

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**Analýza garantovaného fondu dôchodkového systému
na Slovensku**

Dizertačná práca

2024

Mgr. Matúš Padyšák

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

**Analýza garantovaného fondu dôchodkového systému
na Slovensku**

Dizertačná práca

Študijný program: dAPM - aplikovaná matematika

Študijný odbor: matematika

Školiace pracovisko: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky

Školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.

Bratislava, 2024

Mgr. Matúš Padyšák



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Mgr. Matúš Padyšák
Študijný program: aplikovaná matematika (Jednoodborové štúdium, doktorandské III. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: dizertačná
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Analýza garantovaného fondu dôchodkového systému na Slovensku
Analysis of the guaranteed fund of the pension system in Slovakia

Anotácia: Garantované fondy dôchodkového systému na Slovensku čelia počas ich existencie viacerým problémom: záporné úrokové miery, garancie, kritika nízkych výnosov, časté legislatívne zmeny. V práci pôjde o hĺbkovú ekonomicko-matematickú analýzu týchto fondov s využitím finančno-matematických a štatistických metód. Na základe analýzy navrhujeme možné zmeny, ktoré by zefektívniili správu prostriedkov sporiteľov.

Školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.
Dátum zadania: 08.01.2020

Dátum schválenia: 08.01.2020
prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
školiteľ

Pod'akovanie

Ďakujem môjmu školiteľovi doc. Mgr. Igorovi Melicherčíkovi, PhD. za odborné vedenie, metodické usmernenie a neoceniteľnú spätnú väzbu pri spracovávaní dizertačnej práce.

Pod'akovať sa chcem aj mojej najbližšej rodine, Daniele, mame, otcovi a bratovi, bez ktorých by sa mi práca tvorila len ťažko.

ABSTRAKT

PADYŠÁK, Matúš: Analýza garantovaného fondu dôchodkového systému na Slovensku [Dizertačná práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; Školiteľ: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2024, 182 s.

Od svojho vzniku sa systém starobného dôchodkového sporenia alebo II. pilier stal pevnou súčasťou Slovenského dôchodkového systému. Systém ale podliehal veľkému množstvu legislatívnych zmien, ktoré ho postupne formovali a menili. Postupným vývojom systému ako celku vznikli dlhopisové garantované fondy, ktoré majú konzervatívny rizikový profil, poskytujú garancie a sú určené na stabilizáciu celoživotnej sporivej fázy. V predkladanej práci sa venujeme analýze práve garantovaných dlhopisových fondov II. piliera na Slovensku. V prvej časti práce popisujeme investičné možnosti fondov, oceňovanie ich aktív a vybrané štatistické metódy. Následne sa venujeme analýze zloženia fondov a porovnaniu výkonnosti fondov s globálnym benchmarkom, a náhodne generovanými benchmarkmi. Následne skúmame vzťah rizika vo forme volatility a garancií. Tvoríme komplexný simulačný model, ktorý obsahuje rôzne scenáre finančnej výkonnosti, úmrtnosť a ekonomické predpoklady, aby sme vedeli nasimulovať 25 rokov ďalšieho fungovania II. piliera na Slovensku. V poslednej časti práce navrhujeme dve investičné stratégie, ktoré vedia pomôcť naplňať ciele dlhopisových fondov dosahovať výnos a minimalizovať riziko. Prvá stratégia je založená na predikciách výnosov korporátneho dlhopisového trhu. Druhá stratégia preskúmava HTM portfólio v ktorom sú dlhopisy oceňované metódou umorovanej hodnoty.

Kľúčové slová: druhý pilier, dôchodkové fondy, garancie, výnos, riziko, investičné stratégie

ABSTRACT

PADYŠÁK, Matúš: Analysis of the guaranteed fund of the pension system in Slovakia [Dissertation Thesis]. Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD., Bratislava, 2024, 182 p.

Since its inception, the old-age pension savings system, or the second pillar, has become an integral part of the Slovak pension system. However, the system has undergone numerous legislative changes that have gradually shaped it. Through the gradual development of the system, bond-guaranteed funds have emerged. These funds have a conservative risk profile, provide guarantees, and are designed to stabilize the lifelong savings phase. The thesis focuses on the analysis of the guaranteed bond funds of the second pillar in Slovakia. In the first part, we describe the investment options of the funds, the valuation of their assets, and selected statistical methods. We then analyze the composition of the funds and compare the performance of the funds with a global benchmark and randomly generated benchmarks. Subsequently, we examine the relationship between risk in the form of volatility and guarantees. We create a comprehensive simulation model that includes various financial performance scenarios, mortality, and economic assumptions, allowing us to simulate the next 25 years of the second pillar in Slovakia. In the final part of the thesis, we propose two investment strategies that aim to achieve the goals of bond funds: to generate returns and minimize risk. The first strategy is based on yield predictions of the corporate bond market. The second strategy explores an HTM (Held-to-Maturity) portfolio in which bonds are valued using the amortized cost method.

Keywords: second pillar, pension funds, guarantees, return, risk, investment strategies

OBSAH

Úvod	14
1 Teoretické východiská	24
1.1 Investičný rámec garantovaných fondov	24
1.2 Oceňovanie aktív vo fondoch a základy finančnej matematiky	28
1.3 Štatistické metódy	31
1.3.1 Ridge regresia	32
1.3.2 Lasso regresia	33
1.3.3 Random Forests	35
2 Investície dôchodkových fondov	39
2.1 Analýza zloženia garantovaných fondov	40
2.1.1 Analýza pomocou faktorového modelu	42
2.2 Alternatívne alokácie dlhopisových fondov	54
2.2.1 Globálny benchmark dlhopisových fondov	56
2.2.2 Náhodné benchmarky	60
2.2.3 Zhodnotenie porovnaní	65
3 Riziko a garancie dlhopisových fondov	67
3.1 Systém garancií	68
3.2 Predpoklady simulačného modelu	71
3.2.1 Výkonnosť	71
3.2.2 Demografia	73
3.2.3 Kmeň sporiteľov	77
3.2.4 Predvolená investičná stratégia	80
3.2.5 Ekonomické predpoklady	82
3.3 Simulačný model	86
3.4 Výsledky simulácií	92
4 Investičné stratégie v dlhopisových fondoch	108
4.1 Credit spread harvesting	108
4.1.1 Credit spread	109
4.1.2 Definícia stratégií	122
4.1.3 Porovnanie a vyhodnotenie modelov	123
4.1.4 Realizovateľnosť predikčných stratégií a transakčné náklady	141
4.1.5 Robustnosť predikčných stratégií	148
4.2 HTM portfólio	153
4.2.1 Predpoklady HTM portfólia	156
4.2.2 Porovnanie s trhovo oceňovaným portfóliom	160
4.2.3 Porovnanie HTM portfólia s neskorším štartom	162
4.2.4 Zhodnotenie HTM portfólia	166
Záver	167
Zoznam použitej literatúry	170
Prílohy	178

Zoznam tabuliek a obrázkov

Tabuľka 1.1.1	Sumárny prehľad kľúčových investičných limitov garantovaných fondov	s. 25
Tabuľka 1.1.2	Pravdepodobnosti porušenia garancií, zisk sporiteľa (Panel A) a zisk správcovskej spoločnosti (Panel B)	s. 27
Tabuľka 2.2.1	Hrubá mzda, príspevky do druhého piliera počas rokov 2011-2023. Hrubá mzda za rok 2023 bola odhadnutá pomocou lineárneho modelu kde hrubá mzda bola vysvetľovaná konštantou a hrubou mzdou s lagom jeden rok	s. 58
Tabuľka 2.2.2	Porovnanie výkonnosti reálnych a fiktívnych fondov počas obdobia od 26.3.2014 po 26.4.2023. Výnos je anualizovaný kumulatívny výnos, volatilita je prepočítaná na ročnú a MDD označuje maximálny prepád	s. 59
Tabuľka 3.1.1	Vyhodnotenie prvého 10-ročného garančného obdobia počas obdobia 1.1.2013 až 31.12.2022	s. 69
Tabuľka 3.2.1	Dôchodkový vek pre mužov a ženy bez detí, r je skratkou pre rok a m pre mesiac	s. 75
Tabuľka 3.2.2	Rozdelenie sporiteľov podľa veku	s. 78
Tabuľka 3.2.3	Historická hrubá mzda a príspevky do systému starobného dôchodkového sporenia	s. 83
Tabuľka 3.2.4	Mesačná hodnota rastu produktivity práce podľa opatrenia k výpisom	s. 84
Tabuľka 3.2.5	Mesačná hodnota vekového bonusu	s. 84
Tabuľka 3.4.1	Pravdepodobnosť dopĺňania na základe 25-ročnej simulácie dôchodkového systému pre individuálne garancie a jednorazové výbery, 10-ročné garancie a nový systém ktorý obsahuje mesačne vyplácaný programový výber a anuitu	s. 93
Tabuľka 3.4.2	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 1% ročne	s. 96
Tabuľka 3.4.3	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 2% ročne	s. 96
Tabuľka 3.4.4	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 3% ročne	s. 97
Tabuľka 3.4.5	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 4% ročne	s. 97
Tabuľka 3.4.6	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 1% ročne	s. 100
Tabuľka 3.4.7	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 2% ročne	s. 100
Tabuľka 3.4.8:	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 3% ročne	s. 101
Tabuľka 3.4.9	Charakteristiky rozdelenia pre dopĺňanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 4% ročne	s. 101

Tabuľka 4.1.1	Štatistické charakteristiky credit spreadov pre všetky analyzované kombinácie korporátnych dlhopisov a futures na štátne dlhopisy. Sledované obdobia sa zhodujú s obdobiami pre Obr. 4.1.1-4.1.3	s. 113
Tabuľka 4.1.2	„Krizové“ obdobia európskych dlhopisov na základe indexu implikovanej volatility	s. 114
Tabuľka 4.1.3	Prehľad období tréningu a testovania modelov predikcie dlhopisov	s. 122
Tabuľka 4.1.4	Základný prehľad výkonnosti európskych korporátnych dlhopisov s dlhšou splatnosťou, futures na štátne dlhopisy Euro-Bobl Futures	s. 125
Tabuľka 4.1.5	Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií credit spreadu pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou	s. 126
Tabuľka 4.1.6	Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií korporátnych dlhopisov pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou	s. 128
Tabuľka 4.1.7	Základný prehľad výkonnosti európskych korporátnych dlhopisov s kratšou splatnosťou, futures na štátne dlhopisy Euro-Schatz Futures (zostávajúca doba splatnosti 1,75 až 2,25 roka) a zodpovedajúci credit spread	s. 131
Tabuľka 4.1.8	Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií credit spreadu pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou	s. 131
Tabuľka 4.1.9	Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou	s. 133
Tabuľka 4.1.10	Základný prehľad výkonnosti európskych finančných dlhopisov, futures na štátne dlhopisy Euro-Schatz Futures (zostávajúca doba splatnosti 1,75 až 2,25 roka) a zodpovedajúci credit spread	s. 136
Tabuľka 4.1.11	Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií credit spreadu pomocou vybraných metód pre európske finančné dlhopisy	s. 136
Tabuľka 4.1.12	Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií európskych finančných dlhopisov pomocou vybraných metód	s. 139
Tabuľka 4.1.13	Základné charakteristiky dlhopisového trhu počas 22.6.1999 až 28.11.2022. Výnos a volatilita sú analyzované a spolu s maximálnym prepadom (MDD) sú vyjadrené v percentách	s. 149
Tabuľka 4.1.14	Výsledky pre predikčné stratégie počas obdobia 22.6.1999 až 28.11.2022. Výnos a volatilita sú analyzované	s. 151
Tabuľka 4.2.1	Základné charakteristiky priemerného a HTM portfólia (2005-2022)	s. 162

Tabuľka 4.2.2	Základné charakteristiky priemerného a HTM portfólia od roku 2012 (2012-2022)	s. 162
----------------------	---	--------

Zoznam obrázkov

Obrázok 1	Populačná pyramída na Slovensku v roku 1950 a 2022. Ľavá časť pripadá mužom a pravá ženám	s. 14
Obrázok 2	Vývoj čistej hodnoty majetku v garantovaných dlhopisových fondoch	s. 16
Obrázok 3	Vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky v garantovaných dlhopisových fondoch	s. 19
Obrázok 1.3.1	Odhad pre Lasso regresiu (vľavo) a Ridge regresiu (vpravo)	s. 34
Obrázok 1.3.2	Príklad delenia pre dve premenné x_1 a x_2 na tri oblasti, $\bar{y}$ v rámci každej z oblastí reprezentuje priemerné pozorovanie v danej oblasti (vľavo). Stromová schéma rozhodovania modelu zodpovedajúca deleniu na tri oblasti zobrazené vľavo (vpravo)	s. 36
Obrázok 1.3.3	Príklad dôležitosti premenných a poklesu sumy štvorcov odchýlok pre predikciu výnosov korporátnych dlhopisov	s. 38
Obrázok 2.1.1	Náhľad na rozloženie investícií dlhopisového fondu NN	s. 41
Obrázok 2.1.2	Náhľad na rozloženie investícií dlhopisového fondu KLASIK, VÚB Generali dôchodková správcovská spoločnosť	s. 41
Obrázok 2.1.3	Vykreslenie korelácií medzi faktormi tvoriacimi faktorový model počas obdobia 1.4.2011 až 3.3.2021	s. 45
Obrázok 2.1.4	Zobrazenie faktorov a fondov pomocou hierarchického zhľukovania na základe euklidovských vzdialeností a „complete linkage“	s. 46
Obrázok 2.1.5	Priemerné štandardizované výnosy fondu VÚB-Generali	s. 48
Obrázok 2.1.6	Priemerné štandardizované výnosy fondu 365 life	s. 49
Obrázok 2.1.7	Priemerné štandardizované výnosy fondu NN	s. 49
Obrázok 2.1.8	Priemerné štandardizované výnosy fondu Uniqa	s. 50
Obrázok 2.1.9	Priemerné štandardizované výnosy fondu Allianz	s. 50
Obrázok 2.1.10	Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu Vúb-Generali	s. 52
Obrázok 2.1.11	Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu 365 life	s. 52
Obrázok 2.1.12	Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu NN	s. 53
Obrázok 2.1.13	Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu Uniqa	s. 53
Obrázok 2.1.14	Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu Allianz	s. 54
Obrázok 2.2.1	Porovnanie výkonnosti scenárov a priemerného dlhopisového fondu počas obdobia 26.3.2014 po 26.4.2023	s. 60
Obrázok 2.2.2	Porovnanie výkonnosti, volatility a maximálneho prepadu pre fiktívne a reálne dôchodkové fondy počas obdobia od 26.3.2014 po 31.12.2021	s. 64

Obrázok 2.2.3	Porovnanie výkonnosti, volatility a maximálneho prepadu pre fiktívne a reálne dôchodkové fondy počas obdobia od 1.1.2022 po 26.4.2023	s. 65
Obrázok 3.1.1	Vývoj dôchodkových jednotiek dlhopisových fondov počas prvého 10-ročného sledovaného obdobia	s. 69
Obrázok 3.2.1	Príklad vývoja dlhopisového fondu počas obdobia 300 mesiacov s ročným driftom 1% a volatilitou 2%.	s. 72
Obrázok 3.2.2	Príklad vývoja indexového fondu počas obdobia 300 mesiacov s ročným driftom 8,9% a volatilitou 15,24%.	s. 73
Obrázok 3.2.3	Definovaný a predikovaný dôchodkový vek v závislosti od roku narodenia	s. 76
Obrázok 3.2.4	Histogram náhodne vygenerovaných miezd sporiteľov na začiatku simulácií	s. 80
Obrázok 3.2.5	Schéma predvolenej investičnej stratégie pre sporiteľa, ktorý nie je v dôchodkovom veku	s. 81
Obrázok 3.2.6	Schéma predvolenej investičnej stratégie pre sporiteľa je v dôchodkovom veku. Dlhopis označuje dlhopisový fond a Index označuje indexový fond	s. 82
Obrázok 3.2.7	Vekový bonus v závislosti od času do dôchodku v mesiacoch	s. 85
Obrázok 3.4.1	Priemerný počet porušení garancií pre každý scenár a individuálne garancie	s. 94
Obrázok 3.4.2	Kumulatívne doplňovanie pre individuálne garancie počas obdobia 300 mesiacov	s. 95
Obrázok 3.4.3	Kumulatívne doplňovanie pre 10-ročné garancie počas obdobia 300 mesiacov	s. 95
Obrázok 3.4.4	Kumulatívny počet doplňaní pre mesačný programový výber a individuálne garancie	s. 98
Obrázok 3.4.5	Kumulatívny počet doplňaní pre anuitu a individuálne garancie	s. 99
Obrázok 3.4.6	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o doplňovanie garancii pre ročný drift vo výške 1%	s. 102
Obrázok 3.4.7	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o doplňovanie garancii pre ročný drift vo výške 2%	s. 103
Obrázok 3.4.8	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o doplňovanie garancii pre ročný drift vo výške 3%	s. 103
Obrázok 3.4.9	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o doplňovanie garancii pre ročný drift vo výške 4%	s. 104

Obrázok 3.4.10	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 1%	s. 104
Obrázok 3.4.11	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 2%	s. 105
Obrázok 3.4.12	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 3%	s. 105
Obrázok 3.4.13	Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 4%	s. 106
Obrázok 4.1.1	Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou počas obdobia 19.5.2009 až 21.10.2021	s. 111
Obrázok 4.1.2	Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s krátkou maturitou počas obdobia 4.12.2009 až 21.10.2021	s. 112
Obrázok 4.1.3	Vývoj credit spreadu pre európske finančné dlhopisy počas obdobia 15.7.2013 až 21.10.2021	s. 112
Obrázok 4.1.4	Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou počas obdobia 19.5.2009 až 21.10.2021. Krízové obdobia podľa Baran a Voříšek (2020), a korona kríza sú zvýraznené oranžovou farbou	s. 115
Obrázok 4.1.5	Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s krátkou maturitou počas obdobia 4.12.2009 až 21.10.2021. Krízové obdobia podľa Baran a Voříšek (2020), a korona kríza sú zvýraznené oranžovou farbou	s. 115
Obrázok 4.1.6	Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou počas obdobia 15.7.2013 až 21.10.2021. Krízové obdobia podľa Baran a Voříšek (2020), a korona kríza sú zvýraznené oranžovou farbou	s. 116
Obrázok 4.1.7	Schéma tréovania a testovania modelov	s. 122
Obrázok 4.1.8	Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje credit spread pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou pomocou Ridge regresie	s. 127
Obrázok 4.1.9	Vývoj alokácie medzi credit spreadom a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje credit spread pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou pomocou Ridge regresie	s. 127
Obrázok 4.1.10	Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu credit spreadu pre Ridge regresiu	s. 128
Obrázok 4.1.11	Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou pomocou Lasso regresie	s. 129

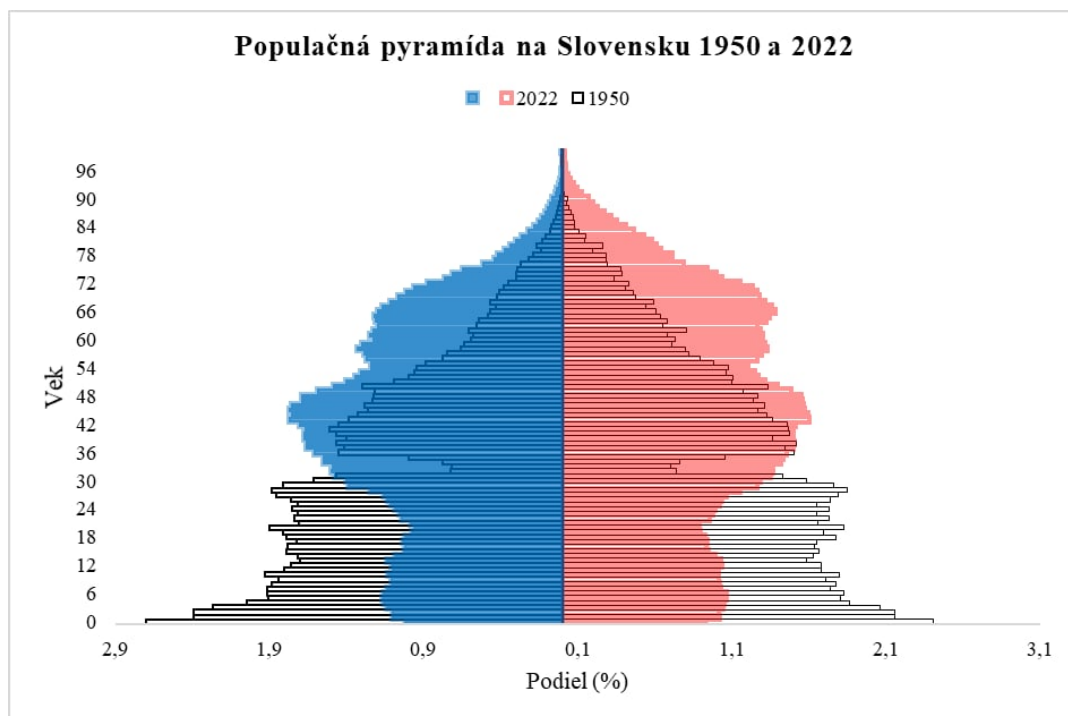
Obrázok 4.1.12	Vývoj alokácie medzi korporátnymi a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje korporátne dlhopisy pomocou Lasso regresie	s. 130
Obrázok 4.1.13	Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu európskych korporátnych dlhopisov s dlhšou splatnosťou pre Lasso regresiu	s. 130
Obrázok 4.1.14	Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje credit spread pre európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou pomocou Lasso regresie	s. 132
Obrázok 4.1.15	Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu credit spreadu európskych korporátnych dlhopisov s kratšou splatnosťou pre RF(500,18)	s. 133
Obrázok 4.1.16	Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou pomocou Ridge regresie	s. 134
Obrázok 4.1.17	Vývoj alokácie medzi korporátnymi a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou pomocou Ridge regresie	s. 135
Obrázok 4.1.18	Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu európskych korporátnych dlhopisov s kratšou splatnosťou pre Ridge regresiu	s. 135
Obrázok 4.1.19	Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje credit spread pre európske finančné dlhopisy pomocou jednoduchéj lineárnej regresie	s. 137
Obrázok 4.1.20	Vývoj alokácie medzi credit spreadom pre európske finančné dlhopisy a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje credit spread pre európske finančné dlhopisy pomocou jednoduchéj lineárnej regresie	s. 138
Obrázok 4.1.21	Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu credit spreadu európskych finančných dlhopisov pre jednoduchú lineárnu regresiu	s. 138
Obrázok 4.1.22	Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje európske finančné dlhopisy pomocou RF(500,18)	s. 140
Obrázok 4.1.23	Vývoj alokácie medzi európskymi finančnými a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje európske finančné dlhopisy pomocou RF(500,18)	s. 140
Obrázok 4.1.24	Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu európskych finančných dlhopisov pre RF(500,18)	s. 141
Obrázok 4.1.25	Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií počas sledovaného obdobia	s. 142
Obrázok 4.1.26	Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií pre korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou a príslušný credit spread počas 18.1.2010 po 21.1.2021	s. 145

Obrázok 4.1.27	Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií pre korporátne dlhopisy s kratšou maturitou a príslušný credit spread počas 10.8.2010 po 21.1.2021	s. 146
Obrázok 4.1.28	Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií pre finančné dlhopisy a príslušný credit spread počas 17.3.2014 po 21.1.2021	s. 147
Obrázok 4.1.29	Výkonnosť denných predikčných stratégií počas obdobia 22.6.1999 až 28.11.2022. Stratégie používajú na rebalansovanie hranicu a transakčné náklady sú započítané	s. 152
Obrázok 4.1.30	Výkonnosť týždenných predikčných stratégií počas obdobia 22.6.1999 až 28.11.2022. Stratégie používajú na rebalansovanie hranicu a transakčné náklady sú započítané	s. 152
Obrázok 4.2.1	Výnos do splatnosti slovenských 10-ročných dlhopisov počas obdobia 30.3.2005 až 7.12.2022	s. 155
Obrázok 4.2.2	Vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky pre dôchodkové správcovské spoločnosti počas obdobia 31.3.2005 – 9.12.2022	s. 157
Obrázok 4.2.3	Vývoj čistej hodnoty majetku pre dôchodkové správcovské spoločnosti počas obdobia 31.3.2005 – 9.12.2022	s. 157
Obrázok 4.2.4	Vývoj výnosu do splatnosti HTM portfólia	s. 160
Obrázok 4.2.5	Porovnanie priemerného a HTM portfólia	s. 161
Obrázok 4.2.6	Porovnanie alpha výnosu priemerného a HTM portfólia	s. 162
Obrázok 4.2.7	Porovnanie priemerného a HTM portfólia od roku 2012	s. 163
Obrázok 4.2.8	Vývoj výnosu do splatnosti HTM portfólia od roku 2012	s. 164
Obrázok 4.2.9	Porovnanie alpha výnosu priemerného a HTM portfólia od roku 2012	s. 164
Obrázok 4.2.10	Vývoj podielu HTM a 10-ročný výnos Slovenska	s. 165

Úvod

Systém starobného dôchodkového sporenia alebo druhý pilier, ako je často tento systém ľudovo nazývaný, vznikol v roku 2005, aby doplnil priebežný, tzv. „pay-as-you-go“ systém, ktorý sa často označuje ako prvý pilier. Kým v prvom pilieri sú financie vybrané na odvodoch priamo a ihneď použité na výplatu dôchodkových dávok aktuálnym starobným dôchodcom, druhý pilier je kapitalizačný a teda každý sporiteľ si sporí na vlastnom dôchodkovom účte. Na rozdiel od prvého piliera, ktorý je solidárny, druhý pilier je plne zásluhový a teda čím viac odvodov sporiteľ odvedie na svoj dôchodkový účet, tým väčší dôchodkový príjem môže očakávať. Dôchodkové účty a dôchodkové fondy spravujú súkromne dôchodkové správcovské spoločnosti za pomerne prísnej legislatívnej regulácie (Zákon č. 43/2004 Z. z., Zákon o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov) a pod dohľadom Národnej banky Slovenska.

Zavedenie druhého piliera, ako súkromnej sporivej schémy určenej na dôchodkové zabezpečenie, nie je vo svete ojedinelé a je súčasťou vyspelých ekonomík ako je Dánsko, Holandsko, Kanada, Nový Zéland alebo Švédsko a iné.

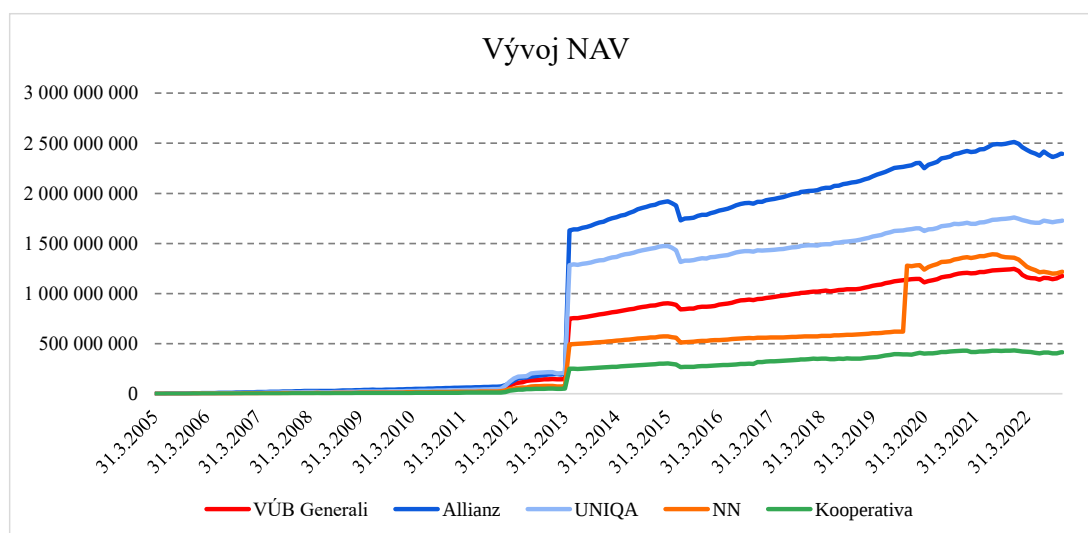


Obrázok 1 Populačná pyramída na Slovensku v roku 1950 a 2022. Ľavá časť pripadá mužom a pravá ženám (Zdroj: dáta ŠÚSR, vlastné spracovanie)

Druhý pilier bol zavedený na Slovensku ako reakcia na demografickú situáciu týkajúcu sa starnúcej populácie a snaha odľahčiť priebežný systém. Demografické predikcie a prognózy sú pomerne presné a už dnes je jasné, že prvý pilier slovenského dôchodkového systému môže mať vážne problémy s udržateľnosťou (Novysedlák a kol., 2012). Slovensko nie je výnimkou oproti iným krajinám vyspelého sveta a populácia starne ako je ilustrované na Obr. 1. V roku 1950 sa skutočne dalo rozprávať o populačnej pyramíde. Starnutím populácie sa narušila pyramídová základňa a aktuálne je najväčšia časť populácie v strednom produktívnom veku okolo 40 rokov. Počet mladých ľudí je výrazne nižší a prirodzeným posunom pyramídy sa bude zhoršovať podiel ľudí v produktívnom a post produktívnom veku. Napriek tomu, že druhý pilier je už pevnou súčasťou dôchodkového systému a v súčasnosti (rovnako ako pri jeho vzniku) aj povinnou súčasťou dôchodkového zabezpečenia jednotlivca, je značne nestabilný. Druhý pilier v minulosti čelil viacerým politickým zásahom a reformám. Pri založení bol pomer odvodov do prvého a druhého piliera zhodne vo výške 9%. V roku 2012 sa to však zmenilo v neprospech druhého piliera kam išli iba 4% z odvodov. Zároveň sa však určilo, že od roku 2017 bude toto percento rásť o 0,25 percentuálneho bodu tak, aby postupne toto percento dosiahlo úroveň 6%. Výška odvodu následne naozaj rástla, až do roku 2022, kedy nastala ročná pauza. Sadzba rok nemala rásť a v roku 2023 bol odvod zhodne s rokom 2022 vo výške 5,5%. Od roku 2024 bol ďalší percentuálny rast zrušený absolútne a naopak došlo k poklesu na úroveň 4%.

Okrem výšky odvodov sa pravidelne menil aj samotný charakter systému. Pri vzniku bol druhý pilier s automatickým vstupom, od 1.1.2008 ale prišla zmena a vstup sa stal dobrovoľným. Zároveň sa druhý pilier otvoril a počas obdobia pol roka bolo možné z neho vystúpiť. Druhé otvorenie druhého piliera nastalo 15.11.2008 a trvalo do 30.6.2009. Od 1.7.2009 sa zaviedli vo všetkých fondoch garancie na 6-mesačnom horizonte a všetky fondy bez ohľadu na to, či boli dlhopisové (konzervatívne), zmiešané (vyvážené) alebo akciové (rastové), sa zmenili na fondy krátkodobých investícií. Od 1.4.2012 prišlo k ďalšej zmene a garancie sa zrušili v zmiešaných aj akciových fondoch. Zároveň táto reforma priniesla vznik indexových fondov, ktoré kopírujú hodnotu zvoleného referenčného indexu. Tieto fondy sú vysoko akciové (blízko 100%) a zároveň najrizikovejšie. V dlhopisových fondoch ostali garancie zachované a odtiaľ aj pramení názov garantované dlhopisové fondy. Garancie boli 5-ročné a od 1.1.2013 sa zmenili na 10-ročné. So zmenou garancii od 1.1.2013 nastali aj iné výrazné zmeny. Spoločnosti mali povinnosť spravovať minimálne jeden dlhopisový garantovaný fond a akciový negarantovaný fond. Zmiešaný a indexový fond neboli povinné

a spoločnosti si ich mohli ponechať alebo ich zlúčiť. Táto zmena priniesla aj veľmi výraznú udalosť, ktorá sa označuje ako “akcia návratka“. Každý sporiteľ, ktorý mal svoje úspory v niektorom z negarantovaných fondov, musel poštou pomocou návratky prejaviť svoj záujem zotrvať v tomto negarantovanom fonde. Ak sporiteľ ostal pasívny, tak bol automaticky presunutý do garantovaného fondu. To spôsobilo masívne presuny do dlhopisových fondov (ako ukazuje rast čistej hodnoty majetku na Obr. 2) a presun sporiteľov do najmenej výnosných garantovaných fondov. Presun sporiteľov do čisto dlhopisových a garantovaných (teda konzervatívnych) fondov je v ostrom protiklade s finančnou teóriou (napr. lifecycling teória) aj s dobrou praxou fungovania zahraničných dôchodkových fondov. Vyčísleniu strát a hlbšej analýze sa venovali autori Ódor a Povala (2020).



Obrázok 2 Vývoj čistej hodnoty majetku v garantovaných dlhopisových fondoch (Zdroj: vlastné spracovanie)

Rovnako ako 5-ročné garancie, ktoré nikdy reálne neplatili a nebolo vyhodnotené ich porušenie, ani tie 10-ročné nikdy neplatili hoci reálne uplynulo takmer celé prvé sledované obdobie. Pre 10-ročné garancie začalo plynúť prvé sledovacie obdobie 1.1.2013, avšak reformou od 1.1.2023 boli zrušené. Reforma, ktorá začala platiť od 1.1.2023 bola ďalšou veľmi výraznou a opäť zmenila fungovanie nie len dlhopisových fondov ale aj celého systému.

Opäť sa zaviedol automatický vstup a zrušil sa poplatok za výkonnosť (ktorý sa napríklad nezmyselne účtoval v pasívnych indexových fondoch) aj poplatok za vedenie účtu, ktorý bol vo výške 1% z každého príspevku. Indexové fondy, ktoré do roku 2023 správcovia nemuseli spravovať sa stali povinne spravovanými, rovnako ako dlhopisové fondy. Zároveň

došlo k náprave akcie návratka a sporitelia v závislosti od veku sa začali presúvať z garantovaných dlhopisových fondov do indexových negarantovaných alebo sa menil pomer ich príspevkov v prospech aj indexového fondu. Zaviedla sa predvolená investičná stratégia, ktorá automaticky priraduje sporiteľov v mladom veku do indexových fondov a až postupne sa presúva majetok do dlhopisových fondov. Z indexového fondu sa teda stal povinne spravovaný fond. Zmeny sa dotkli aj garancií, ktoré sa zmenili z 10-ročných, platných pre celý fond na individuálne garancie pre každého sporiteľa. Správcovské spoločnosti garantujú, že sporiteľ v dlhopisovom garantovanom fonde dostane minimálne sumu svojich príspevkov a presunov do dlhopisového fondu. V inom fonde, ako dlhopisovom garantovanom, žiadne garancie neplatia.

Práve časté legislatívne zmeny, ktoré sme v hlavných bodoch predstavili v predchádzajúcom texte, robia z druhého piliera náročný výskumný problém. Prvotným nastavením, fungovaním ale aj legislatívnymi úpravami, sa dlhopisové fondy vykryštalizovali ako azda najzaujímavejší a najdôležitejší výskumný problém v rámci dôchodkového sporenia. Zo svojej podstaty by mali byť určené vo finálnej fáze sporenia na stabilizáciu celoživotnej sporivej fázy. Aj kvôli presunom, aj z hľadiska ich dôležitosti, predstavujú významný podiel na celkovom majetku klientov v druhom pilieri. Zákonnými zmenami je to jeden z dvoch typov povinne spravovaných fondov, pričom druhý typ je pasívny indexový fond, kde štyri z piatich spoločností sledujú globálny akciový index vyspelých trhov MSCI World. Oproti pasívnym fondom sú dlhopisové dôchodkové fondy oveľa rôznorodejšie a správcovia uplatňujú odlišné prístupy na správu týchto fondov s rozdielnymi výsledkami, aj čo sa týka výnosov aj rizika. V neposlednom rade je to kvôli garanciám, ktoré výrazne ovplyvňovali ich fungovanie v minulosti a môžu správcom spôsobiť výrazné straty.

Náš výskum reaguje na množstvo otvorených problémov, ktoré sú spojené s garantovanými dlhopisovými fondami na Slovensku. Výskum je rozdelený do štyroch kapitol, ktoré postupne analyzujú garantované dlhopisové fondy.

V prvej kapitole prezentujeme teoretické východiská práce. V prvej časti opisujeme investičný rámec garantovaných fondov a ich hlavné investičné limity i povolené aktíva na investície. Zároveň táto podkapitola slúži ako úvod do problematiky garancií a ponúkame teoretický motivačný príklad, ako fungujú nové individuálne garancie spolu s tým, ako vplývajú na spoločnosť i sporiteľa. V druhej časti opisujeme ako sa jednotlivé povolené inštrumenty vo fondoch oceňujú, čo zahŕňa finančnú matematiku a teóriu oceňovania

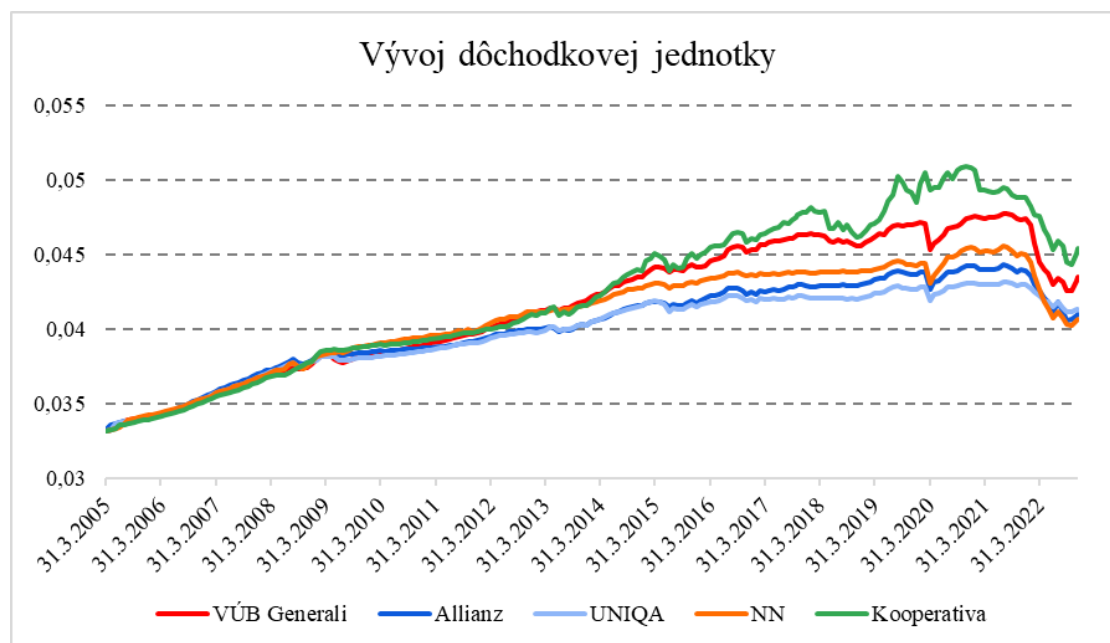
finančných aktív. V poslednej časti prvej kapitoly opisujeme vybrané štatistické metódy, ktoré v práci používame. Neopisujeme základné štatistické pojmy ale skôr metódy strojového učenia resp. machine learningu ako regularizované regresie Ridge a Lasso, a metódu Random Forests. Na metódy poskytujeme matematický, intuitívny aj vizuálny náhľad.

V druhej kapitole analyzujeme investície dôchodkových fondov na Slovensku. Vysvetľujeme prečo informačný servis, ktorý poskytujú dôchodkové fondy, je málo podrobný. Fondy na pravidelnej báze publikujú mesačné správy, kde však uvádzajú len 15 najväčších dlhopisových investícií spolu s ISINom danej investície. V tomto prípade teda vieme aj presnú maturitu či kupónovú sadzbu, ale 15 investícií ani zďaleka neobsiahne celý fond. Podrobnejšie sú polročné správy a ročné správy, tie obsahujú názvy všetkých emitentov aj percentuálny podiel, nie je však možné identifikovať o akú emisiu ide – splatnosť či kupón. Zároveň sú tieto správy málo pravidelné. Tieto problémy sa snažíme vyriešiť pomocou kvantitatívneho faktorového modelu, ktorý popisuje výkonnosť fondu pomocou veľkého množstva trhových faktorov a pomocou Lasso regresie hľadá faktorové koeficienty a má schopnosť selekcie premenných. Trhové faktory pokrývajú štátne aj korporátne dlhopisy rôznych úrovní rizika aj durácií aj s ohľadom na investičné možnosti a limity správcov. Faktorové koeficienty potom využívame na konštrukciu syntetického portfólia, analýzu zloženia portfólia z pohľadu výnosov či kontribučnú analýzu výkonnosti.

V druhej časti druhej kapitoly sa sústreďujeme na porovnanie výkonnosti dôchodkových fondov. Tento problém je skúmaný najmä cez optiku toho, či je lepší aktívny alebo pasívny investičný prístup. Táto téma vyvoláva neutíchajúce diskusie aj medzi odbornou aj laickou verejnosťou a ani dôchodkové fondy sa jej nevyhli. V literatúre (Ódor a Povala, 2020) bol navrhnutý globálny index Bloomberg Barclays Global Aggregate, ktorý by bol lepšou investíciou v dlhopisových fondoch ako reálne portfólia, ktoré spoločnosti držali. V tomto bode však narážame na časté legislatívne zmeny, najmä čo sa týka poplatkov a garancii, ktoré boli historicky iné. Najmä 6-mesačné garancie premenili fondy na fondy krátkodobých investícií, pričom by sme ich porovnávali s indexom globálnych dlhopisov s vysokou duráciou. Aby sme predišli spomínaným problémom, porovnáваме výkonnosť a riziko slovenských dlhopisových fondov s globálnym benchmarkom ale s neskorším začiatkom dátovej vzorky. Finálna vzorka dát na porovnanie siaha od 26.3.2014 až do 26.4.2023, kedy investíciu do indexu simulujeme pomocou fiktívnej dôchodkovej správcovskej spoločnosti. Simulácie obsahujú reálne predpoklady poplatkov aj scenár bez poplatku za výkonnosť. Ak

sa pozrieme na globálny index ako benchmark pre dôchodkové správčovské, všetky fondy by ho boli schopné prekonať za posledné roky. V tomto prípade je to najmä problém vyššej durácie a geografickej rozmanitosti daného indexu, ktorá potom vyžaduje menové hedžovanie.

Okrem porovnania s globálnym indexom porovnávame fondy aj s náhodne generovanými benchmarkmi, v počte 30 000, ktoré sú skladané z aktív do ktorých by správčovské spoločnosti mohli investovať. Porovnania opäť tvoríme pomocou fiktívnych dôchodkových fondov s reálnymi predpokladmi ohľadom poplatkov. Dĺžka časovej vzorky nám umožňuje rozdeliť porovnania na dve obdobia: na obdobie dlhopisového býčieho trhu od 26.3.2014 po 31.12.2021 a medvedieho trhu od 1.1.2022 do 26.4.2023. V predkrízovom období porovnanie skutočných fondov záleží od konkrétneho fondu. Z pohľadu výnosu bol najvýnosnejší fond 365.life, pričom výnos bol lepší ako 60% náhodných alokácií. Druhý najlepší bol fond VÚB Generali, s výnosom mierne pod piatym decilom. Ostatné spoločnosti mali výnos pod druhým decilom, ale riziko bolo významne nižšie pre všetky Slovenské dôchodkové fondy v porovnaní s náhodnými alokáciami. Nižšie riziko sa materializovalo počas krízy. Z pohľadu výnosu boli aktívne spravované fondy lepšie ako 70% náhodných alokácií a taktiež aj riziko bolo nižšie ako väčšina náhodných alokácií. Aktívny prístup sa viac osvedčil v časoch kríz, kým v rastoch ťažšie konkuruje pasívnemu prístupu.



Obrázok 3 Vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky v garantovaných dlhopisových fondoch (Zdroj: vlastné spracovanie)

Na dôležitosť rizika nadväzujeme v tretej kapitole. Riziko vnímame ako veľmi dôležitý aspekt dlhopisových fondov kvôli ich garanciám. Keď boli v roku 2009 zavedené veľmi krátkodobé garancie na 6 mesiacov, prax ukázala, že správcovia prakticky odmietli investovať do akéhokoľvek rizika a vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky sa premenil na prakticky rovnú čiaru pre každú spoločnosť ako ukazuje Obr. 3. Po zrušení 6-mesačných garancií prišli 5-ročné a v krátkosti na to 10-ročné čo poskytlo reálne možnosti investovať aj do dlhších dlhopisov či rizikovejších dlhopisov. V roku 2022 prišla dlhopisová kríza, sadzby prudko rástli a dlhopisové fondy sa začínali dostávať do problémov. Napriek tomu, že 10-ročné garancie nikdy reálne neplatili, pretože nikdy neboli vyhodnotené kvôli zmene legislatívy, v rámci tretej kapitoly ich vyhodnocujeme pre všetky fondy. Ak by ostali v platnosti, jedna spoločnosť by ich porušila čo by spôsobilo doplácanie v rádoch miliónov eur. Prax ukázala, že riziko je naozaj dôležité v dlhopisových fondoch. Na toto porušenie garancií nadväzujeme a tvoríme komplexné simulácie, najmä kvôli zmene zákona od roku 2023. Garancie sa zmenili na individuálne a sporiteľ má garantované všetky príspevky a presuny do dlhopisového fondu. Navyše, od roku 2025 by mala platiť nová legislatívna úprava, ktorá mení výplatnú fázu, kde bude garantovaný aj pravidelný mesačný programový výber aj doživotná anuita. Na preskúmanie toho, ako riziko vplýva na garancie v starom systéme, aktuálnom systéme individuálnych garancií aj budúcom systéme individuálnych garancií s upravenou výplatnou fázou, potrebujeme nasimulovať dôchodkové fondy do budúcnosti, vrátane predpokladov výkonnosti, demografických predpokladov a rôznych ekonomických predpokladov. Tieto simulácie tvoríme na 25 rokov dopredu, začínajúc v roku 2023. Na základe rôznych náhodne generovaných scenárov výkonnosti, ktoré závisia od rizika (volatility) ukazujeme, že pravdepodobnosť porušenia garancií rastie spolu s volatilitou. Zároveň, s volatilitou rastie aj závažnosť ich porušenia. Simulácie nám zároveň umožňujú porovnať jednotlivé garancie medzi sebou, či už na základe rozdelenia výšky doplácania alebo na základe pravdepodobnosti doplácania.

Z hľadiska pravdepodobnosti sú doplácania kvôli 10-ročným garanciám najmenej pravdepodobné. 10-ročné garancie sú ale spojené s výrazne vyšším doplácaním na ľavom konci rozdelenia alebo pri vyšších volatilitách. Individuálne garancie s jednorazovým výberom (aktuálny stav) prinášajú nižšie sumy ale s vyššou pravdepodobnosťou. Pri nízkom riziku by spoločnosti nemuseli v prípade 10-ročných garancií doplácať vôbec. Individuálne garancie by aj pri nízkom riziku priniesli doplácanie. Nižšie riziko by ale prinieslo výrazne nižšie doplácanie, napriek tomu ale nulové doplácanie nie je v žiadnom scenári. Nová

výplatná fáza, kde polovicu majetku sporiteľa v čase odchodu na dôchodok vypláca správcovská spoločnosť počas obdobia približne 10 rokov (hodnota je naviazaná na očakávanú dobu dožitia) a za druhú polovicu sa zakúpi doživotná annuita po skončení programového výberu, značne predlžuje investičný horizont. Aj pri tejto výplatnej fáze platí, že s rastúcou volatilitou rastie doplácanie, avšak pri nízkej volatilitě je priemerné i mediánové doplácanie nulové. Nová výplatná fáza spolu s individuálnymi garanciami teda prinesie adresnosť (garancie pre sporiteľa a nie pre fond), dlhší investičný horizont aj nižšiu závažnosť a celkové riziko doplácania. Výsledky poukazujú na fakt, že ak chcú spoločnosti zabezpečiť nulové doplácanie, mali by sme sa vrátiť do sveta takmer nulového rizika počas 6-mesačných garancií. Iba tak sa dá naozaj garantovať nulové doplácanie, čo v spojitosti so zrušením poplatku za výkonnosť vyvoláva otázky, ako budú správcovia investovať v budúcnosti, keď bude pokračovať doplácanie na garancie.

Štvrtá kapitola nadväzuje na tretiu a to tým, že skúmame dve investičné stratégie, ktoré pomáhajú naplniť ciele nižšieho rizika a aj vyššieho výnosu. Prvá stratégia je založená na prepínaní medzi investovaním do korporátnych dlhopisov (s hedžovaním úrokovej miery alebo bez) a investovaním do bezpečnejších štátnych dlhopisov. Samotná myšlienka vznikla v reakcii na problém nízkych a záporných úrokových mier. Naším cieľom bolo zostrojiť stratégiu, ktorá bude brať kreditnú prírážku korporátnych dlhopisov oproti štátnym a zahedzuje pohyb úrokovej miery krátkou pozíciou na futures kontrakt na nemecké štátne dlhopisy. Takéto portfólio by bolo vystavené riziku korporátnych prírážok oproti štátnym dlhopisom a vedelo by tak v dlhom horizonte brať kladný výnos. Ako ukazujeme v štvrtej kapitole, problémom pre takúto stratégiu sú situácie na trhoch, kedy rastie riziková averzia. Takéto prostredie spôsobuje výpredaj rizikovejších dlhopisov a naopak, dopyt po bezpečných štátnych. To ale spôsobuje, že stratégia ktorá berie kreditné prírážky trpí z dlhej aj krátkej strany. Korporátne dlhopisy klesajú na cene a naopak štátne rastú na cene. Preto navrhujeme predikovať výnos korporátnych dlhopisov oproti štátnym a investovať do stratégie, ktorá berie kreditnú prírážku iba vtedy, keď je predikovaný výnos kladný. V opačnom prípade navrhujeme investovať do štátnych dlhopisov. Predikcie tvoríme najmä pomocou regularizovaných regresí Ridge a Lasso, a metódy Random Forests, pre porovnanie tvoríme predikcie aj pomocou jednoduchšej lineárnej regresie. Dáta, na základe ktorých sa model rozhoduje obsahujú množstvo premenných fundamentálneho aj technického charakteru a pokrývajú implikované volatility z akciového aj dlhopisového trhu, informácie o výnosovej krivke, trend-following signály ale aj rôzne štatistické

ukazovatele týkajúce sa výnosov či implikovanej volatility. Predikčné stratégie skúmame pre benchmarkové eurové korporátne dlhopisy, korporátne dlhopisy s kratšou maturitou aj pre index finančných dlhopisov. Okrem predikcie korporátnej prírážky, resp. credit spreadu, predikujeme aj samotné výnosy korporátnych dlhopisov.

Stratégie dokážu poraziť svoju pasívnu alternatívu z hľadiska výnosu aj rizika, ale bez transakčných nákladov sú výsledky len v teoretickej rovine. Ponúkame preto aj analýzu vplyvu rôznej výšky transakčných nákladov na výnos stratégie. Pre každú stratégiu analyzujeme, aká výška transakčných nákladov by z nej spravila neatraktívnu. Následne navrhujeme optimalizovať investičné pravidlo tak, aby sa negatívny efekt transakčných nákladov minimalizoval. Jednou z možností je stratégia rebalansovať menej často, napríklad každých päť dní. Druhou možnosťou je používať tzv. taktické rebalansovanie, kedy zmeníme investičné rozhodnutie len vtedy, keď predikovaný výnos presiahne vopred definovanú hranicu. Oba spôsoby pomáhajú minimalizovať časté zmeny a zmierniť efekt transakčných nákladov. Pre predikčnú stratégiu založenú na korporátnych dlhopisoch tvoríme aj test robustnosti stratégie. Predlžujeme dátovú vzorku, používame inú šandardizáciu či mierne meníme definíciu niektorých premenných. Opäť sa sústreďujeme aj na transakčné náklady a možnosti rebalansovania. Počas obdobia od 22.6.1999 do 28.11.2022 by mala aktívna stratégia, aj s predpokladom transakčných nákladov, abnormálny výnos oproti korporátnym dlhopisom vo výške okolo 1% v závislosti od metódy predikcie aj rebalansovania.

Druhá časť štvrtej kapitoly je venovaná HTM (hold-to-maturity) portfóliu, respektíve portfóliu, ktoré drží vysoké percento HTM dlhopisov, ktoré sú držané do splatnosti a oceňované metódou umorovanej hodnoty, resp. sa preceňujú na základe času do splatnosti a výnosu pri ktorom boli nakúpené. Veľkou výhodou HTM portfólia je prakticky nulové riziko, čo sa týka poklesu – takéto portfólio má nulovú duráciu a kreditná kvalita je minimálne na úrovni Slovenskej republiky. Zo zákona môžu spoločnosti investovať len do štátnymi zaručených dlhopisov s ratingom minimálne na úrovni toho Slovenskej republiky. Takéto portfólio nemá poklesy nadol, čo je veľmi dôležitý aspekt vzhľadom na výsledky tretej kapitoly, pretože fondy sú motivované mať čo najnižšie riziko. Simulácie ukazujú, že aj výnos dlhodobo a pravidelne budovaného HTM portfólia je zaujímavý, pretože spoločnosti môžu brať tzv. „term premium“. Môžu teda investovať do dlhších dlhopisov s vyšším výnosom a zároveň nebyť vystavené vysokej durácii. Veľkou nevýhodou takéhoto portfólia je nulová likvidita. Tieto dlhopisy sú určené na držanie do splatnosti a ak by mali

byť predané, tak musia byť precenené voči trhu – čo môže byť veľmi nežiadúce, ak by boli úrokové miery vyššie ako tie, pri ktorých boli dlhopisy nakúpené. Z tohto dôvodu je držanie HTM portfólia náročnejšie na vyrovnanie peňažných tokov do fondu a z fondu. Držanie HTM portfólia zároveň neumožňuje flexibilitu a možnosť dynamicky investovať do iných dlhopisov. Fondy môžu investovať aj do rizikovejších štátnych dlhopisov s vyšším výnosom alebo do korporátnych dlhopisov s rizikovou prirážkou. To prináša volatilitu a poklesy, ktoré môžu byť nežiadúce z pohľadu garancií. Zároveň to umožňuje aj zlé načasovanie – investovanie do dlhopisov, ktoré sa dostanú do problémov a mimo investičného pásma. V takom prípade musia spoločnosti pristúpiť k odpredaju. Takýto problém pri HTM dlhopisoch nie je.

Výsledky ukázali, že držať HTM portfólio od počiatku fungovania dlhopisových fondov by bolo výnosnejšie ako priemerné portfólio jednotlivých fondov. Ukazuje to správanie HTM portfólia pri rôznorodých úrovniach výnosov a prostredí rastúcich i klesajúcich výnosov. Zákon neumožňoval oceňovať dlhopisy metódou umorovanej hodnoty od samotného počiatku dôchodkových fondov. Táto možnosť prišla až v roku 2012, preto sme nasimulovali takéto portfólio aj s neskorším začiatkom od roku 2012. Výsledky ostali zachované a takéto portfólio by dosahovalo vyšší výnos ako reálne priemerné portfólio všetkých garantovaných dlhopisových dôchodkových fondov na Slovensku.

Práca analyzuje dlhopisové garantované fondy z hľadiska ich zloženia, výnosov, rizika, garancií, alternatívnych alokácií aj možností iných stratégií určených na dosahovanie cieľov garantovaných fondov. Zameriavame sa na minulosť, súčasnosť aj budúcnosť garantovaných fondov na Slovensku a čiastočne aj systému dôchodkového sporenia ako takého.

Napriek tomu, že ústredným cieľom práce je analýza dôchodkových fondov, veríme, že práca má výrazne širší dosah. Viacero kapitol a podkapitol má širšie využitie aj mimo Slovenských dôchodkových fondov, či dôchodkových fondov ako takých. Príkladom môže byť kvantitatívny prístup na rozpoznanie investícií v portfóliu, predikčná stratégia založená na metódach machine learningu a HTM portfólio ktoré nie je výsadou len Slovenských dlhopisových fondov. V neposlednom rade je to i simulačný model, ktorý sa dá dobre aplikovať aj pri treťom pilieri či individuálnych dôchodkových sporeniach a ich nastavení – či už sporivej alebo výplatnej fázy.

1 Teoretické východiská

1.1 Investičný rámec garantovaných fondov

Množinu investícií v zmysle možných typov finančných aktív v garantovaných fondoch druhého dôchodkového piliera upravuje šiesta časť a druhá hlava zákona č. 43/2004 Z. z (Zákon o starobnom dôchodkovom sporení). Vo všeobecnosti majetok fondu tvoria primárne prevoditeľné cenné papiere prijaté na obchodovanie na trhu kótovaných cenných papierov, podielové listy otvorených podielových fondov a cenné papiere zahraničných subjektov kolektívneho investovania. Ďalej sú to vkladové listy, pokladničné poukážky, peňažné prostriedky na bežnom alebo vkladovom účte v banke a v poslednom rade pohľadávky, alebo záväzky pri obchodoch určených výlučne na obmedzenie menového, úrokového rizika, alebo trhového rizika. Fondy môžu využívať finančné nástroje vo všeobecnosti označované ako deriváty výlučne na obmedzenie rizík vznikajúcich pri investičnej činnosti. Zákon neumožňuje prípadné špekulácie na vývoj podkladového aktíva pomocou derivátov, alebo zväčšenie expozície na aktívum pomocou derivátu. Presné znenie podmienok je možné nájsť v § 81 vyššie uvedeného zákona.

Zákon o starobnom dôchodkovom sporení, § 82 upravuje aj dôležité obmedzenia, ktoré formujú zloženie fondov. Tieto obmedzenia by sa v jednoduchosti dali interpretovať ako podmienky, ktoré ukladajú povinnosť dôchodkovým správcovským spoločnostiam diverzifikovať medzi jednotlivými investíciami, respektíve emitentmi. Hodnota cenných papierov alebo nástrojov peňažného trhu vydaných rovnakým emitentom nemôže tvoriť viac ako 3% fondu, ale hodnota cenných papierov naviazaných na hodnotu finančného indexu burzy, ktoré sú podielovým listom alebo cenným papierom kolektívneho investovania vydaných rovnakým emitentom, môže tvoriť najviac 10% a nie 3%. Pre cenné papiere (nástroje peňažného trhu), ktoré sú vydané alebo zaručené členským štátom, ECB, EÚ, Európskou investičnou bankou, EÚ, Svetovou bankou, Európskou bankou pre obnovu a rozvoj alebo MMF platí horný limit 20%. Uvedené cenné papiere nemôžu tvoriť viac ako 20% čistej hodnoty majetku fondu. Zákon ukladá aj viacero technických ohraničení pre maximálnu hodnotu majetku jednej emisie, investícií vydaných jednou skupinou právnických osôb, vydaných členským štátom EÚ, ECB a podobne. Majetok vo fonde nemôže byť tvorený viac ako 10% podielových listov jedného podielového fondu alebo cenných papierov jedného zahraničného subjektu kolektívneho investovania. Taktiež

podielové fondy a iné formy kolektívneho investovania nemôžu súhrnne tvoriť viac ako 20% majetku fondu.

Pre dlhopisové garantované fondy navyše platia aj ďalšie obmedzenia. Majetok týchto fondov môžu tvoriť len dlhopisové či peňažné investície a obchody určené výlučne na obmedzenie devízového alebo úrokového rizika. Investície do podielových listov alebo iných nástrojov kolektívneho investovania môžu byť umiestnené len do fondov (nástrojov), kde je zrejmé zo zamerania stratégie, že majetok je investovaný do dlhopisov, dlhových cenných papierov alebo nástrojov peňažného trhu. Nie je teda legislatívne možné „schovať“ akciové investície kúpením zmiešaného fondu, aj keď majetok fondu v najväčšej miere tvoria dlhopisové investície. Zároveň majetok fondu musí byť do významnej miery zabezpečený voči menovému riziku, nezabezpečená časť môže tvoriť najviac 5%. Investície sú limitované aj čo sa týka ratingu, t. j. hodnotenia dlhopisu a jeho rizika defaultu. Fond môžu tvoriť len cenné papiere investičného pásma. V prípade prekročenia ratingového limitu je dôchodková správcovská spoločnosť (DSS) povinná taký dlhopis odpredať do 180 dní, avšak v záujme ochrany záujmu sporiteľov môže požiadať o výnimku Národnú banku Slovenska a predĺžiť lehotu na odpredaj. Stručný prehľad investičných limitov uvádzame v Tabuľke 1.1.1.

Popis	Limit
Hodnota cenných papierov alebo nástrojov peňažného trhu vydaných jedným emitentom	3%
Hodnota cenných papierov naviazaných na hodnotu finančného indexu	10%
Investície vydané jednou konsolidovanou skupinou	20%
Hodnota hypotekárnych záložných listov jednej banky	10%
Hodnota hypotekárnych záložných listov	50%
Hodnota na jednom podielovom/ETF fonde	10%
Hodnota fondov	20%
Vklady na účtoch v jednej banke	10%
Majetok nezabezpečený proti menovému riziku	5%

Tabuľka 1.1.1 Sumárny prehľad kľúčových investičných limitov garantovaných fondov (Zdroj: zákon č. 43/2004 Z. z, vlastné spracovanie)

Výrazným špecifikom dlhopisových fondov sú garancie, ktoré vyplývajú už zo samotného názvu dlhopisových fondov – garantované fondy. Táto oblasť sa dynamicky vyvíjala, pričom v minulosti boli garancie krátkodobé, až sa ustálili na 10-ročných garanciách kde DSS boli zo zákona povinné doplniť majetok do garantovaného dôchodkového fondu, ak vo fonde

poklesla hodnota dôchodkovej jednotky počas sledovaného obdobia z vlastného majetku. Majetok sa mal dopĺňať podľa zákona č. 43/2004: Zákon o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov: „Vo výške absolútnej hodnoty súčinu poklesu hodnoty dôchodkovej jednotky a priemernej čistej hodnoty majetku v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde za sledované obdobie. Pokles hodnoty dôchodkovej jednotky v dlhopisovom garantovanom dôchodkovom fonde v sledovanom období je záporný výsledok pomeru aritmetického priemeru aktuálnych hodnôt dôchodkových jednotiek za posledný kalendárny mesiac sledovaného obdobia a aritmetického priemeru aktuálnych hodnôt dôchodkových jednotiek za prvý kalendárny mesiac sledovaného obdobia znížený o hodnotu 1.“

Sledované obdobie bolo definované ako posledných 10 po sebe idúcich rokov. Nové sledované obdobie sa začínalo ku začiatku kalendárneho roka a sledované obdobia mali plynúť súčasne. V praxi 10-ročné garancie platili presne jedno sledované obdobie, avšak zmenou zákona č. 43/2004 sa zrušili a zmenili na garancie individuálne, a nikdy neboli aktivované. Individuálne garancie platia pre každého sporiteľa v dlhopisovom fonde, kde DSS garantuje minimálne sumu povinných príspevkov. Sporiteľ reálne nemôže prerobiť na povinných príspevkoch alebo presunutom majetku, čím sa garancie stali adresnejšími ale na druhej strane si individuálne garancie vyžadujú od správcovských spoločností dopĺcanie a tým im spôsobujú straty.

Úplná adresnosť garancií môže mať dopady na investičný proces správcov a potenciálne aj investičné preferencie sporiteľov. Investovanie s vyšším rizikom, napríklad do dlhopisov s vyššou duráciou alebo dlhopisov s vyšším kreditným rizikom v dlhodobom horizonte, poskytuje vyššie výnosy ale zároveň aj vyššie riziko prepádov. Takéto prepady môžu nastať v nevhodnom čase, napríklad tesne pred výplatou dôchodku sporiteľa čo spôsobí dopĺcanie pre spoločnosť. Na druhej strane, klient neriskuje nič, pretože má akúsi „put opciu“, za ktorú neplatí žiadnu prémii a v prípade investičnej straty mu je táto strana nahradená správcovskou spoločnosťou. Intuitívne by spoločnosti mali investovať konzervatívne v záujme nevyplácania garancií a sporiteľa by mohli vyhľadávať čo najvyššie riziko pretože majú zabezpečenie pred prípadnou stratou. Túto dynamiku ilustrujeme na príklade 1.1.

Príklad 1.1 Uvažujme o fiktívnej dôchodkovej správcovskej spoločnosti, ktorá má pod správou 100 000 000 eur, 150 000 klientov a hodnota jednej dôchodkovej jednotky na začiatku je jedno euro. Ďalej uvažujme, že počet sporiteľov je konštantný a každý mesiac

sporitelia prispievajú adekvátne percento z odvodov platených z priemernej mzdy na dôchodkové sporenie. Správca tieto peniaze investuje, a každý mesiac vydá pre svojich sporiteľov nové dôchodkové jednotky. Výkonnosť je generovaná na základe Brownovho pohybu s driftom 1%, 2%, alebo 3% ročne, a volatilitou 1%, 2%, 4%, alebo 8%. Na základe týchto parametrov vygenerujeme 3000 náhodných fondov do ktorých sporitelia investujú počas 10 rokov. Zvyšné podrobnosti o dizajne experimentu boli publikované v Padyšák (2023).

Napriek tomu, že výsledky 10-ročného sporenia a doplácanie uvádzame v absolútnych číslach, tieto výsledky môžu byť jednoducho porovnané so sumou kontribúcií každého sporiteľa vo výške 10 477,89 eur. Profit sporiteľa prezentujeme pomerom nasporenej sumy a vkladov, pre správcovskú spoločnosť ale porovnávame hrubý zisk na sporiteľa, bez nákladov, ktorý je tvorený iba poplatkami za správu.

Panel A: Zisk správcovskej spoločnosti							
Scenár	P	Min	1Q	Medián	Priemer	3Q	Max
$\mu = 1, \sigma = 1$	4,3%	-148	196	198	195	199	207
$\mu = 1, \sigma = 2$	21,8%	-740	192	197	150	200	212
$\mu = 1, \sigma = 4$	36,4%	-2320	-66	194	8	203	233
$\mu = 1, \sigma = 8$	48,7%	-3685	-774	179	-334	206	295
$\mu = 2, \sigma = 1$	0%	197	203	204	204	206	213
$\mu = 2, \sigma = 2$	1,6%	-310	201	204	202	207	219
$\mu = 2, \sigma = 4$	15,5%	-1840	196	203	142	210	237
$\mu = 2, \sigma = 8$	35,8%	-4065	-292	197	-140	213	287
$\mu = 3, \sigma = 1$	0%	204	209	211	211	213	219
$\mu = 3, \sigma = 2$	0%	197	208	211	211	214	232
$\mu = 3, \sigma = 4$	4,6%	-1327	203	210	197	217	257
$\mu = 3, \sigma = 8$	23,3%	-3212	185	206	15	221	289
Panel B: Zisk sporiteľa							
$\mu = 1, \sigma = 1$	4,3%	0	204	336	342	468	1307
$\mu = 1, \sigma = 2$	21,8%	0	37	309	365	587	1680
$\mu = 1, \sigma = 4$	36,4%	0	0	250	472	806	3561
$\mu = 1, \sigma = 8$	48,7%	0	0	46	721	1170	8072
$\mu = 2, \sigma = 1$	0%	261	761	908	909	1045	1757
$\mu = 2, \sigma = 2$	1,6%	0	605	892	902	1182	2594
$\mu = 2, \sigma = 4$	15,5%	0	278	844	947	1464	4686
$\mu = 2, \sigma = 8$	35,8%	0	0	602	1083	1754	8178
$\mu = 3, \sigma = 1$	0%	825	1346	1509	1510	1669	2279
$\mu = 3, \sigma = 2$	0%	27	1166	1492	1495	1789	3484
$\mu = 3, \sigma = 4$	4,6%	0	835	1449	1481	2017	6973
$\mu = 3, \sigma = 8$	23,3%	0	85	1167	1564	2532	9418

Tabuľka 1.1.2 Pravdepodobnosti porušenia garancií, zisk sporiteľa (Panel A) a zisk správcovskej spoločnosti (Panel B) (Zdroj: Padyšák, 2023)

Výsledky v Tabuľke 1.1.2 ukazujú, že zisk spoločnosti je negatívne zošikmený keďže priemerný zisk má tendenciu byť nižší ako medián pre takmer všetky scenáre. Medián je kladný pre všetky scenáre, avšak distribúcia ukazuje, že správcovská spoločnosť čelí riziku ťažkého chvosta, resp. „tail“ riziku, že spoločnosť utrpí veľkú stratu, preto by mali spoločnosti očakávať v priemere nižšie zisky, prípadne aj straty. Zároveň výsledky potvrdzujú intuitívne predpoklady, s rastúcou volatilitou rastie pravdepodobnosť porušenia garancií i veľkosť maximálnej straty, klesá priemerný zisk aj jeho prvý kvartil. Naopak, maximálny zisk či zisk v treťom kvartile nerastú tak výrazne, čo spôsobuje zrušený poplatok za výkonnosť od roku 2023. Rizikovejšie investovanie by prinieslo straty, ktoré nevie kompenzovať potenciálne vyššia výkonnosť v priaznivých scenároch a preto takáto simulácia skôr poukazuje na nevyhnutnosť konzervatívnejšieho prístupu správcov.

Distribúcia ziskov sporiteľa je v ostrom protiklade s distribúciou ziskov správcovských spoločností. Medián je menší ako priemer, a rozdelenie je pozitívne zošikmené. Z dôvodu individuálnych garancií, sporitelia neriskujú svoje vklady a v najhoršom prípade by ich výnos bol nulový. Pri rastúcej volatilitě klesá minimálny zisk, prvý kvartil aj medián (alebo ostávajú konštantne nulové). Na druhej strane však rastie maximálny zisk, priemer aj tretí kvartil. Simulácie ukazujú, že vysoká volatilita spôsobuje tzv. lotériové výplaty, teda vysoké zisky s nižšou pravdepodobnosťou. Sporiteľ však za túto lotériu platí obetovaním vyššej istoty menšieho ale kladného zhodnotenia pri konzervatívnejšom scenári.

