dôchodkovej dávky z prvého piliera. Výsledkom je celkový pokles hodnoty spotreby v postproduktívnom veku z pôvodných hodnôt z intervalu $(14.50\%, 56.56\%)$ na hodnoty v medziach $(13.75\%, 53.03\%)$ pre $\gamma = 0.3$, či dosahujú hodnoty z intervalu $(10.98\%, 41.12\%)$ v prípade pre uvažovanú hodnotu $\gamma = 1$.

Pre zaujímavosť sme obdobnú analýzu s rovnakým tvarom účelovej funkcie užitočnosti vykonali aj pre stratovú funkciu v kvadratickom tvare. Pokiaľ uvažujeme homogénny stav z hľadiska populácie, teda pri predpoklade $\bar{n}_{t+1} = n_{t+1}$, potom Jensenova nerovnosť [56] pre ľubovoľnú stratovú funkciu je splnená rovnosťou a opäťovne je efekt zmeny súkrom-

ných úspor s_t na celoživotnú užitočnosť daný vzťahom (148) a takisto aj efekt zmeny individuálnej fertility n_{t+1} spĺňa vzťah (149). Ako ďalšie zvolíme formu stratovej funkcie v tvare kvadratickej funkcie $f(n_{t+1}) = an_{t+1}^2$. Potom $f'(n_{t+1}) = 2an_{t+1}$. Uvažujme dlhodobé ekvilibrium, kde τ_t , R_t , $\tilde{w}_t$, s_t , a n_t sú v čase nemenné. V takom prípade jednotlivé parciálne derivácie (148) a (149) možno zjednodušiť na tvar

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{-1}{(1-\tau)(1-an^2)\tilde{w}-s} + \frac{\delta R}{Rs + \tau\tilde{w}(1-an^2)n}, \quad (154)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{-(1-\tau)2an\tilde{w}}{(1-\tau)(1-an^2)\tilde{w}-s} + \frac{\delta\tau\tilde{w}(\alpha + \alpha an^2 - 2an^2)}{Rs + \tau\tilde{w}(1-an^2)n} + \frac{\gamma}{n}. \quad (155)$$

Pri predpoklade existencie vnútorného riešenia, potom z prvej z podmienok optimality prvého rádu $\frac{\partial U}{\partial s}(s_{opt}, n_{opt}) = 0$, $\frac{\partial U}{\partial n}(s_{opt}, n_{opt}) = 0$ získame možno optimálnu hodnotu s_{opt} vyjadriť ako

$$s_{opt} = \frac{\delta R(1-\tau)(1-an_{opt}^2)\tilde{w} - \tau\tilde{w}(1-an_{opt}^2)n_{opt}}{R(1+\delta)}. \quad (156)$$

Vzhľadom na prezentovaný model, v ktorom uvažujeme kvadratickú stratovú funkciu, optimálnu hodnotu rodičovského faktora α_{opt} , ktorá je daná vzorcom (113) možno upraviť na tvar

$$\alpha_{opt} = \frac{1 - an_{opt}^2}{1 + an_{opt}^2}. \quad (157)$$

Substitúciou do podmienky prvého rádu, potom optimálna hodnota individuálnej fertility spĺňa nasledovnú implicitnú rovnosť

$$\frac{-(1-\tau)2an_{opt}\tilde{w}}{(1-\tau)(1-an_{opt}^2)\tilde{w}-s_{opt}} + \frac{\delta\tau\tilde{w}(\alpha + \alpha an^2 - 2an^2)}{Rs_{opt} + \tau\tilde{w}(1-an_{opt}^2)n_{opt}} + \frac{\gamma}{n_{opt}} = 0 \quad (158)$$

Optimálne hodnoty súkromných úspor s_{opt} , individuálnej fertility n_{opt} , spolu s optimálnou úrovňou rodičovského faktora α_{opt} tak definujú optimálne nastavenie uvedeného modelu dôchodkového systému.

Rovnako boli i teraz pre ilustráciu získaných výsledkov vyčíslené optimálne riešenia pre viaceré scenáre kombinácií hodnôt uvažovaných parametrov celkového úrokového faktora R a parametra stratovej funkcie a . Voľba hodnôt parametra a bola v tomto prípade čisto intuitívna, bez predchádzajúceho kalibrovania. Ostatné parametre zostali zachované z prípadu pre lineárnu stratovú funkciu. Súhrn optimálnych riešení pre jednotlivé uvažované scenáre pre prípad $\gamma = 0.1581$ je uvedený v Tabuľke 11.

Na základe získaných výsledkov je možné pozorovať, že zvyšovanie hodnoty penalizačnej konštanty a vedie k nárastu hodnoty individuálnych úspor. V každom z prípadov

	$R = 1.00$						$R = 1.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.2943	-0.0675	0.7130	0.2451	-0.0675	0.1776	1.1621	0.0117	0.7620	0.2287	0.0175	0.2462
0.15	1.0016	-0.0236	0.7384	0.1936	-0.0236	0.1700	0.9001	0.0398	0.7833	0.1799	0.0597	0.2396
0.20	0.8347	0.0022	0.7554	0.1634	0.0022	0.1656	0.7521	0.0561	0.7967	0.1517	0.0842	0.2359
0.25	0.7248	0.0196	0.7678	0.1432	0.0196	0.1628	0.6552	0.0670	0.8062	0.1331	0.1005	0.2336
0.30	0.6461	0.0323	0.7774	0.1286	0.0323	0.1609	0.5859	0.0748	0.8133	0.1196	0.1122	0.2318
	$R = 2.00$						$R = 2.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.0791	0.0497	0.7914	0.2169	0.0994	0.3163	1.0236	0.0716	0.8103	0.2085	0.1790	0.3875
0.15	0.8397	0.0698	0.8087	0.1708	0.1396	0.3104	0.8004	0.0870	0.8247	0.1646	0.2175	0.3821
0.20	0.7046	0.0814	0.8194	0.1444	0.1628	0.3072	0.6743	0.0958	0.8333	0.1395	0.2395	0.3790
0.25	0.6161	0.0891	0.8267	0.1269	0.1782	0.3051	0.5914	0.1017	0.8392	0.1228	0.2542	0.3770
0.30	0.5526	0.0947	0.8322	0.1142	0.1894	0.3036	0.5318	0.1060	0.8436	0.1107	0.2650	0.3757
	$R = 3.00$						$R = 4.00$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	0.9844	0.0856	0.8233	0.2022	0.2568	0.4590	0.9332	0.1023	0.8398	0.1938	0.4092	0.6030
0.15	0.7732	0.0979	0.8354	0.1601	0.2937	0.4538	0.7382	0.1110	0.8489	0.1542	0.4440	0.5982
0.20	0.6535	0.1050	0.8426	0.1360	0.3150	0.4510	0.6269	0.1161	0.8543	0.1314	0.4644	0.5958
0.25	0.5745	0.1098	0.8476	0.1199	0.3294	0.4493	0.5531	0.1194	0.8579	0.1162	0.4776	0.5938
0.30	0.5177	0.1132	0.8512	0.1083	0.3396	0.4479	0.4997	0.1219	0.8606	0.1052	0.4876	0.5928

Tabuľka 11: Optimálne hodnoty pre jednopilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 0.1581$ a $w = 1$.

sa hodnota súkromných úspor pohybuje na úrovni medzi -6.75% a 12.19% , pričom nízke hodnoty súkromných úspor sú pozorované v prípadoch s nízkou hodnotou nákladov na výchovu dieťaťa a pri nízkej hodnote úrokového faktora.

Z hľadiska individuálnej fertility, jej optimálna hodnota je vždy výrazne pod polovicou maximálne možného počtu potomkov, pričom pozorovaný je pokles optimálnej hodnoty individuálnej fertility spôsobený nárastom penalizačného parametra a . Vyššia hodnota penalizačného parametra a a teda zvyšujúce sa náklady starostlivosti jedinca o potomka, tak nevyhnutne vedú k nižšej úrovni individuálnej fertility. Pokles úrovne individuálnej fertility je spojený rovnako aj s nárastom celoživotného úrokového faktora a tým činom

výhodnejšieho zhodnotenia súkromných peňažných úspor. Celkovo sa individuálna fertilita drží v rozmedzí medzi 0.4997 a 1.2943, pričom maximum je dosiahnuté pri najnižších úrovniach úrokového faktora a aj penalizačného parametra a .

Optimálne nastavenie hodnoty rodičovského faktora α je v každom zo skúmaných prípadov v rozpätí medzi 71.30% až 86.06%. Pozorované je navýšenie hodnoty rodičovského faktora s rastom penalizačného parametra a , rovnako ako aj pri postupnom prechode k vyšším hodnotám celoživotného úrokového faktora R . Aby časť dôchodkovej dávky napojená na individuálnu fertilitu bola významná i pri vyšších úrovniach úrokovej miery, musí byť toto prepojenie adekvátne navýšené.

Samotné optimálne hodnoty rodičovského faktora indikujú silné previazanie dôchodkovej dávky a individuálnej fertility, ktoré je vo všetkých scenároch nad úrovňou 70%. Pri spätnom pohľade na zostavenú funkciu užitočnosti tak možno skonštatovať, že pokiaľ samotná výchova detí z pohľadu zvýšenia užitočnosti rodiča nie je veľká, musí byť motivácia mať deti kompenzovaná z iného zdroja. V tomto prípade práve silné previazanie dôchodkovej dávky z prvého piliera na individuálnu fertilitu musí byť na veľmi vysokej úrovni.

V Tabuľke 11 sme rovnako zobrazili aj hodnotu dôchodkovej dávky z prvého piliera, hodnotu zúročených úspor a celkovú hodnotu spotreby jednotlivca v postproduktívnom období, ktoré zodpovedajú optimálnym nastaveniam dôchodkového modelu. Z hľadiska hodnoty dôchodkovej dávky z prvého piliera, tá klesá s nárastom penalizačnej konštanty stratovej funkcie, čo je zapríčinené výrazným poklesom individuálnej fertility v kombinácii s vysokým previazaním dôchodkového systému práve na individuálnu fertilitu. Rovnako klesá hodnota dôchodkovej dávky aj pri náraste úrokového faktora. Kvantitatívne sa hodnota dôchodkovej dávky z prvého piliera pohybuje v medzi 10.52%, pri vysokej úrovni úrokového faktora a vysokonákladových potomkoch, a 24.51% pre nízku úroveň penalizačnej konštanty a pri nízkej úrokovej miere.

Celková spotreba jedinca v postproduktívnom veku tvorená dôchodkovou dávkou a zúročenými úsporami je v rozmedzí 16.09% a 60.30%. Zvyšovanie úrokového faktora a teda výhodnejšie zhodnotenie úspor vedie k nárastu celkovej spotreby a pokrýva stratu v dôchodkovej dávke z prvého piliera. Na druhú stranu je pozorovaný pokles celkovej spotreby s nárastom penalizačnej konštanty a . Implikujúc, že ani zúročená hodnota navýšených sú-

kromných úspor nepokryje stratu dôchodkovej dávky pri silne previazanom dôchodkovom systéme na individuálnu fertilitu, ak sú náklady na potomka vysoké.

Rovnakú analýzu sme spracovali aj pre úroveň parametra $\gamma = 0.3$ a $\gamma = 1$, teda keď váha výchovy potomkov z hľadiska hodnoty funkcie užitočnosti rodiča je na strednej, resp. vysokej úrovni. V prípade $\gamma = 1$ je užitočnosť z potomkov pre jedinca rovnaká ako zo spotreby v produktívnom veku. Optimálne nastavenie dôchodkového modelu pre $\gamma = 0.3$ sú uvedené v prílohe B. 1 v Tabuľke 18. Tabuľka 19 zas zodpovedá výsledkom optimalizácie účelovej funkcie užitočnosti pre zvolený parameter $\gamma = 1$.

Získané výsledky sú z hľadiska previazanosti jednotlivých premenných obdobné tým, ktoré sme získali pre úroveň $\gamma = 0.1581$. Optimálna hodnota individuálnej fertility klesá pri zvýšení penalizačnej konštanty a , zatiaľ čo hodnota súkromných úspor i hodnota rodičovského faktora rastú. Z pohľadu zmeny úrokového faktora je rovnako zachovaná aj previazanosť pri modelových premenných n_{opt} , s_{opt} a α_{opt} . Hodnota súkromných úspor spolu s hodnotou rodičovského faktora rastú pri zvyšovaní úrokového faktora, zatiaľ čo individuálna fertilita klesá.

S nárastom hodnoty preferenčného parametra γ pozorujeme nárast hodnoty individuálnej fertility spojený s poklesom v rámci hodnoty súkromných úspor. Očakávateľne i optimálna hodnota rodičovského faktora α pri vyšších hodnotách parametra γ klesá. Akonáhle sú preferencie jedinca mať deti na vyššej úrovni, nie je potrebné až tak výrazné prepojenie dôchodkovej dávky a individuálnej fertility pre navýšenie fertility.

Z pohľadu celkovej spotreby v postproduktívnom veku, tá pri náraste parametra γ klesá. Čím sú pre jednotlivca potomkovia dôležitejší v rámci celkovej užitočnosti, ich počet rastie, čo sa odrazí na poklese súkromných úspor. Na druhú stranu dodatočná hodnota dôchodkovej dávky z prvého piliera nie je schopná pokryť túto stratu, tým činom celková spotreba jednotlivca v dôchodkovom veku je nižšia aj napriek navýšeniu dôchodkovej dávky z prvého piliera.

4.3 Dôchodkový model so zapracovaným prvým a druhým pilierom

V predchádzajúcich kapitolách boli uvažované kumulatívne sociálne odvody. Pri pohľade na zloženie sociálnych odvodov v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky, tie po-

zostávajú samostatne z odvodov do prvého piliera, druhého piliera a do rezervného fondu solidarity. V nasledujúcej časti tak skúmaný model modifikujeme práve s ohľadom na skladbu sociálnych odvodov. Odvody do prvého piliera a do rezervného fondu solidarity budú tvoriť prvú časť odvodov $\tau_{t,P}$ a odvody do druhého piliera $\tau_{t,D}$ budú uvažované samostatne.

Uvažujeme analogický model dôchodkového systému ako v kapitole 3.4. Predpokladáme tak trojperiódový generačný model, kde prvá perióda predstavuje pre jedinca obdobie detstva, teda ekonomickej neaktivity, v druhej perióde je jedinec ekonomicky aktívny a napokon v tretej perióde prechádza do postproduktívneho veku. Ekonomicky aktívny jedinec sa rozhoduje koľko potomkov n_{t+1} vychová, čo jednak vplýva na jeho funkciu užitočnosti, ale zároveň ovplyvňuje aj jeho mzdu $\tilde{w}_t$. Disponibilný príjem následne prerozdeľuje medzi svoju spotrebu c_t a súkromné úspory s_t . Rozpočtové ohraničenie ekonomicky aktívneho jedinca je zhodné s (62), pričom však budeme uvažovať rozdelenie sociálnych odvodov spoločne do prvého piliera a do rezervného fondu solidarity $\tau_{t,P}$. Odvody smerujúce do druhého piliera $\tau_{t,D}$ budú tvoriť samostatnú časť. Rozpočtové ohraničenie možno tak rozpísať ako

$$c_t + s_t = (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t. \quad (159)$$

Analogicky k modelu v kapitole 3.4, spotreba z_{t+1} jedinca v postproduktívnom veku pozostáva zo zúročenej hodnoty súkromných úspor $R_{t+1}s_t$, dôchodkovej dávky z prvého piliera p_{t+1}^* a zúročenej hodnoty úspor naštrených v druhom pilieri $R_{t+1}\tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t$, teda

$$z_{t+1} = R_{t+1} (s_t + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t) + p_{t+1}^*. \quad (160)$$

Dôchodková dávka je zároveň daná ako

$$p_{t+1}^* = \tau_{t+1,P} \tilde{w}_{t+1} [1 - \overline{f(n_{t+2})}] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}} + \alpha n_{t+1} \right] \quad (161)$$

Prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca je popísaný v Tabuľke 12.

Z pohľadu maximalizácie celoživotnej funkcie užitočnosti voľbou optimálnych hodnôt pre výšku súkromných úspor a úrovne individuálnej fertility, jedinec rieši nasledujúcu

Etapa	1	2	3
Ekonomická aktivita	×	✓	×
Individuálna fertilita	×	n_{t+1}	×
Dostupná pracovná jednotka	×	$1 - f(n_{t+1})$	×
Mzda za jednotku práce	×	$\tilde{w}_t$	×
Odvody - 1. pilier	×	$\tau_{t,P}$	×
Odvody - 2. pilier	×	$\tau_{t,D}$	×
Súkromné úspory	×	$s_{t,S}$	×
Úspory v 2. pilieri	×	$\tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t$	×
Dôchodková dávka	×	×	p_{t+1}^*
Spotreba	×	c_t	z_{t+1}

Tabuľka 12: Prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca v trojperiódovom modeli pri uvažovanom rozdelení odvodov na prvý a druhý pilier. Za prvú etapu je považované obdobie detstva.

optimalizačnú úlohu

$$\max_{(s_t, n_{t+1})} U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1}) \quad (162)$$

$$c_t + s_t = (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t, \quad (163)$$

$$z_{t+1} = R_{t+1} (s_t + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t) + p_{t+1}^*, \quad (164)$$

$$p_{t+1}^* = \tau_{t+1,P} \tilde{w}_{t+1} [1 - f(\bar{n}_{t+2}) \overline{f(n_{t+2})}] \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (165)$$

Dosadením ohraňení (163)-(165) do účelovej funkcie a následným zderivovaním podľa jednotlivých premenných obdržíme

$$\frac{\partial U}{\partial s_t} = -U_1 + R_{t+1} U_2, \quad (166)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} = -U_1 (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) \tilde{w}_t f'(n_{t+1}) + U_2 \frac{\partial z_{t+1}}{\partial n_{t+1}} + U_3, \quad (167)$$

pričom U_i pre $i = 1, 2, 3$, označuje príslušnú parciálnu deriváciu účelovej funkcie podľa

i -teho argumentu. Pre deriváciu $\frac{\partial z_{t+1}}{\partial n_{t+1}}$ zároveň platí

$$\frac{\partial z_{t+1}}{\partial n_{t+1}} = -R_{t+1}\tau_{t,D}\tilde{w}_t f'(n_{t+1}) + \tau_{t+1,P}\tilde{w}_{t+1} \left[1 - \overline{f(n_{t+2})}\right] \left[\alpha - (1-\alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}}\right]. \quad (168)$$

4.3.1 Optimálne nastavenie

Obdobne ako v predchádzajúcej kapitole uvažujme funkciu užitočnosti v tvare súčtu logaritmov jednotlivých jej argumentov, teda $U(c_t, z_{t+1}, n_{t+1}) = \ln c_t + \delta \ln z_{t+1} + \gamma \ln n_{t+1}$.

Efekt zmeny súkromných úspor s_t na celoživotnú užitočnosť je potom daný ako

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s_t} &= \frac{-1}{c_t} + \frac{\delta R_{t+1}}{z_{t+1}} \\ &= \frac{-1}{(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t - s_t} \\ &\quad + \frac{\delta R_{t+1}}{R_{t+1} (s_t + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t) + \tau_{t+1,P} \tilde{w}_{t+1} [1 - \overline{f(n_{t+2})}] \left[(1-\alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{1-f(n_{t+1})}{1-\overline{f(n_{t+1})}} + \alpha n_{t+1}\right]}. \end{aligned} \quad (169)$$

Obdobne deriváciou funkcie užitočnosti podľa individuálnej fertility n_{t+1} obdržíme

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} &= \frac{-(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_t}{(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t - s_t} \\ &\quad + \frac{-\delta R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_t + \delta \tau_{t+1,P} \tilde{w}_{t+1} [1 - \overline{f(n_{t+2})}] \left[\alpha - (1-\alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})}}\right]}{R_{t+1} (s_t + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_t) + \tau_{t+1,P} \tilde{w}_{t+1} [1 - \overline{f(n_{t+2})}] \left[(1-\alpha)\bar{n}_{t+1} \frac{1-f(n_{t+1})}{1-\overline{f(n_{t+1})}} + \alpha n_{t+1}\right]} \\ &\quad + \frac{\gamma}{n_{t+1}}. \end{aligned} \quad (170)$$

Rovnako ako v predošlej kapitole 4.2.3 budeme pracovať najskôr so stratovou funkciou v lineárnom tvare $f(n) = an_{t+1}$, v takom prípade $\overline{f(n_{t+1})} = f(\bar{n}_{t+1})$. Uvažujme ďalej rovnovážny stav, kde $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = n$, a rovnako i $\tau_{t,P}$, $\tau_{t,D}$, R_t , $\tilde{w}_t$, a s_t sú nezávislé od času t . V takom prípade jednotlivé parciálne derivácie (169) a (170) možno zjednodušiť na tvar

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{-1}{(1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an) \tilde{w} - s} + \frac{\delta R}{R [s + \tau_D (1 - an) \tilde{w}] + \tau_P \tilde{w} (1 - an) n} \quad (171)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{-(1 - \tau_P - \tau_D) a \tilde{w}}{(1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an) \tilde{w} - s} + \frac{-\delta R \tau_D a \tilde{w} + \delta \tau_P \tilde{w} (\alpha - an)}{R [s + \tau_D (1 - an) \tilde{w}] + \tau_P \tilde{w} (1 - an) n} + \frac{\gamma}{n}. \quad (172)$$

Pri predpoklade existencie vnútorného riešenia, potom z prvej z podmienok optimality prvého rádu pre premennú s v bode optimálneho riešenia platí

$$R [s_{opt} + \tau_D (1 - an_{opt}) \tilde{w}] + \tau_P \tilde{w} (1 - an_{opt}) n_{opt} = \delta R (1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an_{opt}) \tilde{w} - \delta R s_{opt}. \quad (173)$$

Optimálnu hodnotu súkromných úspor s_{opt} je možné následne vyjadriť ako

$$s_{opt} = \frac{\delta R(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an_{opt})\tilde{w} - \tau_P\tilde{w}(1 - an_{opt})n_{opt} - R\tau_D(1 - an_{opt})\tilde{w}}{R(1 + \delta)}. \quad (174)$$

Rovnakým spôsobom ako v kapitole 3.4 možno taktiež v ekvilibriovom stave odvodiť optimálnu hodnotu pre parameter α , ktorá je daná výrazom

$$\alpha_{opt} = \frac{1 - f(n(\alpha_{opt}))}{1 - f(n(\alpha_{opt})) + n(\alpha_{opt})f'(n(\alpha_{opt}))}. \quad (175)$$

Vzhľadom na prezentovaný model, v ktorom uvažujeme lineárnu stratovú funkciu, tak optimálnu hodnotu rodičovského faktora α_{opt} danú vzťahom (113) možno upraviť na tvar

$$\alpha_{opt} = 1 - an_{opt}. \quad (176)$$

Substitúciou predošlého výrazu do podmienky prvého rádu určenej príslušnou prvou deriváciou účelovej funkcie (172) v bode optimálneho riešenia, potom optimálna hodnota individuálnej fertility spĺňa nasledovnú implicitnú rovnosť

$$\frac{-(1 - \tau_P - \tau_D)a\tilde{w}}{(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an_{opt})\tilde{w} - s_{opt}} + \frac{-\delta R\tau_D a\tilde{w} + \delta\tau_P\tilde{w}(\alpha_{opt} - an_{opt})}{R[s_{opt} + \tau_D(1 - an)\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}(1 - an_{opt})n_{opt}} + \frac{\gamma}{n_{opt}} = 0 \quad (177)$$

Optimálne hodnoty súkromných úspor s_{opt} podľa vzťahu (174), individuálnej fertility n_{opt} získanej z rovnice (177), spolu s optimálnou úrovňou rodičovského faktora α_{opt} , definujú optimálne nastavenie uvedeného modelu dôchodkového systému.

Optimálne nastavenie dôchodkového systému boli následne vypočítané pre viaceré hodnoty penalizačného parametra a a úrokového faktora R . Jednotlivé zvolené hodnoty a a R sú zhodné s tými, ktoré boli uvažované v kapitole 4.2.3. Rovnako bolo zvolené i $\delta = 1/4$. Pri uvedenej voľbe parametra δ na základe podmienky optimality prvého rádu podľa (169) vyplýva $\frac{R}{4}c_t = z_{t+1}$. Pri hodnote úrokového faktora $R = 2$, je tak nastavená polovičná hodnota spotreby v postproduktívnom veku oproti spotrebe v ekonomicky aktívnej etape, čo odráža približne polovičnú dĺžku dôchodkového obdobia. Vyšší úrokový faktor dovoľuje mať väčšiu spotrebu v postproduktívnom veku, zatiaľ čo pri nižšej hodnote spotreba klesá oproti ekonomicky aktívnej perióde.

Pri výpočtoch bola miera príspevkov do prvého piliera dôchodkového systému a do rezervného fondu solidarity držaná na úrovni $\tau_P = 17.25\%$. Odvody do druhého piliera boli nastavené ako $\tau_D = 5.5\%$. Súčasne mzda jednotlivca bez potomkov bola normalizovaná

$R = 1.00$									$R = 1.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	3.5581	-0.2451	0.0354	0.6442	0.3954	-0.2451	0.0354	0.1857	2.9409	-0.1130	0.0388	0.7059	0.3581	-0.1695	0.0582	0.2468
0.15	1.9606	-0.1130	0.0388	0.7059	0.2387	-0.1130	0.0388	0.1645	1.5548	-0.0250	0.0422	0.7668	0.2057	-0.0375	0.0633	0.2315
0.20	1.2494	-0.0464	0.0413	0.7501	0.1617	-0.0464	0.0413	0.1566	0.9927	0.0154	0.0441	0.8015	0.1372	0.0231	0.0662	0.2265
0.25	0.8779	-0.0083	0.0429	0.7805	0.1182	-0.0083	0.0429	0.1528	0.7119	0.0370	0.0452	0.8220	0.1009	0.0555	0.0678	0.2242
0.30	0.6618	0.0154	0.0441	0.8015	0.0915	0.0154	0.0441	0.1510	0.5496	0.0501	0.0459	0.8351	0.0792	0.0751	0.0689	0.2232
$R = 2.00$									$R = 2.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	2.4987	-0.0464	0.0413	0.7501	0.3233	-0.0928	0.0826	0.3131	2.1946	-0.0083	0.0429	0.7805	0.2955	-0.0208	0.1072	0.3819
0.15	1.3235	0.0154	0.0441	0.8015	0.1830	0.0308	0.0882	0.3020	1.1865	0.0370	0.0452	0.8220	0.1682	0.0925	0.1130	0.3737
0.20	0.8650	0.0420	0.0455	0.8270	0.1234	0.0840	0.0910	0.2984	0.7930	0.0561	0.0463	0.8414	0.1151	0.1402	0.1158	0.3711
0.25	0.6344	0.0561	0.0463	0.8414	0.0921	0.1122	0.0926	0.2969	0.5913	0.0664	0.0469	0.8522	0.0869	0.1660	0.1172	0.3701
0.30	0.4986	0.0647	0.0468	0.8504	0.0731	0.1294	0.0936	0.2961	0.4702	0.0726	0.0472	0.8589	0.0697	0.1815	0.1180	0.3692
$R = 3.00$									$R = 4.00$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.9853	0.0154	0.0441	0.8015	0.2745	0.0462	0.1323	0.4530	1.7299	0.0420	0.0455	0.8270	0.2468	0.1680	0.1820	0.5968
0.15	1.0992	0.0501	0.0459	0.8351	0.1583	0.1503	0.1377	0.4463	0.9972	0.0647	0.0468	0.8504	0.1463	0.2588	0.1872	0.5923
0.20	0.7479	0.0647	0.0468	0.8504	0.1097	0.1941	0.1404	0.4442	0.6950	0.0745	0.0474	0.8610	0.1032	0.2980	0.1896	0.5908
0.25	0.5642	0.0726	0.0472	0.8590	0.0836	0.2178	0.1416	0.4430	0.5322	0.0799	0.0477	0.8670	0.0796	0.3196	0.1908	0.5900
0.30	0.4522	0.0775	0.0475	0.8643	0.0674	0.2325	0.1425	0.4424	0.4309	0.0833	0.0479	0.8707	0.0647	0.3332	0.1916	0.5895

Tabuľka 13: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_D a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} , zúročených úspor v druhom pilieri Rs_D a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.1581$ a $w = 1$.

na jednotku, t. j. $\tilde{w} = 1$. V takom prípade získaná optimálna hodnota súkromných úspor zodpovedá percentuálnemu vyjadreniu úspor z celkového príjmu jedinca.

