UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



NASTAVENIE SPRAVODLIVÉHO A UDRŽATEĽNÉHO DVOJPILIEROVÉHO DÔCHODKOVÉHO SYSTÉMU

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2021 Bc. Natália ŠTOBROVÁ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

NASTAVENIE SPRAVODLIVÉHO A UDRŽATEĽNÉHO DVOJPILIEROVÉHO DÔCHODKOVÉHO SYSTÉMU

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor:	1113 Matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	Mgr. Miroslav Kotov

Bratislava 2021 Bc. Natália ŠTOBROVÁ



15835948

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Natália Štobrová
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Nastavenie spravodlivého a udržateľného dvojpilierového dôchodkového systému
Introducing fair and sustainable two-pillar pension system

Anotácia: V dôchodkovom systéme SR sa v súčasnosti nachádza mix ľudí, ktorí sú iba v prvom pilieri, alebo v prvom aj druhom pilieri, pričom v druhom môžu byť rozdielnu dobu svojej pracovnej kariéry. Pre tieto rôzne kategórie ľudí bude potrebné nastaviť spravodlivé a udržateľné čerpanie dôchodkov najmä z jednotlivých pilierov.

Vedúci: Mgr. Miroslav Kotov
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.

Dátum zadania: 17.12.2019

Dátum schválenia: 21.12.2019 prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Poďakovanie Touto cestou by som sa chcela poďakovať Mgr. Miroslavovi Kotovovi, za jeho čas, pomoc, ochotu, odborné vedenie, cenné rady a pripomienky, ktoré mi poskytol pri písaní diplomovej práce. Ďakujem aj mojej rodine za ich zhovievavosť a morálnu podporu.

Abstrakt

ŠTOBROVÁ, Natália: Nastavenie spravodlivého a udržateľného dvojpilierového dôchodkového systému [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: Mgr. Miroslav Kotov, Bratislava, 2021, 68 s.

V posledných rokoch dôchodkové systémy ovplyvňuje negatívny demografický vývoj. Klesajúca pôrodnosť a starnutie populácie zapríčiňuje pokles počtu ekonomicky aktívneho obyvateľstva a stúpanie počtu poberateľov dôchodkov, čo indikuje vážny vplyv na budúcnosť systému. Cieľom diplomovej práce bolo nastaviť spravodlivý a udržateľný dvojpilierový dôchodkový systém na Slovensku. V teoretickej časti diplomovej práce sa zaoberáme charakterizovaním slovenského a holandského dôchodkového systému. Keďže holandský systém sa radí k jedným z najudržateľnejších, výber daného kandidáta a následné inšpirovanie sa ním môže priniesť pre náš systém pozitívne zmeny. Nakoľko nevieme do akej hĺbky sa čitateľ vyzná v danej problematike, pre každú z krajín sme sa zrozumiteľným spôsobom snažili popísať prvý, druhý a tretí pilier. V praktickej časti analyzujeme súčasný model pri aktuálnych nastaveniach a nové modely s prechodom na vyplácanie rovnakej jednotnej dávky pre všetkých dôchodcov. Pri každom modeli sa zameriavame na prognózu vývinu príjmov a výdavkov Sociálnej poisťovne, vypočítavame deficit starobného fondu a porovnávame ich medzi sebou.

Kľúčové slová: dôchodkový systém, dôchodok, udržateľnosť, pilier

Abstract

ŠTOBROVÁ, Natália: Introducing fair and sustainable two-pillar pension system [Diploma Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Mgr. Miroslav Kotov, Bratislava, 2021, 68 p.

In recent years pension systems are affected by negative demographic developments. The decreasing birth rate and the ageing of the population are causing a decrease in the economically active population and an increase in the number of pension recipients, which indicates a serious impact on the future of the system. The aim of the Diploma thesis was to set up a fair and sustainable two-pillar pension system in Slovakia. In the theoretical part of the Diploma thesis, we deal with the characterization of the Slovak and Dutch pension systems as the Dutch system is one of the most sustainable. The selection of a given candidate and the subsequent inspiration can bring positive changes to our system. As we do not know to what depth the reader is familiar with the issue, for each of the countries we have tried to clearly describe the first, second and third pillar. In the practical part, we analyze the current model with the current settings and new models with the transition to the payment of the same basic pension benefit for all pensioners. In each model, we focus on the forecast of the development of revenues and expenditures of the Social Insurance Agency, calculate the deficit of the old-age fund and compare them with each other.

Keywords: pension scheme, pension, sustainability, pillar

Obsah

Zoznam obrázkov **9**

Zoznam tabuliek **10**

Úvod **11**

1 Slovenský dôchodkový systém **13**

1.1 1. pilier 15

1.1.1 Výpočet starobného dôchodku 16

1.2 2. pilier 19

1.2.1 Krátenie dôchodku z 1. piliera 22

1.3 3. pilier 23

2 Dôchodkový systém inej krajiny **24**

2.1 Holandský dôchodkový systém 25

2.1.1 1. pilier 25

2.1.2 2. pilier 26

2.1.3 3. pilier 29

2.1.4 Porovnanie so slovenským dôchodkovým systémom 30

3 Model prognózy dôchodkov **31**

3.1 Dáta sporiteľov z 1. a 2. piliera 32

3.2 Predpoklady modelu 35

3.3 Model vývoja populácie v čase 36

3.4 Model vývinu príjmov Sociálnej poisťovne v čase 40

3.5 Model vývinu výdavkov Sociálnej poisťovne v čase 43

3.6 Výsledky modelu 50

3.7 Zhrnutie 53

4 Modely prognózy dôchodkov so zmenami **54**

4.1 Modely vývinu výdavkov Sociálnej poisťovne v čase 55

4.2 Výsledky modelov 57

4.3 Zhrnutie 58

Záver **59**

Zoznam použitej literatúry **61**

Príloha A **64**

Príloha B **68**

Zoznam obrázkov

1 Economic old dependency ratio Zdroj: [24], vlastné spracovanie 32
2 Veková štruktúra poistencov v 1. pilieri (muži - ženy) 34
3 Veková štruktúra sporiteľov v 2. pilieri (muži - ženy) 34
4 Prognóza vývinu sporiteľov (muži) v 2. pilieri (**P1**) 37
5 Počet sporiteľov (muži - ženy) v 2. pilieri v dôchodkovom veku (**P1**) . . . 38
6 Sporitelia v 2. pilieri (muži - ženy) (**P1**) 39
7 Index rastu priemernej nominálnej mesačnej mzdy [%] 41
8 Miera nezamestnanosti [% pracovnej sily] 42
9 Počet rokov v 1. pilieri a dôchodkový vek (muži - ženy) (**P2**) 44
10 Počet rokov v 2. pilieri (muži) (**P1**) 46
11 Pomer krátenia dôchodkov z 1. piliera pre sporiteľov (muži - ženy) v 2. pilieri v dôchodkovom veku (**P2**) 47
12 Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** / súčasný) 51
13 Počet prispievateľov vs. počet poberateľov (**P3** / súčasný) 51
14 Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** / súčasný) 53
15 Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** / nové) 57
16 Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** / nové) 57
17 Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný) 64
18 Počet prispievateľov vs. počet poberateľov (**P3** a **P4** / súčasný) 64
19 Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný) 65
20 Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / nové) 65
21 Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / nové) 66
22 Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný a nové) 66
23 Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný a nové) . 67

Zoznam tabuliek

1 Dôchodkový vek u žien i mužov od roku 2021 14
2 Zoznam dávok z dôchodkového poistenia 16
3 Sadzby povinných príspevkov od roku 2020 21
4 Formy vyplácania starobného dôchodku z 2. piliera 21
5 Krátenie dôchodku z 1. piliera pri účasti na 2. pilieri 22
6 Melbourne Mercer Global Pension Index (2016 - 2019) a Mercer CFA Institute Global Pension Index (2020) 24
7 Výška AOW - štátneho dôchodku od 1.1.2021 26
8 AOW-franchise pre rok 2021 28
9 Porovnanie dôchodkových systémoch Slovenska a Holandska 30
10 Výstupy z modelu (**P3**) pre 1. rok prognózy 52
11 Údaje zo Sociálnej poisťovne 52

Úvod

Ako bude vyzerať slovenský dôchodkový systém v budúcnosti? Ochránia sa 3 penzijné piliere? Alebo sa systém zmení od základov? Bude 2. pilier povinný? Takéto aj ďalšie iné otázky znepokojujú nielen Slovensko, ale aj iné krajiny. Nezáležiac od pohlavia, veku či zamestnania, téma o dôchodkoch sa týka nás všetkých. Stretávame sa s ňou v médiách, ale i v bežných komunikáciách. Najviac sa nás - poistencov, či budúcich poistencov, začne týkať nielen pri dovŕšení dôchodkového veku, kedy máme právo na dôchodkovú dávku, ale taktiež pri vstupe na trh práce, kedy sa do dovŕšenia veku 35 rokov môžeme rozhodnúť pre 1. alebo pre 1. a 2. pilier.

Podľa [17], história prvého plnohodnotného systému sociálneho zabezpečenia v Európe pramení z Nemecka. Zakladateľ Nemecka Otto von Bismarck sa podieľal na vytvorení penzijného systému, ktorého myšlienkou bolo pomôcť starším ľuďom, ktorým sa už ťažšie pracuje, dožiť na úrovni. Tento Bismarckovský model z konca 19. storočia sa na Slovensku, ako aj v niektorých iných krajinách (v rôznych obmenách), používa aj dodnes. Funguje na princípe zásluhovosti, čo znamená, že dávky sú viazané na príspevky vložené poistencami počas svojej pracovnej kariéry.

Ďalším typom je Beveridgovský model, ktorého hlavnou črtou je sociálna solidarita. To znamená, že pre všetkých poberateľov dôchodku sa zo systému vypláca rovnaká základná dávka. V našej diplomovej práci aplikujeme aj prvky tohto typu modelu sociálneho zabezpečenia a porovnáme s pôvodným (Bismarckovským) dôchodkovým systémom na Slovensku. Konkrétne sa pozrieme na alternatívu jednotného dôchodku z 1. piliera a taktiež na jednotlivé skupiny poistencov a ich účasť / neúčasť na 2. pilieri. Pre tých sporiteľov, ktorí sú v 2. pilieri, sa bude vyplácať dávka z 2. piliera a pre tých, ktorí nie sú, sa zvolí iná vhodná možnosť.

Nakoľko sa demografická situácia nielen na Slovensku, ale aj v iných krajinách nezlepšuje, je potrebné zhodnotiť a vykonať určité zmeny v nastaveniach dôchodkových systémov. Na Slovensku momentálne zastropovanie dôchodkového veku preukazuje do budúcnosti ešte vyšší deficit Sociálnej poisťovne, akoby tomu bolo, keby sa vek odchodu do dôchodku postupne zvyšoval. Je odporúčané dané nastavenie prehodnotiť a zobrať si príklad z udržateľnejších penzijných systémov. Taktiež jednou z možnosti je prehodnotiť zmenu vlastnosti systému - zo zásluhovosti 1. piliera na solidárnosť.

Začiatok našej diplomovej práce bude venovaný teoretickej časti. Konkrétne v prvej kapitole popíšeme aktuálny dôchodkový systém na Slovensku, a to 1., 2. a 3. pilier. Keďže v našej práci sa zaoberáme modelovaním 1. a 2. piliera, 3. pilier sme sa rozhodli podrobne nepopisovať. V druhej kapitole sa dočítame o holandskom systéme dôchodkového zabezpečenia, ktorý sa v rebríčku Mercer CFA Institute Global Pension Index 2020 dostal na 1. miesto. Dôchodkový systém Holandska sa vyznačuje solidárnym spôsobom vyplácania dôchodkov z 1. piliera, a to formou jednotnej dávky.

Praktická časť sa bude zameriavať na modelovanie aktuálneho slovenského penzijného systému a následne vytvorenie nového modelu s nastavením spravodlivého a udržateľného dôchodkového systému. Každý predikčný model dôchodkového systému sa bude skladať z príjmovej a výplatnej stránky Sociálnej poisťovne. Nakoľko nemáme informácie o každom sporiteľovi či poberateľovi, v našej práci používame zjednodušené predpoklady, ktoré môžu výstupy modelovania skresľovať. Na vytvorenie modelov prognózy dôchodkov sme informácie o aktuálnom nastavení systému čerpali zo zdroja [18].

1 Slovenský dôchodkový systém

Na Slovensku sa v roku 2003 uskutočnila rozsiahla reforma dôchodkového systému. Kľúčovým prvkom bolo rozšírenie jednopilierového dôchodkového systému na systém postavený na troch pilieroch, aby ľudia neboli závislí len od jedného zdroju príjmu - dôchodku financovaného zo Sociálnej poisťovne. Dôležitou zmenou, ktorá sa vykonala 1.1.2005, bol vznik 2. piliera.
Dnešný trojpilierový dôchodkový systém na Slovensku vyzerá nasledovne:

- 1. pilier - povinné dôchodkové poistenie,
- 2. pilier - starobné dôchodkové sporenie,
- 3. pilier - dobrovoľné doplnkové dôchodkové poistenie.

Podľa Allianz Pension Index (API) 2020, spomedzi všetkých sedemdesiatich hodnotených krajín sa slovenský dôchodkový systém umiestnil na 17. mieste. Pri zohľadnení len európskych krajín sa umiestnil na 10. priečke. Tento Allianz Pension Index (API), ktorý bol naposledy zverejnený v roku 2016 (nepočítajúc najaktuálnejší 2020), berie do úvahy celkovú analýzu dôchodkových systémov z hľadiska udržateľnosti a primeranosti.
Je založený na 3 subindexoch, ktoré zohľadňujú až 30 parametrov:

- 1. subindex - index zohľadňujúci demografické zmeny a stav verejných financií (20%),
- 2. subindex - index udržateľnosti, ktorý meria ako reaguje dôchodkový systém na demografické zmeny (40%),
- 3. subindex - primeranosť dôchodkových systémov, ktorý hodnotí či sa poskytuje primeraná životná úroveň v starobe (40%).

Penzijný systém na Slovensku dosiahol celkové skóre 3.36, pričom dolná hranica bola 2.91 (1. miesto) a horná 5.45 (70. miesto). Konkrétne v jednotlivých subindexoch to bolo: v prvom 4.24 (44. miesto), v druhom 3.18 (11. miesto) a v treťom 3.09 (28. miesto), pričom skóre sa určuje hodnotou od 1 po 7 [3].

Nárok na starobný dôchodok z 1. piliera má sporiteľ pri splnení podmienky dovŕšenia dôchodkového veku a podmienky získania najmenej 15 rokov obdobia dôchodkového poistenia. Špecifickým prípadom sú poistenci, ktorí dovŕšili dôchodkový vek v období

od 1.1.2004 do 31.12.2007. Tým stačí, ak počet rokov dôchodkového poistenia bol najmenej 10 rokov [18].

Podľa právnej úpravy z 1.1.2020 sa dôchodkový vek ústavne zastropoval na vek 64 rokov. Pre ženy, ktoré počas obdobia dôchodkového poistenia vychovali deti (tzv. budúcich sporiteľov), sa dôchodkový vek znižuje na základe počtu vychovaných detí. Je však ale možné znížiť dôchodkový vek u mužov v prípade, ak starostlivosť o dieťa nie je možné zohľadniť žene (napríklad v prípade úmrtia ženy pred odchodom do dôchodku). V takom prípade sa znižovanie dôchodkového veku u mužov oproti ženám (Tabuľka 1) líši od počtu detí, a to či sporiteľ vychoval 1, 2 alebo 3 a viac detí.
Nasledujúca tabuľka Tabuľka 1 ukazuje časť pôvodnej tabuľky ukazujúcej dôchodkový vek pre ženy (od počtu vychovaných detí) i mužov platný od roku 2021. Celú tabuľku a komplexné informácie o prerozdelení ročníkov poistencov a následnej kompenzácie je možné nájsť na stránke Sociálnej poisťovne [18].

ROK NARODENIA	MUŽ	ŽENA + 0 vychovaných detí	ŽENA + 1 vychované dieťa	ŽENA + 2 vychované detí	ŽENA + (3 alebo 4) vychované detí	ŽENA + (5 a viac) vychovaných detí
1943 a menej	60r	57r	56r	55r	54r	53r
1944	60r 9m	57r	56r	55r	54r	53r
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1949	62r	59r 3m	57r 6m	55r 9m	54r	53r
1950	62r	60r	58r 3m	56r 6m	54r 9m	53r
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1959	62r 10m	62r 10m	62r 4m	61r 10m	61r 4m	59r 9m
1960	63r	63r	62r 6m	62r	61r 6m	60r 6m
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1965	63r 10m	63r 10m	63r 4m	62r 10m	62r 4m	62r 4m
1966 a viac	64r	64r	63r 6m	63r	62r 6m	62r 6m

Tabuľka 1: Dôchodkový vek u žien i mužov od roku 2021

1.1 1. pilier

1. pilier, inak povedané dôchodkové poistenie je zo zákona povinné zákonné poistenie. Aplikuje sa v ňom individuálna zásluhovosť sporiteľov, čo znamená, že sporitelia, ktorí odvádzali vyššie príspevky majú nárok na adekvátne vyšší dôchodok oproti tým, ktorí do Sociálnej poisťovne odvádzali nižšie príspevky.

Systém dôchodkového poistenia je dávkovo definovaný a priebežne financovaný (*PAY AS YOU GO - PAYGO*) systém riadený Sociálnou poisťovňou. Pod dávkovo definovaným systémom sa myslí systém, kde výška dôchodkovej dávky vyplácanej v poproduktívnom veku (65+ rokov) sa určuje na základe odvedených prostriedkov v produktívnom veku (15 - 64 rokov). PAYGO systém vychádza z princípu, že ekonomicky aktívne obyvateľstvo prispieva priebežne do penzijného systému a tieto peniaze sa prerozdeľujú dôchodcom na ich dôchodky. Celý tento proces sa deje v tom istom roku.

Povinnosť platiť povinné odvody do Sociálnej poisťovne vzniká pre zamestnancov, zamestnávateľov, SZČO (živnostníkov) či dobrovoľne poistené osoby. V prípade vojakov a rodičov, ktorí nepracujú a starajú sa o dieťa platí tieto odvody štát. Za invalidných dôchodcov sú tieto odvody financované Sociálnou poisťovňou. Na Slovensku sa za každého sporiteľa za starobné poistenie odvádza 18% - z toho 14% platí zamestnávateľ a 4% zamestnanec.

V rámci dôchodkového poistenia existujú 2 podsystémy [13]:

- 1. starobné poistenie - poistenie na zabezpečenie príjmu v starobe a pre prípad úmrtia,
- 2. invalidné poistenie - poistenie pre prípad poklesu schopnosti vykonávať zárobkovú činnosť v dôsledku dlhodobo nepriaznivého zdravotného stavu poistenca a pre prípad úmrtia.

V nasledujúcej tabuľke Tabuľka 2 je možné vidieť zoznam dávok vyplácaných z dôchodkového poistenia:

starobné poistenie	**invalidné poistenie**
starobný dôchodok	invalidný dôchodok
predčasný starobný dôchodok	vdovský / vdovecký dôchodok
vdovský / vdovecký dôchodok	sirotský dôchodok
sirotský dôchodok	

Tabuľka 2: Zoznam dávok z dôchodkového poistenia

Naša práca sa bude ďalej venovať len starobnému poisteniu.