1.2 Oceňovanie aktív vo fondoch a základy finančnej matematiky

Garantované dlhopisové dôchodkové fondy z povahy legislatívy predstavenej v kapitole 1.1 môžu investovať iba do dlhopisov, nástrojov peňažného trhu, bankových vkladov a inštrumentov na zabezpečenie menového, trhového alebo úrokového rizika. Z tohto dôvodu fondy využívajú aj rôzne deriváty ako FX forwardy, úrokové forwardy prípadne ich poplatkovo výhodnejšie štandardizované futures kontrakty a úrokové swapy. Fondy môžu taktiež využiť aj iné nástroje ako bázičný swap, krížový menovo-úrokový swap a ak ide o zabezpečovacie obchody tak aj iné nástroje ako CDS alebo cap/floor, avšak v praxi sa tieto nástroje príliš nepoužívajú. Z tohto dôvodu v tejto podkapitole definujeme vzťahy pre najpoužívanejšie nástroje v dôchodkových fondoch. Obsahovo vychádzame z „Opatrenie Národnej banky Slovenska z 12. júna 2012 o metódach a postupoch určenia hodnoty majetku

v dôchodkovom fonde a doplnkovom dôchodkovom fonde“ a Melicherčík, Olšárová, Úradníček (2005).

Definícia 1.1 Nech C je kupónová/úroková sadzba pre aktuálne obdobie, N je menovitá hodnota finančného nástroja, $con(t)$ je dĺžka obdobia vypočítaná podľa konvencie v emisných podmienkach v závislosti od času t , čo je počet dní od poslednej výplaty kupónu alebo začiatku prvého kupónového obdobia. Poznamenávame, že v praxi sa najčastejšie používa konvencia Act/Act pre dlhopisy a Act/360 pre termínované vklady. Alikvotný úrokový výnos je definovaný ako:

$$AÚV = N \times C \times con(t).$$

Definícia 1.2 Nech platia všetky doteraz uvedené označenia, r_i je požadovaný výnos prislúchajúci k i -tej kupónovej platbe, s je prémie za riziko, n je počet budúcich kupónových platieb, t_i je počet dní do splatnosti i -tej kupónovej platby a t_n je splatnosť dlhopisu. Potom cena dlhopisu P so splatnosťou do jedného roka (vrátane) je:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+(r_i+s) \times con(t_i))} + \frac{N}{(1+(r_n+s) \times con(t_n))},$$

a cena dlhopisu P so splatnosťou nad jeden rok je:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r_i+s)^{con(t_i)}} + \frac{N}{(1+r_n+s)^{con(t_n)}}.$$

Definícia 1.3 Nech platia všetky doteraz uvedené označenia a r je výnos pri ktorom bol nakúpený dlhopis ktorý dôchodková správcovská spoločnosť oceňuje metódou umorovanej hodnoty. Potom cena dlhopisu oceňovaného metódou umorovanej hodnoty je:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+r)^{con(t_i)}} + \frac{N}{(1+r)^{con(t_n)}}.$$

Definícia 1.4 Nech výnosová krivka je zložená z úrokových sadzieb medzibankového trhu do jedného roka a swapových úrokových sadzieb medzibankového trhu, t je doba splatnosti peňažného toku z finančného nástroja (bod z časovej štruktúry úrokových mier alebo bod výnosovej krivky), t^+ je najbližšia dlhšia doba splatnosti na výnosovej krivke, t^- je najbližšia kratšia doba splatnosti na výnosovej krivke, r^+ je úroková sadzba prislúchajúca splatnosti t^+ a r^- je úroková sadzba prislúchajúca splatnosti t^- . Potom požadovaný výnos r_t do času t je určený metódou lineárnej interpolácie:

$$r_t = \frac{t^+-t}{t^--t^-} \times r^- + \frac{t-t^-}{t^+-t^-} \times r^+.$$

Poznámka 1.1 Podľa opatrenia NBS sa na oceňovanie dlhopisov nepoužíva model výnosovej krivky ako napríklad Svenssonov parametrický model, ktorý používa napríklad ECB alebo Bundesbank. Výnosová krivka sa konštruuje z medzibankových sadzieb (EURIBOR) a swapových sadzieb pričom ostatné nepozorované splatnosti sa lineárne interpolujú zo sadzieb na trhu.

Definícia 1.5 Nech platia všetky doteraz uvedené označenia, P_p je hodnota diskontovaných pohľadávok z forwardu, P_z je hodnota diskontovaných záväzkov forwardu, F_p je forwardová hodnota pohľadávok z forwardu, F_z je forwardová hodnota záväzkov z forwardu, t je zostatková doba splatnosti forward a r je bod výnosovej krivky (požadovaný výnos pre menu forwardu). Potom cena forwardu P je definovaná ako:

$$P = P_p - P_z,$$

pričom pri diskontovaní sa použije jednoduché úročenie ak ide o forward do jedného roku a zložené ak nad jeden rok.

FX forward na nákup jednej meny a predaj druhej meny: nech N_p je objem nakúpenej meny v prvej mene, N_z je objem predanej meny v druhej mene a fr je forwardový kurz ku dňu ocenenia, potom:

$$F_p = N_p \text{ a } F_z = \frac{N_z}{fr},$$

v prípade, že forwardová sadzba fr nie je známa, použijeme známy výsledok finančnej matematiky, kde forwardová sadzba sa dá odvodiť zo spotovej sadzby sr a úrokových mier v daných menách r_1 pre prvú menu a r_2 pre druhú menu na obdobie t :

$$fr = sr \times \frac{(1+r_2)^{con(t)}}{(1+r_1)^{con(t)}}, \text{ pre splatnosť kratšiu ako rok by sa použilo jednoduché úročenie.}$$

Forward na dlhový cenný papier: nech S je hodnota dlhového cenného papiera ku dňu ocenenia, F je dohodnutá cena dlhového cenného papiera a t je zostatková doba splatnosti forwardu vyjadrená v dňoch. Potom v prípade predaja predmetu forwardu (short pozícia) platí:

$$P_p = \frac{F}{(1+r)^{con(t)}} \text{ a } P_z = S,$$

a v prípade nákupu predmetu forwardu:

$$P_p = S \text{ a } P_z = \frac{F}{(1+r)^{con(t)}}. \text{ V prípade splatnosti forwardu do jedného roka by sa použilo jednoduché úročenie.}$$

Poznámka 1.2 Dlhopisové fondy majú aj výhodnejšie možnosti hedžovania ako pomocou forwardov, a to využitím štandardizovaných forwardových kontraktov futures, napríklad na Nemecké štátne dlhopisy. Reálnym príkladom zabezpečenia sa proti nárastu úrokovej miery by bola krátka (short) pozícia na futures na Nemecké štátne dlhopisy ako Schatz, Bobl alebo Bund.

1.3 Štatistické metódy

Množstvo dát vo svete neustále pribúda a výnimkou nie je ani finančný svet, kde existuje obrovské množstvo dát ktoré zahŕňa rôzne makroekonomické údaje, fundamentálne údaje o firmách ako výška ich ziskov, cash flows, ale aj údaje o cenách akýchkoľvek finančných aktív s granularitou až na každý pohyb na burze, resp. „tick“. Rastúce množstvo dát aj posuny v oblasti štatistiky spôsobujú, že sa dynamicky vyvíja oblasť kvantitatívnych metód v oblasti financií, ktoré zahŕňajú tradičné štatistické metódy aj metódy strojového učenia. Využívanie štatistických metód má však svoje nástrahy, obzvlášť ak sú metódy použité nesprávne alebo nesprávne interpretované. Praktickým príkladom môže byť lineárna regresia, pri ktorej sa dokázali veľmi vhodné štatistické vlastnosti, avšak pri splnení predpokladov, ktoré v praxi často byť splnené nemusia ako homoskedasticita, autokorelácia, multikolinearita alebo celková absencia lineárneho vzťahu. Porušenie predpokladov môže viesť k zlým odhadom alebo ťažkej interpretovateľnosti modelu. Z tohto dôvodu opisujeme vybrané metódy, ktoré sa snažia riešiť problémy primárne s multikolinearitou, interpretovateľnosťou alebo presnosťou modelu. Multikolinearita sa vo finančných aplikáciách často vyskytuje kvôli vzájomnej korelácii premenných, napríklad pri použití rovnakých dát ale za iné časové horizonty, príkladom sú hodnoty kľzavého priemeru pri rôznych časových obdobiach. Iným príkladom môže byť použitie výnosov štátnych dlhopisov pre rôzne maturity, aj v tomto prípade je intuitívne jasné, že denné výnosy budú korelované. Absencia lineárneho vzťahu je tiež častým problémom vo financiách. Jednoduchým príkladom je časová štruktúra úrokových mier, kde výnosová krivka má nie len svoj sklon ale aj zakrivenie a medzi úrokovými mierami nie je lineárny vzťah. V neposlednom rade je vo finančných aplikáciách častým problémom aj problém interpretovateľnosti modelu, kedy nevieme povedať na základe akých dát je daná predikcia práve taká aká je – napríklad, keď sa snažíme model validovať aj s nejakým expertným pohľadom alebo keď práve máme viacero premenných ktoré sú korelované a odhady parametrov nedávajú zmysel z praktického pohľadu. Príkladom môže byť, ak sa snažíme

vysvetliť výkonnosť nášho portfólia pomocou všetkých faktorov, ktoré boli kedy publikované v literatúre. V tejto podkapitole sme čerpali primárne z Tibshirani (1996), Hoerl a Kennard (1970) a James, Witten, Hastie, a Tibshirani (2021).

1.3.1 Ridge regresia

Uvažujme klasický model lineárnej regresie, kde $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, $\mathbf{X}$ je $n \times p$ matica, $\boldsymbol{\beta}$ je $p \times 1$ vektor neznámych parametrov, $\text{rank}(\mathbf{X}) = p$, $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$, $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}_n$ a náhodné chyby sú normálne rozdelené. Pre odhad metódou najmenších štvorcov $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$ platí Gaussova-Markovova veta a tento odhad je nevychýlený a má najmenšiu možnú varianciu.

Pre varianciu odhadu platí: $\text{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$. Ridge regresia rieši problém kedy matica $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ nie je blízko jednotkovej. Ak označíme $L_1^2 = (\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})^T (\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta})$ tak potom pre strednú hodnotu platí:

$$E(L_1^2) = \sigma^2 \text{tr}((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}) \text{ a } \text{Var}(L_1^2) = 2\sigma^4 \text{tr}((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-2}).$$

Stredná hodnota a variancia umocnenej vzdialenosti odhadu $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ od skutočnej hodnoty $\boldsymbol{\beta}$ poukazujú na istú nejasnosť v odhade $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, ak matica $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ nie je blízko jednotkovej. Ak označíme vlastné hodnoty matice $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ ako: $\lambda_{\max} = \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p = \lambda_{\min} > 0$, a použijeme vzťah medzi stopou matice a vlastnými hodnotami matice, pre umocnenú vzdialenosť odhadu od skutočnej hodnoty platí:

$$E(L_1^2) = \sigma^2 \sum_{i=1}^p \frac{1}{\lambda_i} \text{ a } \text{Var}(L_1^2) = 2\sigma^4 \sum_{i=1}^p \left(\frac{1}{\lambda_i}\right)^2.$$

Ak sa matica $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ výrazne odchyľuje od jednotkovej tak má jednu alebo viac malých vlastných hodnôt, a teda vzdialenosť odhadnutých koeficientov od skutočných hodnôt bude s vysokou pravdepodobnosťou veľká, čo spôsobuje problém v odhadoch koeficientov ktoré sú veľké v absolútnej hodnote. Navyše, niektoré môžu mať aj zlé znamienko. Hoerl a Kennard (1970) ukázali, že riešením môže byť odhad $\hat{\boldsymbol{\beta}}^* = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + k\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$, pre vhodné zvolené $k \geq 0$.

Pridanie malej pozitívnej hodnoty ku každému diagonálnemu členu spôsobí, že systém $(\mathbf{X}^T \mathbf{X} + k\mathbf{I})\hat{\boldsymbol{\beta}}^* = \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$ sa správa viac ako ortogonálny, čo pomáha vyriešiť vzájomnú korelovanosť prediktorov, i keď ide o vychýlený odhad. Schopnosť ridge regresie

zmenšovať/scvrkávať koeficienty (z anglického „shrink“) je veľmi intuitívna ak odhad pomocou ridge regresie napíšeme nasledovne:

$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \|Y - X\beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_2^2$, kde $\lambda \|\beta\|_2^2$ je penalta ktorú pridávame ku klasickému MNŠ odhadu. Člen λ sa označuje ako regularizačný parameter, ktorý určuje veľkosť penalty a v praktickej aplikácii sa môže nájsť napríklad pomocou krížovej validácie.

1.3.2 Lasso regresia

Uvažujme klasický model lineárnej regresie z predošlej sekcie. Lasso („least absolute shrinkage and selection operator“) sa snaží eliminovať potenciálne nedostatky iných metód ako Ridge regresia alebo tzv. Subset selection metóda, kde vyberáme a vyhodnocujeme na základe vopred zvoleného kritéria, napríklad koeficientu determinácie alebo Akaikovho informačného kritéria, najlepšiu podmnožinu vysvetľujúcich premenných a k nim zodpovedajúci model (podmnožinou tejto metódy je napríklad Stepwise regresia). Lasso regresia sa podobne snaží vyriešiť problém nízkej presnosti predikcií ako Ridge regresia avšak cieľom tejto metódy je aj vyššia interpretovateľnosť modelu ako v prípade Subset selection metódy. Matematicky ide o podobný problém ako pri Ridge regresii, avšak nepoužíva sa L_2 -norma ale L_1 -norma a odhad parametrov môžeme zapísať nasledovne:

$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \|Y - X\beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_1$, kde $\lambda \|\beta\|_1$ je penalta ktorú pridávame ku klasickému MNŠ odhadu. Člen λ sa označuje ako regularizačný parameter, ktorý určuje veľkosť penalty a v praktickej aplikácii sa môže nájsť napríklad pomocou krížovej validácie. Významným rozdielom oproti Ridge regresii je, že táto metóda nie len scvrkáva koeficienty ale taktiež vie niektoré vie zmenšiť presne na 0, čím vykonáva aj selekciu premenných.

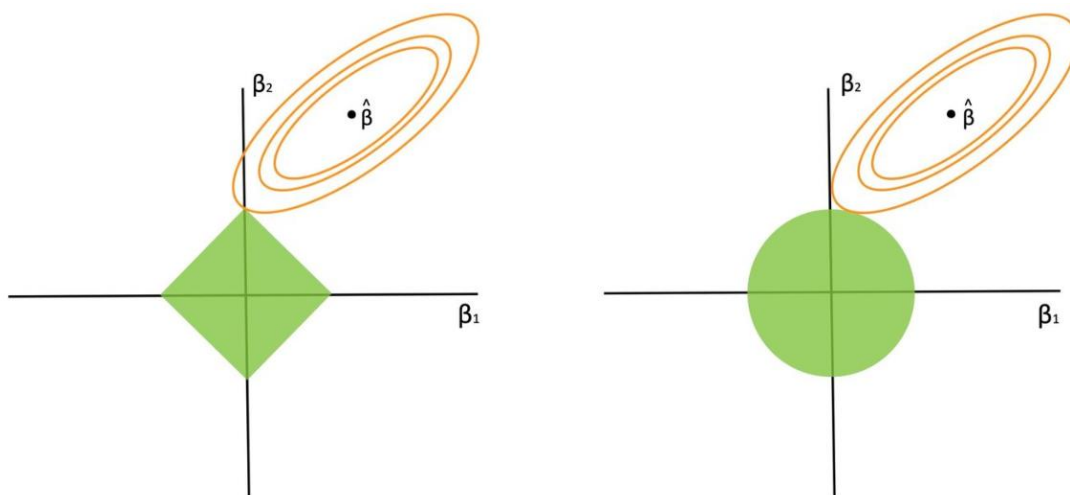
Kým Ridge regresia používa L_2 -normu a Lasso regresia L_1 -normu, je možné použiť aj inú, vo všeobecnosti L_q -normu kde $q \geq 0$. Tento problém skúmal článok Frank a Friedman (1993).

Ponúkané vysvetlenie prečo Ridge regresia má tendenciu zmenšovať koeficienty k 0 ale nie priamo na 0 ako v prípade Lasso regresie je často založené na geometrickom pohľade. Pre geometrický pohľad je však vhodnejšie formulovať odhady parametrov nasledovne:

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 \text{ s. t. } \sum_{j=1}^p |\beta_j| \leq s \text{ pre Lasso regresiu a}$$

$$\hat{\beta} = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})^2 \text{ s. t. } \sum_{j=1}^p (\beta_j)^2 \leq s \text{ pre Ridge regresiu.}$$

Hľadáme teda optimálnu hodnotu parametrov vzhľadom na ohraničenia. V dvojrozmernom prípade je to v prípade Lasso regresie podmienka $|\beta_1| + |\beta_2| \leq s$, a $\beta_1^2 + \beta_2^2 \leq s$ pre Ridge regresiu ako zobrazuje Obrázok 1.3.1. Regularizované odhady sú v bodoch kde sa elipsy dané kvadratickou funkciou $(\beta - \hat{\beta})^T X^T X (\beta - \hat{\beta})$, ktorých stredom je odhad metódou najmenších štvorcov, dotknú oblastí ohraničenia. Vzhľadom na tvar ohraničenia Ridge regresie, dotyk len málokedy nastáva priamo na osi ohraničenia a teda zvyčajne sú koeficienty nenulové. Riešenie Lasso regresie je v bode, v ktorom sa elipsy dotknú štvorca čo sa môže stať práve v „rohu“ štvorca čo zodpovedá nulovému koeficientu.



Obrázok 1.3.1 Odhad pre Lasso regresiu (vľavo) a Ridge regresiu (vpravo) (Zdroj: vlastné spracovanie)

Článok Tibshirani (1996) ponúka aj príklady na reálnych a simulovaných dátach, na základe ktorých porovnáva Lasso regresiu, Ridge regresiu a Subset selection, pričom ponúka aj praktické odporúčania. Pre malý počet veľkých efektov funguje najlepšie Subset selection, pričom Lasso nefunguje až tak dobre a Ridge regresia zle. Pre malý až stredný počet stredných efektov funguje najlepšie Lasso, potom Subset selection a následne Ridge regresia. V prípade veľkého počtu malých efektov je najlepšia Ridge regresia, nasleduje Lasso a následne Subset selection.

1.3.3 Random Forests

Random Forests alebo náhodné lesy sú metódou ktorá je založená na klasifikačných alebo regresných stromoch a snaží sa eliminovať ich hlavnú nevýhodu a to, že sú často prefitované resp. príliš natrénované na tréningovej sade dát a ich predikcie majú veľkú varianciu. Random Forests trénujú viacero stromov, pričom každý strom má k dispozícii iné premenné a následne priemerujú výsledné rozhodnutie. My sa zameriavame na regresné stromy vzhľadom na ďalšiu časť práce, avšak generalizácia na klasifikačné stromy je jednoduchá – mení sa hlavne kritérium podľa ktorého sa strom učí/optimalizuje.

Regresný strom

Cieľom regresného stromu je rozdeliť dáta na základe prediktorov $X_1, \dots, X_p$ do J oblastí $R_1, \dots, R_J$ tak, aby nemali prienik, respektíve sa neprekrývali. Následne pre každé pozorovanie ktoré padne do oblasti R_i zvolíme rovnakú predikciu a to priemer pozorovaní v oblasti R_i v tréningovej vzorke. Cieľom regresného stromu je nájsť také oblasti $R_1, \dots, R_J$ aby sme minimalizovali sumu štvorcov odchýlok:

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i \in R_j} (y_i - \bar{y}_{R_j})^2,$$

kde $\bar{y}_{R_j}$ je priemerné pozorovanie v J -tej oblasti. Vzhľadom na výpočtovú zložitosť sa však postupuje inak a to po krokoch na základe pažravého algoritmu.

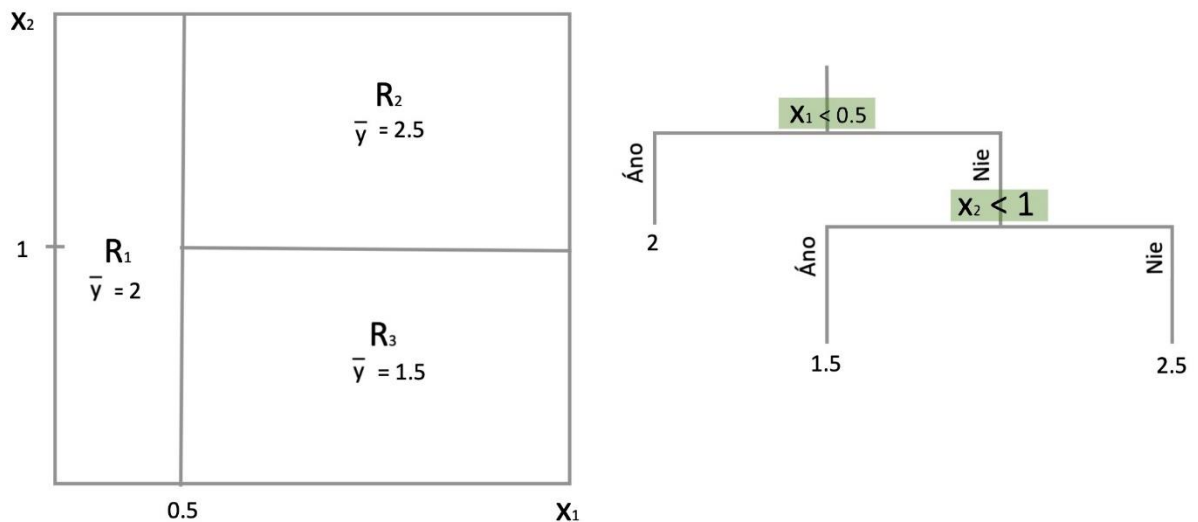
Začíname na vrchole stromu, kedy nemáme žiadne oblasti a spravíme prvé delenie na základe prediktora X_j do dvoch oblastí $\{X|X_j < s\}$ a $\{X|X_j \geq s\}$, pre vhodne zvolené s tak aby sme minimalizovali sumu štvorcov odchýlok RSS . Chceme teda nájsť také oblasti:

$R_1(j, s) = \{X|X_j < s\}$ a $R_2(j, s) = \{X|X_j \geq s\}$ a také s a j aby sme minimalizovali:

$$\sum_{i: x_i \in R_1(j, s)} (y_i - \bar{y}_{R_1})^2 + \sum_{i: x_i \in R_2(j, s)} (y_i - \bar{y}_{R_2})^2.$$

V prvom kroku teda hľadáme premennú j a hranicu rozdelenia s aby sme minimalizovali RSS . Následne rozdelíme jednu z oblastí R_1 a R_2 aby sme opäť minimalizovali RSS v rámci každej výslednej oblasti čím dostaneme tri oblasti. Následne opäť delíme jednu z oblastí a pokračujeme, až kým nás nezastaví zastavovacie kritérium – napríklad počet pozorovaní v jednotlivých oblastiach, počet oblastí alebo čas trénovania algoritmu. Oblasť stromu ktorá sa už ďalej nedelí nazývame terminálnym uzlom stromu.

Príklad delenia na tri oblasti pre dva prediktory zobrazujeme na Obrázku 1.3.2. V tomto prípade nám pri prvom delení vznikol jeden terminálny uzol R_1 , kde predikcia nadobúda priemernú hodnotu $\bar{y}_{R_1}$. Následne pri ďalšom delení vzniknú terminálne uzly R_2 a R_3 , kde predikcia je rovná $\bar{y}_{R_2}$ a $\bar{y}_{R_3}$.



Obrázok 1.3.2 Príklad delenia pre dve premenné x_1 a x_2 na tri oblasti, $\bar{y}$ v rámci každej z oblastí reprezentuje priemerné pozorovanie v danej oblasti (vľavo). Stromová schéma rozhodovania modelu zodpovedajúca deleniu na tri oblasti zobrazené vľavo (vpravo) (Zdroj: vlastné spracovanie)

Problémom individuálneho stromu je, že tréňovaním sa stane veľmi presným na tréningovej dátovej sade (overfitted), avšak na testovacej sade alebo out-of-sample dátach majú predikcie vysokú varianciu a sú nepresné. Tento problém je daný prílišným rozdelením dát do oblastí tak, aby RSS bolo čo najnižšie v rámci dát na ktorých sa model učí. Riešením je tzv. „očesanie“ alebo čistenie stromu, kde znížime počet výsledných oblastí/terminálnych uzlov, čím obetujeme presnosť na tréningovej sade a vnesieme do modelu bias, avšak znížime predikčnú varianciu a zjednodušíme model ktorý sa stane interpretovateľnejším. Jednou z možností ako strom očistiť je prvotne natréňovať veľký strom T_0 a následne očistiť strom a teda nájsť nejaký strom ktorý je podmnožinou T_0 , tak, aby sme pre dané α minimalizovali:

$$\sum_{m=1}^{|T|} \sum_{i: x_i \in R_m} (y_i - \bar{y}_{R_m})^2 + \alpha |T| ,$$

kde $|T|$ je počet terminálnych uzlov stromu. Parameter $\alpha \geq 0$ ovplyvňuje veľkosť penalizácie za počet terminálnych uzlov. Na hľadanie optimálneho parametra α sa používa krížová validácia, kde sa dáta rozdelia do K skupín, pri tréovaní sa jedna vynechá na ktorej sa pozerá na priemernú predikčnú chybu ako funkciu parametra α . Následne sa zvolí taká hodnota α , ktorá minimalizuje priemernú predikčnú chybu a daný parameter sa použije na nájdenie menšieho stromu.

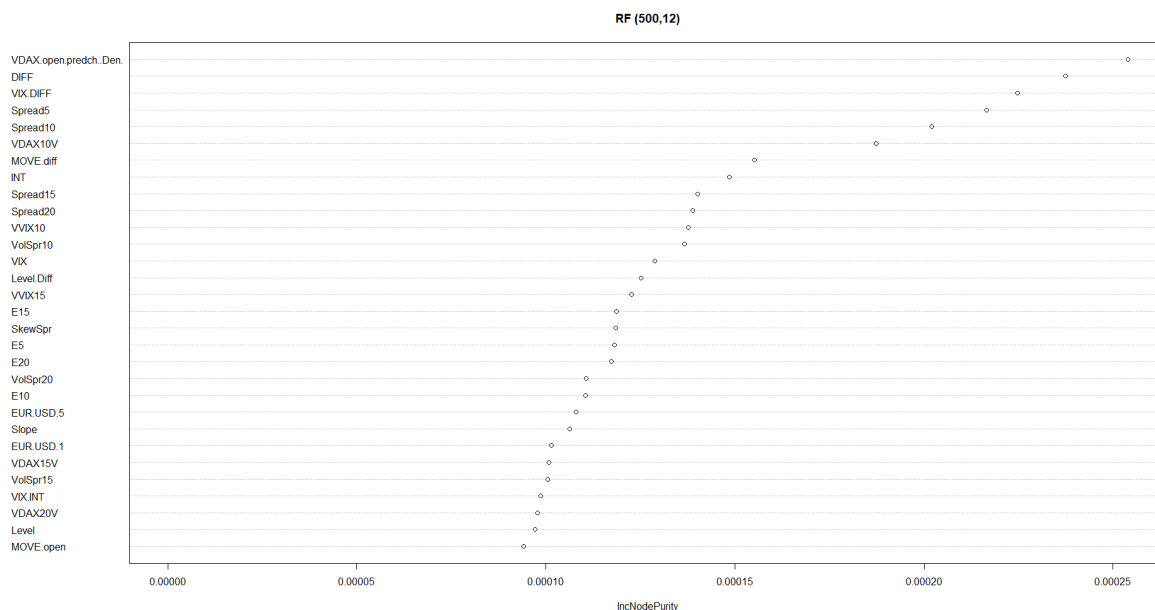
Random Forests

Nevýhodou jednotlivých regresných stromov je vysoká predikčná variancia. Do istej miery sa tento problém dá riešiť očistením a zjednodušením štruktúry stromu, avšak ako lepšia metóda sa ukázalo vytváranie zložených modelov z viacerých stromov. I keď jednotlivý strom má vyššiu varianciu, agregovanie predikcií z viacerých stromov vie tento problém eliminovať a zlepšiť predikcie. Random Forests sú založené na dvoch myšlienkach, prvou je bootstrap agregácia (bootstrap aggregation, pričom často sa tento pojem nazýva ako „bagging“) a druhou náhodný výber premenných ktoré môžu byť použité na rozdelenie na oblasti. Bagging je založené na myšlienke, že ak náhodné premenné $X_1, \dots, X_n$ majú disperziu σ^2 tak ich výberový priemer $\bar{X}$ má disperziu iba $\frac{\sigma^2}{n}$. V prípade stromov sa pomocou bootstrapu skonštruuje viacero B tréningových setov dát na ktorých sa naučia jednotlivé stromy ktoré môžeme formálne značiť ako $\hat{f}^1(x), \dots, \hat{f}^B(x)$. Výsledná predikcia je daná ako priemerná predikcia v rámci všetkých natrénovaných stromov: $\hat{f}_{bag}(x) = \sum_{i=1}^B \hat{f}^i(x)$. Zároveň pri takomto prístupe odpadá nutnosť stromy čistiť a stromy sa trénujú čo najkošatejšie.

Random Forests pridávajú k baggingu náhodný výber premenných v každom kroku delenia. Individuálne stromy teda nemajú k dispozícii celú množinu p premenných ale iba $m < p$ náhodne zvolených premenných, pričom obvyklá voľba m je približne odmocnina z počtu premenných $\sqrt{p}$. Tento náhodný výber má za cieľ vytvoriť menej podobné respektíve menej korelované stromy. V prípade premennej s veľmi silným vplyvom na predikciu by bola táto premenná často vyberaná v každom strome a teda výsledný „bagging“ les by bol tvorený primárne podobnými stromami. Pri Random Forests sú vďaka náhodnému výberu premenných stromy menej podobné a predikcie sú robustnejšie.

Napriek tomu, že lesy majú výhodnejšie parametre a lepšie predikcie ako individuálne stromy, ich nevýhoda spočíva v o niečo slabšej interpretovateľnosti modelu. Individuálne

stromy, obzvlášť ak nemajú veľa uzlov sa dajú veľmi dobre graficky reprezentovať a dá sa pochopiť ich rozhodovanie. Tento aspekt pri priemerovaní informácií z viacerých stromov strácame, avšak napriek tomu patria Random Forests k pomerne dobre interpretovateľným modelom. V prípade lesov sa vieme pozrieť na pokles sumy štvorcov odchýlok RSS kvôli deleniu na základe danej premennej spriemerovanej cez všetky stromy. Veľká hodnota poklesu pri premennej signalizuje dôležitú premennú a teda vieme zoradiť premenné podľa dôležitosti.



Obrázok 1.3.3 Príklad dôležitosti premenných a poklesu sumy štvorcov odchýlok pre predikciu výnosov korporátnych dlhopisov (Zdroj: vlastné spracovanie)

2 Investície dôchodkových fondov

Ako bolo uvedené v sekcii 1.1, správcovia majú veľa možností do akých aktív umiestniť prostriedky a príspevky v dôchodkových fondoch. Napriek tomu, že investičné limity sú pomerne prísne, možnosť ako vyskladať fond je prakticky nekonečno. Správcovia si môžu vybrať, akú duráciu chcú držať vo fonde a aj či bude fond zložený z krátkych dlhopisov alebo dlhších, či budú dlhopisy štátne alebo korporátne, taktiež si môžu vybrať aj geograficky, avšak cudziu menu musia do značnej miery hedžovať. To otvára veľa možností ako dosahovať výnos v dlhopisových fondoch. Jednou cestou môže byť - mať konzervatívne ladený fond s nižšou duráciou s vyšším podielom štátnych dlhopisov a s nižším rizikom. Naopak, možno dosahovať lepšie výnosy pri snahe brať tzv. „carry“ na dlhopisoch a vyšší výnos v prípade rizikovejších korporátnych dlhopisoch alebo aj štátnych, ak ide o krajiny z periferie eurozóny ako napríklad Taliansko, alebo aj iné krajiny ako Mexiko, Chile, Bulharsko, a Rumunsko, ktoré emitujú (aj) eurové dlhopisy a sú v investičnom pásme.

Veľké množstvo prípustných investícií však otvára prirodzene otázky a výskumné problémy, kedy sa snažíme zistiť čo v danom fonde vlastne je a odkiaľ pochádza daný výnos. To je motiváciou pre kvantitatívny model, ktorý sa snaží identifikovať investície vo fondoch a zodpovedať práve tieto otázky. Do istej miery poskytujú tieto informácie mesačné správy a prípadne aj polročné alebo ročné, avšak sú málo podrobné, a ich periodicita nie je dostačujúca, plus sú publikované s veľkým odkladom. Napríklad pri polročných a ročných správach sú to približne tri mesiace.

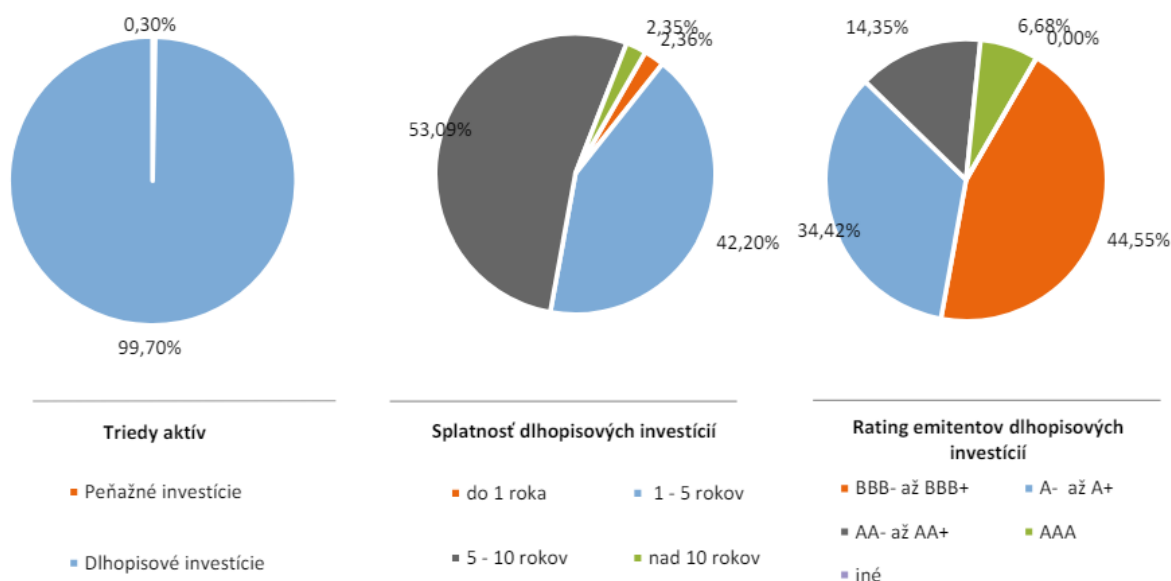
Široké množstvo kombinácií prináša aj ďalšie dôležité aspekty ktoré je nevyhnutné porovnať a to práve výnos, a riziko fondov. V investičnej praxi je porovnávanie a hľadanie najlepších investičných príležitostí kľúčovou úlohou a takéto porovnania sa nevyhýbajú ani druhému pilieru. Porovnanie výkonnosti samotných fondov poskytujú rôzne finančné servisy, avšak výnos nie je to jediné, čo by nás v dôchodkových fondoch malo zaujímať. Navyiac, je dôležité preskúmať rôzne alternatívy možností investovania. Napríklad, pre slovenské dôchodkové fondy bol navrhnutý globálny benchmark, ktorý by vraj bol lepšou cestou ako aktívne fondy ktoré sú na Slovensku spravované. V nasledujúcej sekcii analyzujeme, či práve globálny a všeobecne akceptovaný benchmark by bol dobrým riešením pre slovenské dôchodkové úspory v garantovaných fondoch. Benchmarky sú vo všeobecnosti dobrým prístupom ako porovnávať, či je iný, alternatívny prístup lepší. Napríklad, ak investor aktívne vyberá akcie

z indexu S&P 500, je prirodzené tento prístup porovnávať s výkonnosťou tohto indexu. Avšak, výnos by nemal byť to jediné čo nás zaujíma, pretože averzia k riziku je rôzna a investičný prístup, ktorý dosahuje len časť výnosu ale pri výrazne nižšom riziku, môže byť pre istú kategóriu investorov, resp. sporiteľov výrazne vhodnejší. Zároveň, ak na jednotku rizika vie investor dosiahnuť lepší výnos ako benchmark, môže použiť páku. V prípade dlhopisových dôchodkových fondov je taktiež riziko veľmi dôležité pretože z pohľadu správcovskej spoločnosti sú už od roku 2009 zavedené garancie, i keď ich forma sa priebežne menila. Z pohľadu sporiteľa je nižšie riziko dôležité na celkovú stabilizáciu celej sporivej fázy – práve na to by mali byť určené dlhopisové fondy. Okrem globálneho benchmarku teda pre lepšie porovnanie generujeme aj náhodné benchmarky z aktív do ktorých by podľa zákona mohli správcovske spoločnosti investovať a porovnávanie tvoríme aj na základe týchto výsledkov.

2.1 Analýza zloženia garantovaných fondov

Aktuálne na trhu pôsobí päť dôchodcovských správcovských spoločností (skratky uvádzame v hranatých zátvorkách): Allianz - Slovenská d.s.s., a.s. [ALLIANZ], Kooperativa, d. s. s., a. s. (v čase spracovania práce bola spoločnosť pomenovaná ako 365.life, preto aj skratka je z tohto už historického názvu) [365], UNIQA, d.s.s., a.s. [UNIQA], NN d. s. s., a.s. [NN] a VÚB Generali, d.s.s., a.s. [VUB]. Každá správcovska spoločnosť je povinná vytvoriť garantovaný dlhopisový fond, a v práci označujeme fond názvom správcu, pričom máme na mysli práve jeho garantovaný dlhopisový fond. Pre jednoduchú analýzu výkonnosti či rizika (volatilita, maximálny prepád) dôchodkových fondov stačí poznať vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky. Analýza zloženia alebo približnej stratégie fondov či zhodnotenie rizík, ktorým sú fondy vystavené, si však vyžaduje poznať zloženie fondov.

Dôchodkové správcovske spoločnosti publikujú na mesačnej báze takzvané mesačné správy, ktoré obsahujú základné informácie o fonde, prehľad minulej výkonnosti, komentár portfólio manažéra, prehľad zloženia fondu podľa splatnosti, ratingu a rozdelenia na typy investícií (štátne dlhopisy, podielové fondy, korporátne dlhopisy, peňažné investície a podobne), a prípadne aj podľa geografického rozloženia. I keď do istej miery tento súbor informácií nahliada na zloženie fondu, rozhodne to nie je úplná informácia. Štátne dlhopisy, podielové fondy či korporátne dlhopisy je pri rozsahu a dostupnosti finančných nástrojov príliš vágny pojem.



Obrázok 2.1.1 Náhľad na rozloženie investícií dlhopisového fondu NN (Zdroj: Mesačná správa k 31. 07. 2021, NN dlhopisový garantovaný dôchodkový fond)

Mesačná správa obsahuje taktiež zoznam najvýznamnejších investícií vo fonde, kde sú tituly jasne identifikovateľné, napríklad podľa ISIN-u. Archív mesačných správ teda značne približuje zloženie fondu a vytvára akýsi presnejší obraz o alokácii fondu, ale spravidla je v mesačnej správe uvedených len približne 15 najväčších investícií. Pri širokej diverzifikácii a veľkom počte titulov teda mesačné správy neposkytujú plnú informáciu.

TOP 15 DLHOPISOVÝCH INVESTÍCIÍ					
Názov investície / Emitent	Maturita	Kupón	Cenný papier	ISIN	Podiel**
ISHARES Core Euro Corporate Bond			dlhopisové ETF	IE00B3F81R35	2,59%
SAUDI INTERNATIONAL BOND	9.7.2039	2,000%	štátny dlhopis	XS2024543055	2,41%
CCTS EU	15.10.2024	0,742%	štátny dlhopis	IT0005252520	1,87%
iShares Euro Corp Bond IR Hedged			dlhopisové ETF	IE00B6X2VY59	1,73%
CEZ AS	5.6.2028	3,000%	korporátny dlhopis	XS0940293763	1,51%
SPP INFRASTRUCTURE FIN	12.2.2025	2,625%	korporátny dlhopis	XS1185941850	1,47%
SLOVAKIA GOVERNMENT BOND	8.2.2033	3,875%	štátny dlhopis	SK4120008954	1,41%
MFINANCE FRANCE SA	26.11.2021	2,000%	dlhopis fin. inštitúcie	XS1143974159	1,36%
ROMANIA	26.5.2028	2,875%	štátny dlhopis	XS1420357318	1,26%
REPUBLIC OF PERU	30.1.2026	2,750%	štátny dlhopis	XS1315181708	1,20%
SLOVAKIA GOVERNMENT BOND	16.1.2029	3,625%	štátny dlhopis	SK4120009762	1,09%
ZAPADOSLOVENSKA ENRG AS	2.3.2028	1,750%	korporátny dlhopis	XS1782806357	0,98%
ČESKÉ DRAHY	25.5.2023	1,875%	korporátny dlhopis	XS1415366720	0,93%
UNITED MEXICAN STATES	9.4.2029	3,625%	štátny dlhopis	XS1054418600	0,87%
REPUBLIC OF CHILE	27.5.2030	1,875%	štátny dlhopis	XS1236685613	0,85%

Obrázok 2.1.2 Náhľad na rozloženie investícií dlhopisového fondu KLASIK, VÚB Generali dôchodková správcovská spoločnosť (Zdroj: Mesačná správa k 31. 01. 2020, KLASIK dlhopisový garantovaný dôchodkový fond VÚB Generali)

Napriek tomu, že z mesačnej správy sa nedá identifikovať celé zloženie fondu, archív a prierez mesačných správ poskytuje mimoriadne cenné informácie. Poskytuje možnosť

vytvoriť sumárne informácie o vývoji zloženia čo sa týka typu inštrumentov (štátne dlhopisy, korporátne dlhopisy, peňažný trh, podielové fondy...), o vývoji durácie a splatnosti dlhopisov a taktiež o rozložení ratingov. Takýto prehľad umožňuje presnejší náhľad na stratégiu individuálneho fondu, napriek tomu, že nie je možné zistiť presné zloženie, dá sa identifikovať:

- či fond navažuje investície na štátne (bezpečnejšie) alebo korporátne dlhopisy (rizikovejšie),
- aká je durácia resp. splatnosť dlhopisov, ktorá by mala reflektovať očakávania portfólio manažérov o budúcich úrokových sadzbách (rast alebo pokles),
- či fond navažuje investície smerom k „najbezpečnejším“ dlhopisom s najvyššími ratingami a nižším výnosom alebo k rizikovejším dlhopisom ktoré sú spojené s vyšším výnosom.

2.1.1 Analýza pomocou faktorového modelu

Mesačné, polročné a ročné správy približujú zloženie fondov výrazne viac ako pohľad na ich minulú výkonnosť, majú ale aj niekoľko nevýhod. V prvom rade je to časová granularita – ich dostupnosť je obmedzená a o prípadnej zmene alokácie (ak vôbec bude evidentná zo správy) sa dozvieme len s odstupom. V druhom rade je málo podrobná. Mesačné správy spravidla uvádzajú len niekoľko najväčších investícií a polročné/ročné správy uvádzajú všetkých emitentov, avšak nie je možné identifikovať presnú emisiu. Napríklad vieme zistiť, že fond má dlhopis ktorého emitentom je Ministerstvo financií SR, ale nevieme určiť o aký dlhopis presne ide – ISIN, jeho kupón alebo maturita. Na prekonanie týchto obmedzení a vytvorenie obrazu o zložení dôchodkového fondu v ktoromkoľvek časovom bode navrhujeme použitie faktorového modelu.

Literatúra rozlišuje rôzne faktorové modely, respektíve modely oceňovania aktív. Pri akciách je dôležitým výsledkom napríklad CAPM model (Sharpe, 1964), ktorý vysvetľuje výnosy aktív iba pomocou trhového faktoru. V súčasnosti je skôr používaný model s viacerými faktormi, napríklad Fama-French 5-faktorový model (Fama a French, 2015), ktorý používa aj faktory ako veľkosť, hodnota, profitabilita a investície. Všetky faktory možno považovať za samotné (investovateľné) stratégie. CAPM aj Fama French modely sa snažia popísať výnosy akcií.

Fama a French (1993) skúmajú aj dlhopisové faktory. Prvým je TERM faktor definovaný ako rozdiel medzi výnosom dlhodobých štátnych dlhopisov a výnosom krátkodobej 1-mesačnej štátnej pokladničnej poukážky. Druhým faktorom je DEF definovaný ako rozdiel výnosu trhového portfólia dlhodobých korporátnych dlhopisov a dlhodobých štátnych výnosov. Nepochybne, poznanie citlivosti portfólií na oba faktory je zaujímavým pohľadom na dlhopisové portfólio, napriek tomu nevrať nič o samotnom zložení fondu, a poukazuje skôr na citlivosť sklonu výnosovej krivky alebo na rizikovú prirážku korporátnych dlhopisov.

Cieľom nášho faktorového modelu je vysvetliť dennú výkonnosť dôchodkového fondu pomocou niekoľkých faktorov, ktoré reprezentujú rôzne investície fondov. I keď fondy môžu investovať do širokého spektra individuálnych emisií, zahrnutie rôznych „trhových faktorov“ by malo do značnej miery opísať zloženie fondu – napríklad výnosy európskych štátnych dlhopisov s maturitou približne 10 rokov budú silne korelované s výnosmi indexu alebo ETF/podielových fondov ktoré túto skupinu aktív sledujú. Trhové faktory používané v našom modeli by teda mali opisovať pokiaľ možno čo najrôznorodejšie skupiny dlhopisov. Zistenie citlivosti na tieto trhové faktory priamo približuje samotné zloženie fondu, respektíve ukazuje na aké trhové faktory by sa fond dal rozložiť.

Model formulujeme ako nasledujúci regresný model:

$$y = \alpha + FX + \varepsilon, \quad (2.1)$$

kde y je vektor denných výnosov (s rôznou dĺžkou), X je matica denných výnosov za rovnaké časové obdobie ako y , F sú faktorové koeficienty ktoré nám určujú ako veľmi je daný fond citlivý na daný faktor (čo nám poskytuje informáciu ako veľmi je daný „faktor“ respektíve skupina aktív zastúpená vo fonde), ε je vektor náhodných odchýlok a α je výkonnosť fondu oproti faktorom alebo nevysvetlená časť výnosu. Pri širokom spektre faktorov, ktoré sú dobre geograficky aj rizikovo vhodne rozložené, môžeme kladnú α považovať aj za schopnosť portfólia manažéra. Konštantný člen však pomáha vysvetliť aj výnos tvorený dlhopismi oceňovanými umorovanou hodnotou a výnosy termínovaných vkladov. V oboch prípadoch ide o konštantný denný výnos.

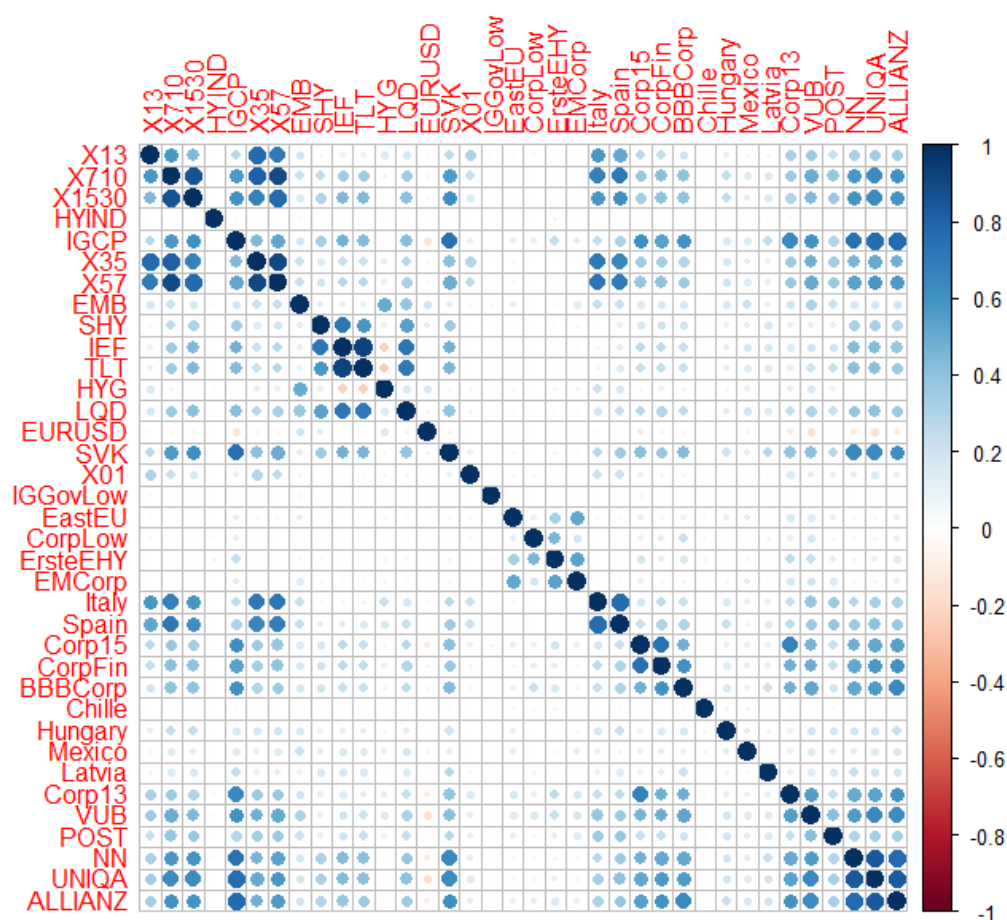
Cieľom modelu je rozložiť výnosy jednotlivých fondov na niekoľko faktorov a popísať ich zloženie a zdroj výkonnosti. V práci používame nasledujúce faktory, ktoré sú tvorené prevažne indexmi alebo ETF fondami, ktoré sledujú zodpovedajúci index. Ak používame

podielové fondy, zvlášť o tom informujeme. Ak sú fondy/indexy denominované v inej mene, sú zaistené do EUR.

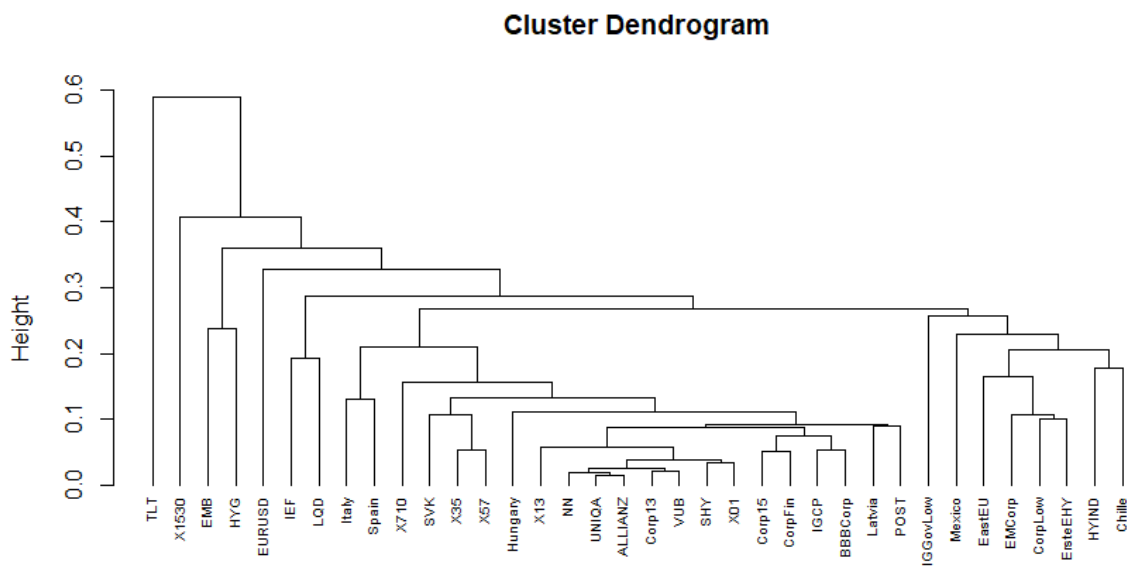
Corp13 – európske korporátne dlhopisy investičného pásma s maturitou 1 až 3 roky, **Corp15** – európske korporátne dlhopisy investičného pásma s maturitou 1 až 5 rokov, **CorpFin** – európske podnikové dlhopisy finančného sektora, **CorpLow** – podielový fond ERSTE BOND CORPORATE PLUS, cieľom je sledovať korporátne dlhopisy s najnižším ratingom v rámci investičného pásma (BBB), **EastEU** – podielový fond ERSTE BOND DANUBIA ktorý investuje najmä do štátnych dlhopisov krajín strednej a východnej Európy, **EMB** – štátne dlhopisy denominované v dolároch (zaistené do EUR) krajín rozvíjajúcich sa trhov (emerging markets), **EMCorp** – podielový fond ERSTE BOND EM CORPORATE, **EURUSD** – výnosy spotového trhu eura voči doláru, **HYG** – americké korporátne dlhopisy neinvestičného pásma zaistené do EUR (podotýkame, že fondy nemôžu investovať do dlhopisov mimo investičného pásma, v našom prípade o rizikový faktor), **HYIND** – európske korporátne dlhopisy mimo investičného pásma (rizikový faktor), **IEF** – americké štátne dlhopisy s maturitou 7 až 10 rokov zaistené do EUR, **IGCP** – európske korporátne dlhopisy investičného pásma, **BBBCorp** – európske korporátne dlhopisy investičného pásma s ratingom BBB, **IGGovLow** – štátne dlhopisy nižšieho investičného pásma, **LQD** – americké podnikové dlhopisy investičného pásma zaistené do EUR, **SHY** – americké štátne dlhopisy s maturitou 1 až 3 roky zaistené do EUR, **ErsteEHY** – podielový fond ERSTE BOND EUROPE HIGH YIELD ktorý investuje do európskych korporátnych dlhopisov neinvestičného pásma, **Spain** – španielske štátne dlhopisy, **Italy** – talianske štátne dlhopisy, **Mexico** – mexické štátne dlhopisy, **Hungary** – maďarské štátne dlhopisy, **Latvia** – lotyšské štátne dlhopisy, **Chille** – čilské štátne dlhopisy, **SVK** – slovenské štátne dlhopisy, **TLT** – americké štátne dlhopisy s maturitou 20 a viac rokov zaistené do EUR, **X01** – európske štátne dlhopisy s maturitou 0 až 1 rok, **X13** – európske štátne dlhopisy s maturitou 1 až 3 roky, **X35** – európske štátne dlhopisy s maturitou 3 až 5 rokov, **X57** – európske štátne dlhopisy s maturitou 5 až 7 rokov, **X710** – európske štátne dlhopisy s maturitou 7 až 10 rokov a **X1530** – európske štátne dlhopisy s maturitou 15 až 30 rokov.

Faktory sme vyberali tak, aby pokryli čo najširšie spektrum dlhopisov – štátne dlhopisy, kde sme brali dôraz na to, aby boli zastúpené európske aj americké dlhopisy rôznych maturít, ale aj dlhopisy špeciálneho rizikového profilu (Španielsko, Taliansko, Mexiko, Chile), dlhopisy rozvíjajúcich sa trhov, slovenské štátne dlhopisy a v poslednom rade aj dlhopisy strednej a východnej Európy, keďže ide o geograficky blízke trhy. Druhou nemenej významnou

skupinou sú podnikové dlhopisy, ktoré sú taktiež geograficky rozčlenené na Európu, USA a taktiež rozvíjajúce sa trhy. Pri korporátnych dlhopisoch taktiež pridávame okrem investičného pásma aj dlhopisy neinvestičného pásma, teda takzvané „high-yield“ alebo „junk“ bondy, pričom od tohto pridania si sľubujeme využitie týchto faktorov ako rizikových faktorov v zmysle modelov oceňovania aktív. Špeciálne miesto má aj dlhopisový a ETF fond, ktorý investuje najmä do podnikových dlhopisov nižšieho investičného pásma. Nižšie investičné pásmo je spojené aj s vyšším výnosom a teda takéto podnikové dlhopisy by mohli byť potencionálnou cestou ako dosahovať vyššiu výkonnosť v diverzifikovaných fondoch.



Obrázok 2.1.3 Vykreslenie korelácií medzi faktormi tvoriacimi faktorový model počas obdobia 1.4.2011 až 3.3.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.4 Zobrazenie faktorov a fondov pomocou hierarchického zhľukovania na základe euklidovských vzdialeností a „complete linkage“ (Zdroj: vlastné spracovanie)

Faktory, samotné dlhopisové fondy/indexy a ich vzájomné vzťahy zobrazujeme aj na Obr. 2.1.3 pomocou korelačnej matice a na Obr. 2.1.4, kde používame hierarchické zhľukovanie na základe euklidovských vzdialeností. Tvoríme teda akúsi „mapu“ faktorov, pričom podobné faktory reprezentujeme pomocou zhľukov.

Napriek tomu, že vysoký počet faktorov by mal pomôcť presnejšie určiť citlivosť fondov na dané faktory a teda priblížiť alokáciu prostriedkov v danom fonde, prináša so sebou problém vysokej dimenzionality a aj multikolinearity. Od výsledkov jednoduchšej lineárnej regresie si v tomto prípade nemôžeme sľubovať veľkú interpretovateľnosť a môžeme očakávať pretrénovanie, resp. „overfit“. Priamočiarým riešením by mohlo byť použitie variance inflation faktoru (VIF) a následná redukcia faktorov s vysokou multikolinearitou. Tento prístup by mohol potencionálne viesť k nižšej presnosti modelu, pretože v nejakom časovom bode by boli potrebné faktory, ktoré sme vynechali. Druhým riešením by mohlo byť využitie metódy hlavných komponentov na zredukovanie dimenzionality, tým by utrpela interpretovateľnosť modelu. Z dôvodov uvedených vyššie navrhujeme využitie regularizovanej regresie. Prvou možnosťou je využitie ridge regresie, tá na základe penalizácie len znižuje koeficienty a nevykonáva selekciu premenných. Selekcii premenných vykonáva LASSO regresia (Tibshirani, 1996), kde parametre hľadáme na základe nasledujúceho optimalizačného problému:

$$\min_{\alpha, F} \sum_{i=1}^N (y_i - \alpha - \sum_{j=1}^p x_{ij} F_j)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |F_j|, \quad (2.2)$$

kde N je počet pozorovaní, p je počet faktorov (parametrov) a $\lambda \geq 0$ je regularizačný/penalizačný parameter. Podotýkame, že bez posledného regularizačného člena ide o klasickú metódu najmenších štvorcov. Parameter λ je možné zvoliť manuálne/experimentálne alebo pomocou krížovej-validácie. LASSO regresiu implementujeme v softvéri *R* pomocou balíka *glmnet*, ktorý hľadá optimálny regularizačný člen pomocou krížovej validácie (Friedman a kol., 2010). Podotýkame, že ak faktor počas sledovaného obdobia nie je vybraný, jeho koeficient je považovaný za nulu.

Citlivosť všetkých fondov na faktory spomenuté vyššie analyzujeme počas obdobia 4.1.2010 až 10.9.2020 na základe denných dát. Fondy analyzujeme každých 30 alebo 83 dní ktoré posúvame, čím dostávame v prvom prípade premenlivejší ale potencionálne presnejší pohľad na citlivosť, ktorý je schopný pomerne rýchlo zachytiť zmeny. Dlhšia časová perióda nám naopak poskytuje stabilnejší pohľad na zloženie fondov. Faktorové koeficienty ďalej interpretujeme pomocou zloženia jednotkového syntetického portfólia, analýzou kumulatívnej príspevku faktorov na výnosnosť fondu a priemernú štandardizovanú výnosovú príspevku.

Syntetické portfólio

Na základe denných výnosov dôchodkových fondov je jednoduché vypočítať a zobrazit vývoj fondov pomocou jednotkových portfólií (preškálované portfólia tak, aby začínali jednotkou). V prípade, ak faktory dobre opisujú výkonnosť fondu, by sme mali byť schopní replikovať fond pomocou výnosov faktorov a citlivosti fondu na faktory. Denný syntetický výnos fondu v čase t definujeme ako:

$$r_{t,syn} = \hat{\alpha}_t + \hat{F}_t X_t, \quad (2.3)$$

kde $\hat{\alpha}_t$ je odhad α platný v čase t , $\hat{F}_t$ je odhadnutý vektor faktorových koeficientov a X_t je riadok matice X ktorý prislúcha času t .

Výsledky uvádzame v Prílohe A, pre 30-dňovú periódu je zhoda takmer presná a 83-dňová perióda má podľa očakávania menšie odchýlky, ale stále takmer presne kopíruje výkonnosť fondov.

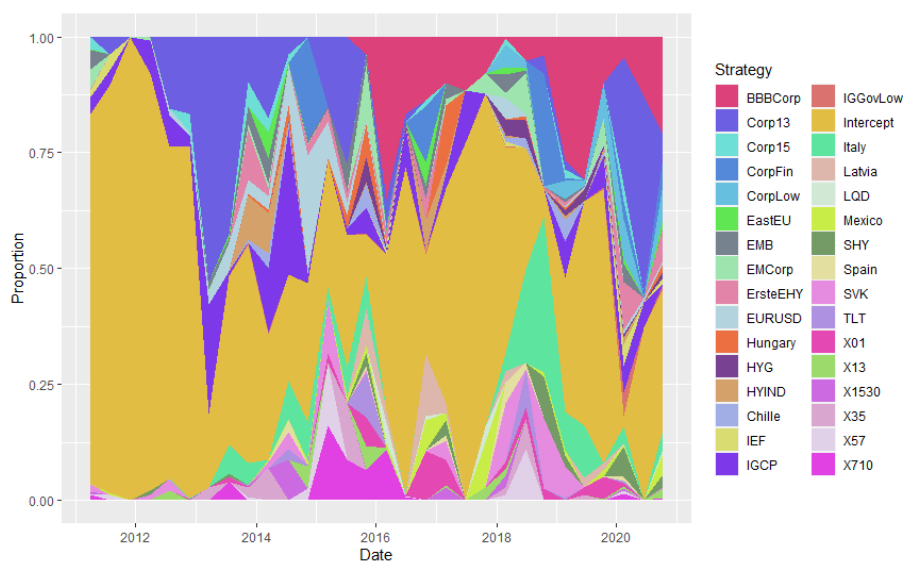
Priemerný štandardizovaný výnos

Na posúdenie citlivosti a aproximáciu zloženia fondu je možné zanalyzovať priemerné štandardizované výnosy, kde nás zaujíma veľkosť priemerného výnosu v absolútnej hodnote za dané časové obdobie v pomere k súčtu absolútnych hodnôt priemerných výnosov všetkých faktorov. Následne je možné takéto výsledky vykresliť a poskytujú podobnú informáciu ako koláčový graf, ktorý zobrazuje rozdelenie citlivosti za určité časové obdobie. Dané citlivosti je možné zobrazit' prierezo vo v čase. Priemerný štandardizovaný výnos definujeme vždy za 30 alebo 83-dňové obdobie a tieto obdobia posúvame tak, aby sme obsiahli celú vzorku. Pre i -ty faktor za časové obdobie l definujeme priemerný štandardizovaný výnos nasledovne:

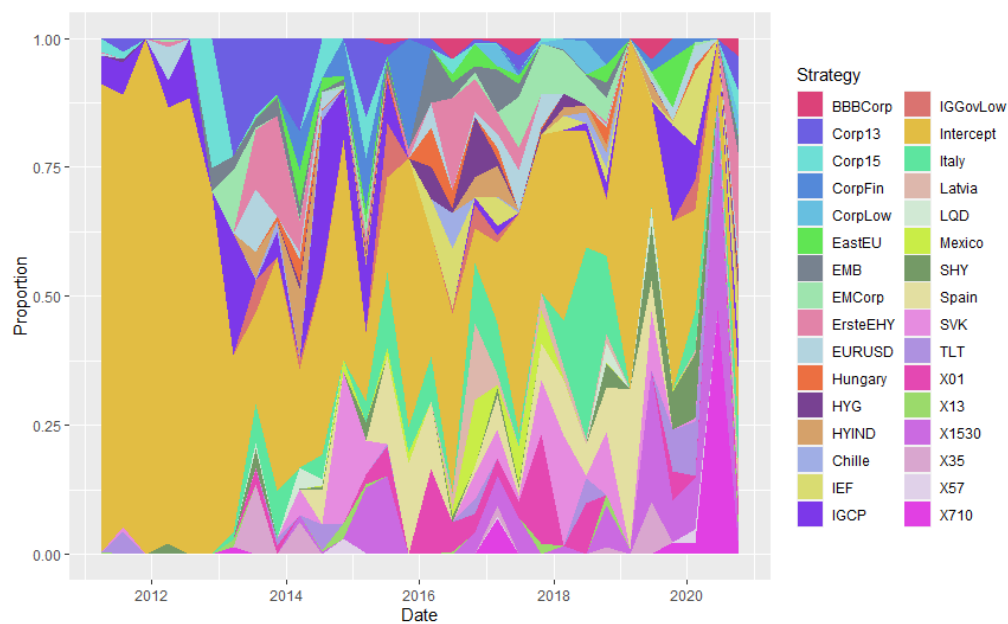
$$avgret_{i,l} = \frac{\left| \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k X_{i,j} \times \hat{F}_{i,l} \right|}{\sum_{i=1}^n \left| \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k X_{i,j} \times \hat{F}_{i,l} \right|}, \quad (2.4)$$

kde k je počet dní sledovaného obdobia l , $\hat{F}_{i,l}$ odhadnutý faktorový koeficient prislúchajúci i -tému faktoru a n je počet faktorov.

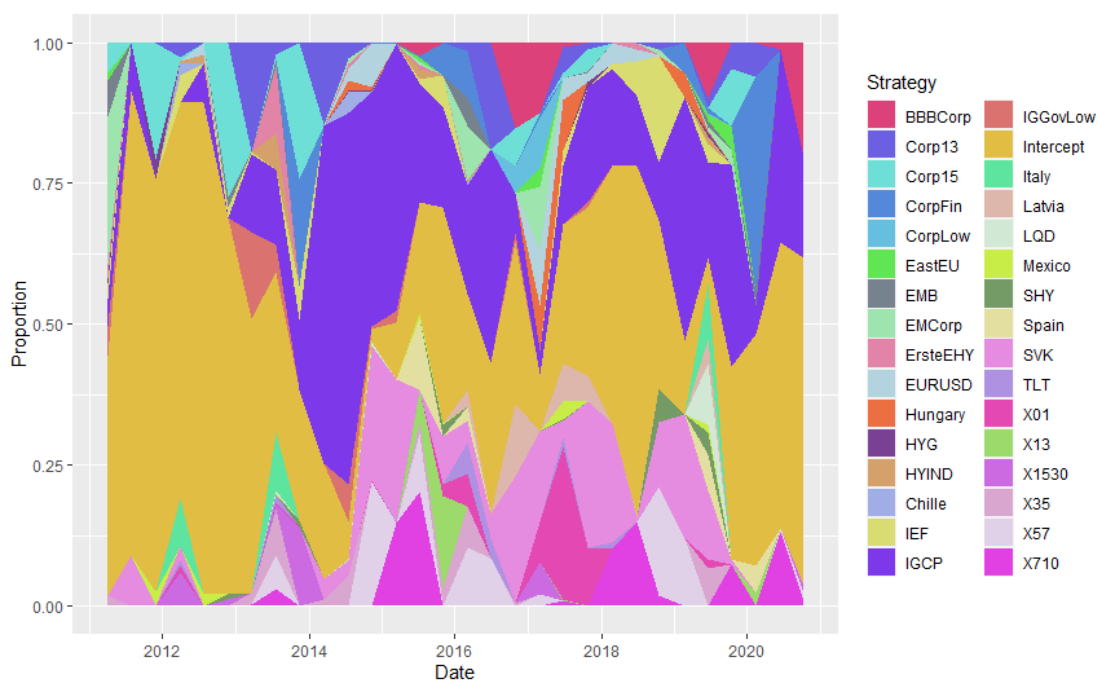
Výsledky zobrazujeme graficky na obr. 2.1.10 až 2.1.14, zistené výsledky dopĺňajú výsledky kumulatívnej kontribučnej analýzy. Vývoj priemernej citlivosti zobrazuje pokles významnosti nevysvetleného výnosu prakticky u každého fondu. V prípade priemerných štandardizovaných výnosov zobrazujeme dlhšie, 83-dňové obdobie tak, aby sme poukázali na dlhodobý trend.