Súhrn optimálnych riešení pre scenáre kombinácií hodnôt uvažovaných parametrov celkového úrokového faktora R a parametra stratovej funkcie a , možno pozorovať v Tabuľke 13. Okrem optimálnych hodnôt pre úroveň individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a hodnoty rodičovského faktora α_{opt} , je v tabuľke uvedená aj dosiahnutá hodnota úspor našetrených v rámci druhého piliera s_D , vyjadrená ako percento zo celkového príjmu jednotlivca rovnako ako v prípade hodnoty súkromných úspor s_{opt} . V porovnaní s bezdetným jedincom, ktorého odvody do druhého piliera a teda aj úspory v druhom pilieri, predstavujú hodnotu 5.5%, sú úspory jedinca, ktorý sa rozhodol vychovať potomkov, v druhom pilieri len na úrovni v rozmedzí 3.54% až 4.79%. Bezdetní jedinci majú v každom z prípadov v druhom pilieri viac našetrených finančných prostriedkov.

Možno si ďalej všimnúť, že zvyšovanie hodnoty penalizačnej konštanty a vedie k nárastu hodnoty súkromných individuálnych úspor a rovnako aj úspor v druhom pilieri dôchodkového systému. Súkromné úspory sa pohybujú v rozmedzí -24.51% až 8.33% . Pri porovnaní s modelom, kde sme neuvažovali rozdelenie sociálnych odvodov, pozri Tabuľka 8, kumulatívna výška súkromných úspor a úspor v druhom pilieri je vyššia ako len samotná výška súkromných úspor v Tabuľke 8. Samostatne pri porovnaní súkromných úspor, neuvažujúc úspory v druhom pilieri, ich nárast, resp. pokles závisí od kombinácie parametrov a a R . Súkromné úspory v dvojpilierovom modeli sú väčšie pre nízke hodnoty úrokového faktora a nízke hodnoty penalizačného parametra a .

Pri náraste úrokového faktora dochádza k nárastu jednak súkromných úspor, ale i úspor v druhom pilieri, a rovnako i k nárastu rodičovského faktora. Teda výhodnejšie zhodnocovanie úspor musí byť adekvátne kompenzované väčším prepojením dôchodkového systému a individuálnej fertility. Nárast úrokového faktora sa takisto prejaví poklesom individuálnej fertility.

Optimálne hodnoty individuálnej fertility sú v medziach 0.4309 a 3.5581 , zatiaľ čo hodnota rodičovského faktora sa pohybuje medzi 64.42% a 87.07% . V porovnaní s modelom bez separácie odvodov do prvého a druhého piliera je miera individuálnej fertility nižšia, čo je zároveň kompenzované vyššou hodnotou rodičovského faktora.

V Tabuľke 13 sú zobrazené i výsledky pre implikované hodnoty dôchodkovej dávky z prvého piliera p , zúročené hodnoty súkromných úspor Rs_{opt} , ako i zúročená hodnota úspor v druhom pilieri Rs_D spolu s celkovou spotrebou v postproduktívnom veku z .

Z hľadiska naviazanosti jednotlivých premenných na penalizačnú konštantu a , tak s nárastom jej hodnoty hodnota dôchodkovej dávky z prvého piliera klesá s rozsahom medzi 6.47% až 39.54% . Rovnako klesá i celková hodnota spotreby v postproduktívnom veku, pričom dosahuje rozmedzie (15.10% , 59.68%). V porovnaní s modelom bez rozlišovania typu odvodov, tak vo väčšine prípadov spotreba v postproduktívnom veku vzrástla. Výnimkou sú prípady pre nízku hodnotu penalizačnej konštanty a a súčasne nízku úroveň úrokového faktora R . V takých prípadoch, kedy zhodnocovanie úspor nie je až tak výhodné, a oplatí sa vychovávať potomkov, môže nútený druhý pilier spôsobiť pokles celkovej hodnoty spotreby v dôchodkovom veku.

Rovnakú analýzu sme vykonali aj pre úrovne preferenčného parametra $\gamma = 0.3$ a $\gamma = 1$.

Výsledky pre optimálne nastavenie modelu sú zobrazené v prílohe B. 1 v Tabuľke 20 spolu s príslušnými hodnotami dôchodkovej dávky, zúročených úspor a celkovej hodnoty spotreby v postproduktívnom veku pre $\gamma = 0.3$ a pre hodnotu $\gamma = 1$ v Tabuľke 21.

S nárastom hodnoty preferenčného parametra γ klesá potreba motivácie mať potomkov zo strany dôchodkového systému, čo sa odzrkadlilo na vyšších hodnotách individuálnej fertility, pri výrazne nižších hodnotách rodičovského faktora α . Pozorujeme rovnako i pokles hodnoty súkromných úspor a úspor v druhom pilieri v porovnaní s prípadom keď $\gamma = 0.1581$. Častejší je i výskyt záporných hodnôt súkromných úspor, odrážajúci potrebu požičiavania si jednotlivcov na zabezpečenie svojej spotreby ako i nákladov na výchovu potomkov, čo je odrazom vyššej úrovne fertility.

Na druhú stranu, so zvyšujúcou sa hodnotou preferenčného parametra γ , hodnota samotnej dôchodkovej dávky z prvého piliera rastie. Kumulatívna hodnota spotreby v postproduktívnom veku naopak klesá. Napriek navýšeniu dôchodkovej dávky z prvého piliera s ohľadom na vyššiu hodnotu individuálnej fertility a väčší nárok na rodičovskú časť dôchodku, celková spotreba poklesla, čo je spôsobené výraznou stratou v hodnote úspor jednotlivca.

Spracovanie optimálnych hodnôt pre uvedené scenáre sme vykonali i pre uvažovanú kvadratickú stratovú funkciu. Rovnako predpokladajme stacionárny stav vzhľadom na individuálnu fertilitu, t. j. $\bar{n}_{t+1} = n_{t+1} = n$. Uvažujme dlhodobé ekvilibrium, kde $\tau_{t,P}$, $\tau_{t,D}$, R_t , $\tilde{w}_t$, s_t , a n_t sú nezávislé od času t . Stratová funkcia bude teraz uvažovaná v kvadratickom tvare $f(n_{t+1}) = an_{t+1}^2$. V takom prípade jednotlivé parciálne derivácie (169) a (170) možno zjednodušiť na tvar

$$\frac{\partial U}{\partial s} = \frac{-1}{(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an^2)\tilde{w} - s} + \frac{\delta R}{R[s + \tau_D(1 - an^2)\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}(1 - an^2)n} \quad (178)$$

$$\frac{\partial U}{\partial n} = \frac{-(1 - \tau_P - \tau_D)2an\tilde{w}}{(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an^2)\tilde{w} - s} + \frac{-\delta R\tau_D 2an\tilde{w} + \delta\tau_P\tilde{w}(\alpha + \alpha an^2 - 2an^2)}{R[s + \tau_D(1 - an^2)\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}(1 - an^2)n} + \frac{\gamma}{n}. \quad (179)$$

Pri predpoklade existencie vnútorného riešenia, potom z prvej z podmienok optimality prvého rádu pre premennú s v bode optimálneho riešenia môžeme s_{opt} vyjadriť ako

$$s_{opt} = \frac{\delta R(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an_{opt}^2)\tilde{w} - \tau_P\tilde{w}(1 - an_{opt}^2)n_{opt} - R\tau_D(1 - an_{opt}^2)\tilde{w}}{R(1 + \delta)}. \quad (180)$$

Vzhľadom na prezentovaný model, v ktorom uvažujeme kvadratickú stratovú funkciu, tak

optimálnu hodnotu rodičovského faktora α_{opt} danú vzťahom (113) možno upraviť na tvar

$$\alpha_{opt} = \frac{1 - an_{opt}^2}{1 + an_{opt}^2} \quad (181)$$

Zároveň na základe podmienky prvého rádu určenej príslušnou prvou deriváciou účelovej funkcie podľa individuálnej fertility v bode optimálneho riešenia, splňa optimálna hodnota individuálnej fertility nasledovnú implicitnú rovnosť

$$\frac{-(1-\tau_P-\tau_D)2an_{opt}\tilde{w}}{(1-\tau_P-\tau_D)(1-an_{opt}^2)\tilde{w}-s_{opt}} + \frac{-\delta R\tau_D 2an\tilde{w} + \delta\tau_P\tilde{w}(\alpha_{opt} + \alpha_{opt}an_{opt}^2 - 2an_{opt}^2)}{R[s_{opt} + \tau_D(1-an_{opt}^2)\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}(1-an_{opt}^2)n_{opt}} + \frac{\gamma}{n_{opt}} = 0 \quad (182)$$

Optimálne hodnoty súkromných úspor s_{opt} podľa vzťahu (180), individuálnej fertility n_{opt} získanej z rovnice (182), spolu s optimálnou úrovňou rodičovského faktora α_{opt} , definujú optimálne nastavenie uvedeného modelu dôchodkového systému.

Rovnako ako v predchádzajúcej kapitole boli vykonané výpočty s cieľom získať optimálne nastavenie dôchodkového systému pre viaceré kombinácie penalizačného parametra a a úrokového faktora R . Jednotlivé zvolené hodnoty pre parametre a a R sú zhodné s tými, ktoré boli uvažované v kapitole 4.2.3, kde bol spracovaný model bez rozlišovania odvodov do prvého a druhého piliera pri uvažovanej kvadratickej forme stratovej funkcie. Takisto boli zvolené i úrovne pre parameter $\gamma = 0.1581$ a parameter $\delta = 1/4$.

Pri výpočtoch boli miery príspevkov do prvého piliera dôchodkového systému a do rezervného fondu solidarity brané dohromady a držané na úrovni $\tau_P = 17.25\%$. Odvody do druhého piliera boli nastavené ako $\tau_D = 5.5\%$. Súčasne mzda jednotlivca bez potomkov bola normalizovaná na jednotku, t. j. $\tilde{w} = 1$. V takom prípade získaná optimálna hodnota súkromných úspor zodpovedá percentuálnemu vyjadreniu úspor z celkového príjmu jedinca.

Samotný súhrn optimálnych riešení pre scenáre kombinácií hodnôt uvažovaných parametrov celkového úrokového faktora R , parametra stratovej funkcie a a zvolenú hodnotu $\gamma = 0.1581$, možno pozorovať v Tabuľke 14. Okrem optimálnych hodnôt pre úroveň individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a pre hodnotu rodičovského faktora α_{opt} , je v tabuľke uvedená aj dosiahnutá hodnota úspor našetrených v rámci druhého piliera s_D , vyjadrená ako percento z celkového príjmu jednotlivca rovnako ako v prípade hodnoty súkromných úspor s_{opt} .

V porovnaní s bezdetným jedincom, ktorého odvody do druhého piliera a teda aj úspory v druhom pilieri, predstavujú hodnotu 5.5%, sú úspory jedinca, ktorý sa rozhodol

$R = 1.00$									$R = 1.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.1807	-0.0451	0.0473	0.7553	0.1753	-0.0451	0.0473	0.1775	1.0639	0.0112	0.0488	0.7966	0.1628	0.0168	0.0732	0.2528
0.15	0.9140	-0.0137	0.0481	0.7773	0.1379	-0.0137	0.0481	0.1723	0.8288	0.0307	0.0493	0.8132	0.1282	0.0460	0.0739	0.2481
0.20	0.7632	0.0046	0.0486	0.7913	0.1163	0.0046	0.0486	0.1695	0.6962	0.0419	0.0497	0.8233	0.1085	0.0629	0.0746	0.2460
0.25	0.6645	0.0167	0.0489	0.8012	0.1020	0.0167	0.0489	0.1676	0.6092	0.0494	0.0499	0.8302	0.0953	0.0741	0.0748	0.2442
0.30	0.5939	0.0255	0.0492	0.8086	0.0916	0.0255	0.0492	0.1663	0.5469	0.0548	0.0501	0.8353	0.0859	0.0822	0.0751	0.2432
$R = 2.00$									$R = 2.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	0.9967	0.0376	0.0495	0.8193	0.1549	0.0752	0.0990	0.3291	0.9538	0.0526	0.0500	0.8332	0.1496	0.1315	0.1250	0.4061
0.15	0.7817	0.0514	0.0500	0.8321	0.1225	0.1028	0.1000	0.3253	0.7522	0.0631	0.0503	0.8435	0.1187	0.1578	0.1258	0.4023
0.20	0.6600	0.0593	0.0502	0.8397	0.1039	0.1186	0.1004	0.3229	0.6375	0.0692	0.0505	0.8497	0.1010	0.1730	0.1262	0.4002
0.25	0.5797	0.0646	0.0504	0.8450	0.0916	0.1292	0.1008	0.3216	0.5616	0.0732	0.0507	0.8538	0.0892	0.1830	0.1268	0.3990
0.30	0.5220	0.0684	0.0505	0.8489	0.0827	0.1368	0.1010	0.3205	0.5069	0.0762	0.0508	0.8569	0.0807	0.1905	0.1270	0.3982
$R = 3.00$									$R = 4.00$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	0.9243	0.0622	0.0503	0.8426	0.1458	0.1866	0.1509	0.4833	0.8867	0.0736	0.0507	0.8542	0.1409	0.2944	0.2028	0.6381
0.15	0.7322	0.0706	0.0506	0.8511	0.1161	0.2118	0.1518	0.4797	0.7068	0.0797	0.0509	0.8606	0.1128	0.3188	0.2036	0.6352
0.20	0.6223	0.0755	0.0507	0.8562	0.0990	0.2265	0.1521	0.4776	0.6032	0.0832	0.0510	0.8643	0.0965	0.3328	0.2040	0.6333
0.25	0.5494	0.0788	0.0508	0.8597	0.0876	0.2364	0.1524	0.4764	0.5341	0.0855	0.0511	0.8669	0.0856	0.3420	0.2044	0.6320
0.30	0.4967	0.0812	0.0509	0.8622	0.0793	0.2436	0.1527	0.4756	0.4839	0.0872	0.0511	0.8687	0.0776	0.3488	0.2044	0.6308

Tabuľka 14: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_D a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} , zúročených úspor v druhom pilieri Rs_D a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.1581$ a $w = 1$.

vychovať potomkov, v druhom pilieri na úrovni v rozmedzí 4.73% až 5.11%.

Možno si ďalej všimnúť, že zvyšovanie hodnoty penalizačnej konštanty a vedie k nárastu hodnoty súkromných individuálnych úspor a rovnako aj úspor v druhom pilieri dôchodkového systému. Hodnota súkromných úspor rastie s nárastom úrokového faktora R . Rovnako je tomu aj v prípade závislosti medzi úsporami v druhom pilieri a úrokovým faktorom.

Pri porovnaní s modelom, kde sme neuvažovali rozdelenie sociálnych odvodov, je kumulatívna výška súkromných úspor a úspor v druhom pilieri prípadov vyššia ako len samotná výška súkromných úspor uvedená v Tabuľke 11.

Samostatne hodnota súkromných úspor dosahuje rozmedzie -4.51% až 8.72% , čo je jednotlivo v porovnaní s výsledkami z Tabuľky 11 vo väčšine prípadov nižšia hodnota. Výnimku tvoria prípady, keď je zvolená najnižšia úroveň R a zároveň ani hodnota a nepre-

siahne určenú úroveň. Vtedy dochádza k nárastu hodnoty samotných súkromných úspor v porovnaní s Tabuľkou 11. V ostatných prípadoch, zavedenie druhého piliera a teda explicitné nastavenie sporenia na dôchodok, môže v konečnom dôsledku byť spojené s menšími súkromnými úsporami.

Z hľadiska individuálnej fertility, jej optimálna hodnota je v každom zo scenárov pod polovicou maximálne možného počtu detí v rozmedzí 0.4839 až 1.1807. Sú pritom dosahované nižšie hodnoty v porovnaní s prípadom keď sme nerozlišovali typ sociálnych odvodov (pozri Tabuľka 11). Pozorovaný je taktiež pokles optimálnej hodnoty individuálnej fertility spôsobený nárastom jednak parametra a , ale aj nárastom parametra R .

Optimálne nastavenie hodnoty rodičovského faktora je v každom skúmanom prípade v intervale (75.53%, 86.87%), čo je mierne viac v porovnaní s modelom bez rozlišovania typu odvodov. Rovnako, optimálna hodnota rodičovského faktora rastie s nárastom penalizačného parametra a a aj pri náraste úrokového faktora R .

V Tabuľke 14 tiež uvádzame hodnoty dôchodkovej dávky z prvého piliera spolu so zúčročenými hodnotami súkromných úspor a úspor v druhom pilieri, rovnako ako aj kumulatívnu hodnotu spotreby v postproduktívnom veku. V porovnaní s modelom bez rozlišovania prvého a druhého piliera, je teraz dôchodková dávka z prvého piliera nižšia v rozmedzí (7.76%, 17.53%). Kumulatívne však celková spotreba jednotlivca v postproduktívnom veku je vo väčšine prípadov vyššia, na úrovni medzi 16.63% a 63.81%. Výnimkou je prípad pre najnižšiu úroveň penalizačnej konštanty a zároveň pri najnižšiu úroveň úrokového faktora. V tomto prípade došlo k miernemu zníženiu celkovej spotreby oproti prípadu bez rozlišovania prvého a druhého piliera.

Obdobne boli vykonané výpočty optimálneho nastavenia dôchodkového modelu s rozlíšeným prvým a druhým pilierom aj pre hodnoty $\gamma = 0.3$ a $\gamma = 1$. Jednotlivé výsledky sú zobrazené v prílohe B. 1 v Tabuľke 22 pre $\gamma = 0.3$, a pre hodnotu $\gamma = 1$ v Tabuľke 23.

S nárastom preferenčného parametra γ opätovne klesá potreba motivácie mať potomkov zo strany dôchodkového systému, čo sa odzrkadlilo na vyšších hodnotách individuálnej fertility pri výrazne nižších hodnotách rodičovského faktora α . Pozorujeme i pokles súkromných úspor a úspor v druhom pilieri v porovnaní s prípadom keď $\gamma = 0.1581$.

Na druhú stranu hodnota samotnej dôchodkovej dávky z prvého piliera mierne rastie so zvyšujúcou sa hodnotou preferenčného parametra γ . Kumulatívna hodnota spotreby

v postproduktívnom veku naopak klesá. Strata úspor pri výchove väčšieho počtu detí, tak má výraznejší vplyv na celkovú spotrebu v postproduktívnom veku ako dodatočne získaný rodičovský dôchodok.

4.4 Dôchodkový model so zapracovaným kariérnym rastom

V nasledujúcej časti rozšírime model dôchodkového systému s rozlišovaným prvým a druhým pilierom o možnosť kariérneho rastu jednotlivca počas jeho ekonomicky aktívnej etapy. V novom modeli tak budú uvažované štyri periódy, pričom prvá etapa bude predstavovať obdobie detstva, druhá a tretia etapa budú pre jednotlivca obdobím ekonomickej aktivity, a posledná štvrtá perióda zahŕňa postproduktívne obdobie. Takéto prerozdelenie ekonomicky aktívnej periódy na dve časti, jednak umožňuje v modeli nastavenie možnosti kariérneho rastu z pohľadu nárastu príjmu, ale rovnako zachytí i ústup schopnosti reprodukcie.

Jedinec v druhej perióde je ekonomicky aktívny, zarába $\tilde{w}_{t,1}$ za jednotku práce a celkovo disponuje jednou jednotkou dostupného pracovného času. V tejto perióde taktiež rozhoduje o svojej individuálnej fertilitate n_{t+1} . Starostlivosť o potomkov jedincovi skracuje dostupný pracovný čas, čo bude vyjadrené stratovou funkciou $f(n_{t+1})$, s rovnakými doteraz uvažovanými vlastnosťami. Odvody jednotlivca do prvého piliera označíme ako $\tau_{t,P}$, a odvody jednotlivca do druhého piliera po ako $\tau_{t,D}$. Disponibilný príjem jedinca v druhej perióde života je daný nasledovne

$$[1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}] (1 - f(n_{t+1})) \tilde{w}_{t,1}. \quad (183)$$

Jedinec následne svoj disponibilný príjem distribuuje medzi súkromné úspory $s_{t,1S}$ a spotrebu $c_{t,1}$ v druhej perióde, čo vedie k rozpočtovému ohraničeniu

$$c_{t,1} + s_{t,1S} = [1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}] (1 - f(n_{t+1})) \tilde{w}_{t,1}. \quad (184)$$

V tretej perióde života už jedinec nevychováva ďalšie deti, takže je plne ekonomicky aktívny. Celkové odvody jedinca v druhej perióde sú dané súčtom odvodov do prvého piliera $\tau_{t+1,P}$ a odvodov smerujúcich na šetrenie v rámci druhého piliera $\tau_{t+1,D}$.

Zároveň v modeli uvažujeme rast miezd pri prechode jedinca z prvej do druhej etapy života, ktorý je spôsobený kariérnym rastom, pričom $\tilde{w}_{t+1,2} = \beta \tilde{w}_{t,1}$. Rovnako ako v prvej

perióde, jedinec si časť svojho príjmu odkladá v podobe súkromných úspor $s_{t+1,2S}$ a zvyšná časť je použitá na individuálnu spotrebu $c_{t+1,2}$. Rozpočtové ohraňenie charakterizujúce tretiu periódu je potom určené nasledovne

$$c_{t+1,2} + s_{t+1,2S} = (1 - \tau_{t+1,P} - \tau_{t+1,D}) \beta \tilde{w}_{t,1}. \quad (185)$$

V poslednej štvrtej perióde prechádza jedinec do postproduktívneho veku a stáva sa ekonomicky neaktívnym. Spotreba jedinca z_{t+2} tak pozostáva z dôchodkovej dávky p_{t+2}^* a zúročených úspor, či už súkromných alebo naviazaných na druhý pilier. Nech R_{t+1} a R_{t+2} reprezentujú celkové úrokové faktory zodpovedajúce druhej a tretej etape života jednotlivca. Potom spotrebu jednotlivca v tretej etape možno rozpísať ako

$$z_{t+2} = R_{t+2}R_{t+1} [s_{t,1S} + \tau_{t,D} (1 - f(n_{t+1})) \tilde{w}_{t,1}] + R_{t+2} [s_{t+1,2S} + \tau_{t+1,D} \beta \tilde{w}_{t,1}] + p_{t+2}^*. \quad (186)$$

Dôchodková dávka je pritom určená nasledovným spôsobom

$$p_{t+2}^* = \left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left[1 - \overline{f(n_{t+3})} \right] \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] * \left[(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} + \alpha n_{t+1} \right]. \quad (187)$$

Opäť sa skladá zo zásluhovej časti s faktorom $(1 - \alpha)$ a z časti dôchodkovej dávky prenásobenej rodičovským faktorom α , ktorá odráža individuálnu fertilitu jednotlivca a teda jeho príspevok do dôchodkového systému v podobe novej generácie prispievateľov. Jedincovi na dôchodkovú dávku prispieva prvá i druhá generácia potomkov. Zásluhová časť dôchodkovej dávky je popísaná výrazom $\frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta}$, ktorý dáva do pomeru individuálny zárobok jednotlivca počas druhej a tretej ekonomicky aktívnej kariéry k plošnému priemeru. Súhrnný prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca je popísaný v Tabuľke 15.

Jednotlivec počas svojho života rieši úlohu maximalizácie celoživotnej užitočnosti, ktorá sa skladá zo spotreby v jednotlivých periódach ekonomicky aktívneho i postproduktívneho života, a taktiež na ňu vplýva i individuálna fertilita, teda $U(c_{t,1}, c_{t+1,2}, z_{t+2}, n_{t+1})$. Funkcia užitočnosti je uvažovaná spojitá, striktnie rastúca, striktnie konkávna v každom argumente, a taktiež je aditívne separovateľná. Nech U_i a U_{ij} pre $i = 1, 2, 3, 4$ označuje prvú, resp. druhú parciálnu deriváciu funkcie užitočnosti podľa jej i -teho, resp. i -teho a j -teho argumentu, potom platí $U_i > 0$, $U_{ii} < 0$, a tiež $U_{ij} = 0$ pre všetky $i = 1, 2, 3, 4$ a $i \neq j$.

Etapa	1	2	3	4
Ekonomická aktivita	×	✓	✓	×
Individuálna fertilita	×	n_{t+1}	×	×
Dostupná jednotka práce	×	$1 - f(n_{t+1})$	1	×
Mzda za jednotku práce	×	$\tilde{w}_{t,1}$	$\tilde{w}_{t+1,2} = \beta \tilde{w}_{t,1}$	×
Odvody - 1. pilier	×	$\tau_{t,P}$	$\tau_{t+1,P}$	×
Odvody - 2. pilier	×	$\tau_{t,D}$	$\tau_{t+1,D}$	×
Súkromné úspory	×	$s_{t,1S}$	$s_{t+1,2S}$	×
Úspory v 2. pilieri	×	$\tau_{t,D}(1 - f(n_{t+1}))\tilde{w}_{t,1}$	$\tau_{t,D}\tilde{w}_{t+1,2}$	×
Dôchodková dávka	×	×	×	p_{t+2}^*
Spotreba	×	$c_{t,1}$	$c_{t+1,2}$	z_{t+2}

Tabuľka 15: Prehľad charakteristík jednotlivých etáp života jednotlivca v štvorperiódovom modeli pri uvažovanom kariérnom raste a rozdelení odvodov na prvý a druhý pilier.

Rozhodujúcim pri optimalizácii je pre jednotlivca výber hodnoty individuálnej fertility n_{t+1} , súkromných úspor v druhej perióde $s_{t,1S}$ a súkromných úspor v tretej perióde $s_{t+1,2S}$. Optimalizačná úloha je zostavená nasledovne

$$\max_{(s_{t,1S}, s_{t+1,2S}, n_{t+1})} U(c_{t,1}, c_{t+1,2}, z_{t+2}, n_{t+1}) \quad (188)$$

$$c_{t,1} + s_{t,1S} = (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D})(1 - f(n_{t+1}))\tilde{w}_{t,1}, \quad (189)$$

$$c_{t+1,2} + s_{t+1,2S} = (1 - \tau_{t+1,P} - \tau_{t+1,D})\beta\tilde{w}_{t,1} \quad (190)$$

$$\begin{aligned} z_{t+2} &= R_{t+2}R_{t+1}[s_{t,1S} + \tau_{t,D}(1 - f(n_{t+1}))\tilde{w}_{t,1}] \\ &\quad + R_{t+2}[s_{t+1,2S} + \tau_{t+1,D}\beta\tilde{w}_{t,1}] + p_{t+2}^*, \end{aligned} \quad (191)$$

pričom dôchodková dávka p_{t+2}^* je daná vzťahom (187). Deriváciou účelovej funkcie podľa premennej súkromné úspory v prvej perióde získame

$$\frac{\partial U}{\partial s_{t,1S}} = -U_1 + R_{t+2}R_{t+1}U_3. \quad (192)$$

Obdobne je možné odvodiť efekt súkromných úspor v druhej perióde na celoživotnú užitočnosť ako

$$\frac{\partial U}{\partial s_{t+1,2S}} = -U_2 + R_{t+2}U_3, \quad (193)$$

a analogickým spôsobom aj efekt individuálnej fertility na celoživotnú spotrebu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} = & -U_1 (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \\
& + U_3 \left[\left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[\alpha \right. \right. \\
& \left. \left. - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \right] \\
& + U_4.
\end{aligned} \tag{194}$$

Pre zaistenie jednoznačnosti optimálneho riešenia uvedenej maximalizačnej úlohy, overíme konkávnosť účelovej funkcie vzhľadom na rozhodovacie premenné $s_{t,1S}$, $s_{t+1,2S}$ a n_{t+1} . Hessova matica pre zvolenú funkciu užitočnosti nadobúda nasledujúci tvar

$$H = \begin{bmatrix} U_{S1S1} & U_{S1S2} & U_{S1n} \\ U_{S1S2} & U_{S2S2} & U_{S2n} \\ U_{S1n} & U_{S2n} & U_{nn} \end{bmatrix}, \tag{195}$$

kde $U_{S1S1} = \frac{\partial^2 U}{\partial s_{t,1S} \partial s_{t,1S}}$, $U_{S1S2} = \frac{\partial^2 U}{\partial s_{t,1S} \partial s_{t+1,2S}}$, $U_{S2S2} = \frac{\partial^2 U}{\partial s_{t+1,2S} \partial s_{t+1,2S}}$, $U_{S1n} = \frac{\partial^2 U}{\partial s_{t,1S} \partial n_{t+1}}$, $U_{S2n} = \frac{\partial^2 U}{\partial s_{t+1,2S} \partial n_{t+1}}$ a $U_{nn} = \frac{\partial^2 U}{\partial n_{t+1} \partial n_{t+1}}$. Druhým zderivovaním výrazu (192) dostaneme

$$U_{S1S1} = U_{11} + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{33} < 0, \tag{196}$$

pričom sme využili striktnú konkávnosť funkcie užitočnosti v jednotlivých jej argumentoch a nezápornosť úrokových faktorov. Uvedený výraz je zároveň prvým subdeterminantom Hessovej matice (195). Na základe predošlej úvahy je tento subdeterminant záporný.