1.1.1 Výpočet starobného dôchodku

Na výpočet starobného dôchodku sme použili nasledovné vzorce Sociálnej poisťovne (vzorec (1), (2), (3)) [18]:

$$SD = POMB \times ODP \times ADH \ , \tag{1}$$

kde SD - mesačná suma starobného dôchodku
$POMB$ - priemerný osobný mzdový bod
ODP - súčet obdobia dôchodkového poistenia
ADH - aktuálna dôchodková hodnota

Zo vzorca (1) sa $POMB$ vyráta ako:

$$POMB = \frac{\sum_{t=1}^{T} OMB_t}{ODP} \ , \tag{2}$$

kde $POMB$ - priemerný osobný mzdový bod
$\sum_{t=1}^{T} OMB_t$ - súčet osobných mzdových bodov
ODP - súčet obdobia dôchodkového poistenia

Zo vzorca (2) sa jednotlivé OMB_t rátajú:

$$OMB_t = \frac{OVZ_t}{VVZ_t} \ , \tag{3}$$

kde OMB_t - osobný mzdový bod v roku t
OVZ_t - osobný vymeriavací základ v roku t
VVZ_t - všeobecný vymeriavací základ v roku t

Vzorec (1) je možné za pomoci vzorca (2) zmeniť na tvar:

$$SD = \sum_{t=1}^{T} OMB_t \times ADH \tag{4}$$

Pre lepšie pochopenie vzorcom na výpočet dôchodku sme pridali nasledovné vysvetlenia pojmov:

„**Všeobecný vymeriavací základ** je 12-násobok priemernej mesačnej mzdy v hospodárstve Slovenskej republiky za ten-ktorý kalendárny rok, ktorú zistil Štatistický úrad Slovenskej republiky.“ [18] Za rok 2020 táto hodnota činí 1,133 €.

Osobný vymeriavací základ je súčet vymeriavacích základov sporiteľa za daný kalendárny rok, z ktorých sa poistné zaplatilo alebo z ktorých sa poistné na dôchodkové poistenie berie za zaplatené. Za predchádzajúce obdobie (pred 1.1.1993 a od 1.1.1993 do 31.12.2003) sa vypočítavá inak (viď [18]).

„**Aktuálna dôchodková hodnota** na rok 2020 bola určená ako súčin dôchodkovej hodnoty v roku 2019 a hodnoty, ktorá zodpovedá podielu priemernej mzdy v hospodárstve SR za 3. štvrťrok 2019 a priemernej mzdy v hospodárstve SR za 3. štvrťrok 2018.“ [18] Jednoducho povedané, ADH určuje rast miezd na Slovensku. Za rok 2020 bola 13.6361 € a za rok 2021 je 14.2107 €.

Priemerný osobný mzdový bod vyjadruje podiel súčtu osobných mzdových bodov vyrátaných za kalendárne roky rozhodujúceho obdobia a súčtu obdobia dôchodkového poistenia. Tak vlastne dostaneme $POMB$ za jeden rok, ktorý sa zaokrúhľuje na 4 desatinné miesta nahor. [18] V prípade materskej dovolenky po 31.12.2007, sa za osobný mzdový bod (OMB) započítava hodnota 0.6.

Úpravou **priemerného osobného mzdového bodu** sa dôchodkový systém snaží znížiť zásluhovosť 1. piliera a zároveň tým posilniť solidaritu. To znamená, že sa snaží vyrovnať POMB - pre poistencov s nízkym POMB zvýšiť a opačne pre poistencov s vysokým POMB tento POMB znížiť.

Momentálne, ak je hodnota $POMB$ [18]:

- < 1, tak sa k $POMB$ pripočíta 20%, čiže $\mathbf{POMB} = (1 - POMB) \times 0.2 + POMB$,
- v hranici 1 - 1.25, tak sa $POMB$ započíta celý,
- v hranici 1.25 - 3.00 tak sa započíta 68%, čiže $\mathbf{POMB} = (POMB - 1.25) \times 0.68 + 1.25$,

- > 3, tak sa nad túto hodnotu neprihliada a hodnota **POMB** $= 1.25 + (3 - 1.25)$ $\times 0.68 + 1.25 = 2.44$.

Všetky predošlé informácie, ktoré sme popísali, nám určujú výpočet novopriznaných starobných dôchodkov (vzorec (1)). Pri priznaných penziách je potrebné riešiť otázku valorizácie. Na Slovensku sa tieto priznané dôchodky každým rokom valorizujú o dôchodcovskú infláciu.

Dôchodcovská inflácia je percento medziročného rastu spotrebiteľských cien za domácnosti dôchodcov, ktoré zverejňuje Štatistický úrad (ŠÚ) vždy za prvý polrok daného roka. V prípade, žeby táto hodnota bola nižšia ako 2%, tak za dôchodcovskú infláciu sa zoberie pevná hodnota. Aktuálne (od 1.1.2021) sa dôchodkové dávky zvyšujú o 2.6% mesačnej sumy dôchodku alebo najmenej o pevnú sumu určenú ako 2% z priemernej mesačnej sumy dôchodku vykázanej Sociálnou poisťovňou ku dňu 30.6.2020. Vyčíslením najnižšieho možného zvýšenia pri poberaní plného dôchodku je zvýšenie o pevnú sumu 9.40 €[18].

Je potrebné taktiež spomenúť **minimálny dôchodok**, ktorý bol na Slovensku zavedený od 1.7.2015. Pre získanie minimálneho dôchodku je potrebné byť poistený po dobu minimálne 30 rokov. Táto dávka je vyplácaná dôchodcom v prípade, že výška príjmov je nižšia ako minimálny dôchodok a poberateľ dôchodku požiadal o priznanie všetkých dôchodkov (napríklad vdovský dôchodok, ...).
Od 1.1.2021 je vyčíslený na 334.30 € (za 30 rokov obdobia dôchodkového poistenia), čo je 33% priemernej mesačnej nominálnej mzdy na Slovensku za kalendárny rok, ktorý 2 roky predchádza kalendárnemu roku, v ktorom sa daná suma určuje [18]. V prípade minimálneho dôchodku v roku 2021 sa určuje z priemernej nominálnej mzdy z roku 2019.

Za každý ďalší rok (nad 30 rokov obdobia poistenia) sa minimálny dôchodok zvyšuje:

- o 2% sumy životného minima za 31.-39. rok obdobia poistenia,
- o 3% sumy životného minima za 40. a ďalší rok obdobia poistenia

Od 1.7.2020 sa výška životného minima na jednu plnoletú fyzickú osobu zvýšila z 210.20 € mesačne na 214.83 € mesačne [18].
Nech X je počet rokov obdobia dôchodkového poistenia. Použitím spomínaných hodnôt sa minimálny dôchodok dá matematicky zapísať a vypočítať nasledovne:

- Pre $X \in [30, 39]$, min_dôchodok = 334.30 + (X-30) $\times$ 0.02 $\times$ 210.20.

- Pre $X \geq 40$, min_dôchodok = 334.30 + [(X-30) × 0.02 + (X-39) × 0.03] × 210.20.

Výsledný minimálny dôchodok (v €) je potrebné ešte zaokrúhliť na 2 desatinné miesta nahor. Pre lepšiu vizualizáciu je možné si na stránke Sociálnej poisťovne pozrieť tabuľku minimálneho dôchodku v závislosti od počtu rokov obdobia poistenia.

1.2 2. pilier

Na Slovensku sa kapitalizačný 2. pilier zaviedol 1.1.2005, čo bolo po reforme dôchodkového systému. 2. pilier je príspevkovo definovaný pilier, čo značí, že výška dôchodku závisí od zaplatených príspevkoch sporiteľov a ich následného zhodnotenia. Je taktiež dobrovoľný a od 1.1.2005 novela zákona o starobnom dôchodkovom sporení (SDS) zrušila aj minimálnu dĺžka sporenia. Jedinou podmienkou pre vyplácanie dôchodku z 2. piliera je dovŕšenie dôchodkového veku.

Poistenci sa počas svojej pracovnej kariéry môžu do veku 35 rokov dobrovoľne rozhodnúť, či svoje odvody budú posielať len do 1.piliera alebo sa rozhodnú pre kombináciu 1. a 2. piliera. V prípade voľby číslo 1 (len 1. pilier) sa celé odvody vo výške 18% posielajú do Sociálnej poisťovne. Pri voľbe číslo 2 (kombinácia 1. a 2. piliera) sa odvody taktiež najprv pošlú do Sociálnej poisťovne, ale tá z nich určenú časť následne pošle do dôchodkových správcovských spoločností (DSS).
DSS investujú majetok do finančných nástrojov (akcií či dlhopisov) a vydávajú dôchodkové jednotky sporiteľom.

Aktuálne máme na Slovensku 5 DSS [13]:

- Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a.s.,
- UNIQA d.s.s., a.s.,
- DSS Poštovej banky d.s.s., a.s.,
- NN dôchodková správcovská spoločnosť, a.s.,
- VÚB Generali d.s.s., a.s.

Podľa spôsobu investovania, portfólia či miery rizika existujú viaceré druhy dôchodkových fondov.
Dôchodkové správcovské spoločnosti musia povinne spravovať:

- 1 dlhopisový garantovaný fond,
- 1 akciový negarantovaný fond.

Okrem spomínaných 2 dôchodkových fondov môžu DSS ponúkať sporiteľom aj iné fondy so špecifickými investičnými stratégiami.

Sporitelia by si pri rozhodovaní o výbere druhu dôchodkového fondu mali uvedomiť, že dôchodkové sporenie v 2. pilieri je na dlhšie časové obdobie s dlhodobým investovaním. Takémuto dlhodobému sporeniu by mali prispôsobiť svoju investičnú stratégiu. U mladších sporiteľov, ktorí sú v začiatočnej alebo strednej fáze sporenia, môže byť počiatočná alokácia prostriedkov sústredená najmä do akcií (akciový fond), keďže krátkodobá strata môže byť neskôr v budúcnosti vyvážená vyšším výnosom. Opačne by to malo byť u starších sporiteľov, kedy je vhodné zvažovať konzervatívnejšie a alokovať finančné prostriedky viac do dlhopisov (dlhopisový fond) alebo do nástrojov peňažného trhu, ktoré sú typické nižším výnosom a zároveň nižším rizikom.

Kvôli možným negatívnym vplyvom trhu na výšku dôchodku je pre sporiteľov z 2. piliera rozumné mať pred odchodom do dôchodku finančné prostriedky v dlhopisovom garantovanom fonde. Vzhľadom na výskyt možnej budúcej straty na dôchodku je povinnosťou sporiteľa (respektíve DSS) presunúť majetok sporiteľa pred dovŕšením dôchodkového veku.

Ak sporiteľ dovŕši 52 rokov a sporí v inom ako dlhopisovom (garantovanom) dôchodkovom fonde je povinný si previesť každoročne 10% čistej hodnoty svojho majetku do dlhopisového fondu. Ak sporiteľ tento presun nevykoná sám, automaticky to za neho urobí DSS. V konečnom dôsledku to znamená, že keď sporiteľ dosiahne 61 rokov, bude mať celý jeho majetok (100% čistej hodnoty svojho majetku) v dlhopisovom dôchodkovom fonde.

Zo strany sporiteľa je možné písomne požiadať DSS o zníženie minimálneho percentuálneho pomeru čistej hodnoty svojho majetku v dlhopisovom garantovanom fonde, pričom sa tento minimálny percentuálny pomer zníži o polovicu [2].

Momentálne pri existencii 2. piliera sa už spomínaných 18% z vymeriavacieho základu rozdelí nasledovne:

- 1. časť 12.75% ide do 1. piliera a
- 2. časť 5.25% ide do 2. piliera.

Každým rokom až do roku 2024 sa sadzba do 2. piliera bude zvyšovať o 0.25% až nakoniec v roku 2024 dosiahne 6.00%. To znamená, že sadzby budú vyzerať [13]:

	2020	2021	2022	2023	≥2024
sadzba do 1. piliera	13.00%	12.75%	12.50%	12.25%	12.00%
sadzba do 2. piliera	5.00%	5.25%	5.50%	5.75%	6.00%

Tabuľka 3: Sadzby povinných príspevkov od roku 2020

Starobné dôchodkové sporenie pozostáva z 2 fáz:

- 1. sporiaca fáza - najprv si sporiteľ vyberie DSS, do ktorej na svoj osobný dôchodkový účet bude odvádzať časť povinných odvodov. Okrem výberu DSS si poistenec môže vybrať aj dôchodkový fond, do ktorého chce svoje prostriedky investovať.
- 2. výplatná fáza - pri dovŕšení dôchodkového veku si sporiteľ nechá vyplatiť našetrený dôchodok, predčasný dôchodok a v prípade pozostalých i pozostalostný dôchodok. Poberateľ si môže zvoliť formu vyplácania dôchodku z nasledovných možností:

forma	vypláca:	do:
doživotný dôchodok	životná poisťovňa	konca života
dočasný dôchodok	životná poisťovňa	vopred dohodnutého obdobia (5/7/10) rokov
programový výber	DSS	vyčerpania finančných prostriedkov
investičný výnos	DSS	začiatku poberania anuity

Tabuľka 4: Formy vyplácania starobného dôchodku z 2. piliera

Rezervný fond solidarity je určený okrem iného na úhradu škody, ktorú by spôsobila DSS alebo jej depozitár na majetku v dôchodkových fondoch. Vytvára ho Sociálna poisťovňa a ide o významný prvok ochrany sporiteľov v starobnom dôchodkovom sporení [8]. Výška sadzby poistného do rezervného fondu solidarity je:

- 4.75% z vymeriavacieho základu - pre zamestnávateľa, pre samostatne zárobkovo činnú osobu a pre dobrovoľne poistenú osobu,

- 2% z vymeriavacieho základu - pre štát.

Nový prístup krátenia starobného dôchodku z 1. piliera sa líši od pôvodného 5.25 : 18 = 7/24 v tom, že k príspevkom do 1. piliera sa pripočítavajú aj príspevky do rezervného fondu solidarity. V takomto prípade koeficient krátenia je 5.25 : (18 + 4.75) = 21/91 = 3/13 (viď Tabuľka 5).

1.2.1 Krátenie dôchodku z 1. piliera

Poistenci, ktorí si vybrali sporenie v 1. a 2. pilieri, budú poberať dôchodkovú dávku z týchto dvoch zdrojov. Prvým zdrojom príjmu bude úmerne krátený dôchodok vyplácaný Sociálnou poisťovňou. Krátený preto, lebo sporitelia v 2. pilieri platia takzvanú daň sporiteľov za účasť v 2. pilieri, lebo finančné prostriedky smerujúce do 2. piliera (DSS-iek) vytvárajú deficit v 1. pilieri (Sociálnej poisťovni). Druhým zdrojom dôchodkového príjmu bude dôchodok z 2. piliera, ktorého výška sa bude odvíjať od zaplatených príspevkov a ich následného zhodnotenia a taktiež od vybranej formy dôchodkov vyplácaných z 2. piliera.

Za účasti na 2. pilieri sa pomerný starobný dôchodok (respektíve predčasný starobný dôchodok) zníži za uvedené obdobie nasledovne [18]:

Obdobie účasti v 2. pilieri	Časť pomernej sumy do 31.12.2019	Časť pomernej sumy od 1.1.2020
Pred 1.9.2012	1/2	36/91
Od 1.9.2012 do 31.12.2016	2/9	16/91
Od 1.1.2017 do 31.12.2017	17/72	17/91
Od 1.1.2018 do 31.12.2018	1/4	18/91
Od 1.1.2019 do 31.12.2019	19/72	19/91
Od 1.1.2020 do 31.12.2020	5/18	20/91
Od 1.1.2021 do 31.12.2021	7/24	3/13
Od 1.1.2022 do 31.12.2022	11/36	22/91
Od 1.1.2023 do 31.12.2023	23/72	23/91
Od 1.1.2024 do 31.12.2024	1/3	24/91

Tabuľka 5: Krátenie dôchodku z 1. piliera pri účasti na 2. pilieri

Príklad 1: Máme človeka, ktorý vstúpil na trh práce vo svojich 20-tich rokoch a do 2. piliera v strede svojej pracovnej kariéry - nech vo svojich 40-tich rokoch. Keďže do 2. piliera vstúpil ako 40-ročný, tak dôchodok za prvých 20 rokov, kedy bol len v 1. pilieri, sa mu nekráti. Keďže sporiteľ vstúpil do 2. piliera v roku 2005, kedy tento 2. pilier vznikol, krátenie sa bude počítať:

$$\frac{20}{40}\times 0+\frac{7}{40}\times\frac{36}{91}+\frac{4}{40}\times\frac{16}{91}+\frac{1}{40}\times\frac{17}{91}+\frac{1}{40}\times\frac{18}{91}+\frac{1}{40}\times\frac{19}{91}+\frac{1}{40}\times\frac{20}{91}+\frac{1}{40}\times\frac{3}{13}+\frac{1}{40}\times\frac{22}{91}$$
$$+\frac{1}{40}\times\frac{23}{91}+\frac{1}{40}\times\frac{24}{91}+* \tag{5}$$

* pre nasledujúci rok (v inom prípade pre nasledujúce roky), pomer krátenia bude rovnaký ako od 1.1.2024 do 31.12.2024

Príklad 2: Máme človeka, ktorý vstúpil na trh práce vo veku 22 rokov a do 2. piliera vo veku 48 rokov. Keďže sporiteľ v roku 2021 dovŕši dôchodkový vek 64 rokov, pomery krátenia sa budú brať zo stĺpca *Časť pomernej sumy od 1.1.2020* (Tabuľka 5). Tento poberateľ dôchodkovej dávky odpracoval 41 rokov, z toho bol 25 rokov v 1. pilieri a 16 rokov v 1. a 2. pilieri. To znamená, že danému poistencovi bude dôchodok z 1. piliera skrátený o 10.882%.

1.3 3. pilier

3. pilier je dobrovoľný pilier doplnkového dôchodkového sporenia. V prípade poistencov, ktorí vykonávajú rizikové práce je povinný. To znamená, že zamestnanec je povinný uzatvoriť zmluvu s nejakou dôchodkovou správcovskou spoločnosťou (DDS), ktorú si vyberie. Po výbere jeho zamestnávateľ platí príspevky na jeho dôchodkový účet. Je kapitalizačný a príspevkovo definovaný, čiže založený na zhromažďovaní finančných príspevkoch sporiteľov a zamestnávateľov v tomto pilieri.

2 Dôchodkový systém inej krajiny

Okrem slovenského dôchodkového systému sme sa v teoretickej časti našej práce rozhodli popísať aj dôchodkový systém s jednotnou penzijnou dávkou. Keďže v 4. kapitole zostavujeme model s prechodom na túto základnú dávku, bolo vhodné pre lepšiu predstavu predstaviť aj reprezentanta solidárneho systému dôchodkového zabezpečenia. Z európskych krajín, kde sa daná forma vyplácania dôchodku používa, sú najznámejšie Holandsko, Dánsko a Veľká Británia.

V nasledujúcej tabuľke (Tabuľka 6) je možné vidieť porovnanie celkových hodnôt indexov spomínaných krajín. Konkrétne pre roky od 2016 do 2019 sme zobrazili Melbourne Mercer Global Pension Index (MMGPI) a pre rok 2020 sme zobrali do úvahy hodnoty indexu Mercer CFA Institute Global Pension Index 2020 z [11]. Podľa najnovšieho reportu (2020), ktorý berie do úvahy dopady koronakrízy na penzijné systémy, sa za krajinu s najlepším dôchodkovým systémom pokladá Holandsko.

	2016	2017	2018	2019	2020
Holandsko	80.1	78.8	80.3	81.0	82.6
Dánsko	80.5	78.9	80.2	80.3	81.4
Veľká Británia	60.1	61.4	62.5	64.4	64.9

Tabuľka 6: Melbourne Mercer Global Pension Index (2016 - 2019) a Mercer CFA Institute Global Pension Index (2020)

Podľa tabuľky Tabuľka 6 je zrejmé, že Holandsko a Dánsko o svoje prvenstvo bojujú medzi sebou. Pričom do roku 2017 bolo najlepšie Dánsko, v roku 2018 sa to vymenilo a naďalej vedie Holandsko. Je potrebné poznamenať, že obe krajiny sú ako jediné krajiny sveta v najvyššej kategórii kvality A.