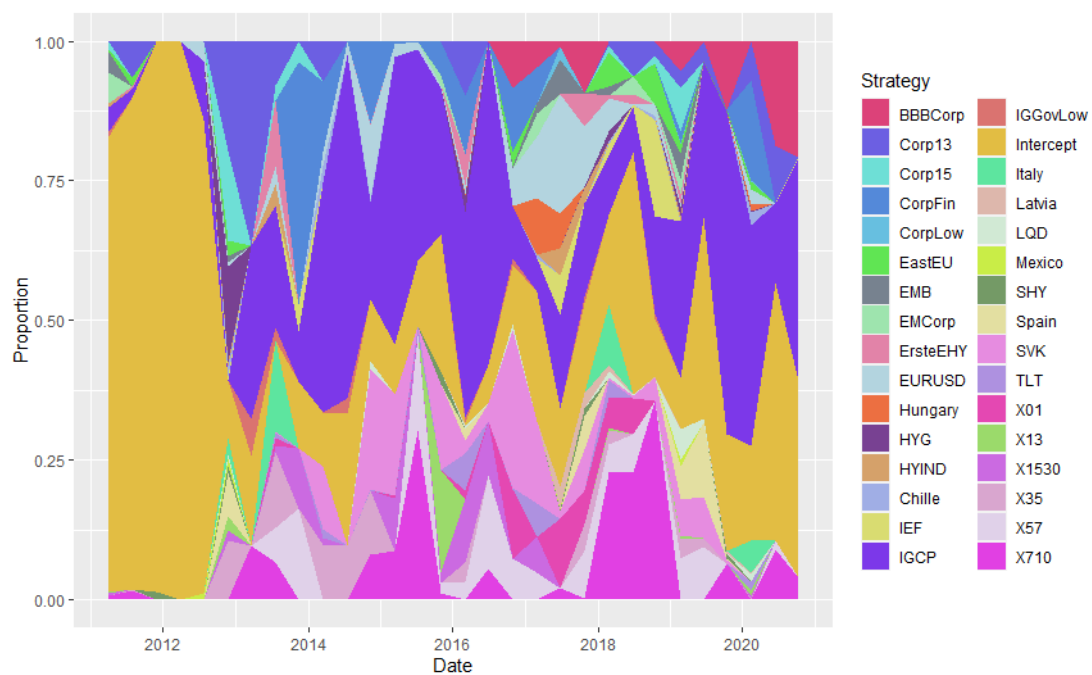
Obrázok 2.1.5 Priemerné štandardizované výnosy fondu VÚB-Generali (Zdroj: vlastné spracovanie)



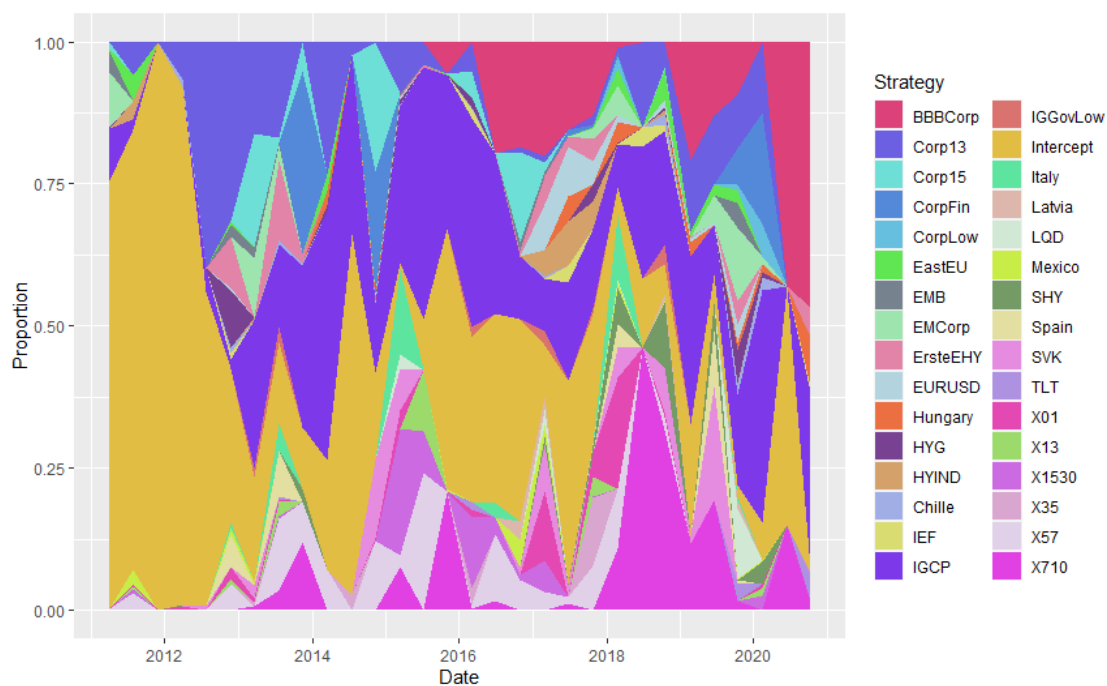
Obrázok 2.1.6 Priemerné štandardizované výnosy fondu 365 life (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.7 Priemerné štandardizované výnosy fondu NN (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.8 Priemerné štandardizované výnosy fondu Uniqa (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.9 Priemerné štandardizované výnosy fondu Allianz (Zdroj: vlastné spracovanie)

Kumulatívna kontribúcia faktorov

Okrem pohľadu na portfólio fondu ako celku a zloženia celkovej výnosnosti z výnosov faktorov, a citlivosti fondu na dané faktory, je možné rozložiť celkovú kumulatívnu výkonnosť fondu na faktory, a zanalyzovať jednotlivé výnosové kontribúcie. Takáto analýza odhaľuje faktory, ktoré sa najväčšou mierou podieľali na celkovej výkonnosti a ukazuje kontribúciu v priebehu času. Pre i -ty faktor v čase t definujeme výnosnosť pomocou jednotkového portfólia rekurentne:

$$JP_{i,t} = JP_{i,t-1} \times (1 + \hat{F}_{i,t}X_{i,t}), JP_{i,0} = 1 \quad \forall i. \quad (2.5)$$

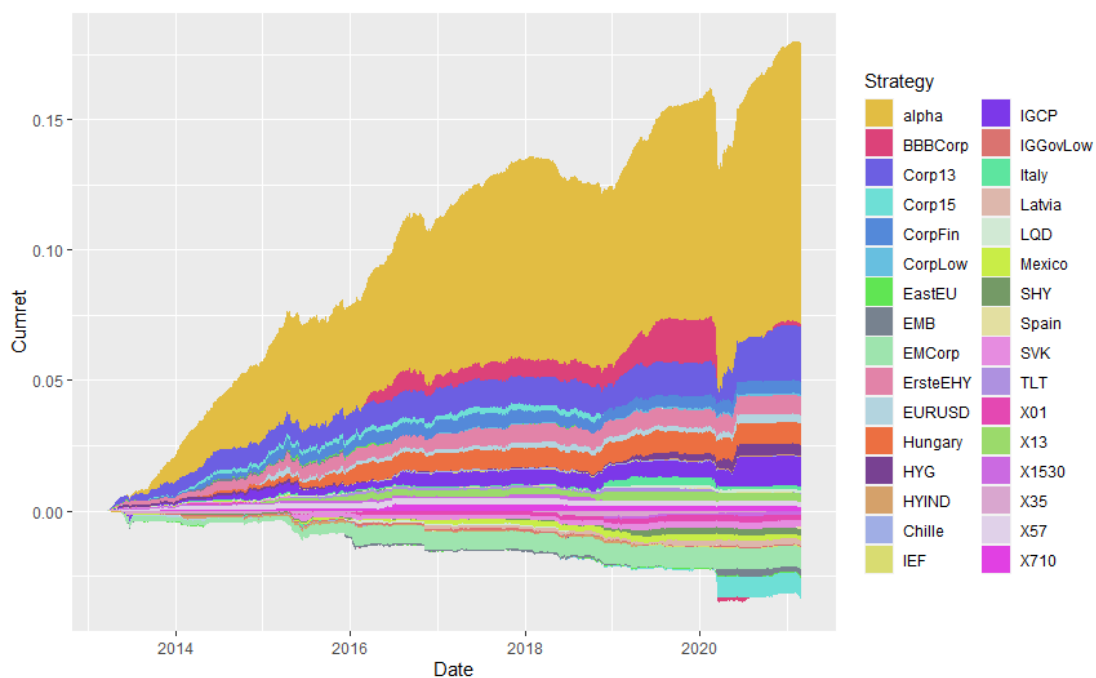
Medzi faktory zaradujeme aj alfu, pričom platí, že:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{F}_{0,t}X_{0,t}, \text{ kde } \hat{F}_{0,t} = \hat{\alpha}_t \text{ a } X_{0,t} = 1 \quad \forall t.$$

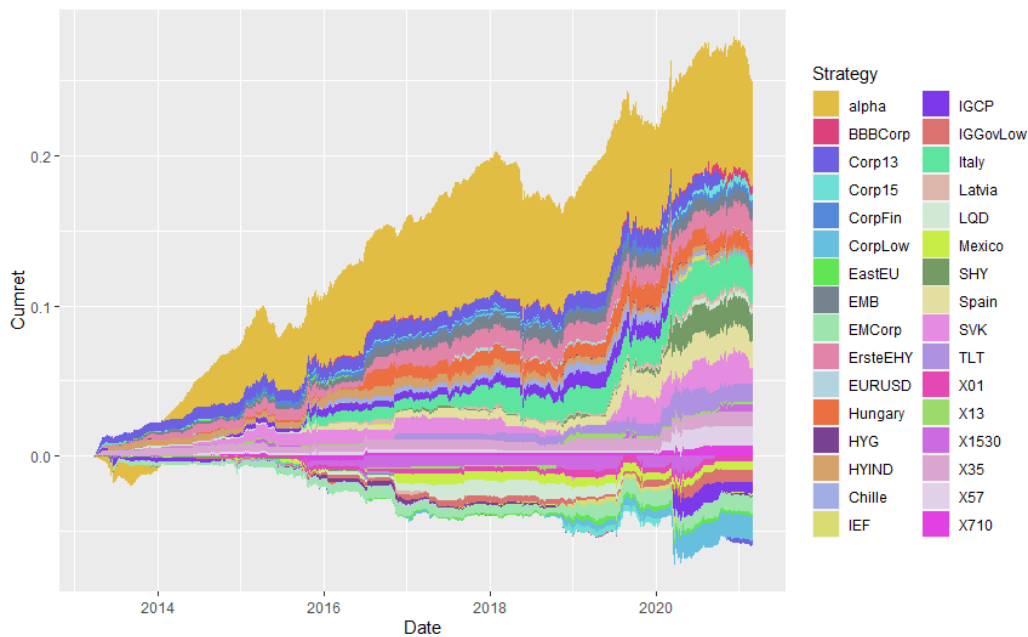
Pre i -ty faktor v čase t definujeme kumulatívnu kontribúciu pomocou jednotkového portfólia nasledovne:

$$\text{cumret}_{i,t} = JP_{i,t} - 1. \quad (2.6)$$

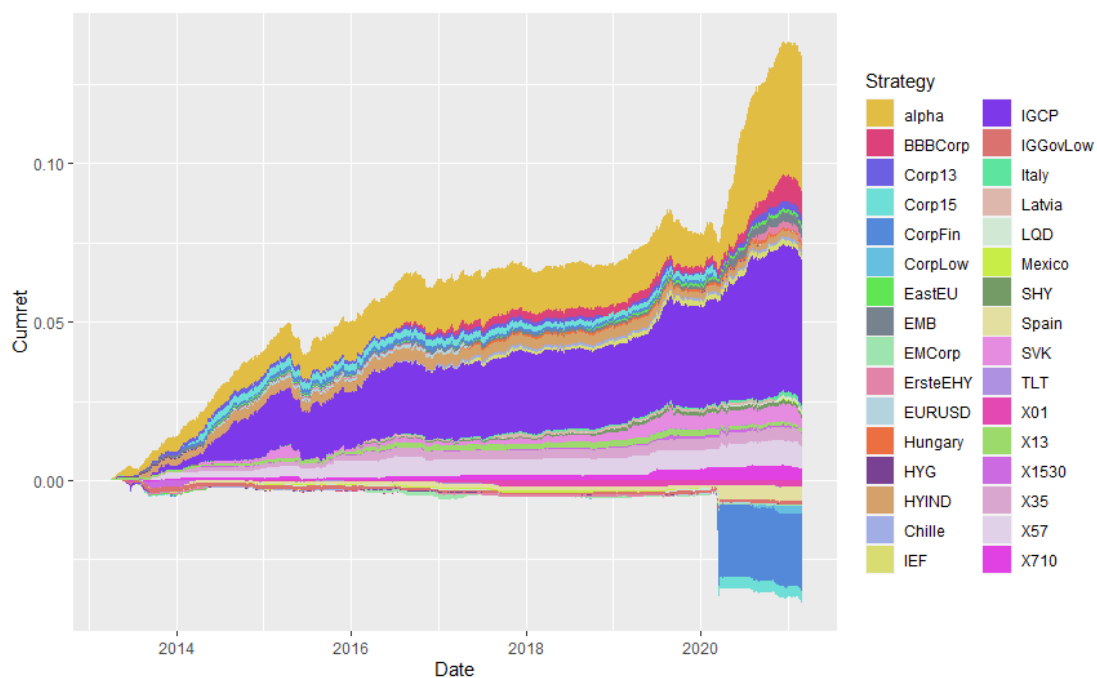
Očakávame, že v prvých rokoch bude hlavnou kontribúciou α , teda nevysvetlený výnos pomocou faktorov, ktorý je však tvorený najmä vkladmi v bankách, čo je známy fakt z polročných či ročných správ dôchodkových fondov (a podporujú to aj výsledky priemerného štandardizovaného výnosu). Teda z pohľadu analýzy nevysvetleného výnosu je dôležité analyzovať mieru nárastu celkovej kontribúcie alfy od časového okamihu kedy začnú vo výraznej miere prispievať k výkonnosti práve dlhopisové faktory. V nasledujúcich Obr. 2.1.10 až 2.1.14 prezentujeme prehľad vývoja kumulatívnych kontribúcií faktorov, ktoré sú špecifické pre každý fond, vzhľadom na faktorovú analýzu. Výsledky sú založené na analýze fondov každých 30 dní pre kratšie obdobie: 22.3.2013 až 3.3.2021, kde nepredpokladáme takú vysokú mieru bankových vkladov.



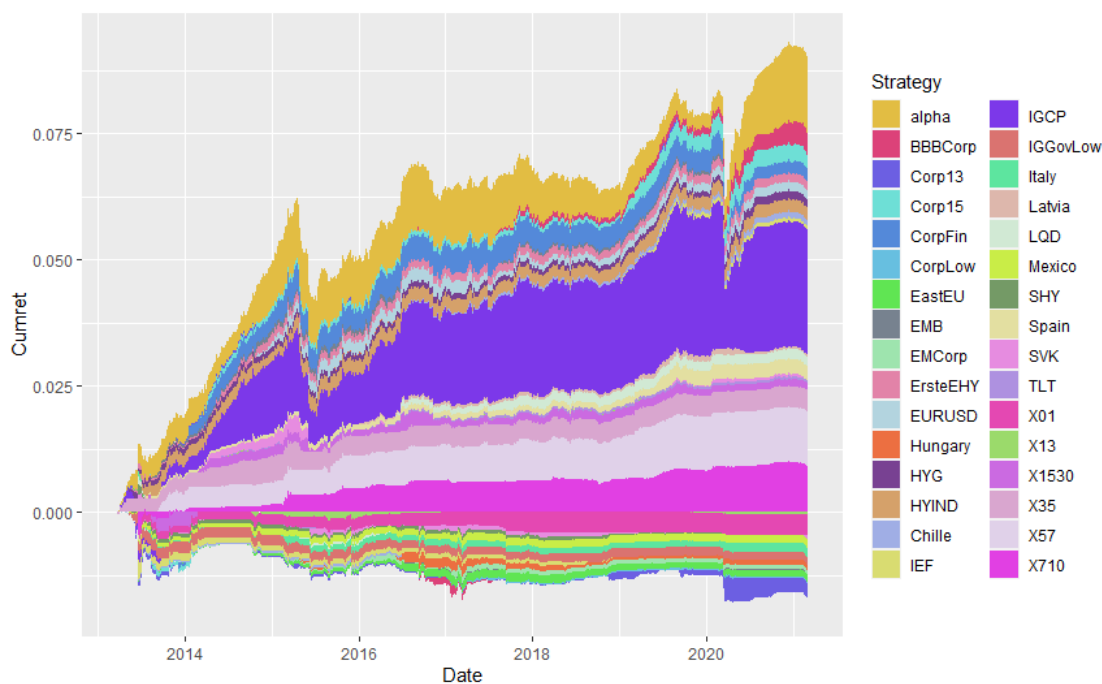
Obrázok 2.1.10 Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu Vúb-Generali (Zdroj: vlastné spracovanie)



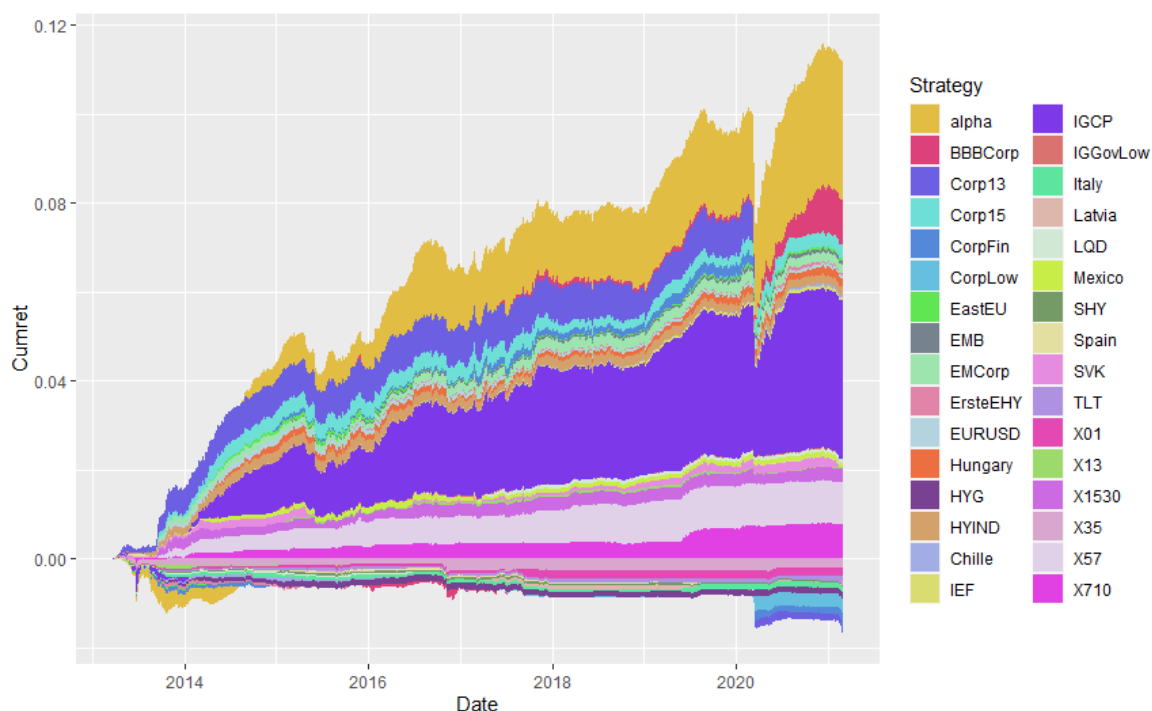
Obrázok 2.1.11 Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu 365 life (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.12 Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu NN (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.13 Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu Uniqa (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 2.1.14 Kumulatívna kontribúcia faktorov fondu Allianz (Zdroj: vlastné spracovanie)

2.2 Alternatívne alokácie dlhopisových fondov

V rámci akademickej diskusie a aj v rámci diskusie medzi finančnými profesionálmi je neutíchajúca téma, či je lepší aktívny alebo pasívny investičný prístup. Najmä v aktuálnom období, kedy sa pasívne investovanie stalo výrazne dostupným pre široké masy ľudí prostredníctvom nízko poplatkových ETF fondov, je táto diskusia veľmi aktuálna. Podľa článku Bessembinder, Cooper a Zhang (2023), pasívne investovanie sa stáva ziskovejším v porovnaní s aktívne spravovanými americkými podielovými fondami. Podiel amerických podielových fondov, ktoré dosahujú vyšší výnos ako index S&P 500, výrazne poklesol za posledných 30 rokov. Podobné výsledky identifikovali aj Dichev a Yu (2011), ktorí skúmali výrazne aktívne hedžové fondy a zistili, že dolárovo-vážene výnosy týchto fondov sú nižšie ako indexu S&P 500. V protiklade je článok Gereakos, Linnainmaa, a Morse (2021), ktorý študoval aktívnych správcov majetku a identifikoval, že aktívni inštitucionálni investori sú schopní a vedia poraziť trh aj v rámci dlhopisového, aj akciového univerza.

My skúmame tému aktívneho a pasívneho investovania v kontexte Slovenských dôchodkových fondov. Práve dlhopisové fondy majú dôležité postavenie na trhu

s dôchodkovými fondami pretože spomedzi akciových, zmiešaných, dlhopisových a indexových fondov majú významný trhový podiel. K 8.3.2024 mali dlhopisové fondy 40,9% podiel na celkovom objeme spravovaného majetku (ADSS, 2024). Toto vysoké číslo je do určitej miery spôsobené politickým rozhodnutím. Keďže klienti boli v minulosti presunutí z rizikovejších akciových fondov práve do bezpečných a garantovaných dlhopisových fondov. Prehľad legislatívnych zmien v slovenskom dôchodkovom systéme uvádzajú Miťková a Mlynarovič (2021).

Od roku 2023 však platí novela vďaka ktorej sa presunutí a pasívni sporitelia presúvajú naspäť do negarantovaných fondov, avšak neplatí to pre starších sporiteľov. V každom prípade, slovenskí investori a sporitelia sú vysoko rizikovo-averzní. Slovenský prieskum investičného správania (Baláž, 2010) ukazuje, že viac ako 70% respondentov považuje finančnú stratu za významne negatívny jav. Navyše iba 7% respondentov v základnej vzorke má predošlé skúsenosti s rizikovejšími (a výnosnejšími) akciovými, zmiešanými alebo realitnými fondami. Približne 80% investorov sú rizikovo-averzní a nie sú ochotní investovať do rizikovejších finančných nástrojov. Väčšina investorov, ktorí veľmi citlivo vnímajú finančnú stratu, by preferovala bezrizikové alebo garantované investície. Z vyššie uvedených dôvodov je detailná analýza garantovaných fondov kľúčová.

Viacerí autori, napríklad Jakubík, Melicherčík, a Ševčovič (2009), Šebo, Melicherčík, Mešťan, a Králik (2017), Fodor a Cenker (2019) alebo Černý a Melicherčík (2020), odporúčajú investovanie do rizikovejších fondov, špeciálne v prípade, kedy je sporiteľ mladý. Dlhopisové fondy by mali byť určené na stabilizáciu celej sporivej fázy, pričom tento aspekt je zachytený aj v aktuálnej, aj predchádzajúcej zákonnej úprave. Na Slovensku je právne zakotvený tzv. lifecycling a sporitelia sporia primárne v negarantovanom fonde, a až pred odchodom na dôchodok je časť ich majetku postupne presúvaná do stabilnejších dlhopisových fondov. Vzhľadom na primárny účel dlhopisových fondov ako stabilizačného prvku celoživotného dôchodkového sporenia, je nevyhnutné skúmať aj riziko v týchto fondoch, aj vzhľadom na ich garancie a neporovnávať len ich výnos. Do istej miery analyzoval garancie v slovenských dôchodkových fondoch Mlynarovič (2011), ktorý skúmal metódu CPPI v kontexte dôchodkových fondov. Článok poskytuje niekoľko simulácií a aplikácií metód zaistenia portfólia, avšak neskúma výkonnosť existujúcich fondov a ich garancií.

Viacerí autori skúmali rôzne benchmarky pre dôchodkové fondy. Šebo, Mešťan, a Králik (2016) skúmali trhové riziko pomocou VaR a Expected shortfall v druhom pilieri slovenského dôchodkového systému. Ako statický benchmark navrhli použiť ETF fond Xtrackers II Eurozone Government Bond 3-5 UCITS ETF a ako dynamický viacero dlhopisových ETF fondov eurozóny. Ódor a Povala (2020) porovnávajú dlhopisové fondy s indexom Bloomberg Barclays Global Aggregate index. Porovnaniu dlhopisových fondov sa venovali aj Mešťan a kol. (2017), ktorí sa sústredili na porovnanie medzi krajinami. Výsledky porovnania podobných dôchodkových systémov Lotyšska, Estónska a Slovenska ukazujú priaznivú výkonnosť slovenských dlhopisových fondov. Na základe Sharpe alebo Sortino pomerov, slovenské fondy prekonávajú ich zahraničné ekvivalenty, špeciálne po veľkej finančnej kríze v roku 2007-2008. Miťková a Mlynarovič (2021) porovnávajú dôchodkové fondy, pričom tento výskum je veľmi podobný nášmu, čo sa týka porovnania reálnych fondov. Odlišnosti spočívajú v metodológii, keďže autori používajú CVaR a konštruujú efektívnu hranicu, a my sa sústreďujeme na výnos, volatilitu, maximálne prepady, a rizikovo-vážené výnosy. Kopa a kol. (2019) taktiež porovnávajú výkonnosť slovenských dôchodkových fondov, ale primárne na základe stochastickej dominancie.

2.2.1 Globálny benchmark dlhopisových fondov

Téma porovnania aktívnej a pasívnej správy rezonuje v celosvetovom meradle a je teda prirodzené, že je aktuálna aj na Slovensku. V kontexte fondov druhého piliera sa venujú porovnaniu aktívne spravovaných fondov s benchmarkami Ódor a Povala (2020). Autori porovnávali akciové aj dlhopisové fondy, my sa ale venujeme nášmu ústrednému záujmu, teda dlhopisovým fondom. Uvedení autori porovnávajú dôchodkové dlhopisové fondy s indexom Bloomberg Barclays Global Aggregate, ktorý reprezentuje pasívnu investíciu, s výnosmi upravenými o náklady na implementáciu vo výške 30 bázičných bodov ročne, respektíve 0,3%. Tento poplatok korešpondoval s maximálnym poplatkom za správu majetku DSS v čase písania štúdie. Keďže tento poplatok bol vo výške 0,3% (zákon č. 43/2004 Z. z.) a ktorý fondy vyberali v maximálnej výške. Je však nevyhnutné poznamenať, že tieto poplatky boli v dôchodkových fondoch v minulosti nastavené na vyššiu úroveň. Prvotne boli nastavené na 0,075% mesačne, následne boli znížené v roku 2007 na 0,065% mesačne a finálne v roku 2013 na 0,025% mesačne respektíve vyššie uvedených 0,3% ročne (Ódor a Povala, 2020). Aktuálny stav systému je taký, že od roku 2023 bol poplatok za správu zmenený na 0,45% s postupným poklesom nasledovne: 0,425% v roku 2024 a od

roka 2025 0,4%. Štúdia nezohľadňuje ani poplatok za výkonnosť, ktorý bol vo výške 10%, tento poplatok bol však od roku 2023 zrušený. Spomínaná štúdia (Ódor a Povala, 2020) sa zameriava na obdobie od marca 2005 po jún 2019 a porovnáva priemerné reálne ročné výnosy (očistené o infláciu) fondov: Aegon (zlúčenie s NN) -0,02%, Allianz -0,14%, Axa (Uniq) -0,29%, Poštová Banka (365 life) 0,63%, NN -0,3% a VÚB-Generali 0,35% s priemerným reálnym výnosom Bloomberg Barclays Global Aggregate 2,5%.

Pri spätných porovnaníach je nevyhnutné uvažovať aj o garanciách (ich možný negatívny dopad na výkonnosť alebo ich plnenie), pričom v minulosti boli garancie nastavené až na tak krátky horizont ako pol roka, čo výrazne obmedzilo investičné možnosti správcov. V minulosti boli fondy do veľkej miery tvorené bankovými vkladmi (ročné a polročné správy o hospodárení dôchodkových fondov). Nesúlad v rozsahu investičných možností (veľa vkladov v bankách kvôli 6-mesačným garanciám) aj v poplatkoch sa snažíme vyriešiť pomocou porovnania pasívnej alokácie do menovo zaisteného indexu Bloomberg Barclays Global Aggregate (očisteného o poplatok za správu ETF fondu 0,1% p.a.) a dostupných fondov na Slovenskom trhu. Menové zaistenie je kľúčové, keďže ide o skutočne globálny index. K 11.4.2024 bolo geografické rozloženie fondu tvorené 39,51% USA, 10,7% Japonskom a 9,58% Čínou. Menové riziko je zo zákona maximálne možné do výšky 5% fondu, teda investície musia byť menovo hedžované do eura. Typicky je index vyjadrený v dolároch, existuje však aj ETF fond, ktorý je menovo zahedžovaný do eura.

Z uvedených dôvodov ďalej skúmame a porovnávame výkonnosť a riziko Slovenských dlhopisových fondov s globálnym benchmarkom, avšak s neskorším začiatkom dátovej vzorky. Finálna vzorka dát na porovnanie siaha od 26.3.2014 až do 26.4.2023, kedy investíciu do indexu simulujeme pomocou fiktívnej dôchodkovej správcovskej spoločnosti. Samotné simulácie začínajú o tri roky skôr, prvé tri roky potrebujeme na korektný výpočet poplatku za výkonnosť a na tejto pred-vzorky výkonnosti reálne neporovnávame. Simulácie obsahujú realistické predpoklady poplatkov pred rokom 2023: poplatok za vedenie účtu: 1% z príspevkov, správcovský poplatok 0,3% a výkonnostný poplatok vo výške 10%, ktorý sa platil iba v prípade, že aktuálna hodnota dôchodkovej jednotky bola vyššia ako trojročné maximum. Od roku 2023 sa zrušil poplatok za výkonnosť aj za správu účtu a správcovský poplatok bol vo výške 0,45%.

V porovnaní s vyššie spomenutým článkom (Ódor a Povala, 2020) nebudeme porovnávať priemerné reálne výnosy. Priemerné výnosy môžu byť skresľujúce, pretože sú nesymetrické.

Napríklad, ak na nominálnej hodnote 100 eur utrpíme stratu 5%, máme 95 eur, avšak výnos 5% nás nevráti na pôvodnú sumu, napriek tomu, že priemerný výnos je 0%. Čo sa týka porovnávania reálnych výnosov, vnímame vplyv inflácie na hodnotu dôchodkov ako dôležitý faktor, avšak nám ide čisto o porovnanie ziskovosti a rizika. Kľúčovým prístupom pri porovnávaní je simulácia fiktívnych dôchodkových fondov. Predpokladáme, že na začiatku má fond čistú hodnotu majetku 100-miliónov eur, fiktívny fond má 150-tisíc sporiteľov a hodnota jednej dôchodkovej jednotky je jedno euro. Taktiež predpokladáme, že počet klientov je konštantný a každý prispieva mesačne príspevok na základe odvodov z hrubej mzdy na starobné dôchodkové sporenie. Fond za príspevky investuje do aktív (globálneho benchmarku) a vydáva ďalšie dôchodkové jednotky pre sporiteľov.

Rok	Hrubá mzda	Kontribúcia do druhého piliera
2011	786	4%
2012	805	4%
2013	824	4%
2014	858	4%
2015	883	4%
2016	912	4%
2017	954	4,25%
2018	1013	4,5%
2019	1092	4,75%
2020	1133	5%
2021	1211	5,25%
2022	1304	5,5%
2023	1407	5,5%

Tabuľka 2.2.1 Hrubá mzda, kontribúcie do druhého piliera počas rokov 2011-2023. Hrubá mzda za rok 2023 bola odhadnutá pomocou lineárneho modelu kde hrubá mzda bola vysvetľovaná konštantou a hrubou mzdou s lagom jeden rok (Zdroj: MPSVR SR, vlastné spracovanie)

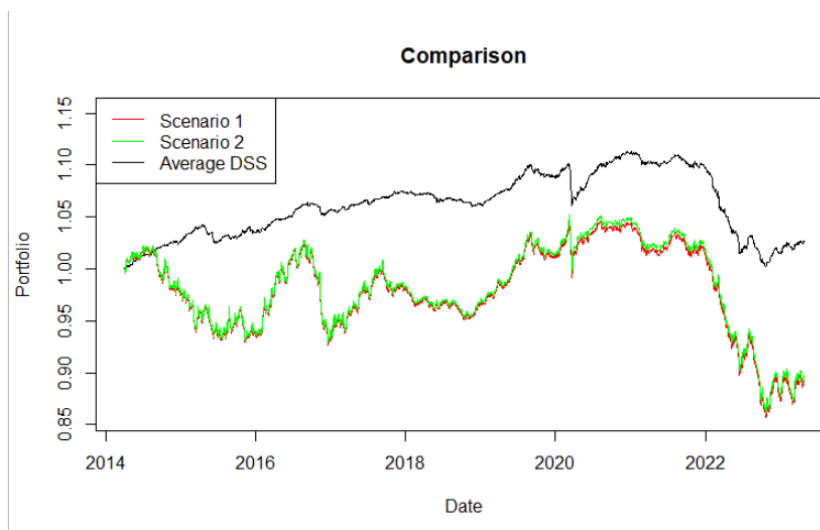
Fiktívny dôchodkový fond, ktorý sleduje globálny index a investuje tak, aby replikoval výkonnosť indexu Bloomberg Global Aggregate Bond má výkonnosť tvorenú totálnym výnosom (zahŕňujúcim kupóny, resp. dividendy pri ETF) tohto indexu do dátumu

21.11.2017. Táto séria výnosov je navyše menovo zahedžovaná pričom náklady na hedžovanie sú odhadnuté ako rozdiel 3-mesačného LIBORu a EURIBORu, keďže index je denominovaný v USD. Od 22.11.2017 je výkonnosť tvorená hedžovaným ETF fondom iShares Core Global Aggregate Bond UCITS ETF. Tento fond presne spĺňa požiadavky na menové hedžovanie a je praktickou možnosťou ako takúto investičnú stratégiu realizovať. Pre porovnanie, v akciových indexových fondoch dôchodkové správcovské spoločnosti využívajú striktné len ETF fondy na sledovanie výkonnosti nimi zvolených benchmarkov. Je bežnou praxou, že pasívne fondy nevyberajú poplatky za výkonnosť (ako poznamenali aj autori spomínanej štúdie), a preto skúmame dva scenáre. Prvý realistický scenár má presne takú istú poplatkovú štruktúru ako mali Slovenské dôchodkové fondy historicky. Druhý scenár neúčtuje žiaden poplatok za výkonnosť a nie je teda spravodlivým porovnaním čistej výkonnosti, avšak realističnejšie modeluje čisto pasívny fond z hľadiska poplatkov. Tieto scenáre porovnávame so slovenskými dlhopisovými dôchodkovými fondami a taktiež aj s teoretickou priemernou DSS, ktorej výkonnosť je tvorená priemernou výkonnosťou všetkých fondov ako reprezentantom systému ako takého. Anualizovanú ročnú výkonnosť, volatilitu a maximálny prepád porovnávame na základe Tabuľky 2.2.2. Tabuľka obsahuje metriky výkonnosti pre všetky garantované dlhopisové fondy dostupné na Slovenskom trhu, oboch scenárov globálneho benchmarku a teoretickej DSS ktorej výkonnosť je tvorená aritmetickým priemerom všetkých DSS na trhu.

Fond	Výnos	Volatilita	MDD
Scenár 1	-1,30	4,26	-18,25
Scenár 2	-1,25	4,27	-18,25
VÚB-Generali	0,46	1,22	-11,34
Allianz	0,11	1,18	-8,77
NN	-0,21	1,45	-11,93
Uniq	0,21	1,01	-4,84
365 life	0,9	2,99	-14,35
Priemerná DSS	0,3	1,29	-10,02

Tabuľka 2.2.2 Porovnanie výkonnosti reálnych a fiktívnych fondov počas obdobia od 26.3.2014 po 26.4.2023. Výnos je anualizovaný kumulatívny výnos, volatilita je prepočítaná na ročnú a MDD označuje maximálny prepád (Zdroj: jednotlivé fondy, Národná banka Slovenska, vlastné spracovanie)

Aktívne spravované fondy by na sledovanom časovom horizonte boli výrazne lepšou investíciou v porovnaní s pasívnym benchmarkom, ktorý by priniesol nižšie a dokonca až záporné výnosy pri vyššej kolísavosti (volatilita). Je nevyhnutné poznamenať, že globálny index má oveľa vyššiu dĺžku ako priemer dôchodkových fondov na Slovensku. Kým dĺžka indexu sa pohybuje nad úrovňou 6 rokov (6,55 bola dĺžka spomínaného ETF fondu k 18.3.2024, zdroj: iShares), dôchodkové fondy mali počas sledovanej vzorky priemernú dĺžku približne 2,5 roka (zdroj: mesačné správy jednotlivých fondov). Práve dĺžku by sme mohli označiť ako jeden z hlavných pilierov zlej výkonnosti indexu vzhľadom na to, že dátová vzorka končí počas obdobia dlhohpisovej krízy, pretože v roku 2022 veľmi prudko narástla úroveň výnosovej krivky. Ako zobrazuje obrázok 2.2.1, výkonnosť zaostávala za priemerom dôchodkových fondov aj pred krízou. V roku 2021 boli oba scenáre na približne rovnakej úrovni ako začali.



Obrázok 2.2.1 Porovnanie výkonnosti scenárov a priemerného dlhohpisového fondu počas obdobia 26.3.2014 po 26.4.2023 (Zdroj: vlastné spracovanie)

2.2.2 Náhodné benchmarky

Podľa Malkiela (2019), „Zaslepená opica, ktorá hádže šípky na finančný servis novín, môže vybrať portfólio, ktoré bude také dobré ako to starostlivo vybrané expertami.“ Jeden názorový smer zastáva názor, že trhy sú efektívne, a je takmer nemožné prekonať pasívne indexové investovanie (Malkiel, 2019). I keď porovnanie opíc a profesionálnych portfólio manažérov sa zdá byť „pritiahnuté za vlasy“, principiálne ide o pseudo-náhodné alokácie

aktív. Rovnako by sme mohli hádzať kockami a vyberať aktíva podľa týchto realizácií náhodnej premennej.

Takéto pseudo-náhodné alokácie nám dávajú motiváciu na porovnanie schopností správcov pomocou nasimulovaných náhodných alokácií. Pomocou viacerých ETF fondov a indexov, ktoré zodpovedajú investičným možnostiam správcov (z hľadiska investičných limitov v dôchodkových fondoch), náhodne vyberáme aktíva tak, aby sme vytvorili 30 000 fiktívnych dôchodkových fondov. Z hľadiska investičného univerza ide o rozšírenú množinu investícií z článku Šebo, Mešťan, a Králik (2016), pretože do univerza zaradujeme aj ostatné Európske, korporátne a neeurópske ETF fondy a indexy.

Naším cieľom je porovnať profesionálnych správcov a zistiť, či profesionáli dosahujú lepšiu výkonnosť a riziko ako náhodné investície. Mešťan, Šebo a Králik (2017) tiež porovnávali dlhopisové fondy ale primárne naprieč krajinami. Výsledky pre porovnateľné systémy v Lotyšsku, Estónsku a na Slovensku poukazovali na priaznivú výkonnosť práve na Slovensku. Slovenské fondy prekonalí svojich konkurentov v oboch krajinách na základe Sharpe alebo Sortino pomerov, najmä po finančnej kríze v 2007-2008. Miťková a Mlynarovič (2021) porovnávali konzervatívne, vyvážené, rastové a indexové fondy. Pričom porovnania autorov sú blízke našim avšak autori konštruovali efektívne hranice, a používali CVaR a výnos v rámci výskumu. My sa zameriavame na výnos, volatilitu, maximálny prepad a rizikovo-vážený výnos. Kopa, Šutienė, Kabasinskas a Mešťan (2019) tiež analyzovali Slovenské dôchodkové fondy ale na základe stochastickej dominancie.

Množina investícií alebo aktíva ktoré môžu byť náhodne vybraté do portfólia obsahuje: ETF fondy ktoré sledujú vládne dlhopisy eurozóny nasledujúcich maturít: 0-1 rokov (X01), 1-3 roky (X13), 3-5 rokov (X35), 5-7 rokov (X57), 7-10 rokov (X710), 15-30 rokov (X1530) od iShares, ETF sledujúce celkový Európsky vládny dlhopisový trh v rámci rôznych maturít a krajín (EU.AGG) od iShares, ETF sledujúce eurové benchmarkové korporátne dlhopisy investičného pásma od iShares (Corp), ETF sledujúce eurové korporátne dlhopisy investičného pásma s kratšou maturitou od 1 až po 5 rokov (Corp15), Bloomberg Euro-Aggregate: Financials Index (CorpFin) ktorý sleduje eurové finančné dlhopisy očistený o poplatok 0,2% ročne ktorý zodpovedá porovnateľnému ETF ktoré tento index sleduje (toto ETF nemá dostatočne dlhé historické dáta), Bloomberg US Aggregate Bond Index (US.AGG) ktoré sleduje vládne a korporátne dlhopisy investičného pásma a je to proxy dlhopisového trhu v USA (Index je očistený o poplatok 0,3% ročne pre porovnateľný ETF

fond), index pre Slovenské štátne dlhopisy (SVK) S&P Slovakia Sovereign Bond Index, index pre Talianske štátne dlhopisy (Italy) Bloomberg Italy Treasury Bond Index, index pre Španielske štátne dlhopisy (Spain) Bloomberg Spain Treasury Bond Index. Indexy na štátne dlhopisy používame ako proxy na dané dlhopisové trhy. Slovenský dlhopisový trh je kľúčový, pretože je to domáci trh pre Slovenské dôchodkové fondy a Španielsko s Talianskom reprezentujú rizikovejšie štátne dlhopisy. Zároveň zaradujeme medzi aktíva aj globálny index už spomínaný v predchádzajúcej podkapitole: Bloomberg Global Aggregate Bond Index (Global). Všetky dlhopisové investície sledujú iba dlhopisy investičného pásma čo je dôležité z hľadiska investičných limitov. Taktiež sú to všetko eurové investície alebo používame ich eurovo-hedžovanú verziu pretože maximálne menové riziko v dlhopisovom fonde je stanovené na 5%. Naviac, v prípade všetkých aktív ide pri výnosoch o takzvané celkové výnosy (resp. „total returns“) a teda reprezentujú aj kupónové platby dlhopisov, čo je nezanedbateľná časť ich výnosu. Používanie výnosov počítaných iba z cien ETF fondov ktoré sú distribučné a časť výnosu vyplácajú vo forme dividendy by pokrivilo výsledky ktoré by nezodpovedali realite.

Tieto simulácie navrhujeme tak, aby náhodné alokácie neobsahovali investície s vyššou duráciou s rovnakou pravdepodobnosťou ako tie s nižšou duráciou. Hlavným dôvodom je, že portfólia s vysokou duráciou by excelovali v prvej časti našej dátovej vzorky avšak na konci, počas krízy by dosahovali veľké straty. Zároveň sa snažíme do istej miery vyhodnotiť schopnosti správcov, a ich výber, kde môžu vyberať aj individuálne dlhopisové investície. V takomto prípade by však mala byť durácia podobná. Vo výsledku alokácie pripúšťajú alokácie do investícií s vysokou duráciou, avšak s nižšou pravdepodobnosťou.

V prvom kroku odhadujeme priemernú duráciu Slovenských garantovaných fondov z mesačných správ a zároveň a uvádzame aj odhady pre ETF fondy a indexy. Používame nasledovné odhady: priemer pre Slovenské fondy: 2,5; X01: 0,5; X13: 1,5; X35: 4; X57: 5,5; X710: 8; X1530: 16; EU.AGG: 7; Corp15: 3; Corp: 4,5; CorpFin: 4; US.AGG: 6; Spain: 7; Italy: 6; Global: 6,5; SVK: 6,5.

Pre náhodné alokácie najprv určujeme váhu j -teho aktíva ako:

$$w_j = \frac{\frac{d_{DSS}}{d_j}}{\sum_{i=1}^{15} \frac{d_{DSS}}{d_i}}, \quad (2.7)$$

kde d_{DSS} je priemerná durácia dlhopisových fondov manažovaná dôchodkovými spoločnosťami a d_j je durácia j -teho aktíva. Následne každá náhodná alokácia (a) je výsledkom dvoch náhodných rozdelení:

$$n_i = u_i s_i, \quad (2.8)$$

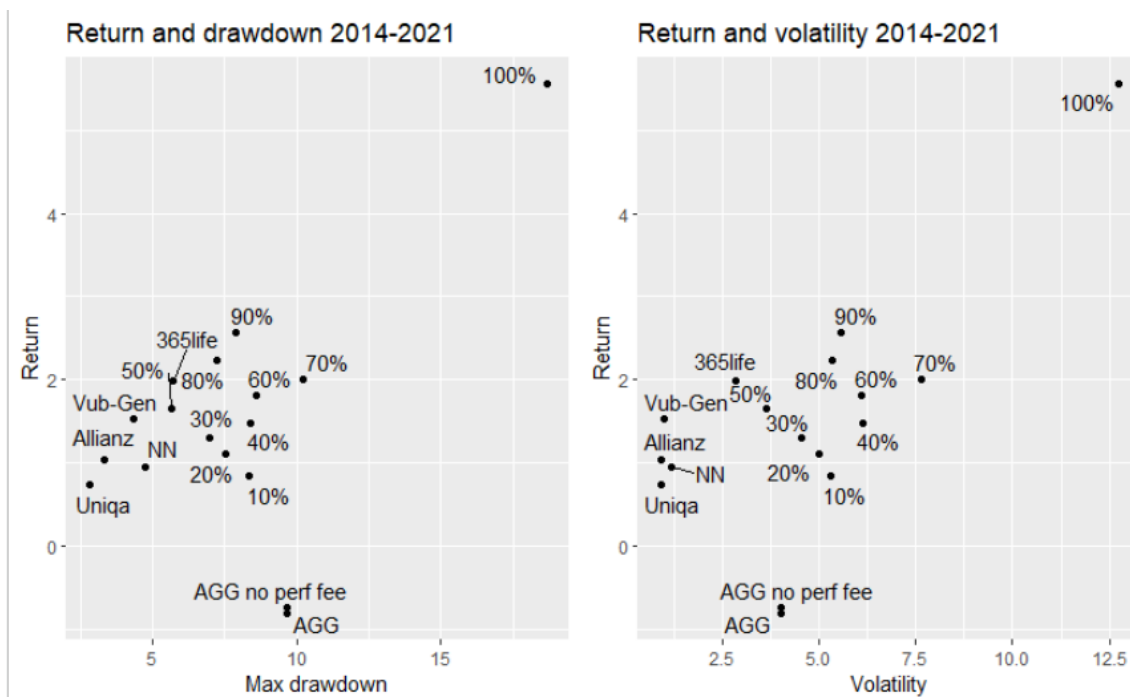
$$a_i = \frac{n_i}{\sum_{j=1}^m n_j}, \quad (2.9)$$

kde u je vektor dĺžky rovnnej počtu inštrumentov, a každá zložka má rovnomerné (0,1) rozdelenie, s je vektor s dĺžkou rovnou počtu inštrumentov a j -ta zložka má alternatívne rozdelenie s hodnotami buď 0 s pravdepodobnosťou $1 - w_j$ alebo 1 s pravdepodobnosťou w_j .

Vektor s teda slúži na náhodný výber inštrumentov do portfólia pričom zohľadňuje aj duráciu, vektor u zabezpečuje náhodnú váhu každého aktíva v portfóliu. Následne tieto alokácie len preškálujeme tak, aby v súčte mali váhu 100%.

Na základe uvedených vzťahov generujeme 30 000 náhodných alokácií a fiktívnych dôchodkových fondov s realistickými poplatkami, a predpokladmi ako v sekcii 2.2.1. Následne určíme relatívne poradie každého fiktívneho dôchodkového fondu na základe kumulatívneho výnosu počas dvoch období: od 26.3.2014 po 31.12.2021 a od 1.1.2022 po 26.4.2023. Naše dáta siahajú do roku 2011, avšak minimálne trojročnú prvotnú výkonnosť potrebujeme na férové vyčíslenie poplatkov za výkonnosť. Roky 2014 až 2021 môžeme charakterizovať ako býčí trh na dlhopisoch iba s krátkou korona krízou po ktorej však nastal rýchly návrat na pôvodné hodnoty. Naopak, druhá časť dátovej vzorky môže byť charakterizovaná ako medvedí trh pretože výnosové krivky prudko narástli a aj sa invertovali.

Pre účely analýzy výkonnosti sa pozeráme na 3000-ty, 6000-ty,...,30000-ty najlepší fond respektíve najlepšiu stratégiu. Tieto stratégie značíme ako 10%, 20%, ..., 100% keďže platí, že stratégia označená ako 10% má výnos lepší alebo rovný ako 10% všetkých stratégií.

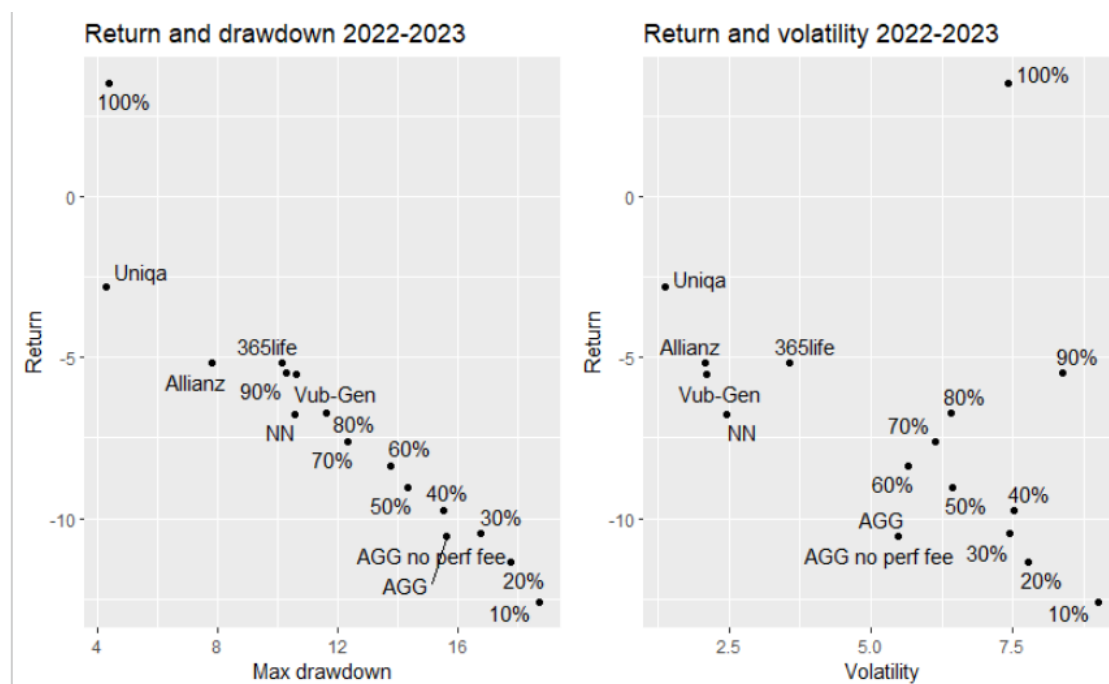


Obrázok 2.2.2 Porovnanie výkonnosti, volatility a maximálneho prepadu pre fiktívne a reálne dôchodkové fondy počas obdobia od 26.3.2014 po 31.12.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok 2.2.2 ukazuje, že v predkrízovom období porovnanie fondov manažovaných správcovskými spoločnosťami záleží od konkrétneho fondu. Aktívne spravované fondy sú menej rizikové. Z pohľadu výnosu bol najvýnosnejší fond 365.life, pričom výnos bol lepší ako 60% náhodných alokácií. Druhý najlepší bol fond VÚB Generali, s výnosom mierne pod piatym decilom. Ostatné spoločnosti mali výnos pod druhým decilom, riziko bolo významne nižšie pre všetky Slovenské dôchodkové fondy.

Napriek tomu, že výnosy dôchodkových fondov v priemere neboli vyššie ako náhodné alokácie počas obdobia 2014 až 2021, riziko bolo nižšie, ktoré sa materializovalo počas krízy ako zobrazuje Obrázok 2.2.3. Z pohľadu výnosu boli aktívne spravované fondy lepšie ako 70% náhodných alokácií a taktiež aj riziko bolo nižšie ako väčšina náhodných alokácií. Dáta taktiež ukazujú jednu zaujímavosť. Najlepší fond sa kompletne otočil a kým v dobe klesajúcich výnosov bolo najlepšou náhodnou alokáciou držať 100% Európskych dlhopisov s dlhou duráciou a splatnosťou 15-30 rokov, v dobre rastúcich výnosov bolo naopak najlepšou alokáciou mať 100% v krátkodobých štátnych dlhopisov s maturitou 0 až 1 rok. Tieto alokácie výborne demonštrujú fakt, že fixné alokácie môžu byť málo flexibilné. Dlhopisy s najdlhšou duráciou zvyknú dosahovať aj najvyšší výnos pretože pri normálnom tvare výnosovej krivky je investor odmenený za tzv. „term premium“ a teda to, že je ochotný

požičať svoje peniaze na dlhú dobu. Naopak, bezpečné ale krátke dlhopisy prinášajú len malé zisky v rastových obdobiach ale vedia ochrániť portfólio v časoch kríz. Keďže nárast výnosov ich kvôli nízkej durácií až tak neznehodnotí a následne z týchto vyšších výnosov aj profitujú.



Obrázok 2.2.3 Porovnanie výkonnosti, volatility a maximálneho prepadu pre fiktívne a reálne dôchodkové fondy počas obdobia od 1.1.2022 po 26.4.2023 (Zdroj: vlastné spracovanie)

2.2.3 Zhodnotenie porovnaní

Výsledky naznačujú, že pasívna alokácia v dlhopisových fondoch nie je univerzálnym riešením spravovania investícií v slovenských garantovaných dôchodkových fondoch. V prvom rade si ako sporitelia, odborníci či politici musíme uvedomiť, čo od dlhopisových fondov očakávame. Všeobecný konsenzus je, že sporitelia by v mladom veku mali byť v rizikovejších a výnosnejších fondoch s akciovými alokáciami. Krátko pred začatím poberania dôchodku by však malo nastať obdobie stabilizácie investície, prípadne by sa mal meniť pomer akcií a dlhopisov v prospech dlhopisov so stúpajúcim vekom. Túto skutočnosť zohľadňuje práve aj nová predvolená investičná stratégia: sporitelia sú automaticky v najrizikovejších indexových fondoch, ktoré majú najvyššiu a prakticky 100% akciovú

zložku. Následne po päťdesiatom roku života, pričom tento vek je naviazaný na dôchodkový vek a teda aj na očakávanú dĺžku dožitia, sa investície z indexového fondu začnú presúvať vo výške 4% ročne. Dlhopisový fond je teda určený hlavne na stabilizáciu celého sporenia, to bol však prípad aj pred legislatívnou zmenou ktorá začala platiť vo roku 2023. Predchádzajúci systém presúval 10% ročne od veku 52 rokov. Navyiac, v systéme sú už dlhodobé garancie pre ktoré je nevyhnutné uvažovať o riziku ako ukazujeme v tretej kapitole.

Z pohľadu porovnaní sú aktívne spravované dlhopisové fondy ľahko prekonané väčšinou náhodných alokácií z pohľadu výnosu, avšak náhodné alokácie sú výrazne rizikovejšie. Ak teda očakávame maximálnu stabilitu investícií, aktívny manažment sa zdá byť opodstatnený. V prípade, že očakávame vyššie výnosy, musíme byť ochotní podstúpiť vyššie riziko, ktoré z pohľadu garancií ani nemusí byť vôbec možné vo fondoch podstúpiť.

Výsledky poukazujú na to, že aj široko-diverzifikovaná investícia v podobe globálneho indexu by nebola správnym rozhodnutím ako manažovať dlhopisové investície. Výnos by bol výrazne nižší ako v prípade všetkých štandardných fondov, pri vyššej volatilita aj maximálnom prepade. Ak sa teda pozrieme na index Bloomberg Barclays Global Aggregate ako benchmark pre dôchodkové správcovské spoločnosti (aj pri minimalizovaných poplatkoch za správu), všetky fondy ho boli schopné prekonať za posledné roky. V tomto prípade je to najmä problém vyššej durácie a geografickej rozmanitosti daného indexu ktorá potom vyžaduje menové hedžovanie. Vo všeobecnosti sa nedá povedať, že by bol daný index zlou investíciou, v čase nulových až záporných sadzieb však niesol iba minimálny výnos do splatnosti a vysokú duráciu – čo je v prípade garancií veľmi nežiadúca investícia.

3 Riziko a garancie dlhopisových fondov

Výnos je veličina ktorá je v centre záujmu väčšiny investorov. Napokon investovanie je činnosť pri ktorom investor prepožičiava kapitál a očakáva, že sa kapitál zhodnotí. Nie pre každého investora je výnos jedinou veličinou ktorá ho zaujíma a investícia by mala zodpovedať individuálnej rizikovej averzii daného jedinca resp. entity. Typickým príkladom je, keď investor preferuje štátne dlhopisy pred korporátnymi, dlhopisy investičného pásma oproti tým z neinvestičného alebo korporátne dlhopisy pred akciami daných firiem. Riziko je širší pojem a môže ísť o riziko úplnej straty kapitálu, napríklad v prípade bankrotu firmy ktorej akcie držíme alebo aj dlhopisu v závislosti od jeho seniority. Matematicky je bežné modelovať a merať riziko pomocou veličín ako volatilita, maximálny prepád, Value at Risk či citlivosť voči trhu alebo iným faktorom (samozrejme aj riziko bankrotu a kompletnej straty investície sa dá matematicky modelovať aj vyjadriť – napríklad 100% maximálnym prepádom).

Práve riziko považujeme za veľmi kľúčový aspekt garantovaných dlhopisových dôchodkových fondov na Slovensku. Slovenský systém už dlhodobo obsahuje v dlhopisových fondoch nejakú formu garancií a práve riziko, kolísavosť či prepady dôchodkovej jednotky môžu spôsobiť aktiváciu garancií. Aktivácia garancií je nežiadúca v prvom rade pre správcovskú spoločnosť pretože musí doplácať z vlastných zdrojov. Zároveň je aktivácia garancie neprijemná aj pre sporiteľa, keďže to poukazuje na veľmi zlú výkonnosť investície. Z týchto dôvodov je samozrejmé, že riziko dôchodkových fondov je veľmi dôležitým aspektom.

I keď intuícia napovedá, že riziko by malo byť v garantovaných fondoch čo najnižšie, je to len domnienka. V nasledujúcej kapitole preto modelujeme riziko a následne vyplácanie garancií tak, aby sme pochopili dynamiku rizika v garantovaných fondoch a jeho súvislosť s doplácaním kvôli garanciám. Cieľom kapitoly je ukázať, že vnímanie investície len z pohľadu výnosu nie je v garantovaných fondoch ideálne a riziko by nemalo byť opomínané. Na teoretickom príklade sme už načrtli prečo je riziko kľúčové (Tabuľka 1.1.2) aj z pohľadu sporiteľa, aj správcovskej spoločnosti. V nasledujúcej kapitole skúmame garancie v podrobnom simulačnom modeli, ktorý čo najvernejšie zachytáva realitu. Porovnáваме nový aj starý systém garancií a vyčíslujeme vyplácanie garancií pri rôznych úrovniach rizika, aj výnosu.

3.1 Systém garancií

Prvý krát vstúpili garancie do platnosti od 1.7.2009 a dotkli sa všetkých typov fondov (dlhopisových, zmiešaných aj akciových – indexové v tom čase ešte neexistovali). Prvé garancie boli veľmi krátkodobé a to na šesť mesačnom horizonte, čo efektívne zmenilo fondy na fondy krátkodobých investícií ako sme písali v druhej kapitole.

Od 1.4.2012 došlo k zmene garancií (ale už iba pre dlhopisový fond) a fond mal garantovať 5-ročnú výkonnosť. Bolo definované 5-ročné sledovacie obdobie a ak v tom období prišlo k poklesu hodnoty dôchodkovej jednotky, správcovská spoločnosť mala povinnosť doplniť majetok do fondu vo výške absolútnej hodnoty súčinu poklesu hodnoty dôchodkovej jednotky a priemernej čistej hodnoty majetku vo fonde za sledované obdobie. Nové sledované obdobie začalo plynúť vždy 1. januára. Dopĺčanie za jedno 5-ročné obdobie je teda možné definovať nasledovne:

$$D = \begin{cases} \left| \left(\frac{\overline{DJ}_{60}}{\overline{DJ}_1} - 1 \right) \times \overline{NAV}_{1:60} \right| & \text{ak } \frac{\overline{DJ}_{60}}{\overline{DJ}_1} < 1, \\ 0 & \text{inak} \end{cases}, \quad (3.1)$$

kde $\overline{DJ}_t$ je aritmetický priemer hodnoty dôchodkovej jednotky v t -tom mesiaci a $\overline{NAV}_{1:60}$ je priemer čistej hodnoty majetku vo fonde počas celého 60-mesačného obdobia.

K 1.1.2013 došlo k ďalšej zmene garancií a reálne 5-ročné garancie nikdy neplatili. Od 1.1.2013 mali fondy garantovať 10-ročnú výkonnosť pričom garancie boli zadefinované rovnako ako 5-ročné, len sa zmenilo sledovacie obdobie z piatich rokov na desať. Dopĺčanie za jedno 10-ročné obdobie je teda možné definovať nasledovne:

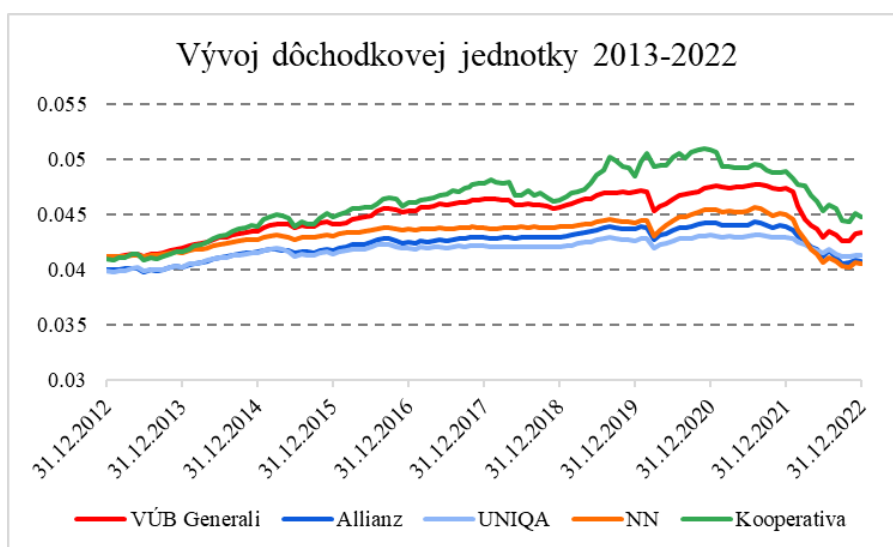
$$D = \begin{cases} \left| \left(\frac{\overline{DJ}_{120}}{\overline{DJ}_1} - 1 \right) \times \overline{NAV}_{1:120} \right| & \text{ak } \frac{\overline{DJ}_{120}}{\overline{DJ}_1} < 1, \\ 0 & \text{inak} \end{cases}, \quad (3.2)$$

kde $\overline{DJ}_t$ je aritmetický priemer hodnoty dôchodkovej jednotky v t -tom mesiaci a $\overline{NAV}_{1:120}$ je priemer čistej hodnoty majetku vo fonde počas celého 120-mesačného obdobia. Prvé sledované obdobie malo skončiť na konci roku 2022. Reálne však žiadne vyhodnocovanie nenastalo, pretože 10-ročné garancie boli zrušené a od 1.1.2023 začali platiť individuálne garancie. Napriek tomu, že garancie reálne nikdy neboli vyhodnotené, keďže krátko pred ich prvým vyhodnocovaním sa zmenil zákon, tieto garancie vyhodnocujeme v Tabuľke 3.1.1 a pre názornosť ukazujeme aj vývoj dôchodkovej jednotky každého fondu počas daného 10-ročného obdobia na Obrázku 3.1.1. Zmena hodnoty dôchodkovej jednotky definovanej na základe vzťahu (3.2) by bola kladná pre všetky fondy okrem fondu NN. Ten dosiahol

záporný podiel priemernej hodnoty v 120. mesiaci a priemernej hodnoty v 1. mesiaci vo výške -0,85%. To by malo za následok doplácanie vo výške 6,57 milióna eur z vlastných zdrojov spoločnosti. Zmenou zákona sa ale žiadne doplácanie neuskutočnilo.

	Allianz	Kooperativa	NN	UNIQA	VÚB Generali
Priemer 1. mesiac	0,04000	0,04100	0,04117	0,03987	0,04114
Priemer 120. mesiac	0,04093	0,04517	0,04082	0,04135	0,04369
Priemerné NAV	2 012 123 306,59	334 862 262,58	776 900 776,32	1 479 105 697,69	984 810 581,34
Zmena hodnoty DJ	2,32%	10,17%	-0,85%	3,71%	6,20%
Doplácanie	0	0	6 574 462,47	0	0

Tabuľka 3.1.1 Vyhodnotenie prvého 10-ročného garančného obdobia počas obdobia 1.1.2013 až 31.12.2022 (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 3.1.1 Vývoj dôchodkových jednotiek dlhopisových fondov počas prvého 10-ročného sledovaného obdobia (Zdroj: vlastné spracovanie)

Do roku 2023 platili 10-ročné garancie a tzv. life-cycling prístup, kde sa investície sporiteľa postupne stávali konzervatívnejšími s rastúcim vekom tak, že sa presúvalo 10% majetku z negarantovaných fondov do garantovaného každý rok od 52. roku života. Literatúra k life-cyclingu je pomerne bohatá, napr. Samuelson (1969), Cairns a kol. (2006) alebo Černý a Melicherčík (2020). Od roku 2023 sa zaviedli individuálne garancie v dlhopisových fondoch a to tak, že dôchodková správcovská spoločnosť garantuje sporiteľovi to, že mu vyplátí minimálne výšku príspevkov sporiteľa do dlhopisového fondu, respektíve nezápornú výkonnosť. Spoločnosť garantuje sporiteľovi majetok, ktorý je tvorený z príspevkov na starobné dôchodkové sporenie a taktiež aj presunutý majetok v rámci presunov z negarantovaných fondov do garantovaných alebo majetok ktorý bol presunutý do

dlhopisového fondu v rámci prestupu sporiteľa z inej dôchodkovej správcovskej spoločnosti. Garancia naopak zaniká, ak sporiteľ prestúpi z dlhopisového fondu do iného fondu alebo do inej spoločnosti. Garancia môže byť aktivovaná iba pri výplate nasporenej sumy. Od roku 2023 zároveň platí aj nová predvolená investičná stratégia (PIS), ktorá spravila z indexového fondu predvolený fond a priniesla povinnosť pre každú spoločnosť spravovať indexový fond. Zároveň sa upravil aj life-cycling, kde sa presúvajú každý rok 4% majetku z indexového fondu do dlhopisového počínajúc od 50. roku života (aktuálna hodnota, táto hodnota sa bude postupne zvyšovať, pretože je naviazaná na dôchodkový vek, ktorý je naviazaný na očakávanú dĺžku dožitia). Garancie sa touto zmenou zákona stali adresnejšími, lebo platia individuálne pre každého sporiteľa a nie na celý fond. V prípade minulých garancií by mohla nastať situácia, kedy by sporiteľ bol vystavený zápornej výkonnosti ale dostal by vyplatené svoje prostriedky ešte pred tým ako by bola prislúchajúca garancia aktivovaná a doplatená. Naopak, z tejto garancie by mohol profitovať sporiteľ, ktorý došiel až po výraznom poklese. Nový sporiteľ by reálne v minulosti neznášal zápornú výkonnosť, iba by z nej v budúcnosti profitoval. Zmena zákona sa týkala aj výplatnej fázy, tá mala byť posunutá až od roku 2025. V roku 2023 a 2024 stále platí stará výplatná fáza, kde si sporiteľ mohol vybrať medzi jednorazovým programovým výberom, zakúpením doživotnej alebo dočasnej anuity v komerčnej poisťovni, alebo si zvoliť inú frekvenciu platieb priamo od správcovskej spoločnosti. To ale prakticky znamená, že vyplatenie zo strany správcu bolo jednorazové (presunom peňazí do poisťovne alebo priamym vyplatením sporiteľovi) a individuálne garancie boli aktivované ihneď pri odchode na dôchodok jednorazovo. Reálne teda došlo k prvým doplácaniam kvôli garanciám zo strany správcov. Keďže sa jedná o individuálnych sporiteľov, ktorí odchádzajú na dôchodok, doplácania sú v nižšej sume. Intuitívne teda individuálne garancie prinášajú častejšie doplácania v nižších čiastkach oproti garanciám na celý fond. Túto intuíciu podporujeme modelom a výpočtami v nasledujúcich podkapitolách.

Od 1.1.2025 by mala platiť aj nová výplatná fáza, ktorá sa priamo týka garancií. Sporiteľov majetok sa pri dosiahnutí dôchodkového veku rozdelí na dve polovice. Tá prvá bude použitá na výplatu mesačného programového výberu počas obdobia, ktoré sa určí ako polovica mediánu očakávanej dĺžky dožitia vo veku, kedy človek začne poberať dôchodok počas obdobia posledných 7 rokov. Táto polovica mediánu približne zodpovedá 10 rokom. V tomto prípade bude spoločnosť potenciálne doplácať na konci výplaty tohto programového výberu, ak už nebudú prostriedky na ďalšiu výplatu (sporiteľ musí dostať minimálne sumu svojich

príspevkov). V jednoduchom príklade, ak by polovica majetku sporiteľa mala výšku 1000 eur a príspevky 990 eur, sporiteľ musí dostať minimálne 990 eur bez ohľadu na ďalšiu výkonnosť fondu. Ak by polovica majetku sporiteľa mala výšku 1000 eur ale prislúchajúce príspevky by boli vo výške 1100 eur, sporiteľ by musel dostať minimálne 1100 eur.

Druhá polovica majetku je určená na zakúpenie doživotného dôchodku po skončení vyplácania programového výberu a aj na túto kúpu sa vzťahuje garancia. Sporiteľ má nárok na zakúpenie dôchodku minimálne vo výške prislúchajúcich príspevkov/presunov majetku. Poznamenávame, že garancie platia iba na povinné príspevky a nie na dobrovoľné. Našou druhou poznámkou je, že v čase písania práce by neoficiálne mal byť posunutý začiatok novej výplatnej fázy až na rok 2026. Napriek tomu simulujeme aj tento nový systém pretože v takomto systéme ostávajú prostriedky vo fonde dlhšie, čím sa predlžuje investičný horizont a intuitívne by malo byť dopĺňanie menšie. Aj túto intuíciu potvrdzujeme na základe výsledkov v neskoršej časti práce.

Simulácie tvoríme na 25 rokov dopredu (300 mesiacov) počínajúc od začiatku roka 2023, teda simulujeme dlhú budúcnosť celého systému.