Druhé parciálne derivácie U_{S2S2} a U_{S1S2} obdržíme rovnako druhou deriváciou výrazu (193) podľa zostávajúcej premennej. Pri druhej derivácii (193) podľa $s_{t+1,2S}$ získame

$$U_{S2S2} = U_{22} + R_{t+2}^2 U_{33} < 0, \tag{197}$$

respektíve po zderivovaní podľa premennej $s_{t,1S}$

$$U_{S1S2} = R_{t+2}^2 R_{t+1} U_{33} < 0. \tag{198}$$

Druhý subdeterminant Hessovej matice účelovej funkcie následne možno vyjadriť ako

$$\begin{aligned}
U_{S1S1} U_{S2S2} - U_{S1S2}^2 &= (U_{11} + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{33}) (U_{22} + R_{t+2}^2 U_{33}) - R_{t+2}^4 R_{t+1}^2 U_{33}^2 \\
&= U_{11} U_{22} + R_{t+2}^2 U_{11} U_{33} + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22} U_{33} > 0.
\end{aligned} \tag{199}$$

S využitím striktnej konkávnosti funkcie užitočnosti v jednotlivých argumentoch, tak môžeme konštatovať kladnú hodnotu druhého subdeterminantu Hessovej matice vzhľadom na rozhodovacie premenné.

Pre určenie posledného 3×3 determinantu Hessovej matice (195) je potrebné dourčiť ešte zostávajúce druhé parciálne derivácie. Pozrime sa na druhú deriváciu výrazu (192) podľa individuálnej fertility

$$\begin{aligned}
U_{S1n} = & U_{11} (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \\
& + R_{t+2} R_{t+1} U_{33} \left[\left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[\alpha \right. \right. \\
& \left. \left. - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \right] \quad (200)
\end{aligned}$$

Obdobne druhou deriváciou výrazu (193) podľa individuálnej fertility obdržíme

$$\begin{aligned}
U_{S2n} = & R_{t+2} U_{33} \left[\left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[\alpha \right. \right. \\
& \left. \left. - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \right]. \quad (201)
\end{aligned}$$

Napokon U_{nn} bude dourčené druhou deriváciou výrazu (194) podľa premennej n_{t+1} nasledovne

$$\begin{aligned}
U_{nn} = & U_{11} [(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1}]^2 \\
& - U_1 (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f''(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \\
& + U_{33} \left[\left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[\alpha \right. \right. \\
& \left. \left. - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \right]^2 \\
& + U_3 \left[- \left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} (1 - \overline{f(n_{t+3})}) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \frac{(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} f''(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right. \\
& \left. - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f''(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \right] \\
& + U_{44}. \quad (202)
\end{aligned}$$

Pre zjednodušenie zápisu zavedenie nasledujúce označenia

$$\Gamma = (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} > 0, \quad (203)$$

$$\Delta = (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f''(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \geq 0, \quad (204)$$

$$\begin{aligned} \Phi = & \left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[\alpha - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] \\ & - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1}, \end{aligned} \quad (205)$$

$$\begin{aligned} \Psi = & - \left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \frac{(1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} f''(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \\ & - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f''(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \leq 0. \end{aligned} \quad (206)$$

Jednotlivé druhé parciálne derivácie tak možno v novom značení prepísať nasledovne

$$U_{S1n} = U_{11} \Gamma + R_{t+2} R_{t+1} U_{33} \Phi \quad (207)$$

$$U_{S2n} = R_{t+2} U_{33} \Phi \quad (208)$$

$$U_{nn} = U_{11} \Gamma^2 - U_1 \Delta + U_{33} \Phi^2 + U_3 \Psi + U_{44} < 0 \quad (209)$$

Pri určení kladnej, či zápornej hodnoty jednotlivých výrazov boli použité vlastnosti jednak samotnej účelovej funkcie užitočnosti, ale tiež stratovej funkcie $f(n_{t+1})$ a predpoklad na kladnosť úrokových faktorov a miezd.

Celkový determinant Hessovej matice (195) je následne rozpísaný ako

$$\begin{aligned} \det(H) = & U_{S1S1} U_{S2S2} U_{nn} + U_{S1S2} U_{S2n} U_{S1n} + U_{S1S2} U_{S2n} U_{S1n} \\ & - U_{S1n}^2 U_{S2S2} - U_{S1S2}^2 U_{nn} - U_{S2n}^2 U_{S1S1} \\ = & U_{nn} (U_{S1S1} U_{S2S2} - U_{S1S2}^2) + U_{S1n} (U_{S1S2} U_{S2n} - U_{S1n} U_{S2S2}) \\ & + U_{S2n} (U_{S1S2} U_{S1n} - U_{S2n} U_{S1S1}). \end{aligned} \quad (210)$$

Výraz $U_{S1S1} U_{S2S2} - U_{S1S2}^2$ zodpovedá druhému subdeterminantu Hessovej matice, pričom jeho rozpísaná forma bola odvodená v (199). Rozpíšme zostávajúce dva výrazy v zátvorkách

$$\begin{aligned} U_{S1S2} U_{S2n} - U_{S1n} U_{S2S2} = & R_{t+2}^2 R_{t+1} U_{33} R_{t+2} U_{33} \Phi \\ & - (U_{11} \Gamma + R_{t+2} R_{t+1} U_{33} \Phi) (U_{22} + R_{t+2}^2 U_{33}) \\ = & R_{t+2}^3 R_{t+1} U_{33}^2 \Phi - U_{11} U_{22} \Gamma - R_{t+2}^2 U_{11} U_{33} \Gamma \\ & - R_{t+2} R_{t+1} U_{22} U_{33} \Phi + R_{t+2}^3 R_{t+1} U_{33}^2 \Phi \\ = & -U_{11} U_{22} \Gamma - R_{t+2}^2 U_{11} U_{33} \Gamma - R_{t+2} R_{t+1} U_{22} U_{33} \Phi, \end{aligned} \quad (211)$$

a obdobne

$$\begin{aligned}
U_{S1S2}U_{S1n} - U_{S2n}U_{S1S1} &= R_{t+2}^2 R_{t+1} U_{33} (U_{11} \Gamma + R_{t+2} R_{t+1} U_{33} \Phi) \\
&\quad - R_{t+2} U_{33} \Phi (U_{11} + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{33}) \\
&= R_{t+2}^2 R_{t+1} U_{11} U_{33} \Gamma + R_{t+2}^3 R_{t+1}^2 U_{33}^2 \Phi - R_{t+2} U_{11} U_{33} \Phi \\
&\quad - R_{t+2}^3 R_{t+1}^2 U_{33}^2 \Phi \\
&= R_{t+2} U_{11} U_{33} (R_{t+2} R_{t+1} \Gamma - \Phi). \tag{212}
\end{aligned}$$

S využitím odvodených vyjadrení (211) a (212), vyjadrenia pre U_{nn} z (209) a rozpísanej formy druhého subdeterminatu (199), možno formuláciu celkového determinantu pre Hessovu maticu z výrazu (210) rozpísať nasledovne

$$\begin{aligned}
\det(H) &= (U_{11}U_{22} + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33} + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}) (U_{11}\Gamma^2 - U_1\Delta + U_{33}\Phi^2 + U_3\Psi + U_{44}) \\
&\quad + (U_{11}\Gamma + R_{t+2}R_{t+1}U_{33}\Phi) (-U_{11}U_{22}\Gamma - R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}\Gamma - R_{t+2}R_{t+1}U_{22}U_{33}\Phi) \\
&\quad + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}^2 \Phi (R_{t+2}R_{t+1}\Gamma - \Phi) \\
&= U_{11}^2 U_{22}\Gamma^2 - U_{11}U_{22}U_1\Delta + U_{11}U_{22}U_{33}\Phi^2 + U_{11}U_{22}U_3\Psi + U_{11}U_{22}U_{44} \\
&\quad + R_{t+2}^2 U_{11}^2 U_{33}\Gamma^2 - R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}U_1\Delta + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}^2 \Phi^2 + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}U_3\Psi \\
&\quad + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}U_{44} + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{11}U_{22}U_{33}\Gamma^2 - R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}U_1\Delta \\
&\quad + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}^2 \Phi^2 + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}U_3\Psi + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}U_{44} \\
&\quad - U_{11}^2 U_{22}\Gamma^2 - R_{t+2}^2 U_{11}^2 U_{33}\Gamma^2 - R_{t+2}R_{t+1}U_{11}U_{22}U_{33}\Gamma\Phi \\
&\quad - R_{t+2}R_{t+1}U_{11}U_{22}U_{33}\Gamma\Phi - R_{t+2}^3 R_{t+1}U_{11}U_{33}^2 \Gamma\Phi - R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}^2 \Phi^2 \\
&\quad + R_{t+2}^3 R_{t+1}U_{11}U_{33}^2 \Gamma\Phi - R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}^2 \Phi^2 \\
&= -U_{11}U_{22}U_1\Delta + U_{11}U_{22}U_3\Psi + U_{11}U_{22}U_{44} - R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}U_1\Delta + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}U_3\Psi \\
&\quad + R_{t+2}^2 U_{11}U_{33}U_{44} - R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}U_1\Delta + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}U_3\Psi \\
&\quad + R_{t+2}^2 R_{t+1}^2 U_{22}U_{33}U_{44} + U_{11}U_{22}U_{33} (\Phi - R_{t+2}R_{t+1}\Gamma)^2 < 0 \tag{213}
\end{aligned}$$

Vzhľadom na vlastnosti funkcie užitočnosti je predchádzajúci výraz záporný. Na základe znamienok jednotlivých subdeterminantov Hessovej matice (195), možno uzavrieť, že funkcia užitočnosti je striktne konkávnou funkciou modelových premenných $s_{t,1S}$, $s_{t+1,2S}$ a n_{t+1} . Optimálne riešenie dané podmienkami prvého rádu určené parciálnymi deriváciami (204) - (206) je tak jednoznačné.

Uvažujme teraz, že jednotlivé premenné $s_{t,1S}$, $s_{t+1,2S}$ a n_{t+1} sú funkciami samotného rodičovského faktora α , teda $s_{t,1S}(\alpha)$, $s_{t+1,2S}(\alpha)$ a $n_{t+1}(\alpha)$. Definujeme nepriamu hodnotovú funkciu užitočnosti $V(\alpha)$ ako

$$\begin{aligned}
V(\alpha) = & U \left\{ (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) (1 - f(n_{t+1})) \tilde{w}_{t,1} - s_{t,1S}, \right. \\
& (1 - \tau_{t+1,P} - \tau_{t+1,D}) \beta \tilde{w}_{t,1} - s_{t+1,2S}, \\
& R_{t+2} R_{t+1} [s_{t,1S} + \tau_{t,D} (1 - f(n_{t+1})) \tilde{w}_{t,1}] + R_{t+2} [s_{t+1,2S} + \tau_{t+1,D} \beta \tilde{w}_{t,1}] \\
& + [\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} [1 - \overline{f(n_{t+3})}] \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1}] \left[\alpha n_{t+1} \right. \\
& \left. + (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right], \\
& \left. n_{t+1} \right\}.
\end{aligned} \tag{214}$$

Zároveň predpokladajme optimálne hodnoty modelových premenných. S využitím obálkovej vety (pozri [80]), je pri hľadaní optimálnej hodnoty rodičovského faktora α , dôležitý iba tretí argument z_{t+2} funkcie užitočnosti $U(c_{t,1}, c_{t+1,2}, z_{t+2}, n_{t+1})$, ktorý obsahuje aj iné členy závislé na α okrem samotných premenných $s_{t,1S}$, $s_{t+1,2S}$ a n_{t+1} . Potom platí

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = U_3 \frac{\partial z_{t+2}}{\partial \alpha}, \tag{215}$$

pričom výrazy v derivácii $\frac{\partial z_{t+2}}{\partial \alpha}$ obsahujúce $\frac{\partial n_{t+1}}{\partial \alpha}$ možno neuvažovať, teda

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z_{t+2}}{\partial \alpha} = & [\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} [1 - \overline{f(n_{t+3})}] \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1}] \left[n_{t+1} - \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 + \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \bar{n}_{t+1} \right. \\
& \left. + (1 - \alpha) \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \frac{\partial \bar{n}_{t+1}}{\partial \alpha} + (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{(1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta)^2} \frac{\partial \overline{f(n_{t+1})}}{\partial \alpha} \right] \\
& + \left[\tau_{t+2,P} [1 - \overline{f(n_{t+3})}] \tilde{w}_{t+2,1} \frac{\partial \bar{n}_{t+2}}{\partial \alpha} - \tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \tilde{w}_{t+2,1} \frac{\partial \overline{f(n_{t+3})}}{\partial \alpha} \right] \left[\alpha n_{t+1} \right. \\
& \left. + (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 + \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right]
\end{aligned} \tag{216}$$

Následne predpokladajme dlhodobu stabilný stav charakterizovaný homogénnou populáciou z hľadiska individuálnej fertility $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = \bar{n}_{t+2} = \bar{n}_{t+3} = n$, a aj v prípade individuálnej mzdy, teda $\tilde{w}_{t+2,1} = \tilde{w}_{t+1,1} = \tilde{w}$. Rovnako nech je časovo invariantná aj hodnota príspevkovej miery do prvého piliera $\tau_{t,P} = \tau_{t+1,P} = \tau_P$, hodnota príspevkovej miery

do druhého piliera $\tau_{t,D} = \tau_{t+1,D} = \tau_D$, a hodnota úrokového faktora $R_{t+1} = R_{t+2} = R$.

Potom úpravou výrazu (216) dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau \tilde{w}} \frac{\partial z_{t+2}}{\partial \alpha} &= [n(1 - f(n)) + \beta] \left[\frac{(1 - \alpha)n f'(n)}{1 - f(n) + \beta} \frac{\partial n}{\partial \alpha} + (1 - \alpha) \frac{\partial n}{\partial \alpha} \right] \\ &+ \left[(1 - f(n)) \frac{\partial n}{\partial \alpha} - n f'(n) \frac{\partial n}{\partial \alpha} \right] n. \end{aligned} \quad (217)$$

Pre optimálnu hodnotu rodičovského faktora α tak platí podmienka prvého rádu v tvare

$$[n(1 - f(n)) + \beta] (1 - \alpha_{opt}) \left[\frac{n f'(n)}{1 - f(n) + \beta} + 1 \right] + [1 - f(n) - n f'(n)] n = 0, \quad (218)$$

z čoho následne samotnú optimálnu hodnotu rodičovského faktora α možno vyjadriť ako

$$\alpha_{opt} = 1 + \frac{[1 - f(n) - n f'(n)] n [1 - f(n) + \beta]}{[n(1 - f(n)) + \beta] [1 - f(n) + n f'(n) + \beta]}. \quad (219)$$

Na to aby hodnota rodičovského faktora bola pod hodnotou jedna, je potrebné aby výraz $1 - f(n) - n f'(n)$ bol záporný. Pri voľbe $n = 0$ uvedený výraz nadobudne hodnotu

$$1 - f(0) - 0 f'(0) = 1, \quad (220)$$

a pre $n = n_{max}$, čo označuje maximálne prípustnú individuálnu fertilitu, zas platí

$$1 - f(n_{max}) - n_{max} f'(n_{max}) = 1 - 1 - n_{max} f'(n_{max}) = -n_{max} f'(n_{max}) < 0. \quad (221)$$

Z predošlých dvoch výrazov tak vyplýva, že existuje také $\tilde{n} \in (0, n_{max})$ pre ktoré výraz $1 - f(n) - n f'(n)$ začne byť záporný. Z vlastnosti konvexnosti stratovej funkcie f , potom pre ľubovoľné $n \in (0, n_{max})$ platí

$$f(n_{max}) \geq f(n) + f'(n) (n_{max} - n), \quad (222)$$

respektíve

$$f(n_{max}) - f(n) - (n_{max} - n) f'(n) \geq 0. \quad (223)$$

Pre $n \leq n_{max}/2$ potom platí $n_{max} - n \geq n$ a nerovnosť (223) možno zľava ohraničiť nasledovne

$$f(n_{max}) - f(n) - n f'(n) \geq f(n_{max}) - f(n) - (n_{max} - n) f'(n) \geq 0. \quad (224)$$

Využitím $f(n_{max}) = 1$ potom získame

$$1 - f(n) - n f'(n) \geq 0, \quad (225)$$

z čoho vyplýva, že pre ľubovoľné $n \leq n_{max}/2$ je výraz $1 - f(n) - n f'(n)$ kladný. Hodnota individuálnej fertility, ktorá zabezpečí aby $\alpha_{opt} < 1$, je nevyhnutne nad úrovňou polovice maximálne prípustnej individuálnej fertility.

4.4.1 Vlastnosti

V tejto časti budeme skúmať vplyv individuálnej fertility na jednotlivé rozhodovacie premenné $s_{t,1S}(\alpha)$, $s_{t+1,2S}(\alpha)$ a $n_{t+1}(\alpha)$. Ako prvé ukážeme, že pri predpoklade rovnovážneho stavu z hľadiska vývoja populácie, teda keď individuálna fertilita je nezávislá od času, tak zvýšenie hodnoty rodičovského faktora implementovaného v dôchodkovom systéme vedie k zvýšeniu individuálnej fertility.

Veta 4.1. *Predpokladajme rovnovážny stav charakterizovaný homogénnou populáciou, teda $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = n$. Zvyšovanie hodnoty rodičovského faktora α vedie k nárastu individuálnej fertility.*

Dôkaz. Použitím vety o implicitnej funkcii (pozri [51, 33]) dostaneme

$$\frac{dn_{t+1}}{d\alpha} = - \frac{\det \begin{bmatrix} U_{S1S1} & U_{S1S2} & U_{S1\alpha} \\ U_{S1S2} & U_{S2S2} & U_{S2\alpha} \\ U_{nS1} & U_{nS2} & U_{n\alpha} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} U_{S1S1} & U_{S1S2} & U_{S1n} \\ U_{S1S2} & U_{S2S2} & U_{S2n} \\ U_{S1n} & U_{S2n} & U_{nn} \end{bmatrix}} = - \frac{\det(H_n)}{\det(H)}. \quad (226)$$

Na základe výpočtov v predchádzajúcej časti vieme, že determinant vystupujúci v menovateli výrazu je záporný, pozri (213). Potrebne je tak dourčiť znamienko determinantu v čitateli výrazu (226). Postupne odvodíme jednotlivé druhé parciálne derivácie. Výrazy U_{S1S1} , U_{S2S2} , U_{S1S2} , U_{S1n} a U_{S2n} možno nájsť vyjadrené vzťahmi (196), (197), (198), (207), a (208). Pre $U_{S1\alpha}$ deriváciou výrazu (192) podľa rodičovského faktora dostaneme

$$U_{S1\alpha} = R_{t+2}R_{t+1}U_{33} \left[\tau_{t+2,P}\bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P}\beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[n_{t+1} - \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right]. \quad (227)$$

Pri predpoklade homogénnej populácie, t. j. keď $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = n$, platí $U_{S1\alpha}=0$. Obdobne pre $U_{S2\alpha}$ deriváciou výrazu (193) získame

$$U_{S2\alpha} = R_{t+2}U_{33} \left[\tau_{t+2,P}\bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P}\beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[n_{t+1} - \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right], \quad (228)$$

čo je pri homogénnej populácii opäť rovné nula, teda $U_{S2\alpha} = 0$.

Účelovú funkciu napokon dvakrát zderivujeme, najskôr podľa samotnej premennej α a potom podľa premennej n_{t+1} . Prvá derivácia podľa α vyzerá nasledovne

$$U_{\alpha} = U_3 \left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[n_{t+1} - \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] \quad (229)$$

Označme

$$\Omega = \left[\tau_{t+2,P} \bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1} \right]. \quad (230)$$

Následne druhá derivácia výrazu (229) podľa premennej n_{t+1} je potom daná ako

$$U_{\alpha n} = U_3 \Omega \left[1 + \frac{\bar{n}_{t+1} f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] + U_{33} \Omega \left[n_{t+1} - \bar{n}_{t+1} \frac{1 - f(n_{t+1}) + \beta}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] \\ * \left[\Omega \left[\alpha - (1 - \alpha) \bar{n}_{t+1} \frac{f'(n_{t+1})}{1 - \overline{f(n_{t+1})} + \beta} \right] - R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1} \right], \quad (231)$$

čo pre prípad homogénnej populácie možno zjednodušiť na tvar

$$U_{\alpha n} = U_3 \Omega \left[1 + \frac{n f'(n)}{1 - f(n) + \beta} \right] > 0. \quad (232)$$

Determinant vystupujúci v čitateli výrazu (226) môžeme rozpísať nasledovným spôsobom

$$\det(H_n) = U_{S1S1} U_{S2S2} U_{n\alpha} + U_{S1S2} U_{S2\alpha} U_{nS1} + U_{S1S2} U_{nS2} U_{S1\alpha} \\ - U_{nS1} U_{S2S2} U_{S1\alpha} - U_{S1S2}^2 U_{n\alpha} - U_{nS2} U_{S2\alpha} U_{S1S1} \\ = U_{n\alpha} \left(U_{S1S1} U_{S2S2} - U_{S1S2}^2 \right) > 0, \quad (233)$$

pričom sme využili, že za predpokladu homogénnej populácie platí $U_{S1\alpha} = 0$ a $U_{S2\alpha} = 0$.

Taktiež pri vyhodnotení kladnosti získaného výrazu sa odvolávame na (199) a (232).

Z toho vyplýva $\frac{\partial n_{t+1}}{\partial \alpha} > 0$ pri stacionárnom stave populácie. $\square$

Ďalej sa pozrieme na vzťah medzi súkromnými úsporami v druhej, resp. tretej perióde života jednotlivca a rodičovským faktorom α . Tie sú uvedené vo Vete 4.2 a vo Vete 4.3.

Veta 4.2. *Predpokladajme rovnovážny stav charakterizovaný homogénnou populáciou, teda $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = n$. Nech platí*

$$\frac{\partial p_{t+2}^*}{\partial n_{t+1}} + R_{t+2} R_{t+1} \frac{\partial s_{t,1D}}{\partial n_{t+1}} > 0, \quad (234)$$

potom zvyšovanie hodnoty rodičovského faktora α vedie k redukcii súkromných úspor v druhej perióde života jednotlivca.

Dôkaz. Veta o implicitnej funkcii (pozri [51, 33]) vedie k nasledovnému vyjadreniu parciálnej derivácie súkromných úspor v druhej perióde podľa rodičovského faktora α

$$\frac{ds_{t,1S}}{d\alpha} = - \frac{\det \begin{bmatrix} U_{S1\alpha} & U_{S1S2} & U_{S1n} \\ U_{S2\alpha} & U_{S2S2} & U_{S2n} \\ U_{n\alpha} & U_{nS2} & U_{nn} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} U_{S1S1} & U_{S1S2} & U_{S1n} \\ U_{S1S2} & U_{S2S2} & U_{S2n} \\ U_{S1n} & U_{S2n} & U_{nn} \end{bmatrix}} = - \frac{\det(H_{s_1})}{\det(H)}. \quad (235)$$

S odvolaním sa na (213) možno ako prvé skonštatovať, že $\det(H) < 0$. Spočítajme determinant nachádzajúci sa v čitateli výrazu (235)

$$\begin{aligned} \det(H_{s_1}) &= U_{S1\alpha}U_{S2S2}U_{nn} + U_{S1S2}U_{S2n}U_{n\alpha} + U_{S2\alpha}U_{nS2}U_{S1n} \\ &\quad - U_{S1n}U_{S2S2}U_{n\alpha} - U_{S1S2}U_{S2\alpha}U_{nn} - U_{S2n}^2U_{S1\alpha} \\ &= U_{n\alpha}(U_{S1S2}U_{S2n} - U_{S1n}U_{S2S2}), \end{aligned} \quad (236)$$

pričom bolo využité, že za predpokladu homogénnej populácie platí $U_{S1\alpha} = 0$ a $U_{S2\alpha} = 0$, pozri (227) a (228). Rovnako vieme podľa (232) že $U_{n\alpha} > 0$. O znamienku determinantu tak rozhoduje výraz $U_{S1S2}U_{S2n} - U_{S1n}U_{S2S2}$, ktorý podľa (211) možno rozpísať ako

$$U_{S1S2}U_{S2n} - U_{S1n}U_{S2S2} = -U_{11}U_{22}\Gamma - R_{t+2}^2U_{11}U_{33}\Gamma - R_{t+2}R_{t+1}U_{22}U_{33}\Phi. \quad (237)$$

Výrazy $U_{11}U_{22}\Gamma$ a $R_{t+2}^2U_{11}U_{33}\Gamma$ sú na základe striktnej konkávnosti účelovej funkcie a vlastnosti $\Gamma > 0$, pozri (203), kladné. Na zabezpečenie zápornej hodnoty $\det(H_{s_1})$ tak postačuje aby aj výraz $R_{t+2}R_{t+1}U_{22}U_{33}\Phi$ bol kladný, čo nastáva práve vtedy keď $\Phi > 0$. Podľa rozpisu (205) pre Φ tak musí platiť

$$\left[\tau_{t+2,P}\bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})} \right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P}\beta \tilde{w}_{t+1,1} \right] \left[\alpha - \frac{(1-\alpha)\bar{n}_{t+1}f'(n_{t+1})}{1-f(n_{t+1})+\beta} \right] - R_{t+2}R_{t+1}\tau_{t,D}f'(n_{t+1})\tilde{w}_{t,1} > 0. \quad (238)$$

S ohľadom na tvar uvažovanej dôchodkovej dávky (187) a kvôli vyjadreniu pre hodnotu úspor jednotlivca v druhom pilieri, možno podmienku (238) prepísať na tvar

$$\frac{\partial p_{t+2}^*}{\partial n_{t+1}} + R_{t+2}R_{t+1} \frac{\partial s_{t,1D}}{\partial n_{t+1}} > 0, \quad (239)$$

kde $s_{t,1D}$ predstavuje úspory jednotlivca v druhom pilieri dôchodkového sporenia v prvej z periód jeho ekonomicky aktívneho života. $\square$

Ak celková zmena dôchodkovej dávky z prvého piliera a zúročená hodnota zmeny súkromných úspor v druhom pilieri z prvej z periód ekonomickej aktivity jednotlivca, spôsobená navýšením individuálnej fertility, je kladná, potom dochádza k redukcii súkromných úspor v prvej z periód ekonomickej aktivity jednotlivca. Keďže pri výchove ďalšieho dieťaťa dochádza k znižovaniu úspor v druhom pilieri, tak dodatočná časť dôchodkovej dávky z prvého piliera naviazaná na individuálnu fertilitu musí byť na dostatočne vysokej úrovni, aby si jednotlivec mohol dovoliť súkromne sporiť menej finančných prostriedkov na zabezpečenie v postproduktívnom veku. Inak to môže viesť k výraznejšiemu šetreniu a teda k menšej alokácii finančných prostriedkov na súkromnú spotrebu.

Veta 4.3. *Predpokladajme rovnovážny stav charakterizovaný homogénnou populáciou, teda $n_{t+1} = \bar{n}_{t+1} = n$. Nech platí*

$$R_{t+2}R_{t+1}\frac{\partial(c_{t,1} + s_{t,1S})}{\partial n_{t+1}} + \frac{\partial p_{t+2}^*}{\partial n_{t+1}} + R_{t+1}R_{t+2}\frac{\partial s_{t,1D}}{\partial n_{t+1}} > 0 \quad (240)$$

potom zvyšovanie hodnoty rodičovského faktora α vedie k redukcii súkromných úspor v tretej perióde života jednotlivca.