Penzijné systémy sa dajú porovnávať aj na základe Allianz Pension Index (API) 2020 [3]. V danom indexe Dánsko dosiahlo so skóre 2.96 3. miesto a Holandsko so skóre 3.13 7. miesto. Aj napriek tomu, že API vykazuje výraznejší rozdiel v skóre medzi krajinami, sme sa rozhodli v nasledujúcej podkapitole (2.1) popísať dôchodkový systém Holandska.

2.1 Holandský dôchodkový systém

Rovnako ako na Slovensku, v Dánsku či vo Veľkej Británii sa holandský dôchodkový systém skladá z 3 pilierov.

Sú to:

- 1. pilier - štátny dôchodok,
- 2. pilier - zamestnávateľské penzijné schémy,
- 3. pilier - individuálne sporenie.

Na druhej strane hlavným rozdielom je typ vyplácania dôchodkových dávok. Kým na Slovensku sa dôchodok z 1. piliera vypočítava cez vzorec (1), holandskí dôchodcovia získavajú fixne danú základnú dávku. V skratke povedané, Holandsko má 1. pilier solidárny, zatiaľ čo Slovensko aj napriek malým zmenám stále zásluhový.

Získanie holandskej dôchodkovej dávky nemusí byť také jednoduché. Ak chce sporiteľ od dovŕšenia dôchodkového veku dostávať dôchodok v plnej výške, je potrebné, aby žil v Holandsku 50 rokov. Za každý rok života v Holandsku má poberateľ nárok na 2% zo základnej penzijnej dávky. Z toho vyplýva, že ak poberateľ žil v krajine 40 rokov, výška starobného dôchodku sa mu priamoúmerne zníži na $\frac{40}{50} \times 100\% = 80\%$.

2.1.1 1. pilier

Štátny dôchodok z 1. piliera sa nazýva AOW (*Algemene Ouderdoms Wet)*. Je financovaný príspevkami zamestnancov vo výške 17.90% z platu a čiastočne i vládou. Predstavuje iba minimálny príjem v penzijnom veku, takzvaný základný dôchodok a je vyplácaný každému dôchodcovi žijúcemu alebo pracujúcemu v Holandsku. Na poberanie AOW dôchodku je taktiež potrebné splniť podmienku dovŕšenia dôchodkového veku, ktorý je od 1.1.2021 nastavený na vek 66 rokov a 4 mesiace. Penzijný vek sa postupne zvyšuje až v roku 2024 dosiahne 67 rokov [7].

Výška **jednotnej penzijnej dávky** nezávisí od počtu rokov poistenia či mzdy počas pracovnej kariéry, ale závisí od toho, či poberateľ žije sám alebo či svoju domácnosť zdieľa s inou osobou. Keď je dôchodca ženatý alebo žije s ďalšou dospelou osobou, tak výška dávky záleží taktiež na tom, či prijímateľ poberal doplnkový príspevok a ak áno, tak

v akej percentuálnej miere. Základným pravidlom určujúcim výšku základnej dávky je, že osamelí dôchodcovia poberajú 70% z čistej minimálnej mzdy a tí, čo zdieľajú domácnosť s inou osobou zase 50% z čistej minimálnej mzdy. Tento starobný dôchodok sa upravuje dvakrát ročne.
Od 1.1.2021 je základná dávka pre jednotlivé typy ľudí vo výške [20]:

Poberateľ	Mesačne*	Ročne*
1. Sám	1,292.50 €	15,510 €
2. Partner s AOW	883.67 €	10,604.04 €
3. Bez doplnkového príspevku a partner bez AOW	883.67 €	10,604.04 €
4. 100% doplnkový príspevok a partner bez AOW	1,741.30 €	20,895.60 €
5. 90% doplnkový príspevok a partner bez AOW	1,655.54 €	19,866.48 €

Tabuľka 7: Výška AOW - štátneho dôchodku od 1.1.2021

*sú vyčíslené brutto a zahŕňajú aj AOW top-up, čo je suma vyplácaná k AOW dôchodku

Doplnkový príspevok sa priznával do roku 2015. Vyplácal sa prijímateľom, ktorých partner nedovŕšil dôchodkový vek alebo mal malý, alebo žiadny plat. V prípade, že spoločný príjem oboch partnerov prevyšuje sumu 2,947.74 € brutto mesačne (2021), doplnkový príspevok sa zníži o 10%. Ak partner zarába viac ako 1,539.17 € brutto mesačne, prijímateľ nemá právo dostávať tento doplnkový príspevok.

Okrem základnej dávky dostávajú holandskí dôchodcovia od štátu aj **príspevok na dovolenku**, ktorý sa vypláca raz ročne v máji. Postupne pre prijímateľov očíslovaných od 1. do 5. (Tabuľka 7) sú mesačné príspevky na dovolenku vyčíslené nasledovne [20]: 71.93 €, 51.37 €, 51.37 €, 102.74 € a 97.60 €.

2.1.2 2. pilier

2. pilier je kapitalizačný, čiže je financovaný z kapitálového financovania. To znamená, že dôchodky sú financované z príspevkov vyzbieraných v minulosti a tiež z návratnosti investícií príspevkov. 2. pilier, ako dôležitý doplnok 1. piliera, je pilier pozostávajúci zo zamestnávateľských penzijných schém. Tieto schémy sú v Holandsku veľmi rozšírené a môžu sa na nich zúčastňovať všetci, čiže zamestnanci zo súkromných i verejných sektorov.

Podľa zdroja [19] je v zamestnávateľských penzijných schémach približne 90% holandských zamestnancov. Je možné, že zamestnanec môže byť zaradený do viacerých penzijných fondov - napríklad v prípade, že začne pracovať v inej spoločnosti.

Väčšina finančných prostriedkov týkajúcich sa dôchodkov je spravovaná dôchodkovými fondami. Pred vyše 10 rokmi bolo v Holandsku viac než 1000 penzijných fondov. V súčasnosti je najväčším penzijným fondom ABP, v ktorom na konci roka 2019 bolo zapísaných približne 3 milióny ľudí. Inak povedané, každý 6. človek poberá alebo bude v budúcnosti poberať dôchodok z ABP. V priebehu niekoľkých rokov sa mnohé zrušili i zlúčili, čo znamená, že ich počet sa znížil. Podľa Centrálnej banky Holandska ich na konci roka 2019 bolo 220 a v budúcnosti sa očakáva, že ich počet bude postupom času klesať.

V Holandsku sú 4 rôzne typy penzijných fondov [19]:

- 1. *Industry-wide pension funds* - pre celé odvetvie, napríklad pre potravinárske spoločnosti, štátnu službu, ...
- 2. *Corporate pension funds* - pre veľké korporácie.
- 3. *Pension funds for independent professionals* - napríklad pre lekárskych špecialistov, notárov, ...
- 4. *General Pension Funds* - pre tých, ktorí nemajú povinnosť sa zúčastniť na predošlých 3 dôchodkových fondov.

V zamestnávateľských penzijných schémach sa od každého zamestnávateľa vyžaduje, aby si vybral na financovanie svojich plánov jeden z nasledovných nástrojov [19]:

- *Dávkovo definovaný (DB)* systém - systém, kde výška dôchodku závisí od príjmu sporiteľa. Prijímateľovi je vyplácaná vopred stanovená dôchodková dávka, čiže na poberateľa sa nevzťahuje riziko dlhovekosti a riziko vzniku strát. Konkrétne v Holandsku poznáme dve výplatne schémy - *Final pay scheme* (výška dôchodku závislá od poslednej mzdy) a *Average pay scheme* (výška dôchodku závislá od priemernej mzdy).
- *Príspevkovo definovaný (DC)* systém - systém, kde výška dôchodkovej dávky je závislá od zaplatených fixných príspevkov. V tomto prípade zamestnanec musí niesť

riziko dlhovekosti a tiež riziko straty z investícií. V deň odchodu do dôchodku sa poberateľovi vyplatí dôchodok - nasporená suma z investovania.

Približne 94% zamestnancov sa zúčastňuje na DB schémach. Z nich 99% účastníkom sa vypláca dôchodková dávka na základe *Average pay scheme* a zvyšným na základe *Final pay scheme*. Ostatní zamestnanci sú v DC schémach, ktoré nie sú u zamestnávateľov veľmi populárne [15]. V prípade DB schém zamestnanci prispievajú do dôchodkového systému priemernou sadzbou, ktorá je v rozmedzí od 4% do 7% zo základu dôchodku (hrubá ročná mzda - AOW-franchise (viď nižšie)). Povinné *Industry-wide pension funds* majú tieto príspevky oveľa vyššie.

Pre výpočet dôchodku z 2. piliera sa berie do úvahy hrubá ročná mzda a **AOW--franchise**, čo je očakávaná výška dôchodku z 1. piliera. Podľa zdroja [4] sú výšky AOW--franchise nasledovné:

Schéma	Kalkulácia	Suma	MRÚM*
Average pay schéma	100/75	14,544 €	1.875%
Average pay schéma	100/70	15,583 €	1.875%
Final pay schéma	100/66.28	16,458 €	1.657%

Tabuľka 8: AOW-franchise pre rok 2021

*maximálna ročná úroková miera

V stĺpci *Kalkulácia* tabuľky Tabuľka 8 máme hodnoty, ktoré znamenajú percentuálne vyčíslenie nahromadených finančných prostriedkov na dôchodok z príjmov. Napríklad v 1. riadku je v danom stĺpci hodnota 100/75, čo znamená, že za 40 rokov pri maximálnej úrokovej miere 1.875% dokážeme na dôchodok vyzbierať $40 \times 1.875\% = 75\%$ z uvedených príjmov. Analogicky v 3. riadku dostaneme $40 \times 1.657\% = 66.28\%$.

Holandská vláda v roku 2015 stanovila maximálnu výšku penzijnej dávky. To znamená, že ak výška dôchodku prevýši zadanú hranicu, už sa viac nevyplatí. V roku 2021 činí 112,189 €.

Pre lepšiu predstavu v príklade (Príklad 3) uvádzame výpočet penzijnej dávky z 2. piliera [1]. V príklade (Príklad 4) zase popisujeme výpočet príspevku zamestnanca.

Príklad 3: Máme človeka, ktorý mal pri trvalom pracovnom pomere hrubú ročnú mzdu vo výške 54,000 €. Od tejto sumy odčítame AOW-franchise, ktorá je vo výške 14,544 € a následne vynásobená maximálnou úrokovou mierou 1.875%.
Celkovo dostaneme, že prijímateľ bude poberať dôchodkovú dávku z 2. piliera vo výške:
(54,000 € - 14,544 €) ×1.875% = **740 €**.
Túto sumu budete dostávať každý rok doživotne od dovŕšenia svojho dôchodkového veku. V prípade iného pracovného pomeru ako plného úväzku, pri výpočte dôchodkovej dávky berieme do úvahy aj % úväzku.
Príklad 4: Máme človeka, ktorý pracuje na 80% úväzok, no v prípade plného úväzku by dostal hrubú ročnú mzdu 35,544 €. AOW-franchisa činí 14,544 €. Po odčítaní AOW--franchise od hrubej ročnej mzdy dostane základ dôchodku vo výške (34,544 € - 14,544 €) = 21,000 €. Keďže daná osoba pracuje na čiastočný (80%) úväzok, tento základ dôchodku sa mu zníži na 21,000 €×80% = 16,800 €.
Keď si zadáme príspevok do penzijného fondu vo výške 5% ročne, tak ročne odvedie do daného fondu **16,800 €**×5% = **840 €**.

Holandský penzijný systém sa radí v zmysle udržateľnosti medzi najlepší dôchodkový systém na svete. Hlavným dôvodom je solidárnosť 1. piliera, čo znamená, že každý poberateľ dostane v dôchodkovom veku základný štátny dôchodok. Táto jednotná dávka zabezpečuje v starobe len minimálny príjem dostatočný na pokrytie životných nákladov. Pre nízkopríjmových sporiteľov je solidárnosť 1. piliera veľkou výhodou, keďže pri dovŕšení dôchodkového veku môžu získať náhradu mzdy až 105%.

Fakt, že v dôchodkovom veku sa z 1. piliera vypláca len dôchodková dávka zabezpečujúca minimálny príjem, vedie mladých sporiteľov k šetreniu si na dôchodok aj prostredníctvom ďalších pilieroch. Tým, že 2. a 3. pilier fungujú na princípe zásluhovosti a suma vyplateného dôchodku závisí od mzdy, poistencom sa vyplatí adekvátna čiastka vzhľadom k ich prispievaniu počas pracovnej kariéry.

2.1.3 3. pilier

Tak ako aj na Slovensku, predstavuje rôzne súkromné individuálne dôchodkové produkty. 3. pilier je najčastejšie využívaný samostatne zárobkovými činnými osobami (SZČO) alebo zamestnancami, ktorí sa nezúčastňujú zamestnávateľských penzijných schém. Pro-

dukty z 3. piliera, ktoré sa často využívajú na prilepšenie ku dôchodku, poskytujú aj daňové výhody.

2.1.4 Porovnanie so slovenským dôchodkovým systémom

V nasledujúcej tabuľke (Tabuľka 9) sú v skratke spísané základné porovnania dvoch vyššie popísaných dôchodkových systémov - Slovenska a Holandska.

	Slovensko	Holandsko
1. pilier	zásluhový, výpočet dôchodku podľa vzorca (1)	solidárny, jednotná dávka pre všetkých dôchodcov
2. pilier	DC systém - nejasný výsledok nasporenej sumy kvôli výnosom aktív, približne 61%* z prvopilieristov	DC/DB systém - záleží od zamestnávateľa, aký typ financovania plánov zvolí, až 90% obyvateľov Holandska
1*	2.5% / 58.6% / 11.2% / 23.5% / 4.2%	44.1% / 51.1% / 3.2% / - / 1.6%
2*	65.1%	80.2%
3*	64 rokov (strop)	66 rokov 4 mesiace
4*	7.3% HDP	5.2% HDP
5*	20.6% / 63.1% / 16.3%	21.8% / 58.8% / 19.3%
6*	17. miesto (44. / 11. / 28.)	7. miesto (39. / 30. / 2.)

Tabuľka 9: Porovnanie dôchodkových systémoch Slovenska a Holandska

*odhadnuté z pôvodných poskytnutých dát (z roku 2019 pre ročníky 1958-2003), ktoré sú bližšie vysvetlené v kapitole 3

1* alokácia aktív v penzijných fondoch (2018) (akcie / pokladničné poukážky a dlhopisy / hotovosť a vklady / kolektívne investičné schémy / iné) [16]
2* čistá miera náhrady mzdy (2018), priemer OECD - 58.6% [15]
3* dôchodkový vek (2021) [18], [7]
4* vládne výdavky na štátne dôchodky (2019), priemer OECD - 7.7% HDP [15]
5* rozdelenie populácie podľa vekových skupín (2019) (0-14 / 20-64 / 65+) [24]
6* Allianz Pension Index (API) 2020 (postupne podľa subindexoch zohľadňujúce: finančnú a demografickú situáciu / udržateľnosť / primeranosť), pre viac viď kapitolu 1 [3]

3 Model prognózy dôchodkov

V kapitole 1 sa môžeme dočítať o dôchodkovom systéme na Slovensku. V ďalších kapitolách by sme sa chceli venovať aktuálnemu systému, jeho navrhnutej zmene, následnej aplikácií a porovnanie so súčasným dôchodkovým systémom v našej krajine.

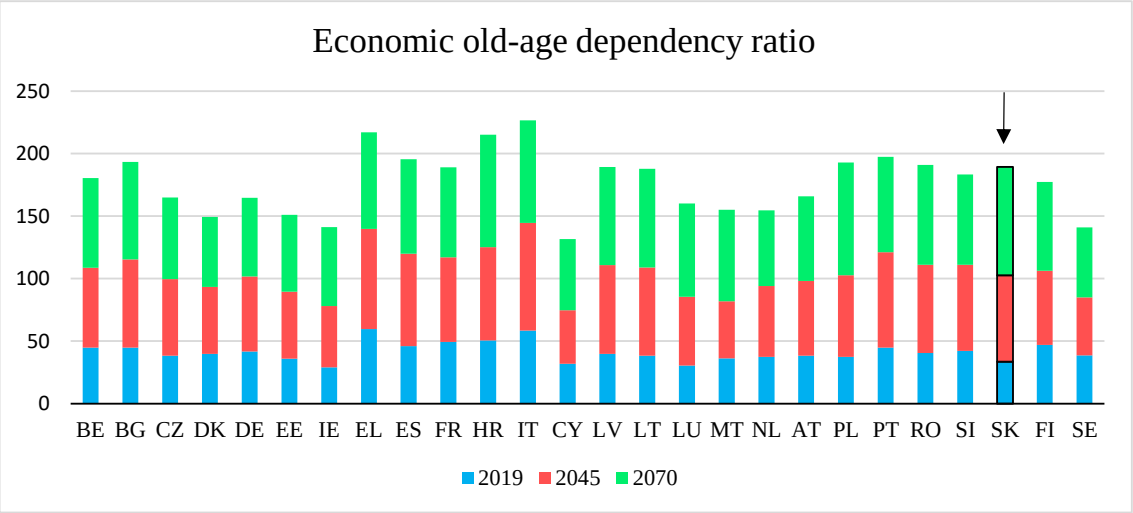
Pomocou programovacieho prostredia *MATLAB* si naprogramujeme súčasný dôchodkový systém. Konkrétne sa budeme zaoberať prvými dvoma piliermi (1. a 2. pilierom), ktoré spolu tvoria základný systém dôchodkového zabezpečenia. Budeme vychádzať zo súčasných dát, nastavení a najnovších zákonov týkajúcich sa dôchodkov, ktoré sú momentálne v platnosti. Hlavnými zdrojmi informácií, ktoré sú potrebné pri modelovaní prognózy dôchodkov, sú [18] a [13].

V poslednej dobe má negatívna demografická situácia veľký dopad na dôchodkové systémy rôznych krajín. Neustálym zlepšovaním zdravotníctva sa ľudia dožívajú čoraz vyššieho veku, čo ma za následok vysoký podiel poproduktívneho obyvateľstva v systéme. Naopak, počet narodených deti sa rokmi znižuje. Tým, že sa rodí málo detí a ľudia žijú dlhšie, sa zvyšuje počet dôchodcov a znižuje počet pracujúcich, ktorí platia z ich odvodov dôchodky. Kvôli týmto dvom negatívne vplývajúcim faktorom sa dôchodkový systém postupne dostáva do deficitu.

V minulosti bol vždy prebytok počtu detí (pod 15 rokov) ku seniorom (nad 65 rokov). V súčasnosti je tento pomer vyrovnaný, no v budúcnosti sa pomer obráti a bude prevaha dôchodcov, kde sa predpovedá že do roku 2060 na 100 detí bude pripadať až 220 dôchodcov. V roku 2060 sa predvída až 2.2-násobné zvýšenie indexu starnutia [9].

Taktiež pomer počtu osôb v produktívnom veku ku počtu osôb v poproduktívnom veku sa každým rokom bude zhoršovať (znižovať). Kým v roku 2018 na jedného dôchodcu pripadalo 3.2 pracujúcich, predpoveď na rok 2070 znie, že na jedného dôchodcu pripadne 1.5 pracujúceho [12]. Ukazovateľ určujúci pomer medzi neaktívnym obyvateľstvom (65+ rokov) ku zamestnaným (20 - 64 rokov) sa v literatúre [24] označuje ako *economic old dependance ratio*.