3.2 Predpoklady simulačného modelu

V nasledujúcej podkapitole uvedieme všetky predpoklady a aspekty simulačného modelu. Vysvetľujeme, akým procesom je tvorená výkonnosť v dlhopisovom a indexovom fonde, aké demografické predpoklady používame na pravdepodobnosti úmrtia a očakávané dĺžky života, aký rast mzdy predpokladáme pre jednotlivca aj pre priemernú hrubú mzdu v hospodárstve, ako generujeme náhodne mzdy. Vysvetľujeme aj samotné fungovanie dôchodkového sporenia: výšku odvodu, presuny majetku z indexového do dlhopisového fondu kvôli life-cyclingu a podobne.

3.2.1 Výkonnosť

Predpokladáme, že mesačná výkonnosť indexového aj dlhopisového fondu sa vyvíja mesačne, na základe geometrického Brownovho pohybu (Samuelson, 1965 a Black a Scholes, 1973), teda pre vývoj ceny platí:

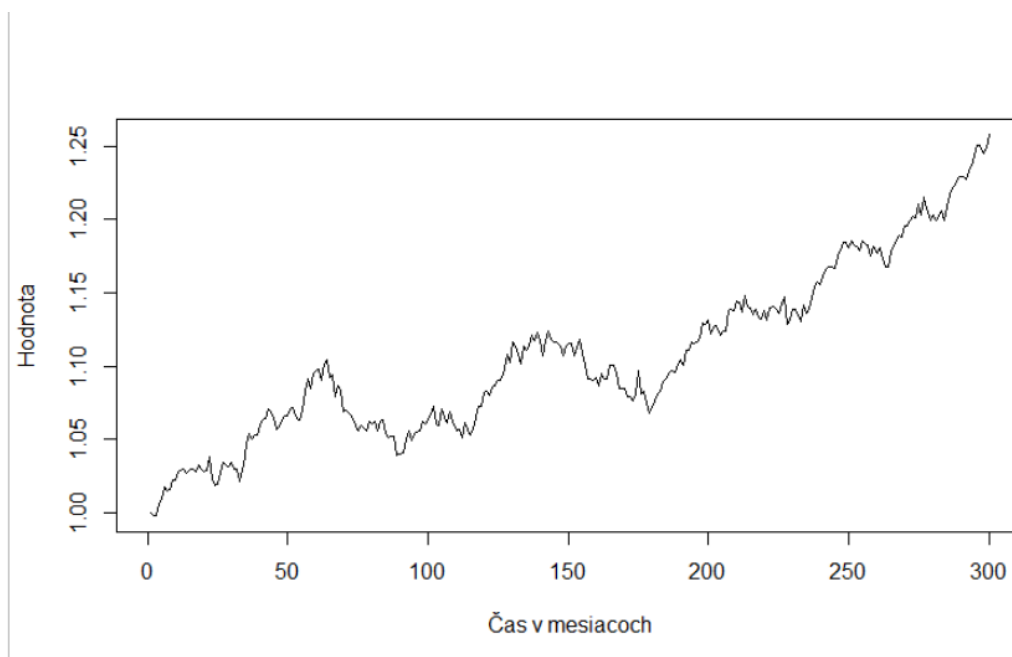
$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\mu \Delta t - \frac{1}{2} \sigma^2 \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} N}, \quad (3.3)$$

kde μ je drift, σ volatilita, Δt je čas (jeden mesiac) a $N \sim N(0,1)$. Keďže $\Delta t = 1$, vzťah (3.3) môžeme zapísať ako:

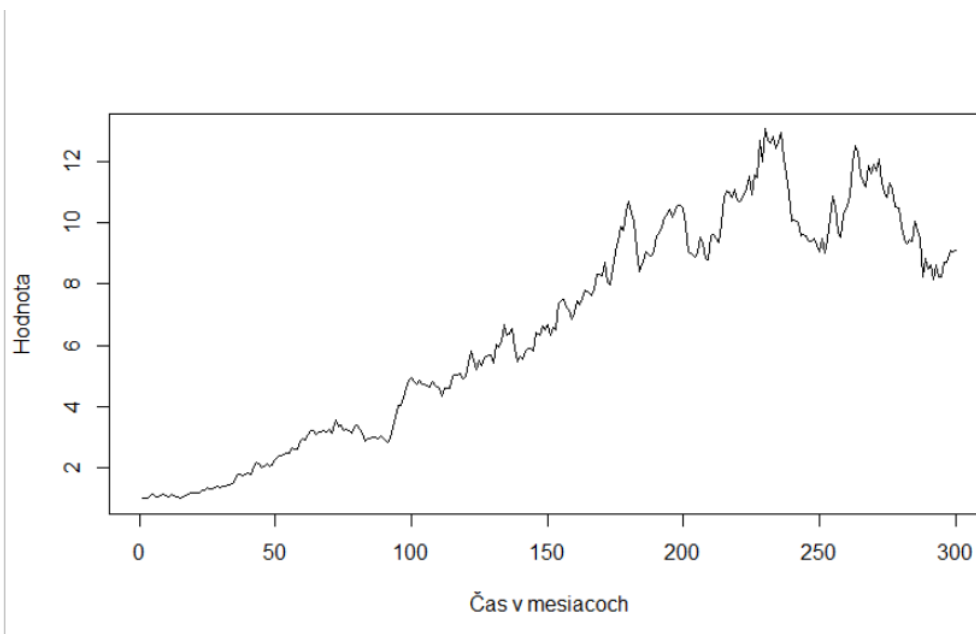
$$S_{t+1} = S_t e^{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma N} . \quad (3.4)$$

Pre indexový fond predpokladáme, že sa vyvíja podľa globálnych akcií, pretože štyri z piatich indexových fondov sledujú index MSCI World. Drift pre indexový fond sme odhadli na základe Developed market factoru z dátovej knižnice Kennetha Frencha. Drift je rovný priemernému mesačnému výnosu trhového faktora (výnosu trhu) počas obdobia júl 1990 až august 2023. Volatilitu sme taktiež odhadli na základe trhového faktora pre vyspelé trhy ako štandardnú odchýlku mesačných výnosov. Pre indexový fond budeme pracovať s mesačným driftom 0,71% a volatilitou 4,39%, čomu zodpovedá ročný drift 8,52% a volatilita 15,24%. Pre dlhopisový fond uvažujeme nad viacerými scenármi a to kombináciou ročného driftu vo výške 1%, 2%, 3% a 4%, a ročnej volatility vo výške 1%, 2%, 4% alebo 6% (ročné hodnoty sú lepšie intuitívne uchopiteľné vo výpočtoch používame prepočítané mesačné ekvivalenty).

Pre každú kombináciu driftu a volatility simulujeme 150 scenárov vývoja dlhopisového fondu, dokopy máme teda 2400 simulácií. Rovnaký počet simulujeme aj pre indexový fond. Príklad vývoja dlhopisového fondu ukazuje Obr. 3.2.1 a indexového Obr. 3.2.2.



Obrázok 3.2.1 Príklad vývoja dlhopisového fondu počas obdobia 300 mesiacov s ročným driftom 1% a volatilitou 2% (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 3.2.2 Príklad vývoja indexového fondu počas obdobia 300 mesiacov s ročným driftom 8,9% a volatilitou 15,24% (Zdroj: vlastné spracovanie)

Od výkonnosti treba odpočítať poplatok za správu. Hodnota poplatku za správu je v zákone nastavená na dlhodobú úroveň 0,4% zo spravovaného majetku od roku 2025 – preto aj my budeme používať práve túto hodnotu. Poplatky za výkonnosť alebo za vedenie účtu boli zrušené od roku 2023.

3.2.2 Demografia

Pri tejto podkapitole sme čerpali najmä z monografie Potocký (2012). Vzhľadom na to, že simulujeme vývoj celého systému, nezaobídeme sa bez demografických dát a predikcií. Historické dáta o stredných budúcich dĺžkach života sme prevzali zo Štatistického úradu Slovenskej republiky z úmrtnostných tabuliek. Predikciu slovenskej mortality sme prevzali z Eurostatu pre roky 2022 až 2100. Z dôvodu povinného vstupu do systému od roku 2023 potrebujeme aj dáta o počtoch mladých ľudí. Budeme predpokladať, že mladí ľudia vstupujú do systému ako 20 roční a predikcie berieme taktiež z Eurostatu pre roky 2022 až 2100 (prvá účasť na systéme starobného dôchodkového sporenia vzniká pri prvom vstupe na trh práce a nie nevyhnutne len z práce na trvalý pracovný pomer).

Predikcie úmrtnosti obsahujú pravdepodobnosti úmrtia pre mužov a pre ženy pre jednotlivé veku od 0 po 100, pravdepodobnosť úmrtia do jedného roka osoby vo veku x budeme značiť ako q_x , v práci nerozlišujeme medzi mužom a ženou a pre spoločnú populáciu modelujeme pravdepodobnosť úmrtia ako priemer pravdepodobnosti úmrtia pre ženy a pre mužov. Pravdepodobnosti úmrtia do roka priamo definujú aj pravdepodobnosti prežitia najbližšieho roka pre x -ročnú osobu:

$$p_x = 1 - q_x . \quad (3.5)$$

Ďalej je nevyhnutné zadať pravdepodobnosť, že x -ročná osoba prežije najbližších t rokov:

$${}_t p_x = \prod_{i=0}^{t-1} p_{x+i} . \quad (3.6)$$

V stochastickom modeli prežívania je ${}_t p_x$ zhodné s funkciou prežívania $S_x(t)$ a stredná budúca dĺžka života e_x osoby vo veku x sa počíta ako:

$$e_x = \int_0^{\infty} {}_t p_x dt . \quad (3.7)$$

Budeme predpokladať, že pre neceločíselné časy v intervale $(0; 1)$ je pravdepodobnosť prežitia najbližších t rokov závislá od času t a platí:

$${}_t p_x = \frac{p_x}{1 - (1-t)(1-p_x)} . \quad (3.8)$$

Strednú budúcu dĺžku života odhadujeme na základe vzťahov (3.6) a (3.7) nasledovne:

$$\int_0^{\infty} {}_t p_x dt \approx \sum_i {}_i p_x \times \Delta i, \quad (3.9)$$

kde i volíme s krokom o veľkosti 0,001 až po maximálny vek. Príkladom takej množiny je napríklad $\{50; 50,001; 50,002; \dots; 100\}$.

Stredná budúca dĺžka života je kľúčová na výpočet dôchodkového veku ktorý je určený zákonom č. 461/2003 Z. z. (Zákon o sociálnom poistení). Pre poistencov narodených v roku 1960 až 1966 ho definuje Príloha č. 3a uvedeného zákona (Tab. 3.2.1).

Rok narodenia poistenca	Dôchodkový vek
1960	63r
1961	63r 2m
1962	63r 4m
1963	63r 6m
1964	63r 8m
1965	63r 10m
1966	64r

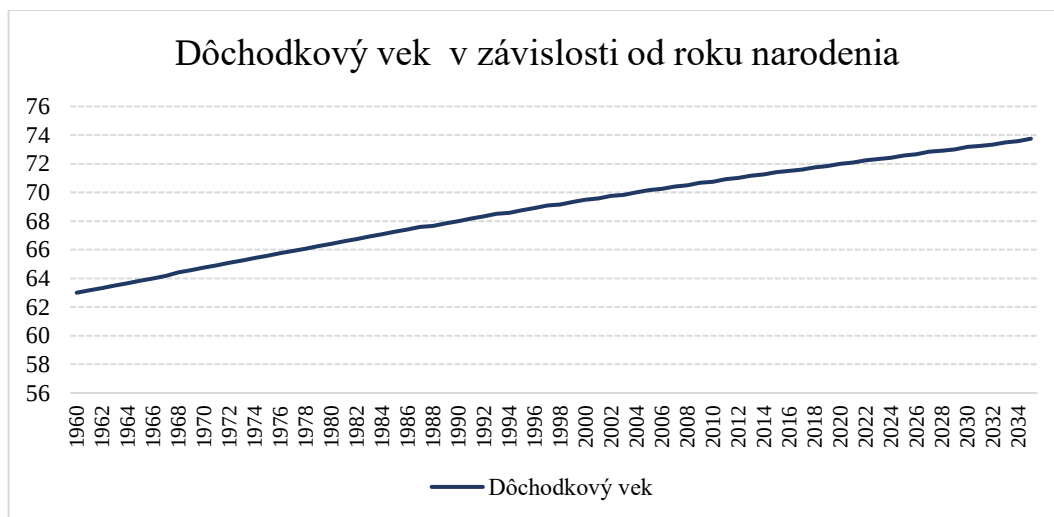
Tabuľka 3.2.1 Dôchodkový vek pre mužov a ženy bez detí, r je skratkou pre rok a m pre mesiac (Zdroj: Zákon č. 461/2003 Z. z., Príloha č. 3a)

Pre neskoršie roky narodenia poistencov sa postupuje podľa nasledujúceho vzorca definovaného v zákone pre každý ročník:

$$DV_{ročník} = DV_{ročník-1} + m, \quad (3.10)$$

$$m = \text{median} \left(\begin{array}{c} \frac{e_{rv,r-2} - e_{rv,r-7}}{5}, \frac{e_{rv,r-3} - e_{rv,r-8}}{5}, \frac{e_{rv,r-4} - e_{rv,r-9}}{5}, \\ \frac{e_{rv,r-5} - e_{rv,r-10}}{5}, \frac{e_{rv,r-6} - e_{rv,r-11}}{5}, \\ \frac{e_{rv,r-7} - e_{rv,r-12}}{5}, \frac{e_{rv,r-8} - e_{rv,r-13}}{5} \end{array} \right), \quad (3.11)$$

kde r kalendárny rok, v ktorom sa určuje neupravený všeobecný dôchodkový vek pre príslušný ročník a rv je referenčný vek, ktorý je neupravený všeobecný dôchodkový vek osôb narodených v kalendárnom roku, ktorý bezprostredne predchádza príslušnému ročníku, zaokrúhlený na celé roky nadol. Vzorec teda funguje nasledovne: dôchodkový vek pre aktuálny ročník je daný súčtom dôchodkového roku predchádzajúceho ročníka plus člen ktorý závisí od rastu strednej dĺžky dožitia. Rast strednej dĺžky života je vyjadrený pomocou mediánu, kde sa zohľadňuje zmena strednej dĺžky života pre osoby ktoré sú vo veku celej dolnej časti predchádzajúceho dôchodkového veku. Tieto zmeny sú päť ročné a pozeráme sa na strednú dĺžku života pred dvoma rokmi a siedmymi rokmi, a postupujeme po roku až po rozdiel stredných dĺžok dožitia pred ôsmymi a trinástimi rokmi (tieto zmeny sú ešte predelené číslom päť). Dôchodkový vek DV sa zaokrúhľuje na celé mesiace nadol. Predikciu dôchodkového veku ukazujeme na Obr. 3.2.3.



Obrázok 3.2.3 Definovaný a predikovaný dôchodkový vek v závislosti od roku narodenia (Zdroj: vlastné spracovanie)

Dôchodkový vek priamo súvisí s ustanoveným vekom, ktorý je na neho naviazaný. Ustanovený vek určuje, od kedy sa v predvolenej investičnej stratégii začínajú presúvať prostriedky z indexového fondu do dlhopisového fondu. V roku 2023 bol ustanovený na 50 rokov. Následne sa zvýši o jeden rok od 1.januára kalendárneho roka, v ktorom je dôchodkový vek neznížený za výchovu dieťaťa po zaokrúhlení na celé roky nadol vyšší ako predchádzajúci najvyšší dôchodkový vek neznížený za výchovu dieťaťa. Prakticky teda s každým rastom dôchodkového veku o celý rok rastie aj ustanovený vek. Takéto zvyšovanie je samozrejme logické, aby sa investície nestávali konzervatívnejšími predčasne.

Stredná budúca dĺžka života je kľúčová aj vo výpočte dĺžky programového výberu a teda počtu splátok, ktoré bude vyplácať správcovská spoločnosť sporiteľovi. Počet mesačných splátok sa určí ako polovica mediánu stredných hodnôt budúcej dĺžky života spoločnej pre mužov a ženy vo veku v čase vydania certifikátu za posledných sedem kalendárnych rokov, ktoré dva roky predchádzajú kalendárnemu roku, v ktorom bol vydaný certifikát (aby sa zabezpečila dostupnosť dát ktoré majú byť vykázané ŠÚSR). Matematicky definujeme počet mesačných splátok programového výberu ako:

$$PS_{rok} = \text{median}(e_{x,r-2}, e_{x,r-3}, e_{x,r-4}, e_{x,r-5}, e_{x,r-6}, e_{x,r-7}, e_{x,r-8}), \quad (3.12)$$

kde $e_{x,r-t}$ vyjadruje budúcu strednú dĺžku x -ročnej osoby čo zodpovedá veku v čase vydania certifikátu za aktuálny kalendárny rok r mínus t rokov. Počet mesačných splátok sa zaokrúhľuje nahor na celé mesiace.

Pre lepšiu presnosť systému sporitelia stochasticky zomierajú každý mesiac na základe mesačných pravdepodobností úmrtia kde predpokladáme, že úmrtia sú rovnomerne rozdelené:

$$\frac{1}{12}q_{x+t} = \frac{q_x}{12}, \quad (3.13)$$

kde $t \in \left\{0; \frac{1}{12}; \frac{2}{12}; \dots; \frac{11}{12}\right\}$.

3.2.3 Kmeň sporiteľov

V tejto podkapitole vysvetľujeme, ako sme vygenerovali kmeň sporiteľov. Ide o akýsi predpoklad, ktorý by mal imitovať realitu. Individuálna správcovská spoločnosť by vedela použiť svoje dáta o sporiteľoch (rok narodenia, nasporený majetok, rozdelenie fondov, mesačný príspevok a iné). Individuálny sporiteľ by vedel dosadiť svoj vek, rozdelenie fondov a mesačný príspevok aby získal svoju individualizovanú projekciu. Takéto dáta ale nie sú verejne dostupné a preto je generovanie dát o sporiteľoch veľkou výzvou. Naším cieľom je vygenerovať „rozumný“ kmeň sporiteľov, ktorý bude imitovať celý systém, ale bude zmenšený na zmiernenie výpočtových nárokov simulácií. Pri predpokladoch sa snažíme čo najväčšmi opierať o exaktné dáta, ktoré sú dostupné, ako počet sporiteľov v rámci vekových hraníc, výška priemernej hrubej mzdy a hodnota majetku vo fondoch. Exaktné dáta dopĺňame o modelové predpoklady, ktoré sú založené na ekonomickej intuícii ako napríklad, že majetok je do nejakej miery úmerný veku, disperzia výšky mzdy rastie s vekom alebo predpoklad, že hrubá mzda sporiteľov v druhom pilieri je o niečo vyššia ako priemerná, pretože nižšie príjmovým sporiteľom sa vstup do tejto schémy neodporúčal. Pri voľbe niektorých parametrov sme žiaľ museli postupovať experimentálne a empiricky vyhodnocovať výsledky s následnou úpravou parametra. Takýto prístup bol ale nevyhnutný kvôli dátovej dostupnosti.

Prvá časť tejto podkapitoly je venovaná hlavne tvorbe pôvodného začiatočného kmeňa sporiteľov. To zahŕňa generovanie veku, majetku a mzdy sporiteľov na začiatku simulácií. Na konci podkapitoly vysvetľujeme ako generujeme mzdu pre mladých, novo vstupujúcich sporiteľov.

Na začiatku roku predpokladáme, že máme 100 000 sporiteľov, pričom k 31.12.2022 ich bolo v systéme 1 736 378. Spolu mali majetok v dlhopisových fondoch vo výške 6 939 397

340,62 eur a v negarantovaných fondoch 4 814 548 583,17 eur. Na jedného sporiteľa teda v priemere pripadá majetok vo výške 6 769,23 eur a dlhopisový fond má 59% podiel, kým negarantovaný má 41% podiel. Vzhľadom na počet sporiteľov 100 000 by mal pripadať na našich sporiteľov majetok 676 923 223 eur, ktorý budeme označovať ako M .

Veková hranica	Počet sporiteľov	Podiel v %
do 25	140 750	8%
od 26 do 35	431 146	25%
od 36 do 45	566 052	33%
od 46 do 55	437 792	25%
od 56	160 638	9%
Spolu	1 736 378	100%

Tabuľka 3.2.2 Rozdelenie sporiteľov podľa veku (Zdroj: MPSVR SR, prevzaté 31.3.2023)

Podiel našej fiktívnej správcovskej spoločnosti na trhu by bol okolo 6% a pri mladých ľuďoch, ktorí vstupujú do systému predpokladáme, že práve 6% z nich vstúpi do našej fiktívnej spoločnosti.

Vek

V našom kmeni predpokladáme, že máme sporiteľov vo veku od 18 do 62 rokov. V prvom kroku alokujeme každému veku percento podľa veku P_{vek} podľa percentuálneho zastúpenia skupiny na celkovom zložení sporiteľov v Tabuľke 3.2.2. Následne vygenerujeme vek 100 000 sporiteľom, pričom pre pravdepodobnosť platí:

$P(\text{sporiteľ má vek } x \text{ rokov}) = P_x$ pre $x \in \{20; 21; \dots; 62\}$ a k náhodnému veku v v rokoch pripočítame rovnomerne náhodne vygenerovaný počet mesiacov, čím dostávame náhodne vygenerovaný vek a -teho sporiteľa V_a .

Majetok

Používame predpoklad, že majetok sporiteľa je nejakým spôsobom úmerný veku a definujeme konštantu ktorá závisí od veku a celkového majetku:

$$k = \frac{M}{\sum_{i=1}^{100000} (V_a - \min_a(V_a))}. \quad (3.14)$$

Konštanta vyjadruje, aký podiel celkového majetku pripadá na jeden rok prežitý oproti minimálnemu veku sporiteľov (respektíve od vstupu do systému, pretože predpokladáme, že

sporitelia vstupujú ako 20 roční). Následne majetok a -teho sporiteľa M_a počítame ako:

$$M_a = (V_a - \min_a(V_a)) \times k.$$

Pre rozdelenie majetku predpokladáme, že všetci sporitelia sú v predvolenej investičnej stratégii (kapitola 3.2.4). Vzhľadom na garancie potrebujeme ošetriť aj to, že roky 2020-2022 dlhopisovým fondom nepriali (Obr. 3.1.1) a pre individuálne garancie je kľúčová suma príspevkov. Negatívne zhodnotenie v roku 2022 a slabú výkonnosť v prechádzajúcich dvoch rokoch (Obr. 3.1.1) ošetrujeme tak, že počiatočná suma (na začiatku simulácií) príspevkov v dlhopisovom fonde PD_a pre a -teho sporiteľa je rovná: $PD_a = MD_a \times (1 + U_1)$, kde MD_a je majetok v dlhopisovom fonde a U_1 má rovnomerné rozdelenie $U_1 \sim Ro(-0,03; 0,07)$. Priemerné zhodnotenie dlhopisových fondov za rok 2022 bolo -7,5%, zároveň v roku 2020 bola korona kríza s ďalším prepadom, a celkovo výnosy za posledných 10 rokov boli slabé. Preto je výška príspevkov na začiatku simulácií v priemere o niečo vyššia ako hodnota majetku. Majetok v indexovom fonde budeme značiť ako MI_a a príspevky v indexovom fonde ako PI_a . Príspevky a presunutý majetok do dlhopisového fondu budeme značiť ako PD_a .

Mzda

Hrubá mzda každého sporiteľa je náhodne generovaná a tiež do istej miery súvisí s vekom (keďže aj mzda do istej miery závisí od veku) pomocou konštanty m definovanej ako:

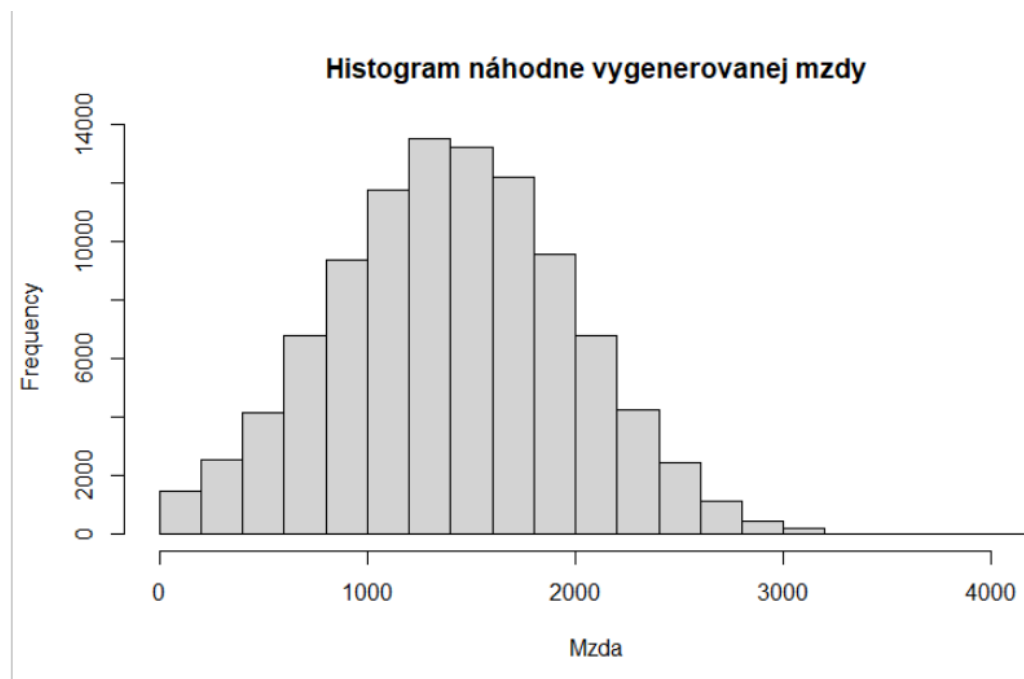
$$m = \frac{500}{\max_a(V_a)}. \quad (3.15)$$

Následne mzdu pre i -teho sporiteľa MZ_a náhodne generujeme ako:

$$MZ_a = |N_1 + U_2|, \quad (3.16)$$

kde $N_1 \sim N(100; m \times V_a)$ a $U_2 \sim Ro(HM - m \times V_a; HM + m \times V_a)$ a HM je priemerná hrubá mzda v hospodárstve. Vek teda súvisí s disperziou výšky mzdy. Pre N_1 je to priamo zrejmé z disperzie tejto náhodnej premennej. Pre disperziu U_2 platí: $D(U_2) = \frac{(2(m \times V_a))^2}{12}$. Po dosadení konštanty m do disperzie náhodnej premennej U_2 alebo N_1 , je zrejmé, že člen $m \times V_a$ sa dá upraviť na $\frac{500 \times V_a}{\max_a(V_a)}$ a teda disperzia závisí od konštanty 500 a podielu veku sporiteľa a maximálneho veku. Čím vyšší vek sporiteľ má, tým je disperzia mzdy vyššia. Pri voľbe správnych parametrov sme sa opierali o intuíciu – napríklad pri disperzii a pri konštantách sme postupovali experimentálne, a na základe empirických pozorovaní

parametre korigovali. Náhodne generovaná mzda však ponúka realistické výsledky ako ukazuje Obr. 3.2.4.



Obrázok 3.2.4 Histogram náhodne vygenerovaných miezd sporiteľov na začiatku simulácií (Zdroj: vlastné spracovanie)

Mzda pre 20-ročného sporiteľa, ktorý práve vstúpil do systému je náhodne generovaná nasledovne:

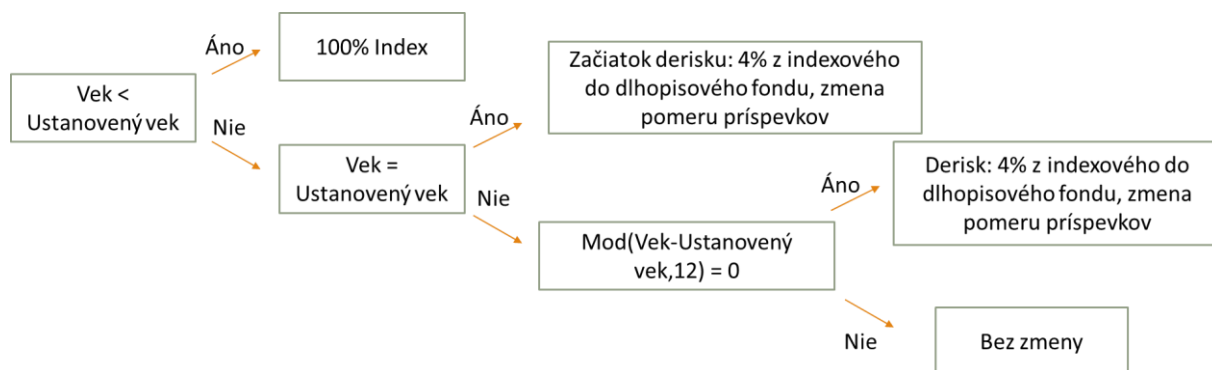
$$MZ_{a,mlady} = U_3, \quad (3.17)$$

kde $U_3 \sim Ro(HM - 900; HM + 100)$ a HM je priemerná hrubá mzda v hospodárstve. Náhodná mzda je teda generovaná niekde okolo aktuálnej hrubej mzdy, ale skôr v nižšej výške, keďže ide o mladého sporiteľa, ktorý práve vstúpil na trh práce a nie nevyhnutne vďaka trvalému pracovnému pomeru.

3.2.4 Predvolená investičná stratégia

Rozdelenie majetku od 1.1.2023 upravuje tzv. predvolená investičná stratégia (PIS). Táto stratégia predvolene každého sporiteľa priradzuje do indexového fondu. Následne, od ustanoveného veku, ktorý je naviazaný na dôchodkový vek (kap. 3.2.2), každý rok presúva 4% z celkového majetku z indexového fondu do dlhopisového. V takomto pomere sú následne priradované príspevky sporiteľa do dlhopisového a indexového fondu. Od

dovršenía ustanoveného veku sa teda znižuje pomer indexového fondu k dlhopisovému o štyri percentuálne body, ako ukazuje schéma na Obrázku 3.2.4. Toto znižovanie a presuny za účelom dosiahnutia konzervatívnejšieho celkového portfólia sporiteľa budeme označovať ako “derisk“. Každý presunutý majetok a príspevok v dlhopisovom fonde je garantovaný.



Obrázok 3.2.5 Schéma predvolenej investičnej stratégie pre sporiteľa, ktorý nie je v dôchodkovom veku (Zdroj: vlastné spracovanie)

Do 1.1.2025 stále platí, že za úspory sa zakúpi doživotná/dočasná anuita alebo sa programovým výberom vyberie suma naraz (môže sa aj postupne) a teda garancia sa vyhodnocuje prakticky okamžite, ako sporiteľ dovŕši dôchodkový vek.

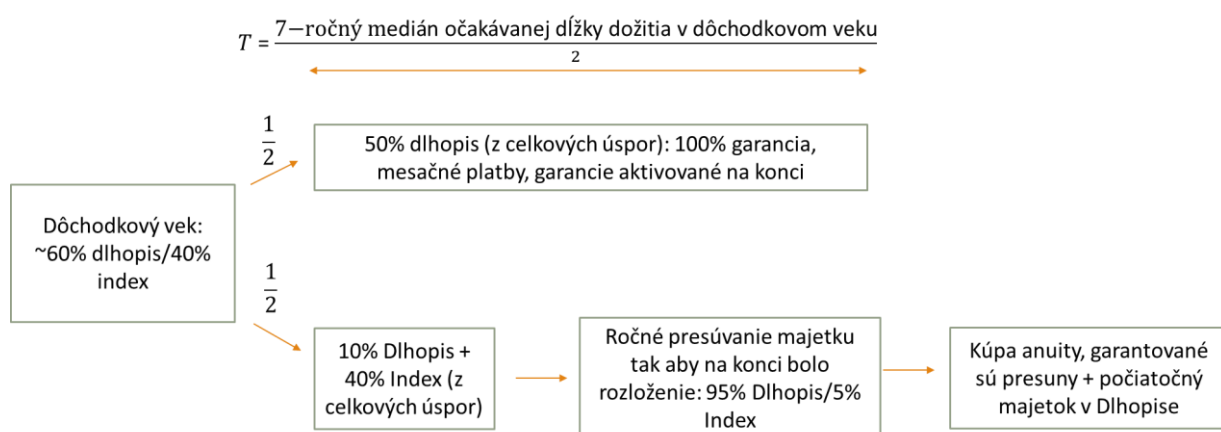
Od 1.1.2025 sa po dosiahnutí dôchodkového veku (kap. 3.2.2) celkový majetok sporiteľa v čase odchodu na dôchodok, ktorý je v približnom pomere 60% dlhopisový fond a 40% indexový fond, rozdelí na dve polovice.

Prvá polovica je tvorená iba prostriedkami v dlhopisovom fonde. Táto polovica je po dobu, ktorá je určená ako 7-ročný medián očakávanej dĺžky dožitia v dôchodkovom veku predelený dvomi (kap. 3.2.2), určená na mesačnú výplatu programového výberu. Výška mesačnej platby sa určí ako majetok určený na programový výber predelený počtom splátok. Majetok určený na programový výber následne ostáva v dlhopisovom fonde, kde je naďalej investovaný a z ktorého sa vypláca.

Druhá polovica majetku je z významnej časti zainvestovaná v indexovom fonde a každý rok nastávajú presuny z indexového fondu do dlhopisového fondu tak, aby na konci programového výberu bol majetok rozložený v pomere 95% dlhopisový fond a 5% indexový fond. Presúvané percento je pre každého sporiteľa individuálne – závisí totiž od dĺžky programového výberu (ten je ale približne 10 ročný). Tento proces ilustrujeme pomocou Obrázka 3.2.5. Po skončení programového výberu sa za túto časť majetku zakúpi doživotná

anuita a aj pri úplnom odchode zo systému starobného dôchodkového sporenia bude mať klient časť peňazí v indexovom fonde.

Všetky presuny majetku sú garantované a garancie sú vyhodnocované či aktivované na konci programového výberu. Ak sporiteľ nemá dostatok prostriedkov na ďalšiu mesačnú splátku a bolo mu doteraz vyplatené menej ako mu bolo garantované, spoločnosť túto sumu (rozdiel) dopláca z vlastných zdrojov. Zároveň je možnosť aktivácie garancie pri anuite, ak poklesla hodnota majetku pod garantovanú hodnotu.



Obrázok 3.2.6 Schéma predvolenej investičnej stratégie pre sporiteľa je v dôchodkovom veku. Dlhopis označuje dlhopisový fond a Index označuje indexový fond (Zdroj: vlastné spracovanie)

3.2.5 Ekonomické predpoklady

Jedným z najdôležitejších aspektov systému starobného dôchodkového sporenia je výška odvodu z hrubej mzdy, ktorá je príspevkom na účet sporiteľa. Pôvodne bola táto kontribúcia vo výške 9%, v roku 2012 sa ale upravila iba na 4%. Následne začala kontribúcia opäť rásť od roku 2017 o 0,25 percentuálneho bodu. Pre rok 2023 bol tento rast pozastavený a kontribúcia mala rásť až od ďalšieho roku. Od roku 2024 bola kontribúcia opäť znížená na 4%. Historicky túto kontribúciu zobrazujeme v Tabuľke 3.2.3. V simuláciách uvažujeme s kontribúciou 5,5% v roku 2023 a následne od roku 2024 s kontribúciou vo výške 4%.

Vzhľadom na vzťah (3.17) potrebujeme aj predpoklad o raste hrubej mzdy. Tu používame predpoklady z článku Padyšák (2023), kde sme modelovali rast hrubej mzdy ako AR(1) proces. Uvažujeme ročný rast hrubej mzdy vo výške 5,16% (model má R^2 vo výške nad 0,99). Historické výšky hrubej mzdy uvádzame v Tabuľke 3.2.3.

Rok	Hrubá mzda	Kontribúcia
2011	786	4%
2012	805	4%
2013	824	4%
2014	858	4%
2015	883	4%
2016	912	4%
2017	954	4,25%
2018	1013	4,5%
2019	1092	4,75%
2020	1133	5%
2021	1211	5,25%
2022	1304	5,5%
2023	1407	5,5%

Tabuľka 3.2.3 Historická hrubá mzda a kontribúcia do systému starobného dôchodkového sporenia (Zdroj: MPSVR SR; Padyšák, 2023)

Valorizáciu miezd, resp. príspevkov definujeme podľa Opatrenia Ministerstva práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky z 22. augusta 2023, ktorým sa ustanovuje vzor výpisu z osobného dôchodkového účtu sporiteľ'a (352/2023 Z. z.). Opatrenie sa používa pri generovaní ročných výpisov pre sporiteľ'ov, kde je uvedená prognóza výšky ich nasporenej sumy a obsahuje niekoľko makroekonomických predpokladov, ktoré majú správcovia použiť pri prognóze nasporenej sumy. Opatrenie obsahuje predpoklad o výške inflácie, raste produktivity práce, vekovom bonuse aj o výkonnosti pre fondy rôznej triedy rizika a optimizme prognózy (pesimistický, základný a optimistický scenár).

Vzorec na výpočet koeficientu valorizácie je opatrením daný nasledovne:

$$V = l_K + L_P + V_B, \quad (3.18)$$

kde l_K je mesačná hodnota inflačného koeficientu, L_P je mesačná hodnota rastu produktivity práce a V_B je mesačná hodnota vekového bonusu.

Rok	Produktivita	Rok	Produktivita	Rok	Produktivita	Rok	Produktivita
2024	0,00118	2039	0,00181	2054	0,00161	2069	0,0013
2025	0,00259	2040	0,00181	2055	0,00159	2070	0,00128
2026	0,0024	2041	0,00181	2056	0,00157	2071	0,00128
2027	0,00209	2042	0,0018	2057	0,00155	2072	0,00128
2028	0,00209	2043	0,0018	2058	0,00153	2073	0,00128
2029	0,00204	2044	0,0018	2059	0,0015	2074	0,00128
2030	0,00204	2045	0,00179	2060	0,00148	2075	0,00128
2031	0,00204	2046	0,00177	2061	0,00146	2076	0,00128
2032	0,00201	2047	0,00175	2062	0,00144	2077	0,00128
2033	0,00198	2048	0,00173	2063	0,00142	2078	0,00128
2034	0,00194	2049	0,00171	2064	0,0014	2079	0,00128
2035	0,0019	2050	0,00169	2065	0,00138	2080	0,00128
2036	0,00186	2051	0,00167	2066	0,00136	2081	0,00128
2037	0,00182	2052	0,00165	2067	0,00134	2082	0,00128
2038	0,00182	2053	0,00163	2068	0,00132	2083	0,00128

Tabuľka 3.2.4 Mesačná hodnota rastu produktivity práce podľa opatrenia k výpisom (Zdroj: 352/2023 Z. z., Opatrenie MPSVR SR)

Horizont starobného dôchodkového sporenia	Vekový bonus	Horizont starobného dôchodkového sporenia	Vekový bonus
517 až 528 mesiacov	0,0134	265 až 276 mesiacov	0,0002
505 až 516 mesiacov	0,0134	253 až 264 mesiacov	0,00014
493 až 504 mesiacov	0,01052	241 až 252 mesiacov	0,00008
481 až 492 mesiacov	0,00848	229 až 240 mesiacov	0,00003
469 až 480 mesiacov	0,00695	217 až 228 mesiacov	0
457 až 468 mesiacov	0,00577	205 až 216 mesiacov	-0,00003
445 až 456 mesiacov	0,00483	193 až 204 mesiacov	-0,00004
433 až 444 mesiacov	0,00407	181 až 192 mesiacov	-0,00005
421 až 432 mesiacov	0,00343	169 až 180 mesiacov	-0,00006
409 až 420 mesiacov	0,0029	157 až 168 mesiacov	-0,00006
397 až 408 mesiacov	0,00245	145 až 156 mesiacov	-0,00005
385 až 396 mesiacov	0,00207	133 až 144 mesiacov	-0,00005
373 až 384 mesiacov	0,00174	121 až 132 mesiacov	-0,00004
361 až 372 mesiacov	0,00145	109 až 120 mesiacov	-0,00003
349 až 360 mesiacov	0,00121	97 až 108 mesiacov	-0,00003
337 až 348 mesiacov	0,00099	85 až 96 mesiacov	-0,00002
325 až 336 mesiacov	0,00081	73 až 84 mesiacov	-0,00002
313 až 324 mesiacov	0,00065	61 až 72 mesiacov	-0,00002
301 až 312 mesiacov	0,00051	49 až 60 mesiacov	-0,00003
289 až 300 mesiacov	0,00039	37 až 48 mesiacov	-0,00005
277 až 288 mesiacov	0,00029		

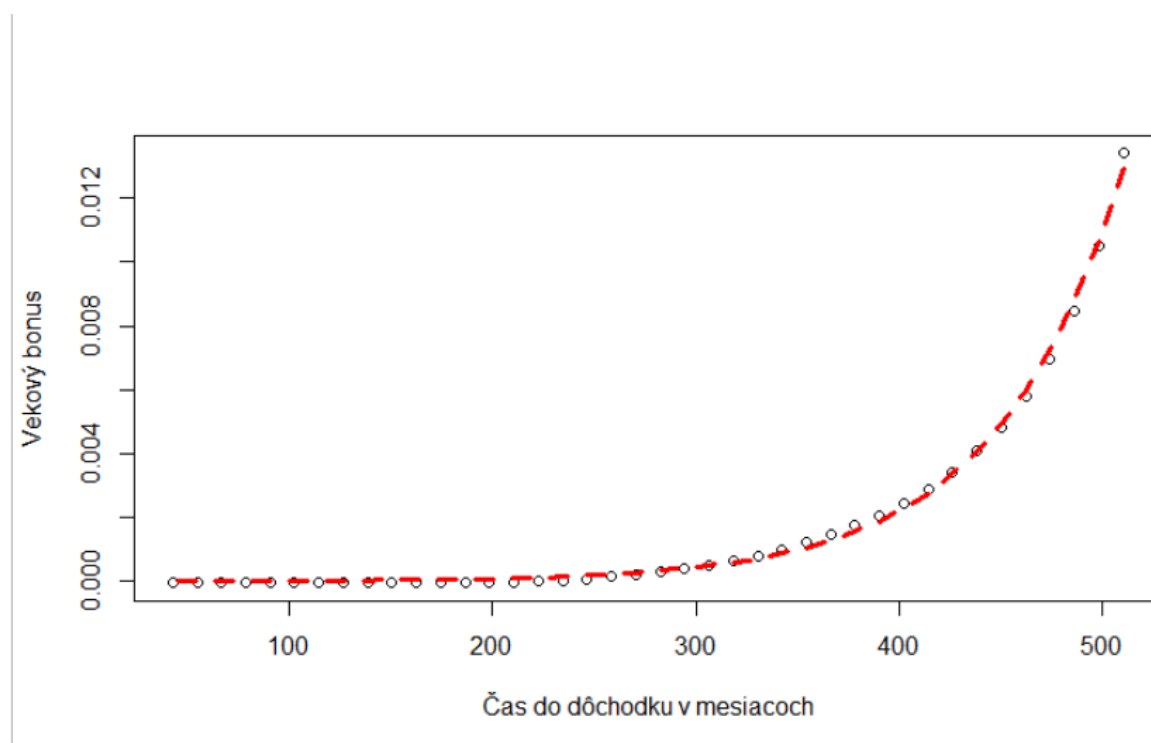
Tabuľka 3.2.5 Mesačná hodnota vekového bonusu (Zdroj: 352/2023 Z. z., Opatrenie MPSVR SR)

Koeficient mesačnej inflácie je v opatrení v rámci základného scenára zhodný pre obdobia od 37 až 528 mesiacov vo výške 0,165% mesačne (čo ročne zodpovedá inflačnému cieľu ECB na úrovni 2%). Pre kratšie obdobia sa má použiť posledná zverejnená makroekonomická prognóza Výboru pre makroekonomické prognózy Ministerstva financií

Slovenskej republiky. Vzhľadom na naše simulácie na desiatky rokov dopredu, sme zvolili mesačnú infláciu vo výške 0,165% mesačne, čo je zhodné so základným scenárom opatrenia. Mesačnú hodnotu rastu produktivity práce podľa opatrenia ukazujeme v Tabuľke 3.2.4 a používame úplne totožné hodnoty. Mesačná hodnota výšky vekového bonusu podľa opatrenia je uvedená v Tabuľke 3.2.5. Výpočtovo efektívnejšie je počítať s funkciou ako hľadať pre sporiteľa v akom rozmedzí mesiacov sa nachádza. Z tohto dôvodu navrhujeme použiť nelineárny regresný model v nasledovnom tvare:

$$y_i = \alpha e^{\beta x_i}, \quad (3.19)$$

kde y_i vyjadruje stred mesačného intervalu a x_i prislúchajúci vekový bonus danému mesačnému intervalu. Odhadnutú krivku vekového bonusu zobrazujeme na Obr. 3.2.7 spolu s pôvodnými bodmi danými opatrením. Ak je čas do dôchodku vyšší ako 528 mesiacov, tak hodnota vekového bonusu je 0,0134.



Obrázok 3.2.7 Vekový bonus v závislosti od času do dôchodku v mesiacoch (Zdroj: vlastné spracovanie)

3.3 Simulačný model

Simulačný model spúšťame pre dve zákonné úpravy: jednorazový výber a programový výber. Pri oboch scenároch simulujeme budúcich 25 rokov, respektíve 300 mesiacov fungovania systému. Z hľadiska výkonnosti máme 2400 scenárov, tak ako sme popisovali v podkapitole 3.2.1.

Jednorazový výber

Pre j -ty scenár výkonnosti je simulácia nasledovná (i bude vyjadrovať čas v mesiacoch):

1. Vygenerujeme 2400 mesiacov výkonnosti dlhopisového aj indexového fondu.
2. Majetok fondu je daný súčtom majetku každého sporiteľa a teda platí:
$$NAV_{i,j,index} = \sum_a MI_{i,j,a} \text{ a } NAV_{i,j,dlhopis} = \sum_a MD_{i,j,a}.$$
3. Počiatočná hodnota dôchodkovej jednotky je 1 euro, a teda počet dôchodkových jednotiek $PD_{i,j}$ v čase $i = 1$ je rovný: $PD_{1,j,index} = NAV_{1,j,index}$ a
 $PD_{1,j,dlhopis} = NAV_{1,j,dlhopis}.$

Následne postupujeme v iteráciách a vývoj každého mesiaca opisujeme v nasledovnej schéme (značenie scenára j vynechávame pre prehľadnosť) :

1. Pozrieme sa či uplynulo 12 mesiacov, a ak áno, tak aktualizujeme aktuálnu hodnotu dôchodkového veku DV a ustanoveného veku UV . Ak sa práve zmenil rok, tiež sa pozrieme na to, koľko je mladých ľudí vo veku 20 rokov ($PočM$) a z toho vypočítame 6% ktorí postupne v rámci roka vstúpia do systému.
2. Valorizujeme mzdy na základe vzťahu (3.18). Hodnota mesačného vekového bonusu V_B je individuálna pre každého sporiteľa podľa veku (času odchodu do dôchodku).
3. Pre každého sporiteľa náhodne určíme, či prežil mesiac na základe vzťahu (3.13). Ak sporiteľ zomrel, odpočítame jeho hodnotu majetku z dlhopisového aj indexového fondu, odpočítame príslušný počet dôchodkových jednotiek a odstránime ho zo systému.
4. Príchod mladých sporiteľov: mesačne vstúpi do systému $\frac{PočM}{12}$ sporiteľov ktorým vygenerujeme náhodnú výšku mzdy na základe vzťahu (3.16).
5. Kontrola, či sporiteľ dosiahol ustanovený vek alebo nastalo výročie jeho dosiahnutia. V tom prípade sa mení pomer príspevkov a presúva sa majetok, ako sme popísali v časti 3.2.4. Vypočítame, koľko majetku sa má presunúť tak, aby bol zachovaný

pomer predvolenej investičnej stratégie a následne sa odpíšu dôchodkové jednotky a majetok z indexového fondu, a pripíšu sa do dlhopisového. Pre a -teho sporiteľa sa pozrieme, akú by mal mať hodnotu v dlhopisovom fonde: $M_{i,a} \times \%D_{i,a}$, kde $\%D_{i,a}$ vyjadruje jeho požadované percento v dlhopisovom fonde a $M_{i,a}$ majetok a -teho sporiteľa v čase i . Následne vyrátame hodnotu schodku $S_{i,a} = M_{i,a} \times \%D_{i,a} - MD_{i,a}$, kde $MD_{i,a}$ je majetok sporiteľa v dlhopisovom fonde. Presúva sa hodnota $S_{i,a}$ z indexového do dlhopisového fondu. Zároveň je uchované, koľko majetku sa presunulo z indexového do dlhopisového fondu pre každého sporiteľa kvôli garanciam.

6. Zhodnotenie dlhopisového a indexového fondu, a odpočítanie poplatku za správu.

Pre hodnotu fondov platí:

$$NAV_{i,index} = NAV_{i-1,index} \times (1 + r_{i,index}) - f \times \overline{NAV}_{12,index},$$

$$NAV_{i,dlhopis} = NAV_{i-1,dlhopis} \times (1 + r_{i,dlhopis}) - f \times \overline{NAV}_{12,dlhopis},$$

$$DJ_{i,index} = \frac{NAV_{i,index}}{PD_{i,index}},$$

$$DJ_{i,dlhopis} = \frac{NAV_{i,dlhopis}}{PD_{i,dlhopis}},$$

kde $r_{i,index}$ a $r_{i,dlhopis}$ sú výkonnosti, f je ekvivalentná výška mesačného poplatku za správu ročného poplatku 0,4%, $\overline{NAV}_{12,index}$ a $\overline{NAV}_{12,dlhopis}$ vyjadrujú priemernú hodnotu majetku vo fondoch za posledných 12 mesiacov. Samozrejme presne rovnako sa zhodnotia osobné účty jednotlivých sporiteľov, keďže predstavujú časť celkového majetku.

7. Prítok pravidelných mesačných príspevkov klientov. Nové príspevky do fondov definujeme nasledovne ako súčet príspevkov všetkých sporiteľov:

$$PR_{i,index} = \sum_a (1 - \%D_{i,a}) \times MZ_{i,a} \times kon,$$

$$PR_{i,dlhopis} = \sum_a \%D_{i,a} \times MZ_{i,a} \times kon,$$

kde $\%D_{i,a}$ je aktuálne percento v čase i príspevkov a -teho sporiteľa, ktoré ide do dlhopisového fondu, $MZ_{i,a}$ je hrubá mzda a -teho sporiteľa v čase i a kon je príspevok do systému starobného dôchodkového sporenia (odvod do druhého piliera).

Príspevky samozrejme navýšia hodnotu majetku fondov, aj hodnotu majetku jednotlivých sporiteľov a za tieto príspevky sa nakúpia nové dôchodkové jednotky. Stúpne majetok fondov aj počet dôchodkových jednotiek, ale nezmení sa ich

hodnota. Zároveň uchováваме aj výšku jednotlivých príspevkov do dlhopisového fondu kvôli garanciám.

8. Kontrola či nejaký a -ty sporiteľ dosiahol dôchodkový vek. Nech sporiteľ dosiahol dôchodkový vek v čase i . Skontrolujeme, či pre hodnotu majetku v dlhopisovom fonde $MD_{i,a}$ platí, že je vyššia ako výška príspevkov a presunov do dlhopisového fondu $PD_{i,a}$. Ak áno, tak garancie nie sú aktivované a sporiteľ dostane kompletne vyplatený celý jeho majetok. Ten sa odpočíta z dôchodkového fondu a zároveň sa odpočítajú aj dôchodkové jednotky. Ak $MD_{i,a} < PD_{i,a}$, tak nastáva aktivácia garancie a spoločnosť dopláca na a -teho sporiteľa v čase i z vlastných prostriedkov sumu:

$$DPL_{i,a} = PD_{i,a} - MD_{i,a}.$$

Celkové dopĺcanie počas celej doby teda môžeme pre správcovskú spoločnosť definovať ako:

$$DPL = \sum_i \sum_a DPL_{i,a}.$$

9. Na záver každý sporiteľ zostarne o jeden mesiac.
10. Pokračujeme opäť od kroku 1.

Programový výber

Schéma programového výberu a postup simulácií je veľmi podobný ako pri jednorazovom výbere. Odlišnosti nastávajú vo viacnásobných presunoch: z počiatku 4% z indexového do dlhopisového fondu a následne, po dosiahnutí dôchodkového veku tak, aby na konci doby trvania programového výberu bol majetok rozdelený ako 95% dlhopisový a 5% indexový fond. Schéma vychádza zo schémy pre jednorazový výber:

Pre j -ty scenár výkonnosti je simulácia nasledovná (i bude vyjadrovať čas v mesiacoch):

1. Vygenerujeme 2400 mesiacov výkonnosti dlhopisového aj indexového fondu.
2. Majetok fondu je daný súčtom majetku každého sporiteľa a teda platí:
$$NAV_{i,j,index} = \sum_a MI_{i,j,a} \text{ a } NAV_{i,j,dlhopis} = \sum_a MD_{i,j,a}.$$
3. Počiatočná hodnota dôchodkovej jednotky je 1 euro, a teda počet dôchodkových jednotiek $PD_{i,j}$ v čase $i = 1$ je rovný: $PD_{1,j,index} = NAV_{1,j,index}$ a
$$PD_{1,j,dlhopis} = NAV_{1,j,dlhopis}.$$

Následne postupujeme v iteráciách a vývoj každého mesiaca opisujeme v nasledovnej schéme (značenie scenára j vynechávame pre prehľadnosť) :

1. Pozrieme sa, či uplynulo 12 mesiacov, a ak áno tak aktualizujeme aktuálnu hodnotu dôchodkového veku DV , ustanoveného veku UV a aktuálnu dĺžku vyplácania programového výberu. Ak sa práve zmenil rok, pozrieme sa na to, koľko je mladých ľudí vo veku 20 rokov ($Po\check{c}M$) a z toho vypočítame 6% ktorí postupne v rámci roka vstúpia do systému.
2. Valorizujeme mzdy na základe vzťahu (3.18). Hodnota mesačného vekového bonusu V_B je individuálna pre každého sporiteľa podľa veku (času odchodu do dôchodku).
3. Pre každého sporiteľa náhodne určíme, či prežil mesiac na základe vzťahu (3.13). Ak sporiteľ zomrel, odpočítame jeho hodnotu majetku z dlhopisového aj indexového fondu, odpočítame príslušný počet dôchodkových jednotiek a odstránime ho zo systému.
4. Príchod mladých sporiteľov: mesačne vstúpi do systému $\frac{Po\check{c}M}{12}$ sporiteľov ktorým vygenerujeme náhodnú výšku mzdy na základe vzťahu (3.16).
5. Kontrola, či sporiteľ dosiahol ustanovený vek alebo nastalo výročie jeho dosiahnutia. V tom prípade sa mení pomer príspevkov a presúva sa majetok, ako sme popísali v časti 3.2.4. Vypočítame, koľko majetku sa má presunúť tak, aby bol zachovaný pomer predvolenej investičnej stratégie a následne sa odpíšu dôchodkové jednotky a majetok z indexového fondu a pripíšu sa do dlhopisového. Pre a -teho sporiteľa sa pozrieme, akú by mal mať hodnotu v dlhopisovom fonde: $M_{i,a} \times \%D_{i,a}$, kde $\%D_{i,a}$ vyjadruje jeho požadované percento v dlhopisovom fonde a $M_{i,a}$ majetok a -teho sporiteľa v čase i . Následne vyrátame hodnotu schodku $S_{i,a} = M_{i,a} \times \%D_{i,a} - MD_{i,a}$, kde $MD_{i,a}$ je majetok sporiteľa v dlhopisovom fonde. Presúva sa hodnota $S_{i,a}$ z indexového do dlhopisového fondu. Zároveň je uchované koľko majetku sa presunulo z indexového do dlhopisového fondu pre každého sporiteľa kvôli garanciám.
6. Kontrola, či sporiteľ dosiahol dôchodkový vek alebo nastalo výročie jeho dosiahnutia. Ak klient dosiahol dôchodkový vek (alebo nastalo výročie jeho dosiahnutia), tak v tom prípade sa presúva majetok z indexového do dlhopisového fondu, ako sme popísali v časti 3.2.4. Vypočítame, koľko majetku sa má ročne presunúť tak, aby sporiteľ na konci programového výberu mal 95% majetku v dlhopisovom fonde a 5% v indexovom. Toto percento presunu na programovom

výbere budeme označovať pre a -teho klienta ako $\%PPV_a$ a majetok sa presúva tak, aby pre rozdelenie majetku medzi dlhopisovým a indexovým fondom vždy zodpovedalo každoročnému rastu o $\%PPV_a$. Zároveň je uchované, koľko majetku sa presunulo z indexového do dlhopisového fondu pre každého sporiteľa kvôli garanciám.

7. Zhodnotenie dlhopisového a indexového fondu, a odpočítanie poplatku za správu.

Pre hodnotu fondov platí:

$$NAV_{i,index} = NAV_{i-1,index} \times (1 + r_{i,index}) - f \times \overline{NAV_{12,index}},$$

$$NAV_{i,dlhopis} = NAV_{i-1,dlhopis} \times (1 + r_{i,dlhopis}) - f \times \overline{NAV_{12,dlhopis}},$$

$$DJ_{i,index} = \frac{NAV_{i,index}}{PD_{i,index}},$$

$$DJ_{i,dlhopis} = \frac{NAV_{i,dlhopis}}{PD_{i,dlhopis}},$$

kde $r_{i,index}$ a $r_{i,dlhopis}$ sú výkonnosti, f je ekvivalentná výška mesačného poplatku za správu ročného poplatku 0,4%, $\overline{NAV_{12,index}}$ a $\overline{NAV_{12,dlhopis}}$ vyjadrujú priemernú hodnotu majetku vo fondoch za posledných 12 mesiacov. Samozrejme presne rovnako sa zhodnotia osobné účty jednotlivých sporiteľov, keďže predstavujú časť celkového majetku.

8. Prítok pravidelných mesačných príspevkov klientov. Nové príspevky do fondov definujeme nasledovne ako súčet príspevkov všetkých sporiteľov:

$$PR_{i,index} = \sum_a (1 - \%D_{i,a}) \times MZ_{i,a} \times kon,$$

$$PR_{i,dlhopis} = \sum_a \%D_{i,a} \times MZ_{i,a} \times kon,$$

kde $\%D_{i,a}$ je aktuálne percento v čase i príspevkov a -teho sporiteľa, ktoré ide do dlhopisového fondu, $MZ_{i,a}$ je hrubá mzda a -teho sporiteľa v čase i a kon je príspevok do systému starobného dôchodkového sporenia (odvod do druhého piliera).

Príspevky samozrejme navýšia hodnotu majetku fondov, aj hodnotu majetku jednotlivých sporiteľov a za tieto príspevky sa nakúpia nové dôchodkové jednotky. Stúpne teda majetok fondov aj počet dôchodkových jednotiek, ale nezmení sa ich hodnota. Zároveň uchováame aj výšku jednotlivých príspevkov do dlhopisového fondu kvôli garanciám.

9. Overenie či a -ty sporiteľ dosiahol dôchodkový vek. Ak áno, tak určíme akú čiastku majetku má garantovanú na programový výber. Určí sa polovica celkového majetku sporiteľa a tento majetok sa vyčlení, pretože je určený na programový výber vo výške

MPV_a (naďalej sa ale bude zhodnocovať). Taktieď sa určí, aká garancia prislúcha práve tejto polovici majetku G_a a určí sa výška mesačnej splátky MS_a ako majetok (v prípade potreby navýšený o garanciu) vydelený počtom mesiacov programového výberu.

10. Výplata programového výberu každému sporiteľovi ktorý sa v ňom nachádza. Majetok určený na programový výber sa každý mesiac zhodnotí a poklesne kvôli výplate:

$$MPV_{i,a} = \frac{DJ_{i,dhlopis}}{DJ_{i-1,dhlopis}} MPV_{i-1,a} - MS_a.$$

11. Ak pre a -teho sporiteľa ide o poslednú platbu programového výberu, overí sa, či po výplate nie je hodnota $MPV_{i,a}$ záporná. V tom prípade hodnotu $-MPV_{i,a}$ platí správcovská spoločnosť z vlastných zdrojov. Pre dopĺčanie kvôli programovému výberu pre a -teho sporiteľa platí: $DPPV_a = \max(-MPV_{i,a}; 0)$.

Zároveň skontrolujeme, či pre druhú polovicu majetku (kap. 3.2.4) neboli aktivované garancie. Kontrolujeme, či pre hodnotu majetku v dlhopisovom fonde $MD_{i,a}$ platí, že je vyššia ako výška príspevkov a presunov do dlhopisového fondu $PD_{i,a}$. Ak áno, tak garancie nie sú aktivované a sporiteľ si zakúpi za celý jeho majetok (95% z dlhopisového a 5% indexového fondu) doživotnú anuitu. Majetok sa odpočíta z dôchodkových fondov a zároveň sa odpočítajú aj príslušné dôchodkové jednotky. Ak $MD_{i,a} < PD_{i,a}$, tak nastáva aktivácia garancie a spoločnosť dopláča na a -teho sporiteľa v čase i na anuitu z vlastných prostriedkov sumu:

$$DPLA_{i,a} = PD_{i,a} - MD_{i,a}.$$

Celkové dopĺčanie počas celej doby teda môďeme pre správcovskú spoločnosť definovať ako:

$$DPL = \sum_i \sum_a DPLA_{i,a} + \sum_a DPPV_a.$$

12. Na záver každý sporiteľ zostarne o jeden mesiac.

13. Pokračujeme opäť od kroku 1.

Pri simuláciách vyčíslujeme v každom čase i aká je výška majetku vo fondoch, aká je hodnota dôchodkových jednotiek, koľko dôchodkových jednotiek vlastní sporiteľ, aká bola výška poplatkov v dlhopisovom fonde, aká bola výška poplatkov v indexovom fonde a koľko sporiteľov opustilo systém. Pre variant jednorazového výberu evidujeme, koľko porušení garancií nastalo a teda koľko bolo dopĺčaní spoločne s ich výškou. Pre variant programového výberu evidujeme, koľko porušení garancií nastalo zvlášť pre programový výber a zvlášť pre zakúpenie anuity, a tiež v akej výške bolo dopĺčanie.

Vieme preto vyčísliť, aká je pravdepodobnosť doplácania, aký je kumulatívny príjem spoločnosti na poplatkoch, aká je kumulatívna strata spoločnosti kvôli doplácaniu a tiež aký je rozdiel medzi príjmami a výdavkami na garancie.

10-ročné garancie

Pre správne porovnanie 10-ročných garancií musíme ešte dodefinovať predpoklady na výpočet 10-ročných garancií. I keď simulujeme dôchodkové fondy na 25 ročnom období, 10-ročné garancie by sme vedeli vyhodnotiť len na 15 rokoch z našej vzorky. Preto vykonávame nasledovné kroky:

1. Na základe podkapitoly 3.2.1 vygenerujeme 9-ročnú výkonnosť dlhopisových fondov ktorá predchádza našej vzorke.
2. Vypočítame, ako sa menila celková hodnota majetku všetkých dlhopisových fondov na trhu počas deviatich rokov ktoré predchádzali roku 2023: $z_i = \frac{TNAV_i}{TNAV_{i-1}}$, kde $TNAV_i$ označuje celkovú hodnotu majetku všetkých dlhopisových fondov v roku i a $i = 2014, \dots, 2022$.
3. Následne vypočítame upravenú históriu čistej hodnoty majetku, ktorá zodpovedá našej hodnote s ktorou začíname simulácie v roku 2023. Položíme upravenú výšku hodnoty majetku na konci roku 2022 rovnú začiatočnej hodnote našich simulácií (v simuláciách predpokladáme, že začíname 1.1.2023, takže môžeme predpokladať, že hodnota na konci roka 2022 sa rovná hodnote na začiatku ďalšieho roka) $UNAV_{2022} = NAV_{1,j,dlhopis}$. Hodnota $NAV_{1,j,dlhopis}$ je zhodná pre každý scenár a je to počiatočná hodnota majetku v simulovaných fondoch. Pre upravené výšky majetku pre ostatné roky platí: $UNAV_{i-1} = \frac{UNAV_i}{z_i}$.

Následne máme 9-ročnú „predhistóriu“ dlhopisového fondu a vieme vyčísliť doplácanie. Desiaty rok už prislúcha naším simuláciám a doplácanie by nastávalo už v rámci hlavného simulovaného obdobia.

3.4 Výsledky simulácií

Prvým výsledkom, ktorý skúmame je pravdepodobnosť doplácania, ktorú definujeme ako:

$$P_g = \frac{\text{\#porušení}}{\text{\#možností porušení}}. \quad (3.19)$$

Vo všeobecnosti definujeme pravdepodobnosť porušenia garancií ako počet ich porušení vydelený počtom možností ich porušenia. Vychádzajúc zo vzťahu (3.19) sú pravdepodobnosti pre jednotlivé garancie nasledovné:

$$\text{Pre 10-ročné garancie: } P_{g,10y} = \frac{\text{\#rokov v ktorých sa doplávalo}}{\text{\#všetkých rokov}}.$$

$$\text{Pre individuálne garancie s jednorazovým výberom: } P_{g,jednoraz} = \frac{\text{\#porušení garancií}}{\text{\# všetkých výstupov}}.$$

$$\text{Pre programový výber (PV): } P_{g,PV} = \frac{\text{\#doplácaní na konci PV}}{\text{\# všetkých výstupov}}.$$

$$\text{Pre anuitu: } P_{g,anuita} = \frac{\text{\#doplácaní kvôli anuite}}{\text{\# všetkých výstupov}}.$$

Pravdepodobnosti dopĺacania prezentujeme v Tabuľke 3.4.1. V rámci každého scenára driftu (priemernej výkonnosti) platí, že s rastúcou volatilitou rastie riziko porušenia garancií. Najvyššie pravdepodobnosti dopĺacania pripadajú na programový výber, to je však intuitívny výsledok. V tomto prípade sa postupne znižuje majetok, ktorý je investovaný, ale stále ostáva garantovaný. Následne prepád môže ľahko spôsobiť, že nastane malé dopĺcanie. Druhé najpravdepodobnejšie dopĺcanie je pri jednorazových výberoch, kde je kratší investičný horizont v porovnaní s programovým výberom a anuitnou výplátou. Najmenej pravdepodobné dopĺcanie je pri 10-ročných garanciách, tam však ide o dopĺcanie na celý fond. Ako sme ukázali na reálnych dátach v Tabuľke 3.1.1, aj malá záporná výkonnosť -0,85% vie spôsobiť miliónové dopĺcanie. Preto je kľúčové okrem pravdepodobnosti dopĺacania vyhodnotiť a porovnať jeho veľkosť.

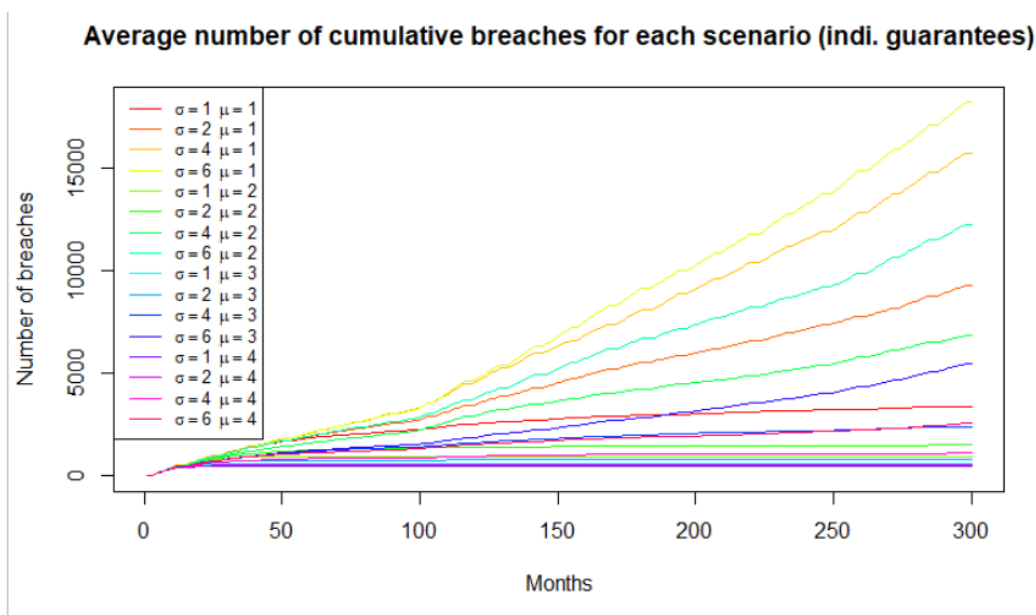
Doplácanie / μ, σ	1,1	1,2	1,4	1,6	2,1	2,2	2,4	2,6
Individuálne garancie, jednorazovo	0,085	0,141	0,254	0,391	0,025	0,038	0,173	0,308
10-ročné garancie	0,000	0,022	0,051	0,160	0,000	0,000	0,053	0,134
Individuálne garancie, PV	0,156	0,232	0,374	0,540	0,004	0,029	0,230	0,416
Individuálne garancie, anuita	0,016	0,064	0,174	0,344	0,000	0,001	0,101	0,240
Doplácanie / μ, σ	3,1	3,2	3,4	3,6	4,1	4,2	4,4	4,6
Individuálne garancie, jednorazovo	0,015	0,020	0,061	0,138	0,012	0,014	0,028	0,065
10-ročné garancie	0,000	0,000	0,012	0,040	0,000	0,000	0,001	0,014
Individuálne garancie, PV	0,000	0,001	0,075	0,183	0,000	0,000	0,016	0,071
Individuálne garancie, anuita	0,000	0,000	0,014	0,073	0,000	0,000	0,003	0,014

Tabuľka 3.4.1 Pravdepodobnosť dopĺacania na základe 25-ročnej simulácie dôchodkového systému pre individuálne garancie a jednorazové výbery, 10-ročné garancie a nový systém ktorý obsahuje mesačne vyplácaný programový výber a anuitu (Zdroj: vlastné spracovanie)

Pre výšku doplácania by nás mali zaujímať dva aspekty. V prvom rade distribúcia absolútnej výšky doplácania v rámci jednotlivých scenárov. Absolútne výšky kumulatívneho doplácania ukazujeme pomocou tabuliek, kde vieme ukázať viaceré aspekty rozdelenia. Pre porovnanie rozsahu doplácania pridávame aj údaj o čistej hodnote majetku dlhopisového fondu na konci simulácie (NAV). Okrem výšky doplácania nás zaujíma aj výška poplatkov v dlhopisovom aj indexovom fonde, lebo to je jediný príjem správcovskej spoločnosti a dá sa jednoducho vyčísliť.