Dôkaz. Použitím vety o implicitnej funkcii (pozri [51, 33]) možno odvodiť efekt rodičovského faktora α na súkromné úspory v druhej perióde ako

$$\frac{ds_{t+1,2S}}{d\alpha} = - \frac{\det \begin{bmatrix} U_{S1S1} & U_{S1\alpha} & U_{S1n} \\ U_{S1S2} & U_{S2\alpha} & U_{S2n} \\ U_{nS1} & U_{n\alpha} & U_{nn} \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} U_{S1S1} & U_{S1S2} & U_{S1n} \\ U_{S1S2} & U_{S2S2} & U_{S2n} \\ U_{S1n} & U_{S2n} & U_{nn} \end{bmatrix}} = - \frac{\det(H_{s_2})}{\det(H)}. \quad (241)$$

S ohľadom na konkávnosť účelovej funkcie vzhľadom na rozhodovacie premenné, možno skonštatovať, že $\det(H) < 0$, pozri (213). Spočítajme determinant nachádzajúci sa v čitateli výrazu (241)

$$\begin{aligned} \det(H_{s_2}) &= U_{S1S1}U_{S2\alpha}U_{nn} + U_{S1S2}U_{S1n}U_{n\alpha} + U_{S1\alpha}U_{S2n}U_{nS1} \\ &\quad - U_{S1n}^2U_{S2\alpha} - U_{S1S2}U_{S1\alpha}U_{nn} - U_{S1S1}U_{S2n}U_{n\alpha} \\ &= U_{n\alpha}(U_{S1S2}U_{S1n} - U_{S1S1}U_{S2n}), \end{aligned} \quad (242)$$

pričom bolo využité, že za predpokladu homogénnej populácie platí $U_{S1\alpha} = 0$ a $U_{S2\alpha} = 0$, pozri (227) a (228). Taktiež podľa (232) platí, že $U_{n\alpha} > 0$. O znamienku determinantu tak rozhoduje výraz $U_{S1S2}U_{S1n} - U_{S1S1}U_{S2n}$, ktorý podľa (212) možno rozpísať nasledovným spôsobom

$$U_{S1S2}U_{S1n} - U_{S1S1}U_{S2n} = R_{t+2}U_{11}U_{33} (R_{t+2}R_{t+1}\Gamma - \Phi). \quad (243)$$

Vzhľadom na to, že $R_{t+2}U_{11}U_{33} > 0$, tak o znamienku výrazu (243) rozhoduje časť $R_{t+2}R_{t+1}\Gamma - \Phi$. Pokiaľ $R_{t+2}R_{t+1}\Gamma - \Phi < 0$, čo podľa vzťahov (203) a (205) nastáva keď

$$\begin{aligned} & R_{t+2}R_{t+1} (1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1})\tilde{w}_{t,1} - \left[\tau_{t+2,P}\bar{n}_{t+2} \left(1 - \overline{f(n_{t+3})}\right) \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P}\beta\tilde{w}_{t+1,1} \right] \\ & * \left[\alpha - \frac{(1 - \alpha)\bar{n}_{t+1}f'(n_{t+1})}{(1 - \overline{f(n_{t+1})}) + \beta} \right] + R_{t+2}R_{t+1}\tau_{t,D}f'(n_{t+1})\tilde{w}_{t,1} < 0, \end{aligned} \quad (244)$$

potom dochádza k znižovaniu súkromných úspor v tretej perióde života jedinca. Výraz (244) možno prepísať na tvar

$$R_{t+2}R_{t+1} \frac{\partial (c_{t,1} + s_{t,1S})}{\partial n_{t+1}} + \frac{\partial p_{t+2}^*}{\partial n_{t+1}} + R_{t+2}R_{t+1} \frac{\partial s_{t,1D}}{\partial n_{t+1}} > 0 \quad (245)$$

□

Pokiaľ celková zmena dôchodkovej dávky spolu so zúročenou hodnotou zmeny spotreby, súkromných úspor a úspor v druhom pilieri z prvej ekonomicky aktívnej periódy jednotlivca vzhľadom na zmenu pri náraste individuálnej fertility je kladná, vedie to k redukcii súkromných úspor v tretej perióde. Ak teda dodatočná hodnota penzijnej dávky z prvého piliera prevýši jednotlivé straty spotreby a súkromných úspor, tak sporenie v tretej etape života prostredníctvom súkromných úspor môže byť menšie, ako v prípade, keď by sa výchova potomkov v druhej perióde výrazne prejavila na finančnej ujme jednotlivca.

4.4.2 Optimálne nastavenie

V tejto kapitole sa pozrieme na ilustračné optimálne nastavenie modelu dôchodkového systému z pohľadu rodičovského faktora, individuálnej fertility a súkromných úspor pre rôzne scenáre a nastavenia jednotlivých parametrov modelu. Analogicky vzhľadom na kapitoly 4.2.3 a 4.3.1 uvažujme funkciu užitočnosti v tvare súčtu logaritmov jednotlivých jej argumentov, teda

$$U(c_{t,1}, c_{t+1,2}, z_{t+2}, n_{t+1}) = \ln c_t + \delta_1 \ln c_{t+1,2} + \delta_2 \ln z_{t+2} + \gamma \ln n_{t+1}. \quad (246)$$

Parametre δ_1 a δ_2 predstavujú preferencie jednotlivca voči budúcej spotrebe a parameter γ zas indikuje jednotlivcov postoj voči potomkom. Efekt zmeny súkromných úspor $s_{t,1S}$ na celoživotnú užitočnosť je potom daný ako

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s_{t,1S}} &= \frac{-1}{c_{t,1}} + \frac{\delta_2 R_{t+2} R_{t+1}}{z_{t+2}} \\ &= \frac{-1}{(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_{t,1} - s_{t,1S}} \\ &\quad + \frac{\delta_2 R_{t+2} R_{t+1}}{R_{t+2} R_{t+1} (s_{t,1S} + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_{t,1}) + R_{t+2} [s_{t+1,2S} + \tau_{t+1,D} \beta \tilde{w}_{t,1}] + p_{t+2}^*}. \end{aligned} \quad (247)$$

a podobne aj efekt zmeny súkromných úspor v druhej perióde na celoživotnú užitočnosť

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s_{t+1,2S}} &= \frac{-\delta_1}{c_{t,2}} + \frac{\delta_2 R_{t+2}}{z_{t+2}} \\ &= \frac{-\delta_1}{(1 - \tau_{t+1,P} - \tau_{t+1,D}) \beta \tilde{w}_{t,1} - s_{t+1,2S}} \\ &\quad + \frac{\delta_2 R_{t+2}}{R_{t+2} R_{t+1} (s_{t,1S} + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_{t,1}) + R_{t+2} [s_{t+1,2S} + \tau_{t+1,D} \beta \tilde{w}_{t,1}] + p_{t+2}^*}. \end{aligned} \quad (248)$$

Obdobne deriváciou funkcie užitočnosti podľa individuálnej fertility n_{t+1} obdržíme

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial n_{t+1}} &= \frac{-(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) f'(n_{t+1}) \tilde{w}_{t,1}}{(1 - \tau_{t,P} - \tau_{t,D}) [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_{t,1} - s_{t,1S}} \\ &\quad + \frac{-\delta_2 R_{t+2} R_{t+1} \tau_{t,D} \tilde{w}_{t,1} f'(n_{t+1}) + \delta_2 [\tau_{t+2,P} \tilde{n}_{t+2} [1 - f(n_{t+3})] \tilde{w}_{t+2,1} + \tau_{t+2,P} \beta \tilde{w}_{t+1,1}] \left[\alpha - \frac{(1-\alpha) \tilde{n}_{t+1} f'(n_{t+1})}{1 - f(n_{t+1}) + \beta} \right]}{R_{t+2} R_{t+1} (s_{t,1S} + \tau_{t,D} [1 - f(n_{t+1})] \tilde{w}_{t,1}) + R_{t+2} [s_{t+1,2S} + \tau_{t+1,D} \beta \tilde{w}_{t,1}] + p_{t+2}^*} \\ &\quad + \frac{\gamma}{n_{t+1}}. \end{aligned} \quad (249)$$

Uvažujme dlhodobý rovnovážny stav, kde $\tau_{t,P}$, $\tau_{t,D}$, R_t , $\tilde{w}_t$, s_t , a n_t sú nezávislé od času t . Rovnako ako v predchádzajúcich kapitolách 4.2.3 a 4.3.1 budeme pracovať najskôr so stratovou funkciou v lineárnom tvare $f(n_{t+1}) = an_{t+1}$. V takom prípade jednotlivé parciálne derivácie dané vzťahmi (247), (248) a (249) možno upraviť na tvar

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s_{1S}} &= \frac{-1}{(1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an) \tilde{w} - s_{1S}} \\ &\quad + \frac{\delta_2 R^2}{R^2 [s_{1S} + \tau_D (1 - an) \tilde{w}] + R (s_{2S} + \tau_D \beta \tilde{w}) + \tau_P \tilde{w} n [(1 - an) n + \beta]}, \end{aligned} \quad (250)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial s_{2S}} &= \frac{-\delta_1}{(1 - \tau_P - \tau_D) \beta \tilde{w} - s_{2S}} \\ &\quad + \frac{\delta_2 R}{R^2 [s_{1S} + \tau_D (1 - an) \tilde{w}] + R (s_{2S} + \tau_D \beta \tilde{w}) + \tau_P \tilde{w} n [(1 - an) n + \beta]}, \end{aligned} \quad (251)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial n} &= \frac{-(1 - \tau_P - \tau_D) a \tilde{w}}{(1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an) \tilde{w} - s_{1S}} \\ &\quad + \frac{-\delta_2 R^2 \tau_D a \tilde{w} + \delta_2 \tau_P \tilde{w} [(1 - an) n + \beta] \left[\alpha - \frac{(1-\alpha) an}{1 - an + \beta} \right]}{R^2 [s_{1S} + \tau_D (1 - an) \tilde{w}] + R (s_{2S} + \tau_D \beta \tilde{w}) + \tau_P \tilde{w} n [(1 - an) n + \beta]} \\ &\quad + \frac{\gamma}{n}. \end{aligned} \quad (252)$$

Pri predpoklade existencie vnútorného riešenia, potom z prvej z podmienok optimality prvého rádu pre premennú s_{1S} v bode optimálneho riešenia získame

$$\begin{aligned} R^2(1 + \delta_2)s_{1S_{opt}} &= \delta_2 R^2 (1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an_{opt}) \tilde{w} - R^2 \tau_D (1 - an_{opt}) \tilde{w} \\ &\quad - R (s_{2S_{opt}} + \tau_D \beta \tilde{w}) - \tau_P \tilde{w} n_{opt} [(1 - an_{opt}) n_{opt} + \beta]. \end{aligned} \quad (253)$$

Dosadením predchádzajúceho výrazu do druhej z podmienok optimality pre súkromné úspory v tretej perióde je následne možné pre túto premennú vyjadriť vzťah

$$\begin{aligned} \frac{\delta_2 R (1 + \delta_1 + \delta_2)}{1 + \delta_2} s_{2S_{opt}} &= \delta_2 R (1 - \tau_P - \tau_D) \beta \tilde{w} - \frac{\delta_1 \delta_2 R^2}{1 + \delta_2} (1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an_{opt}) \tilde{w} \\ &\quad - \frac{\delta_1 \delta_2 R^2}{1 + \delta_2} \tau_D (1 - an_{opt}) \tilde{w} - \frac{\delta_1 \delta_2 R}{1 + \delta_2} \tau_D \beta \tilde{w} \\ &\quad - \frac{\delta_1 \delta_2}{1 + \delta_2} \tau_P n_{opt} \tilde{w} [(1 - an_{opt}) n_{opt} + \beta]. \end{aligned} \quad (254)$$

Ďalej s použitím vzťahov pre optimálnu hodnotu rodičovského faktora (219) a zvolenú stratovú funkciu možno optimálnu α_{opt} vyjadriť ako

$$\alpha_{opt} = 1 + \frac{(1 - 2an_{opt}) n_{opt} (1 - an_{opt} + \beta)}{[n_{opt} (1 - an_{opt}) + \beta] (1 + \beta)}. \quad (255)$$

Rekurzívnym spočítaním $s_{2S_{opt}}$ podľa (254), $s_{1S_{opt}}$ zo vzťahu (253) a následným dourčením optimálnej hodnoty individuálnej fertility pomocou tretej z podmienok optimality (252) a vzťahu (255) pre optimálnu hodnotu rodičovského faktora α_{opt} je úplne určené optimálne nastavenie uvedeného modelu dôchodkového systému pre stanovenú funkciu užitočnosti a stratovú funkciu.

Rovnako ako v predchádzajúcich kapitolách boli vykonané výpočty s cieľom získať optimálne nastavenie dôchodkového systému pre viaceré kombinácie penalizačného parametra a a úrokového faktora R . Parameter β bol nastavený na úroveň 1.2. Analogicky k $\delta = 1/4$ uvažovanej pri modeli s jedným a dvomi piliermi, uvažujeme teraz $\delta_1 = 1/\sqrt{2}$ a $\delta_2 = 1/2$. Pri uvedenej voľbe parametrov δ_1 a δ_2 na základe podmienok optimality prvého rádu podľa (247) a (248), dostaneme $\frac{R^2}{2} c_{t,1} = z_{t+2}$, resp. $\frac{\sqrt{2}R}{2} c_{t,1} = z_{t+2}$. Pri hodnote úrokového faktora $R^2 = 2$, je tak nastavené zachovanie spotreby počas celého ekonomicky aktívneho a postproduktívneho obdobia. Vyšší úrokový faktor dovoľuje mať väčšiu spotrebu v postproduktívnom veku, zatiaľ čo pri nižšej hodnote spotreba klesá oproti ekonomicky aktívnym periódam. Keďže pri uvažovanom modeli nie je zaručené, že

optimálna hodnota rodičovského faktora nepresiahne hodnotu 100%, bolo rámci výpočtov toto obmedzenie nastavené.

Pri výpočtoch boli miery príspevkov do prvého piliera dôchodkového systému a do rezervného fondu solidarity brané dohromady a držané na úrovni $\tau_P = 17.25\%$. Odvody do druhého piliera boli nastavené ako $\tau_D = 5.5\%$. Súčasne mzda jednotlivca bez potomkov bola normalizovaná na jednotku, t. j. $\tilde{w} = 1$. V takom prípade získaná optimálna hodnota súkromných úspor zodpovedá percentuálnemu vyjadreniu úspor z celkového príjmu jedinca.

Súhrn optimálnych riešení pre kombinácie hodnôt uvažovaných parametrov úrokového faktora R a parametra stratovej funkcie a , možno pozorovať v Tabuľke 16. Okrem optimálnych hodnôt pre modelové premenné individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor v druhej $s_{1S_{opt}}$ a tretej perióde $s_{2S_{opt}}$, hodnoty rodičovského faktora α_{opt} , je tabuľke uvedená aj dosiahnutá úroveň úspor v druhom pilieri s_{1D} , resp. s_{2D} v jednotlivých etapách života jedinca.

V porovnaní s bezdetným jedincom, ktorého hodnota úspor v druhom pilieri druhej perióde života je na úrovni 5.5%, sú úspory jedinca, ktorý sa rozhodol vychovať potomkov nižšie na úrovni medzi 1.56% až 2.75%. Keďže v tretej perióde jedinec už nevychováva ďalších potomkov, úspory v druhom pilieri sú pre všetkých na jednotnej úrovni 6.6%, odrážajúc predpokladaný nárast príjmu koeficientom β .

Možno si ďalej všimnúť, že zvyšovanie penalizačnej konštanty a vedie k nárastu hodnoty súkromných individuálnych úspor v druhej i v tretej etape. Dôležité je upozorniť na vysoký počet výskytov negatívnych hodnôt pre súkromné úspory v druhej perióde života jedinca. Vedie to k záveru, že výchova potomkov a teda aj strata pracovnej kariéry môžu byť príčinou veľkej miery zadlženosti. Nedochádza k tomu iba pri nízkych úrovniach úrokového faktora. Súkromné úspory v druhej perióde sa pohybujú v rozmedzí -95.79% a -7.07% , zatiaľ čo v tretej perióde je to medzi 9.51 a 35.46%. Zvyšovanie hodnoty úrokového faktora vedie rovnako k nárastu hodnoty súkromných úspor v druhej perióde. Naproti tomu závislosť medzi súkromnými úsporami v tretej perióde a úrokovým faktorom nie je úplne jednoznačná. Pri nízkej úrovni penalizačnej konštanty dochádza k nárastu súkromných úspor v tretej perióde až pokiaľ nie je prekročená určená hranica úrokového faktora. Vzťah sa následne mení na klesajúci.

$R^2 = 1.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.5850	-0.9579	0.0951	0.0156	0.0660	0.5264	1.3695	-0.9579	0.0951	0.0156	0.0660	0.5883
0.25	2.8218	-0.7807	0.2140	0.0162	0.0660	0.6122	0.9887	-0.7807	0.2140	0.0162	0.0660	0.5042
0.30	2.2837	-0.6673	0.2832	0.0173	0.0660	0.6966	0.7560	-0.6673	0.2832	0.0173	0.0660	0.4552
0.35	1.8725	-0.5829	0.3265	0.0190	0.0660	0.7786	0.5960	-0.5829	0.3265	0.0190	0.0660	0.4246
0.40	1.5385	-0.5125	0.3546	0.0212	0.0660	0.8573	0.4755	-0.5125	0.3546	0.0212	0.0660	0.4048
$R^2 = 1.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.3935	-0.6446	0.1538	0.0177	0.0660	0.6338	1.3407	-0.9669	0.1884	0.0265	0.0808	0.6695
0.25	2.5736	-0.5095	0.2471	0.0196	0.0660	0.7534	0.9402	-0.7642	0.3026	0.0294	0.0808	0.5888
0.30	1.9675	-0.4101	0.2977	0.0225	0.0660	0.8705	0.6809	-0.6152	0.3646	0.0337	0.0808	0.5448
0.35	1.4722	-0.3214	0.3244	0.0267	0.0660	0.9820	0.4860	-0.4821	0.3973	0.0400	0.0808	0.5220
0.40	1.2500	-0.2874	0.3436	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.4311	0.4208	0.0412	0.0808	0.5052
$R^2 = 2.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.1824	-0.4667	0.1795	0.0200	0.0660	0.7381	1.2938	-0.9334	0.2539	0.0400	0.0933	0.7476
0.25	2.2825	-0.3419	0.2534	0.0236	0.0660	0.8905	0.8584	-0.6838	0.3584	0.0472	0.0933	0.6735
0.30	1.6667	-0.2518	0.2890	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.5036	0.4087	0.0550	0.0933	0.6380
0.35	1.4286	-0.2262	0.3145	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.4524	0.4448	0.0550	0.0933	0.6124
0.40	1.2500	-0.2085	0.3323	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.4170	0.4699	0.0550	0.0933	0.5947
$R^2 = 2.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	2.9459	-0.3432	0.1885	0.0226	0.0660	0.8404	1.2248	-0.8580	0.2980	0.0565	0.1044	0.8257
0.25	2.0000	-0.2233	0.2455	0.0275	0.0660	1.0000	0.7590	-0.5583	0.3882	0.0688	0.1044	0.7621
0.30	1.6667	-0.1917	0.2808	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.4793	0.4440	0.0688	0.1044	0.7225
0.35	1.4286	-0.1713	0.3037	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.4283	0.4802	0.0688	0.1044	0.6968
0.40	1.2500	-0.1571	0.3195	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.3928	0.5052	0.0688	0.1044	0.6791
$R^2 = 3.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	2.6747	-0.2451	0.1867	0.0256	0.0660	0.9421	1.1276	-0.7353	0.3234	0.0768	0.1143	0.9068
0.25	2.0000	-0.1756	0.2389	0.0275	0.0660	1.0000	0.7590	-0.5268	0.4138	0.0825	0.1143	0.8428
0.30	1.6667	-0.1492	0.2711	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.4476	0.4696	0.0825	0.1143	0.8034
0.35	1.4286	-0.1322	0.2920	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.3966	0.5058	0.0825	0.1143	0.7777
0.40	1.2500	-0.1204	0.3065	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.3612	0.5309	0.0825	0.1143	0.7600
$R^2 = 4.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	2.5000	-0.1458	0.1745	0.0275	0.0660	1.0000	1.0566	-0.5832	0.3490	0.1100	0.1320	1.0644
0.25	2.0000	-0.1122	0.2222	0.0275	0.0660	1.0000	0.7590	-0.4488	0.4444	0.1100	0.1320	0.9966
0.30	1.6667	-0.0924	0.2501	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.3696	0.5002	0.1100	0.1320	0.9572
0.35	1.4286	-0.0796	0.2682	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.3184	0.5364	0.1100	0.1320	0.9317
0.40	1.2500	-0.0707	0.2807	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.2828	0.5614	0.1100	0.1320	0.9141

Tabuľka 16: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model s kariérnym rastom. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor $s_{1S_{opt}}$, $s_{2S_{opt}}$ a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_{1D} , s_{2D} a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor $R^2 s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, $R^2 s_{1D}$, Rs_{2D} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.1581$, $\beta = 1.2$ a $w = 1$.

Optimálne hodnoty individuálnej fertility sú v medziach 1.2500 až 3.5850, zatiaľ čo hodnota rodičovského faktora sa pohybuje od 52.64% do 100%. Maximálna hodnota rodičovského faktora je dosiahnutá tým častejšie čím je zvolená väčšia úroveň úrokového faktora v kombinácii s vyššou úrovňou penalizačnej konštanty a . Pri zvyšovaní hodnoty úrokového faktora zároveň dochádza k poklesu hodnoty individuálnej fertility a k nárastu rodičovského faktora až pokiaľ nie je v optimálnom riešení stabilizovaná maximálna hodnota $\alpha_{opt} = 100\%$. Rodičovský faktor, individuálna fertilita a ani hodnota súkromných úspor v druhom pilieri v druhej etape života jedinca sa potom už nemenia s nárastom úrokového faktora.

V Tabuľke 16 sú zároveň zobrazené výsledky pre hodnoty dôchodkovej dávky z prvého piliera p , zúročených súkromných úspor $R^2s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, individuálnych úspor R^2s_{1D} , Rs_{2D} , spolu s celkovou hodnotou spotreby v postproduktívnom veku z .

Z hľadiska naviazanosti uvedených premenných na penalizačnú konštantu a , tak s nárastom jej hodnoty, hodnota dôchodkovej dávky z prvého piliera klesá s rozsahom medzi 39.35% a 136.95%. Rovnako klesá s nárastom parametra a i celková spotreba v postproduktívnom veku, pričom dosahuje rozmedzie 40.48% až 106.44%. K poklesu dôchodkovej dávky z prvého piliera dochádza takisto aj pri náraste úrokového faktora, pokiaľ nie je dosiahnutý stabilný stav charakterizovaný $\alpha_{opt} = 100\%$. Následne nedochádza k žiadnej zmene dôchodkovej dávky z prvého piliera pri zmene úrokového faktora. Kumulatívna hodnota spotreby v postproduktívnom veku naopak vykazuje rast pri prechode k vyšším hodnotám úrokového faktora.

Spracovali sme i výsledky pre hodnoty preferenčného parametra $\gamma = 0.3$ a $\gamma = 1$, ktoré sú uvedené v prílohe B. 1 v Tabuľkách 24 a 25. Správanie jednotlivých premenných vzhľadom na zvýšenie úrokového faktora v prípade $\gamma = 0.3$ ostalo zachované. Pri $\gamma = 1$ pozorujeme zmenu vzhľadom na premennú p . Tam sa vzťah z čisto klesajúceho zmenil na rastúci pri menších úrovniach úrokového faktora a penalizačnej konštanty a . Pri prekročení určenej úrovne úrokového faktora dochádza následne k prechodu rastúcej závislosti na klesajúcu. Podobne je tomu i pri naviazanosti jednotlivých premenných na zmenu penalizačného parametra a . Pre $\gamma = 0.3$ vzťahy zostali zachované. Pre $\gamma = 1$ nastala zmena vzhľadom na premennú s_{1D} . Pri nízkych úrovniach úrokového faktora a pre dostatočne nízke a dochádza k poklesu úspor v druhom pilieri v druhej etape života jed-

notlivca pri prechode k vyšším hodnotám penalizačného parametra. Postupne sa vzťah mení na rastúci.

Pri nízkych úrovniach úrokového faktora a vysokej preferencii mať potomkov, je počet potomkov výrazne vyšší, čo redukuje súkromné úspory i úspory v druhom pilieri v druhej etape života jednotlivca. Naproti tomu súkromné úspory v tretej perióde života jednotlivca rastú so zvyšovaním hodnoty parametra γ . Zväčšením preferenčného parametra γ taktiež dochádza k redukcii hodnoty rodičovského faktora. Dôchodková dávka z prvého piliera pri vyšších hodnotách individuálnej fertility rastie, okrem prípadu pre $\gamma = 1$, $a = 0.1$ a $R = 1$. Vtedy je zaznamenaný mierny pokles. Na druhú stranu, celková hodnota spotreby v post-produktívnom veku v oboch nových prípadoch poklesla oproti scenáru pre $\gamma = 0.1581$. Výnimkou sú prípady pre $\gamma = 0.3$ kedy je dosiahnutá maximálna úroveň $\alpha_{opt} = 100\%$. V uvedených prípadoch hodnota zostala zachovaná.

Takisto sme spracovali výpočet optimálnych nastavení aj pre stratovú funkciu v kvadratickom tvare $f(n_{t+1}) = an_{t+1}^2$. V takom prípade je možné jednotlivé parciálne derivácie dané vzťahmi (247), (248) a (249), uvažujúc rovnovážny stav pre jednotlivé modelové premenné aj parametre, transformovať na tvary

$$\frac{\partial U}{\partial s_{1S}} = \frac{-1}{(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an^2)\tilde{w} - s_{1S}} + \frac{\delta_2 R^2}{R^2[s_{1S} + \tau_D(1 - an^2)\tilde{w}] + R[s_{2S} + \tau_D\beta\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}n[(1 - an^2)n + \beta]}, \quad (256)$$

$$\frac{\partial U}{\partial s_{2S}} = \frac{-\delta_1}{(1 - \tau_P - \tau_D)\beta\tilde{w} - s_{2S}} + \frac{\delta_2 R}{R^2[s_{1S} + \tau_D(1 - an^2)\tilde{w}] + R[s_{2S} + \tau_D\beta\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}n[(1 - an^2)n + \beta]}, \quad (257)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial n} = & \frac{-(1 - \tau_P - \tau_D)2an\tilde{w}}{(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an^2)\tilde{w} - s_{1S}} \\ & + \frac{-\delta_2 R^2 \tau_D 2an\tilde{w} + \delta_2 \tau_P \tilde{w} [n(1 - an^2) + \beta] \left[\alpha - \frac{(1-\alpha)2an^2}{1-an^2+\beta} \right]}{R^2[s_{1S} + \tau_D(1 - an^2)\tilde{w}] + R[s_{2S} + \tau_D\beta\tilde{w}] + \tau_P\tilde{w}n[(1 - an^2)n + \beta]} \\ & + \frac{\gamma}{n}. \end{aligned} \quad (258)$$

Pri predpoklade existencie vnútorného riešenia, potom z prvej z podmienok optimality prvého rádu pre premennú s_{1S} v bode optimálneho riešenia získame

$$\begin{aligned} R^2(1 + \delta_2)s_{1S_{opt}} = & \delta_2 R^2(1 - \tau_P - \tau_D)(1 - an_{opt}^2)\tilde{w} - R^2\tau_D(1 - an_{opt}^2)\tilde{w} \\ & - R(s_{2S_{opt}} + \tau_D\beta\tilde{w}) - \tau_P\tilde{w}n_{opt}[(1 - an_{opt}^2)n_{opt} + \beta]. \end{aligned} \quad (259)$$

Dosadením predchádzajúceho výrazu do druhej z podmienok optimality získame

$$\begin{aligned} \frac{\delta_2 R (1 + \delta_1 + \delta_2)}{1 + \delta_2} s_{2S_{opt}} &= \delta_2 R (1 - \tau_P - \tau_D) \beta \tilde{w} - \frac{\delta_1 \delta_2 R^2}{1 + \delta_2} (1 - \tau_P - \tau_D) (1 - an_{opt}^2) \tilde{w} \\ &\quad - \frac{\delta_1 \delta_2 R^2}{1 + \delta_2} \tau_D (1 - an_{opt}^2) \tilde{w} - \frac{\delta_1 \delta_2 R}{1 + \delta_2} \tau_D \beta \tilde{w} \\ &\quad - \frac{\delta_1 \delta_2}{1 + \delta_2} \tau_P n_{opt} \tilde{w} \left[(1 - an_{opt}^2) n_{opt} + \beta \right]. \end{aligned} \quad (260)$$

Ďalej s použitím vzťahu pre optimálnu hodnotu rodičovského faktora podľa výrazu (219) a s ohľadom na zvolenú kvadratickú formu stratovej funkcie, možno optimálnu hodnotu premennej α_{opt} vyjadriť ako

$$\alpha_{opt} = 1 + \frac{(1 - 3an_{opt}^2) n_{opt} (1 - an_{opt}^2 + \beta)}{\left[(1 - an_{opt}^2) n_{opt} + \beta \right] \left[1 + an_{opt}^2 + \beta \right]}. \quad (261)$$

Využitím vzťahu (260) pre $s_{2S_{opt}}$, určením $s_{1S_{opt}}$ podľa vzťahu (259) a následným využitím tretej z podmienok optimality (258) pre nájdenie optimálnej hodnoty individuálnej fertility, spolu s optimálnou hodnotou rodičovského faktora α_{opt} podľa výrazu (261), je úplne určené optimálne nastavenie uvedeného modelu dôchodkového systému pre stanovenú funkciu užitočnosti a stratovú funkciu.

I v tomto prípade boli spravené výpočty pre ilustráciu optimálnych nastavení dôchodkového systému pre viaceré kombinácie penalizačného parametra a a úrokového faktora R . Jednotlivé zvolené hodnoty pre parametre a a R sú zhodné s tými, ktoré boli uvažované v kapitole 4.3.1 pri uvažovanej kvadratickej stratovej funkcii. Takisto boli zvolené i úrovne pre parameter γ , parameter β bol nastavený na úroveň 1.2. Rovnako bolo nastavené obmedzenie na maximálnu hranicu $\alpha = 100\%$. Takisto boli zachované hodnoty $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\tilde{w} = 1$. Výsledky pre $\gamma = 0.1581$ uvádzame v Tabuľke 17. Je treba poznamenať, že pri nízkej úrovni preferenčného parametra $\gamma = 0.1581$ v uvedenom modeli dochádza k dosiahnutiu maximálnej hodnoty rodičovského faktora vo všetkých prípadoch okrem nastavenia $R = 1$ a $a = 0.20$, tam je $\alpha_{opt} = 96.32\%$. Následne tak ani optimálne hodnoty individuálnej fertility pri prechode k vyšším hodnotám úrokového faktora sa nemenia. Jednotlivé výsledky sa odlišujú akurát hodnotou súkromných úspor v druhej, či tretej perióde života jedinca. Vzhľadom na nárast parametra a individuálna fertilita klesá, súkromné úspory v druhej, či tretej perióde rastú, dôchodková dávka z prvého piliera a aj celková spotreba v postproduktívnom veku klesajú.