Nasledujúci obrázok (Obr. 1) nám ukazuje daný ukazovateľ v rámci krajín Európskej únie:



Obr. 1: Economic old dependency ratio

Zdroj: [24], vlastné spracovanie

Vyššie spomínané fakty a predikcie spôsobujú neudržateľnosť dôchodkových systémov nielen na Slovensku, ale i vo svete. Pre zvýšenie dlhodobej udržateľnosti, transparentnosti a zefektívnenie dôchodkového sporenia bude treba pre mnohé krajiny urobiť dôchodkové reformy. Z [23] je možné sa informovať o niekoľkých odporúčaniach na zmenu v slovenskom dôchodkom systéme.

3.1 Dáta sporiteľov z 1. a 2. piliera

Na predikciu vývoja dôchodkov je potrebné najprv predikovať ako sa bude meniť populácia v budúcnosti. Potrebné informácie čerpáme zo stránky Sociálnej poisťovne [18]. Údaje o vekovej štruktúre poistencov a sporiteľov v 2. pilieri máme z Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a.s.. Je potrebné taktiež využiť *Úmrtnostné tabuľky*, odkiaľ si zoberieme dáta vekovej štruktúry obyvateľstva a pravdepodobnosti úmrtia pre jednotlivé veky, ktoré následne využijeme pri predikcii už spomínaných sporiteľov v 1. i v 2. pilieri. Z databázy Štatistického úradu Slovenskej republiky používame dáta *Vekové zloženie obyvateľstva SR podľa pohlavia a veku* [21] z roku 2019. Keďže za nultý rok berieme rok 2020, bolo potrebné dané dáta prenásobiť pravdepodobnosťami úmrtia (respektíve pravdepodobnosťami dožitia), ktoré sme zobrali z dát *Úmrtnostné tabuľky* z roku 2019 [25].

Na začiatok si vekovú štruktúru obyvateľstva preškálujeme (prenásobíme) faktorom - sumárnym kumulatívnym priemerom (vzorec (6)) z dát o poistencoch. Týmto preškálovaním získame nultý (počiatočný) stav **poistencov v 1. pilieri**, ktorý zodpovedá reálnym dátam.

Sporiteľov v 2. pilieri získame taktiež za pomoci sumárneho kumulatívneho priemeru (vzorec (7)) ale vypočítaného z dát o sporiteľoch v 2. pilieri. To znamená, že počiatočnú tabuľku **sporiteľov v 2. pilieri** dostaneme ako tabuľku poistenci v 1. pilieri preškálovanú spomínaným faktorom.

Pre lepšiu predstavu pridávame nasledovné vzorce, ktoré zobrazujú, ako sa v jednotlivých pilieroch počíta sumárny kumulatívny priemer:

$$\mathbf{faktor_1} = \frac{\sum_{i=vstup_na_trh_prace}^{end*} poistenci_v_1_pilieri_i^{t=0**}}{\sum_{i=vstup_na_trh_prace}^{end*} vekova_struktura_i^{t=0**}} \tag{6}$$

$$\mathbf{faktor_2} = \frac{\sum_{i=vstup_na_trh_prace}^{end*} sporitelia_v_2_pilieri_i^{t=0**}}{\sum_{i=vstup_na_trh_prace}^{end*} poistenci_v_1_pilieri_i^{t=0**}} \tag{7}$$

* end je vek najstaršieho sporiteľa zo vstupných dát ** t=0 znamená počiatočný stav (nultý rok)

Po zadefinovaní začiatočných tabuliek môžeme následne poistencov v 1. pilieri vo veku i a v čase t modelovať ako:

$$\mathbf{poistenci_v_1_pilieri_{i+1}^{t+1}} = poistenci_v_1_pilieri_i^t \times (1 - pp_umrtia_i) \tag{8}$$

Pri poistencoch v 2. pilieri potrebujeme aj samostatne namodelovať *narast_sporitelov_do_2_piliera* v budúcnosti. Konkrétne modelujeme tak, aby populačný ročník v čase dovŕšenia veku *limit_2_pilier* rokov bol na 90% v 2. pilieri. Na základe aktuálneho zákona o možnom vstupe do 2. piliera - vekovej hranici, *narast_sporitelov_do_2_piliera* pripočítavame len ku osobám mladším ako táto veková hranica. Na Slovensku je momentálne nastavená na vek 35 rokov.

Sporiteľov v 2. pilieri je preto možné predikovať:

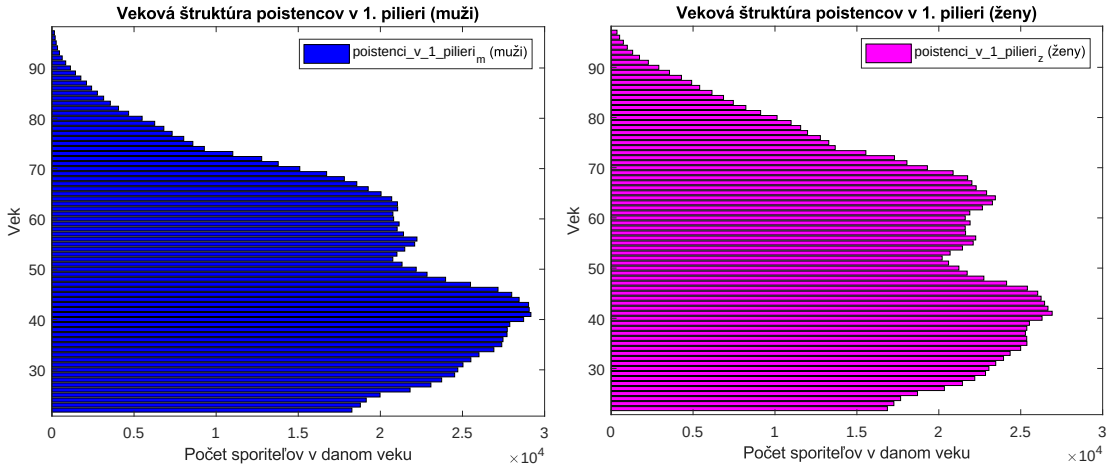
$$\mathbf{sporitelia_v_2_pilieri_{i+1}^{t+1}} = sporitelia_v_2_pilieri_i^t \times (1 - pp_umrtia_i)$$

$$+narast_sporitelov_do_2_piliera_i, \text{ pre } i \leq limit_2_pilier$$

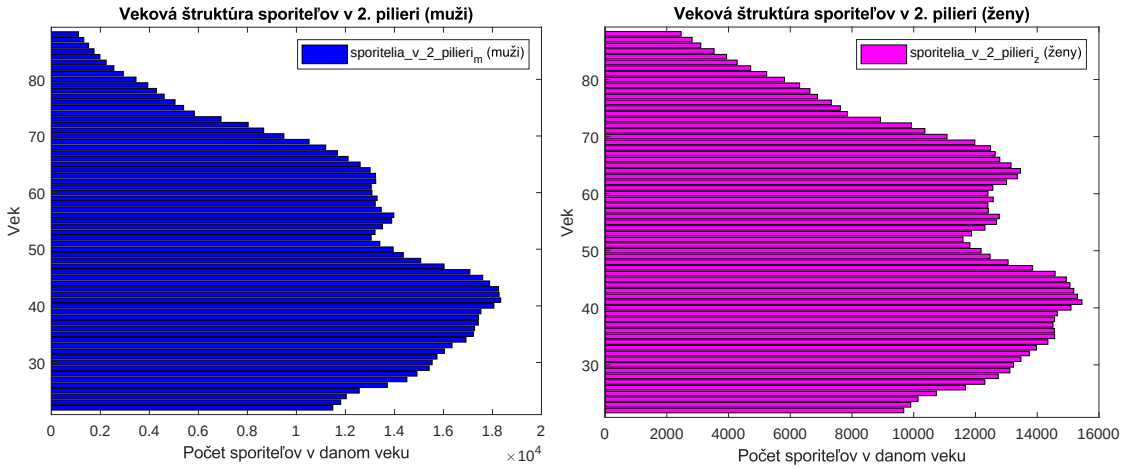
$$\mathbf{sporitelia_v_2_pilieri_{i+1}^{t+1}} = sporitelia_v_2_pilieri_i^t \times (1 - pp_umrtia_i),$$

$$\text{pre } i > limit_2_pilier \tag{9}$$

Na obrázkoch (Obr. 2, Obr. 3) sú zobrazené počty poistencov v 1. pilieri (muži, ženy) a sporiteľov v 2. pilieri (muži, ženy) v nultom roku.



Obr. 2: Veková štruktúra poistencov v 1. pilieri (muži - ženy)



Obr. 3: Veková štruktúra sporiteľov v 2. pilieri (muži - ženy)

Ako je možné si všimnúť, na obrázku (Obr. 2) máme počiatočný stav počtu poistencov v 1. pilieri pre vek v hranici od nami zvolenom veku *vstup_na_trh_prace* (22) po 97. Hornú hranicu nastavujeme na číslo 97 preto, lebo v počiatočnej tabuľke máme najstaršieho poistenca v 1. pilieri v danom veku.

Na obrázku (Obr.3) je zase rozmedzie nastavené od *vstup_na_trh_prace* (22) po 88, čo je analogicky vek najstaršieho sporiteľa v 2. pilieri. z dát.

Keďže vychádzame zo spomínaných dát o poistencoch a sporiteľoch v 2. pilieri, parametru *vstup_na_trh_prace* môžeme dať najnižšiu hodnotu 16, pretože pri 1. tabuľke je najnižší vek 15 a pri 2. tabuľke zase 16.

Zo vzorca (vzorec (9)) je možné vidieť, ako sa výpočet počtu sporiteľov v 2. pilieri mení porovnaním s parametrom *limit_2_pilier*. Logicky sa táto zmena dá vysvetliť tým, že do dovŕšenia spomenutej vekovej hranice nám do 2. piliera môžu nejakí ľudia ešte postupne vstupovať. Naopak, keď už máme v systéme poistencov starších ako *limit_2_pilier*, tí nám len časom starnú a postupne vymierajú a zároveň už nemôže vstúpiť nikto.

Pre presnejšie modelovanie, rozlišovaním dôchodkového veku u mužov a u žien, si sporiteľov rozdelíme do dvoch skupín a to na mužov a na ženy. Premenné ako *predpoved*, *vstup_na_trh_prace*, *limit_2_pilier*, *priemerna_mzda*, *priemerny_dochodok* a ďalšie iné parametrizujeme, aby sme ich v ďalších častiach diplomovej práce mohli meniť. Na začiatok si zvolíme aj vstup *dochodkovy_vek_m/z*, ktorý bude závislý od roku prognózy, čiže sa bude každým rokom meniť. Posúvať sa bude o fixnú konštantu *posun_doch_vek_m/z* a ohraničený bude vekom 67.

3.2 Predpoklady modelu

Ako zjednodušený predpoklad neberieme do úvahy emigráciu či migráciu sporiteľov, čiže ak niekto pracoval v zahraničí a vrátil by sa počas svojej pracovnej kariéry na Slovensko, tak takíto ľudia sa v našom modeli zanedbávajú. Sporitelia len starnú (vzorec (8)) a každým rokom pribúdajú na trh práce noví vo vopred stanovenom veku *vstup_na_trh_prace*.

Medzi ďalšie predpoklady, ktoré v našom modeli využívame, patria:

- konštantná pôrodnosť pre každý rok predpovede (v našom prípade používame pre pôrodnosť dáta z roku 2019 - pre mužov 29,824 a pre ženy 28,330),
- konštantný počet poistencov vstupujúcich na trh práce vo veku *vstup_na_trh_prace* pre každý ďalší rok predpovede, kedy nemáme už údaje z dát *Vekové zloženie obyvateľstva SR podľa pohlavia a veku* (rovnakým spôsobom pre mužov a pre ženy),

čiže potom, ako nám zostarne posledná kohorta ľudí v 0. čase vo veku 0, tak už používame daný predpoklad

- pravdepodobnosť úmrtia / dožitia sa nebude meniť - to znamená, že sú konštantné z roka na rok, čiže stále osoba vo veku i rokov zomrie s rovnakou pravdepodobnosťou aj do budúcna,
- maximálny vek dôchodcu je 99 rokov - čiže nikto sa nedožije svojich 100. narodenín,
- *dochodkovy_vek_m/z* sa posúva každý rok o konštantný parameter *posun_doch_vek_m/z*,
- všetci poistenci pracujú za rovnakú mzdu - bez ohľadu na vek a pohlavie,
- konštantná *miera_nezamestnanosti_m/z* pre každý rok predpovede,
- konštantná miera nárastu mzdy pre každý rok predpovede,
- všetci dôchodcovia dostanú pri dovŕšení dôchodkového veku rovnakú dôchodkovú dávku - bez ohľadu na pohlavie,
- všetci poistenci pôjdu v dôchodkovom veku do dôchodku (maximálne v 67. roku života),
- konštantná miera valorizácie priznaných dôchodkov pre každý rok predpovede.

3.3 Model vývoja populácie v čase

Podľa predchádzajúcich predpokladov a vzorcov (vzorec (8) a (9)) vieme vytvoriť model charakterizujúci stacionárny vývoj populácie do budúcnosti až na *predpoved* (počet rokov prognózy) rokov. Jedným z výstupom nášho modelovania sú matice zobrazujúce vývin počtu obyvateľstva do budúcnosti.

Prognóza vývinu sporiteľov (muži) v 2. pilieri

Rok predpovede

Vek sporiteľa	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
22	11484	11161	10969	10608	10176	10148	10476	10770	10774	10749	11050
23	11808	11851	11491	11271	10881	10422	10379	10702	10991	10984	10949
24	12032	12218	12218	11822	11574	11155	10669	10611	10929	11212	11194
25	12562	12491	12629	12586	12154	11878	11430	10917	10844	11156	11433
26	13711	13091	12951	13041	12955	12486	12182	11706	11165	11078	11384
27	14508	14353	13618	13409	13452	13322	12817	12485	11980	11412	11310
28	14921	15272	14992	14143	13864	13860	13688	13146	12786	12252	11658
29	15418	15820	16034	15630	14668	14319	14268	14052	13474	13087	12524
30	15538	16506	16719	16796	16268	15191	14773	14675	14416	13802	13387
31	15736	16857	17592	17617	17557	16904	15714	15227	15081	14779	14129
32	16038	17410	18173	18675	18511	18314	17538	16235	15678	15486	15141
33	16350	18318	19079	19485	19755	19403	19069	18169	16753	16127	15888
34	16919	19849	20594	20746	20795	20833	20292	19822	18799	17269	16575
35	17222	24189	23342	22866	22409	22102	21908	21179	20573	19426	17784
36	17269	17198	24155	23309	22834	22377	22071	21877	21150	20544	19399
37	17423	17243	17172	24119	23274	22800	22344	22038	21844	21118	20513

22-ročný v 0. roku
22-ročný v 1. roku
22-ročný v 2. roku
23-ročný v 0. roku
24-ročný v 0. roku
25-ročný v 0. roku

Obr. 4: Prognóza vývinu sporiteľov (muži) v 2. pilieri (**P1**)

Pre lepšiu vizualizáciu je rozumné matice ukladať do *Excelu*. Pre názornú ukážku pridávame maticu prognózy sporiteľov (muži) v 2. pilieri (Obr. 4) s nasledovnými parametrami **P1**:

- $predpoved = 43$ (zobrazujeme len prognózu na prvých 10 rokov),
- $vstup_na_trh_prace = 22$ (parameter ≥ 16),
- $limit_2_pilier = 35$ (momentálna situácia na Slovensku),
- $dochodkovy_vek_m/z = 63$ (pričom $posun_doch_vek_m/z = 0$).

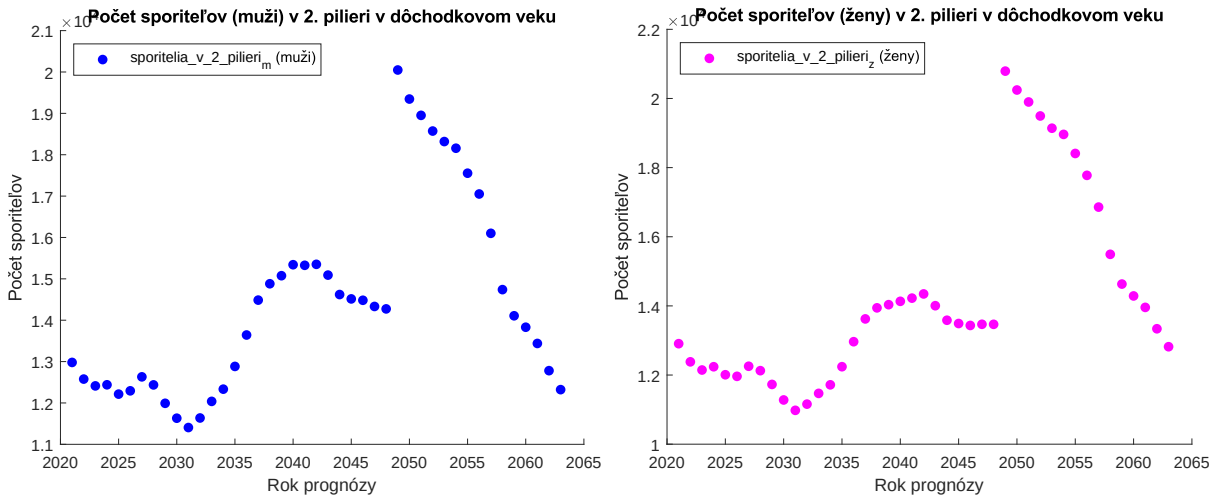
Na obrázku Obr. 4 sú v legende popísané diagonály reprezentujúce vývin daného populačného ročníka v čase až po *predpoved* vek. Pre názornosť zobrazujeme len prognózu na prvých 10 rokov. Ako je možné si všimnúť, diagonály vyznačené oranžovou farbou nám popisujú vývoj *vstup_na_trh_prace* (22)-ročných sporiteľov v 2. pilieri, ktorí nadobudli daný vek v roku *predpoved*-e. Napríklad najtmavší odtieň oranžovej (hlavná diagonála) nám hovorí o vývoji 22-ročných sporiteľov v 2. pilieri v čase - 1. bunka, aký bol ich počet

v začiatočnej fáze, 2. bunka označuje tých istých sporiteľov, ale už vo veku 23 rokov plus sporiteľov, ktorí vstúpili tiež vo veku 23 rokov do 2. piliera v 1. roku predpovede. V ďalších diagonálach vo (svetlejších) odtieňov oranžovej sú vývyny počtu sporiteľov v 2. pilieri vo veku *vstup_na_trh_prace*.

Zelené diagonály nám určujú vývoj počtu sporiteľov v 2. pilieri pre staršie populačné ročníky (pre 23-, 24- a 25-ročných). Riadok modrej farby nám určuje parameter *limit_2_pilier*, ktorý určuje hranicu, dokedy je možné vstúpiť do 2. piliera. Čierne prerušované obdĺžniky nám vystihujú vlastnosť - po modrú hranicu nám počty na diagonálach rastú a pod modrou hranicou je možné na jednotlivých diagonálach vidieť pokles počtov sporiteľov v 2. pilieri.

Analogicky by vyzeral aj popis obrázku prognózy vývinu sporiteľov (ženy) v 2. pilieri. Pri obrázkoch prognózy vývinu poistencov (muži/ženy) v 1. pilieri by sme nemali hranicu vstupu do 2. piliera, čiže kohorty ľudí by postupne len starli či vymierali, čiže počet poistencov v 1. pilieri by na jednotlivých diagonálach v čase len klesal.