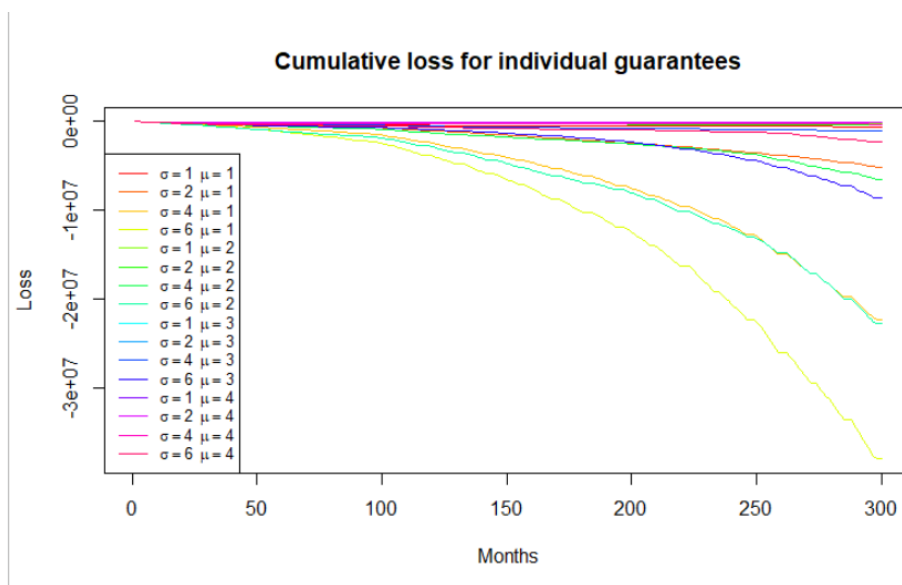
Kumulatívne inkasované poplatky, mínus kumulatívne doplácanie, popisuje zisk spoločnosti (i keď hrubý keďže neuvažujeme náklady). Hrubý zisk spoločnosti poskytuje zaujímavú informáciu. V prípade, že by bol záporný, je absolútne jasné, že dôchodkový systém je neudržateľný pretože v takomto nastavení spoločnosti odmietnu podnikáť.

V prvom kroku porovnávame 10-ročné garancie, ktoré reprezentujú starý systém a nové individuálne garancie s jednorazovým výberom, ktoré reprezentujú aktuálnu realitu. Priemerný počet porušení garancií pre každý scenár a individuálne garancie ukazujeme na Obr. 3.4.1. Priemerné kumulatívne doplácanie v rámci scenárov, respektíve kumulatívnu stratu pre správcovské spoločnosti zobrazujeme na Obr. 3.4.2 pre individuálne garancie a Obr. 3.4.3 pre 10-ročné garancie.

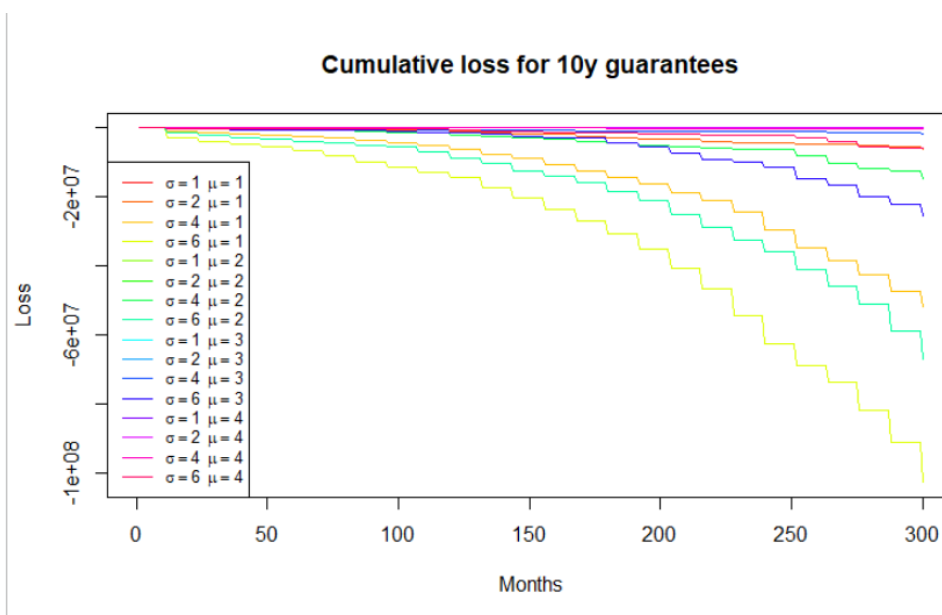


Obrázok 3.4.1 Priemerný počet porušení garancií pre každý scenár a individuálne garancie (Zdroj: vlastné spracovanie)

Hlavná informácia ktorú poskytujú Obr. 3.4.1 až 3.4.3 je, že s rastúcou volatilitou rastie počet porušení a zároveň aj výška doplácania. Zároveň je evidentné, že doplácanie a porušenie garancií má diametrálne odlišný priebeh. Kým individuálne garancie sú vyplácané pravidelne (mesačne), 10-ročné garancie majú schodovitý priebeh. Zároveň obrázky poskytujú prvotnú indíciu, že 10-ročné garancie sú vyplácané vo väčšej výške, minimálne čo sa týka ich priemeru.



Obrázok 3.4.2 Kumulatívne doplácanie pre individuálne garancie počas obdobia 300 mesiacov (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 3.4.3 Kumulatívne doplácanie pre 10-ročné garancie počas obdobia 300 mesiacov (Zdroj: vlastné spracovanie)

V tabuľkách 3.4.2 až 3.4.5 zobrazujeme kumulatívne dopĺcanie počas 25 rokov. Hodnota individuálnej garancie popisuje dopĺcanie na individuálne garancie, hodnota 10-ročné garancie popisuje dopĺcanie na tento typ garancie, poplatky dlhopis popisuje kumulatívnu výšku vybratých poplatkov spoločnosťou v dlhopisovom fonde, poplatky dokopy zobrazuje výšku poplatkov za dlhopisový a indexový fond spolu a NAV označuje čistú hodnotu majetku vo fonde.

Jednorázové dopĺcanie	MIN	1Q	MEDIAN	PRIEMER	3Q	MAX
$\mu=1\%$ $\sigma=1\%$ Individuálne garancie	- 3 740 575,98 -	571 358,33 -	387 628,61 -	582 678,43 -	273 611,55 -	126 438,17
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	28 066 528,45	38 897 559,71	45 609 291,83	48 446 763,77	56 996 876,94	99 046 506,80
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	412 294 979,86	915 703 840,43	1 187 155 559,26	1 265 713 790,32	1 584 318 794,89	2 633 116 490,05
$\mu=1\%$ $\sigma=2\%$ Individuálne garancie	- 28 882 904,50 -	1 841 662,54 -	550 006,79 -	2 375 162,59 -	314 825,22 -	74 615,44
10-ročné garancie	- 75 165 388,22 -	218 917,87	0	3 136 382,37	0	0
Poplatky dlhopis	27 149 703,80	39 822 582,77	47 917 640,23	52 780 321,02	63 595 667,45	103 947 601,35
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	475 611 465,63	1 019 475 297,89	1 239 151 925,15	1 488 209 326,91	1 840 680 856,01	3 789 856 661,65
$\mu=1\%$ $\sigma=4\%$ Individuálne garancie	- 72 537 453,54 -	7 626 691,97 -	3 032 336,39 -	5 600 419,91 -	613 751,87 -	121 033,16
10-ročné garancie	- 93 562 191,44 -	7 296 188,47 -	62 403,17 -	6 335 174,92	0	0
Poplatky dlhopis	21 973 978,24	37 945 590,70	46 075 417,32	51 179 132,98	62 645 306,12	105 373 619,00
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	443 742 599,32	921 908 452,86	1 236 342 187,62	1 370 295 048,53	1 709 070 139,67	3 296 050 726,39
$\mu=1\%$ $\sigma=6\%$ Individuálne garancie	- 143 910 277,92 -	32 991 973,10 -	9 380 899,72 -	22 428 907,87 -	3 613 402,15 -	61 486,09
10-ročné garancie	- 293 207 305,02 -	84 258 033,69 -	18 701 854,80 -	49 972 759,22 -	4 540 589,51	0
Poplatky dlhopis	24 753 556,39	39 199 483,22	45 988 902,95	50 255 280,16	56 162 551,34	106 850 118,15
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	553 399 475,48	867 993 200,55	1 129 815 757,24	1 274 782 143,37	1 486 341 285,94	3 257 333 274,89

Tabuľka 3.4.2 Charakteristiky rozdelenia pre dopĺcanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 1% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

Jednorázové dopĺcanie	MIN	1Q	MEDIAN	PRIEMER	3Q	MAX
$\mu=2\%$ $\sigma=1\%$ Individuálne garancie	- 547 240,78 -	196 776,22 -	156 331,89 -	174 179,96 -	131 485,65 -	72 695,54
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	18 738 584,20	37 894 251,78	45 934 514,11	51 850 663,72	58 292 622,00	205 089 199,85
Poplatky dokopy	138 061 709,91	329 423 203,39	392 149 372,61	424 924 518,04	482 423 611,66	1 469 448 353,23
NAV	192 437 465,65	909 684 387,83	1 170 604 124,10	1 395 176 764,33	1 636 887 909,14	8 209 974 023,20
$\mu=2\%$ $\sigma=2\%$ Individuálne garancie	- 1 670 518,71 -	413 797,16 -	235 507,98 -	315 452,63 -	136 138,24 -	26 659,42
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	23 400 040,70	39 129 862,17	48 718 588,93	51 253 890,74	57 485 286,07	127 646 232,26
Poplatky dokopy	166 153 058,40	348 240 389,19	405 612 962,26	424 660 697,59	472 224 530,43	884 908 031,06
NAV	304 756 864,77	960 553 696,94	1 269 069 355,27	1 360 831 607,58	1 593 784 518,61	3 567 585 672,81
$\mu=2\%$ $\sigma=4\%$ Individuálne garancie	- 70 096 596,06 -	6 416 845,89 -	1 418 089,13 -	6 481 257,72 -	342 357,16 -	8 465,49
10-ročné garancie	- 173 386 828,62 -	11 804 167,68	0	14 542 514,46	0	0
Poplatky dlhopis	23 303 224,16	40 574 417,52	48 588 316,46	51 449 024,10	59 297 682,55	117 314 203,41
Poplatky dokopy	164 877 665,92	350 499 673,40	407 650 382,55	426 945 931,15	495 081 557,51	828 272 061,36
NAV	352 860 913,46	943 423 214,39	1 258 356 543,51	1 375 958 881,84	1 665 011 132,95	3 826 577 544,65
$\mu=2\%$ $\sigma=6\%$ Individuálne garancie	- 233 277 530,66 -	28 373 656,90 -	12 027 202,83 -	22 784 930,50 -	2 999 286,78 -	21 161,82
10-ročné garancie	- 785 365 394,01 -	90 891 665,80 -	33 621 387,59 -	66 828 234,86 -	3 707 454,34	0
Poplatky dlhopis	25 185 950,12	40 397 647,92	48 233 150,22	52 549 390,46	61 632 454,56	155 244 007,91
Poplatky dokopy	220 060 675,64	351 615 123,28	410 196 178,59	432 512 925,75	488 536 947,92	1 053 255 834,59
NAV	492 082 442,19	962 851 778,87	1 211 923 612,73	1 407 489 425,10	1 652 648 964,60	6 131 912 555,66

Tabuľka 3.4.3 Charakteristiky rozdelenia pre dopĺcanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 2% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

Jednorázové dopĺácanie	MIN	1Q	MEDIAN	PRIEMER	3Q	MAX
$\mu=3\%$ $\sigma=1\%$ Individuálne garancie	- 196 710,79 -	125 254,29	103 498,06	106 012,67	80 477,16	48 198,15
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	24 525 852,76	40 446 398,17	49 350 391,39	52 470 594,35	60 209 762,91	187 086 955,36
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	550 352 728,13	936 113 434,46	1 272 450 864,85	1 413 335 254,76	1 659 327 234,68	7 014 911 001,05
$\mu=3\%$ $\sigma=2\%$ Individuálne garancie	- 923 513,94 -	195 451,80	131 241,81	151 407,64	85 463,87	21 064,12
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	26 924 225,76	39 136 146,71	49 653 046,76	52 304 766,61	61 114 315,60	117 853 164,94
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	449 881 563,05	924 622 329,25	1 241 532 684,82	1 392 591 037,09	1 664 583 192,12	4 160 125 937,63
$\mu=3\%$ $\sigma=4\%$ Individuálne garancie	- 16 580 692,62 -	792 455,13	287 589,42	1 101 460,30	118 002,88	2 698,16
10-ročné garancie	- 29 609 239,86 -	0	0	1 589 703,70	0	0
Poplatky dlhopis	22 434 302,43	40 479 269,29	46 367 399,76	49 791 902,69	55 942 931,46	108 332 937,07
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	551 737 941,54	1 004 830 331,04	1 184 692 721,29	1 338 630 108,65	1 518 448 514,93	3 605 898 426,60
$\mu=3\%$ $\sigma=6\%$ Individuálne garancie	- 169 392 401,89 -	5 869 719,34	1 183 968,10	8 660 308,27	367 436,27	19 271,82
10-ročné garancie	- 414 431 503,84 -	16 845 564,78	0	25 526 205,25	0	0
Poplatky dlhopis	19 941 916,12	39 544 277,71	48 555 670,60	52 314 362,37	60 640 101,65	115 233 846,80
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	218 095 142,48	918 683 474,98	1 255 255 820,89	1 414 112 124,75	1 692 816 057,63	3 899 127 785,83

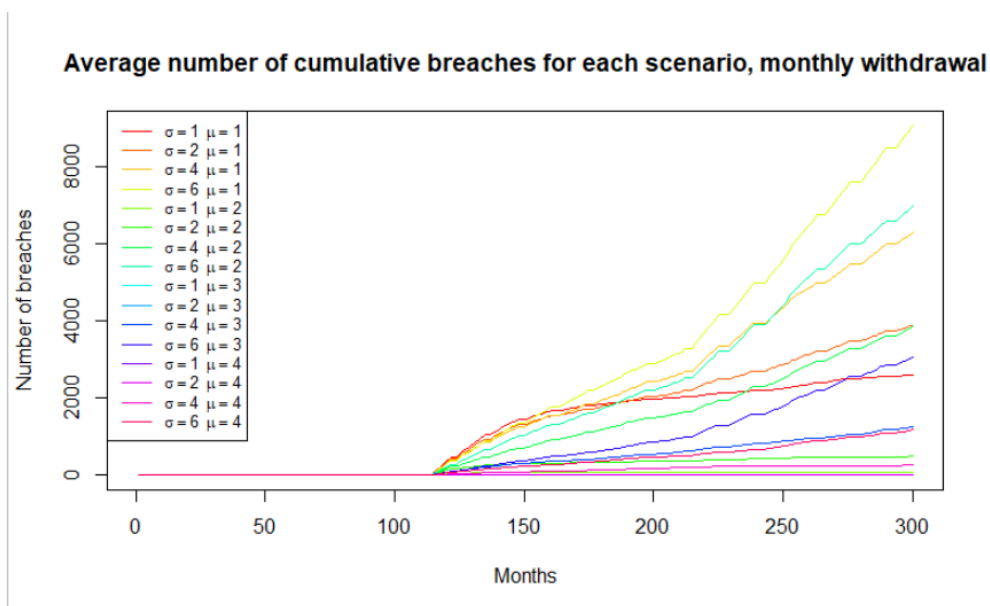
Tabuľka 3.4.4 Charakteristiky rozdelenia pre dopĺácanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 3% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

Jednorázové dopĺácanie	MIN	1Q	MEDIAN	PRIEMER	3Q	MAX
$\mu=4\%$ $\sigma=1\%$ Individuálne garancie	- 192 391,57 -	98 078,24	81 584,33	84 573,72	67 169,66	43 724,61
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	26 684 973,82	43 077 345,53	50 462 021,37	52 867 026,59	60 295 810,84	118 634 664,44
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	523 935 902,35	1 123 955 106,00	1 413 647 994,82	1 462 840 310,93	1 707 334 209,74	3 586 516 965,81
$\mu=4\%$ $\sigma=2\%$ Individuálne garancie	- 678 373,84 -	119 536,16	86 116,97	102 938,82	57 339,56	21 417,34
10-ročné garancie	0	0	0	0	0	0
Poplatky dlhopis	23 239 959,16	42 593 941,72	51 124 279,25	54 353 155,10	61 693 376,48	185 873 249,02
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	463 242 713,20	1 018 115 234,51	1 382 686 045,94	1 527 838 208,44	1 774 807 929,15	6 413 734 576,64
$\mu=4\%$ $\sigma=4\%$ Individuálne garancie	- 2 911 977,30 -	296 241,06	138 844,84	305 904,47	62 206,50	1 206,50
10-ročné garancie	- 24 831 790,45 -	0	0	242 605,25	0	0
Poplatky dlhopis	22 984 172,28	41 593 621,00	51 405 329,40	54 314 136,77	64 194 785,29	105 035 548,49
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	520 236 463,14	1 056 170 522,72	1 304 708 551,73	1 485 810 029,31	1 714 631 690,01	4 025 312 708,99
$\mu=4\%$ $\sigma=6\%$ Individuálne garancie	- 89 701 571,17 -	1 489 024,09	426 654,69	2 281 732,40	157 858,13	2 547,18
10-ročné garancie	- 314 857 156,04 -	0	0	5 924 076,76	0	0
Poplatky dlhopis	26 976 306,88	40 396 718,28	52 200 690,90	54 159 919,00	62 980 742,69	116 828 010,81
Poplatky dokopy	214 600 120,36	348 170 710,61	410 195 964,95	412 530 742,95	475 191 413,11	666 937 731,78
NAV	516 064 557,17	960 178 358,73	1 311 621 963,51	1 460 881 552,70	1 768 739 842,25	4 729 849 585,21

Tabuľka 3.4.5 Charakteristiky rozdelenia pre dopĺácanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 4% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

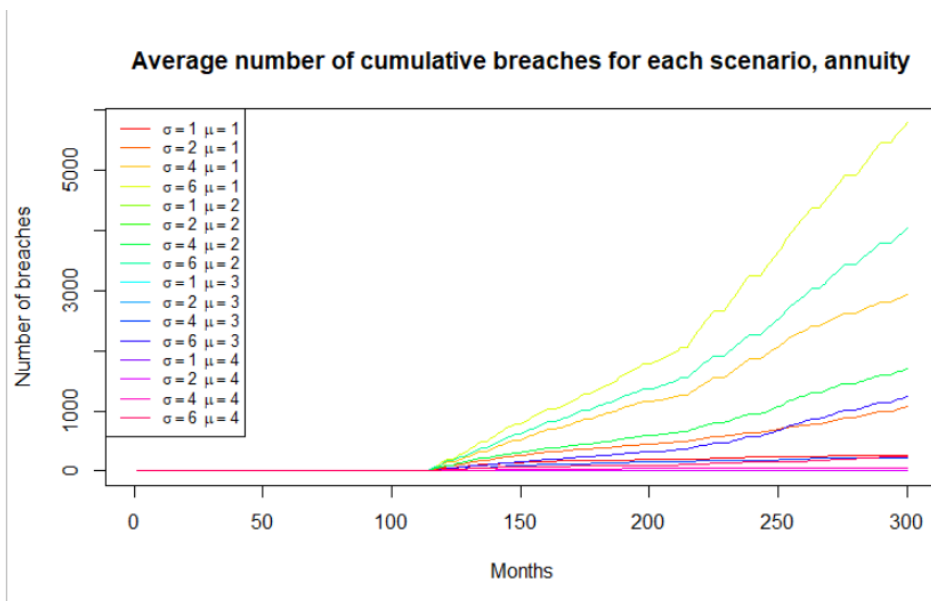
Zodpovedať otázku, či sú lepšie individuálne garancie alebo 10-ročné je netriviálne. Ako ukazujú Tab. 3.4.2 až 3.4.5, pre 10-ročné garancie je mediánové dopĺácanie nulové pre drifty 3% a 4% pri ľubovoľnej skúmanej volatilitě. Pri drifte 1% je mediánové dopĺácanie 0 pre volatilitu 1% a 2%, a pri drifte 2% pre každú volatilitu okrem 6%. 10-ročné garancie sú ale spojené s výrazne vyšším dopĺácaním na ľavom konci rozdelenia alebo pri vyšších volatilitách. Individuálne garancie teda prinášajú nižšie sumy, ale s vyššou

pravdepodobnosťou, ako ukázala už Tabuľka 3.4.1. Pri nízkom riziku by spoločnosti nemuseli v prípade 10-ročných garancií doplácať vôbec. Individuálne garancie by aj pri nízkom riziku priniesli doplácanie a i keď nižšie riziko by prinieslo výrazne nižšie doplácanie, nulové doplácanie nie je v žiadnom scenári. Treba poznamenať, že individuálne garancie nie sú v katastroficky vysokých sumách, napríklad, vo výške, kedy by prevyšovali sumu vybratých poplatkov.



Obrázok 3.4.4 Kumulatívny počet doplácaní pre mesačný programový výber a individuálne garancie (Zdroj: vlastné spracovanie)

V druhom kroku porovnávame individuálne garancie s jednorazovým výberom a nový systém výplatnej fázy (a garancií) ktorý má platiť od roku 2025. Od roku 2025 budú dve garancie: prvá garancia môže byť aktivovaná v súvislosti s mesačne vyplácaným programovým výberom a druhá garancia môže byť aktivovaná pri zakúpení anuity. Obrázok 3.4.4 zobrazuje počty doplácaní pre mesačný programový výber a Obrázok 3.4.5 zobrazuje počty doplácaní kvôli anuite. Ako už ukázali výsledky Tabuľky 3.4.1, doplácanie na programový výber je pravdepodobnejšie a početnejšie. Z grafov je evidentné, že prvých približne 10 rokov nenastávalo žiadne doplácanie. Dôvodom je dĺžka programového výberu a fakt, že sa dopláca na konci.



Obrázok 3.4.5 Kumulatívny počet doplácaní pre anuitu a individuálne garancie (Zdroj: vlastné spracovanie)

Keďže prvých 10 rokov nedochádza k žiadnemu doplácaniu a tieto dáta sú nevyhnutné na stabilizáciu systému, nové garancie porovnávame so starým systémom (s jednorazovým výberom) na základe posledných 15 rokov simulácií. Kumulatívne doplácanie a poplatky prislúchajú iba posledným 15 rokom. Pre férové porovnanie systémov, v ktorých naozaj dochádza k doplácaniu, porovnávame iba posledných 15 rokov. V tabuľkách 3.4.6 až 3.4.9 zobrazujeme kumulatívne doplácanie počas 15 rokov. Hodnota doplácanie jednorazovo popisuje doplácanie na individuálne garancie s jednorazovým výberom, hodnota doplácanie PIS popisuje doplácanie na predvolenú investičnú stratégiu (mesačný výber a anuitu), poplatky dlhopis popisuje kumulatívnu výšku vybratých poplatkov spoločnosťou v dlhopisovom fonde v prípade PIS, poplatky dokopy zobrazuje výšku poplatkov za dlhopisový a indexový fond spolu v prípade PIS a NAV označuje čistú hodnotu majetku vo fonde v prípade PIS.

PIS vs jednorázové vyplácanie		MIN	1Q	MEDIAN	MEAN	3Q	MAX
$\mu=1\%$ $\sigma=1\%$	Doplácanie jednorázovo	- 3 740 575,98	- 528 856,46	- 343 906,74	- 520 544,70	- 209 879,61	0
	Doplácanie PIS	- 2 829 218,29	- 542 561,37	- 283 625,31	- 465 355,77	- 120 328,85	0
	Poplatky bond	47 769 806,40	63 617 511,21	72 396 616,91	76 706 191,93	88 689 393,42	151 333 888,61
	Poplatky dokopy	264 517 792,38	377 228 097,40	424 058 485,84	448 139 085,67	517 491 294,73	730 624 396,09
	NAV	906 268 931,37	1 654 822 408,24	2 032 175 345,14	2 150 858 118,33	2 539 687 302,88	4 158 227 689,17
$\mu=1\%$ $\sigma=2\%$	Doplácanie jednorázovo	- 28 882 904,50	- 1 841 662,54	- 550 006,79	- 2 375 162,59	- 314 825,22	- 74 615,44
	Doplácanie PIS	- 25 921 997,46	- 1 184 130,42	- 418 925,62	- 1 685 471,62	- 103 349,67	0
	Poplatky bond	40 951 208,33	63 500 709,09	75 153 021,35	82 117 178,48	96 414 471,40	152 638 520,86
	Poplatky dokopy	213 042 142,66	395 866 532,40	452 139 440,38	486 254 476,50	564 702 949,40	838 355 341,92
	NAV	856 608 579,48	1 778 467 649,50	2 126 813 414,96	2 452 665 443,91	2 995 727 549,27	5 568 033 574,61
$\mu=1\%$ $\sigma=4\%$	Doplácanie jednorázovo	- 72 537 453,54	- 7 626 691,97	- 3 032 336,39	- 5 600 419,91	- 613 751,87	- 121 033,16
	Doplácanie PIS	- 80 414 172,09	- 4 979 986,28	- 1 903 162,47	- 5 318 093,92	- 186 537,02	0
	Poplatky bond	38 642 629,75	61 680 826,87	72 725 700,55	79 674 673,39	94 920 803,17	154 497 465,69
	Poplatky dokopy	228 705 567,30	365 779 439,06	430 000 532,16	460 893 281,44	550 003 164,88	839 123 715,21
	NAV	908 913 540,27	1 609 824 980,49	2 086 479 183,69	2 260 589 430,71	2 692 342 262,00	5 179 669 971,38
$\mu=1\%$ $\sigma=6\%$	Doplácanie jednorázovo	- 143 910 277,92	- 32 991 973,10	- 9 380 899,72	- 22 428 907,87	- 3 613 402,15	- 61 486,09
	Doplácanie PIS	- 150 382 204,10	- 28 628 938,32	- 6 863 084,28	- 21 765 296,08	- 2 009 778,52	0
	Poplatky bond	41 133 935,23	64 563 801,39	73 578 740,05	78 683 454,61	88 222 682,40	156 461 044,27
	Poplatky dokopy	266 259 415,59	380 969 191,34	429 258 973,34	454 273 967,82	507 142 361,58	837 582 778,08
	NAV	1 027 271 049,39	1 607 479 003,68	1 944 154 232,47	2 164 116 444,01	2 543 324 686,69	4 933 190 762,51

Tabuľka 3.4.6 Charakteristiky rozdelenia pre doplácanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 1% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

PIS vs jednorázové vyplácanie		MIN	1Q	MEDIAN	MEAN	3Q	MAX
$\mu=2\%$ $\sigma=1\%$	Doplácanie jednorázovo	- 547 240,78	- 196 776,22	- 156 331,89	- 174 179,96	- 131 485,65	- 72 695,54
	Doplácanie PIS	- 131 913,28	0	0	4 668,55	0	0
	Poplatky dlhopis	31 842 164,94	61 856 107,44	74 756 239,80	82 487 848,20	92 349 692,36	286 502 761,94
	Poplatky dokopy	179 445 210,24	356 954 657,46	423 601 389,17	463 146 794,81	531 026 602,95	1 576 473 303,08
	NAV	657 380 607,46	1 586 180 413,03	2 051 679 399,06	2 383 088 034,23	2 801 913 231,30	11 940 118 722,30
$\mu=2\%$ $\sigma=2\%$	Doplácanie jednorázovo	- 1 670 518,71	- 413 797,16	- 235 507,98	- 315 452,63	- 136 138,24	- 26 659,42
	Doplácanie PIS	- 851 565,45	- 80 543,23	0	- 68 890,95	0	0
	Poplatky dlhopis	41 143 710,85	65 232 498,36	79 182 869,02	82 120 878,64	92 479 625,12	185 810 297,38
	Poplatky dokopy	236 986 878,86	381 343 165,98	442 827 584,88	465 266 583,27	518 120 210,50	959 926 959,23
	NAV	977 971 325,53	1 738 720 181,82	2 214 415 426,34	2 361 227 960,62	2 688 316 640,42	5 616 635 057,75
$\mu=2\%$ $\sigma=4\%$	Doplácanie jednorázovo	- 70 096 596,06	- 6 416 845,89	- 1 418 089,13	- 6 481 257,72	- 342 357,16	- 8 465,49
	Doplácanie PIS	- 89 682 342,06	- 4 598 926,62	- 742 228,72	- 4 879 999,01	- 41 779,12	0
	Poplatky dlhopis	32 330 973,30	65 404 411,74	78 079 475,99	81 843 549,62	94 160 778,79	175 234 888,11
	Poplatky dokopy	171 791 198,87	385 341 084,49	445 110 975,72	462 990 643,15	523 183 419,90	893 358 115,74
	NAV	498 701 993,46	1 728 740 726,26	2 137 677 407,48	2 342 971 035,14	2 756 701 219,12	5 868 531 752,88
$\mu=2\%$ $\sigma=6\%$	Doplácanie jednorázovo	- 233 277 530,66	- 28 373 656,90	- 12 027 202,83	- 22 784 930,50	- 2 999 286,78	- 21 161,82
	Doplácanie PIS	- 226 826 040,93	- 22 874 441,70	- 6 729 178,40	- 18 904 972,37	- 1 245 657,51	0
	Poplatky dlhopis	39 271 244,13	65 979 078,23	78 255 735,20	83 219 768,17	96 606 515,73	229 846 784,44
	Poplatky dokopy	221 130 604,04	386 111 685,34	448 447 838,96	471 290 930,00	532 097 760,35	1 150 291 686,85
	NAV	587 758 108,21	1 704 500 531,90	2 152 599 826,19	2 387 274 385,67	2 813 000 087,33	9 403 260 448,66

Tabuľka 3.4.7 Charakteristiky rozdelenia pre doplácanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 2% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

PIS vs jednorázové vyplácanie		MIN	1Q	MEDIAN	MEAN	3Q	MAX
$\mu=3\%$ $\sigma=1\%$	Doplácanie jednorázovo	- 196 710,79	- 125 254,29	- 103 498,06	- 106 012,67	- 80 477,16	- 48 198,15
	Doplácanie PIS	0	0	0	0	0	0
	Poplatky bond	38 457 306,93	67 771 667,43	80 648 116,87	85 052 502,43	97 571 402,55	269 743 598,01
	Poplatky dokopy	191 171 749,23	373 954 871,82	451 646 021,17	467 996 613,79	530 033 066,99	1 375 466 340,99
	NAV	567 120 874,06	1 786 959 946,14	2 285 024 550,98	2 475 016 440,62	2 834 924 698,56	10 640 750 520,84
$\mu=3\%$ $\sigma=2\%$	Doplácanie jednorázovo	- 923 513,94	- 195 451,80	- 131 241,81	- 151 407,64	- 85 463,87	- 21 064,12
	Doplácanie PIS	- 146 503,72	0	0	2 016,21	0	0
	Poplatky bond	42 157 137,05	66 320 304,77	77 218 726,77	84 609 884,13	99 751 710,71	177 915 811,15
	Poplatky dokopy	221 637 368,92	365 379 706,38	422 109 344,78	461 641 933,22	532 159 116,94	878 618 998,51
	NAV	962 286 715,67	1 690 784 791,77	2 161 158 692,21	2 420 117 676,85	2 954 554 090,50	6 530 058 280,56
$\mu=3\%$ $\sigma=4\%$	Doplácanie jednorázovo	- 16 580 692,62	- 792 455,13	- 287 589,42	- 1 101 460,30	- 118 002,88	- 2 698,16
	Doplácanie PIS	- 22 426 186,65	- 299 007,79	- 4 422,40	- 667 314,01	0	0
	Poplatky bond	40 259 712,84	65 624 491,26	76 071 768,33	80 703 553,88	91 080 063,69	163 826 146,42
	Poplatky dokopy	199 746 860,75	377 845 667,42	428 796 149,25	447 554 726,92	503 948 776,21	877 349 961,24
	NAV	648 577 145,75	1 767 665 098,98	2 111 720 945,05	2 321 515 605,12	2 694 773 695,18	5 594 066 664,52
$\mu=3\%$ $\sigma=6\%$	Doplácanie jednorázovo	- 169 392 401,89	- 5 869 719,34	- 1 183 968,10	- 8 660 308,27	- 367 436,27	- 19 271,82
	Doplácanie PIS	- 157 308 845,85	- 3 176 477,88	- 481 830,41	- 6 073 615,75	- 12 687,15	0
	Poplatky bond	44 968 002,18	65 271 070,54	80 334 099,65	84 914 714,15	97 348 714,71	168 215 272,38
	Poplatky dokopy	252 948 740,26	375 927 718,16	442 593 369,59	471 025 377,18	537 937 638,72	968 426 028,56
	NAV	996 672 424,87	1 705 004 564,89	2 246 151 517,63	2 478 384 815,21	2 972 190 352,14	6 162 308 376,29

Tabuľka 3.4.8 Charakteristiky rozdelenia pre doplácanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 3% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

PIS vs jednorázové vyplácanie		MIN	1Q	MEDIAN	MEAN	3Q	MAX
$\mu=4\%$ $\sigma=1\%$	Doplácanie jednorázovo	- 192 391,57	- 98 078,24	- 81 584,33	- 84 573,72	- 67 169,66	- 43 724,61
	Doplácanie PIS	0	0	0	0	0	0
	Poplatky bond	36 042 032,79	72 563 668,78	83 831 027,85	86 889 019,10	97 935 153,82	184 713 346,91
	Poplatky dokopy	181 391 730,41	397 538 325,69	460 238 880,98	464 461 775,91	520 337 091,43	876 083 715,83
	NAV	627 757 151,60	2 039 417 806,73	2 553 432 602,83	2 578 910 400,79	3 007 698 902,35	6 144 693 703,17
$\mu=4\%$ $\sigma=2\%$	Doplácanie jednorázovo	- 678 373,84	- 119 536,16	- 86 116,97	- 102 938,82	- 57 339,56	- 21 417,34
	Doplácanie PIS	0	0	0	0	0	0
	Poplatky bond	45 545 651,59	72 181 364,63	84 858 170,19	89 458 260,32	100 256 721,06	270 061 070,67
	Poplatky dokopy	254 449 022,14	400 033 523,08	459 224 320,84	483 782 352,45	552 942 336,36	1 369 178 544,64
	NAV	1 108 723 802,63	1 907 819 518,77	2 436 949 183,78	2 706 160 233,45	3 227 402 753,36	10 154 104 675,76
$\mu=4\%$ $\sigma=4\%$	Doplácanie jednorázovo	- 2 911 977,30	- 296 241,06	- 138 844,84	- 305 904,47	- 62 206,50	- 1 206,50
	Doplácanie PIS	- 2 618 111,97	0	0	66 086,28	0	0
	Poplatky bond	29 282 282,79	69 028 535,30	83 669 549,44	88 409 878,84	105 618 315,54	165 013 744,18
	Poplatky dokopy	142 430 572,93	392 781 210,63	438 240 711,01	470 944 470,60	545 509 655,53	807 387 779,85
	NAV	398 153 884,69	1 970 463 751,97	2 315 518 845,50	2 602 762 630,95	3 065 237 599,28	6 251 732 857,89
$\mu=4\%$ $\sigma=6\%$	Doplácanie jednorázovo	- 89 701 571,17	- 1 489 024,09	- 426 654,69	- 2 281 732,40	- 157 858,13	- 2 547,18
	Doplácanie PIS	- 34 966 005,20	- 361 051,50	- 372,24	- 1 086 048,91	0	0
	Poplatky bond	34 541 461,55	68 448 613,91	85 669 511,89	88 195 080,60	102 203 590,63	171 757 205,90
	Poplatky dokopy	166 752 150,60	380 213 180,44	447 698 201,67	469 340 125,72	539 308 097,40	1 030 481 082,35
	NAV	532 291 855,93	1 764 693 015,97	2 348 169 917,21	2 566 522 266,48	3 040 393 033,75	7 065 190 685,14

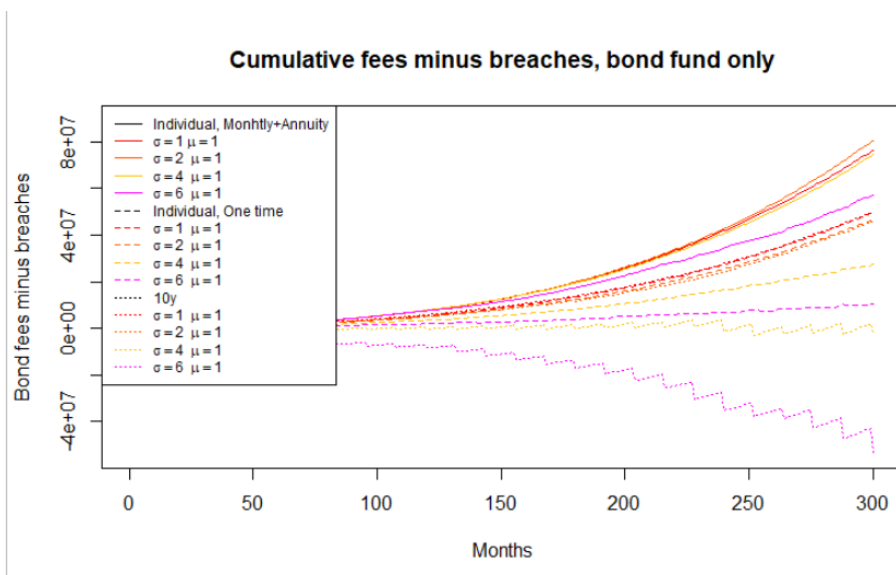
Tabuľka 3.4.9 Charakteristiky rozdelenia pre doplácanie na individuálne garancie a 10-ročné garancie pre drift vo výške 4% ročne (Zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľky 3.4.6 až 3.4.9 ukazujú, že medzi individuálnymi garanciami s jednorázovým výberom a tým s postupným výberom je priepastný rozdiel. Charakteristiky polohy rozdelenia ako priemer alebo medián sú pre každý scenár priaznivejšie pre systém, ktorý má postupný výber. Až na výnimku jedného scenára môžeme to isté hovoriť aj o prvom kvartile. Zároveň, nová výplatná stratégia nemusí nevyhnutne viesť k doplácaniu, pre nižšie hodnoty volatility je mediánové doplácanie nulové. Nová výplatná fáza, ktorá je postupná spôsobuje, že prostriedky ostávajú zainvestované dlhšie a predlžuje sa aj investičný horizont.

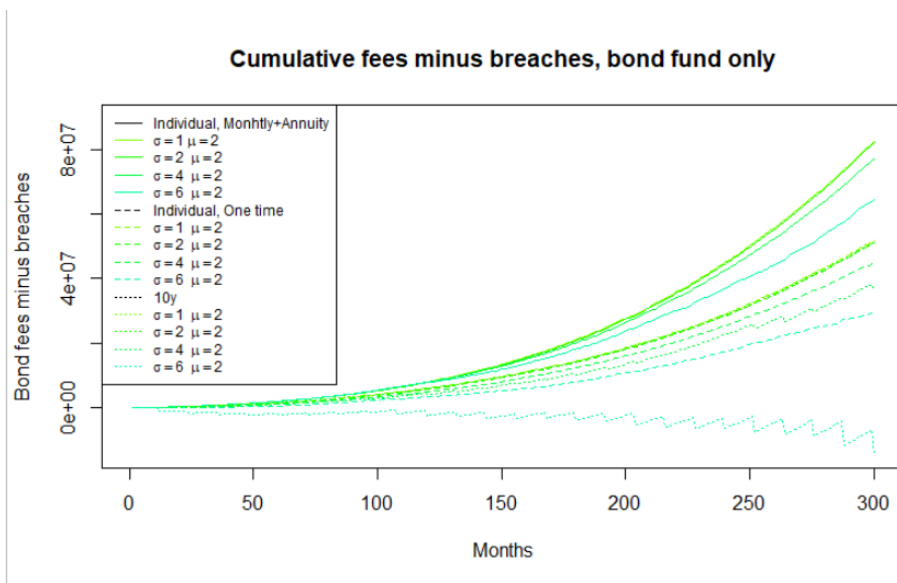
Z hľadiska garancií je to pre správcovské spoločnosti bezpečnejšie. Stále by však mali byť výstrahou scenáre s vysokou volatilitou, v extrémnych prípadoch môže byť doplácanie vyššie ako suma vybratých poplatkov.

Kumulatívny priebeh priemerných poplatkov a doplácania garancií pre jednotlivé scenáre zobrazujeme na Obr. 3.4.6 až 3.4.9. Ak sa sústredíme, len na dlhopisové fondy, v priemere sú vybraté poplatky dostatočné na pokrytie doplácania, okrem 10-ročných garancií a kombinácie nízkeho výnosu s vysokou volatilitou.

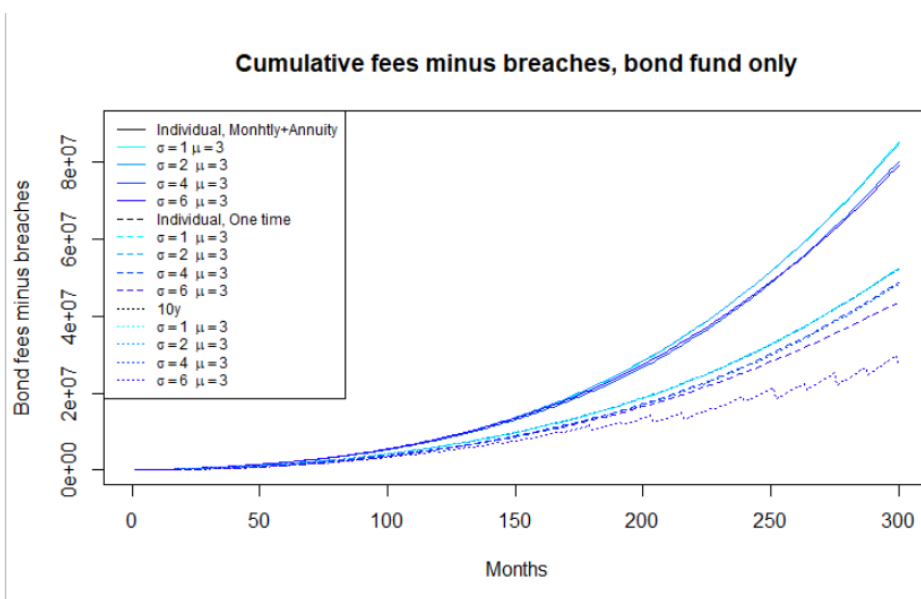
Dôchodkové správcovské spoločnosti okrem dlhopisového fondu spravujú aj indexový fond, ktorý je predvolený a sporitelia v ňom strávia prakticky celý život. Z počiatku do neho smerujú všetky príspevky, neskôr sa pomer príspevkov upravuje a presúva sa časť majetku, ale aj pri úplnom odchode zo systému bude mať sporiteľ 5% prostriedkov v indexovom fonde. Zároveň tu nie sú žiadne garancie a teda z istého uhľ'a pohľadu by sme sa mohli pozerat' na dlhopisový fond ako „poplatok“ za možnosť spravovať indexový fond. Pri takejto optike by efekt doplácania nebol viditeľný ani pre 10-ročné garancie. Tento efekt graficky zobrazujeme na Obr. 3.4.10 až 3.4.13, veľmi dobre je viditeľný však aj v Tab. 3.4.2 až 3.4.9. Pri poplatkoch „dokopy“ je evidentné, že indexové fondy budú pre spoločnosti prinášať významne vyššie poplatky ako dlhopisové.



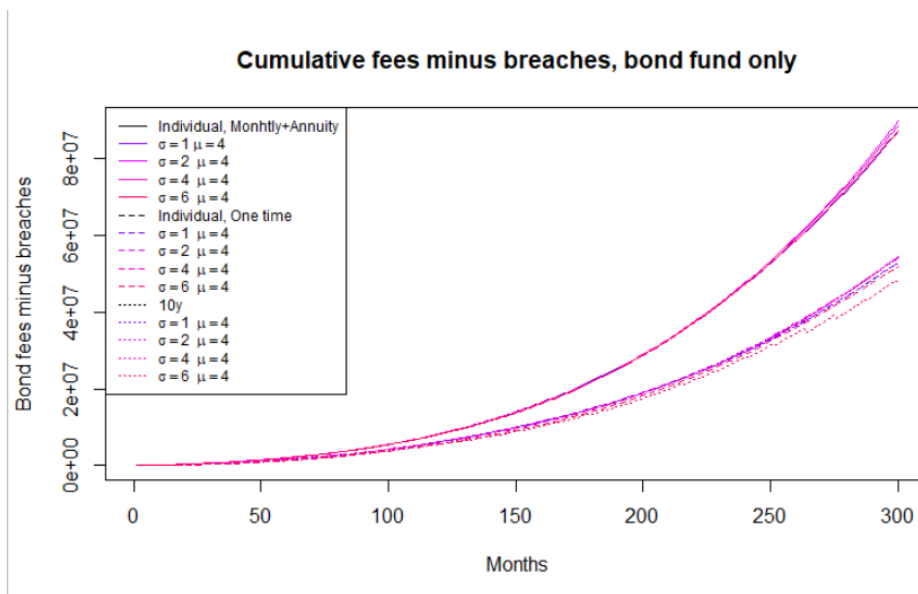
Obrázok 3.4.6 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o doplácanie garancii pre ročný drift vo výške 1% (Zdroj: vlastné spracovanie)



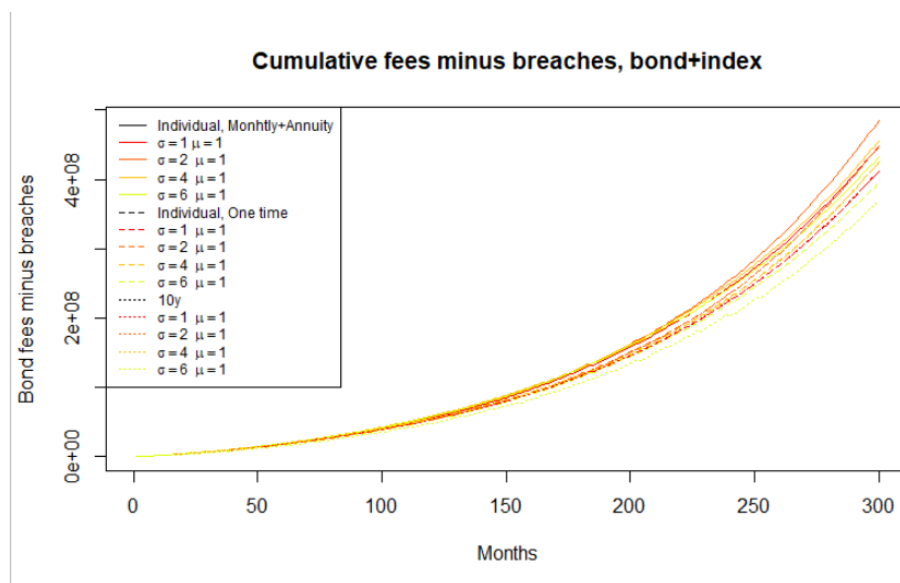
Obrázok 3.4.7 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 2% (Zdroj: vlastné spracovanie)



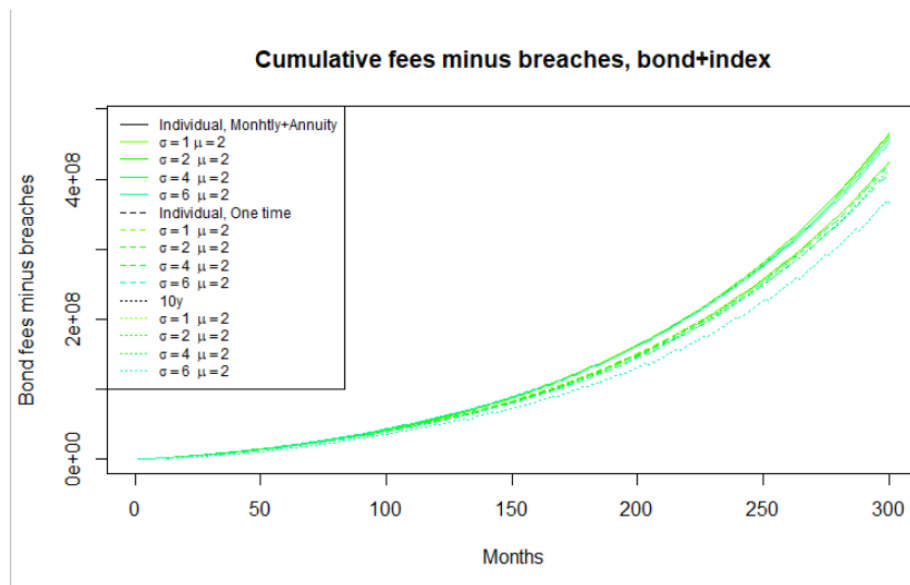
Obrázok 3.4.8 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 3% (Zdroj: vlastné spracovanie)



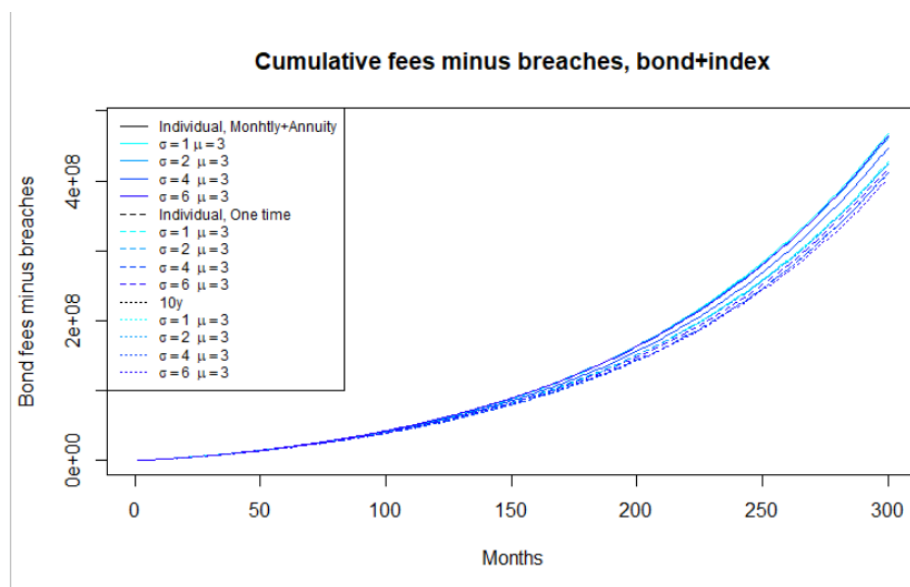
Obrázok 3.4.9 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 4% (Zdroj: vlastné spracovanie)



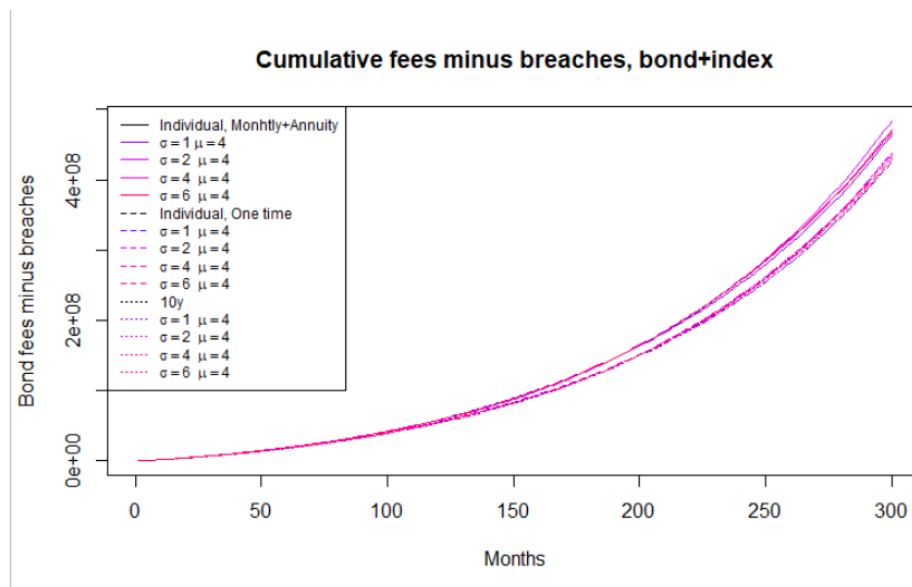
Obrázok 3.4.10 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 1% (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 3.4.11 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o doplácanie garancii pre ročný drift vo výške 2% (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 3.4.12 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o doplácanie garancii pre ročný drift vo výške 3% (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 3.4.13 Kumulatívne zobrazenie inkasovaných poplatkov v dlhopisovom a indexovom fonde očistených o dopĺacanie garancii pre ročný drift vo výške 4% (Zdroj: vlastné spracovanie)

Tretia kapitola ukázala, že riziko je kľúčovým aspektom v dlhopisových fondoch kvôli garanciám. Sporitelia majú v prípade poklesov ochranu a ich majetok neprepadne pod hodnotu, ktorá je tvorená ich príspevkami (resp. presunmi). Túto ochranu poskytujú správcovia, ktorí by mali zvážiť riziko vo fondoch. Celkové prostredie garantovaných fondov neprispieva vyššiemu rizikovému apetítu vo fondoch, napríklad pri snahe dosiahnuť vyššie výnosy. Od roku 2023 sa zmenou zákona zrušila možnosť vyberať poplatok za výkonnosť a výsledky simulácií ukazujú, že z hľadiska garancií je lepšie dosahovať hoci aj nižšie výnosy, ak by bolo riziko nízke. Bude teda zaujímavé sledovať, kam sa uberú dlhopisové fondy v budúcnosti, či sa budú snažiť konkurovať si navzájom výnosom alebo sa stanú viac konzervatívnymi ako celok. Žiaľ, dopĺcanie garancií v prípade tých individuálnych sa nedá tak ľahko vyčísliť ako v prípade 10-ročných. Aj to je dôvodom, prečo takáto podrobná simulácia je dôležitá. Vie poskytnúť odpovede na otázky, ktoré v budúcnosti budú poznať len správcovské spoločnosti a to koľko reálne dopĺcajú. Otázkou, ktorá ostáva do budúcnosti otvorená, je aj to, že či nebudú spoločnosti kritizované za nízke výnosy, ak sa uchýlia k nižšiemu riziku. V tomto prípade by sme sa však mali zamyslieť nad tým, čo od garantovaných fondov očakávame. Ak to má byť stabilizácia celoživotných investícií a výkonnosť má byť tvorená v rizikovejšom fonde, tak nižšie riziko môže byť práve žiadúce ako sme ukázali v Príklade 1.1 na začiatku práce.

Zároveň udržateľnosť systému aj s garanciami nie je v ohrození, lebo správcovia vedia vybrať dostatočne vysoký poplatok za správu aj v dlhopisových fondoch. Navyše, po zohľadnení poplatku v indexovom fonde pri skúmaní vývoja priemerného kumulatívneho zisku, nie je evidentné dopĺčanie ani pri tých najhorších scenároch.

Na záver by sme poznamenali, že model ktorý opisujeme je komplexný a zahŕňa úmrtnosť, prísun nových sporiteľov, rôzne scenáre výkonnosti a ekonomické predpoklady. Všetky predpoklady je možné ľubovoľne meniť a takýto model je pružný na prepočet akéhokoľvek iného scenáru. Napríklad pri nižšej/vyššej úmrtnosti, špecifickom scenári výkonnosti a teda rôznych stresových testovaniach. Model sme používali primárne ako prostriedok na ukázanie toho, aké dôležité je riziko v garantovaných fondoch. Je však pripravený na použitie aj napríklad na prognózu výšky nasporenej sumy, výšky mesačného programového výberu, či doživotnej anuity a to nie len na odhad strednej hodnoty, ale na odhad celého rozdelenia týchto veličín.

Model je použiteľný na stresové testovanie, odhadovanie akému dopĺčaniu môže spoločnosť čeliť v najbližšom (i vzdialenom) období, vyhodnotenie pravdepodobnosti dopĺčania pri rôznych investičných stratégiách alebo odhadovanie dôchodkového príjmu sporiteľa či mieru náhrady.

4 Investičné stratégie v dlhopisových fondoch

V tretej kapitole sme ukázali, že riziko je kľúčovým atribútom garantovaných fondov a poskytli motiváciu prečo by bolo dobré investovať v garantovaných fondoch pri nižšom riziku. Ako však dosahovať nižšie riziko v dlhopisovom fonde? V minulosti pri 6-mesačných garanciách už dokonca nastala aj situácia kedy sa všetky fondy prakticky premenili na fondy krátkodobých investícií. Nízka durácia, vysoký podiel termínovaných vkladov a len najlepšie hodnotené korporátne dlhopisy s krátkou splatnosťou by boli jednou cestou ktorá bezpochybné priniesla nízke riziko. Zároveň by však priniesla aj nižšie výnosy.

V štvrtej kapitole navrhujeme dve stratégie. Prvou je zarábanie na kreditnej prirážke, či už vo forme investície do korporátnych dlhopisov a zaisteniu pomocou futures kvôli pohybu výnosovej krivky nahor alebo priamo do korporátnych dlhopisov. Táto aktívna stratégia na základe predikcií výnosov teda investuje buď do korporátnych dlhopisov alebo do bezpečných štátnych, ak je predikovaný výnos záporný.

Druhá stratégia je pasívnejšia a spočíva v investovaní do dlhších 10-ročných dlhopisov Slovenska. Nízke riziko je v tomto prípade dosiahnuté oceňovaním týchto dlhopisov metódou umorovanej hodnoty ako dlhopisy držané do splatnosti (hold-to-maturity bonds, resp. HTM). Pri týchto dlhopisoch nezáleží na pohyboch výnosovej krivky, pretože dlhopis nesie do fondu presne taký výnos za aký bol nakúpený. Na základe simulácii ukazujeme, že HTM dlhopisy by boli zaujímavou možnosťou na investovanie, základom je však budovať takéto portfólio dlhodobo a pravidelne. V tomto prípade sa priemeruje celkový výnos a obdobia nízkych výnosov sú kompenzované práve tými kedy boli výnosy vyššie.

4.1 Credit spread harvesting

Prvou nami skúmanou a navrhovanou stratégiou je tzv. credit spread harvesting, teda získavanie rizikovej prirážky korporátnych dlhopisov voči bezpečnejším štátnym dlhopisom. V podkapitole ukazujeme, že v súlade s prirodzenými očakávaniami, korporátne dlhopisy v priemere zarábajú viac ako štátne. Napriek tomu je viacero období, kedy sa tento vzťah otočí a štátne dlhopisy dosahujú vyššie výnosy (rast cien) ako tie korporátne. Ukazujeme, že tento jav nastáva špeciálne v obdobiach kríz, vysokej volatility a neistoty.

Vysoký dopyt po bezpečných prístavoch (štátnych dlhopisoch) a vyššia averzia voči riziku, teda nižší dopyt až výpredaj korporátnych dlhopisov, spôsobuje, že štátne dlhopisy sa stávajú lepšou investíciou v turbulentných časoch. To však môže byť problémom pre stratégie, ktoré sa snažia zaistiť úrokové riziko a „zviesť“ sa na rizikovej prémii. V turbulentných časoch môžu tieto stratégie trpieť aj z pádu cien korporátnych dlhopisov, aj z rastu cien štátnych dlhopisov. Teda riziková zložka investorom prináša záporné výnosy (pretože cena dlhopisov padá) a zaistenie úrokového rizika sa stáva drahším, a taktiež prináša záporný výnos. Tieto problematické situácie sa snažíme riešiť modelom, ktorý predikuje, či sa oplatí investovať do rizikových investícií a to credit spreadu (rizikovej premie) alebo naopak do bezpečných štátnych dlhopisov.

V neposlednom rade poznamenávame, že navrhované stratégie využívajú primárne ETF fondy (resp. indexy ktoré sledujú) ako investičné inštrumenty a úrokové riziko zaistujú pomocou futures na štátne dlhopisy (ktoré taktiež využívame ako aktívum ktoré veľmi dobre sleduje samotné štátne dlhopisy keďže vždy používame kontrakty s veľmi krátkou dobou splatnosti). Takéto riešenie poskytuje nevyhnutnú likviditu na možnosť vykonania rýchlej zmeny alokácie, avšak v zmysle zákona je takáto stratégia obmedzená, čo do potenciálneho percentuálneho zastúpenia stratégie vo fonde, keďže fondy môžu investovať maximálne 20% majetku do ETF fondov. Stratégia môže nájsť uplatnenie aj pre kôš vysoko-likvidných korporátnych dlhopisov. Kľúčové je, aby bolo možné dlhopisy predať, resp. kúpiť do jedného dňa, prípadne treba stratégiu mierne upraviť vzhľadom na konkrétnu investičnú situáciu.

4.1.1 Credit spread

Finančná teória predpokladá, že riziko je kompenzované väčším výnosom a na dosiahnutie vyššieho očakávaného výnosu je nevyhnutné podstúpiť vyššie riziko (Sharpe, 1964). V kontexte akciových trhov, základný model oceňovania aktív (CAPM) považuje za riziko citlivosť portfólia voči trhovému portfóliu a pre vyšší výnos je teoreticky nevyhnutné mať vyššiu citlivosť ako samotný trh. Najnovšie poznatky ukazujú, že vyššia citlivosť/volatilita (β) nie je kompenzovaná vyšším výnosom a akcie s nízkou citlivosťou dosahujú vyššie abnormálne výnosy ako akcie s vysokou citlivosťou (Frazzini a Pedersen, 2014).

Na dlhopisovom trhu je očakávané, že v cenách korporátnych aj štátnych dlhopisov je obsiahnutá pravdepodobnosť nesplatenia dlhopisu v prípade defaultu (European Central

Bank, 2005). V priemere je prirodzené očakávať vyššiu pravdepodobnosť nesplatenia záväzkov pre korporátne (menej bezpečné) dlhopisy, kým štátne dlhopisy sú často považované za bezrizikovú investíciu (minimálne pre najvyspelejšie ekonomiky sveta). Investori prirodzene požadujú vyšší úrok a výnos pre menej bezpečné dlhopisy, a ich trhovú cenu je teda nižšia. Rozdiel medzi výnosom rizikovejších korporátnych a štátnych dlhopisov označujeme ako credit spread („kreditný rozdiel“). Tento spread je teda riziková prirážka, ktorú investori požadujú za podstúpenie rizika.

Vychádzajúc z teoretických predpokladov o kompenzácií za podstúpené riziko je očakávané, že výnosy korporátnych dlhopisov budú vyššie ako štátnych dlhopisov. Ceny dlhopisov sa neustále menia na základe ponuky a dopytu na finančných trhoch. Extrémne vysoký dopyt po bezpečných štátnych dlhopisoch a riziková averzia na trhoch môže spôsobiť rast cien bezpečných aktív a naopak pokles rizikových, respektíve zníženie úrokových sadzieb bezpečných a zvýšenie úrokových sadzieb rizikovejších dlhopisov. Rovnako vysoký dopyt po vyššom riziku a výnose môže tlačiť ceny rizikovejších aktív nahor. Dlhopisy oceňované voči trhu a nie metódou umorovanej hodnoty môžu teda značne fluktuovať. Fluktuácie môžu výrazne ovplyvniť aktuálnu hodnotu dlhopisov a spôsobiť aj značné straty či zisky ak budú predané pred splatnosťou. V závislosti od dopytu investorov po bezpečných alebo rizikovejších dlhopisoch môžeme očakávať fluktuáciu rozdielu výnosov rizikovejších a bezpečných dlhopisov.

Premenlivosť výnosnosti empiricky demonštrujeme pomocou 50-dňového kľzavého priemeru rozdielu denných výnosov korporátnych a štátnych dlhopisov. Denné výnosy sú v tomto prípade počítané priamo z cien dlhopisov. Korporátne dlhopisy sú reprezentované pomocou indexov ako sumárneho ukazovateľa daného segmentu trhu. Korporátne dlhopisy reprezentujeme nasledujúcimi indexami: Bloomberg Euro Corporate Bond Index – index európskych korporátnych dlhopisov investičného pásma s celkovou maturitou približne 5 rokov, Bloomberg Euro Corporate 1-5 Year Bond Index – index európskych korporátnych dlhopisov investičného pásma s celkovou maturitou približne 3 roky, Bloomberg Euro-Aggregate: Financials Index – finančné korporátne dlhopisy investičného pásma s celkovou maturitou približne 4 roky. Štátne dlhopisy reprezentujeme pomocou futures s krátkou dobou expirácie (maturity) pre rôzne doby splatností dlhopisov (maturít) kvôli ich vysokej likvidite a schopnosti sledovať vývoj štátnych dlhopisov. Zároveň je možné efektívne využiť futures kontrakty na short pozíciu a hedžovanie úrokového rizika. Poznávame, že dôchodkové fondy môžu zo zákona použiť finančné deriváty (teda aj futures kontrakty)

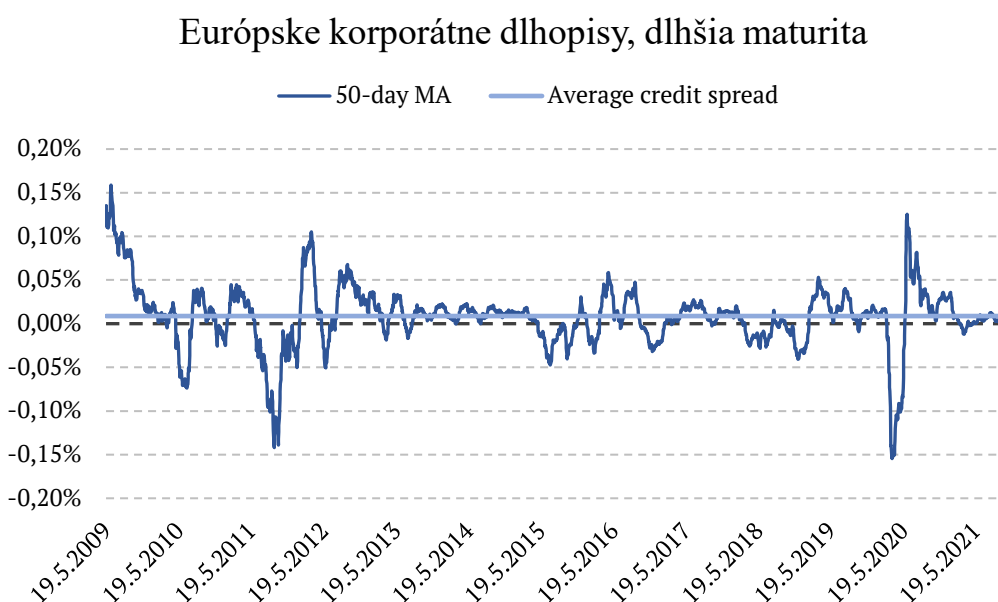
výhradne na obmedzenie úrokového rizika. Štátne dlhopisy sú reprezentované nasledujúcimi futures kontraktami na nemecké štátne dlhopisy: Euro-Schatz Futures (zostávajúca doba splatnosti 1,75 až 2,25 roka) a Euro-Bobl Futures (zostávajúca doba splatnosti 4,5 až 5,5 roka). Európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou párujeme s Bobl futures, európske korporátne dlhopisy so splatnosťou 1 až 5 rokov a finančné dlhopisy so Schatz futures. V súčte dostávame tri možné kombinácie korporátnych dlhopisov a futures ktoré budeme označovať pomocou $j = 1, 2, 3$.

Stratégiu, ktorá obmedzuje úrokové riziko pomocou short pozície na futures a kupuje korporátne dlhopisy budeme označovať ako credit spread a jej denný výnos definujeme nasledovne:

$$\text{creditspread}_{j,t} = r_{corp,j,t} - r_{futures,j,t}, \quad (4.1)$$

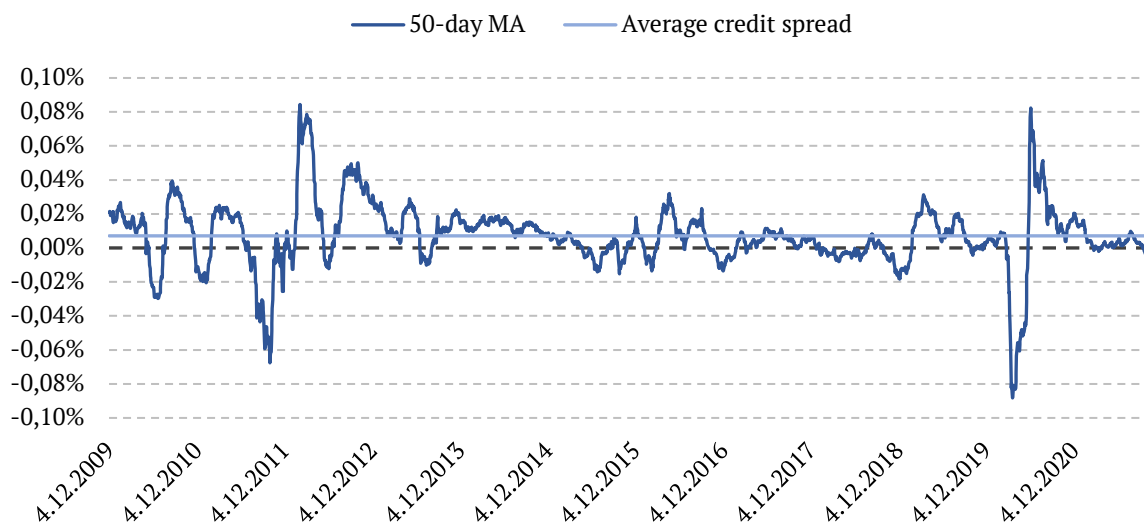
kde $\text{creditspread}_{j,t}$ je credit spread pre j -tu kombináciu korporátnych dlhopisov a futures kontraktu v čase t , $r_{corp,j,t}$ je denný výnos korporátnych dlhopisov v j -tej kombinácii, a $r_{futures,j,t}$ je denný výnos futures kontraktu na štátne dlhopisy.