$R^2 = 1.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.3407	-0.4110	0.2865	0.0352	0.0660	0.9632	0.4761	-0.4110	0.2865	0.0352	0.0660	0.4528
0.25	1.1547	-0.3626	0.3064	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.3626	0.3064	0.0367	0.0660	0.4389
0.30	1.0541	-0.3416	0.3213	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.3416	0.3213	0.0367	0.0660	0.4284
0.35	0.9759	-0.3260	0.3323	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.3260	0.3323	0.0367	0.0660	0.4205
0.40	0.9129	-0.3139	0.3409	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.3139	0.3409	0.0367	0.0660	0.4145
$R^2 = 1.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.2409	0.2724	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.3613	0.3336	0.0550	0.0808	0.5670
0.25	1.1547	-0.2208	0.2898	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.3312	0.3549	0.0550	0.0808	0.5519
0.30	1.0541	-0.2068	0.3019	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.3102	0.3698	0.0550	0.0808	0.5414
0.35	0.9759	-0.1964	0.3109	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.2946	0.3808	0.0550	0.0808	0.5335
0.40	0.9129	-0.1883	0.3179	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.2824	0.3893	0.0550	0.0808	0.5275
$R^2 = 2.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.1571	0.2550	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.3142	0.3606	0.0734	0.0933	0.6720
0.25	1.1547	-0.1420	0.2700	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.2840	0.3818	0.0734	0.0933	0.6569
0.30	1.0541	-0.1314	0.2805	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.2628	0.3967	0.0734	0.0933	0.6466
0.35	0.9759	-0.1236	0.2883	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.2472	0.4077	0.0734	0.0933	0.6387
0.40	0.9129	-0.1176	0.2944	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.2352	0.4163	0.0734	0.0933	0.6326
$R^2 = 2.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.1027	0.2364	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.2568	0.3738	0.0918	0.1044	0.7721
0.25	1.1547	-0.0906	0.2499	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.2265	0.3951	0.0918	0.1044	0.7572
0.30	1.0541	-0.0822	0.2593	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.2055	0.4100	0.0918	0.1044	0.7467
0.35	0.9759	-0.0760	0.2663	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.1900	0.4211	0.0918	0.1044	0.7388
0.40	0.9129	-0.0711	0.2717	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.1778	0.4296	0.0918	0.1044	0.7328
$R^2 = 3.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.0640	0.2179	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.1920	0.3774	0.1101	0.1143	0.8687
0.25	1.1547	-0.0540	0.2302	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.1620	0.3987	0.1101	0.1143	0.8535
0.30	1.0541	-0.0469	0.2387	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.1407	0.4134	0.1101	0.1143	0.8431
0.35	0.9759	-0.0418	0.2451	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.1254	0.4245	0.1101	0.1143	0.8350
0.40	0.9129	-0.0377	0.2501	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.1131	0.4332	0.1101	0.1143	0.8293
$R^2 = 4.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.0119	0.1819	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.0476	0.3638	0.1468	0.1320	1.0539
0.25	1.1547	-0.0043	0.1925	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.0172	0.3850	0.1468	0.1320	1.0390
0.30	1.0541	0.0009	0.2000	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	0.0036	0.4000	0.1468	0.1320	1.0284
0.35	0.9759	0.0048	0.2055	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	0.0192	0.4110	0.1468	0.1320	1.0205
0.40	0.9129	0.0078	0.2098	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	0.0312	0.4196	0.1468	0.1320	1.0144

Tabuľka 17: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model s kariérnym rastom. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor $s_{1S_{opt}}$, $s_{2S_{opt}}$ a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_{1D} , s_{2D} a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor $R^2 s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, $R^2 s_{1D}$, Rs_{2D} a celkovej spotreby v post-produktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.1581$, $\beta = 1.2$ a $w = 1$.

Minimálna individuálna fertilita je na úrovni 0.9129, a maximum dosahuje úroveň 1.3407. Pre súkromné úspory v druhej perióde získavame rozsah medzi -41.10% až 0.78% a pre súkromné úspory v tretej perióde zas minimálnu hodnotu na úrovni 18.19% a maximálnu hodnotu 34.09% . Dôchodková dávka z prvého piliera sa pohybuje medzi 28.48% a 47.61% , pričom celková spotreba v postproduktívnom veku je medzi 41.45% a 105.39 .

Spracovali sme i výsledky pre hodnoty preferenčného parametra $\gamma = 0.3$ a $\gamma = 1$. V prípade $\gamma = 0.3$ možno výsledky pozorovať v prílohe B. 1 v Tabuľke 26. Treba poznamenať, že zväčšenie hodnoty parametra γ z 0.1581 na 0.3 v tomto modeli neprinieslo výrazne zmeny. Je zachovaný trend dosahovania maximálnej hodnoty rodičovského faktora $\alpha_{opt} = 100\%$. Výnimkou sú prípady pre $R = 1.00$ a pre hodnoty penalizačného parametra $a = 0.20, 0.25, 0.30, 0.35$.

Väčšiu variabilitu pozorujeme v prípade pre $\gamma = 1$. Výsledky tohto scenára uvádzame v prílohe B. 1 v Tabuľke 27. Naviazanosť jednotlivých premenných na rast hodnoty penalizačného parametra a zostala aj v tomto prípade zachovaná. Efekt rastu hodnoty úrokového faktora s v tomto prípade prejaví poklesom hodnoty individuálnej fertility, súkromných úspor v tretej perióde a nevyhnutne aj poklesom dôchodkovej dávky z prvého piliera. Naopak súkromné úspory spolu s úsporami v druhom pilieri v druhej perióde, hodnota rodičovského faktora a zároveň aj celková spotreba v postproduktívnom veku rastú s nárastom úrokového faktora.

Pri porovnaní s výsledkami pre $\gamma = 0.1581$ a $\gamma = 0.3$, individuálna fertilita výrazne narástla, pri oveľa nižších hodnotách rodičovského faktora. Je takisto zaznamenaný aj rast dôchodkovej dávky z prvého piliera. Avšak vysoká individuálna fertilita sa prejavila aj poklesom súkromných úspor i úspor v druhom pilieri v druhej perióde života jedinca. Napriek nárastu súkromných úspor v tretej ekonomicky aktívnej etape, celková spotreba v postproduktívnom veku je nižšia oproti prípadom pre $\gamma = 0.1581$ a $\gamma = 0.3$.

Záver

Rok 2023 je míľnikom v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky. Reformou dôchodkového systému podľa Zákona č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov [104], bol uvedený do platnosti rodičovský dôchodok, ktorý explicitným spôsobom prepája individuálnu fertilitu a nárok na dôchodkovú dávku. Ide tak o jednoznačné zavedenie rodičovského bonusu v dôchodkovom systéme. Vzhľadom na pretrvávajúci problém udržateľnosti a stability priebežne financovaných dôchodkových systémov, ktorý je do značnej miery ovplyvnený starnutím populácie v s spojení s nízkou úrovňou miery fertility, možno uvedenú reformu považovať za krok v snahe o podporu rodičov, ktorí vychovávajú budúce generácie prispievateľov do dôchodkového systému.

V predkladanej práci sme sa venovali práve štúdiu vzťahu medzi individuálnou fertilitou a dôchodkovým systémom. Cieľom práce na základe poukázania na uvedený vzťah, bola analýza možností úprav dôchodkových systémov s ohľadom na previazanie nárokov na dôchodkovú dávku a individuálnej fertility. V teoretickej časti sme sa zamerali na analýzu matematického pozadia existujúcich modelov penzijných systémov uvažujúcich uvedené prepojenie. Následne sme odvodili štyri nové modely obsahujúce prvok bonifikácie pre rodičov, poskytli sme analýzu vplyvu rodičovského faktora na individuálnu fertilitu, súkromné úspory, či celoživotnú spotrebu. Nemenej dôležitou časťou bolo i prepojenie uvedených modelov na dôchodkový systém Slovenskej republiky. Pozreli sme sa na implikovanú hodnotu rodičovského faktora, uvažujúc rôzne nastavenia dôchodkového systému, vrátane vyššie uvedeného zavedenia rodičovského dôchodku. Jednotlivé alternatívne nastavenia boli porovnané s optimálnymi hodnotami, a boli diskutované ich implikácie.

Kapitola 1 bola zameraná na opis demografického vývoja populácie. Na základe populačných pyramíd, uvedených na Obrázku 1, sme poukázali na štrukturálnu časovú zmenu zloženia populácie Slovenskej republiky, charakterizovanú prechodom silných generácií do postproduktívneho veku a nedostatočnou náhradou ekonomicky aktívnej kohorty obyvateľov. Spolu s dlhodobou nízkou úrovňou miery fertility, pozri Obrázok 2, vedú uvedené faktory k potrebe hľadania úprav dôchodkového systému s cieľom jeho prinavrátenia k stabilite a udržateľnosti. Skúmali sme i faktory stojace za stagnáciou miery fertility. Ako sme sa dozvedeli z práce [88], primárne faktory motivujúce jedincov mať potomkov, sú postupným historickým vývojom potláčané. Rovnako môže mať na pokles fertility dopad

i ekonomický stav [31, 42, 44, 59], a v neposlednom rade určujúcim faktorom je i cena za materstvo [15, 16, 83].

V nadväznosti na [3, 10, 16], či [45], sme v kapitole 2 rozobrali prepojenie dôchodkového systému a individuálnej fertility. S ohľadom na závery z predchádzajúcej kapitoly a na predikcie indexu ekonomickej závislosti (pozri Obrázok 5), sme upozornili na nezvratný negatívny vplyv demografického vývoja na nastavené priebežne financované dôchodkové systémy. Vplyv starnutia populácie na zvyšovanie výdavkov na dôchodkový systém je tak nepopierateľný, čomu nasvedčujú i výsledky regresnej analýzy závislosti medzi veľkosťou dôchodkového systému a hodnotou fertility v danej krajine uvedené v kapitole 2.1. Následne sme sa venovali prvkom v dôchodkových systémoch, ktoré slúžia ako kompenzačné mechanizmy v snahe nahradiť cenu stratenej príležitosti jedincom, ktorí sa rozhodli vychovať potomkov. Uviedli sme konkrétne príklady rodičovských benefitov v dôchodkových systémoch sveta, ako je napríklad náhrada ušlých príspevkov do dôchodkového systému počas materskej dovolenky, skrátenie odchodu veku do dôchodku, výpočet nárokov na dôchodkovú dávku na základe určeného počtu rokov, v ktorých jedinec zarábala najviac, a iné. Podľa [25] sú tieto však často nedostatočné, a samotný efekt rodičovských benefitov na zvýšenie fertility je nejednoznačný ako uvádzajú práce [42, 84], či [88].

Tretou kapitolou sme sa dostali k predstaveniu konkrétnych modelov dôchodkových systémov, ktoré v rôznej miere zohľadňujú individuálnu fertilitu. Začali sme modelom konštitučnej teórie rodiny od Cigna a Werdinga z [25], ktorí dospievajú k záveru, že jedinec bude súčasťou rodinného modelu len pokiaľ vnútorná miera výnosnosti je podľa (19) väčšia ako v prípade sporenia si na vlastný dôchodok. V prípade zavedenia dôchodkovej politiky do rodinného modelu dochádza k poklesu celkovej užitočnosti jedinca a zároveň k redukcii fertility. V modeli podľa Wiggera z [103] sme ďalej diskutovali, že altruizmus detí voči svojim rodičom môže byť potlačený povinnosťou príspevkov do dôchodkového systému, ak príspevková miera je nastavená príliš vysoko (pozri (44)). V modeli z [17] podľa Buyseho bol dôchodkový systém modifikovaný pomocou nerovnakého váženía príjmov jednotlivca v jednotlivých časových etapách ekonomickej aktivity, čo vstupovalo priamo do výpočtu dôchodkovej dávky. Zvýšením váhy pre príjem v tretej ekonomicke aktívnej etape, je pracovná kariéra v predchádzajúcich etapách odľahčená, čo vedie k pozorovaným pozitívnym efektom na zvýšenie vzdelanosti a aj na rast fertility. V časti 3.4, podľa

Fengeho a Meiera bol predstavený trojgeneračný model dôchodkového systému s priamym naviazaním časti penzijnej dávky pomocou zavedenia rodičovského faktora. Rovnako je pozorovaný rast miery individuálnej fertility pri raste rodičovského faktora a skúmaný je i vzťah medzi rodičovským faktorom a súkromnými úsporami. Zvyšovanie rodičovského faktora vedie k poklesu súkromných úspor pokiaľ individuálna fertilita a súkromné úspory sú substitútmi. Napokon sme sa v kapitolách 3.5 a 3.6 venovali modelom podľa Hyzla, Kulhavého a Rusnoka z [49] a modelu z [98] podľa Tekelovej. Oba uvažujú rozdelenie dôchodkového systému na zabezpečenie dôchodku rodičov a sporenie si na vlastný dôchodok. V modeli podľa Tekelovej je navrhovaný rodičovský benefit v podobe pridelovania jedného osobného mzdového bodu rodičom pri výchove potomka do veku 25 rokov. Poslednej uvedenej možnosti úpravy dôchodkového systému sme sa v práci venovali i neskôr pri výpočte optimálnej hodnoty rodičovského faktora v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky. Práve táto možnosť vyšla najbližšie k optimálnemu riešeniu.

V poslednej štvrti časti sme sa venovali zostaveniu vlastných modelov dôchodkového systému, ktoré využívajú prvok rodičovského faktora pri výpočte nároku na dôchodkovú dávku. Ako prvý sme predstavili jednoduchý, trojperiódový model, kde dôchodková dávka podľa (93) odrážala jednak pracovnú kariéru jedinca a takisto príspevok jedinca do dôchodkového systému v podobe výchovy potomkov. Keďže však rodičovská časť dôchodkovej dávky závisela len od mzdy potomkov daného jedinca, argumentujeme, že takéto nastavenie môže znevýhodňovať jedincov, ktorí by na túto časť dôchodkovej dávky a priori nárok mať mali, ale z dôvodov ako je smrť potomka, či jeho odchod do zahraničia, nárok stratili. V kapitole 4.2 sme uvedené nedostatky predošlého modelu odstránili modifikáciou formuly pre výpočet dôchodkovej dávky na tvar (101). V modeli stále pracujeme s časťou dôchodkovej dávky naviazanou na rodičovský faktor, ale výsledná hodnota je počítaná na základe priemernej mzdy generácie potomkov. Rodičovský faktor α potom podľa (103) pozitívne ovplyvňuje hodnotu dôchodkovej dávky jednotlivcov, ktorých individuálna fertilita je vyššia ako plošný priemer, ale zároveň z príjmového hľadiska ich celoživotná mzda neprevyšuje hodnotu generačného priemeru. Pri predpoklade homogénnej mzdy v celej ekonomicky aktívnej generácii obyvateľstva a za podmienky, že je uvažovaná buď lineárna forma stratovej funkcie, alebo pre homogénny stav populácie, sme dospeli k ekvivalencii nastavenej dôchodkovej dávky (101) a dôchodkovej dávky (104) definovanej v modeli po-

dľa Fengeho a Meiera. I pre tento model tak platí nárast hodnoty individuálnej fertility s rastom rodičovského faktora a pokles súkromných úspor s rastom rodičovského faktora ak sú súkromné úspory a individuálna fertilita substitútmi. Podľa (116) ak dodatočná hodnota k penzijnej dávke získaná výchovou jedného potomka je menšia v porovnaní so zúčinenou hodnotou stratenej mzdy po odvedení dôchodkových príspevkov, potom nárast individuálnej fertility negatívne vplyva na celoživotnú spotrebu jednotlivca.

S ohľadom na formuláciu dôchodkového modelu sme následne spočítali implikované hodnoty rodičovského faktora pre prípad dôchodkového systému Slovenskej republiky, pričom bolo uvažované nastavenie platné do zavedenia rodičovského dôchodku v roku 2023 a viaceré modifikácie. Rovnako bola spočítaná i príslušná hodnota aktuálnej dôchodkovej hodnoty. Čím je úroveň rodičovského faktora vyššia pozorujeme adekvátne zníženie aktuálnej dôchodkovej hodnoty. Základný model, ktorým aproximujeme nastavenie dôchodkového systému Slovenska do roku 2023, je spätý s $\alpha = 7.5134\%$ a $ADH = 10.8393\text{€}$. V porovnaní s reálnou hodnotou $ADH = 15.1300\text{€}$ v roku 2022 je implikovaná hodnota značne nižšia, poukazujúc na príliš vysoko nastavené dôchodkové dávky.

Analýzou optimálnych riešení pre zvolenú funkciu užitočnosti v kapitole 4.2.3 sme ukázali, pozri Tabuľky 6 a 7, že s rastom rodičovského faktora rastie individuálna fertilita a teda aj dôchodková dávka z prvého piliera. Naopak bol zaznamenaný pokles súkromných úspor s nárastom hodnoty rodičovského faktora. Oba uvedené výsledky sú v zhode s teoreticky určenými efektami. Taktiež pozorujeme že k optimálnemu modelovému nastaveniu sa najviac približuje alternatíva uvažujúca každoročné pridelenie jedného osobného mzdového bodu rodičom do 25 roku veku života potomka. Prípad zodpovedajúci zavedenému rodičovskému dôchodku v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky, ktorý hovorí o prerozdelení 3% z jednej dvanástiny celkového vymeriavacieho základu dieťaťa, z ktorej bolo zaplatené poistné (pozri [104] - Zákon č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov), je vzhľadom na hodnotu funkcie užitočnosti od optima výrazne ďalej. V dôchodkovom systéme Slovenskej republiky je tak stále priestor na navýšenie rodičovského faktora.

Numerické riešenia uvedeného modelu v Tabuľkách 8, 9, 10 viedli k záverom, že zvyšovanie nákladov na dieťa redukuje fertilitu, dôchodkovú dávku z prvého piliera, spotrebu v postproduktívnom veku. Rastúci úrokový faktor rovnako redukuje individuálnu fertilitu

spolu s dôchodkovou dávkou, naopak však zvyšuje spotrebu v postproduktívnom veku. Ak je motivácia mať deti vyššia, individuálna fertilita aj dôchodková dávka rastú, zatiaľ čo hodnota súkromných úspor a celková hodnota spotreby v postproduktívnom veku klesajú. Uvedené výsledky tejto časti výskumnej práce boli aj základom pri zostavovaní článku [54].

Ako ďalšie sme v kapitole 4.3 uvažovali rozdelenie príspevkovej miery do prvého a druhého piliera dôchodkového systému. Pri analýze optimálnych výsledkov pre zvolené parametra modelu (pozri Tabuľka 13), sme dospeli k záverom, že v porovnaní s modelom bez separácie typu odvodov, sú v tomto prípade dosahované nižšie hodnoty individuálnej fertility. Na druhú stranu kumulatívna výška súkromných úspor a úspor v druhom pilieri je väčšia ako samotné súkromné úspory v jednopilierovom modeli. Spotreba v postproduktívnom veku rovnako vzrástla.

Posledným odvodeným bol v kapitole 4.4 model dvojpilierového dôchodkového systému pre štvorgeneračnú populáciu, pričom sme uvažovali kariérny rast. Boli skúmané jeho vlastnosti, kde sme opäť prišli k záveru, že zvyšovanie hodnoty rodičovského faktora vedie k nárastu individuálnej fertility (pozri Veta 4.1), k redukcii súkromných úspor v druhej perióde ak je splnená podmienka (234) (pozri Veta 4.2), a rovnako aj k redukcii súkromných úspor v tretej perióde ak platí (240) (pozri Veta 4.3). Numerické výsledky pre zvolenú funkciu užitočnosti prezentujeme v Tabuľkách 16, 24 a 25. Problémom tohto modelu bolo, že optimálna hodnota rodičovského faktora, daná vzťahom (219), mohla presiahnuť hodnotu 100%. Pri numerickom hľadaní optimálnych riešení sme uvedené ohraničenie priamo nastavili. Jednotlivé optimálne riešenia tak často dosahujú maximálnu hodnotu rodičovského faktora, najmä ak je použitá pomerne nízka úroveň motivácie mať potomkov. Nárastom hodnoty penalizačného parametra individuálna fertilita klesá, súkromné úspory v druhej a rovnako aj v tretej perióde rastú, dôchodková dávka z prvého piliera a celková spotreba v postproduktívnom veku klesajú. Pri vyšších hodnotách preferenčného parametra sledujeme že s nárastom úrokového faktora klesá individuálna fertilita, súkromné úspory v tretej perióde a takisto aj dôchodková dávka z prvého piliera. Súkromné úspory, úspory v druhom pilieri v druhej perióde, rodičovský faktor a celková spotreba v postproduktívnom veku naopak s rastom úrokového faktor tiež narastajú.

V predkladanej práci sme postupne od zdôvodnenia aktuálnosti potreby modifikácií priebežne financovaných dôchodkových systémov v rámci problematiky starnutia populácie, prešli k možným úpravám nastavení týchto penzijných systémov. Následne sme odvodili viaceré modely dôchodkového systému, ktoré v sebe zahŕňajú rodičovský faktor. Ich prepojením s existujúcimi modelmi sme analyzovali správanie modelových premenných a hľadali optimálne nastavenia. V prepojení na zavedený rodičovský dôchodok v dôchodkovom systéme Slovenskej republiky, dospievame k záveru, že ide o správny krok s cieľom podpory rodičov, vychovávajúcich budúce generácie. Z hľadiska odvodených modelov, sa však nejedná o optimálne riešenie, a je tu priestor na zlepšenie, napríklad navýšením udeľovania osobných mzdových bodov počas obdobia starostlivosti o potomkov. V ideálnom prípade zavedenie rodičovského bonusu v dôchodkovom systéme tiež môže smerovať k navýšeniu fertility, s čím je však spojený i pokles súkromných úspor. Pri rozšírení z jednopilierového dôchodkového systému na dvojpilierový, je naopak pozorovaný nárast súkromných úspor i celkovej spotreby v postproduktívnom veku, čo signalizuje oprávnenosť koexistencie oboch pilierov.

V práci sme sa zamerali na aplikáciu rodičovského faktora priamo pri výpočte nárokov na dôchodkovú dávku. Tieto modely by mohli byť ďalej rozšírené napríklad zväčšením počtu uvažovaných období, čo by umožňovalo presnejšie sledovanie správania jedincov s ohľadom na fertilitu, či pracovnú kariéru. Taktiež by mohlo byť uvažované prepojenie mzdy na vzdelanostnú úroveň, či preškáľovanie príjmu pri výpočte nárokov na dôchodkovú dávku, a iné.

Zoznam použitej literatúry

- [1] Andersson, L.-F., Eriksson, L.: *The compulsory public pension and the demand for life insurance: the case of Sweden, 1884–1914*, The Economic History Review 68(1) (2015), 244-263
- [2] Auerbach, A. J., Gokhale, J. and Kotlikoff, L. J.: *Generational Accountig – a Meaningful Way to Evaluate Fiscal-Policy*, Journal of Economic Perspectives 8(1) (1994), 73-94
- [3] Bagavos, Ch., Martin, C.: *Low Fertility in Europe Family, Gender and Public policies*, Austrian Institute for Family studies: Materialiensammlung 10 (2001)
- [4] Banks, J., Disney, R., Smith, Z.: *What can we Learn from Generational Accounts for the United Kingdom?*, The Economic Journal 10(467) (2000), 575-597
- [5] Boado-Penas, M. C., Godínez-Olivares, H., Haberman, S.: *Automatic Balancing Mechanisms for Pay-As-You-Go Pension Finance: Do They Actually Work?* In Peris-Ortiz, M., Álvarez-García, J., Domínguez-Fabián, I., Devolder, P. (Ed.): *Economic Challenges of Pension Systems*, Springer, Berlín, 2020, 341-358
- [6] Becker, G. S.: *An Economic Analysis of Fertility*, In Easterlin, R. A. (Ed.): *Demographic and Economic Change in Developed Countries*, Columbia University Press, New York, 1960, 209-240
- [7] Bental, B.: *The old age security hypothesis and optimal population growth*, Journal of Population Economics 1(4) (1989), 285-301
- [8] Blake, D.: *Pension Economics*, John Wiley & Sons, Chichester, 2006
- [9] Bongaarts, J.: *Aging and the Rising Cost of Public Pensions*, Population and Development Review 30(1) (2004), 1-23
- [10] Bonnet, C., Rapoport, B.: *Is There a Child Penalty in Pensions? The Role of Care-giver Credits in the French Retirement System*, European Journal of Population 36(1) (2020), 27-52

- [11] Bouldrin, M., De Nardi, M., Jones, L. E.: *Fertility and social security*, Journal of Demographic Economics 81(3) (2015), 261-299
- [12] Bradshaw, J., Finch, N.: *A Comparison of Child Benefit Packages in 22 Countries*, Department for Work and Pensions Research Report 174 (2002)
- [13] Broadbent, J., Palumbo, M., Woodman, E.: *The Shift from Defined Benefit to Defined Contribution Pension Plans – Implications for Asset Allocation and Risk Management*, Paper prepared for a working group on institutional investors, global savings and asset allocation established by the Committee on the Global Financial System, 2006
- [14] Bučková, Z., Halgašová, J., Stehlíková: *Estimating the short rate from the term structure in the Vasicek model*, Tatra Mountains Mathematical Publications, 61(1) (2014), 87–103.
- [15] Budig, M. J., Misra, J. Boeckmann, I.: *Work-Family Policy Trade-Offs for Mothers? Unpacking the Cross-National Variation in Motherhood Earnings Penalties*, Work and Occupations, 43(2) (2016), 119-177
- [16] Budig, M. J., England, P.: *The Wage Penalty for Motherhood*, American Sociological Review 66(2) (2001), 204-225
- [17] Buyse, T.: *Pensions and fertility: a simple proposal for reform*, Working Papers of Faculty of Economics and Business Administration, Ghent University, Belgium 14/888 (2014)
- [18] Buyse, T., Heylen, F., Van de Kerckhove, R.: *Pension reform, employment by age, and long-run growth*, Journal of Population Economics 26(2) (2013), 769-809
- [19] Catenaro, M., Rother, P. C., Schwab, G.: *Aging and pensions in the Euro Area*, FinanzArchiv/Public Finance Analysis 60(4) (2004), 593-619
- [20] CEIC: *Slovakia average gross monthly wages*, dostupné online (22.02.2023): <https://www.ceicdata.com/en/slovakia/average-monthly-wages-gross-and-net/avg-gross-monthly-wages>

- [21] Cigno, A.: *Children and Pensions*, Journal of Population Economics 5 (1992), 175-183
- [22] Cigno, A.: *Constitutional theory of the family*, Journal of Population Economics 19(2) (2006), 259-283
- [23] Cigno, A., Casoralo, L., Rosati, F. C.: *The Impact of Social Security on Saving and Fertility in Germany*, FinanzArchiv/Public Finance Analysis 59(2) (2003), 189-211
- [24] Cigno, A., Rosati, F. C.: *Jointly determined saving and fertility behaviour: theory, and estimates for Germany, Italy, UK and USA*, European Economic Review 40(8) (1996), 1561-1589
- [25] Cigno, A. and Werding, M.: *Children and Pensions*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2007
- [26] Craig, J.: Replacement level fertility and future population growth, Population Trends 78 (1994), 2-20
- [27] Cremer, H., Pestieau, P.: *Social insurance competition between Bismarck and Beveridge*, Journal of Urban Economics 54(1) (2003), 181–196
- [28] Černý, A., Melicherčík, I.: *Simple Explicit Formula for Near-Optimal Stochastic Lifeslyling*, European Journal of Operational Research 284(2) (2020), 769–778
- [29] d’Addio, A. C.: *Pension Entitlements of Women with Children: The Role of Credits within Pension Systems in OECD and EU Countries*, In Holzmann, R., Palmer, E., Robalino, D. (Ed.): Pension Reform: Issues and prospects for Non-financial defined contribution (NDC) schemes , Gender, Politics and Financial Stability (2), World Bank Publications, Washington D.C., 2013, 75-110
- [30] Dančíková, Z.: *Ani muži nemôžu mať všetko: Materská pre otcov a nástup matiek do práce*, Komentár IFP 2020/06., dostupné online (17.10.2022): <https://www.mfsr.sk/sk/financie/institut-financnej-politiky/publikacie-ifp/komentare/komentare-z-roku-2020/6-ani-muzi-nemozu-mat-vsetko-materska-otcov-nastup-matiek-do-prace-jun-2020.html>

- [31] Danková, D.: *Fiškálne a redistribučné dopady subsystémov sociálneho poistenia a obmedzenia verejnej politiky*, Dizertačná práca, Ekonomická fakulta, Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Banská Bystrica, 2021
- [32] Danková, D., Králik, I., Šebo, J.: *Dôchodkový systém SR v generačných podúčtoch.*, Scientific papers of the University of Pardubice Series D 28(1) (2020), 55-66
- [33] de Oliveira, O.: *The Implicit and Inverse Function Theorems: Easy Proofs*, Real Analysis Exchange 39(1) (2013), 207-218
- [34] Domonkos, T. Domonkos, Š.: *Impact of migration on the public finances in Slovakia*, In EcoMod2022: International Conference on Economic Modeling and Data Science, University of Ljubljana, School of Economics and Business, Ljubljana, 2022, 1-14.
- [35] Domonkos, T. Jánošová, M.: *Slovak Generational Accounts*, In Globalization and its socioeconomic consequences: 18th International Science Conference IV, Behavioural Finance, Žilina: Žilinská univerzita, 2018, 1528-1535
- [36] Engelhardt, G. V., Kumar, A.: *Pensions and Household Wealth Accumulation*, Journal of Human Resources 46(1) (2011), 203-236
- [37] Eurostat: *Total fertility rate*, dostupné online (22.02.2023): <https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/tps00199/default/table>
- [38] Fenge, R., Meier, V.: *Pensions and Fertility Incentives*, The Canadian Journal of Economics 38(1) (2005), 28-48
- [39] Fenge, R., Werding, M.: *Ageing and Fiscal Imbalances Across Generations: Concepts of Measurement*. CESifo Working Paper Series 842 (2003)
- [40] Fenge, R., von Weizsäcker, J.: *Mixing Bismarck and child pension system: an optimum taxation approach*, Journal of population Economics 23(2) (2010), 805-823
- [41] Fischer, T., May, A., Walther, B.: *Fitting Yield Curve Models Using the Kalman Filter*, Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics 3(1) (2003), 507-508.