Nasledujúci výstup nášho programu (Obr.5) zobrazuje obdobie sporenia (v rokoch) v 2. pilieri pre sporiteľov (mužov a ženy) z tohto piliera v čase dovŕšenia dôchodkového veku. Pre účely krátenia dôchodku z 1. piliera je vhodné si dané počty ukladať.



Obr. 5: Počet sporiteľov (muži - ženy) v 2. pilieri v dôchodkovom veku (**P1**)

Na obrázku Obr. 5 je možné vidieť nepriehliadnuteľné skoky. U mužov, kde *dochodkovy_vek_m* = 63, ide o rozdiel medzi 2048. a 2049. rokom alebo inak povedané

medzi 28. a 29. rokom predikcie. Pri ženách, kde *dochodkovy_vek_z* = 63, je to tiež medzi 2048. a 2049. rokom alebo inak medzi 28. a 29. rokom predikcie.

Táto výchylka je spôsobená predpokladom modelu, ktorý hovorí o tom, aby populačný ročník v čase dovŕšenia veku *limit_2_pilier* (my sme mali = 35) rokov bol na 90% v 2. pilieri. 90% v zmysle, že počet sporiteľov v 2. pilieri je rovný 90% počtu poistencov z 1. piliera. Je dobré poznamenať, že pri oboch pohlaviach sme *posun_doch_vek_m/z* nastavili na 0, čiže dôchodkový vek v každom roku predpovede je rovnaký.

Najväčší skok medzi spomínanými rokmi je práve preto medzi týmito rokmi, lebo najväčší rozdiel je v 1. roku prognózy, kedy sa celý nárast poistencov pripočíta k veku *limit_2_pilier* rokov, aby sa splnila podmienka o 90%. Pre ostatné roky (smerom nahor) platí, že čím je dlhšie obdobie do dovŕšenia veku *limit_2_pilier* rokov, tým menší je nárast sporiteľov do 2. piliera medzi rokmi, lebo si vieme celkový nárast poistencov rozdeliť na dlhšie obdobie.

V tabuľkách (Obr. 6) máme časti tabuliek (výstupov) pri už spomínaných parametroch **P1**. V sivých riadkoch sú vyčíslené roky prognózy, kde za nultý rok sa berie rok 2020. V modrých riadkoch je možné vidieť počty sporiteľov v 2. pilieri (pre mužov i ženy) v dôchodkovom veku. Na týchto riadkoch sú dobre viditeľné veľké rozdiely, ktoré sú vykreslené na obrázkoch Obr.5.

Sporitelia v 2. pilieri (muži)

Rok prognózy

Vek sporiteľa	2047	2048	2049	2050	2051
	27	28	29	30	31
60	20390	19975	19575	19307	19137
61	20808	20079	19670	19277	19013
62	14555	20444	19728	19326	18939
63	14333	14274	20048	19346	18952

Sporitelia v 2. pilieri (ženy)

Rok prognózy

Vek sporiteľa	2047	2048	2049	2050	2051
	27	28	29	30	31
60	20676	20322	19909	19547	19364
61	21097	20542	20191	19780	19421
62	13570	20950	20399	20050	19642
63	13468	13467	20791	20245	19898

Obr. 6: Sporitelia v 2. pilieri (muži - ženy) (**P1**)

V prvej tabuľke (Obr. 6) v modrom riadku hodnota 14,274 prislúcha počtu sporiteľov v 2. pilieri, ktorí v 0. roku (v roku 2020) mali 35 rokov. Ďalšie číslo 20,048 je tiež počet sporiteľov v 2. pilieri, ktorí v 0. roku mali ale 34 rokov. V druhej tabuľke sa čísla - počty sporiteľov v 2. pilieri dajú interpretovať analogicky.

V prípade zvyšujúceho sa dôchodkového veku (*posun_doch_vek_m/z* > 0) sme

pre určovanie počtu poistencov v 1. pilieri a sporiteľov v 2. pilieri a zároveň pre celočíselnosť indexov v $MATLAB$-e pracovali s hodnotami indexov nasledovne:

- ak $[dochodkovy_vek_m/z < floor^*(dochodkovy_vek_m/z) + 0.5]$
  $\Rightarrow dochodkovy_vek_m/z = floor^*(dochodkovy_vek_m/z)$,

- inak ak $[dochodkovy_vek_m/z \geq floor^*(dochodkovy_vek_m/z) + 0.5]$
  $\Rightarrow dochodkovy_vek_m/z = ceil^{**}(dochodkovy_vek_m/z)$.

* zaokrúhľovanie nadol ** zaokrúhľovanie nahor

3.4 Model vývinu príjmov Sociálnej poisťovne v čase

Poistné na starobné poistenie

V našej práci sme odvody poistencov v 1. pilieri a sporiteľov v 2. pilieri do Sociálnej poisťovne zobrali také, aké momentálne sú respektíve budú do budúcna na Slovensku. Začíname od sadzieb 12.75% do 1. piliera a 5.25% do 2. piliera pre sporiteľov v 2. pilieri, ktoré korešpondujú roku 2021 - čo je 1. rok prognózy vývinu. Každým rokom prognózy sa pre účastníkov v 2. pilieri bude sadzba do 2. piliera zvyšovať o 0.25%, až v 4. roku prognózy (v roku 2024) dosiahne 6%.

Naopak, sadzbu do 1. piliera pre zadaných sporiteľov každoročne znižujeme, až v 4. roku prognózy bude na úrovni 12%. Pre ďalšie roky predikcie nechávame pomer sadzieb do jednotlivých pilierov rovnaký ako v roku 2024. Konkrétne sú tieto postupne upravované výšky odvodov vyčíslené v tabuľke Tabuľka 3. Pre poistencov v 1. pilieri ostáva sadzba do 1. piliera rovnaká na úrovni 18% po celé predikované obdobie.

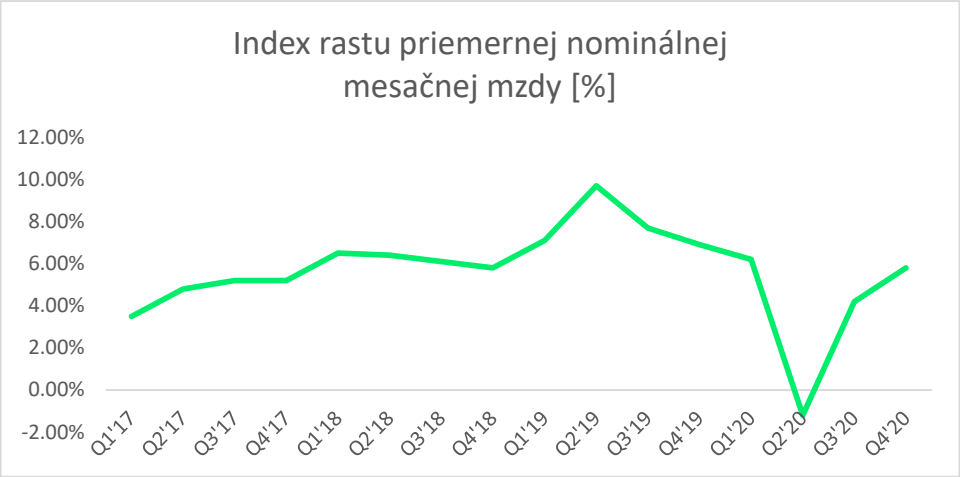
Nominálna mzda a nárast nominálnej mzdy

Čo sa týka miezd prispievateľov, použili sme predpoklad o rovnakej priemernej nominálnej mzde, čo je priemerná hrubá mzda bez akýchkoľvek zrážok pre každého. Nezáležiac od pohlavia či od veku sme zvolili v 0. roku za mzdu priemernú nominálnu mesačnú mzdu vypočítanú za kvartály roku 2020. Táto priemerná mzda pre rok 2020 činila 1,133 € [22].

Na obrázku Obr. 7 je prehľad indexu rastu nominálnej mesačnej mzdy zamestnanca v hospodárstve Slovenskej republiky po kvartáloch v rokoch 2017 až 2020. Za parameter $narast_mzdy$ sme si zobrali priemer indexu rastu nominálnej mzdy, ktorý nám z daných

hodnôt vyšiel 5.62%. Priemernú nominálnu mesačnú mzdu pre rok $t+1$ sme modelovali nasledovným rekurentným vzorcom:

$$priemerna_mzda^{t+1} = priemerna_mzda^{t} \times narast_mzdy \tag{10}$$



Obr. 7: Index rastu priemernej nominálnej mesačnej mzdy [%]

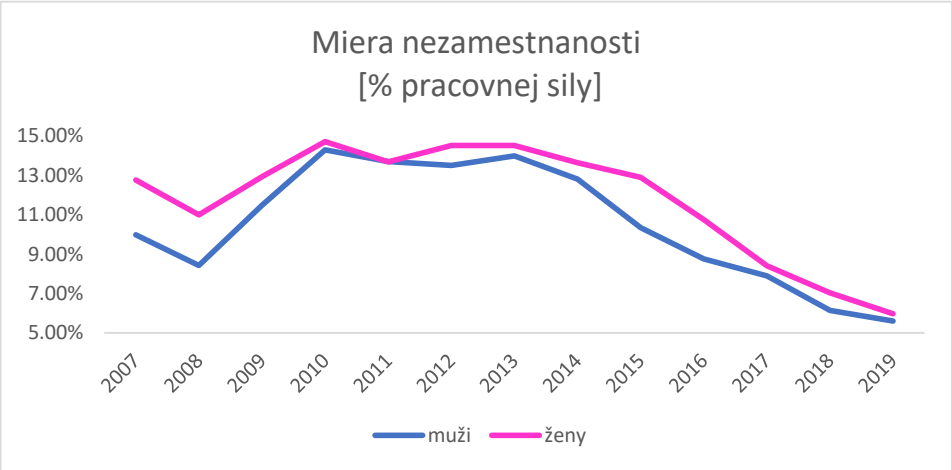
Nezamestnanosť

Miera nezamestnanosti je v percentách definovaná ako pomer počtu nezamestnaných ku ekonomicky aktívnemu obyvateľstvu (pracovnej sile). Ku nezamestnaným sa zaradzujú ľudia v produktívnom veku, ktorí sú bez práce a podnikli potrebné kroky na jej nájdenie. Pracovná sila je definovaná ako celkový počet nezamestnaných ľudí plus tí, ktorí sú zamestnaní.

Miera nezamestnanosti je jedným z ekonomických ukazovateľov, ktorá sa používa na porovnávanie trhu práce v jednotlivých krajinách. Podľa Eurostatu [14] je jednotné uplatňovanie definície medzinárodne porovnateľnejšie, ako odhady založené na národných definíciách nezamestnanosti. Nasledujúci obrázok (Obr. 8) znázorňuje mieru nezamestnanosti na Slovensku (samostatne pre mužov i ženy).

Považujeme za vhodné zobrať do úvahy údaje od roku 2007, kedy od roku 2008 na Slovensku začala veľká finančná kríza, ktorá spôsobila v neskorších rokoch aj nárast nezamestnanosti. Keďže od roku 2020 čelíme koronakríze, ktorá negatívne ovplyvňuje mieru nezamestnanosti, za parametre $miera_nezamestnanosti_m$ a $miera_nezamestnanosti_z$ sme zobrali priemery hodnôt miery nezamestnanosti za obdobie 2007 - 2019 (viď Obr. 8).

Počas celého predikovaného obdobia sme pre mužov nastavili konštantnú hodnotu *miera_nezamestnanosti_m* na 10.53% a pre ženy *miera_nezamestnanosti_z* na 11.76%.



Obr. 8: Miera nezamestnanosti [% pracovnej sily]

Počet prispievateľov

Keďže každý človek vstupuje na trh práce v inom veku, je diskutabilné jednoznačne určiť túto hranicu medzi predproduktívnym a produktívnym vekom. Rovnako ako v [10] sme pre následné analýzy priradili parametru *vstup_na_trh_prace* hodnotu 22. Ak by sme potrebovali modelovať s inou hodnotou, je možné si *vstup_na_trh_prace* zadefinovať inak.

Poproduktívny vek je vek, v ktorom už väčšina obyvateľstva nie je ekonomicky aktívna. Z čoho nám dáva zmysel si hranicu medzi produktívnym a poproduktívnym vekom nastaviť na vek *dochodkovy_vek_m/z*. V prípade, ak $posun_doch_vek_m/z > 0$, tak každoročne sa bude zvyšovať *dochodkovy_vek_m/z*, a tým sa bude zvyšovať aj počet prispievajúcich do dôchodkového systému. Tým pádom si celkový počet sporiteľov v danom roku prognózy definujeme ako súčet sporiteľov od veku *vstup_na_trh_prace* po $dochodkovy_vek_m/z - 1$, lebo od *dochodkovy_vek_m/z* sa zaradzujú ku poproduktívnym.

Príjmy Sociálnej poisťovne

Príjmy Sociálnej poisťovne za 1. rok prognózy vyčísľujeme nasledovne:

Zoberieme počet prvopilieristov (muži) a vynásobíme ich (1 - *miera_nezamestnanosti_m*), povinným odvodom do 1. piliera (18% pre celé obdobie predpovede) a priemernou mzdou v danom roku prognózy. Následne výsledok sčítame s počtom druhopilierostov (muži) vynásobeným (1 - *miera_nezamestnanosti_m*), odvodom do 2. piliera (zvyšujúcim sa do roku 2024) a taktiež priemernou mzdou v danom roku predpovede. Ako výstup dostaneme objem príjmov získaných len od mužov, pričom analogickým postupom je potrebné vypočítať príjmy od žien a následne ich sčítať dohromady.

3.5 Model vývinu výdavkov Sociálnej poisťovne v čase

Podľa oficiálnej stránky [18] Sociálna poisťovňa vypláca starobné dôchodky a predčasné starobné dôchodky. V našom modeli predpokladáme, že žiaden dôchodca neodíde do predčasného dôchodku, čiže starobné dôchodky sa začnú vyplácať až od momentu dovŕšenia dôchodkového veku.

Na začiatok je dobré si uvedomiť, že existujú 2 druhy dôchodkov:

- 1. **novopriznané dôchodky** - vyplácajú sa poistencovi v roku priznania dôchodku (v našom prípade pri dovŕšení dôchodkového veku),
- 2. **valorizované dôchodky** - vyplácajú sa poberateľovi v ďalších nasledujúcich rokoch od priznania dôchodku.

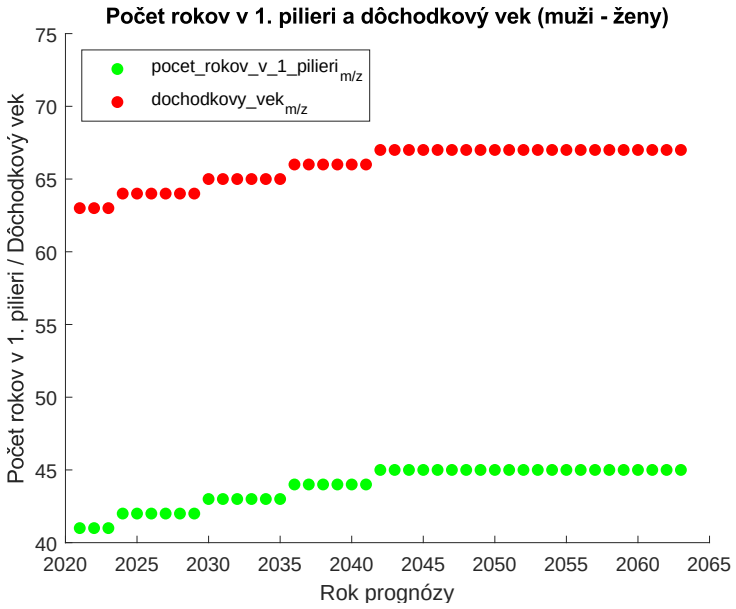
Napríklad ak poistenec dosiahne dôchodkový vek v roku 2042, v tomto roku sa mu na základe vzorca (1) vyráta novopriznaný dôchodok a v ďalších rokoch (2043, 2044, ...) sa mu už bude daný dôchodok zvyšovať o dôchodcovskú infláciu, čiže už bude dostávať valorizovaný dôchodok.

Počet rokov v 1. pilieri

Pre poistencov v 1. pilieri a sporiteľov v 2. pilieri potrebujeme vedieť na prognózu výdavkov Sociálnej poisťovne počet rokov obdobia dôchodkového poistenia. Keďže v našej práci pracujeme s predpokladom, že každý jeden poistenec vstúpil na trh práce vo veku *vstup_na_trh_prace*, počet rokov v 1. pilieri sme pre nových dôchodcov vypočítali na-

sledovne:

$$pocet_rokov_v_1_pilieri_m/z = dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace \tag{11}$$



Obr. 9: Počet rokov v 1. pilieri a dôchodkový vek (muži - ženy) (**P2**)

Pri stanovených predpokladoch **P2** (viď nižšie) nám obrázok Obr. 9 ukazuje obdobie dôchodkového poistenia a dôchodkový vek pre každý rok prognózy. Keďže sme stanovili dôchodkový vek rovnaký pre mužov i ženy, tak aj počet rokov v 1. pilieri je rovnaký pre obe pohlavia. Rozdiel medzi obomi krivkami je len posun o konštantu *vstup_na_trh_prace*, čo je zreteľne vidno i zo vzorca (11). Z obrázku Obr. 9 sa grafy javia ako schodové, čo spôsobuje zaokrúhľovanie dôchodkového veku.

Pre účely krátenia dôchodkov z 1. piliera pre sporiteľov z 2. piliera potrebujeme mať vypočítaný počet rokov účasti na tomto pilieri, a z toho vyplývajúc sa vypočítava pre každý rok prognózy pomer krátenia starobného dôchodku.

Počet rokov v 2. pilieri

V našom modeli sme pre *vstup_na_trh_prace*-ročných sporiteľov za obdobie účasti v 2. pilieri zobrali priemerný počet rokov. Ten sme získali tak, že sme si od veku *vstup_na_trh_prace* do veku *limit_2_pilier* najprv vypočítali rozdiely sporiteľov medzi

rokmi, čo sú prírastky sporiteľov. Výsledné hodnoty prírastkov sme vynásobili danými počtami rokov, ktoré sa dali jednoducho vyrátať ako rozdiel parametra *dochodkovy_vek_m/z* a daného veku sporiteľa. Túto sumu sme nakoniec vydelili celkovým prírastkom sporiteľov v 2. pilieri.

Z matematického hľadiska sa dá vyššie spomínaný priemerný počet rokov v 2. pilieri napísať ako vzťah:

$$priemerny_pocet_rokov_m/z = \frac{\sum_{i=1}^{lv} (lv - i + 1) \times prirastok_i}{\sum_{i=1}^{lv} prirastok_i} \ , \tag{12}$$

kde $lv = limit_2_pilier$ - $vstup_na_trh_prace$

$prirastok_i = sporitelia_v_2_pilieri_m/z_{i+1}^{t} - sporitelia_v_2_pilieri_m/z_{i+1}^{t+1}$

Pri zadaných parametroch (viď **P1**) nám pre sporiteľov vo veku 33 rokov a mladších (berieme v 0. roku) tento priemerný počet rokov vyšiel 35 rokov. Pre populačné ročníky, ktoré budú dosahovať *dochodkovy_vek_m/z* od 1. roku prognózy sa nastavil počet rokov účasti na 2. pilieri od 16 rokov. Je to preto, lebo sme použili predpoklad, že v roku 2005 všetci sporitelia z 1. piliera, ktorí v roku 2013 mali vek nad 35 rokov, vstúpili do 2. piliera. Inak povedané, prví sporitelia, ktorí sa dostanú do veku *dochodkovy_vek_m/z*, do 2. piliera vstúpili v roku 2005, kedy tento pilier vznikol, čiže v 1. roku prognózy (čo je v roku 2021) tam budú 16 rokov.