Dynamiku vývoja credit spreadov pre vyššie uvedené kombinácie aktív, ilustrujeme pomocou vykreslenia 50-dňových kľzavých priemerov (moving average, MA) credit spreadov a priemerného credit spreadu počas celého obdobia.



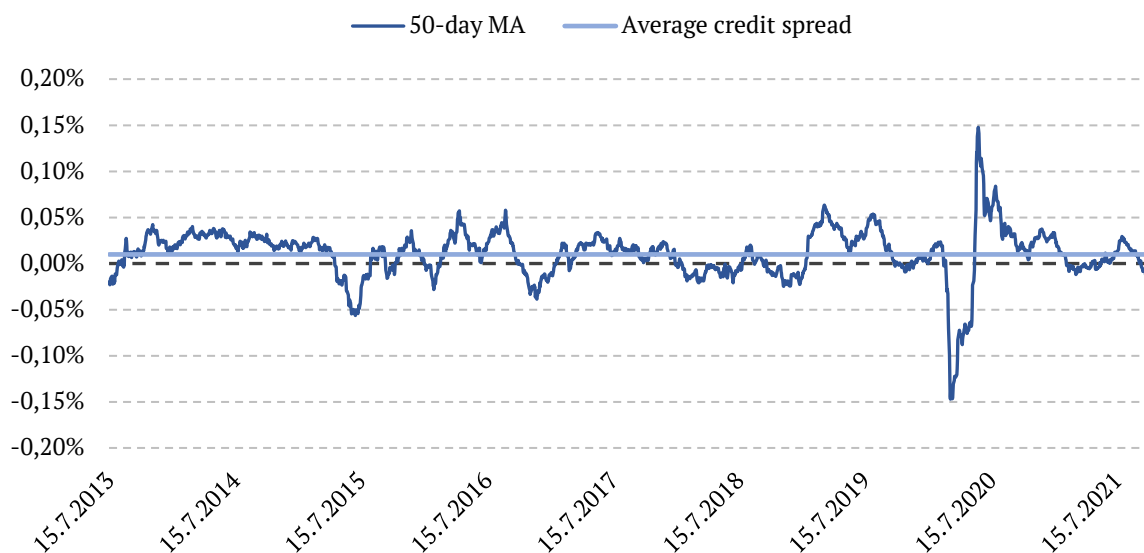
Obrázok 4.1.1 Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou počas obdobia 19.5.2009 až 21.10.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Európske korporátne dlhopisy, kratšia maturita



Obrázok 4.1.2 Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s krátkou maturitou počas obdobia 4.12.2009 až 21.10.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Európske finančné dlhopisy



Obrázok 4.1.3 Vývoj credit spreadu pre európske finančné dlhopisy počas obdobia 15.7.2013 až 21.10.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Vývoj credit spreadov ukazuje, že vyššia výkonnosť korporátnych dlhopisov v žiadnom prípade nie je stabilná v čase. Pre každú skupinu dlhopisov platí, že priemerný credit spread je kladný, lenže variácia v čase je pomerne vysoká a striedajú sa obdobia dominancie korporátnych alebo štátnych dlhopisov s pomerne stabilnými obdobiami.

	EU Korporátne, dlhšia splatnosť	EU Korporátne, kratšia splatnosť	EU Finančné
Minimum	-2,277	-1,097	-1,973
1. Kvartil	-0,031	-0,015	-0,098
Medián	0,012	0,009	0,009
Priemer	0,009	0,007	0,006
3. Kvartil	0,055	0,034	0,101
Maximum	0,822	0,536	1,447

Tabuľka 4.1.1 Štatistické charakteristiky credit spreadov pre všetky analyzované kombinácie korporátnych dlhopisov a futures na štátne dlhopisy. Sledované obdobia sa zhodujú s obdobiami pre Obr. 4.1.1-4.1.3 (Zdroj: vlastné spracovanie)

V praxi je možné do credit spread stratégie pasívne investovať a ponúka sa viacero možností. Napríklad pomocou pasívnej investície do širokého spektra korporátnych dlhopisov alebo jednoduchou kúpou ETF fondu, ktorý sleduje dané indexy a short pozíciou vo futures na štátne dlhopisy, alebo priamou kúpou ETF fondu ktorý sleduje túto stratégiu (napríklad iShares € Corp Bond Interest Rate Hedged ESG UCITS ETF pre európske korporátne dlhopisy). Takáto pasívna stratégia obmedzuje úrokové riziko a profituje z rizikovej prirážky. Obr. 4.1.1 až 4.1.3 však empiricky ukazujú, že takáto pasívna stratégia by bola vystavená viacerým výrazným prepadom.

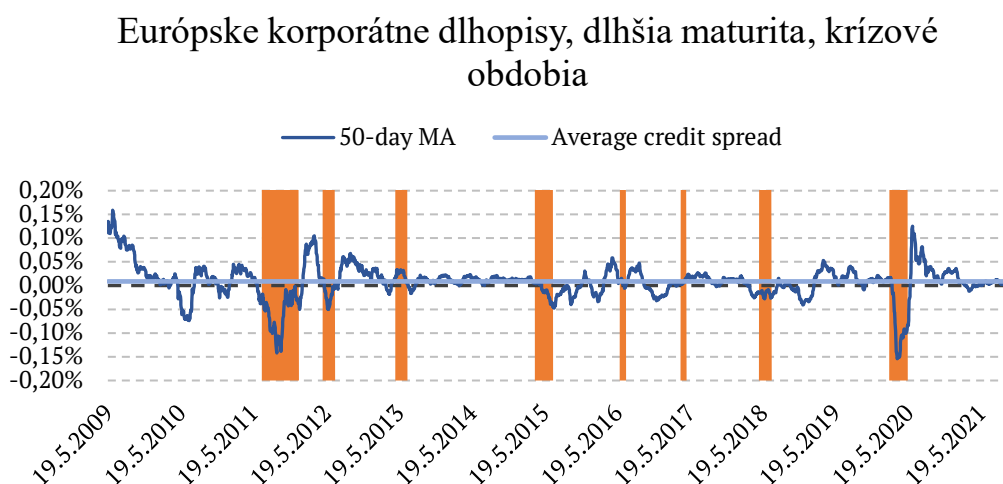
V práci predpokladáme, že pasívne investovanie do credit spreadu môže zlyhávať v prostredí v ktorom je vysoký dopyt po bezpečných investíciách (ktorými nemecké dlhopisy bezpochybné sú a dlhodobo vykazujú jedny z najvyšších ratingov) a vysoká riziková averzia spojená s výpredajom rizikovejších investícií. V takom prostredí je stratová aj dlhá, aj krátka pozícia credit spread stratégie. Vo všeobecnosti predpokladáme, že credit spread stratégia by mala prinášať podpriemerné výnosy počas krízových období, kedy je vysoká volatilita na trhoch, neistota a dopyt po bezpečných dlhopisoch je vysoký, kým dopyt

po rizikových nízky. Baran a Voříšek (2020) skonštruovali indexy implikovanej (očakávanej) volatility a implikované miery neistoty pre európske štátne dlhopisy, čím výrazne prispeli k poznaniu trhových očakávaní európskych dlhopisových investorov, keďže index volatility vyjadruje neistotu na trhoch. Autori zároveň identifikovali niekoľko krízových období počas nimi skúmaného obdobia, ktoré sa prejavovali výrazným nárastom volatility. Článok poskytuje fundamentálne vysvetlenie zvýšenej volatility pre každé obdobie samostatne. Baran a Voříšek (2020) identifikovali nasledujúce obdobia:

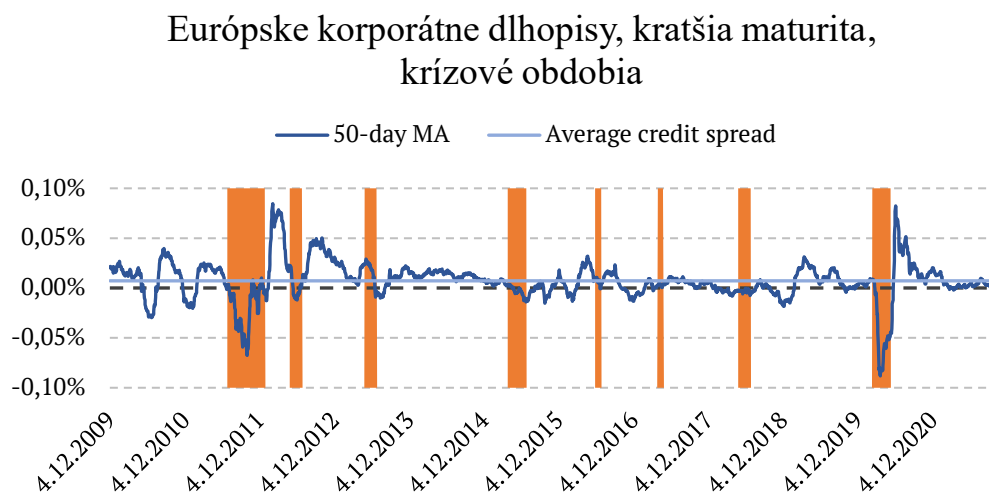
Obdobie	Vysvetlenie
Júl 2011 až December 2011	Obavy z defaultov európskych štátnych dlhopisov a recesie. Striedanie období optimizmu a pesimizmu, upieranie sa na činnosť ECB a vlád – krízu zastavila ECB kvantitatívnym uvoľňovaním.
Máj 2012 až Jún 2012	Výrazný pokles úrokov nemeckých štátnych dlhopisov kvôli obnoveným obavám z dlhovej krízy v eurozóne a riziku defaultov.
Máj 2013 až Jún 2013	Nárast implikovanej volatility v Európe aj Amerike kvôli zámeru FED-u zredukovať tempo nákupov amerických štátnych dlhopisov (obdobie často nazývané ako „taper tantrum“).
Apríl 2015 až Jún 2015	Oznámenie programu nákupu aktív Európskou Centrálnou Bankou. Nemecké dlhopisy reagovali prudkým rastom cien (nízkymi úrokmi) a sploštením výnosovej krivky. Následne úrokové miery však prudko narástli, sklon výnosových kriviek rástol a nemecké štátne dlhopisy zažili prudký výpredaj.
Jún 2016	Nárast volatility kvôli referendu o Brexite.
Apríl 2017	Nárast politickej neistoty kvôli Francúzskym prezidentským voľbám. Nárast implikovanej volatility a zároveň aj rast cien bezpečných nemeckých dlhopisov. Výsledky prvého kola spôsobili pozitívny sentiment keďže krajne pravicový ani ľavicový kandidát sa nedostal do druhého kola. Vysoký sentiment spôsobil vysoký dopyt po rizikových investíciách.
Máj 2018 až Jún 2018	Nárast politického rizika spôsobeného novou Talianskou vládou a ich ekonomickou politikou. Obavy z dlhového rizika Talianska, nárast úrokových sadzieb Talianska a zvýšenie dopytu po bezpečných nemeckých dlhopisoch.

Tabuľka 4.1.2 „Krizové“ obdobia európskych dlhopisov na základe indexu implikovanej volatility (Zdroj: Spracované podľa Baran a Voříšek, 2020)

Na základe výsledkov Baran a Voříšek (2020) opäť analyzujeme vývoj európskych credit spreadov, pričom sa sústreďujeme na „krízové“ obdobia. Ku krízovým obdobiam pridávame začiatok globálnej korona krízy: prvú vlnu globálnej pandémie a teda obdobie od polovice Februára 2020 až po polovicu Mája 2020.

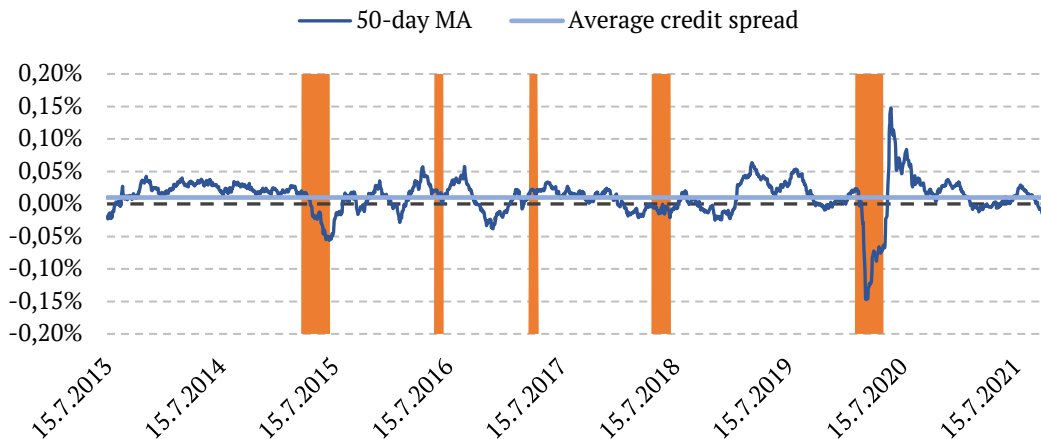


Obrázok 4.1.4 Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou počas obdobia 19.5.2009 až 21.10.2021. Krízové obdobia podľa Baran a Voříšek (2020), a korona kríza sú zvýraznené oranžovou farbou (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.5 Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s krátkou maturitou počas obdobia 4.12.2009 až 21.10.2021. Krízové obdobia podľa Baran a Voříšek (2020), a korona kríza sú zvýraznené oranžovou farbou (Zdroj: vlastné spracovanie)

Európske finančné dlhopisy, krízové obdobia



Obrázok 4.1.6 Vývoj credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou počas obdobia 15.7.2013 až 21.10.2021. Krízové obdobia podľa Baran a Voříšek (2020), a korona kríza sú zvýraznené oranžovou farbou (Zdroj: vlastné spracovanie)

Premenlivosť vývoja credit spreadu a viaceré kritické obdobia výkonnosti rizikovejších dlhopisov oproti bezpečným otvárajú otázky, či je možné pomocou vhodných pravidiel predikovať, kedy je vhodné investovať do rizikových investícií (hedžovaných alebo nehedžovaných korporátnych dlhopisov) alebo naopak bezpečných štátnych dlhopisov. Cieľom je skonštruovať model, ktorý bude rozhodovať, či je vhodnejšie investovať do rizikových alebo bezpečných dlhopisových aktív. Literatúra ponúka väčšie množstvo možností taktických alokácií medzi aktívami, pomerne jednoduchým pravidlom môže byť použitie momenta, respektíve minulej výkonnosti (Moskowitz, Ooi a Pedersen, 2012). Predikciám a alokáciám korporátnych a štátnych dlhopisov sa venovali Amenc a kol. (2003), ktorí robili taktickú alokáciu na mesačnej báze na základe lineárneho modelu a viacerých ekonomických, a finančných faktorov. V poslednej dobe sa však do popredia dostávajú metódy strojového učenia, ktoré majú oproti jednoduchej lineárnej regresii výhody ako výber významných premenných (riešenie problémov s multikolinearitou), robustnosť (tzv. „nepretrénovanie“), alebo schopnosť rozpoznať nelineárne vzťahy (neurónové siete, klasifikačné/regresné stromy, Random Forests (náhodné lesy) a ďalšie). Do popredia sa dostávajú metódy ako logistická regresia (Beaudan a He, 2019), Random Forests (Benhamou a kol., 2020), neurónové siete (Babiak a Barunik, 2021), veľké množstvo možných metód však dáva priestor aj vzniku článkov, ktoré skúmajú a porovnávajú viacero

metód. Wolf a Echterling (2020) porovnávajú PCA a regularizované regresie: Ridge, LASSO a Elastic net, Random Forests, Boosting, a neurónové siete DNN aj LSTM na predikciu 50 akcií ktoré prekonajú index (S&P 500 alebo STOXX Europe 600). Väčšina článkov sa zameriava najmä na akciový trh a dlhopisový trh je v úzadí.

Naším cieľom taktickej alokácie je vhodne prepínať medzi rizikovým aktívom vo forme korporátnych dlhopisov (s hedžovaným alebo nehedžovaným úrokovým rizikom) a pomerne bezpečným aktívom vo forme štátnych dlhopisov na dennej báze. Model kalibrujeme pomocou vhodnej štatistickej metódy, pričom kladieme dôraz na interpretovateľnosť modelu. Napriek tomu, že neurónové siete sú už pomerne dobre empiricky preskúmané z hľadiska potenciálu predikcie finančných aktív, takýto model sa len ťažko interpretuje i keď môže dosahovať vynikajúce výsledky. Z tohto dôvodu používame jednoduchú lineárnu regresiu, regularizované regresie: Ridge a LASSO, a Random Forests. Lineárna regresia sa stala štandardom a preto je vhodné použiť aj túto metódu na porovnanie. Zároveň, jej klesajúca popularita v žiadnom prípade nemusí znamenať horšiu predikčnú schopnosť. Regularizované regresie by mali pomáhať v robustnosti predikcií a zabezpečiť, aby sa model „nepretrénoval“ pomocou „zmenšenia“ koeficientov alebo výberom vhodných premenných. Random Forests je nelineárna metóda, ktorá má za cieľ minimalizovať problémy s individuálnymi stromami, ktoré majú tendenciu byť pretrénované tým, že sa kalibruje niekoľko stromov (v stovkách), kde každý strom nemá k dispozícii ani všetky dáta, ani všetky premenné, ktoré sú pre každý strom náhodne vybrané. Cieľom modelov je teda predikovať výnos nasledujúceho dňa $t + 1$:

$$\widehat{r_{t+1}} = f(\theta, x), \quad (4.2)$$

kde funkcia f a parametre modelu θ závisia od metódy, a x sú vysvetľujúce premenné známe najneskôr v deň t .

K vysvetľujúcim premenným zaradujeme indexy implikovanej volatility VIX a VDAX, kde VIX je počítaný ako implikovaná volatilita z opcií na index S&P 500 a VDAX ako implikovaná volatilita z opcií na index nemecký akciový index DAX. Index VIX je často krát označovaný ako index strachu, alebo ako index ktorý vyjadruje neistotu na trhoch (Cboe, 2021). Luo a Dash (2011), našli priemernú koreláciu 30% medzi indexom VIX (čím väčšia hodnota, tým vyššia neistota) a výnosmi amerických štátnych dlhopisov počas obdobia 2005-2011, a koreláciu 16% s korporátnymi dlhopismi investičného pásma. Pomerne malá negatívna korelácia bola identifikovaná pre dlhopisy neinvestičného pásma.

Pomerne malé priemerné hodnoty korelácií neznamenujú, že model nemôže ťažiť z vlastností indexov volatility vyjadrovať neistotu na trhoch, obzvlášť pri dynamických jednodňových predikciách. Cao a kol. (2021) ukazujú, že korporátne dlhopisy, ktoré mali najväčšiu mesačnú zmenu implikovanej volatility z opcií, majú nižšie výnosy počas nasledujúceho mesiaca ako dlhopisy s najnižšími zmenami implikovanej volatility. My predpokladáme, že úroveň indexov (ich hodnota) a ich denná zmena definovaná ako:

$$\text{DIFF}_t = \text{VolIndex}_t - \text{VolIndex}_{t-1}, \quad (4.3)$$

kde VolIndex_t je hodnota indexu volatility (VIX alebo VDAX) v čase t , a intenzita zmeny definovaná ako:

$$\text{INT}_t = \frac{\text{VolIndex}_t - \text{VolIndex}_{t-1}}{\text{VolIndex}_t}, \quad (4.4)$$

môžu mať predikčnú schopnosť nasledujúcich výnosov. V práci používame hodnoty indexov pri otvorení trhov (tzv. open). Týmto spôsobom vieme zabezpečiť, že hodnoty budú známe pri tvorbe investičného rozhodnutia pre čas $t + 1$ a model nebude používať dáta z budúcnosti. Dáta pre VDAX používame z dôvodu dostupnosti tohto indexu pre európske akciové trhy. Náš výber je postavený na veľkosti a dôležitosti nemeckej ekonomiky v rámci Európy. Dáta pre VIX používame z dôvodu globálnej dôležitosti amerického finančného trhu. Zároveň môžeme očakávať, že krízy z Európy či Ameriky sa následkom globalizácie prejavujú celosvetovo (napr. Veľká finančná kríza alebo Brexit). Preto veríme, že je dôležité zahrnúť informácie z amerických trhov v Európe. K indexom volatility zaraďujeme aj Merrill Lynch Option Volatility Estimate (MOVE) index, ktorý reflektuje volatilitu z jednomesačných opcií na 2-, 5-, 10- a 30-ročné americké štátne dlhopisy. Tento index vnímame podobne ako indexy VIX alebo VDAX a považujeme ho za indikátor neistoty, ale priamo na dlhopisovom trhu (podobný index v Európe nie je pravidelne publikovaný, i keď Baran a Voříšek (2020) navrhli metodológiu a skonštruovali ho pre minulé dáta). V práci teda používame iba americký index dlhopisovej volatility a taktiež jeho dennú zmenu definovanú pomocou (4.3).

Medzi premenné, ktoré môžu signalizovať krízu, zaraďujeme euro-dolárový kurz, keďže dolár je vnímaný ako bezpečný prístav a svetová rezervná mena. Beck a Rahbari (2008) zastávajú názor, že okrem amerického doláru je aj euro bezpečný prístav, pričom je dôležitý aj kontext a teda voči akému riziku sa chce investor chrániť. Euro je lepším zaistením pre rozvíjajúce sa európske krajiny, kým americký dolár pre Áziu a Latinskú Ameriku. Je teda

otázne, do akej miery môže mať euro-dolárový kurz predikčnú schopnosť. Na predikciu využívame zmenu za posledný deň, päť dní, desať dní a dvadsať dní, definovaných ako rozdiel posledného známeho euro-dolárového kurzu a minulého euro-dolárového kurzu. Pod posledným známym kurzom rozumieme kurz na začiatku predchádzajúceho obchodného dňa (open).

Ďalšou skupinou vysvetľujúcich premenných sú kľzavé priemery minulých credit spreadov. Kľzavé priemery zohrávajú významnú úlohu v kvantitatívnom investovaní a technickej analýze, a to predovšetkým v trend-following stratégiách (stratégie ktoré nasledujú trend), pričom ako trend sa zvyčajne považuje kľzavý priemer výnosov, resp. cien aktív alebo minulý výnos (momentum) napríklad za uplynulý rok alebo mesiac. Takéto stratégie sú mimoriadne populárne medzi investormi a v literatúre dobre preskúmané. Faber (2013) používa kľzavé priemery na alokáciu medzi rôznymi triedami aktív, Guo a kol. (2021) používajú kľzavé priemery rôznych dĺžok na predikciu korporátnych dlhopisov, Beudan a He (2019) používajú momentum na predikciu indexu S&P 500 pomocou logistickej regresie, a Kaufmann a kol. (2021) používajú na predikciu korporátnych dlhopisov okrem iných premenných aj momentum akcií a metódu strojového učenia. Naším cieľom je krátkodobá predikcia výnosov (výnos nasledujúci deň), používame krátkodobé kľzavé priemery posledných 5, 10, 15 a 20 dní s lagom 2 dni. Pretože investičné rozhodnutie vykonávame pri zatváraní burzy (close) a credit spready taktiež počítame vzhľadom na ceny pri zatváraní burzy, pridávame o jeden deň navyše. Teda napríklad 5-dňový kľzavý priemer v čase t pre dvojicu korporátnych dlhopisov a futures definujeme ako:

$$MA_{5,t,j} = \frac{1}{5} \sum_{i=2}^6 \text{creditspread}_{j,t-i}. \quad (4.5)$$

Medzi vysvetľujúce premenné zaradujeme aj krátkodobú úrokovú sadzbu a to 3 mesačný EURIBOR pre predikciu európskych dlhopisov. I keď v poslednej dobe centrálné banky ovplyvňujú aj dlhšie maturity pomocou nákupov štátnych dlhopisov, krátkodobé úrokové sadzby sú jedným z hlavných nástrojov centrálnych bánk (Diebold a kol., 2005) a ukazovateľom očakávanej inflácie (Fama, 1975). Je prirodzené očakávať, že krátkodobé úrokové miery by mali do istej miery ovplyvňovať aj dlhodobé úrokové miery. Napríklad Brooks a Moskowitz (2017) uvádzajú, že výnos dlhopisu je zložený z aktuálnej úrokovej sadzby, očakávanej úrokovej sadzby a term prémie (prémia za dĺžku obdobia, na ktoré sú peniaze požičané). Astrid Van Landschoot (2004) uvádza, že zmeny 3-mesačnej bezrizikovej

úrokovej sadzby ovplyvňujú credit spready. Na predikciu používame kľzavé priemery posledných 5, 10, 15 a 20 dní s lagom 2 dni, rovnako ako pre credit spready.

Astrid Van Landschoot (2004) medzi kľúčové determinanty credit spreadu pre rôzne maturity zaraduje aj zmeny v úrovni (level) a sklone (slope) bezrizikových výnosových kriviek. Typicky sa za level výnosovej krivky považuje parameter β_0 Nelsonovho-Siegelovho modelu prípadne jeho rozšírenia Svenssonovho modelu výnosovej krivky alebo 10-ročná bezriziková úroková miera (Diebold a Li, 2006). Za sklon výnosovej krivky sa považuje parameter β_1 Nelsonovho-Siegelovho prípadne jeho rozšírenia Svenssonovho modelu výnosovej krivky alebo rozdiel 10-ročnej bezrizikovej úrokovej miery a 3-mesačnej bezrizikovej úrokovej miery (Diebold a Li, 2006). Astrid Van Landschoot (2004) považuje za level 3-mesačnú úrokovú sadzbu a za sklon práve rozdiel 10-ročnej a 3-mesačnej sadzby. My používame klasickú definíciu levelu a sklonu v zmysle Diebold a Li (2006). Level definujeme ako 10-ročnú bezrizikovú úrokovú sadzbu Nemecka a sklon ako rozdiel 10-ročnej a 3-mesačnej bezrizikovej úrokovej sadzby Nemecka. Prirodzene sa núka aj možnosť využitia odhadov parametrov výnosovej krivky, ktoré publikujú centrálné banky. Takéto riešenie má svoje úskalia, keďže odhady parametrov môžu byť kvôli viacerým lokálnym minimám nestabilné v čase a to v závislosti od zvolenej metódy kalibrácie výnosových kriviek. To môže spôsobovať dve v podstate totožné výnosové krivky pri výrazne odlišných parametroch (Padyšák, 2020), čo by prinášalo do vysvetľujúcich premenných nežiaducu variáciu a nestabilitu. Na predikciu používame level a sklon z predchádzajúceho dňa pri otvorení trhov (open), a taktiež aj zmeny v leveli a sklone definované ako:

$$\Delta \text{level}_t = \text{level}_t - \text{level}_{t-1}, \quad (4.6)$$

$$\Delta \text{slope}_t = \text{slope}_t - \text{slope}_{t-1}. \quad (4.7)$$

K vysvetľujúcim premenným zaradujeme aj viacero štatistických charakteristík rozdelenia. Prvou uvažovanou charakteristikou je volatilita definovaná ako štandardná odchýlka samotného credit spreadu. Volatilita samotného credit spreadu poukazuje na disperziu výnosov a môže poukazovať na budúci vyšší výnos v zmysle klasickej ekonomickej teórie (Sharpe, 1964), kde očakávame, že investor bude kompenzovaný za podstupované riziko alebo naopak, práve na nižší výnos v zmysle Blitz a Vliet (2007), ktorí ukazujú, že aktíva s nízkou volatilitou porážajú aktíva s vysokou volatilitou. Uvažujeme volatilitu posledných 10, 15 a 20 dní s lagom 2 dni, aby sme zaistili, že nebudeme pracovať s dátami, ktoré nie sú známe v čase predikovania. Okrem volatility samotného spreadu používame aj volatilitu

indexov volatility VIX a VDAX, a teda realizovanú volatilitu očakávanej (implikovanej) volatility. Takéto premenné môžu teoreticky poukazovať na zvýšené riziko, tým, že môžu pomôcť definovať obdobia s veľkou disperziou budúcich očakávaní. Taktiež uvažujeme volatilitu posledných 10, 15 a 20 dní, a za posledné známe dáta považujeme tie z otvorenia trhov predchádzajúceho dňa. Druhou štatistickou charakteristikou je koeficient šikmosti (skewness). Amaya a kol. (2015) ukazujú, že koeficient šikmosti je negatívnym prediktorom pri individuálnych akciách, Zarembo a Nowak (2015) našli rovnaký výsledok v akciových indexoch širokého spektra krajín a Fernandez-Perez a kol. (2018) tento efekt potvrdili aj na komoditách. Podľa teórie, veľký a kladný koeficient šikmosti poukazuje na aktíva, ktoré majú rozdelenie výnosov s ťažkým chvostom s malou pravdepodobnosťou vysokého výnosu, čo vnímajú investori ako veľmi atraktívne, vo veľkej miere investujú práve do týchto aktív, čím spôsobujú ich predrazenie a nízky očakávaný budúci výnos. Preto je otázne, do akej miery je táto teória uplatniteľná na dlhopisovom trhu, ktorý je z veľkej časti doménou práve inštitucionálnych investorov. Z tohto pohľadu nemôžeme zavrhnúť tézu, že koeficient šikmosti bude práve pozitívnym prediktorom. Koeficient šikmosti počítame z posledných 20 dní, s lagom 2 dni pre korporátne dlhopisy, štátne dlhopisy aj credit spread zvlášť.

Napriek tomu, že pre väčšinu premenných vieme nájsť v literatúre aspoň čiastočnú oporu, ich predikčnú schopnosť nepovažujeme za vopred danú a finálne rozhodnutie o ich dôležitosti, veľkosti vplyvu alebo zahrnutí je na základe dát, a štatistických metód. Naše modely považujeme za primárne založené na dátach a investičné rozhodnutia za čisto kvantitatívne. Trénovanie týchto modelov je možné do istej miery považovať za skúmanie rôznych premenných a ich vplyvu na nasledujúce výnosy dlhopisov.

V línii s ostatnou literatúrou všetky premenné (každú zvlášť) pred použitím v modeloch štandardizujeme pomocou odpočítania minima a predelením rozpätím pod ktorým máme na mysli rozdiel maxima, a minima. V čase t teda vektor štandardizovaných pozorovaní vysvetľujúcich premenných $x_{i,std}$, kde i vyjadruje poradové číslo definujeme nasledovne:

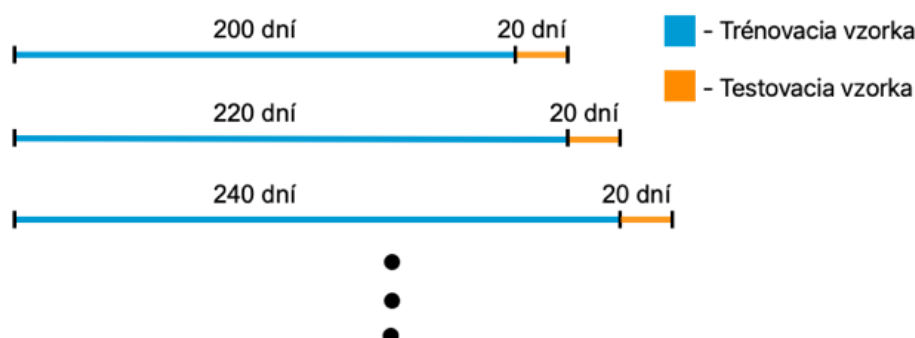
$$x_{t,i,std} = \frac{x_{t,i} - \min(x_{t,i})}{\max(x_{t,i}) - \min(x_{t,i})}, \quad (4.8)$$

kde $x_{t,i} = (x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{t,i})$ a pod rozdielom, a delením rozumieme rozdiel aj delenie po zložkách.

Modely trénujeme na expanzívnych obdobiach pričom dĺžka vzorky je daná dostupnosťou dát (prehľad poskytuje Tab. 4.1.3). Prvých 200 dní pozorovaní je vyhradených na prvotné natrénovanie modelu, následných 20 dní je určených na testovanie a preskúmanie stratégie „out-of-sample“. Následne sa týchto 20 dní pridá do tréningovej vzorky a nasledujúcich 20 dní je opäť vyhradených na „out-of-sample“ test. Tento postup je zosumarizovaný na Obr. 4.1.7. Tento postup opakujeme až kým sa nedostaneme na koniec vzorky, modely teda trénujeme na expanzívnej vzorke.

Typ dlhopisov	Obdobie vzorky
Európske korporátne	6.4.2009-25.1.2021
Európske finančné	5.6.2013-22.1.2021
Európske korporátne 1-5 ročné	27.10.2009-25.1.2021

Tabuľka 4.1.3 Prehľad období tréningovania a testovania modelov predikcie dlhopisov (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.7 Schéma tréningovania a testovania modelov (Zdroj: vlastné spracovanie)

4.1.2 Definícia stratégií

Vzhľadom na možnú predikciu buď credit spreadu alebo priamo výnosov korporátnych dlhopisov definujeme dva typy stratégií. Prvá stratégia investuje do credit spreadu alebo štátnych dlhopisov a druhá do korporátnych alebo štátnych dlhopisov.

Označme výnos creditspread_{*j,t*} ako $r_{cs,j,t}$ a pre jednoduchosť vynechajme označenie typu dlhopisov *j*. Denný výnos prvej stratégie je definovaný nasledovne:

$$r_{s,t} = \begin{cases} r_{cs,t} ; \widehat{r_{cs,t}} > 0 \\ r_{futures,t} ; \widehat{r_{cs,t}} < 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Denný výnos druhej stratégie definujeme nasledovne:

$$r_{s,t} = \begin{cases} r_{corp,t} ; \widehat{r_{corp,t}} > 0 \\ r_{futures,t} ; \widehat{r_{corp,t}} < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

V oboch prípadoch stratégia investuje do „rizika“, ak je predikovaný výnos kladný a ak je predikovaný výnos záporný, stratégia investuje do bezpečných štátnych dlhopisov. Prvú stratégiu možno vnímať ako snahu odizolovať rizikovú prirážku a investovať do nej, alebo ako snahu portfólio manažéra obmedziť úrokové riziko. Druhá stratégia investuje priamo do korporátnych dlhopisov, ktoré v našom vnímaní obsahujú bezrizikový výnos štátnych dlhopisov a credit spread, respektíve rizikovú prirážku.

4.1.3 Porovnanie a vyhodnotenie modelov

Modely vyhodnocujeme na základe dvoch pohľadov: štatistického, kde nás zaujíma presnosť modelov a z pohľadu portfólio manažéra, ktorý chce maximalizovať výnos, a minimalizovať riziko fondu. Prioritne ho zaujíma výnos, výnos voči benchmarku, volatilita či maximálny prepád. Pri oboch pohľadoch vyhodnocujeme modely (stratégie) na testovacej vzorke (out-of-sample) a nie na tréningovej (in-sample). Pri stratégií založenej na predikcii credit spreadu považujeme za benchmark pasívne hedžovanie úrokového rizika, respektíve permanentnú investíciu do credit spreadu. Pri stratégií založenej na predikcii samotných korporátnych dlhopisov považujeme za benchmark korporátne dlhopisy.

Nech n je počet predikcií, $\hat{y}_i$ je predikovaný výnos pomocou modelu a y_i je reálny výnos. Zo štatistického pohľadu porovnáваме presnosť definovanú ako:

$$Acc = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\text{sign}(\hat{y}_i) = \text{sign}(y_i)}, \quad (4.11)$$

ďalej porovnáваме váženú presnosť, kde vyšší výnos má vyššiu váhu, vychádzajúc z logického predpokladu, že čím vyšší výnos (kladný či záporný), tým je dôležitejšie ho predikovať správne. Model by mohol byť neomylný pri malých výnosoch, ale zlé investičné rozhodnutia pri veľkých trhových pohyboch by mohli prevážiť veľký počet malých no nevýznamných predikcií. Váženú presnosť definujeme nasledovne:

$$Acc_{weighted} = \frac{1}{\|y\|_1} \sum_{i=1}^n 1_{\text{sign}(\hat{y}_i)=\text{sign}(y_i)} \times |y_i|. \quad (4.12)$$

Posledným ukazovateľom je priemerná kvadratická chyba:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2. \quad (4.13)$$

Z pohľadu portfólio manažéra vyhodnocujeme anualizovaný výnos a volatilitu, maximálny prepád, pomer výnosu a volatility, information ratio (IR) a relatívny počet dní, kedy stratégia investuje do rizikovejšieho aktíva.

Information ratio definujeme nasledovne:

$$IR = \frac{r_s - r_b}{TE}, \quad (4.14)$$

kde r_s je anualizovaný výnos stratégie, r_b je anualizovaný výnos benchmarku a TE je anualizovaná štandardná odchýlka rozdielu r_s a r_b , často označovaná ako „tracking error“.

Z dôvodu, že všetky stratégie sa rozhodujú medzi dvoma aktívami, nás prirodzene zaujíma aj relatívny počet dní, kedy stratégia investuje do korporátnych dlhopisov (do credit spreadu alebo priamo). V prvom rade tento ukazovateľ priamo ukazuje na sumárne rozloženie. Nepriamo môže byť tento údaj dôležitý na posúdenie ako veľmi aktívna daná stratégia je, obzvlášť v súčinnosti s grafom, ktorý zobrazuje rozloženie alokácie v čase. Každá aktivita, zmena investície, je sprevádzaná poplatkami (zmeny v alokácií neskôr aj vykresľujeme pre posúdenie miery aktivity, keďže dlhé obdobia rovnakej alokácie nie sú problémom, problémom sú príčasné zmeny). Relatívny počet dní, kedy stratégia investuje do rizikovejšieho aktíva, definujeme nasledovne:

$$DI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\widehat{r_{cs,t}} > 0}, \quad (4.15)$$

alebo:

$$DI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\widehat{r_{corp,t}} > 0}. \quad (4.16)$$

Významnosť premenných skúmame na základe pomeru koeficientu a súčtu absolútnych hodnôt koeficientov pre regresné modely, čím zachováame smer a štandardizujeme veľkosť. Významnosť premenných vykresľujeme pre lepšiu interpretovateľnosť. Pre Random Forests vykresľujeme dôležitosť premenných pomocou funkcie `varImpPlot` definovanej v balíku `randomForest` v softvéri R. Táto funkcia vykresľuje pokles nečistoty uzla meranej pomocou reziduálnej sumy štvorcov odchýlok (Liaw a Wiener, 2002).

V nasledujúcej sekcii uvádzame sumárne tabuľky všetkých variantov stratégií (modelov) a následne prezentujeme vizualizácie výkonnosti, vývoj alokácií v čase, a zobrazujeme dôležitosť premenných pre daný model. Lineárny model budeme značiť skráteno ako Linear (LM), Ridge regresiu ako Ridge, Lasso regresiu ako Lasso a Random Forests ako RF. V prípade metódy Random Forests kalibrujeme taktiež rôzne parametrizácie tejto metódy, preddefinovaná voľba v balíku randomForest je 500 stromov a počet premenných, ktoré sú náhodne vybrané ako kandidáti pri každom rozdelení ako jedna tretina z počtu premenných. Počet stromov nechávame zachovaný a skúmame rôzne počty premenných a to 12 (jedna tretina z celkového počtu), 18 a 24. Parametrizácie značíme napríklad ako RF(500,12).

Z pohľadu prezentácie výsledkov sa zameriavame primárne na sumárne tabuľky pre všetky metódy. Pre každú metódu a kombináciu predikovaného aktíva vieme vykresliť aj grafy dôležitosti premenných pre posledný natrénovaný model (pre rôzne parametrizácie Random Forests vždy vykresľujeme len jednu vybranú variáciu), vývoja alokácie medzi rizikovým/menej rizikovým aktívom aj samotné grafy vývoja investícií, avšak poskytnúť výsledky pre každú z kombinácií by bolo priestorovo veľmi náročné. V práci teda nezobrazujeme tieto vizualizácie pre každú metódu a aktívum, kvôli často veľmi podobnému priebehu a s cieľom nezahliť prácu. V rámci výsledkov označujeme stratégie založené na predikciách ako Predicted a porovnávame ich s pasívnym hedžovaním (Corporate IR Hedged), štátnymi dlhopismi (DE Gov, resp. Government) a korporátnymi dlhopismi (Corporate IG). Základné charakteristiky výnosu jednotlivých pasívnych investícií prezentujeme pomocou Tab. 4.1.4, Tab. 4.1.7 a Tab. 4.1.10.

Európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou

	Štátne dlhopisy	Korporátne dlhopisy	Credit Spread
Výnos	2,61	3,9	1,23
Volatilita	2,69	2,62	2,02
Max prepád	-4,75	-8,49	-9,45

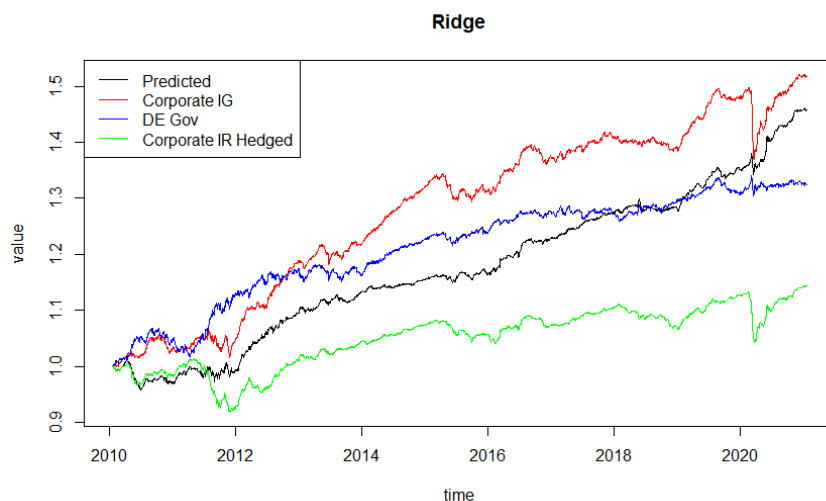
Tabuľka 4.1.4 Základný prehľad výkonnosti európskych korporátnych dlhopisov s dlhšou splatnosťou, futures na štátne dlhopisy Euro-Bobl Futures (zostávajúca doba splatnosti 4,5 až 5,5 roka) a zodpovedajúci credit spread (Zdroj: vlastné spracovanie)

Predikcia credit spreadu						
Stratégia	LM	Ridge	Lasso	RF(500,12)	RF(500,18)	RF(500,24)
Výnos	3,35	3,52	3,53	4,06	4,14	3,82
Volatilita	2,18	2,06	2,05	2,31	2,18	2,2
Max prepad	-3,51	-5,39	-3,49	-5,1	-3,38	-4,14
IR	0,798	0,948	0,946	1,094	1,115	0,996
DI	0,614	0,693	0,701	0,65	0,648	0,653
Acc	0,565	0,603	0,595	0,584	0,585	0,579
Acc _{weighted}	0,601	0,629	0,62	0,602	0,615	0,605
MSE	$1,655 \times 10^{-6}$	$1,523 \times 10^{-6}$	$1,511 \times 10^{-6}$	$1,849 \times 10^{-6}$	$1,908 \times 10^{-6}$	$1,872 \times 10^{-6}$

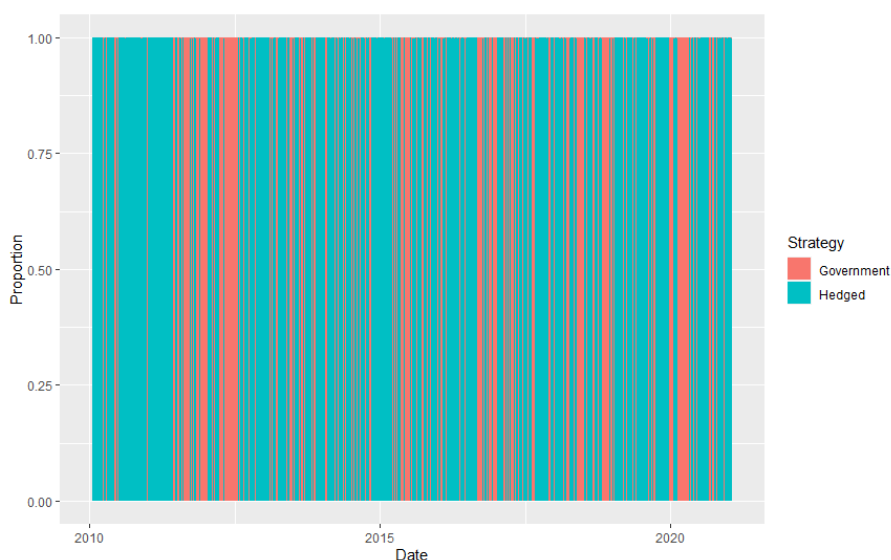
Tabuľka 4.1.5 Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií credit spreadu pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou (Zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľka 4.1.5 ukazuje, že akákoľvek metóda predikcie credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou poskytuje predikcie ktoré môžu byť podkladom pre investičné rozhodnutie pre alokáciu medzi credit spreadom a štátnymi dlhopismi. Z pohľadu výnosu aj štatistickej presnosti je najhoršia metóda jednoduchej lineárnej regresie, ktorá dosahuje najmenšiu štatistickú presnosť aj absolútny výnos, respektíve information ratio. Zo štatistického pohľadu sú najlepšie regularizované regresie Ridge a Lasso, ktoré dosahujú veľmi podobnú presnosť. Z pohľadu výnosu sú najlepšie modely, ktoré využívajú Random Forests. Z hľadiska využitia premenných opäť zaostáva jednoduchá lineárna regresia, ktorá využíva najmä rôzne priemery krátkodobých úrokových mier (EURIBOR) a ostatné premenné majú zanedbateľné koeficienty. Zvyšné metódy ukazujú dôležitosť očakávanej (implikovanej) volatility na akciových trhoch, primárne na nemeckom, hoci ani tá americká nemá zanedbateľnú úlohu pri predikciách. Medzi ďalšie kľúčové premenné môžeme zaradiť zmenu hladiny (level) bezrizikových úrokových mier, zmenu implikovanej americkej dlhopisovej volatility a priemer minulých credit spreadov. Premenné z ostatných skupín majú menší absolútny podiel, ale z každej skupiny majú modely tendenciu vybrať aspoň jednu premennú s nezanedbateľnou váhou a to aj v prípade

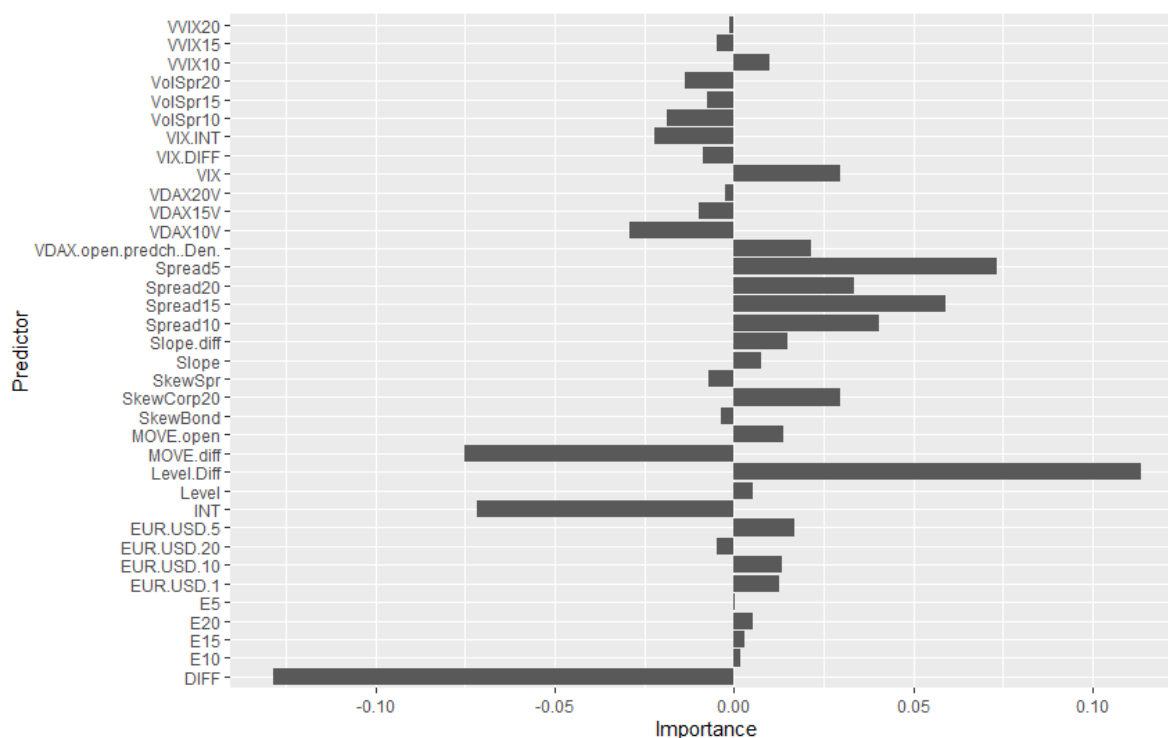
Lasso regresie, ktorá má vlastnosť zmenšenia koeficientov na nulu, a teda má schopnosť selekcie premenných. Metódy ukazujú, že taktiež koeficient šikmosti minulých výnosov, realizovaná volatilita implikovanej volatility alebo samotného spreadu či krátkodobé úrokové miery prispievajú k predikciám. Príklad výkonnosti zobrazujeme na Obrázku 4.1.8, vývoj alokácie na Obrázku 4.1.9 a dôležitosť premenných na Obrázku 4.1.10.



Obrázok 4.1.8 Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje credit spread pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou pomocou Ridge regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.9 Vývoj alokácie medzi credit spreadom a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje credit spread pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou pomocou Ridge regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)

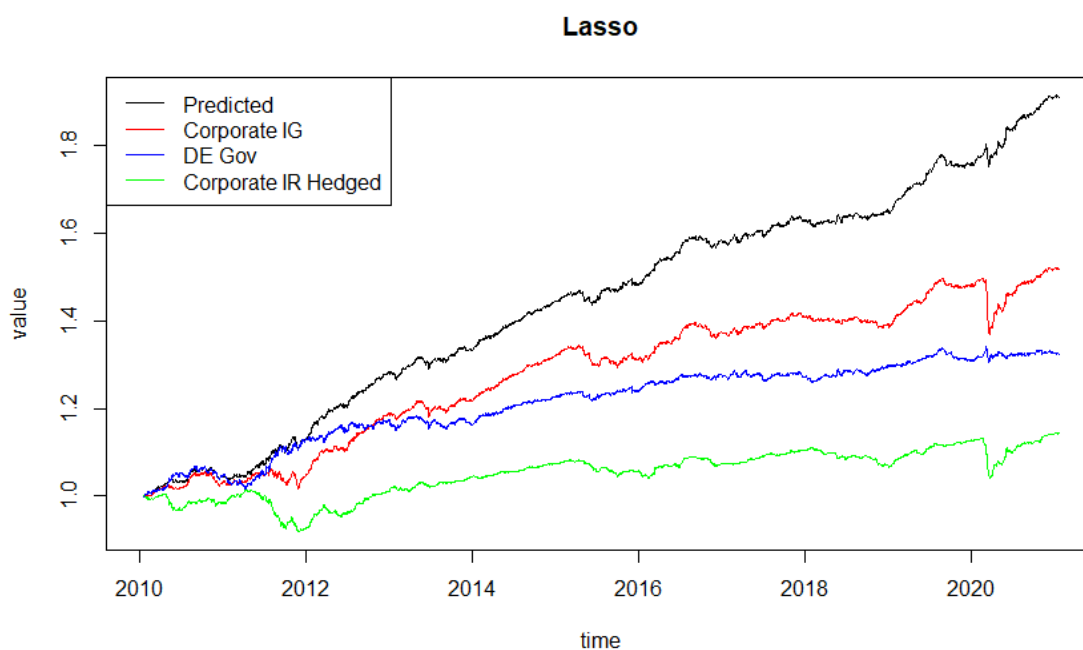


Obrázok 4.1.10 Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu credit spreadu pre Ridge regresiu (Zdroj: vlastné spracovanie)

Predikcia korporátnych dlhopisov						
Stratégia	LM	Ridge	Lasso	RF(500,12)	RF(500,18)	RF(500,24)
Výnos	5,48	6,01	6,12	5,92	6,07	6,03
Volatilita	2,49	2,45	2,43	2,42	2,44	2,45
Max prepad	-3,43	-2,88	-2,81	-3,24	-2,83	-2,91
IR	1,013	1,362	1,474	1,329	1,423	1,403
DI	0,609	0,647	0,689	0,644	0,643	0,645
Acc	0,56	0,607	0,587	0,576	0,582	0,58
Acc _{weighted}	0,604	0,647	0,638	0,632	0,634	0,637
MSE	$2,648 \times 10^{-6}$	$2,49 \times 10^{-6}$	$2,442 \times 10^{-6}$	$2,796 \times 10^{-6}$	$2,859 \times 10^{-6}$	$2,83 \times 10^{-6}$

Tabuľka 4.1.6 Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií korporátnych dlhopisov pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou (Zdroj: vlastné spracovanie)

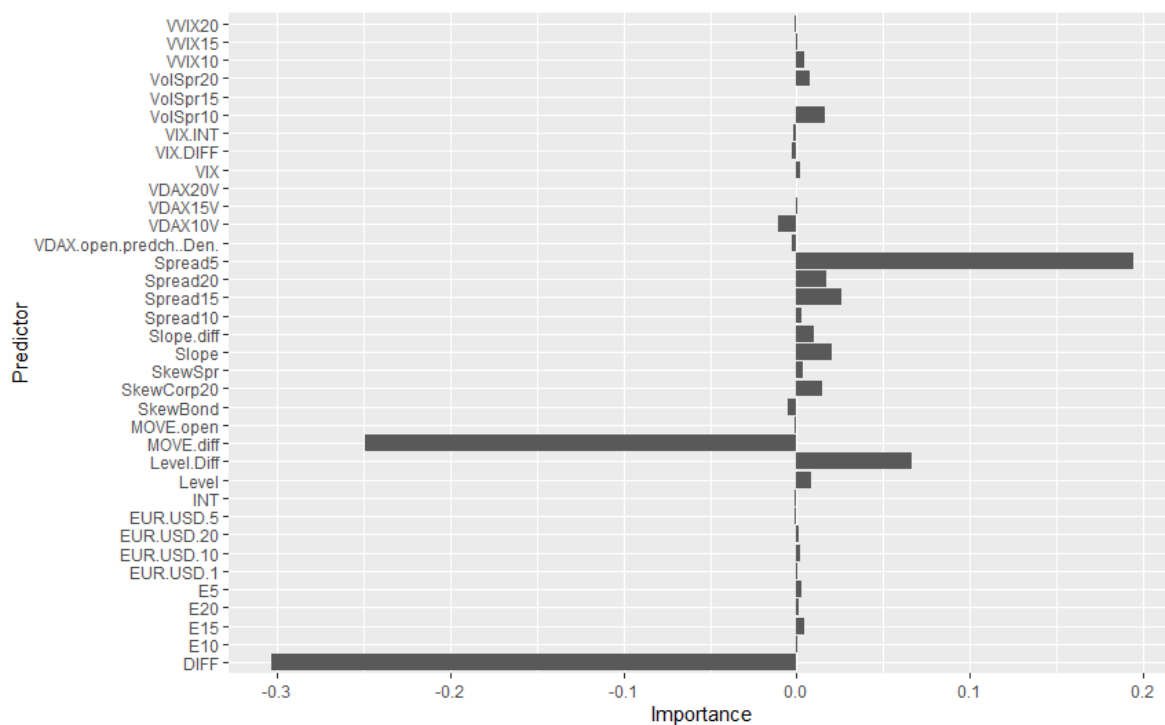
Výsledky (Tabuľka 4.1.6) pre priamu predikciu európskych korporátnych dlhopisov s dlhšou splatnosťou sú veľmi podobné tým pre credit spread. Všetky metódy spoľahlivo prekonávajú benchmark, ale jednoduchá lineárna regresia je opäť najhoršia z akéhokoľvek pohľadu. Lasso a Ridge regresie dosahujú podobné výsledky, i keď Lasso regresia sa javí byť výnosnejšia. Metódy Random Forests dosahujú veľmi podobné výsledky ako regularizované regresie. Z hľadiska využívania premenných taktiež pozorujeme významné podobnosti, jedinou výnimkou je priemer minulých credit spreadov, najmä 5-dňový, ktorý je veľmi dôležitým prediktorom budúcich výnosov korporátnych dlhopisov. Do istej miery si tento ukazovateľ minulej výkonnosti vymenil úlohu so zmenou hladiny dlhodobých úrokových mier (level), ktorý sa ukazuje byť menej dôležitým. Priebeh investície pre metódu Lasso v čase zobrazujeme na Obrázku 4.1.11, pomer alokácie medzi korporátnymi a štátnymi dlhopismi na Obrázku 4.1.12 a dôležitosť premenných pre Lasso model na Obrázku 4.1.12.



Obrázok 4.1.11 Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje európske korporátne dlhopisy s dlhšou splatnosťou pomocou Lasso regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.12 Vývoj alokácie medzi korporátnymi a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje korporátne dlhopisy pomocou Lasso regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.13 Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu európskych korporátnych dlhopisov s dlhšou splatnosťou pre Lasso regresiu (Zdroj: vlastné spracovanie)

Európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou

	Štátne dlhopisy	Korporátne dlhopisy	Credit Spread
Výnos	0,45	2,35	1,89
Volatilita	0,77	1,4	1,13
Max prepád	-1,8	-4,81	-4,69

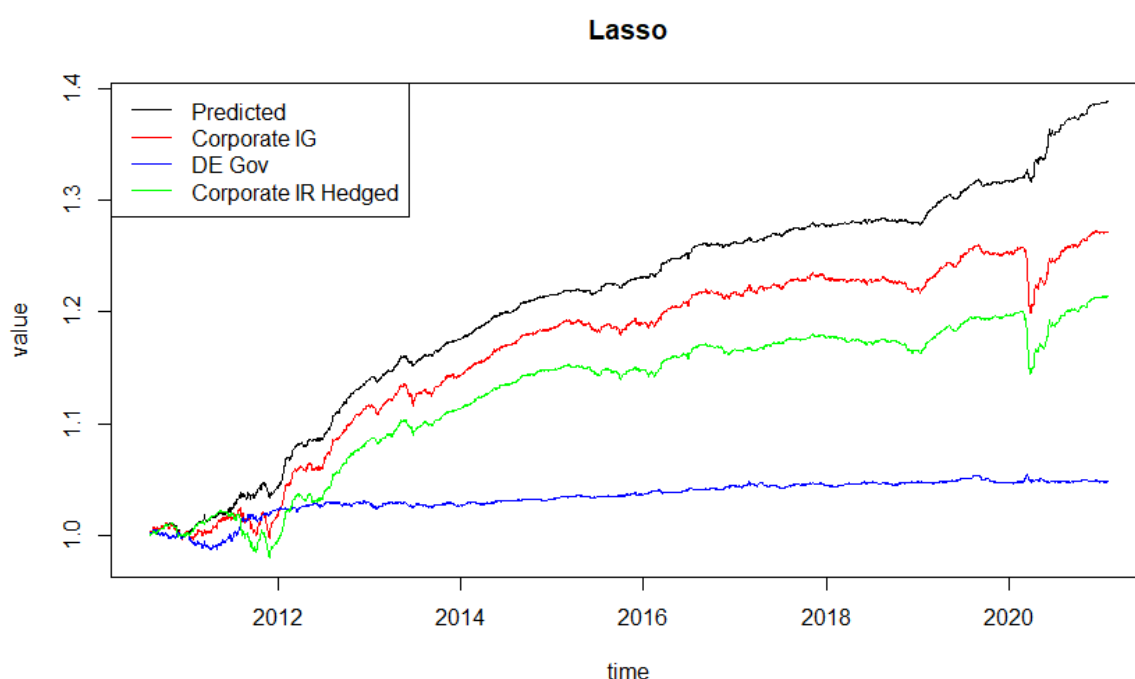
Tabuľka 4.1.7 Základný prehľad výkonnosti európskych korporátnych dlhopisov s kratšou splatnosťou, futures na štátne dlhopisy Euro-Schatz Futures (zostávajúca doba splatnosti 1,75 až 2,25 roka) a zodpovedajúci credit spread (Zdroj: vlastné spracovanie)

Predikcia credit spreadu						
Stratégia	LM	Ridge	Lasso	RF(500,12)	RF(500,18)	RF(500,24)
Výnos	2,96	3,22	3,22	3,28	3,26	3,28
Volatilita	0,89	0,89	0,91	0,89	0,89	0,89
Max prepád	-1,5	-1,23	-1,31	-1,67	-1,66	-1,74
IR	1,069	1,332	1,344	1,348	1,333	1,362
DI	0,687	0,662	0,705	0,634	0,636	0,641
Acc	0,607	0,611	0,616	0,605	0,606	0,607
Acc_{weighted}	0,687	0,683	0,688	0,683	0,684	0,685
MSE	$4,987 \times 10^{-7}$	$4,438 \times 10^{-7}$	$4,382 \times 10^{-7}$	$5,238 \times 10^{-7}$	$5,288 \times 10^{-7}$	$5,401 \times 10^{-7}$

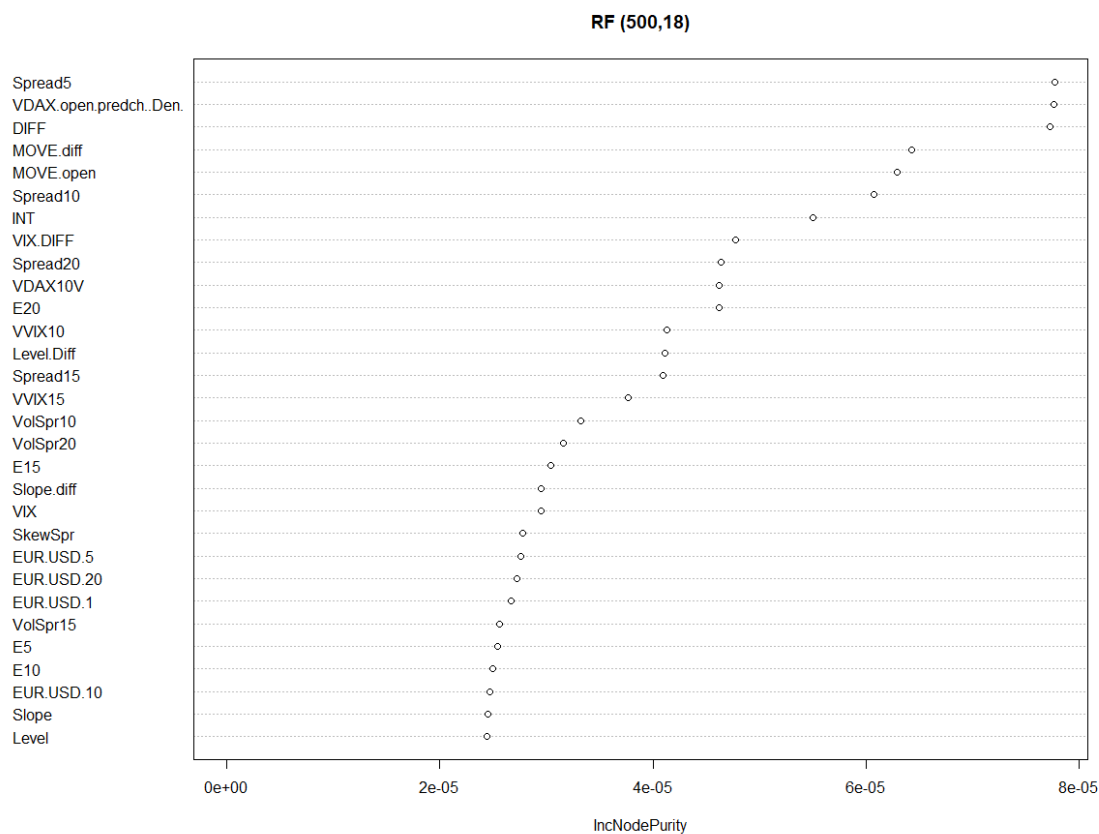
Tabuľka 4.1.8 Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií credit spreadu pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou (Zdroj: vlastné spracovanie)

Predikcie credit spreadu pre európske korporátne dlhopisy s krátkou splatnosťou opäť pomocou Tabuľky 4.1.8 ukazujú, že dlhopisové trhy sú do značnej miery predikovateľné a všetky metódy dosahujú pomerne veľkú presnosť, špeciálne tú váženú veľkosťou predikovaného výnosu. Pre dlhopisy s kratšou splatnosťou dokonca platí, že metódy neprekonávajú len benchmark v podobe pasívneho obmedzenia úrokového rizika (credit spread) ale aj samotné korporátne dlhopisy a to pri nižšom riziku. Z pohľadu výnosu opäť zaostáva lineárna regresia. V porovnaní s dlhopismi s dlhšou splatnosťou sú taktiež všetky stratégie menej rizikové z pohľadu volatility aj maximálnych prepádov a ponúkajú teda

pomerne zaujímavé výnosy na jednotku rizika. Z hľadiska použitia premenných sa výsledky vo veľkej miere zhodujú s dlhopismi s dlhšou splatnosťou. Jednoduchá lineárna regresia opäť používa primárne krátkodobé úrokové miery, kým ostatné metódy sa opierajú najmä o implikovanú volatilitu akcií aj dlhopisov, hladinu dlhodobých úrokových mier a minulé výnosy credit spreadu. Zároveň však opäť sledujeme sekundárny prínos viacerých ostatných premenných, preto ich účasť v potencionálnej množine premenných hodnotíme kladne, keďže súčet ich prínosov v celkovej predikcii v žiadnom prípade nemožno brať ako zanedbateľný. Príklad výkonnosti zobrazujeme na Obrázku 4.1.14, a dôležitosť premenných na Obrázku 4.1.15.