- [42] Gábos, A., Gál, R. I., Kézdi, G.: *The effects of child-related benefits and pensions on fertility by birth order: A test on Hungarian data*, Population Studies 63(3) (2009), 215-231
- [43] Giday, A., Szegő, S.: *Towards the “Child-to-parent” Based Pension Allowance (“C2P”)*, Civic Review 14 (2018), 302-319
- [44] Goldstein, J. R., Kreyenfeld, M., Jasilioniene, A.; Karaman Örsal, D. D.: *Fertility Reactions to the “Great Recession” in Europe: Recent Evidence from Order-Specific Data*, Demographic Research 29(4) (2013), 85-104
- [45] Glauber, R.: *Trends in the Motherhood Wage Penalty and Fatherhood Wage Premium for Low, Middle, and High Earners*, Demography 55(5) (2018), 1663–1680
- [46] Holzmann, R.: *Toward a Pan-European Pension Reform Approach: The promises and perspectives of unfunded individual account systems**, NFT 1 (2007)
- [47] Holzmann, R.: *The ABCs of Nonfinancial Defined Contribution (NDC) Schemes*, International Social Security Review 130(3) (2017), 53-77
- [48] Holzmann, R., Palmer, E.: *Pension Reform: Issues and Prospects for Non-Financial Defined Contribution (NDC) Schemes*, World Bank, Washington D.C., 2005
- [49] Hyzl, J., Kulhavý, M., Rusnok, J.: *Penzijní reforma pro Českou republiku (inovativní přístup)*, Working Paper No 1/2005, SkodaAuto College, Mladá Boleslav, 2005
- [50] Chand, S. K., Jaeger, A.: *Aging Populations and Public Pension Schemes*, Occasional Papers 147 (1996)
- [51] Chiang, A. C., Wainwright, K.: *Fundamental Methods of Mathematical Economics (4th ed.)*, McGraw-Hill, New York, 2004
- [52] Janíčko, M., Tsharakyan, A.: *K udržitelnosti průběžného důchodového systému v kontextu stárnutí populace v České republice*, Politická ekonomie 61(3) (2013), 321-337
- [53] Jankowski, J.: *Caregiver credits in France, Germany, and Sweden: lessons for the United States*, Social Security Bulletin 71(4) (2011), 61-76

- [54] Jašurková, T., Melicherčík, I.: *Parental bonus in pension systems: The case of Slovakia*, Working Paper, FMFI UK, Bratislava, (2023), dostupné na internete (25.04.2023): <http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/melichercik/papers/paper`JM.pdf>
- [55] Jašurková, T., Stehlíková, B.: *Calibration of the Vasicek model of interest rates using bicriteria optimization*, Proceedings Of The Conference Algoritmy (2020), 211-220
- [56] Jensen, J. L. W. V.: Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes, *Acta Mathematica* 30 (1906), 175 - 193
- [57] Karunaratne, W, Abeysinghe, T.: *Does mandatory pension savings crowd out private savings? The experience of Sri Lanka*, *Journal of Asian Economics* 16(5) (2005), 830–846
- [58] Kaufmann, K., Ozdemir, Y., Ye, H. : *Spillover Effects of Old-Age Pension Across Generations: Family Labor Supply and Child Outcomes*, CESifo Working Paper No. 9813, (2022)
- [59] Kocourková, J., Šťastná, A., Černíková, A.: *Vliv ekonomické krize na úroveň plodnosti ve státech Evropské unie*, *Politická ekonomie* 67(1) (2019), 82-104
- [60] Lanzieri, G.: *Towards a “Baby Recession” in Europe? Differential Fertility Trends During the Economic Crisis*, *Eurostat Statistics in focus* 13 (2013)
- [61] Lee, R. D.: *The Formal Demography of Population Aging, Transfers, and the Economic Life Cycle*, In Martin, L. G., Preston, S. H. (Ed.): *Demography of Aging*, National Academy Press, Washington D.C., 1994, 8-49
- [62] Leibenstein, H.: *Economic Backwardness and Economic Growth*, *The Economic Journal* 69(274) (1957), 344-347
- [63] Malíček, M., Šebo, J.: *Elektronické sporenie*, *Sporenie a investovanie* 2 (2015), 17-28
- [64] McKeever, K.: *A short history of tontines* , *Fordham Journal of Corporate & Financial Law* 15 (2009), 491-521
- [65] Melicherčík, I., Olšárová, L., Úradníček, V.: *Kapitoly z finančnej matematiky* , EPOS, Bratislava, 2005

- [66] Melicherčík, I., Szűcs, G., Vilček, I.: *Investment Strategies in Defined-Contribution Pension Schemes*, Acta Mathematica Universitatis Comenianae 84(2), (2015), 191-204
- [67] Meurs, D., Pailhé, A., Ponthieux, S.: *Child-related career interruptions and the gender wage gap in France*, Annales d'Économie et de Statistiques 99 (2010), 15-46
- [68] Möhring, K.: *Employment Histories and Pension Incomes in Europe. A multilevel analysis of the role of institutional factors*, European Societies, 17(1) (2015), 3-26
- [69] Miyake, A., Yasuoka, M.: *Fertility rate and child care policies in a pension system*, Economic Analysis and Policy 44(1) (2014), 122-127
- [70] Modigliani, F.: *Life Cycle, Individual Thrift, and the Wealth of Nations*, The American Economic Review 76(3) (1986), 297-313
- [71] Neels, K., De Wachter, D., Peeters, H.: *The Effect of Family Formation on the Build-up of Pension Rights Among Minority Ethnic Groups and Native Women in Belgium*, Aging & Society 38 (2018), 1-26
- [72] Neher, P.A.: *Peasants, Procreation, and Pensions*, The American Economic Review 61(3) (1971), 380-389
- [73] Németh, P., Szabó-Bakos, E.: *What is the child-related compensational pension system good for and what is not?*, Corvinus Economics Working Paper 7 (2021)
- [74] OECD - databáza, dostupné na internete (31.1.2021): <https://data.oecd.org>
- [75] OECD (2019): *Pensions at a Glance 2019: OECD and G20 Indicators*, OECD Publishing, Paris, 2019
- [76] Olivetti, C., Petrongolo, B.: *The Economic Consequences of Family Policies: Lessons from a Century of Legislation in High-Income Countries*, Journal of Economic Perspectives 31(1) (2017)
- [77] Peeters, H., De Tavernier, W.: *Lifecourses, pensions and poverty among elderly women in Belgium: Interactions between family history, work history and pension regulations*, Aging & Society 35(6) (2015), 1171-1199

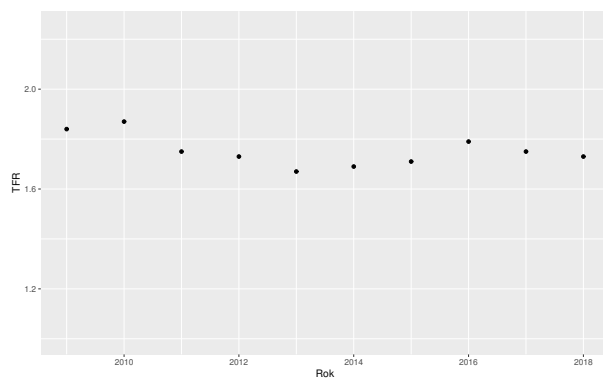
- [78] Porubský, M., Novysedlák, V.: *Dôchodkový vek: Mýty a fakty*, Rada pre rozpočtovú zodpovednosť, Komentár 02/2018, (2018)
- [79] Rutledge, M., Zulkarnain, A., King, S. E.: *How Much Does Motherhood Cost Women in Social Security Benefits?*, Working Paper, Center for Retirement Research at Boston College (2017), 1-23
- [80] Samuelson, P.A.: *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, 1947
- [81] Schoutens, W.: *Lévy Processes in Finance: Pricing Financial Derivatives*, John Wiley & Sons, Chichester, 2003
- [82] Schouten, E., Robinson, T.: *Defined ambition pensions – Have the Dutch found the golden mean for retirement savings?*, Pensions: An International Journal 17 (2012), 334-341
- [83] Schulze, E., Gergoric, M.: *Maternity, Paternity, and Parental Leave: Data Related to Duration and Compensation Rates in the European Union. Study for the FEMM Committee*, Policy Department C: Citizens' Rights and Constitutional Affairs, European Parliament, Brussels (2015)
- [84] Simonovits, A.: *Savings, Child Support, Pensions and Endogenous (and Heterogeneous) Fertility*, KTI/IE Discussion Papers, (2013)
- [85] Sinn, H.-W.: *The pay-as-you-go pension system as a fertility insurance and enforcement device*, CEPR Discussion paper 154 (1998)
- [86] Sinn, H.-W.: *Europe's demographic deficit: A plea for a child pension system*, De Economist 153 (2005), 1-45
- [87] Sivák, R., Ochotnický, P., Čambalová, A.: *Fiškálna udržateľnosť penzijných systémov*, Politická ekonomie 59(6) (2011), 723-742.
- [88] Sleebos, J. E.: *Low Fertility Rates in OECD Countries: Facts and Policy Responses*, OECD Social, Employment and Migration Working Papers 15 (2003)

- [89] Sobotka, T., Skirbekk, V., Philipov, D.: *Economic Recession and Fertility in the Developed World*, Population and Development Review 37(2) (2011), 267-306
- [90] Sociálna poisťovňa: *Aktuálna dôchodková hodnota*, dostupné online (22.02.2023): <https://www.socpoist.sk/socialne-poistenie/dochodkove-poistenie/vseobecne-informacie/aktualna-dochodkova-hodnota>
- [91] Spencer, D.A.: *Love's Labor's Lost? The Disutility of Work and Work Avoidance in the Economic Analysis of Labor Supply*, Review of Social Economy 61(2) (2003), 235-250
- [92] Stahlberg, A. C., Cohen Birman, M., Kruse, A., Sundén, A.: *Pension Reforms and Gender: The Case of Sweden*, Gender Issues 23 (2006), 90-118
- [93] Šebo, J., Králik, I., Danková, D.: *Dôchodková politika: Redistribučné a fiškálne súvislosti formovania alternatív*, VEDA, vydavateľstvo SAV, Bratislava, 2019
- [94] Šebo, J., Virdzek, T.: *Uplatnenie automatického vyrovnávacieho mechanizmu v priebežnom pilieri dôchodkového systému v Slovenskej republike*, Ekonomický časopis 60(5) (2012), 482-494
- [95] Štatistický úrad Európskych spoločností, dostupné na internete (31.1.2021): <https://ec.europa.eu/eurostat/data/database>
- [96] Štatistický úrad Slovenskej republiky, dostupné na internete (17.10.2022): <https://slovak.statistics.sk/>
- [97] Tragaki, A., Bagavos, Ch.: *Fertility variations in the recession context: the case of Greece*, Genus 75(18) (2019)
- [98] Tekelová, V.: *Deti a dôchodky*, Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava, 2019
- [99] Testa, M., R., Basten, S.: *Have Lifetime Fertility Intentions Declined During the „Great Recession“*, Vienna Institute of Demography Working Papers 9 (2012)
- [100] Thiemann, A.: *Pension wealth and maternal employment: Evidence from a reform of the german child care pension benefit*, DIW Berlin Discussion paper 1499 (2015)

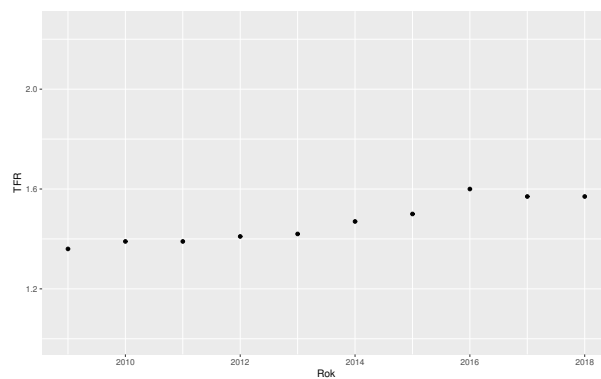
- [101] van Groezen, B., Leers, T., Meijdam, L.: *Social security and endogenous fertility: pensions and child allowances as siamese twins*, Journal of Public Economics 87(2) (2003), 233-251
- [102] Vašíček, O: *An equilibrium characterization of the term structure*, Journal of financial economics 5(2) (1977), 177-188.
- [103] Wigger, B. U.: *Pay-as-you-go financed public pensions in a model of endogenous growth and fertility*, Journal of Population Economics 12(4) (1999), 625-640
- [104] Zákon č. 461/2003 Z. z. o sociálnom poistení v znení neskorších predpisov, dostupné online (20.02.2023): <https://www.slov-lex.sk/pravne-predpisy/SK/ZZ/2003/461/>

Príloha A

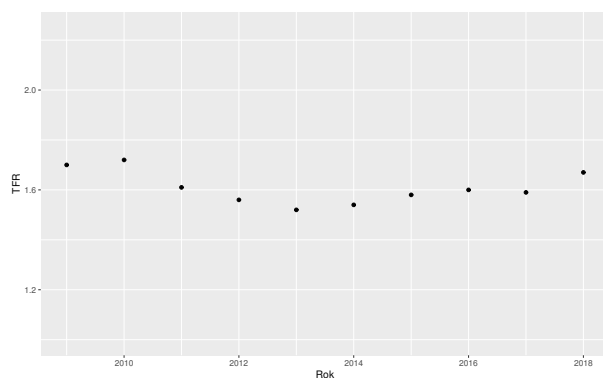
A. 1 Vývoj celkovej miery fertility v jednotlivých krajinách Európskej únie v rokoch 2009 - 2018



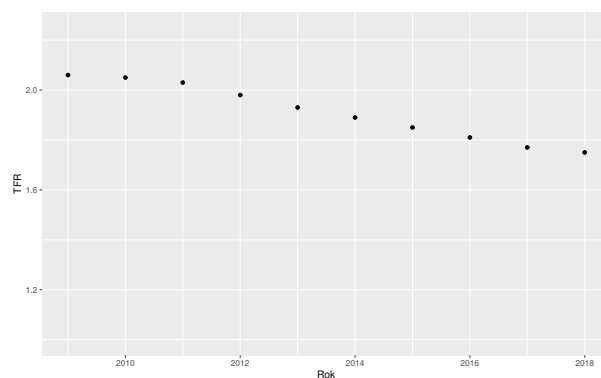
(i) Belgium



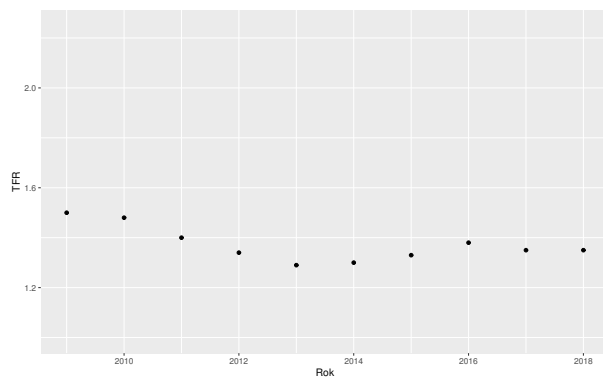
(ii) Bulgaria



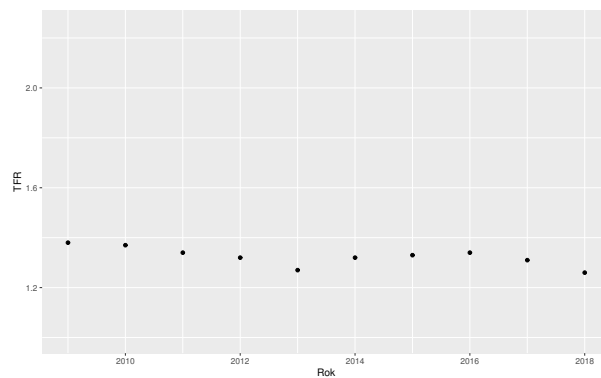
(iii) Czechia



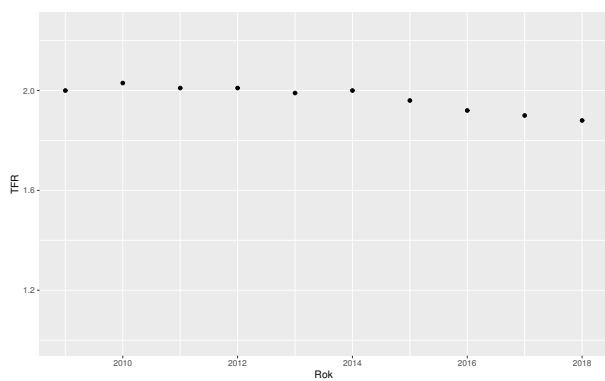
(iv) Denmark



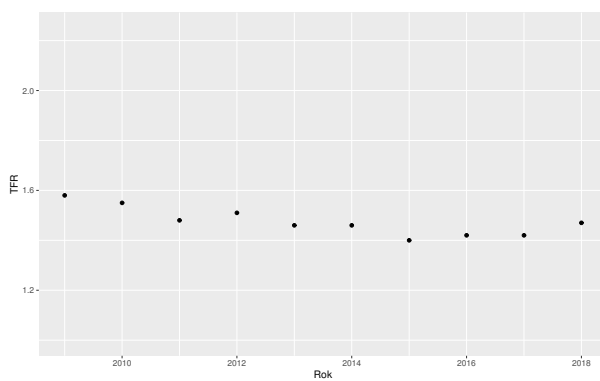
(v) Germany (until 1990 former territory of the FRG)