Pre ďalších sporiteľov, ktorí dosahujú *dochodkovy_vek_m/z* postupne v ďalších rokoch prognózy, budú tieto počty rokov v 2. pilieri od 17 smerom nahor až po 35 rokov - kedy sporitelia v roku 2005 boli 27-roční a zároveň v roku 2013 boli 35-roční. Tomuto bodu zlomu predchádza zákon z roku 2013 o tom, že od tohto roku môže do 2. dôchodkového piliera vstúpiť ten, kto má aspoň jedno dôchodkové poistenie bez ohľadu na dátum jeho vzniku a splní ešte ďalšiu podmienku – ku dňu podpisu zmluvy o starobnom dôchodkovom sporení nedovŕši 35 rokov [18].

Pre lepší náhľad je možné si v tabuľke (Obr. 10) pozrieť počty rokov v 2. pilieri pre dané populačné ročníky (sporiteľov - mužov), ktorých vek je zaznamenaný v 0. roku. Je dobré pripomenúť, že tabuľka sa viaže na parametre modelu **P1**.

Počet rokov v 2. pilieri (muži)

Vek v 0. roku	Počet rokov v 2. pilieri	Vek v 0. roku	Počet rokov v 2. pilieri
22	35	43	35
23	35	44	34
24	35	45	33
⋮	⋮	⋮	⋮
33	35	59	19
34	36	60	18
⋮	⋮	61	17
42	36	62	16

Obr. 10: Počet rokov v 2. pilieri (muži) (**P1**)

Pomer krátenia dôchodkov z 1. piliera pre sporiteľov v 2. pilieri

Aby sme mohli vypočítať krátené starobné dôchodky z 1. piliera pre sporiteľov z 2. piliera, je potrebné, aby sme okrem počtu rokov v 2. pilieri mali zadefinované aj pomery krátenia pre jednotlivé kohorty ľudí. Tieto koeficienty krátenia sú bližšie popísané v tabuľke Tabuľka 5 (viď podpodkapitola 1.2.1).

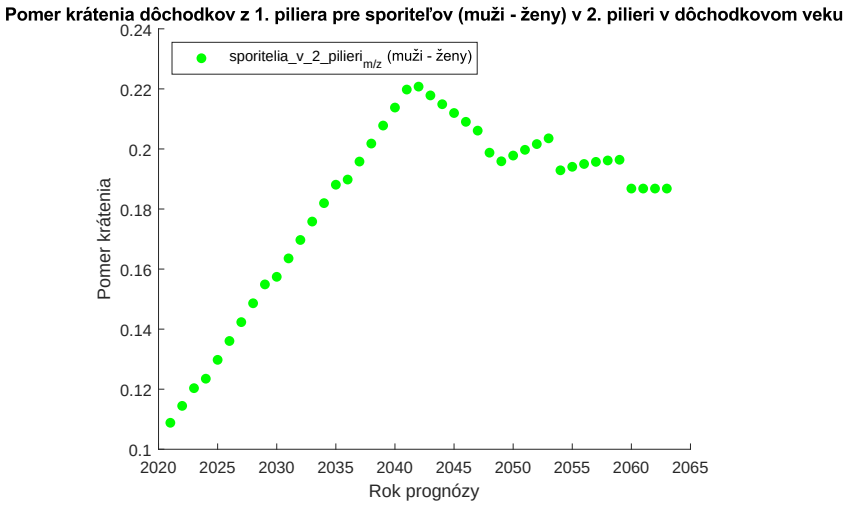
Výstup na obrázku (Obr. 11) sme získali z modelu prognózy na základe nasledujúcich parametrov **P2**:

- $predpoved = 43$,
- $vstup_na_trh_prace = 22$,
- $limit_2_pilier = 35$ (momentálna situácia na Slovensku),
- $dochodkovy_vek_m/z = 63$ (pričom $posun_doch_vek_m/z = 2$).

Ako príklad si zoberme rok 2042, kedy sporiteľ bol v 2. pilieri 37 rokov, keďže vstúpil doň v roku 2005, kedy daný pilier vznikol. Pomer krátenia dôchodku z 1. piliera pre danú osobu, ktorá dovŕši dôchodkový vek 66 rokov a 6 mesiacov v roku 2042 a platila odvody do Sociálnej poisťovne po dobu 45 rokov sa dá vyrátať ako:

$$\frac{7 \times \frac{36}{91} + 5 \times \frac{16}{91} + \sum_{i=17}^{23} \frac{i}{91} + 18 \times \frac{24}{91}}{45} \doteq 0.2208,$$

čomu zodpovedá bod [2042, 0.2208] na obrázku (Obr. 11).



Obr. 11: Pomer krátenia dôchodkov z 1. piliera pre sporiteľov (muži - ženy) v 2. pilieri v dôchodkovom veku (**P2**)

V našom modeli sme nielenže rozdelili poistencov do dvoch skupín (tých čo sú len v 1. pilieri a tých čo sú v 1. i v 2. pilieri), ale rovnako ako v realite sme rozlišovali medzi dôchodcami, ktorým sa vyplácajú novopriznané a ktorým valorizované dôchodky.

Novopriznané dôchodky

Na výpočet novopriznaného dôchodku z 1. piliera má výrazný vplyv hlavne dĺžka obdobia dôchodkového poistenia a získané príjmy počas pracovnej kariéry. V prípade sporiteľov v 2. pilieri je neodmysliteľnou súčasťou výpočtu taktiež pomer krátenia starobnej dávky z 1. piliera.

Pre pripomenutie sa opäť pozrieme na vzorec (1), ktorý slúži na výpočet dôchodkovej dávky zo Sociálnej poisťovne:

$$SD = POMB \times ODP \times ADH$$

Priemerný osobný mzdový bod ($POMB$) vyjadruje priemer osobných mzdových bodov za jednotlivé roky poistenia (viď vzorec (2)). Keďže každý poistenec počas svojej pracovnej kariéry dostáva rôznu výšku mzdy a odpracuje rozličný počet rokov oproti ostatným, bolo potrebné si pre ďalšie výpočty zaviesť nový predpoklad. Tento predpoklad je, že $POMB = 1$, čo znamená, že sporiteľ počas obdobia odvádzania odvodov do Sociálnej poisťovne dostával mzdu na úrovni priemernej mzdy.

Obdobie dôchodkového poistenia (ODP) máme v našom modeli zadefinované ako počet rokov v 1. pilieri (viď vzorec (11)). V realite sa vypočítava presne na dni, ktoré daný poistenec odpracoval, no my pre zjednodušenie modelu používame údaje v rokoch.

Aktuálna dôchodková hodnota (ADH) zabezpečuje pre poberateľa požadovanú úroveň náhrady príjmu dôchodkom. Každoročne sa zvyšuje na základe rastu priemernej mzdy za 3. kvartál predošlého roku. Aby sme v našom modeli taktiež zohľadnili každoročný nárast ADH, tak danú hodnotu meníme týmto rekurentným vzťahom nasledovne:

$$ADH^{t+1} = ADH^t \times (1 + narast_mzdy) \tag{13}$$

$$ADH^1 = 14.2107\,€ \text{ (pre 1. rok prognózy - 2021)}$$

Valorizované dôchodky

Keď sporiteľ dovŕši dôchodkový vek, má právo začať poberať zo Sociálnej poisťovne novopriznaný dôchodok. Pretože počas života dôchodcov dochádza k rastu spotrebných cien, pre udržanie kúpyschopnosti je dôležité valorizovať dôchodky. Od roku 2013 do 2017 sa výšky dôchodkov valorizovali o pevnú sumu a od roku 2018 sa začala uplatňovať dôchodcovská inflácia [6].

Momentálne (v roku 2021) sa dôchodky zvyšujú o 2.6% mesačnej dôchodkovej dávky, minimálne však o pevnú sumu 9.40 € [18].
V našom modeli postupujeme nasledovne:

$$\begin{aligned} &\text{ak } dochodok^t < 361.60\,€ \Rightarrow dochodok^{t+1} = dochodok^t + 9.40\,€, \\ &\text{inak ak } dochodok^t \geq 361.60\,€ \Rightarrow dochodok^{t+1} = dochodok^t \\ &\qquad\qquad + zaokruh^*(dochodok^t \times 0.026). \end{aligned} \tag{14}$$

* keďže vypočítané sumy zvýšení dôchodkov sa zaokrúhľujú na 10 eurocentov nahor,

použitím nami vytvorenej funkcie sme zaokrúhľovali rovnako

Pre lepšiu predstavu uvádzame príklad:

Príklad 5: Máme človeka, ktorý v roku 2020 poberal dôchodok vo výške 374 €. Od 1.1.2021 sa mu valorizáciou zvýši dôchodková dávka na 374 € + zaokruh(374 € ×0.026) = 374 € + zaokruh(9.724 €) = 374 € + 9.80 € = 383.80 €.

Za počiatočný stav sme si zobrali priemerný starobný dôchodok k 30.6.2020 [18]:

$$dochodok^0 = 484.94 € \text{ (pre 0. rok - 2020)}$$

Počet poberateľov

Keďže z predošlých rokov nemáme dáta o počte dôchodcov poberajúcich dôchodkovú dávku, počet poberateľov sme si zadefinovali z vekovej štruktúry obyvateľstva. To znamená, že sme za penzistov poberajúcich danú dávku v 1. roku prognózy zobrali ľudí vo veku od $dochodkovy_vek_m/z$ po 99, pričom 99 je z predpokladu modelu maximálny možný vek dôchodcu.

V ďalších rokoch prognózy sme kohorty dôchodcov prenásobením úmrtnostnou mierou pre daný vek posúvali v čase, čo spôsobilo, že nám menšia časť dôchodcov zomrela a väčšia časť zostarla o rok. Každý rok sme ľuďom, ktorí dovŕšili $dochodkovy_vek_m/z$ vyplácali novopriznané dôchodky a tým ostatným už valorizované.

Výdavky Sociálnej poisťovne

Podľa vzorca (14) a zadaného počiatočného stavu dôchodku sme každému staropenzistovi v 1. roku prognózy vyplácali mesačnú dôchodkovú dávku vo výške 497.64 €. Pre každý nasledujúci rok (2022, 2023, ...) sme konštantnou mierou valorizácie dôchodky zvyšovali.

Pre každý rok prognózy sme novopriznané dôchodky počítali pomocou vzorca (1) (viď vyššie). V $N-$tom roku prognózy sme sporiteľom, ktorí boli v $(N-1)-$tom roku prognózy novopenzistami, už dané dôchodky valorizovali o dôchodcovskú infláciu.

Pre lepšiu predstavu, ako sme počítali výdavky Sociálnej poisťovne na dôchodky, sme si zadefinovali parametre modelu **P3**:

- $predpoved = 70$,
- $vstup_na_trh_prace = 22$,
- $limit_2_pilier = 35$ (momentálna situácia na Slovensku),
- $dochodkovy_vek_m/z = 63$ (pričom $posun_doch_vek_m/z = 0$).

Postup na výpočet výdavkov na starobné dôchodkové dávky (pre mužov) pre 1. rok prognózy je (s parametrami **P3**) nasledovný:

- **1.** z vekovej štruktúry obyvateľstva (2021) sme si zobrali počet ľudí vo veku *dochodkovy_vek_m* očistených o druhopilieristov a vynásobili ho podľa vzorca (1) určeným novopriznaným dôchodkom $1 \times 41 \times 14.2107 = 582.6387$€.

- **2.** počet nových penzistov, ktorí boli v 2. pilieri, sme vynásobili novopriznaným kráteným dôchodkom $1 \times 41 \times 14.2107 \times (1 - 0.108818011257036) \doteq 519.2371$€.

- **3.** z vekovej štruktúry obyvateľstva (2021) sme si zobrali počet ľudí vo veku od $dochodkovy_vek_m + 1$ po 99 rokov a vynásobili priemerným dôchodkom $dochodok^1 = dochodok^0 \times (1 + 0.026) = 497.64$€.

Keďže sme v postupe popisovali výpočet výdavkov na dôchodky pre mužov, je potrebné k nim pripočítať aj výdavky na dôchodky pre ženy, ktoré by sa rátali analogickým spôsobom ako pre mužov. Pre ďalšie roky prognózy nám kohorty poberateľov starli a časť z nich aj zomrela, no na druhej strane nám každoročne pribúdali penzisti, ktorým sa vyplácal novopriznaný dôchodok.

Očakávaný deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne

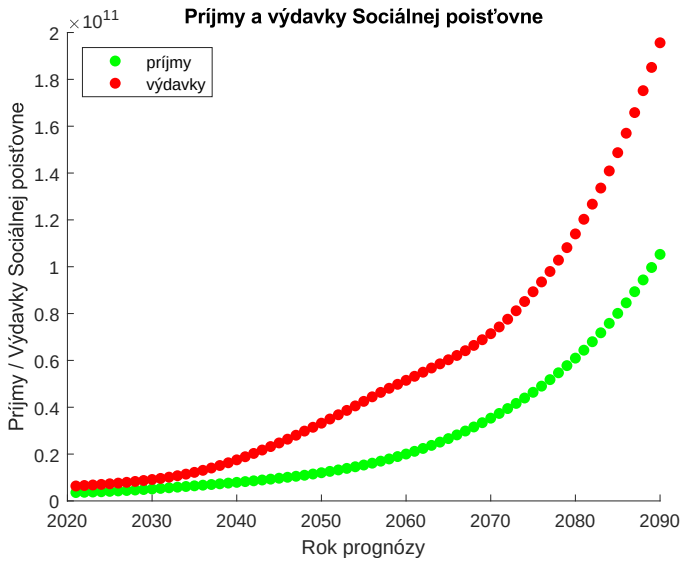
Deficit starobného fondu je rozdiel príjmov a výdavkov starobného fondu Sociálnej poisťovne. V našich výpočtoch predpokladáme, že HDP bude do budúcnosti každoročne rásť o $narast_mzdy$. Za počiatočnú hodnotu HDP^0 sme zobrali HDP z roku 2020 91,105,000,000€.

3.6 Výsledky modelu

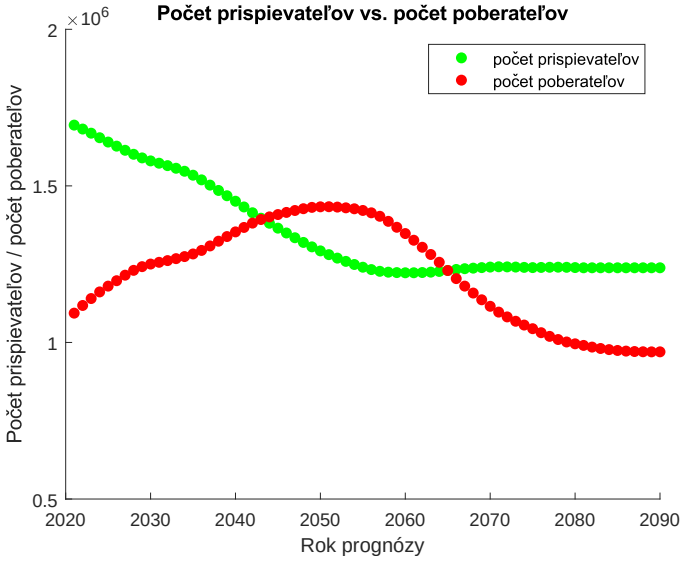
Ak by sme počas celého obdobia predpovede nechali nastavený $dochodkovy_vek_m/z$ na konštantnej hodnote 63, čiže $posun_doch_vek_m/z = 0$, tak dôchodkový systém (Obr. 12) by sa stával čoraz viac neudržateľnejší a hrozil by mu kolaps. Systém, ktorý fungoval doposiaľ, už nemusí fungovať do budúcna, keďže demografická situácia sa od času vytvorenia systému výrazne zmenila.

V blízkej budúcnosti sa očakáva výrazný pokles prispievateľov a naopak očividný nárast počtu poberateľov dôchodkovej dávky, keďže nám začnú „Husákové deti“ (generácia narodená v 70. rokoch 20. storočia) starnúť a poberať dôchodky. Pri danom modeli s nemenným dôchodkovým vekom a konštantnou budúcou pôrodnosťou je možné na obrázku

Obr. 13 vidieť porovnanie počtu prispievateľov a poberateľov. Je dobré si pripomenúť, že kvôli nevedomosti o počte budúcich narodených, sme si daný parameter nastavili na najaktuálnejšiu hodnotu (z roku 2019).



Obr. 12: Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** / súčasný)



Obr. 13: Počet prispievateľov vs. počet poberateľov (**P3** / súčasný)

V tabuľke Tabuľka 10 sú vyčíslené jednotlivé údaje pre 1. rok prognózy:

výstup (údaj)	hodnota
kumulatívne výdavky na dôchodkové dávky	6,384,394,270 €
príjmy z poistného (zamestnanci i zamestnávatelia)	3,579,317,377 €
počet poberateľov	1,093,604
počet prispievateľov	1,694,050

Tabuľka 10: Výstupy z modelu (**P3**) pre 1. rok prognózy

Pre porovnanie výsledkov nášho modelu s realitou uvádzame aj údaje podľa Sociálnej poisťovne (z roku 2020) [18]:

obdobie	údaj	hodnota	*
2020	kumulatívne výdavky na dôchodkové dávky	6,187,135,000 €	-3.09%
2020	príjmy z poistného (zamestnanci i zamestnávatelia)	3,638,280,000 €	1.65%
31.06.2020	počet vyplácaných dôchodkov	1,098,395	0.44%

Tabuľka 11: Údaje zo Sociálnej poisťovne

* relatívna zmena [Sociálna poisťovňa (2020) / model (1. rok prognózy)]

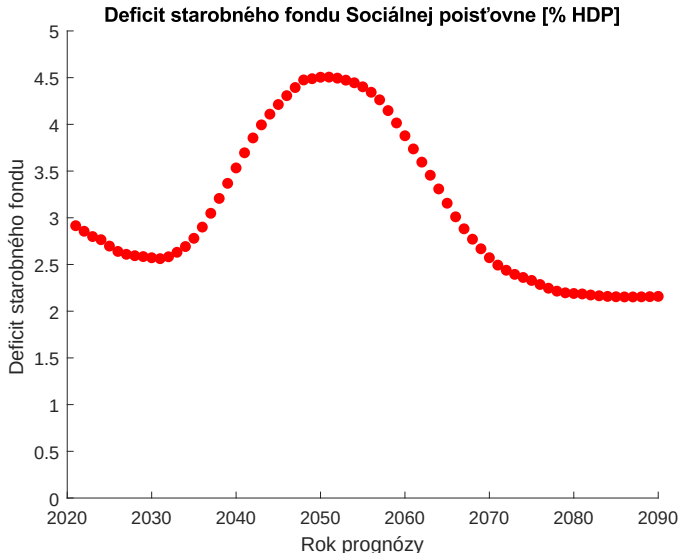
Keďže sme pri modelovaní počtu prispievateľov/poberateľov a príjmov/výdavkov Sociálnej poisťovne používali zjednodušené predpoklady, je zrejme, že výsledky sú odlišné. V tabuľke (Tabuľka 11) v poslednom stĺpci sú vyčíslené relatívne odchýlky modelu od reálnych údajov Sociálnej poisťovne, pričom treba brať do úvahy rozdielnosť rokov.

Je zjavné, že zastropovanie dôchodkového veku vedie k ešte väčšej neudržateľnosti dôchodkového systému, ako keby sa dôchodkový vek postupne zvyšoval. Pre porovnávanie rôznych scenárov vývinu systému dôchodkového zabezpečenia sme sa rozhodli v našej práci používať modely aj s predpokladmi **P4**:

- $predpoved = 70$,
- $vstup_na_trh_prace = 22$,
- $limit_2_pilier = 35$ (momentálna situácia na Slovensku),

- *dochodkovy_vek_m/z* = 63 (pričom *posun_doch_vek_m/z* = 2).