Obrázok 4.1.14 Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje credit spread pre európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou pomocou Lasso regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)

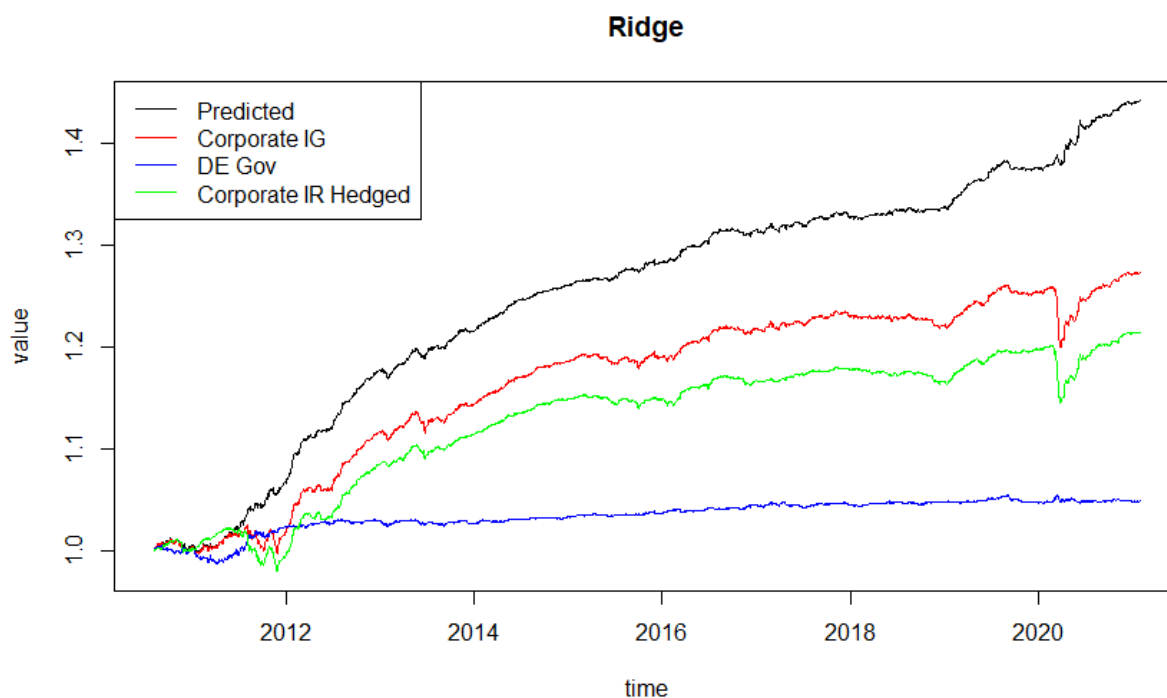


Obrázok 4.1.15 Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu credit spreadu európskych korporátnych dlhopisov s kratšou splatnosťou pre RF(500,18) (Zdroj: vlastné spracovanie)

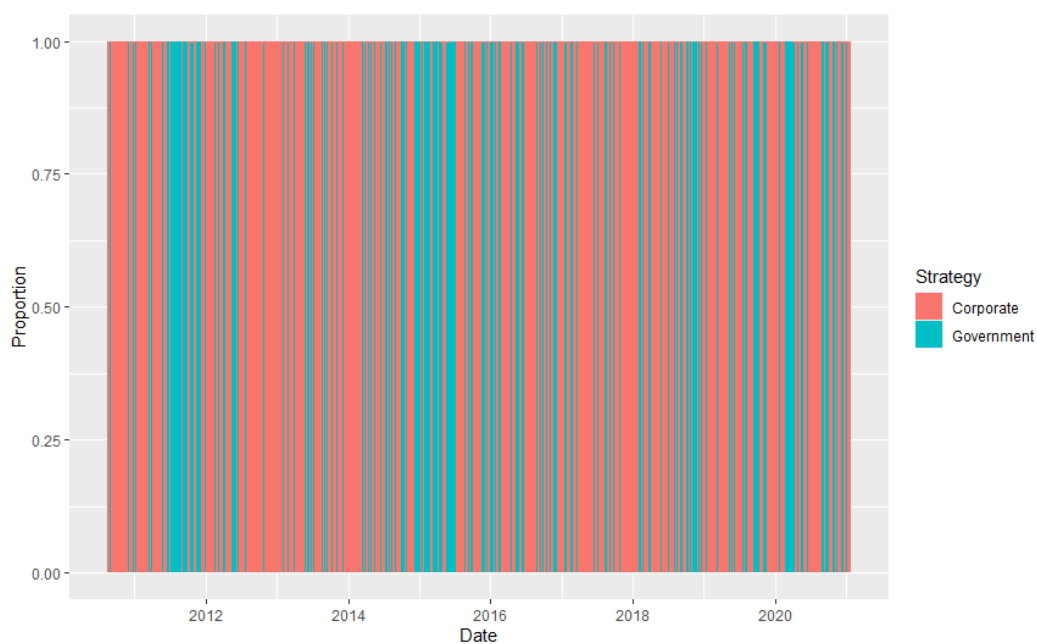
Predikcia korporátnych dlhopisov						
Stratégia	LM	Ridge	Lasso	RF(500,12)	RF(500,18)	RF(500,24)
Výnos	3,18	3,6	3,5	3,33	3,34	3,22
Volatilita	1,1	1,1	1,11	1,08	1,08	1,08
Max prepad	-1,22	-1,36	-1,31	-1,06	-1,06	-1,22
IR	0,97	1,445	1,352	1,13	1,14	1,002
DI	0,638	0,666	0,701	0,642	0,645	0,645
Acc	0,564	0,571	0,573	0,568	0,571	0,564
Acc _{weighted}	0,622	0,654	0,648	0,637	0,63	0,629
MSE	$7,999 \times 10^{-7}$	$6,924 \times 10^{-7}$	$6,852 \times 10^{-7}$	$8,053 \times 10^{-7}$	$7,997 \times 10^{-7}$	$8,132 \times 10^{-7}$

Tabuľka 4.1.9 Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií pomocou vybraných metód pre európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou (Zdroj: vlastné spracovanie)

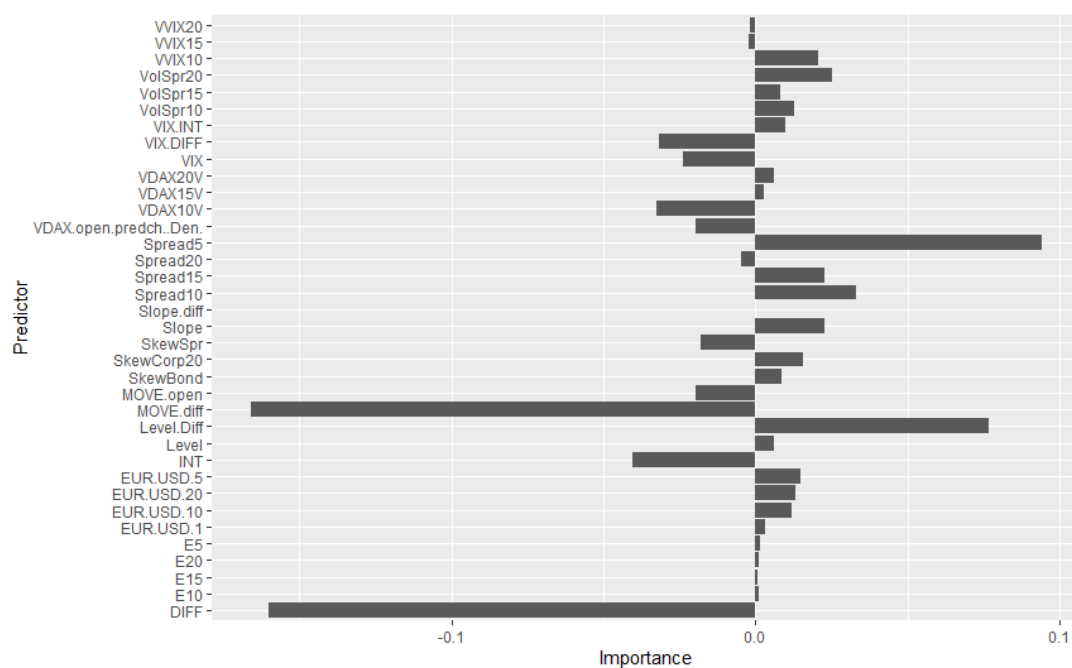
Z hľadiska výnosov sú predikcie, či už credit spreadov alebo priamych výnosov európskych korporátnych dlhopisov s krátkou dobou splatnosti, veľmi podobné ako ukazujú Tabuľky 4.1.8 a 4.1.9. Za významný dôvod považujeme najmä nízky výnos vládnych dlhopisov krátkej maturity. Zaistenie úrokového rizika je z tohto pohľadu teda lacné a výnosy pre predikciu credit spreadov aj priamych výnosov sú veľmi podobné. V prípade metód Random Forests sa výsledky líšia len v malej miere, regularizované regresie však dosahujú výraznejšie zmeny. Zo štatistického hľadiska sú metódy opäť veľmi podobne presné. Veľkú mieru podobnosti s výsledkami pre credit spread identifikujeme aj pre dôležitosť jednotlivých kľúčových premenných pre predikcie. Výkonnosť pre Ridge regresiu je zobrazená na Obrázku 4.1.16, pomer korporátnych a štátnych dlhopisov na Obrázku 4.1.17 a dôležitosť premenných pre rozhodovanie Ridge regresie na Obrázku 4.1.18.



Obrázok 4.1.16 Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou pomocou Ridge regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.17 Vývoj alokácie medzi korporátnymi a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje európske korporátne dlhopisy s kratšou splatnosťou pomocou Ridge regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.18 Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu európskych korporátnych dlhopisov s kratšou splatnosťou pre Ridge regresiu (Zdroj: vlastné spracovanie)

Európske finančné dlhopisy

	Štátne dlhopisy	Korporátne dlhopisy	Credit Spread
Výnos	0,28	3,11	2,83
Volatilita	0,5	2,33	2,15
Max prepad	-0,76	-8,12	-8,15

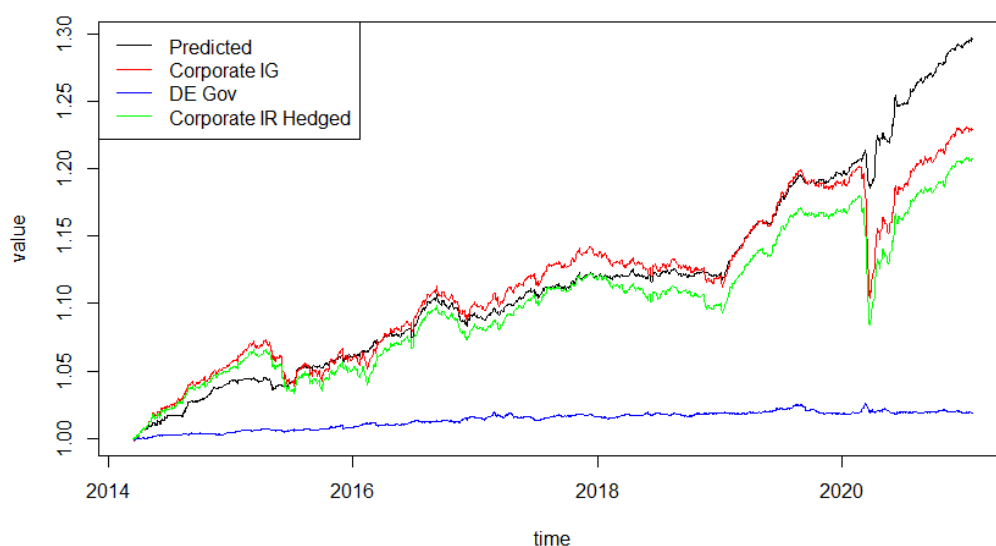
Tabuľka 4.1.10 Základný prehľad výkonnosti európskych finančných dlhopisov, futures na štátne dlhopisy Euro-Schatz Futures (zostávajúca doba splatnosti 1,75 až 2,25 roka) a zodpovedajúci credit spread (Zdroj: vlastné spracovanie)

Predikcia credit spreadu						
Stratégia	LM	Ridge	Lasso	RF(500,12)	RF(500,18)	RF(500,24)
Výnos	3,92	4,41	4,6	4,18	4,07	3,86
Volatilita	1,5	1,33	1,38	1,22	1,23	1,25
Max prepad	-2,28	-1,75	-1,72	-0,84	-1,73	-1,93
IR	0,714	0,947	1,092	0,778	0,717	0,598
DI	0,651	0,706	0,744	0,612	0,607	0,61
Acc	0,569	0,592	0,594	0,586	0,577	0,571
Acc_{weighted}	0,606	0,634	0,641	0,625	0,618	0,609
MSE	$1,767 \times 10^{-6}$	$1,73 \times 10^{-6}$	$1,671 \times 10^{-6}$	$2,191 \times 10^{-6}$	$2,214 \times 10^{-6}$	$2,207 \times 10^{-6}$

Tabuľka 4.1.11 Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií credit spreadu pomocou vybraných metód pre európske finančné dlhopisy (Zdroj: vlastné spracovanie)

Výsledky pre finančné dlhopisy sú v línii s ostatnými európskymi dlhopismi, rovnako ako aj pre predchádzajúce kategórie, credit spread je do značnej miery možné predikovať (Tab. 4.1.11). Stratégie založené na predikciách credit spreadu pre európske finančné dlhopisy prekonávajú aj samotnú pasívnu investíciu do finančných dlhopisov, ako ukazuje Obrázok

4.1.19. Vývoj alokácie medzi hedžovanými korporátnymi a štátnymi dlhopismi ukazujeme na Obr. 4.1.20. Z hľadiska výnosu sú najlepšie regularizované regresie, napriek tomu, že ide o jednoduchšie metódy ako Random Forests. Z hľadiska štatistickej presnosti sú taktiež najlepšie regularizované regresie, pričom tá jednoduchá opäť zaostáva. Predikcia credit spreadu pre finančné dlhopisy sa výrazne neodlišuje ani vo významnosti vysvetľujúcich premenných, jedinou výnimkou je jednoduchá lineárna regresia (Obr. 4.1.21), kde vidíme vo vyššiu mieru dôležitosti premenných, ktoré sú kľúčové pre ostatné modely: zmeny dlhopisovej a akciovej implikovanej volatility alebo zmena hladiny dlhodobých úrokových mier. Zaujímavý je významný vplyv zmeny implikovanej dlhopisovej volatility na americkom trhu, zároveň však nebadáme výrazný vplyv realizovanej volatility, čo ukazuje, aká dôležitá je implikovaná volatilita pre predikcie, čo je však intuitívne ľahko pochopiteľné.

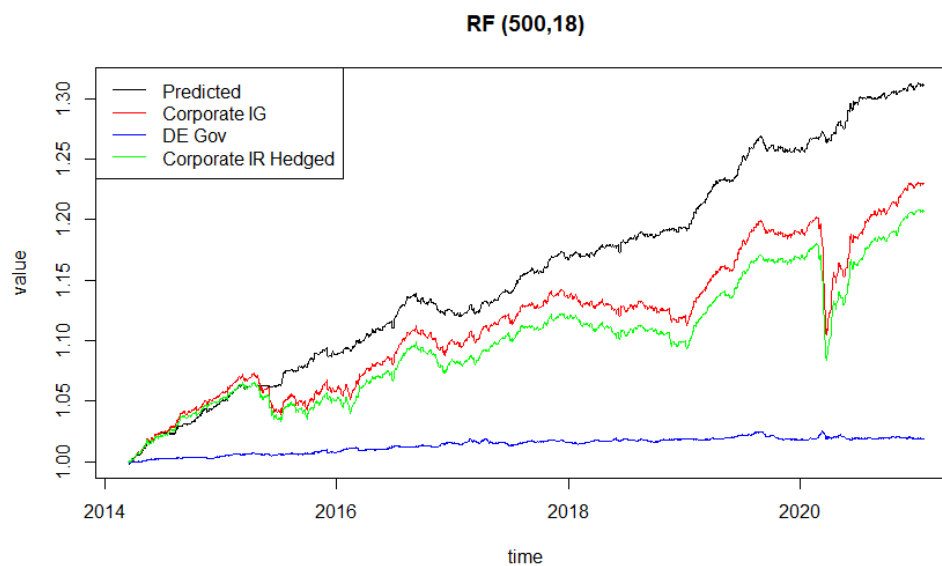


Obrázok 4.1.19 Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje credit spread pre európske finančné dlhopisy pomocou jednoduchej lineárnej regresie (Zdroj: vlastné spracovanie)

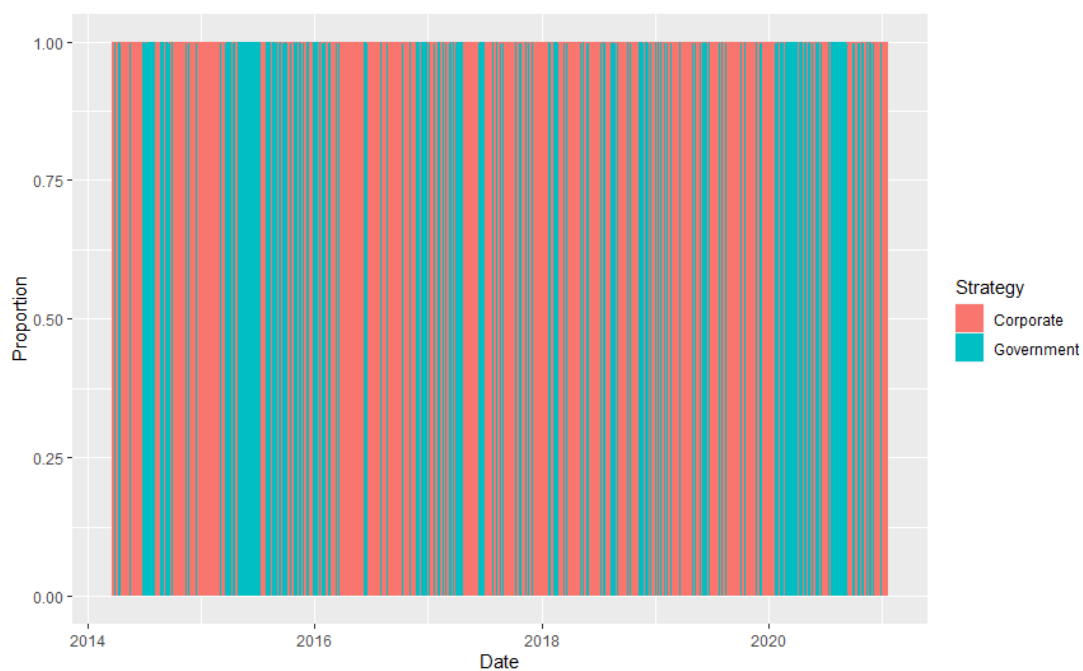
Predikcia finančných dlhopisov						
Stratégia	LM	Ridge	Lasso	RF(500,12)	RF(500,18)	RF(500,24)
Výnos	4,2	4,41	4,55	3,98	4,1	3,87
Volatilita	1,56	1,53	1,57	1,39	1,37	1,37
Max prepad	-1,91	-1,71	-1,7	-2,11	-1,69	-2,18
IR	0,657	0,774	0,871	0,489	0,55	0,426
DI	0,649	0,774	0,757	0,598	0,596	0,602
Acc	0,555	0,573	0,573	0,555	0,561	0,558
Acc_{weighted}	0,601	0,614	0,615	0,599	0,603	0,594
MSE	$2,142 \times 10^{-6}$	$2,055 \times 10^{-6}$	$1,996 \times 10^{-6}$	$2,496 \times 10^{-6}$	$2,457 \times 10^{-6}$	$2,602 \times 10^{-6}$

Tabuľka 4.1.12 Základný prehľad výkonnosti a štatistických vlastností predikcií európskych finančných dlhopisov pomocou vybraných metód (Zdroj: vlastné spracovanie)

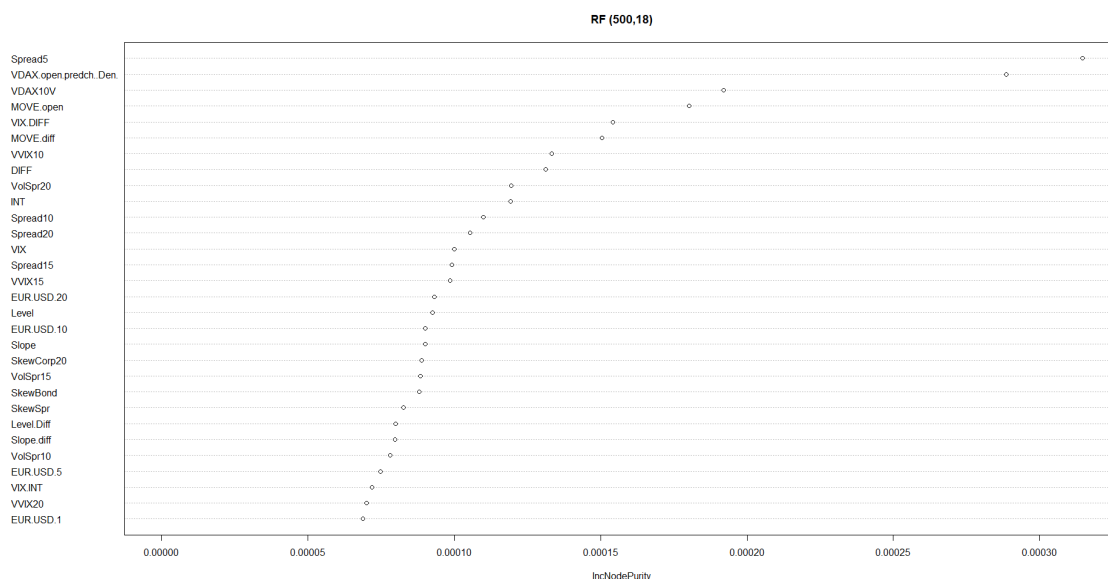
Stratégie založené na predikciách priamych výnosov finančných dlhopisov môžu byť prekvapivo menej výnosné ako tie, založené na predikciách credit spreadu ako ukazuje Tabuľka 4.1.12. Tieto výsledky platia len pre metódy Lasso regresie a RF(500,12), pričom rozdiely nepovažujeme za významne odlišné z hľadiska absolútnej veľkosti. Výnosnosť aj presnosť je veľmi podobná credit spreadu (Obr. 4.1.22), čo do veľkej miery môže byť zapríčinené malým výnosom štátnych dlhopisov, ktorý sa jednak prejavuje lacným zaistením úrokového rizika, ale aj pomerne malým výnosom stratégie keď prepne na bezpečnejšie (štátne) dlhopisy. (Podotýkame, že i keď na zaistenie používame rovnaké futures ako pre európske korporátne dlhopisy, výnos je nižší z dôvodu, kratšieho testovacieho obdobia v ktorom boli nižšie výnosy). Stratégie väčšinu času správne alokujú do rizikovejších dlhopisov (Obr. 4.1.23), pričom pre regularizované regresie je to viac ako 75% času. Bezpečnejšie dlhopisy však pomerne vhodne využívajú ako bezpečný prístav, keď samotné finančné dlhopisy klesajú. Z hľadiska využívania vysvetľujúcich premenných konštatujeme takmer rovnaké výsledky ako pre predikciu credit spreadu. Dôležitosť premenných pre metódu RF zobrazujeme na Obr. 4.1.24.



Obrázok 4.1.22 Vývoj a porovnanie výkonnosti stratégie ktorá predikuje európske finančné dlhopisy pomocou RF(500,18) (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.23 Vývoj alokácie medzi európskymi finančnými a štátnymi dlhopismi pre stratégiu ktorá predikuje európske finančné dlhopisy pomocou RF(500,18) (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.24 Porovnanie dôležitosti jednotlivých premenných pre predikciu európskych finančných dlhopisov pre RF(500,18) (Zdroj: vlastné spracovanie)

Sumárne konštatujeme, že predikcie veľmi dobre fungujú pre európske dlhopisy a to aj credit spreadov, aj priamych výnosov dlhopisov. Obzvlášť stratégia obmedzovania úrokového rizika môže byť zaujímavá v čase zvyšovania úrokových sadzieb. Treba si uvedomiť, že v „pokojných“ časoch stabilných úrokových mier, či v prípade poklesov úrokových sadzieb je nevyhnutné si za takéto poistenie priplatiť vo forme obetovania časti výnosov.

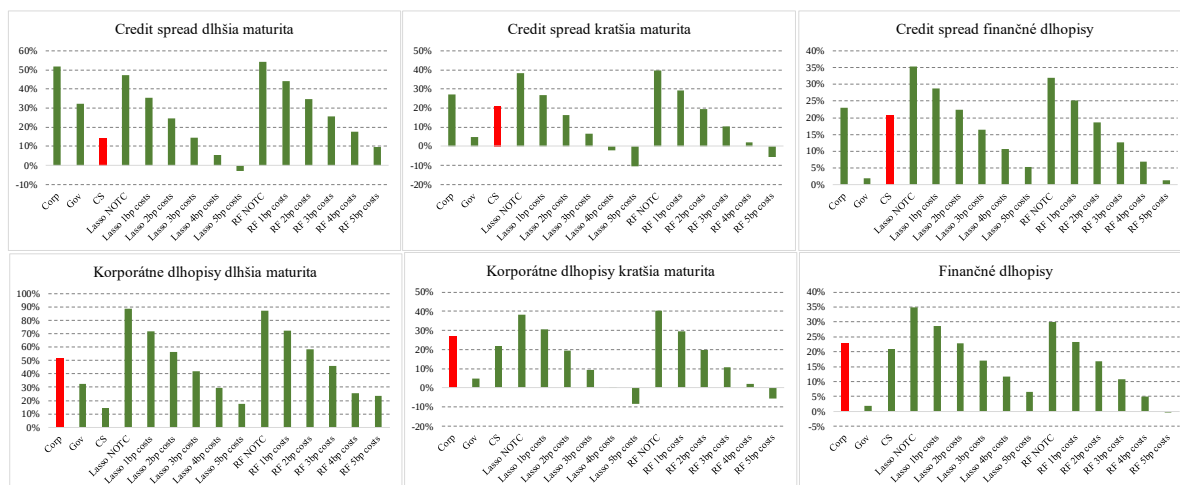
Je nevyhnutné poznamenať, že v podkapitole 4.1.3 sme prezentovali primárne teoretické výsledky, ktoré sú nevyhnutné na posúdenie či stratégie majú zmysel, na pochopenie ich štatistických vlastností a na zistenie, ktoré premenné najvýraznejšie ovplyvňujú kreditné prirážky alebo priamo výnosy korporátnych dlhopisov. V tejto podkapitole zámerne ignorujeme transakčné náklady a teda tieto stratégie v danej forme nie sú reálne implementovateľné. Robustnosti a realizovateľnosti sa venujeme v ďalšej podkapitole 4.1.4 a 4.1.5.

4.1.4 Realizovateľnosť predikčných stratégií a transakčné náklady

V tejto podkapitole sme čerpali primárne z článkov Padyšák (2023) a Padyšák (2024), kde sme sa venovali možnosti implementácie predikčných stratégií predstavených v predchádzajúcich podkapitolách. Z pohľadu novej implementácie je podstatné aké

transakčné náklady má daná stratégia. Napriek tomu, že stratégia je založená na benchmarkových indexoch, ktoré sleduje viacero ETF fondov rôznych správcov, aj malé náklady pri častých zmenách môžu spôsobiť, že stratégia bude stratová oproti pasívnej alternatíve.

V rámci kapitoly budeme označovať stratégie s názvom „Credit spread“ ako tie, ktoré prepínajú medzi credit spreadom a štátnymi dlhopismi a stratégie bez tohto označenia, medzi korporátnymi dlhopismi a štátnymi dlhopismi. Corp označuje nehedžované korporátne dlhopisy, Gov štátne dlhopisy, CS credit spread, RF je skratkou pre metódu Random Forests, Lasso pre regularizovanú Lasso regresiu a NOTC označuje teoretickú stratégiu bez transakčných nákladov.



Obrázok 4.1.25 Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií počas sledovaného obdobia. Pasívny benchmark je zvýraznený červenou. Pre korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou ide o obdobie od 18.1.2010 po 21.1.2021, pre korporátne dlhopisy s kratšou maturitou ide o obdobie od 10.8.2010 po 21.1.2021 a pre finančné dlhopisy ide o obdobie od 17.3.2014 po 21.1.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Efekt rôznych transakčných nákladov v rozmedzí jeden až päť bázičských bodov zobrazujeme na Obr. 4.1.25, kde skúmame dopad na celkový výnos počas sledovaného obdobia. V tomto príklade uvažujeme tak, že každá zmena alokácie a teda prepnutie z korporátnych dlhopisov (s hedžovaním alebo bez) do štátnych dlhopisov, alebo naopak, nás stojí niekoľko bázičských bodov. Týmto prístupom teda vieme identifikovať, pri akej výške poplatkov už dané stratégie nedávajú praktický zmysel. Poplatky najviac škodia

stratégií, ktorá sa zameriava na korporátne dlhopisy s kratšou maturitou, kde už poplatky vo výške dvoch bodov spôsobia, že stratégie sú menej výnosné ako ekvivalentný pasívny benchmark pre obe metódy. Stratégie zamerané na finančné dlhopisy zvládnu poplatky vo výške jeden až dva bazické body, v závislosti od predikčnej metódy a toho, či je úrokové riziko hedžované. Najvýnosnejšie sú stratégie zamerané na dlhšie korporátne dlhopisy, ktoré zvládnu transakčné náklady dva až štyri bazické body, v závislosti od metódy a hedžovania.

Výsledky ukazujú, že stratégie sú veľmi výnosné, avšak vzhľadom aj na svoju možnú dennú aktivitu sú s nimi spojené vysoké transakčné náklady. Realistické priemerné náklady sú cca vo výške jeden bazický bod pre štátne dlhopisy a dva bazické body pre korporátne. Hlavným problémom stratégií je prílišná aktivita a veľa zmien. Ako riešenie prílišnej aktivity sa ponúkajú dve alternatívy.

Prvou alternatívnou je vykonávať investičné rozhodnutie menej často a to napr. iba raz za dva alebo päť dní, pričom investičné pravidlo by sa nemenilo. To by ale mohlo spôsobiť, že model by aj vedel správne predikovať nutnosť zmeny, ale nevedel by ju zrealizovať, pretože v ten deň by nemohol obchodovať. Na druhú stranu, zmena alokácie na týždennej báze (v prípade päť dní) je stále pomerne aktívna stratégia, ktorá by vedela reagovať aj na krízy.

Druhé riešenie by mohlo spočívať v úprave investičného pravidla. Výsledky ukazovali, že zo štatistického pohľadu majú stratégie lepšiu váženú presnosť, kde ako váhy používame veľkosť (absolútnu hodnotu) predikovaného výnosu. Stratégie lepšie predikujú vysoké (nízke) hodnoty výnosu, ktoré sú z hľadiska finálneho kumulovaného výnosu tie najdôležitejšie. To nás motivuje k zmene a úprave investičného pravidla tak, aby sme k nemu pridali istú hranicu, ktorú musí predikovaný výnos prekonať aby sa stratégia prepla do iného aktíva. Nech $r_{s,t}$ je výnos stratégie v čase t , pričom môže nadobúdať hodnoty $r_{cs,t}$ ak stratégia investuje do credit spreadu, $r_{c,t}$ ak stratégia investuje do korporátnych dlhopisov alebo $r_{g,t}$ ak stratégia investuje do štátnych dlhopisov, a nech h je prahová hodnota pri ktorej stratégia mení alokáciu. Hodnotu h sme určili vo výške dvoch bazických bodov, čo zodpovedá odhadu transakčných nákladov pre korporátne dlhopisy. Následne investičné pravidlá, resp. ich denný výnos pre stratégie ktoré musia prekonať prahovú hodnotu definujeme nasledovne:

$$r_{s,t} = \begin{cases} r_{cs,t} ; \widehat{r_{cs,t}} > -h \wedge r_{s,t-1} = r_{cs,t-1} \\ r_{cs,t} ; \widehat{r_{cs,t}} > h \wedge r_{s,t-1} = r_{g,t-1} \\ r_{g,t} ; \widehat{r_{cs,t}} < h \wedge r_{s,t-1} = r_{g,t-1} \\ r_{g,t} ; \widehat{r_{cs,t}} < -h \wedge r_{s,t-1} = r_{cs,t-1} \end{cases}, \quad (4.17)$$

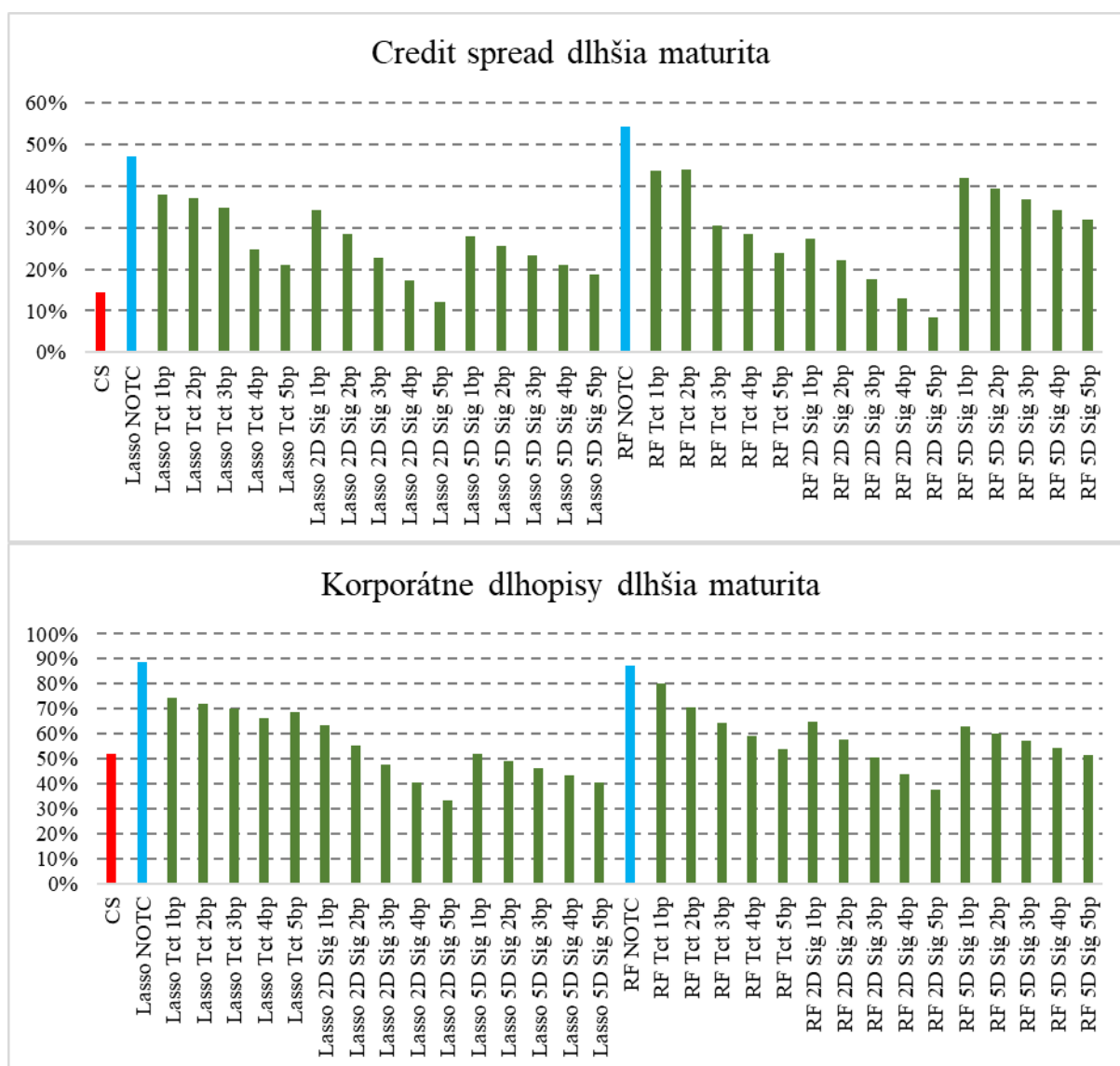
pre stratégiu ktorá prepína medzi credit spreadom a štátnymi dlhopismi, a

$$r_{s,t} = \begin{cases} r_{c,t} ; \widehat{r_{c,t}} > -h \wedge r_{s,t-1} = r_{c,t-1} \\ r_{c,t} ; \widehat{r_{c,t}} > h \wedge r_{s,t-1} = r_{g,t-1} \\ r_{g,t} ; \widehat{r_{c,t}} < h \wedge r_{s,t-1} = r_{g,t-1} \\ r_{g,t} ; \widehat{r_{c,t}} < -h \wedge r_{s,t-1} = r_{c,t-1} \end{cases}, \quad (4.18)$$

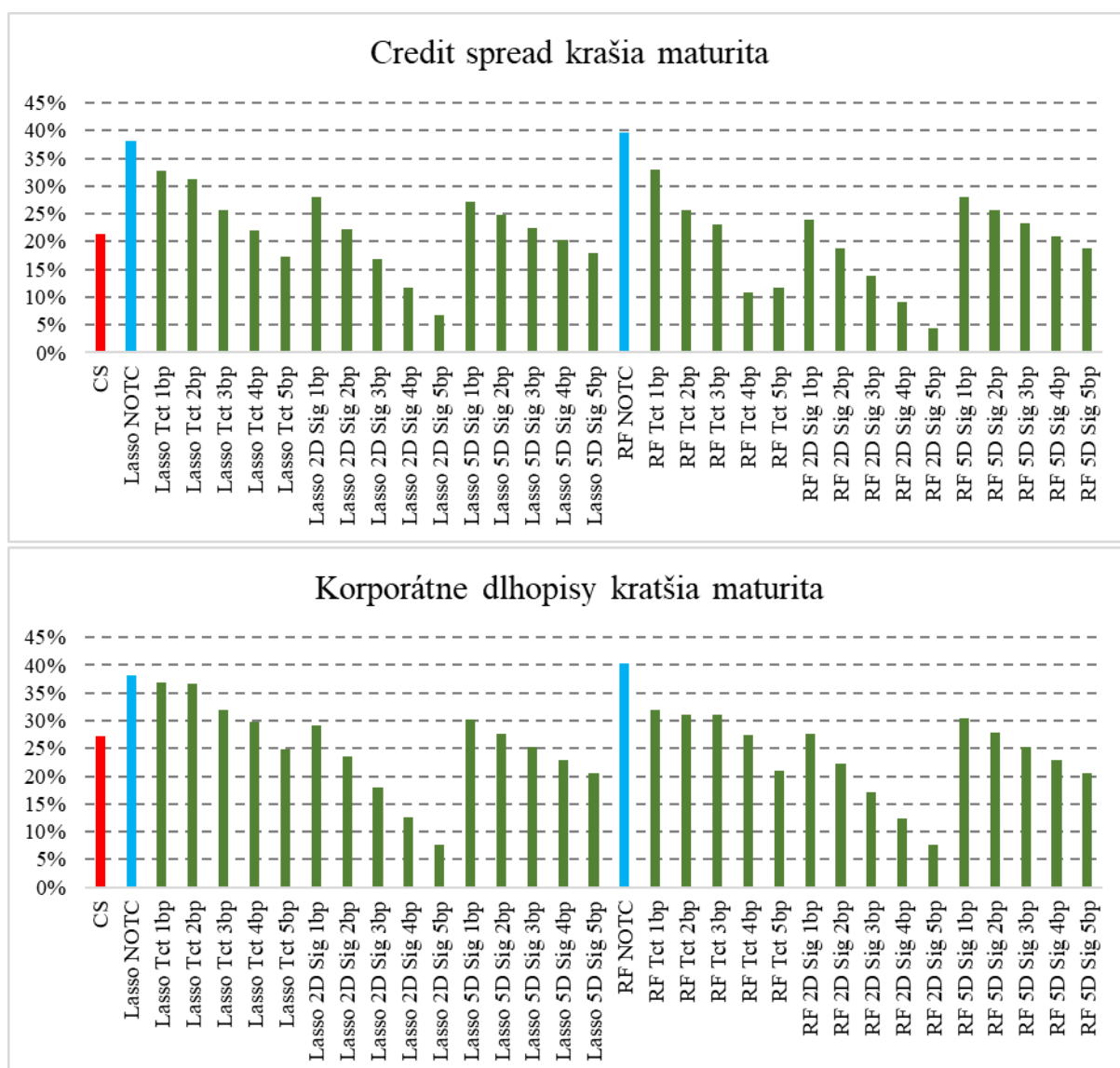
pre stratégiu ktorá prepína medzi korporátnymi dlhopismi a štátnymi dlhopismi.

Stratégie, ktoré používajú hranicu pri zmene alokácie budeme označovať ako taktické, pretože takticky rebalansujú a označovať ich budeme „Tct“. Tento prístup porovnávame aj so stratégiami ktoré rebalansujú každé dva dni alebo každých päť dní, tie budeme označovať ako „2D“ alebo „5D“. Hlavným cieľom týchto prístupov je zachovať pravidelnosť signálov ktoré stratégie poskytujú, avšak znížiť počet zmien ktoré vykonávajú a tým priamo aj znížiť transakčné náklady.

Pre korporátne dlhopisy platí, že taktické stratégie zvládnu transakčné náklady aj päť bázičných bodov, aj pre hedžovanú, aj nehedžovanú verziu (Obr. 4.1.24). Stratégie ktoré rebalansujú menej často sú závislé aj od metódy i od toho, ako často zmenu stratégie vykonávame, i tieto stratégie zvládnu transakčné náklady vo výške štyroch až piatich bodoch. Výsledky ukazujú, že tzv. taktický prístup je lepší pre korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou.

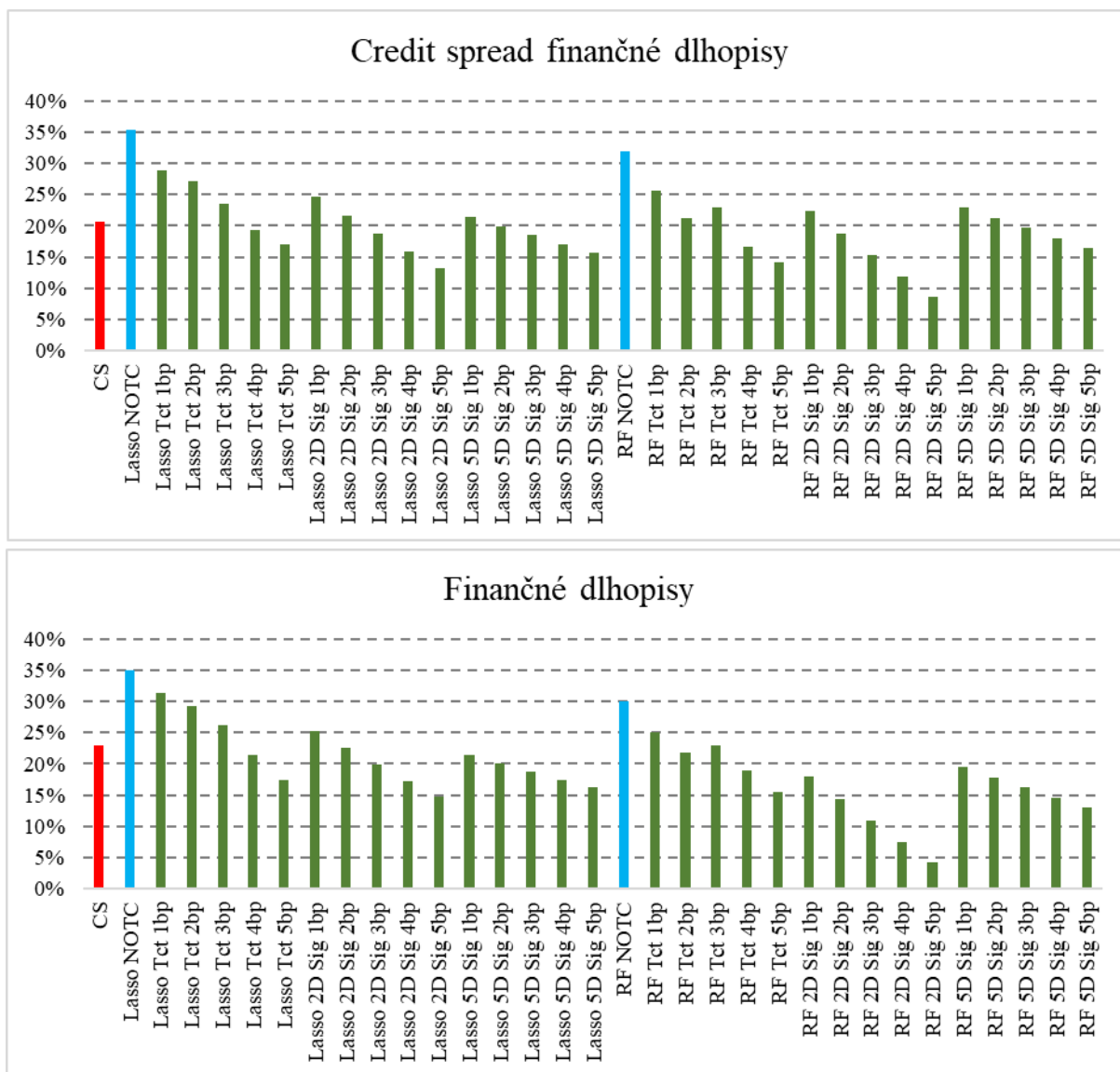


Obrázok 4.1.26 Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií pre korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou a príslušný credit spread počas 18.1.2010 po 21.1.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.27 Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií pre korporátne dlhopisy s kratšou maturitou a príslušný credit spread počas 10.8.2010 po 21.1.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

V porovnaní s korporátnymi dlhopismi s dlhšou maturitou, tie s kratšou maturitou sú náchylnejšie na transakčné náklady ako ukazuje Obr. 4.1.26 a Obr. 4.1.27. Pre taktické stratégie to znamená, že zvládnu náklady vo výške štyroch bodov, avšak pre rebalansovanie s menšou frekvenciou sú to približne dva až tri body, v závislosti od metódy. Takéto výsledky sú intuitívne a prirodzené, tieto dlhopisy majú totižto nižší výnos a teda sú aj citlivejšie na transakčné náklady.



Obrázok 4.1.28 Efekt transakčných nákladov na celkový výnos predikčných stratégií pre finančné dlhopisy a príslušný credit spread počas 17.3.2014 po 21.1.2021 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Výsledky pre finančné dlhopisy (Obr. 4.1.28) sú podobné ako tie pre korporátne dlhopisy s kratšou maturitou ale v priemere ešte o jeden bod horšie. Taktické prístupy by zvládli transakčné náklady vo výške troch bodov, menej často rebalansované stratégie by zas zvládli transakčné náklady v rozmedzí od jedného do troch bodov, opäť v závislosti od metódy. Tieto dlhopisy majú nižšiu dĺžku ako korporátne dlhopisy s dlhšou maturitou a teda aj nižší výnos. I v tomto prípade teda ide o intuitívny výsledok.

4.1.5 Robustnosť predikčných stratégií

V tejto podkapitole ďalej skúmame predikčné stratégie výnosov korporátnych dlhopisov a to najmä ich robustnosť. Zameriavame sa iba na predikcie korporátnych dlhopisov s dlhšou maturitou, najmä z hľadiska dátovej dostupnosti. Častým problémom pri kvantitatívnom prístupe k investovaniu je, že stratégia ponúka uspokojivé výsledky pri spätnom testovaní, ale nefunguje na inom období, ktoré nebolo zahrnuté v spätnom teste. Dôvodov môže byť viacero. Napríklad stratégia prirodzene prestala fungovať, pretože sa trhy vyvinuli a daný prístup nefunguje. Stratégia mohla byť publikovaná v kvalitnom časopise, ktorý mal veľký dosah a daný efekt sa stal známym veľkej skupine investorov, čím sa oslabil (v literatúre je to efekt známy ako „alpha decay“). Kvantitatívne stratégie sú veľmi podobné ako štatistické modely (a dosť často sú na nich založené) a aj tu je možný tzv. „overfit“, kedy sa stratégia príliš nakalibruje na dané obdobie a nevie fungovať na inom období, resp. iných dátach.

Z tohto dôvodu je žiadúce, aby sa stratégie otestovali aj na iných dátach, v zmysle štatistického jazyka by sme tieto dáta volali „out-of-sample“. Je to však náročná úloha, pretože vždy sa snažíme otestovať model na čo najväčšej sade dát, špeciálne v prípade, kedy k tvorbe stratégií pristupujeme tak, že tvorí svoje rozhodnutia aby nepoznala budúcnosť v danom časovom okamihu. Odlišný je prístup pri ktorom potrebujeme optimalizovať nejaký parameter stratégie, napríklad investujeme do akciového trhu v prípade, kedy výsledky z trhu práce dosiahnu úroveň x . V takej úlohe je lepšie dáta rozdeliť na tréningovú a testovaciu sadu.

Nové dáta je možné prirodzene získať po prvotnom teste ak uplynie dostatočná doba – rok, päť rokov alebo aj viac, to si však vyžaduje čakanie. Druhým prístupom môže byť použitie dát-z minulosti, ktoré ešte neboli použité v spätnom testovaní – často sú s tým spojené komplikácie, ako napr. dátová dostupnosť. Napríklad Fama a French (1993) pri článku, ktorý zaviedol Fama French trojfaktorový model, využívali dáta v rokoch 1962-1989. Prirodzeným testom tohto modelu a jeho faktorov sú dáta od 1989 a ďalej. Tejto téme sa venovalo veľa článkov, napríklad aj novší článok od Fama a French, kde predstavili päť faktorový model. Zaujímavý prístup je pozrieť sa na dáta skôr, ako sa použili v testoch. Príkladom takéhoto prístupu môže byť Baltussen, van Vliet a van Vliet (2023), ktorí na skonštruovanej databáze výnosov na americkom trhu počas rokov 1886-1926 otestovali faktory ako Value, Momentum, Low-risk a Beta. Podobné výsledky poskytuje aj článok

Conover a kol. (2023), ktorí testovali low-risk efekt taktiež na americkom trhu počas 1871 až 1925.

V článku Padyšák (2024) sme sa zamerali na predĺženie dát oboma spomínanými smermi: aj do histórie aj smerom do prítomnosti, a pre korporátne dlhopisy ponúkame výsledky na období od 2.9.1998 do 14.12.2022 (prvých 200 dní je nevyhnutných na prvotné natrénovanie modelu). Testujeme stratégiu iba pre výnosy korporátnych dlhopisov. Základné charakteristiky dlhopisového trhu poskytujeme v tabuľke 4.1.20. Z pohľadu dát je problematické zohnať dáta najmä k samotnému indexu korporátnych dlhopisov, kde dostupnosť máme práve od roku 1998. Prehľad výkonnosti štátnych aj korporátnych dlhopisov je v Tabuľke 4.1.13. Poznamenávame, že dáta by sa dali ešte predĺžiť alternatívnym prístupom, kde by sme výnosy indexu nahradili výnosmi podielového fondu ktorý sledoval tzv. „benchmarkové“ korporátne dlhopisy napríklad Amundi Euro Corporate Bond (Ticker: EUBONDA), išlo by už skôr o nejakú proxy a tejto analýze sa nebudeme venovať.

Dlhopisy	Výnos	Volatilita	MDD	Výnos/Volatilita
Korporátne	3,25	2,91	-15,35	1,12
Štátne	1,76	3,3	-11,83	0,53

Tabuľka 4.1.13 Základné charakteristiky dlhopisového trhu počas 22.6.1999 až 28.11.2022. Výnos a volatilita sú anualizované a spolu s maximálny prepados (MDD) sú vyjadrené v percentách (Zdroj: vlastné spracovanie)

V rámci robustnosti meníme niektoré parametre, aby sme otestovali aj iné prístupy a zistili, či model bude stále fungovať tak, ako v prvotných testoch. Namiesto kľavých priemerov výnosov credit spreadu z minulých kapitol, definovaných napríklad ako $MA_{5,t,j}$, budeme používať výnosy na obdobiach 5, 10, 15 a 20 dní s lagom 2 dni vzhľadom na ceny pri zatváraní burzy. Výnosy, napríklad pre 5-dňové obdobie definujeme nasledovne:

$$R_{5,t} = -1 + \frac{1}{5} \prod_{i=2}^6 (1 + \text{creditspread}_{t-i}). \quad (4.19)$$

Pre všetky premenné používame inú štandardizáciu ako v predchádzajúcich kapitolách a to odpočítanie priemernej hodnoty, a predelenie štandardnou odchýlkou – počítame teda tzv. z-skóre pre každú premennú.

V čase t teda štandardizované pozorovanie vysvetľujúcich premenných $x_{u,std}$, kde u vyjadruje poradové číslo definujeme nasledovne:

$$x_{t,l,std} = \frac{x_{t,u} - \bar{x}_u}{\sigma_u}, \quad (4.20)$$

kde $\bar{x}_u$ je priemer do času t a σ_u štandardná odchýlka.

Z pohľadu investičného pravidla používame klasické denné rebalansovanie, denné rebalansovanie s hranicou z minulých kapitol, ale taktiež definujeme aj nový prístup, ktorý sa snaží sklbiť dva prístupy na zníženie transakčných nákladov z predošlej podkapitoly. Konkrétne používame aj rebalansovanie s hranicou na 5-dňovom období. Predikujeme teda 5-dňový výnos $\widehat{r_{c,t:t+4}}$ a na základe definujeme stratégiu, respektíve jej výnosy nasledovne:

$$r_{s,t:t+4} = \begin{cases} r_{c,t:t+4} ; \widehat{r_{c,t:t+4}} > -h \wedge r_{s,T,t} = r_{c,T,t} \\ r_{c,t:t+4} ; \widehat{r_{c,t:t+4}} > h \wedge r_{s,T,t} = r_{g,T,t} \\ r_{g,t:t+4} ; \widehat{r_{c,t:t+4}} < h \wedge r_{s,T,t} = r_{g,T,t} \\ r_{g,t:t+4} ; \widehat{r_{c,t:t+4}} < -h \wedge r_{s,T,t} = r_{c,T,t} \end{cases}, \quad (4.21)$$

kde pre jednoduchosť pomocou označenia $r_{j,T,t}$ máme na mysli posledný 5-dňový výnos ($T = t - 1 : t - 5$) vzhľadom na čas t pre j -te aktívum. V nasledujúcej časti uvažujeme o h vo výške dvoch bázičných bodov.

Pre stratégie definujeme aj abnormálny výnos, resp. alfu, ktorá je definovaná ako výnos stratégie, ktorá má dlhú pozíciu v predikčnej stratégii a krátku pozíciu v benchmarku v podobe korporátnych dlhopisov. Výnos v čase t definujeme nasledovne:

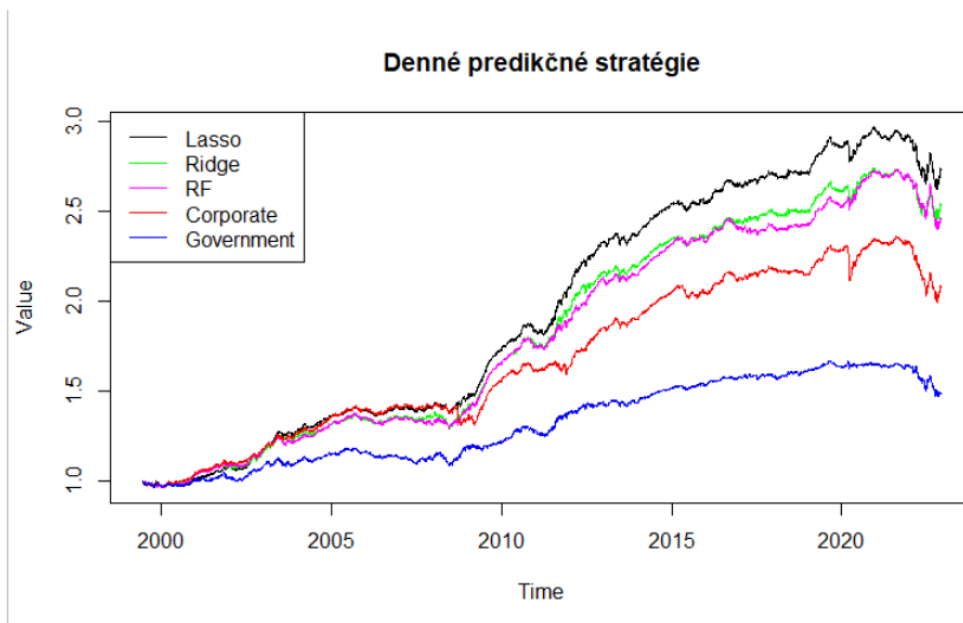
$$\alpha_t = r_{s,t} - r_{c,t}. \quad (4.22)$$

Výsledky pre denné predikcie a 5-dňové predikcie zobrazuje tabuľka 4.1.14 a Obr. 4.1.29 a 4.1.30. Uvažujeme, transakčné náklady vo výške dvoch bázičných bodov pre korporátne dlhopisy a jeden bod pre štátne dlhopisy. Uvažované metódy sú Ridge regresia (Ridge), Lasso regresia (Lasso) a Random Forests (RF). Pre všetky stratégie uvádzame aj parametre pre alfu. Alfa výnos je výnos oproti benchmarku, volatilita alfy nám popisuje tracking error a maximálny prepád, nám vraví o tom koľko najviac stratégia stratila voči benchmarku.

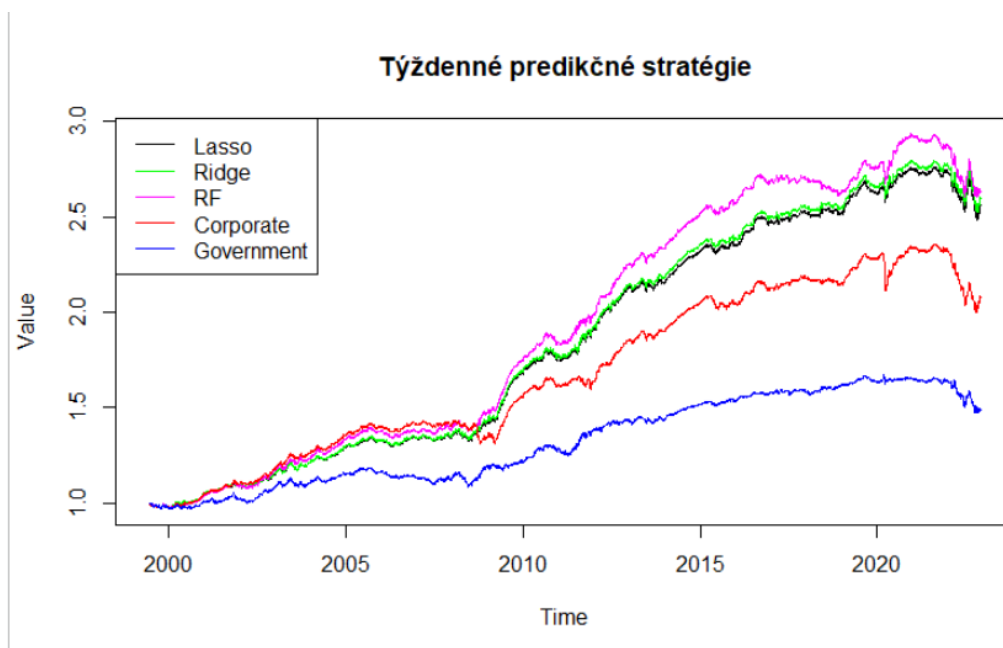
Výsledky v porovnaní s výsledkami z minulých kapitol zostávajú vo veľkej miere zachované. Štatistická presnosť je okolo 60%, pričom tá vážená je vyššia rovnako ako v prípade predošlých výsledkov. Stratégie bez transakčných nákladov sú výrazne výnosnejšie ako benchmark, pretože ich alfa je nad 2% pre denné rebalansovanie a nad 1% pre týždenné. Denné rebalansovanie by malo problém s transakčnými nákladmi vo výške troch bodov (čo je súčet nákladov pre korporátne a štátne dlhopisy, resp. cena jedného obchodu), v prípade denného rebalansovania by ostala výnosná len jedna metóda oproti benchmarku. Týždenné rebalansovanie by nemalo problém ani s takýmito nákladmi, s výnosom oproti benchmarku vyšším o približne 80 bazických bodov.

Panel A: Denné predikcie bez transakčných nákladov									
Metóda	Výnos	Volatilita	MDD	Ret/Vol	Alfa výnos	Alfa volatilita	Alfa MDD	ACC	ACCweighted
Lasso	6	3.01	-11.03	2	2.63	2.72	-4.11	0.593	0.628
Ridge	6.04	3	-10.01	2.01	2.67	2.78	-4.06	0.594	0.63
RF	5.39	3.04	-12.24	1.78	2.03	2.98	-7.14	0.583	0.619
Panel B: Denné predikcie s transakčnými nákladmi									
Metóda	Výnos	Volatilita	MDD	Ret/Vol	Alfa výnos	Alfa volatilita	Alfa MDD	ACC	ACCweighted
Lasso	3.27	3.02	-15.75	1.08	-0.01	2.72	-19.55		
Ridge	3.41	3.01	-14.2	1.13	0.12	2.79	-16.09		
RF	2.82	3.05	-16.85	0.93	-0.46	2.99	-17.07		
Panel C: Denné predikcie s transakčnými nákladmi a taktickým rebalansovaním									
Metóda	Výnos	Volatilita	MDD	Ret/Vol	Alfa výnos	Alfa volatilita	Alfa MDD	ACC	ACCweighted
Lasso	4.49	2.96	-11.69	1.52	1.17	2.68	-5.71		
Ridge	4.15	2.99	-10.38	1.39	0.84	2.75	-8.58		
RF	4.01	2.99	-12.25	1.34	0.69	2.87	-8.87		
Panel D: Týždenné predikcie bez transakčných nákladov									
Metóda	Výnos	Volatilita	MDD	Ret/Vol	Alfa výnos	Alfa volatilita	Alfa MDD	ACC	ACCweighted
Lasso	4.47	3.04	-9.24	1.47	1.15	2.71	-5.83	0.593	0.628
Ridge	4.56	3.05	-9.18	1.5	1.23	2.74	-5.91	0.594	0.63
RF	4.66	3.03	-10.6	1.54	1.33	2.82	-3.84	0.583	0.619
Panel E: Týždenné predikcie s transakčnými nákladmi									
Metóda	Výnos	Volatilita	MDD	Ret/Vol	Alfa výnos	Alfa volatilita	Alfa MDD	ACC	ACCweighted
Lasso	4.09	3.05	-10.24	1.34	0.78	2.72	-7.57		
Ridge	4.16	3.06	-10.04	1.36	0.85	2.74	-7.5		
RF	4.26	3.04	-11.3	1.4	0.94	2.83	-4.72		
Panel F: Týždenné predikcie s transakčnými nákladmi a taktickým rebalansovaním									
Metóda	Výnos	Volatilita	MDD	Ret/Vol	Alfa výnos	Alfa volatilita	Alfa MDD	ACC	ACCweighted
Lasso	4.2	3.04	-10.03	1.38	0.88	2.71	-6.35		
Ridge	4.26	3.04	-9.87	1.4	0.95	2.73	-6.4		
RF	4.33	3.04	-11.26	1.42	1.01	2.84	-5.51		

Tabuľka 4.1.14 Výsledky pre predikčné stratégie počas obdobia 22.6.1999 až 28.11.2022. Výnos a volatilita sú anualizované (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.29 Výkonnosť denných predikčných stratégií počas obdobia 22.6.1999 až 28.11.2022. Stratégie používajú na rebalansovanie hranicu a transakčné náklady sú započítané (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.1.30 Výkonnosť týždenných predikčných stratégií počas obdobia 22.6.1999 až 28.11.2022. Stratégie používajú na rebalansovanie hranicu a transakčné náklady sú započítané (Zdroj: vlastné spracovanie)

Z pohľadu implementovateľných stratégií, teda po započítaní transakčných nákladov, stratégie dosahujú výnos nad 4% ročne, pričom ich abnormálny výnos oproti benchmarku je v priemere okolo 1% závisiac od metódy. Pre denné predikcie je najmenej zisková metóda

Random Forests a najziskovejšia je Lasso, pre týždenné stratégie je to však presne naopak. Z pohľadu absolútnej veľkosti výnosu sú lepšie denné predikcie, menej časté rebalansovanie je výrazne menej citlivé na náklady, čo ukazuje aj Panel E – stratégie by nemali problém s transakčnými nákladmi aj bez taktického prístupu. Ak by teda potenciálny investor mal za cieľ minimalizovať náklady (alebo by mal reálne vyššie náklady), tak by správnou cestou mohlo byť práve týždenné rebalansovanie a taktický prístup ktorý používa hranicu.

Sumárne teda môžeme zhodnotiť, že stratégia bola úspešná aj na vyše desiatich rokoch pred pôvodným testom aj rok po ňom. Prezentovali sme aj možnosť skombinovať oba prístupy na redukcii transakčných nákladov – aj zníženie frekvencie aj využitie hranice. Oba prístupy by sa samozrejme dali modifikovať tak, aby to lepšie vyhovovalo individuálnym potrebám – ukazujú hlavne smer, akým je možné danú stratégiu matematicky modelovať a navrhovať.

4.2 HTM portfólio

Napriek tomu, že dlhopisy sú vo všeobecnosti považované za konzervatívnejšie investície s dopredu daným výnosom, nakoľko poznáme budúce finančné toky (v prípade dlhopisov s dopredu jasnou štruktúrou kupónových platieb), ich aktuálna cena na trhu je závislá od vývoja úrokových mier a prípadne aj kreditných prírážok. Jednoduchým príkladom môže byť dlhopis s duráciou 10 rokov v prípade, že nastane posun úrokových mier o 1%. Cena daného dlhopisu sa približne zmení o 10%. Zmena ceny zapríčinená trhovými pohybmi nemení finančné toky spojené s dlhopisom, mení ich súčasnú hodnotu. Ak teda dlhopis nezdefaultuje, trpezlivý investor dostane svoj výnos, musí si naň ale počkať a jeho cena bude volatilná kým sa nesplatí.

Vo finančnej praxi nie je nevyhnutné dlhopisy preceňovať voči trhu (tzv. mark-to-market) ale je možné určiť, že daný dlhopis bude držaný do splatnosti a teda jeho výnos je vopred známy a definovaný vzhľadom na isté budúce finančné toky. Takúto možnosť pripúšťa aj slovenská legislatíva, ktorá upravuje investovanie dôchodkových fondov. Takéto dlhopisy označujeme ako HTM (hold-to-maturity) dlhopisy a oceňované sú umorovanou hodnotou. Preceňujú sa iba na základe vopred známeho výnosu dlhopisu pri jeho zakúpení a času do maturity. Takúto možnosť majú aj dôchodkové správcovské spoločnosti. Pri kúpe dlhopisu majú možnosť určiť, či dlhopis bude oceňovaný metódou umorovanej hodnoty alebo metódou reálnej hodnoty. Toto rozhodnutie nie je možné meniť a spoločnosť sa musí rozhodnúť pri nákupe ako bude daný dlhopis oceňovať. Zákon umožňuje predať HTM

dlhopis aj pred splatnosťou, avšak iba ak je to v záujme ochrany sporiteľov a v súlade s odbornou starostlivosťou. V takom prípade by musel byť dlhopis precenený voči trhu. Podmienky pre nákup HTM dlhopisu sú výrazne striktnejšie ako pre nákup iného dlhopisu. Podľa zákona č. 43/2004 (Zákon o starobnom dôchodkovom sporení) sú podmienky pre nákup takéhoto dlhopisu nasledovné:

- Dlhopis musí byť vydaný alebo zaručený štátom, centrálnou bankou, EÚ, ECB, Svetovou bankou, MMF, Európskou investičnou bankou alebo Európskou bankou pre obnovu a rozvoj.
- Rating dlhopisu musí byť minimálne na úrovni ratingu Slovenskej republiky.
- Dlhopis je denominovaný v rovnakej mene ako je určovaná dôchodková jednotka fondu – v praxi teda dlhopis musí byť denominovaný v eurách.
- Výnos dlhopisu je určený pevnou sumou, pevnou úrokovou sadzbou, pohyblivou sadzbou v závislosti od pohybu referenčných sadzieb alebo rozdielom medzi menovitou hodnotou cenného papiera a nižším emisným kurzom.

V praxi musí ísť o dlhopis vydaný štátom, resp. nadnárodnými a renomovanými finančnými inštitúciami s ratingom minimálne na úrovni Slovenskej republiky. HTM dlhopisy sú vo výsledku primárne štátne dlhopisy s vyšším ratingom, čo v porovnaní s korporátnymi dlhopismi alebo štátnymi dlhopismi európskych krajín, ktoré nie sú denominované v eurách, prináša nižšie výnosy. V prípade takýchto dlhopisov nie je prekážajúca vysoká dĺžka a je možné dosiahnuť vyšší výnos ako kompenzáciu za dlhšiu maturitu dlhopisu.

Z dôvodu, že HTM dlhopisy by prinášali nulovú dĺžku a nulové riziko, je zaujímavé preskúmať, aký výnos by bol v dôchodkových fondoch, ktoré by investovali výhradne do HTM dlhopisov. Takáto analýza by bola primárne v teoretickej rovine pretože možnosť oceňovať dlhopisy metódou umorovanej hodnoty sa v zákone č. 334/2011 Z. z. bola uvedená až s účinnosťou od 1. 4. 2012. Zároveň, dlhopisové fondy musia držať aj nejaké percento hotovosti alebo vysoko likvidných aktív, ktoré je možné okamžite na hotovosť premeniť a to kvôli výplatám dôchodkov, prestupom medzi fondami a inými dôchodkovými správcovskými spoločnosťami. V neposlednom rade musia držať vysoko likvidné aktíva aj na úhradu poplatkov, ktoré si správcovské spoločnosti môžu účtovať. Napriek tomu, je zaujímavé preskúmať takúto možnosť investovania primárne do HTM dlhopisov na dlhšej časovej vzorke od vzniku dlhopisových fondov, pretože tak dostaneme viac dát. Zároveň budeme predpokladať, že fond nedrží 100% zainvestovanosť v dlhopisoch ale drží 5%

zložku hotovosti, pričom budeme konzervatívne predpokladať, že je neúročená. Týmto zohľadňujeme aspekt, že držať 100% takéhoto portfólia je nereálne.

V analýze fiktívneho HTM portfólia budeme predpokladať, že dôchodková správcovská spoločnosť investuje výlučne do slovenských štátnych dlhopisov s 10-ročnou splatnosťou. Investícia práve do slovenských dlhopisov zaručuje ratingovú požiadavku vyplývajúcu zo zákona. Je možné investovať do dlhopisov aj iných štátov s rovnakým ratingom, ale ich výnos by mal byť podobný ako ten slovenský. Investíciou do krajín s vyšším ratingom by naopak investor musel v priemere akceptovať nižší výnos v porovnaní so Slovenskom. Z pohľadu splatnosti, 10-ročné dlhopisy sú často vnímané ako benchmark danej krajiny, často sú chápané ako práve level výnosovej krivky, spravidla sú veľmi likvidné a ide o už dlhopis s dlhšou maturitou. Výnosy do splatnosti slovenských štátnych dlhopisov ilustrujeme na obrázku 4.2.1. Výnosy sa do roku 2012 hýbali okolo 4%, následne začali postupne klesať a v roku 2019 dosiahli dokonca záporné hodnoty. V roku 2020 sa opäť dostali do kladných čísel, opäť však poklesli do záporného teritória. Následne strmo rástli, čo prinieslo v rokoch 2021 a 2022 dlhopisovú krízu, kedy sa dlhopisy preceňovali nadol a dôchodkové fondy mali zápornú výkonnosť.



Obrázok 4.2.1 Výnos do splatnosti slovenských 10-ročných dlhopisov počas obdobia 30.3.2005 až 7.12.2022 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Práve rastúce výnosy by neboli problémom pre HTM portfólio, ktoré by z toho dokázalo ťažiť. Nakupovalo by nové dlhopisy s vyšším výnosom a tie staré by nemuselo preceňovať

voči trhu nadol. Problémom pre HTM portfólio by boli skôr stále klesajúce úrokové sadzby a prostredie záporných úrokových mier aké tu historicky bolo. Dlhodobé budovanie HTM portfólia by však odoberalo možnosť nejakým spôsobom časovať trh. Napríklad držať portfólio s krátkou duráciou a až po raste úrokových mier investovať vyššiu čiastku do durácie. Preto je takáto analýza aj zaujímavým testom samotného prístupu veľkého podielu HTM dlhopisov. Obsahuje obdobia, kedy sa úrokové miery držali vysoko a oscillovali, veľký pokles, následnú osciláciu, pokles do záporného teritória a aj strmý nárast.

4.2.1 Predpoklady HTM portfólia

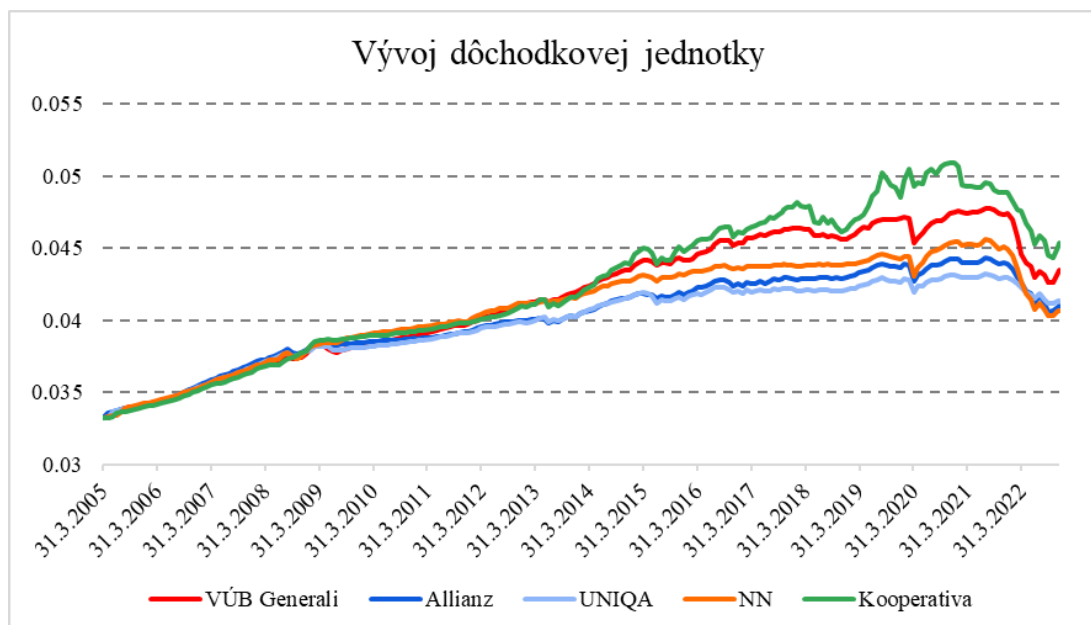
Ak chceme poukázať na teoretickom príklade ako by sa vyvíjal fond, ktorý by investoval väčšinu prostriedkov do HTM dlhopisov, potrebujeme relevantne zachytiť dynamiku príspevkov a rastu NAV fondov vďaka príspevkom. Aj z tohto dôvodu sa nebudeme opierať o predpoklady v druhej kapitole, a teda nebudeme modelovať príspevky na základe hrubej mzdy a odvodov do druhého piliera. Navrhujeme sa pozrieť na očistené mesačné prírastky čistého majetku fondu (NAV) o výkonnosť. Označme NAV aktuálneho mesiaca ako NAV_t , minulého mesiaca ako NAV_{t-1} , hodnotu dôchodkovej jednotky v aktuálnom mesiaci ako DJ_t , a minulého mesiaca ako DJ_{t-1} . Vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky a čistej hodnoty majetku vo fondoch zobrazujeme na Obr. 4.2.2 a 4.2.3.