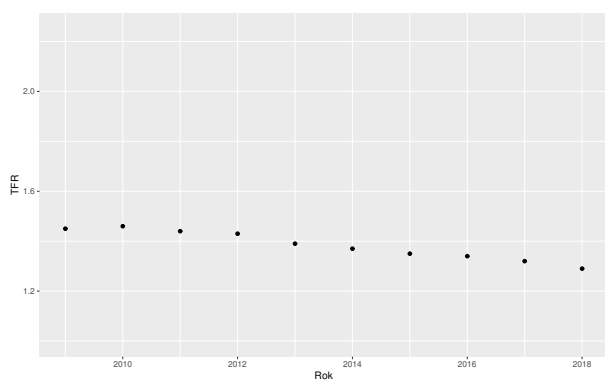
(vi) Estonia



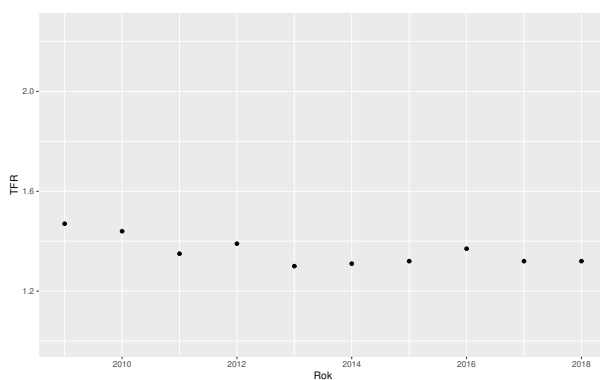
(vii) Ireland



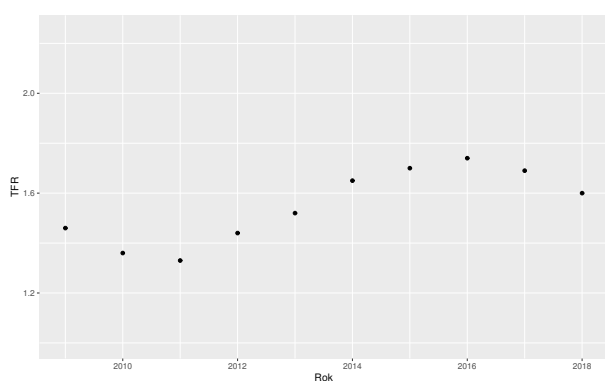
(viii) Greece



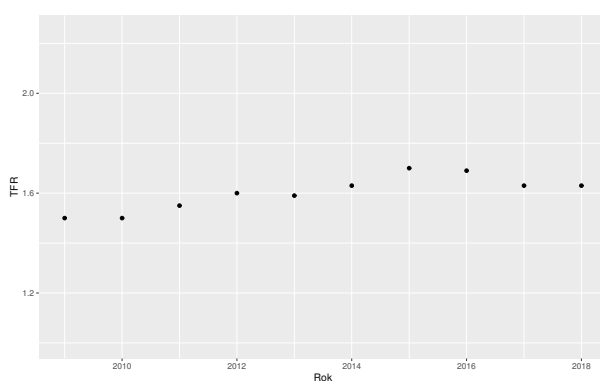
(ix) Spain



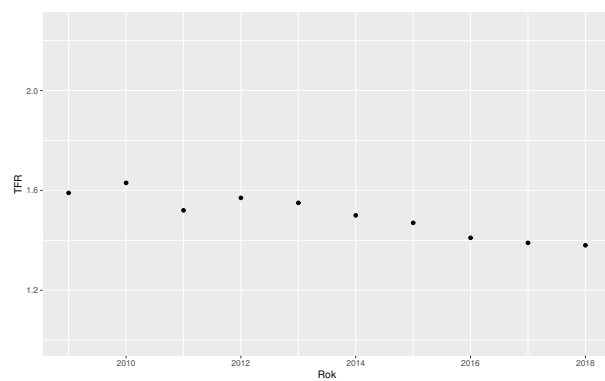
(x) France



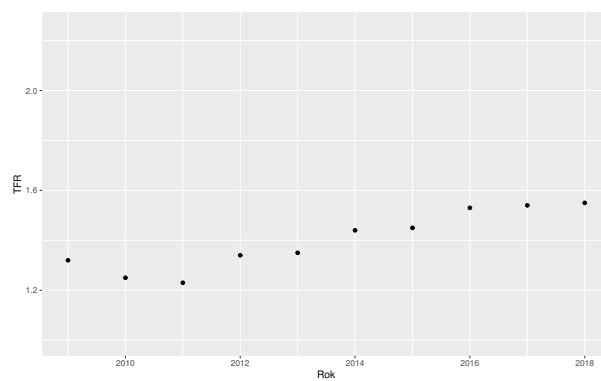
(xi) Croatia



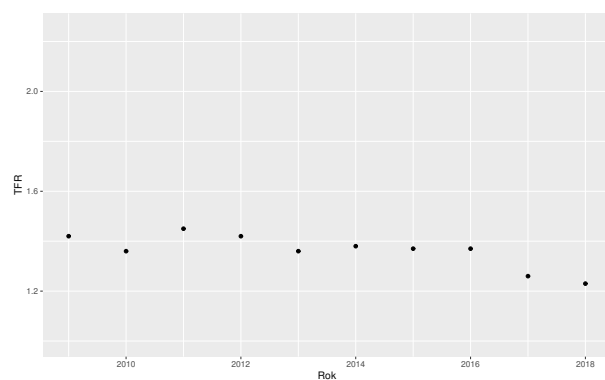
(xii) Italy



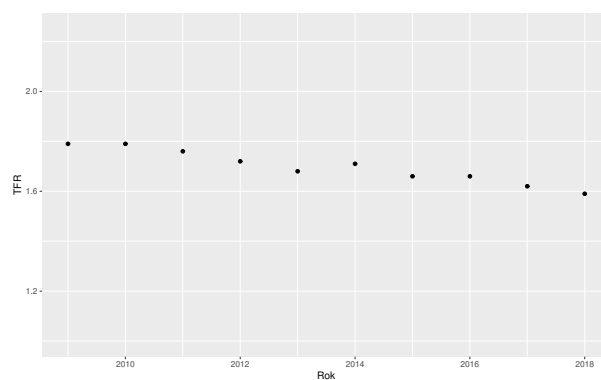
(xiii) Cyprus



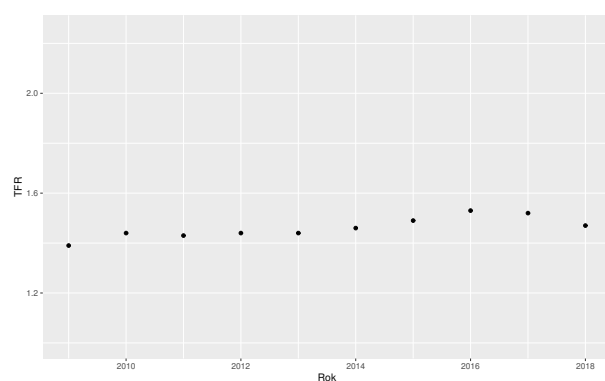
(xiv) Latvia



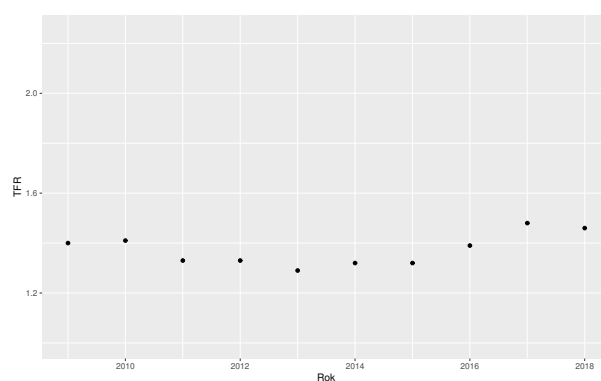
(xv) Lithuania



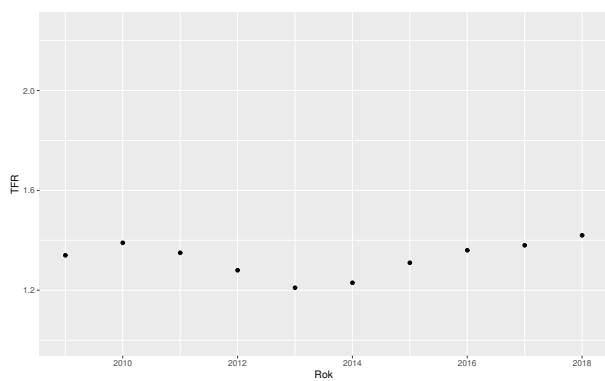
(xvi) Luxembourg



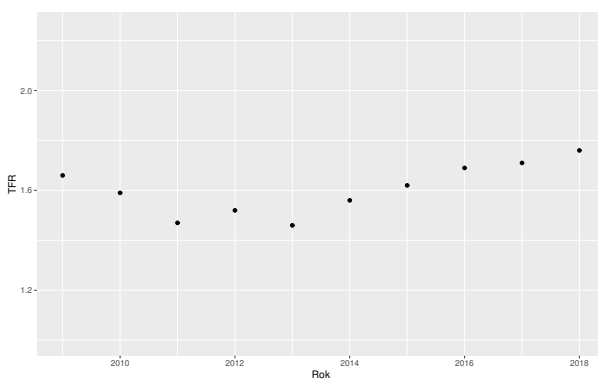
(xvii) Hungary



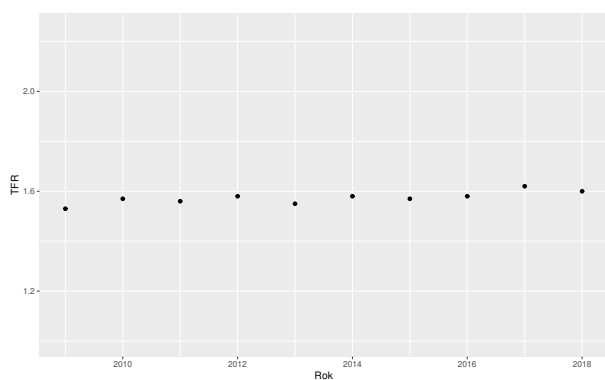
(xviii) Malta



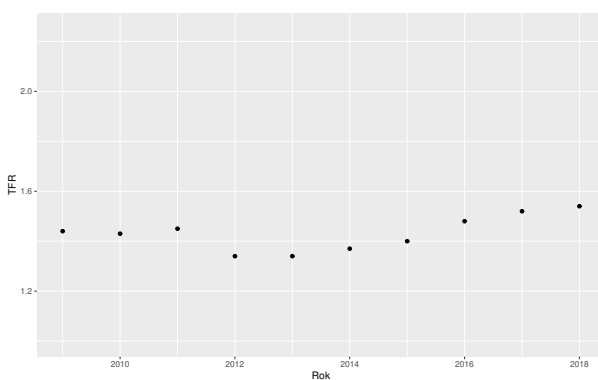
(xix) Netherlands



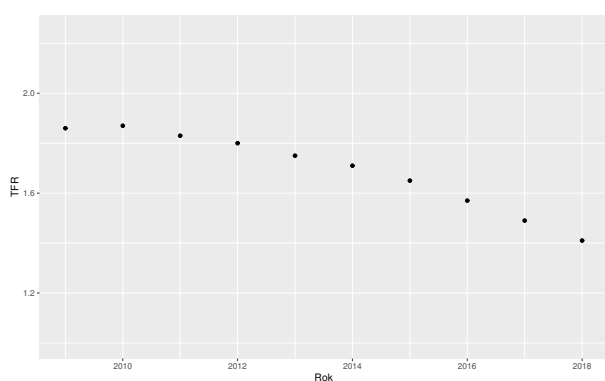
(xx) Austria



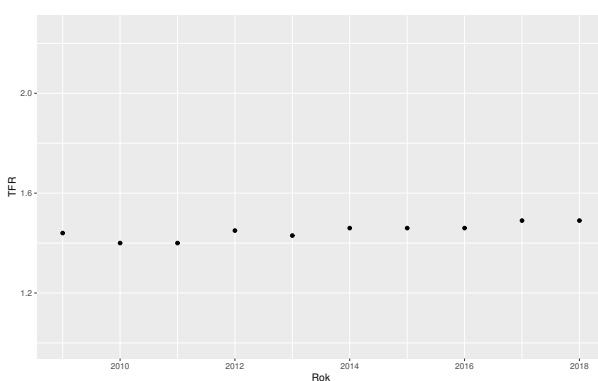
(xxi) Poland



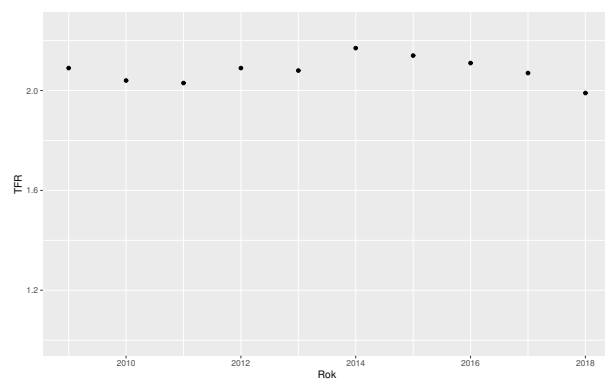
(xxii) Portugal



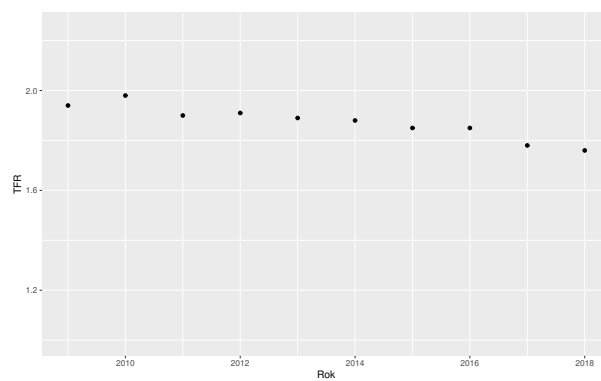
(xxiii) Romania



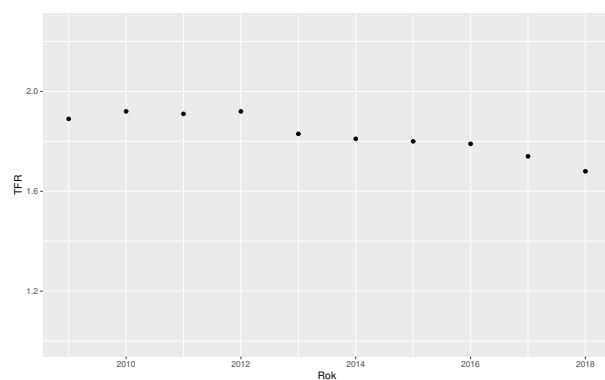
(xxiv) Norway



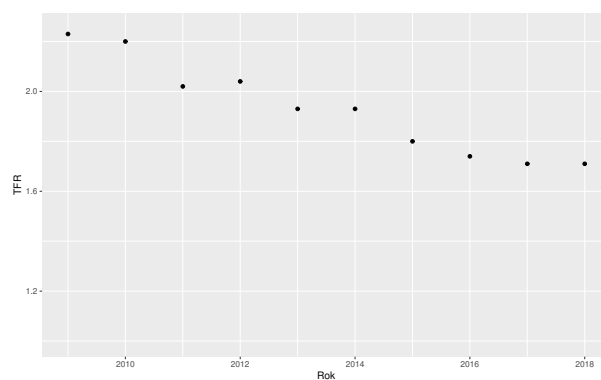
(xxv) Switzerland



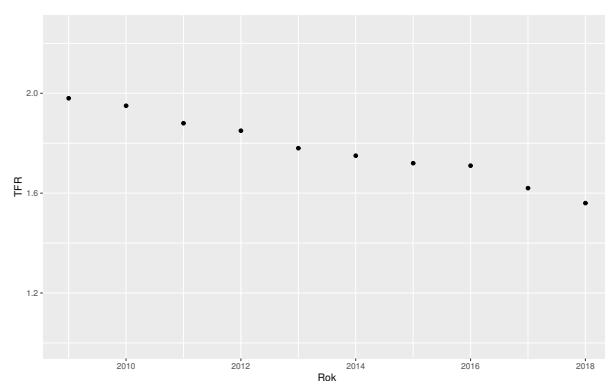
(xxvi) Slovenia



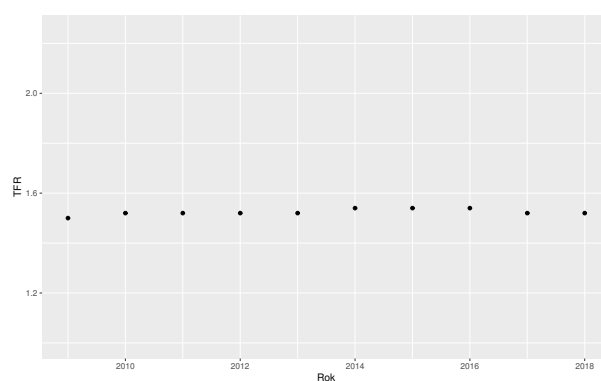
(xxvii) Slovakia



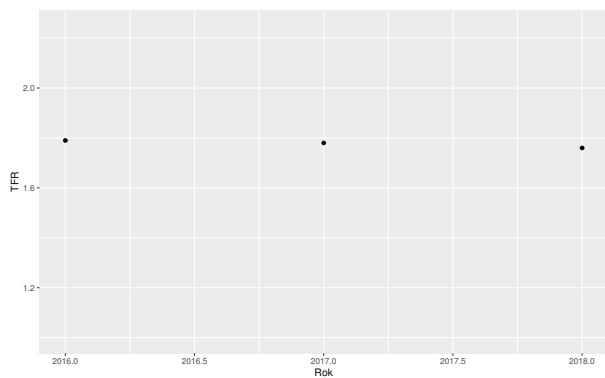
(xxviii) Finland



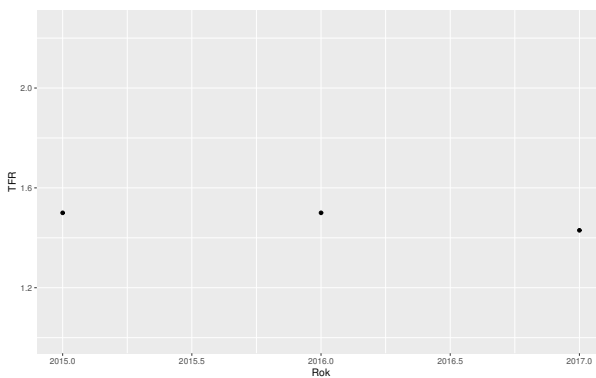
(xxix) Sweden



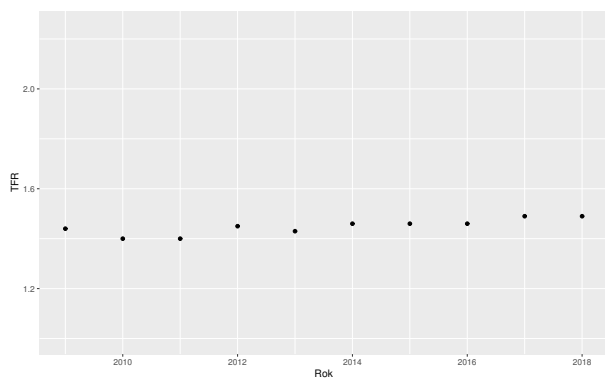
(xxx) United Kingdom



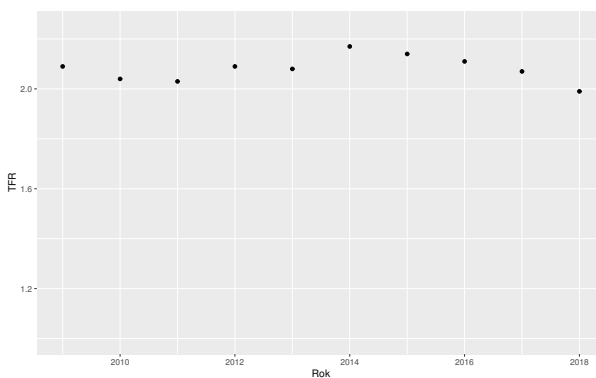
(xxxix) Iceland



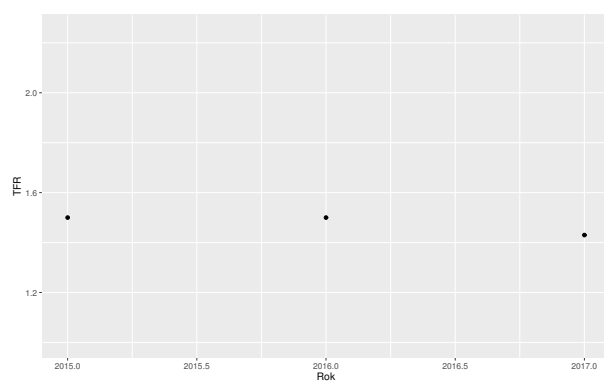
(xxxix) Montenegro



(xxxix) Serbia



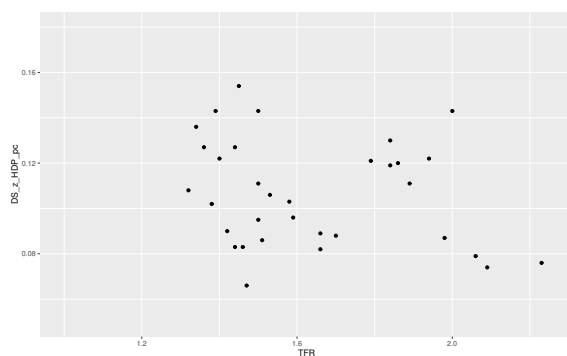
(xxxix) Turkey



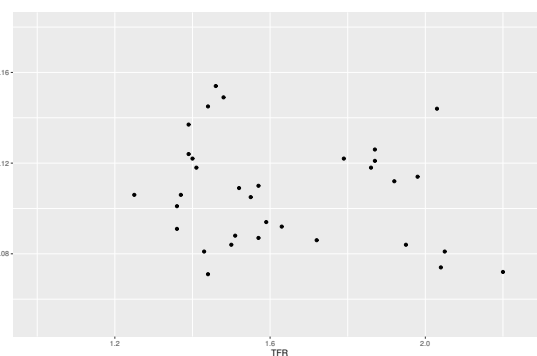
(xxxix) North Macedonia

Obr. 10: Grafy zobrazujúce časový vývoj hodnoty TFR pre jednotlivé krajiny počas rokov 2009-2018. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [95].

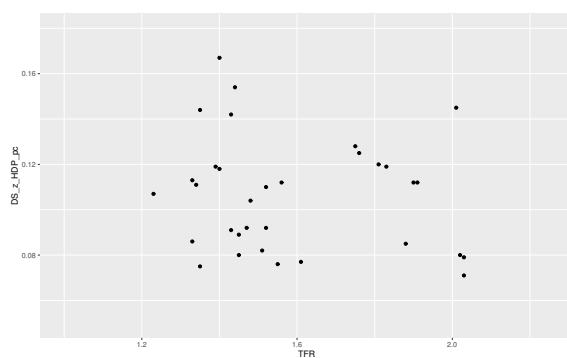
A. 2 Závislost TFR a výdavkov na dôchodkový systém



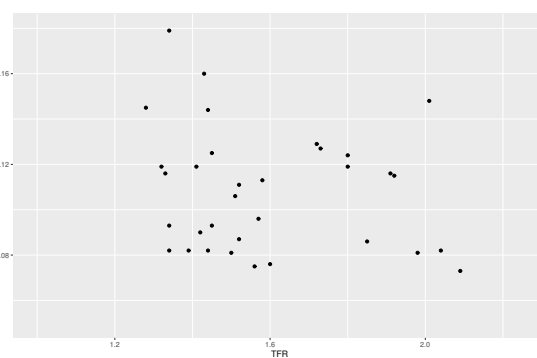
(i) 2009



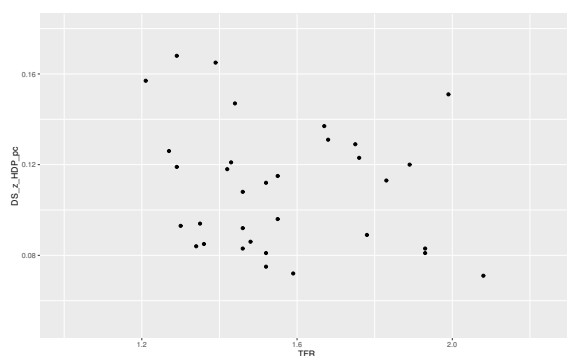
(ii) 2010



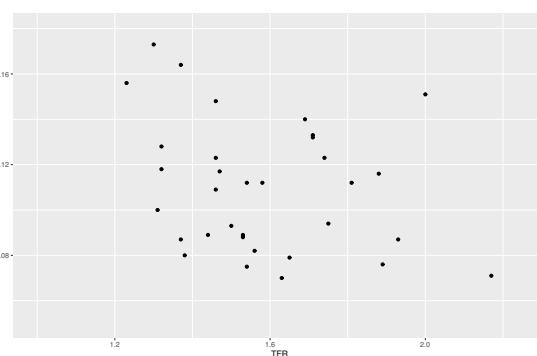
(iii) 2011



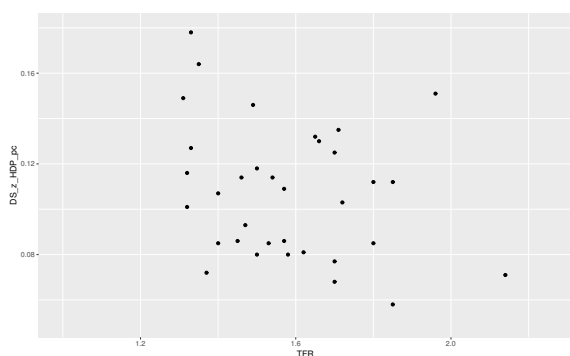
(iv) 2012



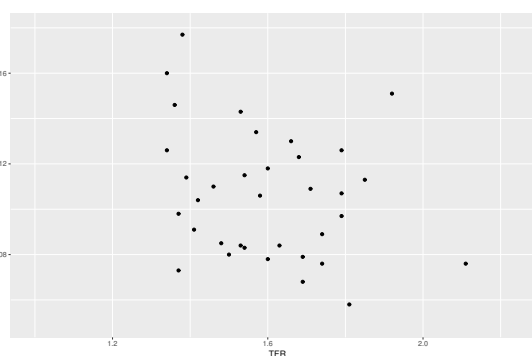
(v) 2013



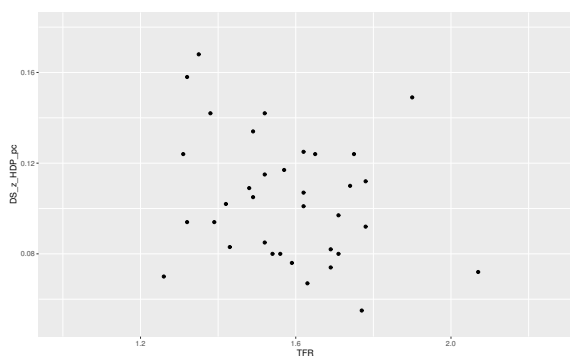
(vi) 2014



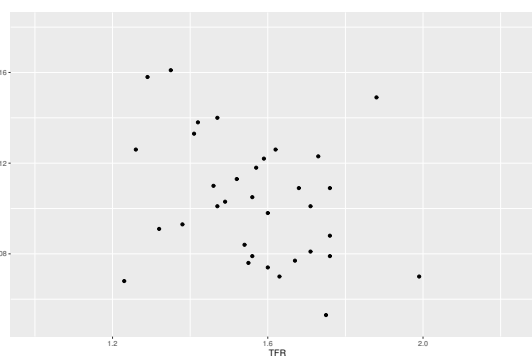
(vii) 2015



(viii) 2016



(ix) 2017



(x) 2018

Obr. 11: Grafy zobrazujúce závislosť medzi percentuálnym podielom výdavkov na dôchodkový systém na celkovom HDP a hodnoty TFR danej krajiny v danom roku. Zobrazujeme roky 2009-2018. Zdroj: vlastné spracovanie na základe dát z [95].

Príloha B

B. 1 Numerické výsledky

	$R = 1.00$						$R = 1.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.4586	-0.0874	0.6491	0.2612	-0.0874	0.1738	1.3555	-0.0081	0.6896	0.2517	-0.0121	0.2396
0.15	1.1479	-0.0437	0.6699	0.2095	-0.0437	0.1658	1.0686	0.0206	0.7075	0.2015	0.0309	0.2324
0.20	0.9686	-0.0177	0.6840	0.1790	-0.0177	0.1613	0.9040	0.0375	0.7190	0.1720	0.0562	0.2282
0.25	0.8494	-0.0001	0.6944	0.1584	-0.0001	0.1583	0.7947	0.0489	0.7273	0.1522	0.0733	0.2255
0.30	0.7632	0.0129	0.7025	0.1433	0.0129	0.1562	0.7158	0.0573	0.7335	0.1378	0.0860	0.2238
	$R = 2.00$						$R = 2.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.2906	0.0309	0.7144	0.2447	0.0618	0.3065	1.2467	0.0538	0.7310	0.2395	0.1345	0.3740
0.15	1.0210	0.0520	0.7296	0.1960	0.1040	0.3000	0.9896	0.0703	0.7438	0.1921	0.1758	0.3679
0.20	0.8662	0.0643	0.7390	0.1675	0.1286	0.2961	0.8418	0.0800	0.7517	0.1644	0.2000	0.3644
0.25	0.7634	0.0726	0.7457	0.1484	0.1452	0.2936	0.7433	0.0865	0.7573	0.1457	0.2162	0.3619
0.30	0.6890	0.0787	0.7507	0.1344	0.1574	0.2918	0.6719	0.0913	0.7614	0.1322	0.2283	0.3605
	$R = 3.00$						$R = 4.00$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.2153	0.0688	0.7426	0.2356	0.2064	0.4420	1.1737	0.0872	0.7578	0.2302	0.3488	0.5790
0.15	0.9676	0.0823	0.7537	0.1892	0.2469	0.4361	0.9388	0.0970	0.7665	0.1853	0.3880	0.5733
0.20	0.8247	0.0903	0.7605	0.1621	0.2709	0.4330	0.8026	0.1028	0.7717	0.1591	0.4112	0.5703
0.25	0.7294	0.0956	0.7652	0.1439	0.2868	0.4307	0.7115	0.1067	0.7753	0.1414	0.4268	0.5682
0.30	0.6602	0.0995	0.7687	0.1306	0.2985	0.4291	0.6451	0.1095	0.7780	0.1284	0.4380	0.5664

Tabuľka 18: Optimálne hodnoty pre jednopilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 0.3$ a $w = 1$.

	$R = 1.00$						$R = 1.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.9164	-0.1229	0.4628	0.2759	-0.1229	0.1530	1.8658	-0.0469	0.4835	0.2767	-0.0703	0.2064
0.15	1.5437	-0.0813	0.4733	0.2257	-0.0813	0.1444	1.5044	-0.0185	0.4931	0.2261	-0.0277	0.1984
0.20	1.3243	-0.0562	0.4807	0.1956	-0.0562	0.1394	1.2920	-0.0015	0.4994	0.1958	-0.0023	0.1935
0.25	1.1761	-0.0390	0.4861	0.1750	-0.0390	0.1360	1.1485	0.0102	0.5040	0.1751	0.0153	0.1904
0.30	1.0676	-0.0262	0.4904	0.1598	-0.0262	0.1336	1.0434	0.0188	0.5076	0.1598	0.0282	0.1880
	$R = 2.00$						$R = 2.50$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.8334	-0.0082	0.4969	0.2769	-0.0164	0.2605	1.8108	0.0152	0.5061	0.2769	0.0380	0.3149
0.15	1.4801	0.0133	0.5053	0.2261	0.0266	0.2527	1.4637	0.0325	0.5136	0.2260	0.0813	0.3073
0.20	1.2724	0.0262	0.5108	0.1957	0.0524	0.2481	1.2594	0.0429	0.5184	0.1956	0.1072	0.3028
0.25	1.1321	0.0350	0.5147	0.1750	0.0700	0.2450	1.1212	0.0500	0.5218	0.1749	0.1250	0.2999
0.30	1.0292	0.0415	0.5177	0.1597	0.0830	0.2427	1.0199	0.0552	0.5243	0.1596	0.1380	0.2976
	$R = 3.00$						$R = 4.00$					
a	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z	n_{opt}	s_{opt}	α_{opt}	p	Rs_{opt}	z
0.10	1.7944	0.0309	0.5129	0.2768	0.0927	0.3695	1.7720	0.0507	0.5221	0.2765	0.2028	0.4793
0.15	1.4519	0.0454	0.5195	0.2259	0.1362	0.3621	1.4360	0.0616	0.5275	0.2256	0.2464	0.4720
0.20	1.2501	0.0541	0.5238	0.1955	0.1623	0.3578	1.2377	0.0681	0.5309	0.1953	0.2724	0.4677
0.25	1.1136	0.0600	0.5267	0.1748	0.1800	0.3548	1.1034	0.0726	0.5333	0.1746	0.2904	0.4650
0.30	1.0134	0.0644	0.5289	0.1595	0.1932	0.3527	1.0048	0.0758	0.5351	0.1594	0.3032	0.4626

Tabuľka 19: Optimálne hodnoty pre jednopilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} a celkovej spotreby v post-produktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau = 22.75\%$, $\gamma = 1$ a $w = 1$.

	$R = 1.00$								$R = 1.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	4.1259	-0.2695	0.0323	0.5874	0.4181	-0.2695	0.0323	0.1809	3.6593	-0.1434	0.0349	0.6341	0.4002	-0.2151	0.0524	0.2375
0.15	2.4395	-0.1434	0.0349	0.6341	0.2668	-0.1434	0.0349	0.1583	2.1254	-0.0579	0.0375	0.6812	0.2497	-0.0868	0.0562	0.2191
0.20	1.6602	-0.0792	0.0367	0.6680	0.1913	-0.0792	0.0367	0.1488	1.4476	-0.0161	0.0391	0.7105	0.1774	-0.0241	0.0587	0.2120
0.25	1.2301	-0.0410	0.0381	0.6925	0.1469	-0.0410	0.0381	0.1440	1.0818	0.0080	0.0401	0.7295	0.1361	0.0120	0.0601	0.2082
0.30	0.9650	-0.0161	0.0391	0.7105	0.1183	-0.0161	0.0391	0.1413	0.8578	0.0235	0.0408	0.7427	0.1099	0.0353	0.0612	0.2064
	$R = 2.00$								$R = 2.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	3.3205	-0.0792	0.0367	0.6680	0.3826	-0.1584	0.0734	0.2976	3.0752	-0.0410	0.0381	0.6925	0.3673	-0.1025	0.0952	0.3600
0.15	1.9301	-0.0161	0.0391	0.7105	0.2366	-0.0322	0.0782	0.2826	1.8029	0.0080	0.0401	0.7296	0.2269	0.0200	0.1002	0.3471
0.20	1.3278	0.0139	0.0404	0.7344	0.1682	0.0278	0.0808	0.2768	1.2537	0.0309	0.0412	0.7493	0.1620	0.0772	0.1030	0.3422
0.25	1.0029	0.0309	0.0412	0.7493	0.1296	0.0618	0.0824	0.2738	0.9554	0.0440	0.0419	0.7612	0.1254	0.1100	0.1047	0.3401
0.30	0.8027	0.0418	0.0418	0.7592	0.1051	0.0836	0.0836	0.2723	0.7699	0.0523	0.0423	0.7690	0.1021	0.1308	0.1057	0.3386
	$R = 3.00$								$R = 4.00$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	2.8951	-0.0161	0.0391	0.7105	0.3548	-0.0483	0.1173	0.4238	2.6555	0.0139	0.0404	0.7344	0.3364	0.0556	0.1616	0.5536
0.15	1.7156	0.0235	0.0408	0.7427	0.2198	0.0705	0.1224	0.4127	1.6055	0.0418	0.0418	0.7592	0.2103	0.1672	0.1672	0.5447
0.20	1.2041	0.0418	0.0418	0.7592	0.1577	0.1254	0.1254	0.4085	1.1426	0.0548	0.0424	0.7715	0.1521	0.2192	0.1696	0.5409
0.25	0.9238	0.0523	0.0423	0.7690	0.1226	0.1569	0.1269	0.4064	0.8849	0.0623	0.0428	0.7788	0.1189	0.2492	0.1712	0.5393
0.30	0.7482	0.0590	0.0427	0.7755	0.1001	0.1770	0.1281	0.4052	0.7215	0.0671	0.0431	0.7836	0.0975	0.2684	0.1724	0.5383

Tabuľka 20: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_D a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} , zúročených úspor v druhom pilieri Rs_D a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.3$ a $w = 1$.