Obrázok Obr. 14 uvádza deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne pre konštantný dôchodkový vek 63 rokov (**P3**). Najvyšší deficit s hodnotou $\sim 4.506\%$ HDP sme vyčíslili v roku 2051.



Obr. 14: Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** / súčasný)

V prílohe (Príloha A) na obrázkoch Obr. 15, Obr. 16 a Obr. 21 máme porovnanie súčasného modelu s (**P3**) a (**P4**), respektíve kde *posun_doch_vek_m/z* = 0 alebo = 2.

3.7 Zhrnutie

Na to, aby sme vypočítali príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne na dôchodky úplne presne, potrebovali by sme dáta o každom sporiteľovi a neskôr poberateľovi dôchodkovej dávky. Konkrétne by sme pre každého prispievateľa potrebovali vedieť, kedy vstúpil na trh práce, aký mal, má a bude mať plat, koľko dní bol dôchodkovo poistený. Ďalšia podstatná informácia je, či bol, je a či bude sporiteľ v 2. pilieri a ak áno, tak odkedy dokedy, aby sme pri dovŕšení dôchodkového veku vedeli vypočítať pomer krátenia dôchodku z 1. piliera.

Aj keď v modeli používame zjednodušené predpoklady, stále nevieme povedať, ako sa bude vyvíjať nárast mzdy, miera nezamestnanosti a aká bude valorizácia dôchodkov. Taktiež nevieme predpovedať, koľko detí sa narodí v ktorom roku a ako sa pre jednotlivé veky zmení pravdepodobnosť úmrtia.

4 Modely prognózy dôchodkov so zmenami

Ako je možné vidieť z prognózy dôchodkov z predošlej kapitoly, dôchodkový systém má do budúcnosti tendenciu byť čoraz viac neudržateľnejší. Výdavky Sociálnej poisťovne sa zvyšujú a naopak príjmy klesajú, čo je zapríčinené nárastom dôchodcov a zároveň poklesom prispievateľov.

Spoločným znakom reprezentantov najviac udržateľných systémov je solidárnosť. V spomínaných krajinách ako Holandsko, Dánsko či Veľká Británia je pre dôchodkové systémy typické, že sa dôchodky pre všetkých poberateľov vyplácajú formou jednotnej dávky. Naopak na Slovensku je penzijný systém zásluhový.

Inšpirovaním sa udržateľnejšími penzijnými systémami, v tejto kapitole predstavujeme nový model vyplácania dôchodkov. Hlavnou pointou bolo preniesť prvky solidárneho (udržateľného) systému dôchodkového zabezpečenia na náš zásluhový. Konkrétne sme sa zamerali na zmenu 1. piliera, z ktorého sme od určitého času začali poberateľom vyplácať základné dôchodkové dávky.

Veľkou výhodou nového nastavenia je nižšia závislosť dôchodkového systému od demografickej situácie a zároveň nízky podiel štátu na financovanie daných dávok. Ďalšou výhodou takého systému je, že vďaka vysokej solidarite je pre nízko príjmových poberateľov možné získať vyššiu mieru náhrady mzdy.

Z dôvodu včasného oboznámenia sporiteľov s novým nastavením výplatnej stránky dôchodkového systému sme nový model začali používať až od ($dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace$). roku predpovede. Keďže sa v systéme nachádzajú aj sporitelia v 2. pilieri, ktorí pri aktuálnom nastavení (kapitola 3) dostávajú krátený dôchodok z 1. piliera, bolo by nevhodné túto zmenu vykonať v období ich sporenia si aj v danom pilieri. V našom modeli je možné si premennú $zlom$ - bod prechodu od súčasného zásluhového systému na nový solidárny, nastaviť aj na inú hodnotu ako $dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace = 63 - 22 = 41$ pri **P3**.

Rovnako ako v 3. kapitole, sme v tejto 4. predstavili model prognózy dôchodkov so zmenami. V tomto prípade bolo potrebné popísať len výplatnú časť modelu, pretože dáta sporiteľov, predpoklady modelu, model vývoja populácie v čase a príjmová časť modelu ostali rovnaké ako v pôvodnom modeli.

4.1 Modely vývinu výdavkov Sociálnej poisťovne v čase

V slovenskom dôchodkovom systéme sa momentálne nachádza mix ľudí, ktorí sú iba v 1. pilieri alebo v 1. i v 2. pilieri. Pre tieto rôzne kategórie ľudí sme v nasledujúcich riadkoch popísali nový model čerpania dôchodkov najmä z jednotlivých pilierov.

Celkovo sa zameriavame na vyplácanie dôchodkov zo Sociálnej poisťovne, kde navrhujeme, aby sa dôchodok vyplácal formou jednotnej dávky pre všetkých dôchodcov bez ohľadu na výšku povinných odvodov. Prvok zásluhovosti sa v spomínaných udržateľných dôchodkových systémov aplikuje v ďalších pilieroch (v 2. a 3.).

Hlavnou myšlienkou nového prístupu je všetkým poistencom, nezáležiac od toho, či sú len v 1. alebo aj v 2. pilieri pri dovŕšení dôchodkového veku, vyplácať rovnakú základnú dávku. Táto dávka by mala byť dostatočne vysoká, aby chránila penzistov pred chudobou aj v prípade nedostačujúcich vlastných úspor.

V súvislosti s rozlišovaním poistencov, ktorí vstúpili, respektíve nevstúpili do 2. piliera sme pre druhopilieristov nepoužívali princíp krátenia dôchodku z 1. piliera. Naopak, poberateľom sporiacich len v 1. pilieri sme vyplácali dodatočnú dávku, keďže v minulosti do systému zaplatili vyššie odvody ako tí, ktorí boli v oboch pilieroch.

V skratke sme novú výplatnú stránku Sociálnej poisťovne nastavili nasledovne:

- **pre poistencov len v 1. pilieri:** základná dávka + dodatočná dávka,
- **pre poistencov v 1. aj v 2. pilieri:** základná dávka.

Aby sme zabezpečili hladký prechod zo súčasného modelu na nový (vyššie opísaný), základnú dávku spolu s dodatočnou dávkou pre prvopilieristov sme stanovili na hodnotu, aká by bola v súčasnom modeli.

Všetkým dôchodcom sme vyplácali základnú dávku, ktorú sme si
pre $(dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace)$. rok prognózy stanovili ako:

$$zakladna_davka(1)$$

$$= pomer_zaklad_dodat \times dochodok_1_pilier(*) \ , \tag{15}$$

kde $zakladna_davka(1)$ - rovnaká dôchodková dávka pre všetkých poberateľov v (*+1). roku prognózy v novom modeli

$pomer_zaklad_dodat$ - časť z $dochodok_1_pilier(*)$ (v našom prípade 0.7)

$dochodok_1_pilier(*)$ - dôchodok v *. roku prognózy v súčasnom modeli

$$* \; dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace$$

Odčítaním $zakladna_davka(1)$ od $dochodok_1_pilier(*)$ sme dostali hodnotu $dodatocna_davka(1)$, ktorá sa vyplácala len sporiteľom v 1. pilieri. Na konkrétnom príklade (Príklad 6) je možné vidieť vyčíslenie jednotlivých dôchodkových dávok v $(dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace)$. roku prognózy pri parametroch **P3**.

Príklad 6: Parametru $pomer_zaklad_dodat$ sme stanovili hodnotu 0.7. V súčasnom modeli nám výška dôchodkovej dávky $dochodok_1_pilier(*)$ pre 41. rok prognózy vyšla 5,190.94 €. Prostredníctvom vzorca (15) sme vyčíslili základnú dávku na 3,633.66 €. Dodatočná dávka v našom prípade predstavovala 5,190.94 € - 3,633.66 € = 1,557.28 €.

V ďalších rokoch prognózy sme dôchodky medziročne menili nasledovne (**M1**):

- novopriznanú základnú dávku o $narast_mzdy = 0.0562$,
- valorizovanú základnú dávku o dôchodcovskú valorizáciu $valorizacia = 0.026$,
- novopriznanú i valorizovanú dodatočnú dávku o „podmienený nárast“ (viď nižšie).

„Podmienený nárast“

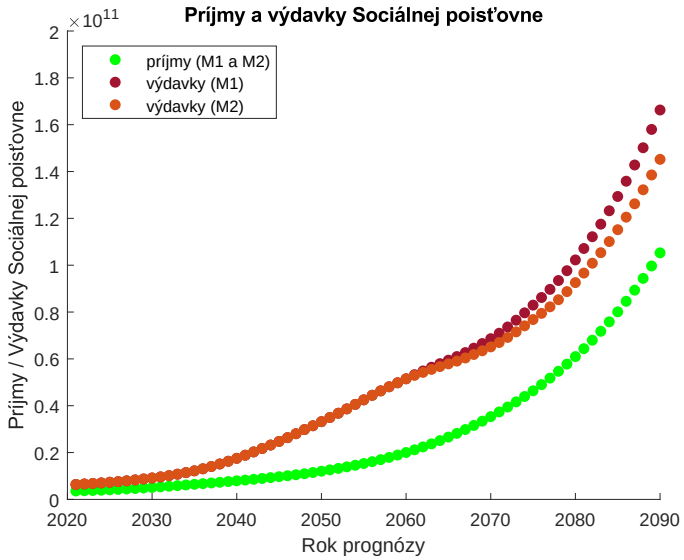
Aby sme znížili výdavky Sociálnej poisťovne, mieru nárastu novopriznanej dodatočnej dávky sme určovali v závislosti od deficitu. Konkrétne sme znižovali daný nárast z hodnoty 0.03 krokom 0.005 až pokým deficit nebol $\leq 1.5\%$ HDP. Keďže v niektorých prípadoch sme sa nedostali pod hranicu $\leq 1.5\%$ HDP, nárast novopriznanej dodatočnej dávky sme zadali na minimálnu hodnotu 0.01.

Pre porovnanie viacerých scenárov sme sa pozreli aj na model (**M2**) s nasledovnými nastaveniami, kde sme medziročne zvyšovali:

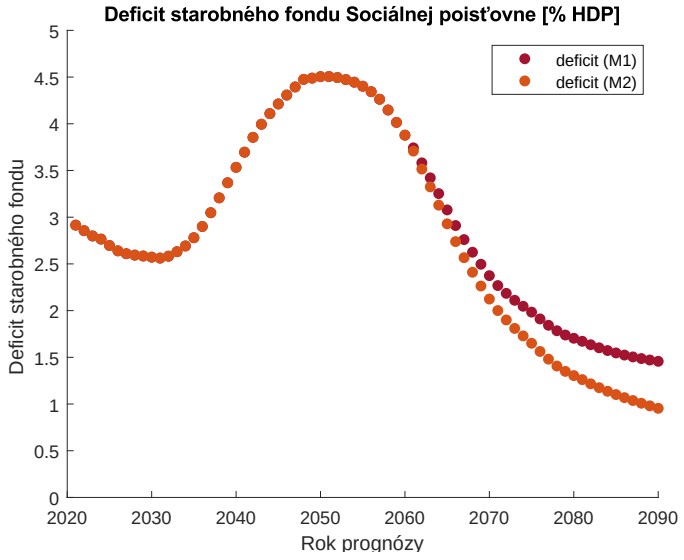
- novopriznanú základnú dávku o 0.05,
- valorizovanú základnú dávku a valorizované dôchodky (pre bývalých prvopilieristov a druhopilieristov) priznané pred $(dochodkovy_vek_m/z - vstup_na_trh_prace)$. rokom a vyplácané po danom roku o $valorizacia = 0.02$,
- novopriznanú i valorizovanú dodatočnú dávku o „podmienený nárast“.

4.2 Výsledky modelov

Na nasledujúcich obrázkoch (Obr. 15, Obr. 16) je možné nahliadnuť do modelov (M1) a (M2), kde $posun_doch_vek_m/z = 0$.



Obr. 15: Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** / nové)



Obr. 16: Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** / nové)

Pre lepšiu vizualizáciu, je možné v prílohe (Príloha A) nájsť na obrázkoch Obr. 20 a Obr. 21 porovnanie modelov ((**M1**) a (**M2**)) s a bez zvyšovania dôchodkového veku ((**P3**) a (**P4**)), čiže spolu 4 scenáre prognóz.

4.3 Zhrnutie

Celkové porovnanie výsledkov príjmov, výdavkov a deficitu starobného fondu Sociálnej poisťovne namodelovaných za rôznych podmienok je uvedené v prílohe (Príloha A - Obr. 22, Obr. 23). Všetkých 6 scenárov sa od seba líši jednak formou vyplácania dôchodkov (súčasný a nové modely), ale aj vývinom dôchodkového veku (bez alebo s posunom o 2 mesiace každý rok). Ako je možné vidieť v podkapitole 4.1, dané modely (**M1**) a (**M2**) rozlišujeme na základe rastu jednotlivých dôchodkových dávok.

Z obrázku Obr. 22 je vidno, že model s najnižšími výdavkami na dôchodky a zároveň najnižším deficitom starobného fondu do budúcna je nový model (**M2**) s predpokladmi **P2**. Naopak, najvyššie výdavky a zároveň deficit predstavuje súčasný model s predpokladmi **P1**. Je jasné, že nové nastavenie systému dôchodkového zabezpečenia (nový model) a postupne zvyšujúci sa dôchodkový vek majú priaznivý vplyv na financovanie dôchodkových dávok do budúcnosti.

Keďže sme nevykonali žiadne zmeny v príjmovej stránke Sociálnej poisťovne, grafy príjmov pre modely ostali rovnaké, respektíve odlišné len v posune dôchodkového veku ($posun_doch_vek_m/z = 0$ alebo $= 2$).

Zdrojový kód súčasného modelu a nových modelov je možné nájsť v prílohe (Príloha B) tejto diplomovej práce.

Záver

V roku 2003 vznikla dôležitá reforma slovenského dôchodkového systému. Aj napriek zmene z jednopilierového na trojpilierový, stále je čo vylepšovať, keďže sa z roku na rok stáva čoraz viac neudržateľným a prognóza do budúcnosti hovorí, že môže nastať kolaps. Dôvodom je postupne zhoršujúca sa demografická situácia, čo spôsobuje znižovanie podielu ekonomicky aktívneho obyvateľstva a zvyšovanie podielu poberateľov dôchodku.

Systém bol vytvorený v podmienkach, kedy bola demografia obyvateľstva úplne rozličná, ako sa predpovedá pre najbližšie obdobie. To, čo fungovalo v minulosti a aké finančné prostriedky mohli dôchodcovia čerpať zo Sociálnej poisťovne, už zrejme nebude fungovať do budúcna, keďže pomer *economic old dependance ratio* (kapitola 3) klesá.

V slovenskom systéme dôchodkového zabezpečenia sa momentálne nachádzajú rôzne kategórie ľudí, pre ktoré bolo potrebné nastaviť spravodlivé a udržateľné čerpanie penzijných dávok. Hlavným cieľom našej diplomovej práce bola analýza súčasného stavu dôchodkového systému, návrh na jeho zmenu a zostavenie príslušných modelov. Na vytvorenie nového modelu sme si zobrali príklad z penzijných systémoch Dánska, Holandska a Veľkej Británie. Všetky tri krajiny majú spoločný typ vyplácania dôchodkov z 1. piliera, a to jednotnú dávku.

V prvých dvoch kapitolách sme popisovali systémy dôchodkového zabezpečenia. V prvej sme sa podrobne venovali predstaveniu dôchodkového systému na Slovensku - a to presne 1., 2. a 3. pilieru. Prvé dva piliere zachádzali do väčších detailov, keďže sme z nich vychádzali v praktickej časti našej diplomovej práci. Druhá kapitola nám dala informácie o penzijnom systéme Holandska, nakoľko sme v praktickej časti vytvorili model inšpirujúci sa systémom danej krajiny. Hlavnou myšlienkou bolo čitateľovi priblížiť a neskôr aplikovať prvky daného systému vyplácania dôchodkov, iného ako je na Slovensku.

V tretej kapitole sme predstavili model prognózy vývoja dôchodkov do budúcna pri aktuálnych nastaveniach a zákonov. Pracovali sme taktiež s reálnymi začiatočnými dátami, no pre neznalosť niektorých informácií sme použili aj viacero predpokladov, ktoré sú podrobne popísane v podkapitole 3.2. V poslednej kapitole sme vytvorili nové modely, v ktorých sme sa inšpirovali udržateľnejším dôchodkovým systémom Holandska. V modeloch (**M1**) a (**M2**) sme od určitého roku prognózy urobili hladký prechod zo zásluhového systému na solidárny. To znamená, že poberateľov sme namiesto penzijnej dávky závis-

lej od počtu obdobia dôchodkového poistenia a miezd získaných počas pracovnej kariéry začali v určitom čase vyplácať jednotné dôchodkové dávky.

Aby sme zistili, či sa náš model prognózy dôchodkov priblížil k aktuálnym dátam zo zdroja [18], porovnanie bolo možné nájsť v tabuľke Tabuľka 11. Nakoľko sme v našich modeloch používali zjednodušené predpoklady a porovnávali dve odlišné obdobia, je jasné, že sme mali aj miernu odchýlku.

Za finálne výsledky našej práce považujeme značné zníženie výdavkov a zároveň deficitu starobného fondu Sociálnej poisťovne, ktoré je najlepšie vidno na obrázkoch Obr. 22 a Obr. 23 v prílohe (Príloha A). Každá jedna z kriviek predstavuje scenár prognózy jednotlivého modelu, či už líšiaceho sa formou vyplácania (súčasný a nové) alebo vývinom dôchodkového veku (bez a s posunom o 2 mesiace každý rok po ohraničený dôchodkový vek 67). Nové modely ((**M1**) a (**M2**)) sa navzájom odlišujú v medziročnom budúcom raste jednotlivých dôchodkových dávok.

Naše riešenia považujeme za použiteľné a aplikovateľné v praxi. Avšak pri poznaní konkrétnejších informácií, ako napríklad rozdelenie poberateľov podľa výšky POMB, by sa model mohol ešte skvalitniť.