Potom mesačné príspevky očistené o výkonnosť definujeme pre j -tu spoločnosť ako:

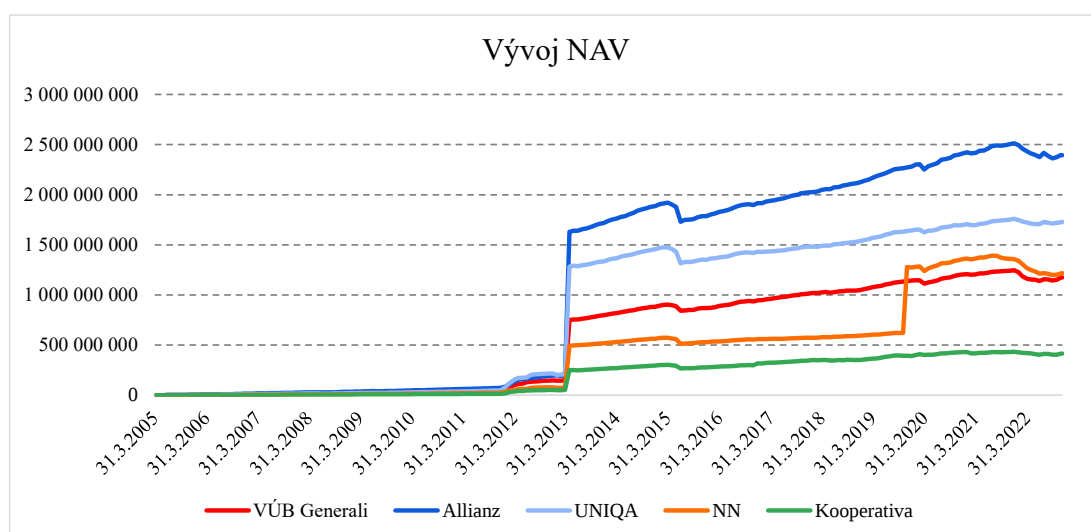
$$NF_{t,j} = \max\left(0, NAV_{t,j} - \frac{DJ_{t,j}}{DJ_{t-1,j}} \times NAV_{t-1,j}\right). \quad (4.23)$$

Takto zadefinované mesačné príspevky by mali reflektovať práve príspevky sporiteľov do fondu. Takéto vyjadrenie sa pozerá na čistú hodnotu majetku od ktorej odpočítava zhodnotenie majetku za jeden mesiac a práve tento rozdiel je odhadom príspevkov ktoré prišli do fondu. Zároveň očistenie o výkonnosť pokrýva aj prípady, kedy bola výkonnosť záporná. Problematické však môžu byť presuny medzi fondami či medzi spoločnosťami samotnými, prípadne aj výstupy zo systému. Vtedy nahradzame príspevky nulou. Finálna výška príspevkov je daná ako priemerný mesačný príspevok očistený o výkonnosť naprieč všetkými spoločnosťami nasledovne:

$$NF_t = \frac{\sum_j NF_{t,j}}{5}. \quad (4.24)$$



Obrázok 4.2.2 Vývoj hodnoty dôchodkovej jednotky pre dôchodkové správčovské spoločnosti počas obdobia 31.3.2005 – 9.12.2022 (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.2.3 Vývoj čistej hodnoty majetku pre dôchodkové správčovské spoločnosti počas obdobia 31.3.2005 – 9.12.2022 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Dynamika oceňovania fiktívneho HTM fondu je nasledovná:

1. Predpokladáme, že fond nakupuje iba 10-ročné dlhopisy s ročne vyplácanými kupónmi čo je na trhu klasický a benchmarkový dlhopis danej krajiny. Fond nakupuje par bond (kupónová sadzba je rovná výnosu do splatnosti dlhopisu) v predposledný deň mesiaca a kupóny sú vyplácané v predposledný deň mesiaca.

V prípade, že je úroková miera záporná tak fond nakupuje bezkupónové dlhopisy (s cenou vyššou ako menovitá hodnota). Kupónová sadzba pre j -ty dlhopis je rovná: $C_j = \max(YTM_j; 0)$, kde YTM_j je výnos do splatnosti j -teho dlhopisu.

2. Pre každý dlhopis evidujeme kedy presne bude mať vyplatený kupón a zároveň alikvotný úrokový výnos (AÚV) na dennej báze.
3. Sčítame príspevky, vyplatené kupóny a splatené dlhopisy, čím dostávame hodnotu hotovosti ktorá pribudla:

$$R_t = P_t + K_t + D_t,$$

kde R_t je hodnota hotovosti ktorá pribudla v deň t , K_t sú inkasované kupóny v deň t a D_t sú splatené dlhopisy v deň t . Vzhľadom na to, že príspevky aj kupóny (dlhopisy) sú splatné predposledný deň v mesiaci, pre všetky ostatné dni platí $R_t = 0$.

4. V predposledný deň mesiaca prepočítavame aká ma byť hodnota nezainvestovanej hotovosti vo fonde tak aby dosiahla 5%:

$$NH_t = \frac{NAV_{t-1} + R_t}{20}.$$

5. V predposledný deň mesiaca vypočítame v akej hodnote máme nakúpiť aktuálny dlhopis:

$$ND_t = R_t - (NH_t - H_{t-1}),$$

kde H_{t-1} je nezainvestovaná hotovosť za deň $t - 1$. Výraz $(NH_t - H_{t-1})$ teda určuje koľko máme z pribudnutej hotovosti odložiť k nezainvestovanej hotovosti. Následne kúpime aktuálny dlhopis v hodnote ND_t .

6. Zaevidujeme aktuálnu hodnotu dlhopisov v portfóliu v čase t ako:

$$HD_t = HD_{t-1} + ND_t.$$

7. Vypočítame aktuálne celkové AÚV fondu $AUV_{t,c}$ ako sumu AÚV všetkých dlhopisov vo fonde:

$$AUV_{t,c} = \sum_j AUV_{t,j}.$$

8. Vypočítame hrubú hodnotu majetku vo fonde v čase t :

$$GAV_t = NH_t + AUV_{t,c} + HD_t.$$

9. Vypočítame denný poplatok za správu (management fee) pomocou dennej sadzby poplatku za správu p_t a hrubej hodnoty majetku vo fonde ako:

$$MF_t = GAV_t \times p_t.$$

10. Vypočítame prvú predbežnú hodnotu čistej hodnoty majetku vo fonde ako:

$$NAV_{t,1} = GAV_t - MF_t.$$

11. Vypočítame poplatok za výkonnosť VF_t v závislosti od času:

- a) Od 1.7.2009 do 31.3.2012, bol poplatok za výkonnosť účtovaný mesačne a to tak, že nesmel presiahnuť 5,6% z jednej šestiny zhodnotenia za posledný polrok pričom zhodnotenie sa počítalo ako $Z = \overline{NAV}_{1:6} \times \left(\frac{\overline{DJ}_{6m}}{\overline{DJ}_{1m}} - 1 \right)$, kde $\overline{NAV}_{1:6}$ bola priemerná čistá hodnota majetku za posledných šesť mesiacov, $\overline{DJ}_{6m}$ bola priemerná hodnota dôchodkovej jednotky šiesteho mesiaca a $\overline{DJ}_{1m}$ bola priemerná hodnota dôchodkovej jednotky prvého mesiaca. Poplatok za výkonnosť bol teda rovný na konci mesiaca:

$$VF_t = \frac{Z}{6} \times 0,056, \text{ a inak bol rovný nule.}$$

- b) Od 1.4.2012 do 31.12.2012 sa poplatok za výkonnosť počítal denne ako:

$$VF_t = \max \left(0; K \times NAV_{t,1} \times \left(\frac{DJ_t}{\max(DJ_{t-3r}; \dots; DJ_{t-1})} - 1 \right) \right),$$

K bol koeficient na určenie výšky odplaty v maximálnej výške 5,6%, NAV_t je predbežná čistá hodnota majetku vo fonde a $\max(DJ_{t-3r}; \dots; DJ_{t-1})$ vyjadruje maximálnu hodnotu dôchodkovej jednotky od dôchodkovej jednotky 3 roky vzad (DJ_{t-3r}) až po predchádzajúci deň.

- c) Od 1.1.2013 sa počítal poplatok za výkonnosť rovnako ako v b.), avšak koeficient K bol vo výške 10%.

12. Vypočítame finálnu čistú hodnotu majetku ako:

$$NAV_t = NAV_{t,1} - VF_t.$$

13. Hodnota dôchodkovej jednotky je daná pomerom čistej hodnoty majetku a počtu dôchodkových jednotiek PD_t :

$$DJ_t = \frac{NAV_t}{PD_t}.$$

V prípade nových príspevkov sa nakupujú dôchodkové jednotky za cenu predchádzajúceho dňa.

14. Vzhľadom na to, že vieme presne pri akom výnose sme nakúpili aký dlhopis, každý deň vieme vypočítať aktuálny výnos do splatnosti fondu ako vážený výnos do splatnosti všetkých dlhopisov:

$$YTM_t = \frac{\sum_j YTM_{t,j} \times HD_{t,j}}{\sum_j HD_{t,j}},$$

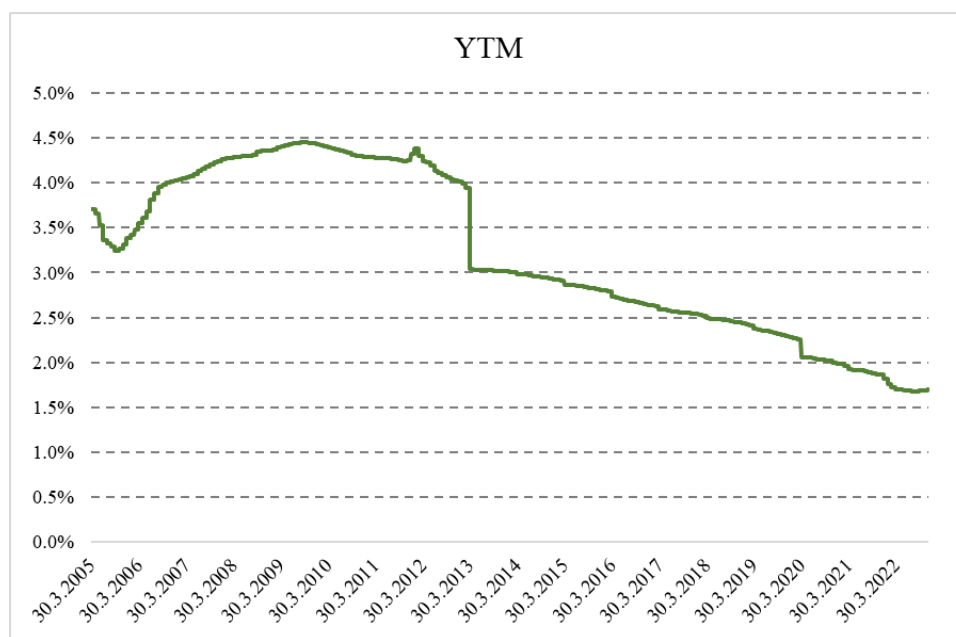
kde $YTM_{t,j}$ je výnos do splatnosti j -teho dlhopisu a $HD_{t,j}$ je hodnota j -teho dlhopisu.

4.2.2 Porovnanie s trhovo oceňovaným portfóliom

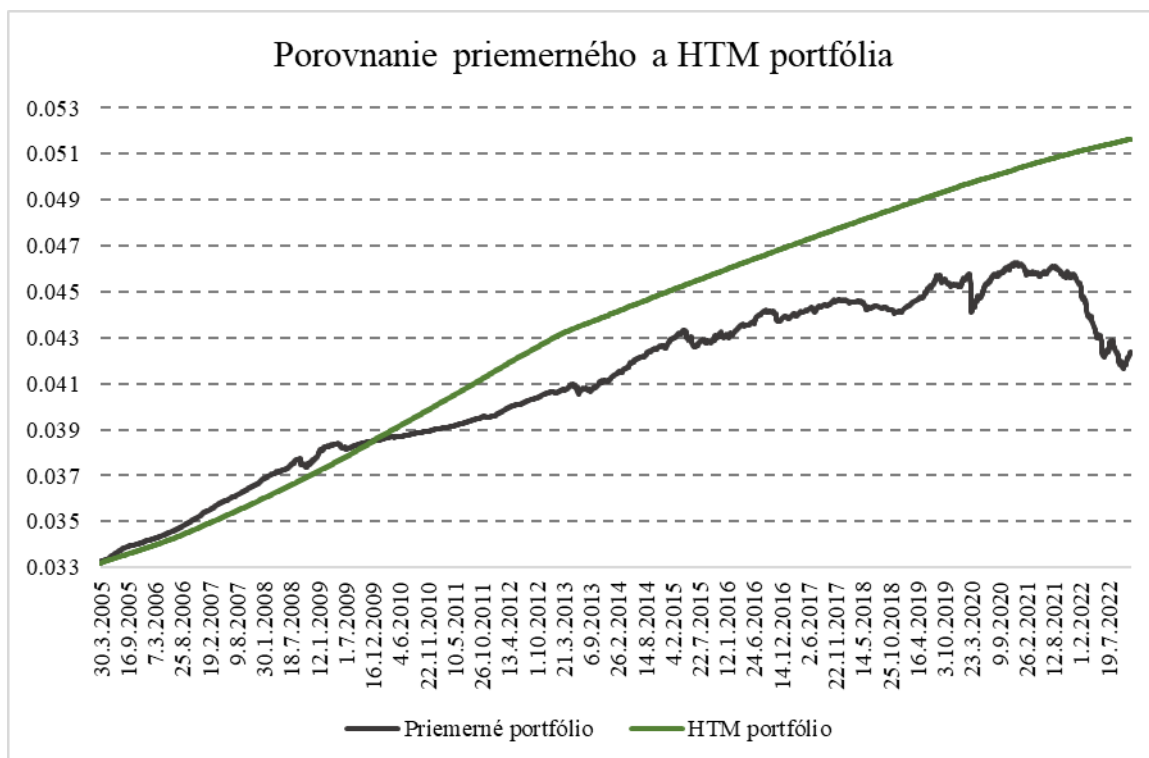
Ako sme už uviedli, možnosť nakupovať HTM dlhopisy bola až od 1. 4. 2012. Napriek tomu, budeme porovnávať HTM portfólio s priemerným fondom dôchodkových správcovských spoločností pre ktoré je výkonnosť určená priemernou výkonnosťou dlhopisových dôchodkových fondov:

$$r_t = \frac{\sum_{j=1}^5 r_{t,j}}{5}, \quad (4.25)$$

kde $r_{t,j}$ je denný výnos j -teho dôchodkového fondu. Uvedomujeme si, že do istej miery je takéto porovnanie nespravodlivé, dostaneme však dlhšiu históriu čo je lepším prístupom pre skúmanie portfólia ktoré má vysoký podiel HTM dlhopisov. V ďalšej časti práce predstavíme aj férové porovnanie, a to od času kedy bolo reálne možné do HTM dlhopisov investovať.



Obrázok 4.2.4 Vývoj výnosu do splatnosti HTM portfólia (Zdroj: vlastné spracovanie)

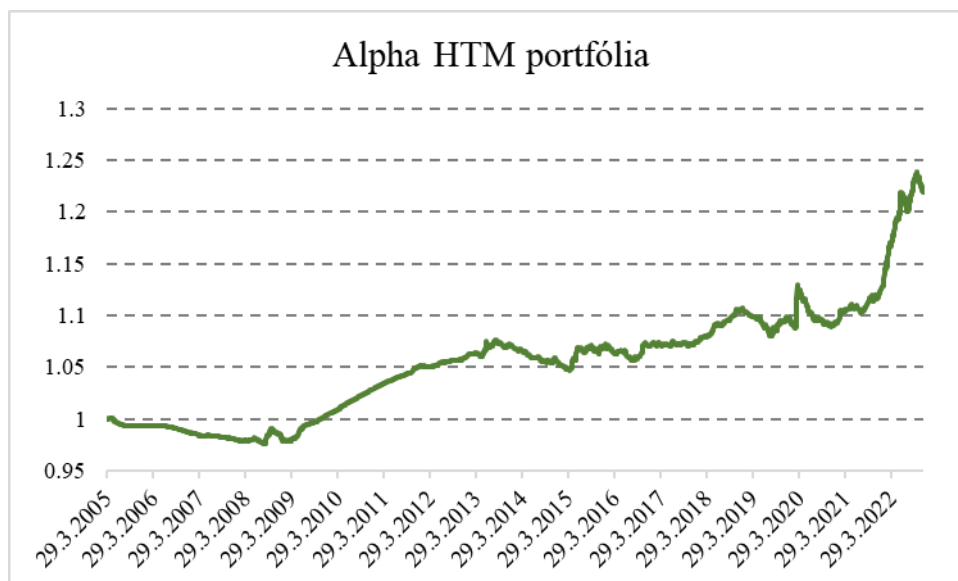


Obrázok 4.2.5 Porovnanie priemerného a HTM portfólia (Zdroj: vlastné spracovanie)

Graficky porovnávame priemerné portfólio a HTM portfólio na Obr. 4.2.5 a na Obr. 4.2.4 ukazujeme vývoj výnosu do splatnosti teoretického HTM portfólia. Z pohľadu výkonnosti od roku 2005 po rok 2009 priemerné portfólio porážalo HTM portfólio, v roku 2009 však HTM portfólio predbehlo to priemerné ktoré ho už nikdy nedobehlo. Výnos HTM portfólia oproti priemernému portfóliu ukazujeme na Obr. 4.2.6 pomocou jednotkového portfólia ktorého denné výnosy sú definované ako:

$$r_{alpha,t} = r_{HTM,t} - r_{priemerné,t}. \quad (4.26)$$

Okrem obdobia do roku 2009 bola alpha krivka primárne rastúca iba s malými poklesmi. Hlavnou výhodou HTM portfólia je však v princípe nulové riziko poklesu, čo je zjavné najmä z Obr. 4.2.5. Primárnym dôvodom však je to, že výnos do splatnosti nikdy neklesol do záporného teritória, napriek tomu, že úrokové sadzby v zápornom teritórii boli (Obr. 4.2.1). Ak by však sadzby boli dlhodobo záporné, napríklad celé desaťročie, bolo by to reálnym problémom pre HTM portfólio. Základné charakteristiky výnosu a rizika prezentujeme v Tabuľke 4.2.1. Napriek tomu, že HTM portfólio vykazuje volatilitu, i keď veľmi nízku vo výške 0,13%, pokles smerom nadol je nulový čo je zjavné z nulového maximálneho prepadu. Naopak, ten je 10,02% pre priemerné portfólio.



Obrázok 4.2.6 Porovnanie priemerného a HTM portfólia (Zdroj: vlastné spracovanie)

	Výnos	Volatilita	Maximálny prepád
HTM portfólio	2,53%	0,13%	0%
Priemerné portfólio	1,39%	0,96%	-10,02%

Tabuľka 4.2.1 Základné charakteristiky priemerného a HTM portfólia (2005-2022) (Zdroj: vlastné spracovanie)

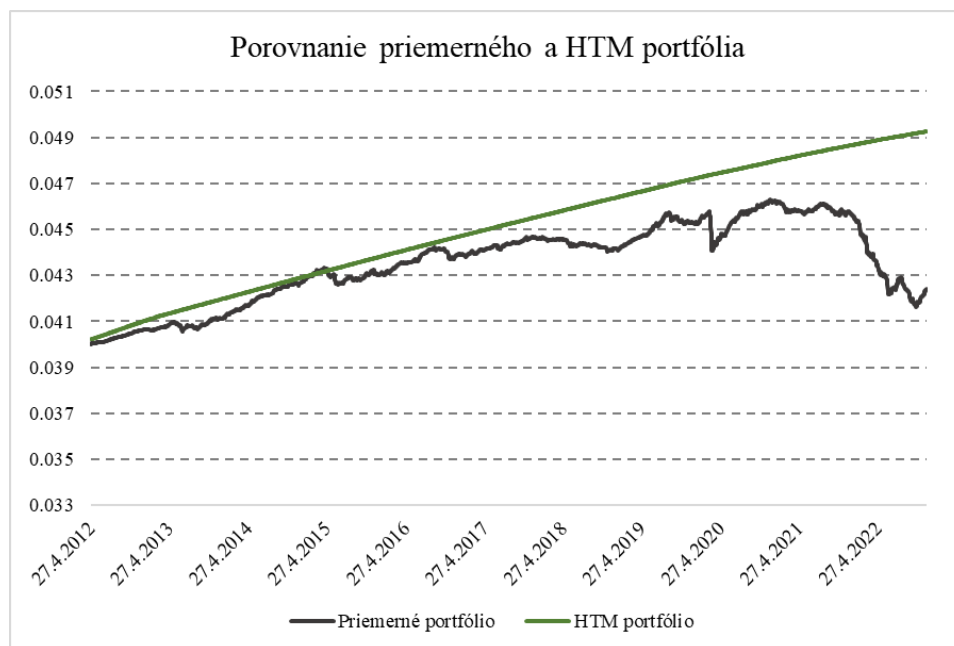
4.2.3 Porovnanie HTM portfólia s neskorším štartom

	Výnos	Volatilita	Maximálny prepád
HTM portfólio	1,92%	0,09%	0%
Priemerné portfólio	0,54%	1,15%	-10,02%

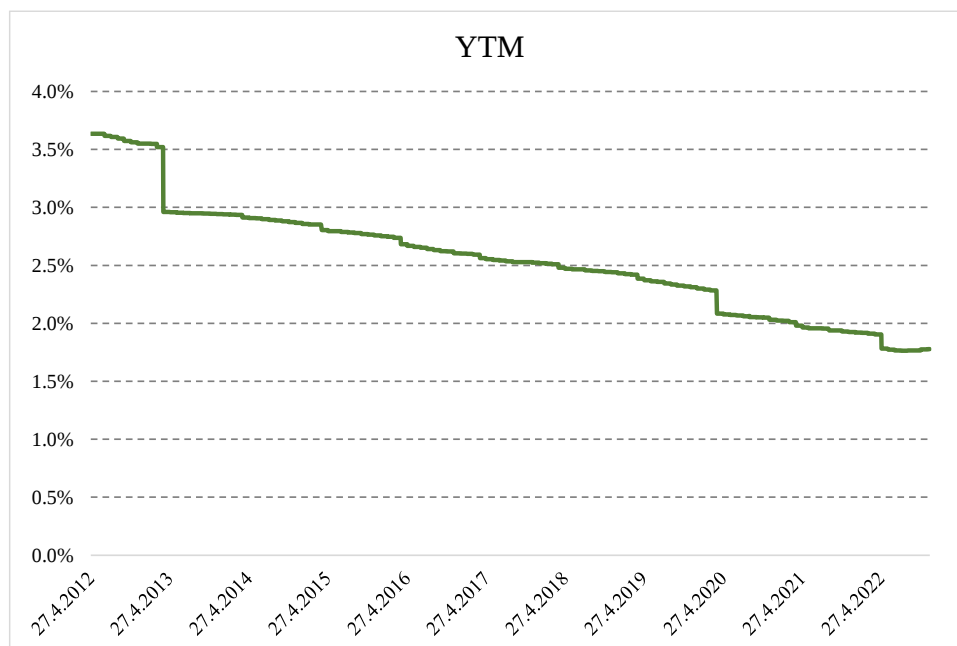
Tabuľka 4.2.2 Základné charakteristiky priemerného a HTM portfólia od roku 2012 (2012-2022) (Zdroj: vlastné spracovanie)

Dlhý test HTM portfólia od samotného vzniku dôchodkových fondov je zaujímavým výsledkom, avšak len v teoretickej rovine. Reálne bolo možné investovať do HTM dlhopisov (resp. oceňovať dlhopisy metódou umorovanej hodnoty) až od 1.4.2012.

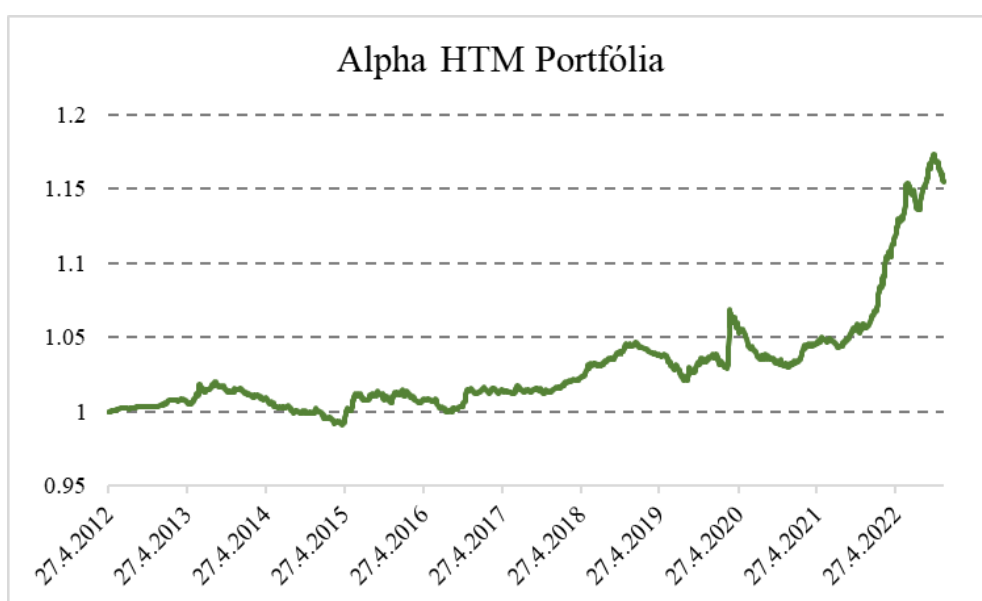
V minulosti boli výnosy vyššie a po roku 2012 klesali (Obr. 4.2.1). Portfólio, ktoré už nakúpilo takéto dlhopisy ešte pred oficiálnou možnosťou ťažilo z týchto vyšších výnosov aj ďalšie roky, čím bol aj výnos fondu vyšší. Porovnanie priamo s výkonnosťou ostatných fondov je nespravodlivé a preto ponúkame výsledky aj pre obdobie po 1.4.2012. Náš predpoklad je, že HTM portfólio by malo majetok vo výške priemeru dôchodkových fondov, ktorý by takmer celý naraz zainvestovalo do HTM dlhopisov (5% by ostalo ako hotovosť) a následne by všetky príspevky, kupóny a dlhopisy reinvestovalo do HTM dlhopisov. Výnos je prirodzene nižší, ako ukazuje Tab. 4.2.2, pretože pri nižších úrokových mierach ide o horší štartovací bod (Obr. 4.2.8). Nižší je však aj výnos priemerného portfólia, ktoré na celom období dosiahlo výnos 1,39% ale od roku 2012 len 0,54% a to dokonca pri o niečo vyššej volatilitate. HTM portfólio teda opäť pri prakticky nulovej zápornej kolísavosti dosiahlo lepšie zhodnotenie ako to priemerné, ako ukazuje Obr. 4.2.7. Výnos HTM portfólia oproti tomu priemernému meraný pomocou jednotkového alpha portfólia má veľmi podobný priebeh ako aj na dlhšej časovej vzorke (Obr. 4.2.9).



Obrázok 4.2.7 Porovnanie priemerného a HTM portfólia od roku 2012 (Zdroj: vlastné spracovanie)



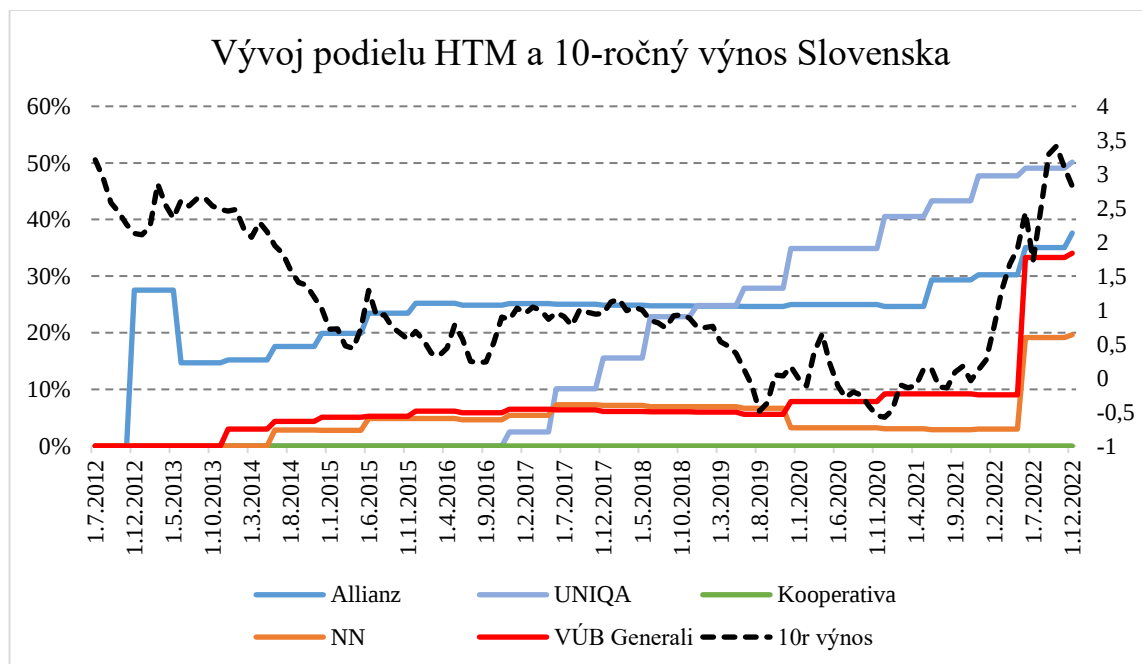
Obrázok 4.2.8 Porovnanie priemerného a HTM portfólia od roku 2012 (Zdroj: vlastné spracovanie)



Obrázok 4.2.9 Porovnanie priemerného a HTM portfólia od roku 2012 s. 159 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Reálny podiel HTM dlhopisov v portfóliu dôchodkových fondov sa dá zistiť iba z polročných a ročných správ jednotlivých fondov, kde je uvedená hodnota dlhopisov oceňovaná umorovanou a reálnou hodnotou. Takúto informáciu vieme získať len raz za pol roka a vidíme len polročné zmeny – je teda náročné povedať kedy presne ktorá spoločnosť dané dlhopisy nakúpila. Napriek tomu, agregácia týchto dát z polročných a ročných správ

vie poskytnúť jednak prehľad o vývoji podielu HTM dlhopisov a taktiež vie ukázať pri akých približných sadzbách tieto dlhopisy fondy nakúpili. Zo správ sa nedá zistiť do akej krajiny/entity presne fond zainvestoval ani maturita daných dlhopisov. Správy poskytujú len sumárnu informáciu o celkovej hodnote. Na Obr. 4.2.10 ukazujeme ako sa vyvíjal podiel HTM dlhopisov všetkých fondov a výnos 10-ročného dlhopisu Slovenska. Fondy samozrejme mohli nakúpiť aj iné dlhopisy avšak ratingovo museli byť minimálne na úrovni Slovenska a 10-ročný dlhopis je veľmi výpovedný o úrovni výnosovej krivky.



Obrázok 4.2.10 Porovnanie priemerného a HTM portfólia od roku 2012 (Zdroj: vlastné spracovanie)

Z pohľadu prístupu k HTM dlhopisov sú medzi spoločnosťami veľké rozdiely. Fond Kooperativa nikdy HTM dlhopisy v portfóliu nedržal. Protikladom je dlhopisový fond Allianz, ktorý nakúpil takéto dlhopisy krátko po tom ako to bolo umožnené pri ešte pomerne vysokých úrokových mierach, následne pri ešte kladných výnosoch od 2% do 1% zvyšoval podiel a následne držal tento podiel pomerne stabilne. K ďalšiemu zvyšovaniu vo fonde pristúpili pri ďalšom raste výnosov. Fond Uniqa začal budovať HTM pozíciu pri výnosoch okolo 1% a pokračoval v tom aj pri poklesoch výnosov. Tento fond navyšoval svoju expozíciu pomerne pravidelne, z čoho vyplýva, že to bolo za nízky výnos. Fondy NN a VÚB Generali mali veľmi podobný priebeh, oba fondy nakúpili HTM dlhopisy ešte pri relatívne vysokých sadzbách, následne sa podiel veľmi nezvyšoval a k výraznému zvýšeniu nastalo pri výraznom zvýšení výnosov.

4.2.4 Zhodnotenie HTM portfólia

V podkapitole o HTM portfóliu sme ukázali, že držať HTM portfólio od počiatku fungovania dlhopisových fondov by bolo výnosnejšie ako priemerné portfólio jednotlivých fondov. Považujeme to za cenný teoretický výsledok. Ukazuje to správanie takého portfólia pri rôznych úrovniach výnosov, v spomínanom zákonne však nebolo možné mať takéto portfólio od začiatku. Táto možnosť prišla až v roku 2012, preto sme nasimulovali takéto portfólio aj od roku 2012. Výsledky ostali zachované a takéto portfólio by dosahovalo vyšší výnos ako reálne priemerné portfólio.

Výhodami HTM portfólia sú prakticky nulové riziko čo sa týka poklesu – takéto portfólio má nulovú duráciu, je preceňované umorovanou hodnotou a kreditná kvalita je minimálne na úrovni Slovenskej republiky. Prináša v podstate nulovú volatilitu, respektíve žiadne poklesy nadol, čo je veľmi dôležitý aspekt vzhľadom na výsledky tretej kapitoly, kde sme ukázali, že fondy sú motivované mať čo najnižšie riziko. Taktiež výnos takéhoto dlhodobého a pravidelne budovaného portfólia je zaujímavý, pretože spoločnosti môžu brať tzv. „term premium“, investovať do dlhších dlhopisov s vyšším výnosom a ne byť vystavené vysokej durácii. Veľkou nevýhodou takéhoto portfólia je nulová likvidita. Tieto dlhopisy by mali byť držané do splatnosti a ak by mali byť predané, tak musia byť precenené voči trhu – čo môže byť veľmi nežiadúce, ak by boli úrokové miery vyššie ako tie pri ktorých boli dlhopisy nakúpené. Držať vyššiu časť portfólia v HTM portfóliu by bolo náročnejšie na vyrovnanie peňažných tokov do fondu a z fondu. Ďalšou možnou nevýhodou je, že na trhu môžu byť zaujímavejšie príležitosti ako výnosy štátnymi zaručených dlhopisov s ratingom aspoň na úrovni Slovenska. Fondy môžu investovať aj do rizikovejších štátnych dlhopisov s vyšším výnosom alebo do korporátnych dlhopisov s rizikovou prirážkou. To však prináša volatilitu a poklesy, ktoré môžu byť nežiadúce z pohľadu garancií. Zároveň to umožňuje aj zlé načasovanie – investovanie do dlhopisov ktoré sa dostanú do problémov a mimo investičného pásma. V takom prípade musia spoločnosti pristúpiť k odpredaju. Takýto problém pri HTM dlhopisoch nie je. Dlhodobé budované HTM portfólio ponúkalo zaujímavý výnos a aj z pohľadu garancií ponúka množstvo výhod. Odporúčaním pre spoločnosti je takéto portfólio vo fondoch držať a dlhodobé ho budovať. Otázkou je, v akom percentuálnom zastúpení, čo je individuálne, vzhľadom na tzv. cash-flow manažment ohľadom príspevkov a odchodov, a zvyšku investičnej stratégie vo fonde.

Záver

V práci sme sa zaoberali analýzou garantovaných fondov dôchodkového systému na Slovensku. Fondy ako také čelili počas svojej existencie od roku 2005 viacerým problémom ako sú záporné úrokové miery, nízke výnosy, garancie a hlavne časté legislatívne zmeny.

V prvej časti práce sme vytvorili prehľad investičného rámca druhého piliera. Popísali do čoho reálne dôchodkové fondy investovať môžu a aké majú najvýznamnejšie investičné limity ktoré upravujú ich investície. Následne sme zadefinovali ako sa jednotlivé inštrumenty v portfóliách fondov oceňujú. Teoretické východiská sme zakončili prehľadom vybraných štatistických metód, ktoré sú používané v práci.

V druhej časti práce sme analyzovali, aké je vlastne zloženie dlhopisových fondov pomocou kvantitatívneho modelu a veľkého množstva trhových faktorov, ktoré pokrývajú štátne aj korporátne dlhopisy rôznych maturít aj úrovni rizika. Kvantitatívny model reaguje na slabú periodicitu ale aj obsah ročných, polročných a mesačných správ fondov. Vo výsledku sme popísali ako bol tvorený výnos dôchodkových fondov a zároveň poskytli vizualizácie prierezovo aj kumulatívne.

Porovnali sme výnosy a riziko dôchodkových fondov s pasívnym globálnym benchmarkom v podobe indexu Bloomberg Barclays Global Aggregate. Okrem globálneho dlhopisového indexu sme vygenerovali 30 000 iných náhodných benchmarkov zložených z aktív do ktorých by fondy mohli investovať. Výsledky ukázali, že pasívna alokácia v dlhopisových fondoch nie je univerzálnym riešením spravovania investícií v slovenských garantovaných dôchodkových fondoch. Diverzifikovaná investícia medzi krajinami a sektormi v podobe globálneho indexu by nebola v posledných rokoch lepším riešením ako existujúce dlhopisové fondy. Výnos by bol výrazne nižší ako v prípade všetkých štandardných fondov, pri vyššej volatilitate aj maximálnom prepade. Z pohľadu porovnaní boli aktívne spravované dlhopisové fondy ľahko prekonané väčšinou náhodných alokácií z pohľadu výnosu, avšak náhodné alokácie boli výrazne rizikovejšie. Práve v období krízy mali aktívne spravované fondy výhodu oproti tým pasívnym. Pre maximálnu stabilitu investícií, sa aktívny manažment zdá byť opodstatnený. Pre vyššie výnosy by sme mali byť ochotní podstúpiť vyššie riziko, čo je otázkou či je žiadúce vzhľadom na garancie.

Na analýzu garancie a rizika nadväzuje tretia kapitola. v ktorej sme skúmali, ako vplýva riziko vo forme volatility na pravdepodobnosť aj závažnosť dopĺňania garancií. Na uvedení

analýzu sme nasimulovali dlhopisové aj indexové dôchodkové fondy do budúcnosti, vrátane predpokladov výkonnosti, demografických predpokladov a rôznych ekonomických predpokladov. Na základe náhodne generovaných scenárov výkonnosti, ktoré závisia od rizika (volatility) v prípade dlhopisových fondov sme ukázali, že pravdepodobnosť porušenia garancii rastie spoločne s rizikom. Rovnaké tvrdenie platí aj pre závažnosť ich porušenia. Simulácie nám zároveň umožnili porovnať jednotlivé garancie medzi sebou, či už na základe rozdelenia výšky doplácania alebo na základe pravdepodobnosti doplácania. Simulácie ukázali, že pri nízkom riziku by spoločnosti nemuseli v prípade 10-ročných garancii doplácať vôbec. Individuálne garancie by aj pri nízkom riziku priniesli doplácanie. Aj v tomto prípade by pozitívne vplývalo nižšie riziko, ktoré by prinieslo výrazne nižšie doplácanie. Garancie boli skúmané aj pre novú výplatnú fázu, ktorá má platiť od roku 2025. V tejto výplatnej schéme polovicu majetku sporiteľovi vyplatí správcovská spoločnosť počas obdobia približne 10 rokov (hodnota je naviazaná na očakávanú dobu dožitia) a za druhú polovicu sa zakúpi doživotná anuita po skončení programového výberu. Aj pri tejto výplatnej fáze platilo, že s rastúcou volatilitou rástlo doplácanie, avšak pri nízkej volatilitě bolo priemerné i mediánové doplácanie nulové. Individuálne garancie, mesačné vyplácanie a dlhší horizont pre zakúpenie anuity prinesie adresnosť (garancie pre sporiteľa a nie pre fond), potenciál vyššieho zhodnotenia aj nižšiu závažnosť a celkové riziko doplácania. Výsledky ukázali, že nižšie riziko je v garantovaných fondoch naozaj žiadúce.

Na potrebu investovania s nižším rizikom reaguje štvrtá kapitola, kde sme navrhli dve investičné stratégie, ktoré môžu pomôcť zmierniť riziko aj zvýšiť výnosy v dlhopisových fondoch. Prvá stratégia je založená na predikciách výnosu korporátnych dlhopisov. Stratégia následne investovala do kreditnej prirážky alebo priamo korporátnych dlhopisov iba vtedy, keď bol predikovaný výnos kladný. V opačnom prípade sme investovali do štátnych dlhopisov. Predikcie boli tvorené najmä pomocou regularizovaných regresí Ridge a Lasso, a metódy Random Forests. Dáta, na základe ktorých sa model rozhodoval obsahovali viacero premenných a pokrývali implikované volatility z akciového aj dlhopisového trhu, informácie o výnosovej krivke, trend-following signály ale aj rôzne štatistické ukazovatele týkajúce sa výnosov či implikovanej volatility. Predikčné stratégie boli preskúmané pre benchmarkové eurové korporátne dlhopisy, korporátne dlhopisy s kratšou maturitou aj pre index finančných dlhopisov. Stratégie dokázali poraziť svoju pasívnu alternatívu z hľadiska výnosu aj rizika. Následne sme analyzovali vplyv rôznej výšky transakčných nákladov na výnos stratégie. Pre každú stratégiu sme preskúmali aká výška transakčných nákladov by

z nej spravila neefektívnu. Zároveň sme navrhli investičné pravidlo tak, aby sa negatívny efekt transakčných nákladov minimalizoval. Prvou možnosťou bolo rebalansovať menej často, napríklad každých päť dní. Druhou možnosťou bolo používať tzv. taktické rebalansovanie, kedy sme menili investičné rozhodnutie len vtedy, keď predikovaný výnos presiahol vopred definovanú hranicu. Oba spôsoby pomohli minimalizovať časté zmeny a zmierniť efekt transakčných nákladov.

Druhou stratégiou bola investícia do HTM portfólia, ktoré držalo vysoké percento hold-to-maturity dlhopisov oceňované metódou umorovanej hodnoty. HTM dlhopisy sa preceňujú na základe času do splatnosti a výnosu pri ktorom boli nakúpené. Z uvedeného vyplýva ich veľká výhoda a to prakticky nulové riziko čo sa týka poklesu. Vzhľadom na výsledky tretej kapitoly je nulové riziko dôležitá vlastnosť. Simulácie ukázali, že aj výnos dlhodobého a pravidelne budovaného HTM portfólia bol ekonomicky atraktívny, pretože spoločnosti si mohli dovoliť brať tzv. „term premium“ bez vystavenia sa vysokej durácii. Výsledky ukázali, že HTM portfólio od počiatku fungovania dlhopisových fondov bolo výnosnejšie ako priemerné portfólio jednotlivých fondov. Možnosť takto oceňovať dlhopisy prišla až v roku 2012, preto sme nasimulovali takéto portfólio aj s neskorším začiatkom od roku 2012. Aj s neskorším a menej priaznivým štartom na budovanie HTM portfólia, by táto stratégia dosiahla vyšší výnos ako reálne priemerné portfólio všetkých garantovaných dlhopisových dôchodkových fondov na Slovensku.

Zoznam použitej literatúry

ADSS. (2024). Údaje o dôchodkových fondoch k 08.03.2024. [cit. 10.4.2022] Dostupné na: https://adss.m7.sk/storage/adss_24_03_08.pdf.

Amaya, D., Christoffersen, P., Jacobs K., Vasquez A. (2015). Does realized skewness predict the cross-section of equity returns? *Journal of Financial Economics*, Vol. 118, No. 1, p. 135-167.

Amenc, N., Malaise, P., Martellini, L., Sfeir, D. (2003). Evidence of Predictability in Bond Indices and Implications for Fixed-Income Tactical Style Allocation Decisions. EDHEC Business School. Dostupné na adrese: https://risk.edhec.edu/sites/risk/files/edhec-working-paper-evidence-of-predictability-in-bond-indices_1436272048468.pdf.

Babiarz, M., Barunik, J. (2021). Deep Learning, Predictability, and Optimal Portfolio Returns. Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3688577>.

Baláž, V. (2010). Investičné správanie Slovákov a jeho modelovanie pomocou štrukturálnych rovníc. *Ekonomický časopis/Journal of Economics*, Vol. 58, No.2, p. 109-126. ISSN 0013-3035.

Baltussen, G., van Vliet, B., van Vliet, P. (2023). The Cross-Section of Stock Returns before CRSP. Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3969743>. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3969743>.

Baran, J., Voříšek, J. (2020). Volatility indices and implied uncertainty measures of European government bond futures. *European Stability Mechanism Working Paper Series*, 43, 2020, ISSN 2443-5503. DOI:10.2852/ 58233.

Beaudan, P., He, S. (2019). Applying Machine Learning to Trading Strategies: Using Logistic Regression to Build Momentum-Based Trading Strategies. Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3325656>.

Beck, R., Rahbari, E. (2008). Optimal Reserve Composition in the Presence of Sudden Stops: The Euro and the Dollar as Safe Haven Currencies. *ECB Working Paper No. 916*. ISSN 1725-2806.

Belmont, W., Grozovsky, M., Sacerdote, B., Sehgal, R., Van Hoek, I. (2020). Senators vs Santa's Reindeer: 2020 Stock Picking Roundup. Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3751711>.

- Benhamou, E., Saltiel, D., Ungari, S., Mukhopadhyay, A. (2020). Time your hedge with deep reinforcement learning. arXiv preprint arXiv:2009.14136.
- Bessembinder, H., Cooper, M. J., Zhang, F. (2023). Mutual fund performance at long horizons. *Journal of Financial Economics*, 147(1), 132–158. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2022.10.006>.
- Black, F., Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654.
- Blitz, D. C., van Vliet, P. (2007). The Volatility Effect. *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 34, No. 1, p. 102-113. DOI: 10.3905/jpm.2007.698039.
- Brooks, J., Moskowitz, T. J. (2017). Yield Curve Premia. Dostupné na: <https://ssrn.com/abstract=2956411>. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2956411>
- Cairns, A. J. G., Blake, D., and Dowd, K. (2006). Stochastic Lifestyling: Optimal Dynamic Asset Allocation for Defined Contribution Pension Plans. *Journal of Economic Dynamics and Control* Vol. 30, No. 5, 843–877.
- Cao, J., Goyal, A., Xiao, X., Zhan, X. (2021). Implied Volatility Changes and Corporate Bond Returns. *Management Science* accepted, Swiss Finance Institute Research Paper No. 19-75, Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3400694>.
- Cboe (2023). White Paper Cboe Volatility Index. [cit. 21.5.2024] Dostupné na: https://cdn.cboe.com/api/global/us_indices/governance/Volatility_Index_Methodology_Cboe_Volatility_Index.pdf.
- Conover, C. M., Farizo, J. D., Szakmary, A. C. (2023). The Low-Risk Effect in Equities: Evidence from Industry Data in an Earlier Time. *Financial Analysts Journal*, 79(2), 98–119. <https://doi.org/10.1080/0015198X.2022.2158709>.
- Černý, A., Melicherčík, I. (2020). Simple explicit formula for near-optimal stochastic lifestyling. *European Journal of Operational Research*, 284 (2), 769–778. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.12.032>
- Diebold, F. X., Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, Vol. 130, No. 2, 2006, p. 337-364. ISSN 0304-4076. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.03.005>.

- Diebold, F. X., Piazzesi, M., Rudebusch, G. D. (2005). Modeling Bond Yields in Finance and Macroeconomics. *American Economic Review*, Vol. 95, No. 2, p. 415-420.
- Dichev, I. L., Yu, G. (2011). Higher risk, lower returns: What hedge fund investors really earn. *Journal of Financial Economics*, 100 (2), 248-26. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2011.01.003>.
- European Central Bank (2005). Determinants of the fall of corporate bond spreads in recent years. *Monthly Bulletin* January 2005. ISSN 1725-2822.
- Eurostat (2023). Assumptions for mortality rates by age, sex and type of projection. DOI: https://doi.org/10.2908/PROJ_23NAASMR.
- Eurostat (2023). Population on 1st January by age, sex and type of projection. Dostupné na adrese: https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/product/page/proj_23np__custom_9579885.
- Faber, M. (2013). A Quantitative Approach to Tactical Asset Allocation. *The Journal of Wealth Management*, Spring 2007. Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=962461>.
- Fama E. F., French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, Vol. 33, No. 1, p. 3-56. ISSN 0304-405X.
- Fama, E. F. (1975). Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation. *The American Economic Review*, Vol. 65, No. 3, p. 269–282.
- Fama, E. F., French K. R. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, Vol. 116, No. 1, p. 1-22. ISSN 0304-405X.
- Fernandez-Perez, A., Frijns, B., Fuertes A., Miffre, J. (2018). The skewness of commodity futures returns. *Journal of Banking & Finance*, Vol. 86, No. C, p. 143-158.
- Fodor, J., Cenker, J. (2019). Default strategy in pension saving The case of Slovakia. IFP Economic analysis. Dostupné na adrese: <https://www.mfsr.sk/sk/financie/institut-financnej-politiky/publikacie-ifp/ekonomicke-analyzy/51-default-strategy-pension-savings-case-slovakia.html>.
- Frank, I. and Friedman, J. (1993). A statistical view of some chemometrics regression tools (with discussion). *Technometrics*, 35, 109-148.

Frazzini, A., Pedersen, L. H. (2014). Betting against beta. *Journal of Financial Economics*, Vol. 111, No. 1, p. 1-25, ISSN 0304-405X.

French, K. R. (2024) Data Library, Current Research Returns. Dostupné na adrese: https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html.

Friedman, J., Hastie, T., Tibshirani, R. (2010). Regularization Paths for Generalized Linear Models via Coordinate Descent. *Journal of Statistical Software*, Vol. 33, No. 1, p. 1–22. Dostupné na adrese: <https://www.jstatsoft.org/v33/i01/>.

Gerakos, J., Linnainmaa, J. T., Morse, A. (2021). Asset Managers: institutional performance and factor exposures. *Journal of Finance*, 76(4), 2035–2075. <https://doi.org/10.1111/jofi.13026>.

Guo, X., Lin H., Wu, C., Zhou, G. (2021). Predictive information in corporate bond yields. *Journal of Financial Markets*, 2021. In Press, Corrected Proof.. ISSN 1386-4181. <https://doi.org/10.1016/j.finmar.2021.100687>.

Hoerl, A. E., Kennard, R. W. (1970). Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, 12(1), 55–67. <https://doi.org/10.2307/1267351>

iShares (2024). Key investor information iShares Core Global Aggregate Bond UCITS ETF. [cit. 18.3.2024] Dostupné na adrese: <https://www.ishares.com/uk/individual/en/products/291770/ishares-core-global-aggregate-bond-ucits-etf>.

Jakubík, T., Melicherčík, I., Ševčovič, D. (2009). Sensitivity Analysis for a Dynamic Stochastic Accumulation Model for Optimal Pension Savings Management. *Ekonomický časopis/Journal of Economics*, Vol. 57, No. 8, p. 756-771. ISSN 0013-3035.

James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R. (2021). An introduction to statistical learning. In *Springer texts in statistics*. <https://doi.org/10.1007/978-1-0716-1418-1>.

Kaufmann, H., Messow P., Vogt, J. (2021). Boosting the Equity Momentum Factor in Credit. *Financial Analysts Journal*, Vol. 77, No. 4, p. 83-103. DOI: 10.1080/0015198X.2021.1954377.

Kopa, M., Šutienė, K., Kabasinskas, A., Mešťan, M. (2019). Stochastic dominance analysis of Slovak 2nd pillar pension funds. 12th International Scientific Conference on Financial

Management of Firms and Financial Institutions Ostrava VŠB-TU of Ostrava, Faculty of Economics, Department of Finance 3rd – 4th September 2019. ISSN 2336-162X.

Liaw, A., Wiener, M. (2002). Classification and Regression by randomForest. R News, Vol. 2, No. 3, p. 18-22.

Luo, F.J., Dash, S. (2011). VIX Futures and the Hedging of Bond Portfolios. Advanced Risk & Portfolio Management® Research Paper Series.

Malkiel, B. G. (2019). A random walk down Wall Street: the time-tested strategy. New York: W.W. Norton & Company. ISBN 978-0-393-35838-4.

Matušovič, M., Matušovičová, M. (2010). Vplyv finančnej krízy na budúcnosť odvetvia kolektívneho investovania v Slovenskej republike. Ekonomický časopis/Journal of Economics, Vol. 58, No. 8, p. 769-782. ISSN 0013-3035.

Melicherčík, I., Olšarová, L., Úradníček, V. (2005). Kapitoly z finančnej matematiky. Epos: Bratislava. ISBN 80-8057-651-3.

Mešťan, M., Šebo, J., Králik, I. (2017). How are Ibis pension pillar funds performing?: a cross-country analysis. European financial systems 2017: proceedings of the 14th international scientific conference, June 26-27, 2017, Brno. part 2. - 1. vyd. Masaryk University: Brno, 2017. p. 52-59. ISBN 978-80-210-8610-4.

Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky. (2023). II. pilier v číslach, Prehľad počtu sporiteľov k 31.12.2022. [cit. 20.5.2023] Dostupné na adrese: <https://www.employment.gov.sk/sk/socialne-poistenie-dochodkovy-system/dochodkovy-system/ii-pilier-starobne-dochodkove-sporenie/zhodnotenie-majetku/>.

Mit'ková, V., Mlynarovič, V. (2021). Efficiency on the Slovak Private Pension Funds Markets and Legislative Changes Effects Analysis. Ekonomický časopis/Journal of Economics, Vol. 69, No. 6, p. 604-626. ISSN 0013-3035. <https://doi.org/10.31577/ekoncas.2021.06.03>.

Mlynarovič, V. (2011). Portfolio Insurance Strategies and their Applications. Ekonomický časopis/Journal of Economics, Vol. 59, No. 4, p. 355-367. ISSN 0013-3035.

Moskowitz, T. J., Ooi, Y. H., Pedersen, L. H. (2012). Time series momentum, Journal of Financial Economics, Vol. 104, No. 2, p. 228-250. ISSN 0304-405X.

NN. (2021). Mesačná správa (k 31.7.2021) Solid - Dlhopisový garantovaný d. f. NN dôchodková správcovská spoločnosť, a.s. [cit. 20.5.2024]. Dostupné na adrese: https://www.nn.sk/files/archiv/skdss/fondy/mesacne_spravy/solid/Mesacna_sprava_KF_N_N_v_10.pdf.

Novysedlák, V., Porubský, M., Gábik, R. (2012). Analýza dlhodobej udržateľnosti a návrhy na zmenu dôchodkového systému SR. Inštitút finančnej politiky, Ekonomická analýza 26. [cit. 9.2.2022] Dostupné online: https://www.mfsr.sk/files/archiv/priloha-stranky/19983/70/EA_Dochodky_FINAL.pdf.

O'Neil, F. (2021). Why Bond Investors May Benefit from Actively Managed Mutual Funds and ETFs. Fidelity INVESTMENTS Commentary. [cit. 9.2.2022] Dostupné na adrese: <https://institutional.fidelity.com/app/proxy/content?literatureURL=/9860202.PDF>.

Ódor, L., Povala, P. (2020). Sporiteľ na prvom mieste, Ako zreformovať druhý dôchodkový pilier na Slovensku? Príležitostná štúdia NBS č. 1/2020. ISSN 2585-9277.

Opatrenie Ministerstva práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky z 22. augusta 2023, ktorým sa ustanovuje vzor výpisu z osobného dôchodkového účtu sporiteľa.

Opatrenie Národnej banky Slovenska z 12. júna 2012 o metódach a postupoch určenia hodnoty majetku v dôchodkovom fonde a doplnkovom dôchodkovom fonde.

Padyšák, M. (2020). Modelovanie výnosových kriviek a ich aplikácie v poisťovníctve. Diplomová práca. Bratislava. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave.

Padyšák, M. (2023). Active versus Passive: The Case of Slovak Guaranteed Pension Funds. Economics, management & business 2023: contemporary issues, insights and new challenges: 8. international scientific conference. 1. vyd. - Vydavateľstvo Prešovskej univerzity: Prešov, 2023. ISBN 978-80-555-3215-8.

Padyšák, M. (2023). Prediction-Based Investment Strategies in European Bond Markets. AD ALTA: Journal of Interdisciplinary research, Vol. 13, No. 1, 206-210.

Padyšák, M. (2024). Bond trading strategies using machine learning Techniques. Working paper, FMFI UK. [cit. 22.5.2024]. Dostupné na adrese: <http://www.iam.fmfi.uniba.sk/subory/padysak2024.pdf>.

Wolff, D., Echterling, F. (2020). Stock Picking with Machine Learning. Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3607845>.

Zákon č. 43/2004 Z. z. Zákon o starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

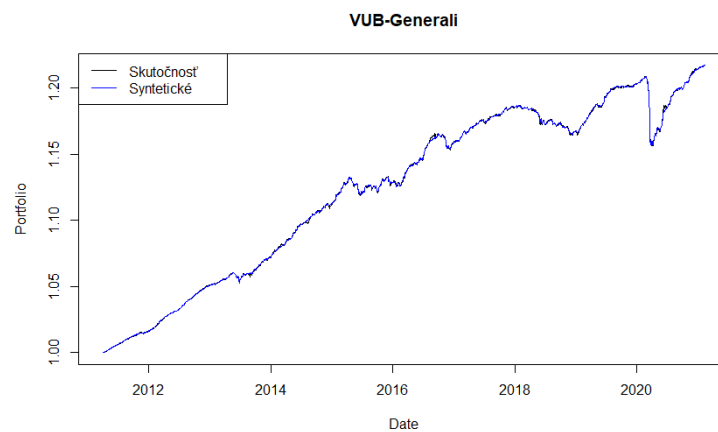
Zákon č. 461/2003 Z. z. Zákon o sociálnom poistení.

Zaremba, A., Nowak, A. (2015). Skewness preference across countries. *Business and Economic Horizons*, Vol. 11, p. 115-130. DOI: 10.15208/beh.2015.09.

PRÍLOHY

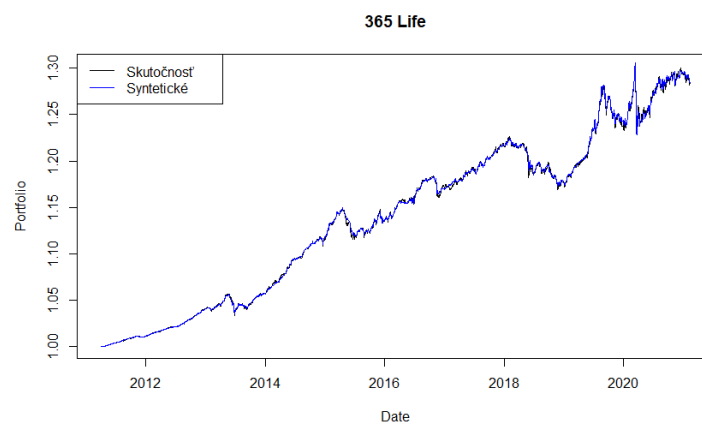
Príloha A – Syntetické portfólia

Obrázok A.1 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia Vúb-Generali, 30-dňová perióda



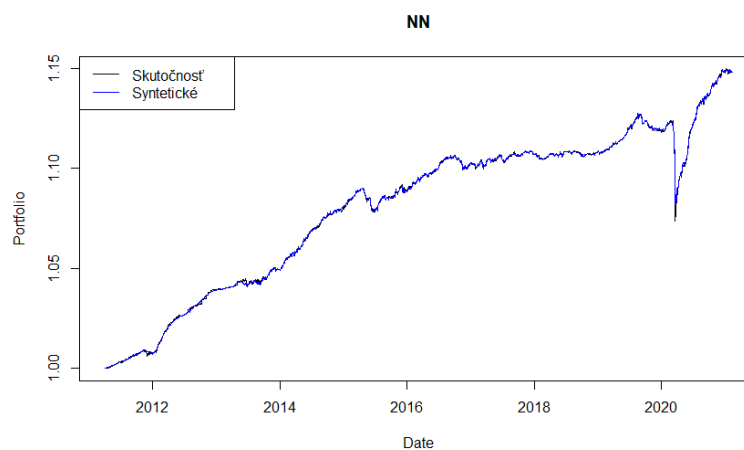
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.2 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia 365 Life, 30-dňová perióda



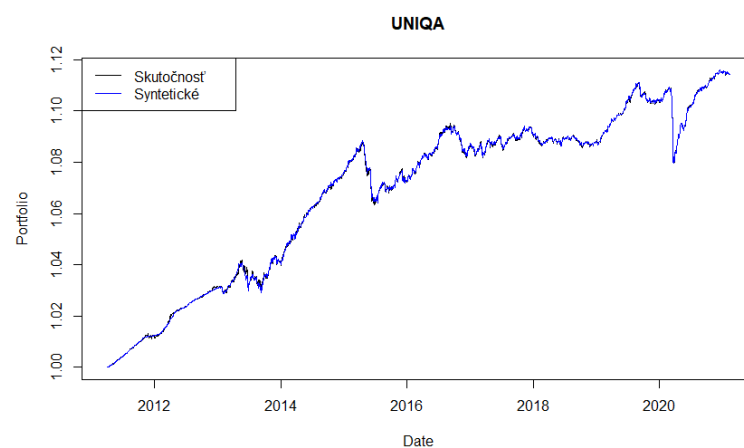
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.3 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia NN, 30-dňová perióda



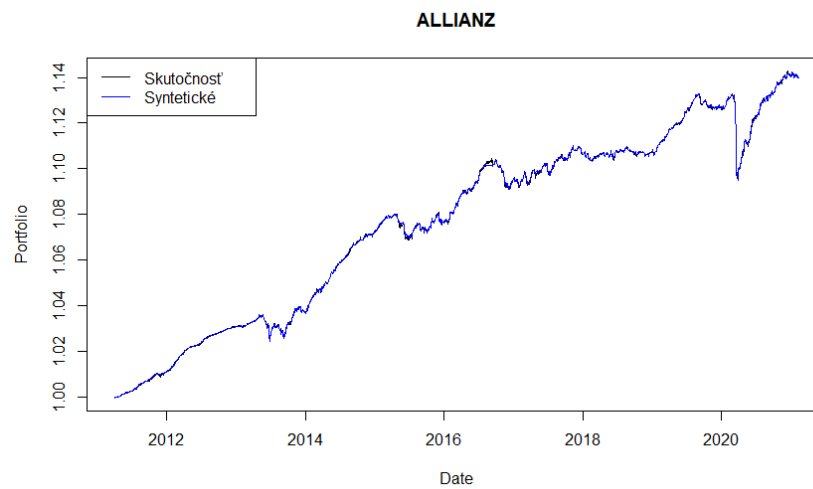
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.4 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia Uniq, 30-dňová perióda



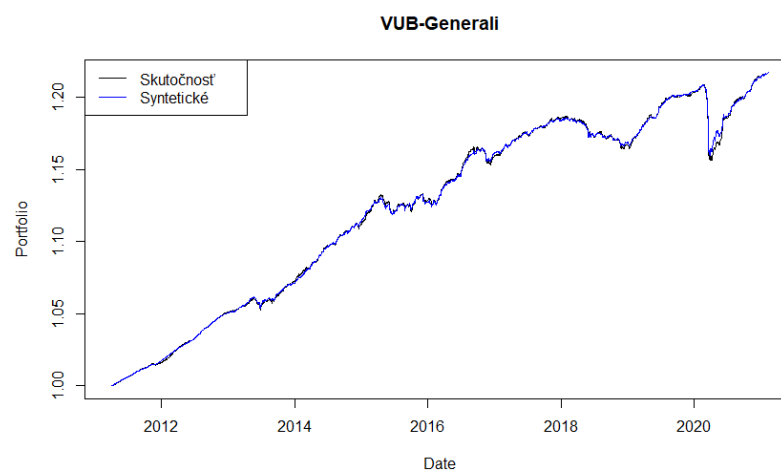
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.5 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia Allianz, 30-dňová perióda



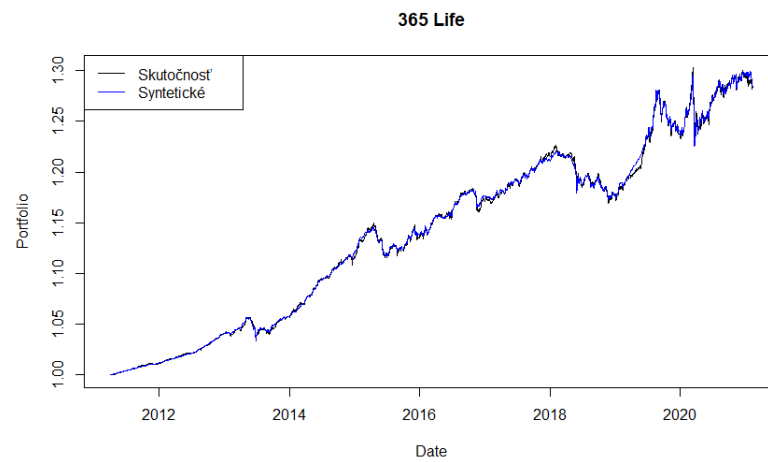
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.6 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia Vúb-Generali, 83-dňová perióda



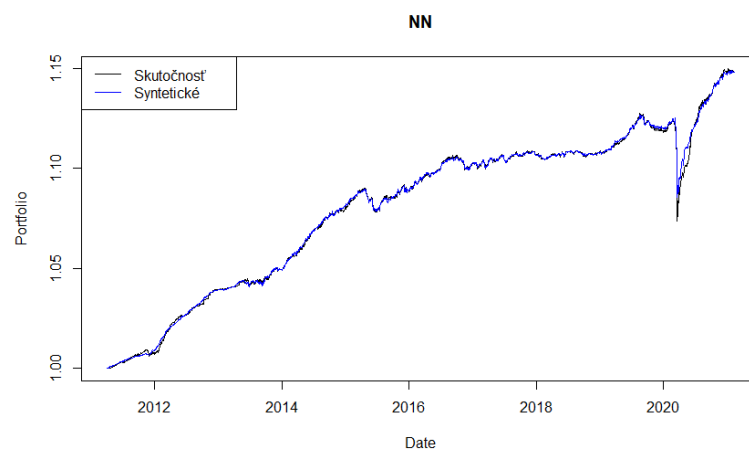
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.7 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia 365 Life, 83-dňová perióda



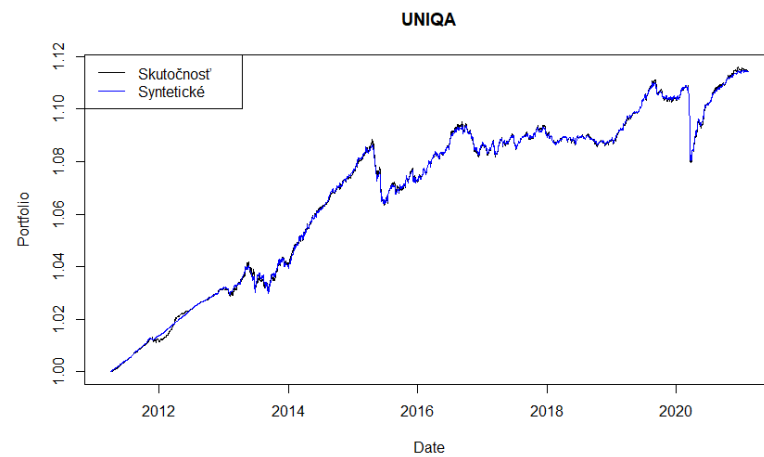
(Zdroj: vlastné spracovanie)

Obrázok A.8 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia NN, 83-dňová perióda



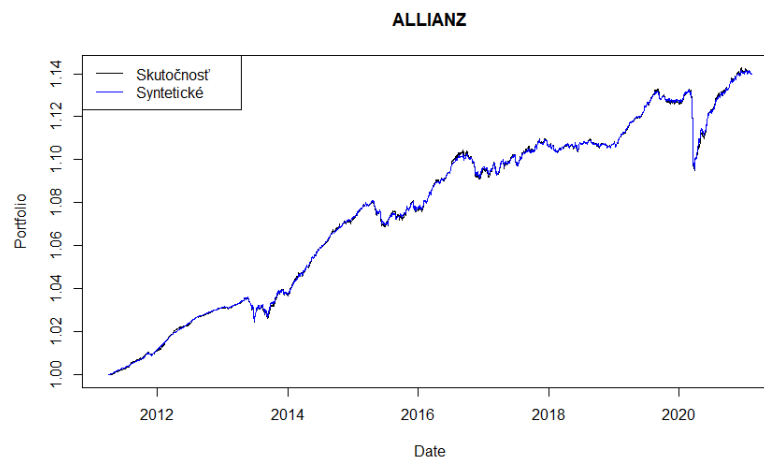
(Zdroj: vlastné spracovanie)

**Obrázok A.9 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia Uniq, 83-dňová
perióda**



(Zdroj: vlastné spracovanie)

**Obrázok A.10 – Porovnanie skutočného a syntetického portfólia Allianz, 83-dňová
perióda**



(Zdroj: vlastné spracovanie)