$R = 1.00$									$R = 1.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	5.7347	-0.2904	0.0235	0.4265	0.4219	-0.2904	0.0235	0.1550	5.5243	-0.1780	0.0246	0.4476	0.4265	-0.2670	0.0369	0.1964
0.15	3.6829	-0.1780	0.0246	0.4476	0.2843	-0.1780	0.0246	0.1309	3.5360	-0.1009	0.0258	0.4696	0.2864	-0.1514	0.0387	0.1737
0.20	2.6838	-0.1204	0.0255	0.4632	0.2145	-0.1204	0.0255	0.1196	2.5772	-0.0613	0.0267	0.4846	0.2154	-0.0920	0.0401	0.1635
0.25	2.0992	-0.0852	0.0261	0.4752	0.1721	-0.0852	0.0261	0.1130	2.0189	-0.0373	0.0272	0.4953	0.1725	-0.0560	0.0408	0.1573
0.30	1.7181	-0.0613	0.0267	0.4846	0.1436	-0.0613	0.0267	0.1090	1.6558	-0.0211	0.0277	0.5033	0.1437	-0.0316	0.0415	0.1536
$R = 2.00$									$R = 2.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	5.3677	-0.1204	0.0255	0.4632	0.4289	-0.2408	0.0510	0.2391	5.2480	-0.0852	0.0261	0.4752	0.4302	-0.2130	0.0653	0.2825
0.15	3.4362	-0.0613	0.0267	0.4846	0.2872	-0.1226	0.0534	0.2180	3.3649	-0.0373	0.0272	0.4953	0.2875	-0.0932	0.0680	0.2623
0.20	2.5091	-0.0312	0.0274	0.4982	0.2156	-0.0624	0.0548	0.2080	2.4624	-0.0129	0.0279	0.5075	0.2156	-0.0322	0.0698	0.2532
0.25	1.9699	-0.0129	0.0279	0.5075	0.1725	-0.0258	0.0558	0.2025	1.9372	0.0018	0.0284	0.5157	0.1723	0.0045	0.0710	0.2478
0.30	1.6190	-0.0006	0.0283	0.5143	0.1436	-0.0012	0.0566	0.1990	1.5949	0.0117	0.0287	0.5215	0.1435	0.0293	0.0717	0.2445
$R = 3.00$									$R = 4.00$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	5.1544	-0.0613	0.0267	0.4846	0.4308	-0.1839	0.0801	0.3270	5.0182	-0.0312	0.0274	0.4982	0.4312	-0.1248	0.1096	0.4160
0.15	3.3116	-0.0211	0.0277	0.5033	0.2875	-0.0633	0.0831	0.3073	3.2380	-0.0006	0.0283	0.5143	0.2873	-0.0024	0.1132	0.3981
0.20	2.4285	-0.0006	0.0283	0.5143	0.2154	-0.0018	0.0849	0.2985	2.3828	0.0148	0.0288	0.5234	0.2152	0.0592	0.1152	0.3896
0.25	1.9138	0.0117	0.0287	0.5216	0.1722	0.0351	0.0861	0.2934	1.8829	0.0241	0.0291	0.5293	0.1719	0.0964	0.1164	0.3847
0.30	1.5778	0.0200	0.0290	0.5267	0.1433	0.0600	0.0870	0.2903	1.5555	0.0303	0.0293	0.5334	0.1431	0.1212	0.1172	0.3815

Tabuľka 21: Optimálne hodnoty pre dvojpiľierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom piľieri s_D a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} , zúročených úspor v druhom piľieri Rs_D a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 1$ a $w = 1$.

	$R = 1.00$								$R = 1.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.3701	-0.0638	0.0447	0.6839	0.1920	-0.0638	0.0447	0.1729	1.2786	-0.0060	0.0460	0.7190	0.1845	-0.0090	0.0690	0.2445
0.15	1.0796	-0.0318	0.0454	0.7024	0.1537	-0.0318	0.0454	0.1673	1.0124	0.0147	0.0465	0.7335	0.1478	0.0220	0.0698	0.2396
0.20	0.9127	-0.0129	0.0458	0.7144	0.1312	-0.0129	0.0458	0.1641	0.8595	0.0268	0.0469	0.7425	0.1264	0.0402	0.0703	0.2369
0.25	0.8020	-0.0001	0.0462	0.7229	0.1161	-0.0001	0.0462	0.1622	0.7578	0.0349	0.0471	0.7489	0.1120	0.0524	0.0707	0.2351
0.30	0.7221	0.0092	0.0464	0.7295	0.1051	0.0092	0.0464	0.1607	0.6843	0.0409	0.0473	0.7536	0.1015	0.0614	0.0710	0.2339
	$R = 2.00$								$R = 2.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.2252	0.0221	0.0467	0.7390	0.1796	0.0442	0.0934	0.3172	1.1906	0.0384	0.0472	0.7517	0.1763	0.0960	0.1180	0.3903
0.15	0.9745	0.0371	0.0472	0.7506	0.1442	0.0742	0.0944	0.3128	0.9504	0.0502	0.0475	0.7614	0.1417	0.1255	0.1187	0.3859
0.20	0.8300	0.0459	0.0474	0.7578	0.1234	0.0918	0.0948	0.3100	0.8115	0.0571	0.0478	0.7672	0.1215	0.1427	0.1195	0.3837
0.25	0.7337	0.0518	0.0476	0.7628	0.1095	0.1036	0.0952	0.3083	0.7187	0.0617	0.0479	0.7713	0.1080	0.1542	0.1197	0.3819
0.30	0.6639	0.0561	0.0477	0.7664	0.0994	0.1122	0.0954	0.3070	0.6512	0.0651	0.0480	0.7743	0.0980	0.1628	0.1200	0.3808
	$R = 3.00$								$R = 4.00$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.1665	0.0491	0.0475	0.7605	0.1738	0.1473	0.1425	0.4636	1.1352	0.0621	0.0479	0.7717	0.1706	0.2484	0.1916	0.6106
0.15	0.9338	0.0587	0.0478	0.7687	0.1400	0.1761	0.1434	0.4595	0.9124	0.0692	0.0481	0.7780	0.1377	0.2768	0.1924	0.6069
0.20	0.7988	0.0643	0.0480	0.7737	0.1202	0.1929	0.1440	0.4571	0.7826	0.0733	0.0483	0.7817	0.1185	0.2932	0.1932	0.6049
0.25	0.7084	0.0681	0.0481	0.7771	0.1069	0.2043	0.1443	0.4555	0.6953	0.0761	0.0484	0.7843	0.1054	0.3044	0.1936	0.6034
0.30	0.6426	0.0709	0.0482	0.7795	0.0971	0.2127	0.1446	0.4544	0.6316	0.0781	0.0484	0.7862	0.0959	0.3124	0.1936	0.6019

Tabuľka 22: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_D a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} , zúročených úspor v druhom pilieri Rs_D a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.3$ a $w = 1$.

	$R = 1.00$								$R = 1.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.8730	-0.0961	0.0357	0.4806	0.2097	-0.0961	0.0357	0.1493	1.8273	-0.0384	0.0366	0.4994	0.2100	-0.0576	0.0549	0.2073
0.15	1.5099	-0.0644	0.0362	0.4903	0.1714	-0.0644	0.0362	0.1432	1.4757	-0.0170	0.0370	0.5076	0.1714	-0.0255	0.0555	0.2014
0.20	1.2965	-0.0454	0.0365	0.4968	0.1485	-0.0454	0.0365	0.1396	1.2689	-0.0042	0.0373	0.5128	0.1484	-0.0063	0.0560	0.1981
0.25	1.1523	-0.0324	0.0367	0.5016	0.1328	-0.0324	0.0367	0.1371	1.1291	0.0045	0.0375	0.5166	0.1327	0.0067	0.0562	0.1956
0.30	1.0467	-0.0228	0.0369	0.5053	0.1212	-0.0228	0.0369	0.1353	1.0267	0.0110	0.0376	0.5195	0.1211	0.0165	0.0564	0.1940
	$R = 2.00$								$R = 2.50$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.7996	-0.0092	0.0372	0.5107	0.2099	-0.0184	0.0744	0.2659	1.7811	0.0083	0.0376	0.5183	0.2098	0.0208	0.0940	0.3246
0.15	1.4556	0.0069	0.0375	0.5177	0.1713	0.0138	0.0750	0.2601	1.4424	0.0212	0.0378	0.5243	0.1712	0.0530	0.0945	0.3187
0.20	1.2530	0.0165	0.0377	0.5221	0.1483	0.0330	0.0754	0.2567	1.2428	0.0290	0.0380	0.5280	0.1482	0.0725	0.0950	0.3157
0.25	1.1160	0.0231	0.0379	0.5251	0.1326	0.0462	0.0758	0.2546	1.1075	0.0342	0.0381	0.5306	0.1325	0.0855	0.0952	0.3132
0.30	1.0154	0.0279	0.0380	0.5275	0.1210	0.0558	0.0760	0.2528	1.0082	0.0381	0.0382	0.5326	0.1209	0.0952	0.0955	0.3116
	$R = 3.00$								$R = 4.00$							
a	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z	n_{opt}	s_{opt}	s_D	α_{opt}	p	Rs_{opt}	Rs_D	z
0.10	1.7680	0.0201	0.0378	0.5237	0.2096	0.0603	0.1134	0.3833	1.7505	0.0348	0.0381	0.5309	0.2094	0.1392	0.1524	0.5010
0.15	1.4332	0.0308	0.0381	0.5289	0.1711	0.0924	0.1143	0.3778	1.4210	0.0429	0.0383	0.5351	0.1709	0.1716	0.1532	0.4957
0.20	1.2356	0.0373	0.0382	0.5322	0.1481	0.1119	0.1146	0.3746	1.2262	0.0477	0.0385	0.5376	0.1479	0.1908	0.1540	0.4927
0.25	1.1016	0.0417	0.0383	0.5345	0.1324	0.1251	0.1149	0.3724	1.0940	0.0510	0.0385	0.5394	0.1322	0.2040	0.1540	0.4902
0.30	1.0033	0.0449	0.0384	0.5361	0.1208	0.1347	0.1152	0.3707	0.9968	0.0534	0.0386	0.5407	0.1207	0.2136	0.1544	0.4887

Tabuľka 23: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor s_{opt} a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_D a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor Rs_{opt} , zúročených úspor v druhom pilieri Rs_D a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 1$ a $w = 1$.

$R^2 = 1.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.6915	-0.9708	0.0976	0.0144	0.0660	0.4603	1.3793	-0.9708	0.0976	0.0144	0.0660	0.5865
0.25	2.9369	-0.7988	0.2169	0.0146	0.0660	0.5372	1.0034	-0.7988	0.2169	0.0146	0.0660	0.5021
0.30	2.4127	-0.6921	0.2868	0.0152	0.0660	0.6117	0.7768	-0.6921	0.2868	0.0152	0.0660	0.4527
0.35	2.0208	-0.6165	0.3312	0.0161	0.0660	0.6827	0.6245	-0.6165	0.3312	0.0161	0.0660	0.4213
0.40	1.7126	-0.5575	0.3607	0.0173	0.0660	0.7491	0.5139	-0.5575	0.3607	0.0173	0.0660	0.4004
$R^2 = 1.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.5306	-0.6622	0.1570	0.0162	0.0660	0.5583	1.3627	-0.9933	0.1923	0.0243	0.0808	0.6668
0.25	2.7371	-0.5362	0.2514	0.0174	0.0660	0.6633	0.9746	-0.8043	0.3079	0.0261	0.0808	0.5851
0.30	2.1735	-0.4505	0.3040	0.0191	0.0660	0.7623	0.7335	-0.6758	0.3723	0.0286	0.0808	0.5394
0.35	1.7437	-0.3832	0.3344	0.0214	0.0660	0.8521	0.5653	-0.5748	0.4096	0.0321	0.0808	0.5130
0.40	1.4036	-0.3258	0.3515	0.0241	0.0660	0.9292	0.4396	-0.4887	0.4305	0.0361	0.0808	0.4983
$R^2 = 2.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.3587	-0.4898	0.1836	0.0181	0.0660	0.6519	1.3340	-0.9796	0.2596	0.0362	0.0933	0.7435
0.25	2.5196	-0.3809	0.2601	0.0204	0.0660	0.7809	0.9269	-0.7618	0.3678	0.0408	0.0933	0.6670
0.30	1.9116	-0.2991	0.2984	0.0235	0.0660	0.8969	0.6646	-0.5982	0.4220	0.0470	0.0933	0.6287
0.35	1.4503	-0.2309	0.3158	0.0271	0.0660	0.9911	0.4789	-0.4618	0.4466	0.0542	0.0933	0.6112
0.40	1.2500	-0.2085	0.3323	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.4170	0.4699	0.0550	0.0933	0.5947
$R^2 = 2.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.1754	-0.3736	0.1941	0.0201	0.0660	0.7413	1.2920	-0.9340	0.3069	0.0503	0.1044	0.8196
0.25	2.2847	-0.2697	0.2550	0.0236	0.0660	0.8895	0.8591	-0.6743	0.4032	0.0590	0.1044	0.7514
0.30	1.6667	-0.1917	0.2808	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.4793	0.4440	0.0688	0.1044	0.7225
0.35	1.4286	-0.1713	0.3037	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.4283	0.4802	0.0688	0.1044	0.6968
0.40	1.2500	-0.1571	0.3195	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.3928	0.5052	0.0688	0.1044	0.6791
$R^2 = 3.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	2.9801	-0.2858	0.1948	0.0222	0.0660	0.8264	1.2358	-0.8574	0.3374	0.0666	0.1143	0.8967
0.25	2.0368	-0.1813	0.2405	0.0270	0.0660	0.9869	0.7728	-0.5439	0.4166	0.0810	0.1143	0.8408
0.30	1.6667	-0.1492	0.2711	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.4476	0.4696	0.0825	0.1143	0.8034
0.35	1.4286	-0.1322	0.2920	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.3966	0.5058	0.0825	0.1143	0.7777
0.40	1.2500	-0.1204	0.3065	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.3612	0.5309	0.0825	0.1143	0.7600
$R^2 = 4.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	2.5551	-0.1528	0.1767	0.0269	0.0660	0.9823	1.0796	-0.6112	0.3534	0.1076	0.1320	1.0614
0.25	2.0000	-0.1122	0.2222	0.0275	0.0660	1.0000	0.7590	-0.4488	0.4444	0.1100	0.1320	0.9966
0.30	1.6667	-0.0924	0.2501	0.0275	0.0660	1.0000	0.5846	-0.3696	0.5002	0.1100	0.1320	0.9572
0.35	1.4286	-0.0796	0.2682	0.0275	0.0660	1.0000	0.4717	-0.3184	0.5364	0.1100	0.1320	0.9317
0.40	1.2500	-0.0707	0.2807	0.0275	0.0660	1.0000	0.3935	-0.2828	0.5614	0.1100	0.1320	0.9141

Tabuľka 24: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model s kariérnym rastom. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor $s_{1S_{opt}}$, $s_{2S_{opt}}$ a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_{1D} , s_{2D} a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor $R^2 s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, $R^2 s_{1D}$, Rs_{2D} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.3$, $\beta = 1.2$ a $w = 1$.

$R^2 = 1.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	4.0897	-0.9991	0.1211	0.0100	0.0660	0.1599	1.3718	-0.9991	0.1211	0.0100	0.0660	0.5698
0.25	3.3388	-0.8414	0.2418	0.0091	0.0660	0.2083	1.0090	-0.8414	0.2418	0.0091	0.0660	0.4845
0.30	2.8269	-0.7495	0.3140	0.0084	0.0660	0.2579	0.7946	-0.7495	0.3140	0.0084	0.0660	0.4335
0.35	2.4526	-0.6902	0.3616	0.0078	0.0660	0.3071	0.6546	-0.6902	0.3616	0.0078	0.0660	0.3998
0.40	2.1652	-0.6488	0.3951	0.0074	0.0660	0.3549	0.5565	-0.6488	0.3951	0.0074	0.0660	0.3762
$R^2 = 1.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	4.0082	-0.7051	0.1836	0.0109	0.0660	0.2296	1.3794	-1.0576	0.2249	0.0163	0.0808	0.6438
0.25	3.2420	-0.5985	0.2819	0.0104	0.0660	0.2992	1.0147	-0.8977	0.3453	0.0156	0.0808	0.5587
0.30	2.7171	-0.5348	0.3401	0.0102	0.0660	0.3668	0.7979	-0.8022	0.4165	0.0153	0.0808	0.5083
0.35	2.3320	-0.4922	0.3778	0.0101	0.0660	0.4304	0.6551	-0.7383	0.4627	0.0151	0.0808	0.4754
0.40	2.0361	-0.4610	0.4037	0.0102	0.0660	0.4889	0.5542	-0.6915	0.4944	0.0153	0.0808	0.4532
$R^2 = 2.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.9226	-0.5460	0.2146	0.0119	0.0660	0.2978	1.3839	-1.0920	0.3035	0.0238	0.0933	0.7125
0.25	3.1423	-0.4630	0.2984	0.0118	0.0660	0.3842	1.0157	-0.9260	0.4220	0.0236	0.0933	0.6286
0.30	2.6066	-0.4116	0.3470	0.0120	0.0660	0.4642	0.7951	-0.8232	0.4907	0.0240	0.0933	0.5799
0.35	2.2141	-0.3756	0.3775	0.0124	0.0660	0.5356	0.6486	-0.7512	0.5339	0.0248	0.0933	0.5494
0.40	1.9141	-0.3483	0.3977	0.0129	0.0660	0.5978	0.5443	-0.6966	0.5624	0.0258	0.0933	0.5292
$R^2 = 2.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.8353	-0.4429	0.2306	0.0128	0.0660	0.3626	1.3850	-1.1073	0.3646	0.0320	0.1044	0.7787
0.25	3.0427	-0.3728	0.3035	0.0132	0.0660	0.4618	1.0120	-0.9320	0.4799	0.0330	0.1044	0.6973
0.30	2.4993	-0.3277	0.3445	0.0138	0.0660	0.5491	0.7870	-0.8193	0.5447	0.0345	0.1044	0.6513
0.35	2.1036	-0.2951	0.3693	0.0145	0.0660	0.6231	0.6368	-0.7378	0.5839	0.0363	0.1044	0.6236
0.40	1.8043	-0.2699	0.3849	0.0153	0.0660	0.6841	0.5298	-0.6748	0.6086	0.0383	0.1044	0.6063
$R^2 = 3.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.7477	-0.3690	0.2381	0.0138	0.0660	0.4234	1.3826	-1.1070	0.4124	0.0414	0.1143	0.8437
0.25	2.9452	-0.3066	0.3020	0.0145	0.0660	0.5315	1.0042	-0.9198	0.5231	0.0435	0.1143	0.7653
0.30	2.3977	-0.2652	0.3367	0.0154	0.0660	0.6221	0.7747	-0.7956	0.5832	0.0462	0.1143	0.7228
0.35	2.0030	-0.2348	0.3566	0.0164	0.0660	0.6949	0.6215	-0.7044	0.6176	0.0492	0.1143	0.6982
0.40	1.7083	-0.2114	0.3686	0.0174	0.0660	0.7520	0.5130	-0.6342	0.6384	0.0522	0.1143	0.6837
$R^2 = 4.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	3.5754	-0.2667	0.2386	0.0157	0.0660	0.5321	1.3684	-1.0668	0.4772	0.0628	0.1320	0.9736
0.25	2.7618	-0.2128	0.2879	0.0170	0.0660	0.6487	0.9790	-0.8512	0.5758	0.0680	0.1320	0.9036
0.30	2.2170	-0.1760	0.3123	0.0184	0.0660	0.7371	0.7429	-0.7040	0.6246	0.0736	0.1320	0.8691
0.35	1.8346	-0.1492	0.3250	0.0197	0.0660	0.8011	0.5876	-0.5968	0.6500	0.0788	0.1320	0.8516
0.40	1.5564	-0.1293	0.3319	0.0208	0.0660	0.8470	0.4799	-0.5172	0.6638	0.0832	0.1320	0.8417

Tabuľka 25: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model s kariérnym rastom. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor $s_{1S_{opt}}$, $s_{2S_{opt}}$ a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_{1D} , s_{2D} a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor $R^2 s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, $R^2 s_{1D}$, Rs_{2D} a celkovej spotreby v postproduktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je lineárna stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 1$, $\beta = 1.2$ a $w = 1$.

$R^2 = 1.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.4425	-0.4480	0.2913	0.0321	0.0660	0.8803	0.5082	-0.4480	0.2913	0.0321	0.0660	0.4496
0.25	1.2434	-0.3967	0.3113	0.0337	0.0660	0.9291	0.4210	-0.3967	0.3113	0.0337	0.0660	0.4353
0.30	1.0976	-0.3591	0.3243	0.0351	0.0660	0.9651	0.3599	-0.3591	0.3243	0.0351	0.0660	0.4262
0.35	0.9861	-0.3302	0.3331	0.0363	0.0660	0.9918	0.3148	-0.3302	0.3331	0.0363	0.0660	0.4200
0.40	0.9129	-0.3139	0.3409	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.3139	0.3409	0.0367	0.0660	0.4145
$R^2 = 1.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.2409	0.2724	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.3613	0.3336	0.0550	0.0808	0.5670
0.25	1.1547	-0.2208	0.2898	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.3312	0.3549	0.0550	0.0808	0.5519
0.30	1.0541	-0.2068	0.3019	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.3102	0.3698	0.0550	0.0808	0.5414
0.35	0.9759	-0.1964	0.3109	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.2946	0.3808	0.0550	0.0808	0.5335
0.40	0.9129	-0.1883	0.3179	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.2824	0.3893	0.0550	0.0808	0.5275
$R^2 = 2.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.1571	0.2550	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.3142	0.3606	0.0734	0.0933	0.6720
0.25	1.1547	-0.1420	0.2700	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.2840	0.3818	0.0734	0.0933	0.6569
0.30	1.0541	-0.1314	0.2805	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.2628	0.3967	0.0734	0.0933	0.6466
0.35	0.9759	-0.1236	0.2883	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.2472	0.4077	0.0734	0.0933	0.6387
0.40	0.9129	-0.1176	0.2944	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.2352	0.4163	0.0734	0.0933	0.6326
$R^2 = 2.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.1027	0.2364	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.2568	0.3738	0.0918	0.1044	0.7721
0.25	1.1547	-0.0906	0.2499	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.2265	0.3951	0.0918	0.1044	0.7572
0.30	1.0541	-0.0822	0.2593	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.2055	0.4100	0.0918	0.1044	0.7467
0.35	0.9759	-0.0760	0.2663	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.1900	0.4211	0.0918	0.1044	0.7388
0.40	0.9129	-0.0711	0.2717	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.1778	0.4296	0.0918	0.1044	0.7328
$R^2 = 3.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.0640	0.2179	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.1920	0.3774	0.1101	0.1143	0.8687
0.25	1.1547	-0.0540	0.2302	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.1620	0.3987	0.1101	0.1143	0.8535
0.30	1.0541	-0.0469	0.2387	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	-0.1407	0.4134	0.1101	0.1143	0.8431
0.35	0.9759	-0.0418	0.2451	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	-0.1254	0.4245	0.1101	0.1143	0.8350
0.40	0.9129	-0.0377	0.2501	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	-0.1131	0.4332	0.1101	0.1143	0.8293
$R^2 = 4.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.2910	-0.0119	0.1819	0.0367	0.0660	1.0000	0.4589	-0.0476	0.3638	0.1468	0.1320	1.0539
0.25	1.1547	-0.0043	0.1925	0.0367	0.0660	1.0000	0.3924	-0.0172	0.3850	0.1468	0.1320	1.0390
0.30	1.0541	0.0009	0.2000	0.0367	0.0660	1.0000	0.3460	0.0036	0.4000	0.1468	0.1320	1.0284
0.35	0.9759	0.0048	0.2055	0.0367	0.0660	1.0000	0.3115	0.0192	0.4110	0.1468	0.1320	1.0205
0.40	0.9129	0.0078	0.2098	0.0367	0.0660	1.0000	0.2848	0.0312	0.4196	0.1468	0.1320	1.0144

Tabuľka 26: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model s kariérnym rastom. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor $s_{1S_{opt}}$, $s_{2S_{opt}}$ a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_{1D} , s_{2D} a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor $R^2 s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, $R^2 s_{1D}$, Rs_{2D} a celkovej spotreby v post-produktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 0.3$, $\beta = 1.2$ a $w = 1$.

$R^2 = 1.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.7372	-0.5487	0.3224	0.0218	0.0660	0.5754	0.5660	-0.5487	0.3224	0.0218	0.0660	0.4275
0.25	1.5429	-0.5089	0.3459	0.0223	0.0660	0.6187	0.4856	-0.5089	0.3459	0.0223	0.0660	0.4109
0.30	1.3987	-0.4800	0.3619	0.0227	0.0660	0.6536	0.4289	-0.4800	0.3619	0.0227	0.0660	0.3995
0.35	1.2864	-0.4577	0.3735	0.0231	0.0660	0.6822	0.3864	-0.4577	0.3735	0.0231	0.0660	0.3913
0.40	1.1959	-0.4398	0.3823	0.0235	0.0660	0.7062	0.3531	-0.4398	0.3823	0.0235	0.0660	0.3851
$R^2 = 1.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.6385	-0.3505	0.3137	0.0255	0.0660	0.6895	0.5536	-0.5257	0.3842	0.0382	0.0808	0.5311
0.25	1.4466	-0.3202	0.3307	0.0262	0.0660	0.7316	0.4716	-0.4803	0.4050	0.0393	0.0808	0.5164
0.30	1.3059	-0.2982	0.3420	0.0269	0.0660	0.7634	0.4140	-0.4473	0.4189	0.0403	0.0808	0.5067
0.35	1.1973	-0.2813	0.3500	0.0274	0.0660	0.7884	0.3711	-0.4219	0.4287	0.0411	0.0808	0.4998
0.40	1.1105	-0.2679	0.3560	0.0279	0.0660	0.8084	0.3377	-0.4018	0.4360	0.0418	0.0808	0.4945
$R^2 = 2.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.5598	-0.2360	0.2944	0.0282	0.0660	0.7714	0.5383	-0.4720	0.4163	0.0564	0.0933	0.6323
0.25	1.3733	-0.2114	0.3074	0.0291	0.0660	0.8088	0.4562	-0.4228	0.4347	0.0582	0.0933	0.6196
0.30	1.2377	-0.1937	0.3159	0.0297	0.0660	0.8359	0.3990	-0.3874	0.4468	0.0594	0.0933	0.6111
0.35	1.1339	-0.1803	0.3219	0.0302	0.0660	0.8563	0.3567	-0.3606	0.4552	0.0604	0.0933	0.6050
0.40	1.0513	-0.1697	0.3263	0.0307	0.0660	0.8723	0.3240	-0.3394	0.4615	0.0614	0.0933	0.6008
$R^2 = 2.50$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.4973	-0.1601	0.2716	0.0303	0.0660	0.8313	0.5233	-0.4003	0.4294	0.0758	0.1044	0.7326
0.25	1.3171	-0.1395	0.2819	0.0311	0.0660	0.8633	0.4421	-0.3488	0.4457	0.0778	0.1044	0.7212
0.30	1.1868	-0.1249	0.2886	0.0318	0.0660	0.8858	0.3860	-0.3123	0.4563	0.0795	0.1044	0.7139
0.35	1.0874	-0.1140	0.2933	0.0322	0.0660	0.9023	0.3446	-0.2850	0.4637	0.0805	0.1044	0.7082
0.40	1.0085	-0.1054	0.2968	0.0326	0.0660	0.9149	0.3128	-0.2635	0.4693	0.0815	0.1044	0.7045
$R^2 = 3.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.4474	-0.1057	0.2478	0.0320	0.0660	0.8761	0.5096	-0.3171	0.4292	0.0960	0.1143	0.8320
0.25	1.2733	-0.0883	0.2563	0.0327	0.0660	0.9032	0.4299	-0.2649	0.4439	0.0981	0.1143	0.8213
0.30	1.1478	-0.0760	0.2618	0.0333	0.0660	0.9217	0.3750	-0.2280	0.4535	0.0999	0.1143	0.8147
0.35	1.0521	-0.0668	0.2657	0.0337	0.0660	0.9352	0.3348	-0.2004	0.4602	0.1011	0.1143	0.8100
0.40	0.9763	-0.0597	0.2686	0.0340	0.0660	0.9452	0.3038	-0.1791	0.4652	0.1020	0.1143	0.8062
$R^2 = 4.00$												
a	n_{opt}	$s_{1S_{opt}}$	$s_{2S_{opt}}$	s_{1D}	s_{2D}	α_{opt}	p	$R^2 s_{1S_{opt}}$	$Rs_{2S_{opt}}$	$R^2 s_{1D}$	Rs_{2D}	z
0.20	1.3736	-0.0326	0.2007	0.0342	0.0660	0.9376	0.4870	-0.1304	0.4014	0.1368	0.1320	1.0268
0.25	1.2099	-0.0194	0.2069	0.0349	0.0660	0.9570	0.4106	-0.0776	0.4138	0.1396	0.1320	1.0184
0.30	1.0920	-0.0102	0.2110	0.0353	0.0660	0.9697	0.3582	-0.0408	0.4220	0.1412	0.1320	1.0126
0.35	1.0023	-0.0034	0.2138	0.0357	0.0660	0.9785	0.3198	-0.0136	0.4276	0.1428	0.1320	1.0086
0.40	0.9311	0.0018	0.2160	0.0359	0.0660	0.9849	0.2904	0.0072	0.4320	0.1436	0.1320	1.0052

Tabuľka 27: Optimálne hodnoty pre dvojpilierový model s kariérnym rastom. Uvedené sú hodnoty individuálnej fertility n_{opt} , súkromných úspor $s_{1S_{opt}}$, $s_{2S_{opt}}$ a rodičovského faktora α_{opt} spolu s hodnotou úspor v druhom pilieri s_{1D} , s_{2D} a implikovanými hodnotami dôchodkovej dávky p , zúročených súkromných úspor $R^2 s_{1S_{opt}}$, $Rs_{2S_{opt}}$, $R^2 s_{1D}$, Rs_{2D} a celkovej spotreby v post-produktívnom veku z vzhľadom na vybrané úrovne parametrov a a R . Zvolená je kvadratická stratová funkcia, $\tau_P = 17.25\%$, $\tau_D = 5.5\%$, $\gamma = 1$, $\beta = 1.2$ a $w = 1$.