Zoznam použitej literatúry

[1] ABP: *The dutch pension system consists of 3 pillars*, dostupné na internete (02.03.2021): https://www.abp.nl/images/24.0103.19-ABP-Dutch-Pension-system.pdf

[2] Allianz - Slovenská dôchodková správcovská spoločnosť, a.s., oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (29.12.2020): https://www.asdss.sk/

[3] Allianz and Euler Hermes: *ALLIANZ PENSION REPORT 2020 THE SILVER SWAN*, dostupné na internete (27.12.2020): https://www.allianz.com/content/dam/onemarketing/azcom/Allianz_com/economic-research/publications/specials/en/2020/mai/Allianz_Global_Pension_Report_2020.pdf

[4] Belastingdienst - Overzicht AOW-inbouwbedragen en AOW-franchises, oficiálna stránka holandského daňového úradu, dostupné na internete (02.03.2021): https://centraalaanspreekpuntpensioenen.belastingdienst.nl/publicaties/overzicht-aow-inbouwbedragen-en-aow-franchises/

[5] de Haan, L.: *Recovery measures of underfunded pension funds: higher contributions, no indexation, or pension cuts?*, Journal of Pension Economics and Finance 17(4) (2018), 437-468, dostupné na internete (01.03.2021): https://netspar.nl/assets/uploads/051_De_Haan.pdf

[6] Ďurana R.: *Zvyšovanie dôchodkov na rast cien sociálnych služieb nestačí*, SOCIA a INESS, 2020, dostupné na internete (21.03.2021): https://iness.sk/sites/default/files/documents/pdf/IPN/iness_zvysovanie_dochodkov_na_rast_cien_socialnych_sluzieb_nestaci.pdf

[7] European Commission - Netherlands - Retirement pension, oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (03.03.2020): https://ec.europa.eu/social/main.jsp?catId=1122&langId=en&intPageId=4993

[8] Finančný slovník, oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (29.12.2020): https://www.financnyslovnik.sk/

[9] Inštitút informatiky a štatistiky - Výskumné demografické centrum: *Prognóza obyvateľstva Slovenska do roku 2060*, Bratislava, 2018, dostupné na internete (02.01.2021): http://www.infostat.sk/vdc/pdf/Prognoza_SR_2060_DEF.pdf

[10] Mareš, E.: Penzijné systémy v iných krajinách – inšpirácia pre SR?, diplomová práca, Univerzita Komenského v Bratislave - Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, 2017, dostupné na internete (28.4.2019): http://www.iam.fmph.uniba.sk/studium/efm/diplomovky/2017/mares/diplomovka.pdf

[11] Mercer (2020), Mercer CFA Institute Global Pension Index, Mercer, Melbourne, dostupné na internete (16.02.2021): https://www.mercer.com.au/content/dam/mercer/attachments/private/asia-pacific/australia/campaigns/mcgpi-2020/MCGPI-2020-full-report-1.pdf

[12] Ministerstvo financií SR, oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (02.01.2021): https://www.mfsr.sk/sk/

[13] Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny SR, oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (28.12.2020): https://www.employment.gov.sk/sk/

[14] OECD data, oficiálna stránka, dostupné na internete (17.03.2021): https://data.oecd.org/

[15] OECD: Pensions at a Glance 2019: OECD and G20 indicators, OECD Publishing, Paris, 2019, dostupné na internete (28.02.2021): http://www.oecd.org/els/public-pensions/oecd-pensions-at-a-glance-19991363.htm

[16] Ódor Ľ., Povala P.: *Sporiteľ na prvom mieste. Ako zreformovať druhý dôchodkový pilier na Slovensku?*, príležitostná štúdia NBS č. 1/2020, dostupné na internete (03.03.2021): https://www.nbs.sk/_img/Documents/PUBLIK/OP_1_2020_Odor_Povala_Ako_zreformovat_druhy_pilier.PDF

[17] Palacios R., Knox-Vydmanov CH.: *THE GROWING ROLE OF SOCIAL PENSIONS: HISTORY, TAXONOMYAND KEY PERFORMANCE INDICATORS*, Public Administration & Development, October 2014

[18] Sociálna poisťovňa, oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (28.12.2020): https://www.socpoist.sk/

[19] A Reserach Report by BETTER FINANCE: *Pension Savings: The Real Return* (2020), dostupné na internete (01.03.2021): https://betterfinance.eu/wp-content/uploads/The-Real-Return-Long-Term-Pension-Savings-Report-2020-Edition.pdf

[20] SVB, oficiálna informačná stránka, dostupné na internete (24.02.2021): https://www.svb.nl/nl/aow

[21] Štatistický úrad Slovenskej republiky: *Vekové zloženie obyvateľstva SR podľa pohlavia a veku*, dostupné na internete (13.03.2021): http://datacube.statistics.sk/#!/view/sk/VBD_SLOVSTAT/om2024rs/v_om2024rs_00_00_00_sk

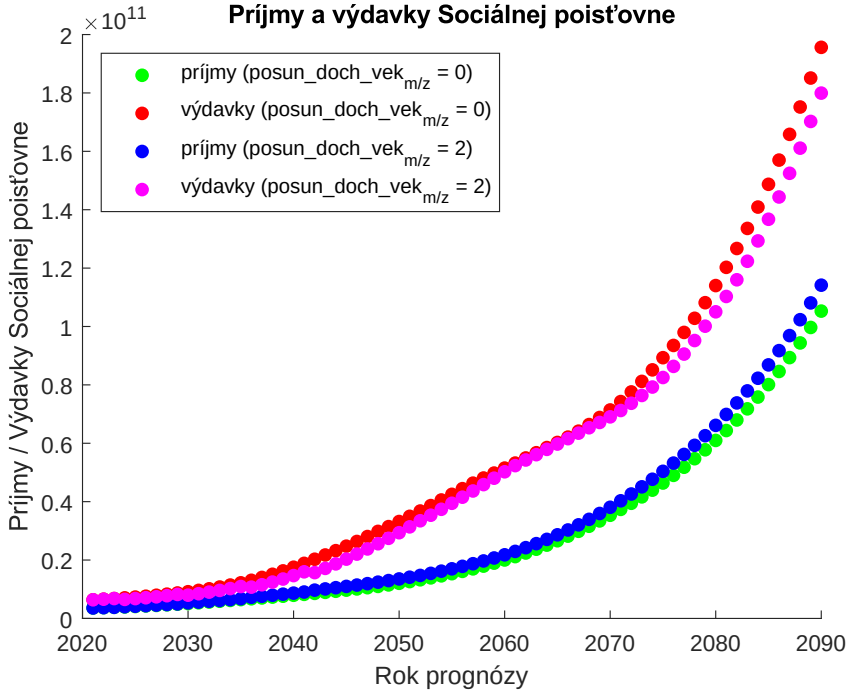
[22] Štatistický úrad Slovenskej republiky: *Priemerná mesačná mzda v hospodárstve SR*, dostupné na internete (14.03.2021): http://statdat.statistics.sk/cognosext/cgi-bin/cognos.cgi?b_action=cognosViewer&ui.action=run&ui.object=storeID(%22i94C7052B240A492FB3BE8C7A487D337B%22)&ui.name=Priemern%C3%A1%20mesa%C4%8Dn%C3%A1%20mzda%20v%20hospod%C3%A1rstve%20SR%20%5Bpr0204qs%5D&run.outputFormat=&run.prompt=true&cv.header=false&ui.backURL=%2Fcognosext%2Fcps4%2Fportlets%2Fcommon%2Fclose.html&run.outputLocale=sk

[23] ŠTOBROVÁ, Natália: *Dôchodkové systémy krajín EÚ*, bakalárska práca, FMFI UK, Bratislava, 2019

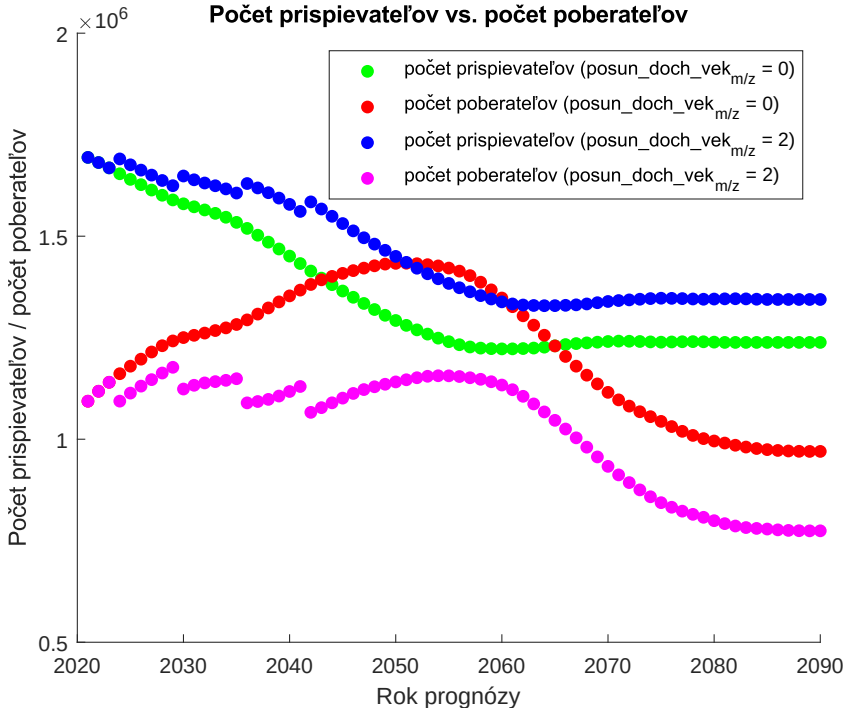
[24] The 2021 Ageing Report: *Underlying Assumptions & Projections Methodologies*, Institutional Paper 142, (November 2020), dostupné na internete (02.01.2021): https://ec.europa.eu/info/sites/info/files/economy-finance/ip142_en.pdf

[25] Výskumné a demografické centrum: *Úmrtnostné tabulky SR - Prierezové UT od roku 1920 až po 2019*, dostupné na internete (12.03.2021): http://www.infostat.sk/vdc/sk/index.php?option=com_content&view=article&id=17&Itemid=66

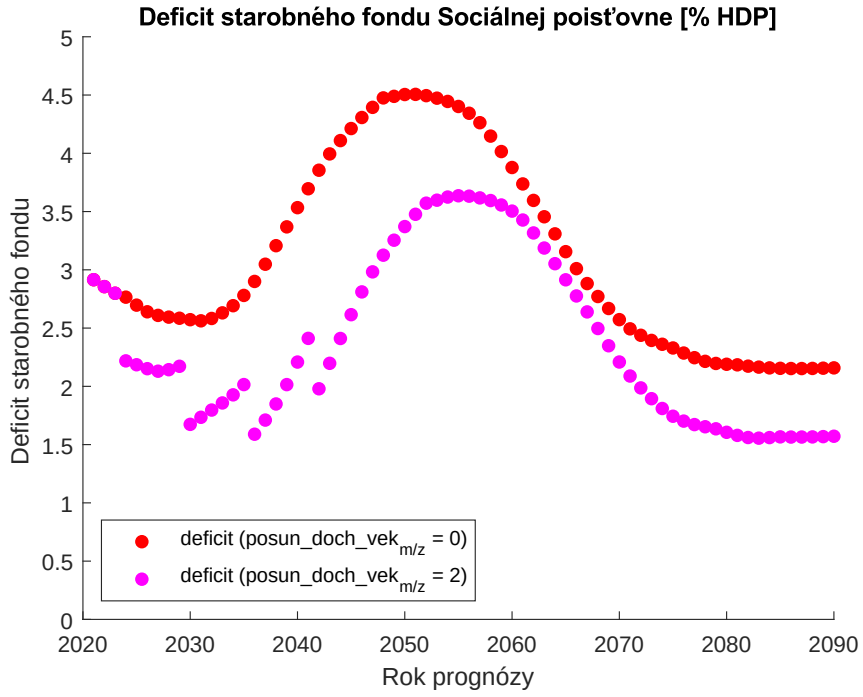
Príloha A



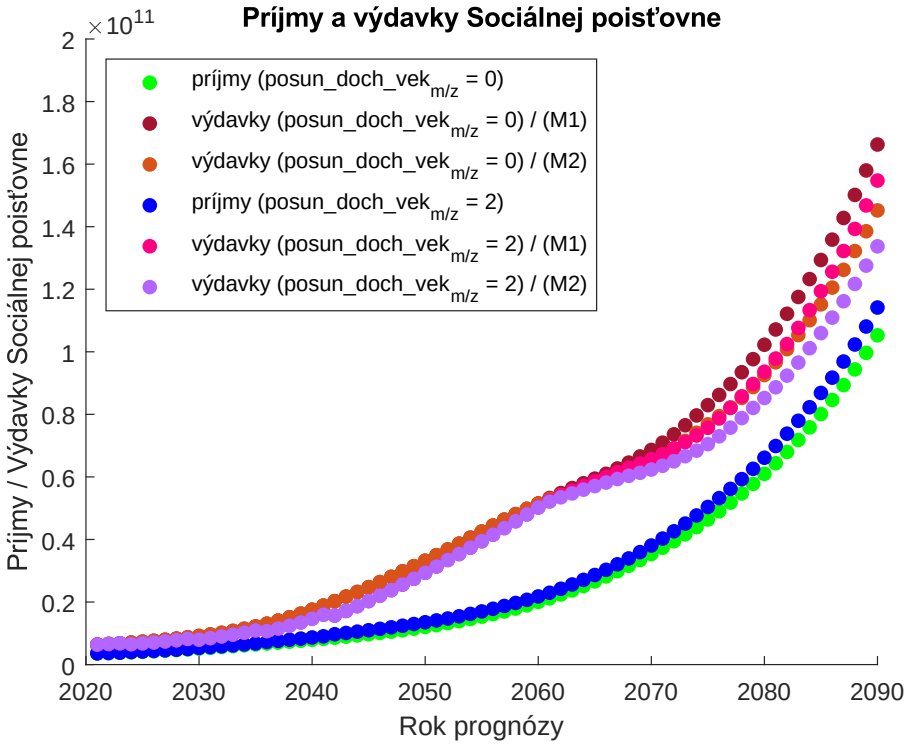
Obr. 17: Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný)



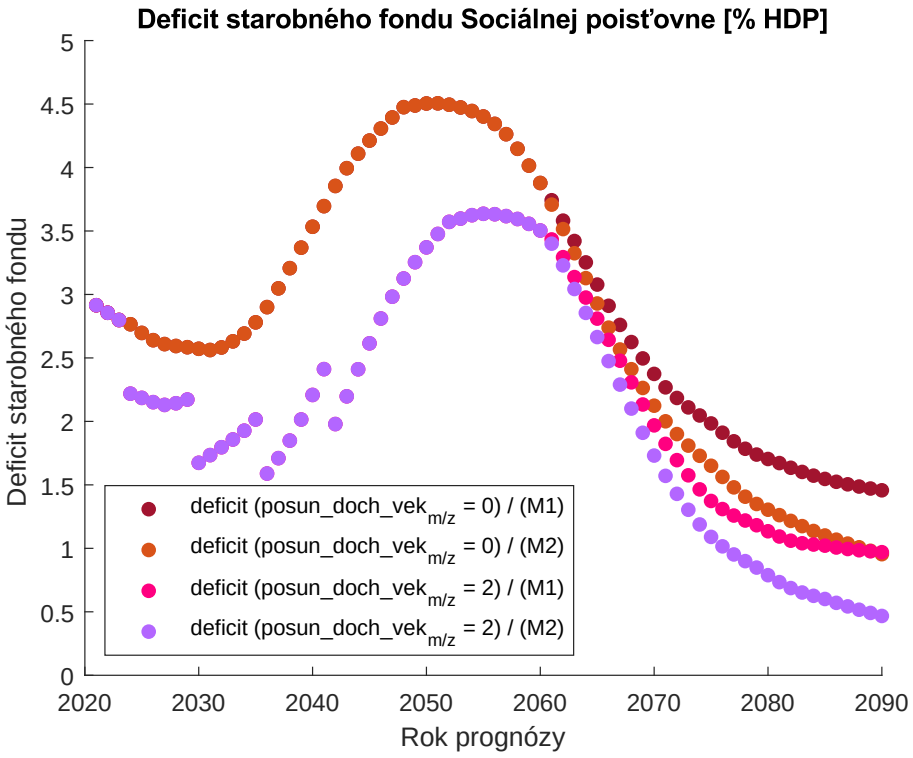
Obr. 18: Počet prispievateľov vs. počet poberateľov (**P3** a **P4** / súčasný)



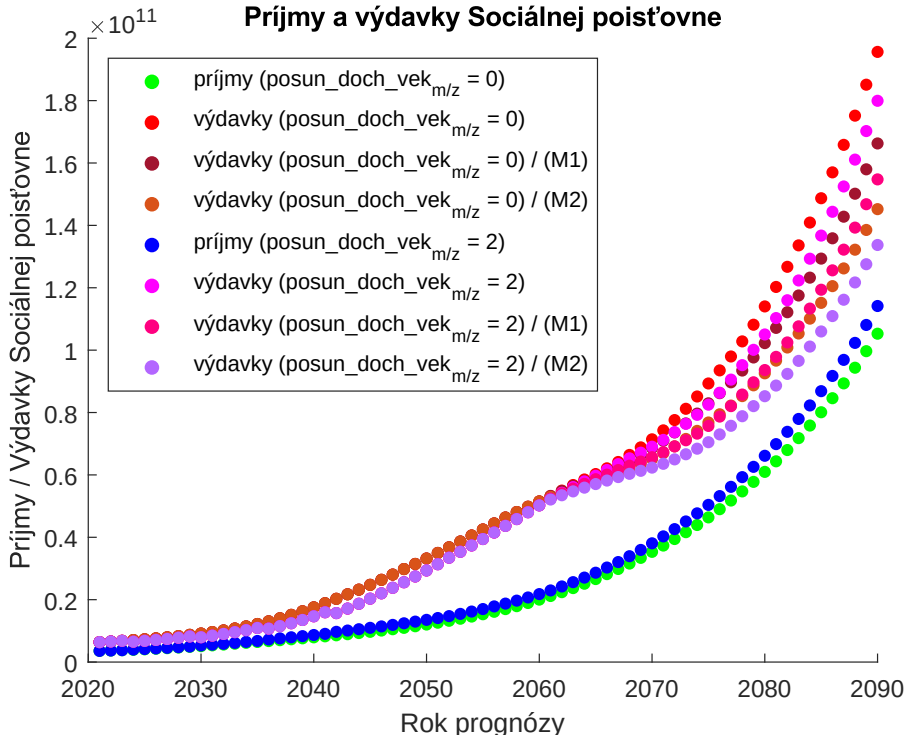
Obr. 19: Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný)



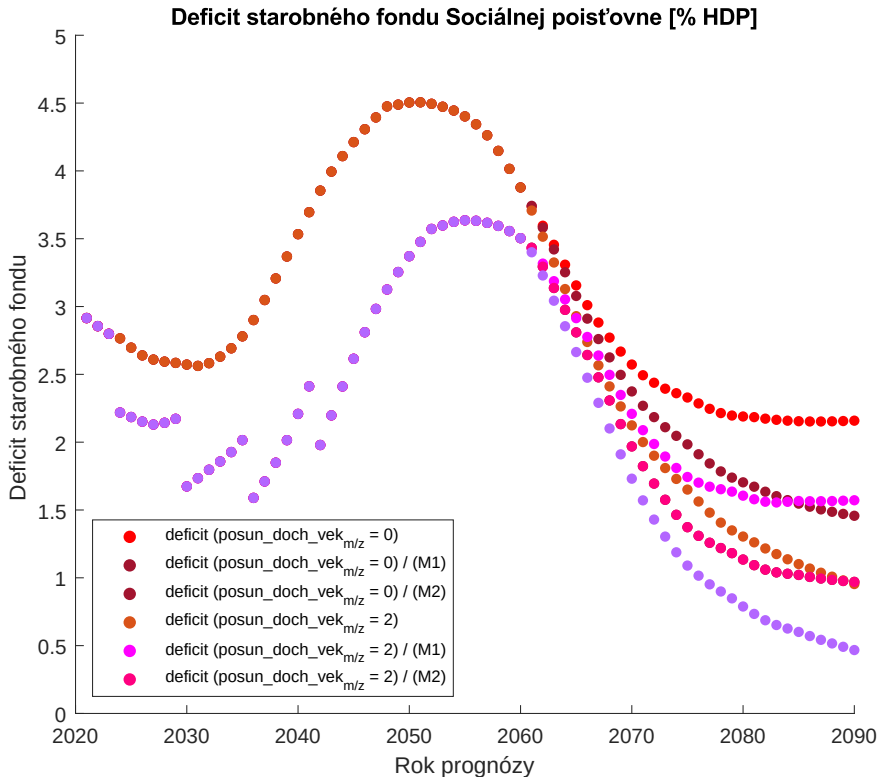
Obr. 20: Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / nové)



Obr. 21: Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / nové)



Obr. 22: Príjmy a výdavky Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný a nové)



Obr. 23: Deficit starobného fondu Sociálnej poisťovne (**P3** a **P4** / súčasný a nové)

Príloha B

Zdrojový kód: `https://github.com/NataliaStobrova/diploma-thesis`