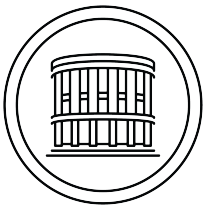
UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



ODHAD PONUKY PRÁCE NA SLOVENSKU POMOCOU PRAVDEPODOBNOSTNÉHO MODELU DISKRÉTNEJ VOĽBY

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2024 Bc. Simona HROBÁROVÁ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

ODHAD PONUKY PRÁCE NA SLOVENSKU POMOCOU PRAVDEPODOBNOSTNÉHO MODELU DISKRÉTNEJ VOĽBY

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	Ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor:	Matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	Mgr. Zuzana Siebertová, Dr.

Bratislava 2024 **Bc. Simona HROBÁROVÁ**



78119846

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Simona Hrobárová
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Odhad ponuky práce na Slovensku pomocou pravdepodobnostného modelu diskrétnej voľby
Estimation of labour supply in Slovakia using the probabilistic model of discrete choice

Anotácia: Dane z práce, sociálne a zdravotné odvody, ktoré jednotlivec odvádza, sú dôležitými faktormi ovplyvňujúce jeho rozhodovanie participovať na trhu práce. Nastavenie sociálneho systému a výška dávok, na ktoré má nárok, taktiež ovplyvňujú jeho rozhodovanie. Odhad reakcie (elasticity) ponuky práce jednotlivcov hrá preto významnú úlohu pri analytickom vyhodnocovaní dopadov zmien v daňovo-odvodovom a sociálnom systéme štátu. Elasticity ponuky práce je možné odhadnúť pomocou štrukturálnych modelov diskrétnej voľby, ktoré sú založené na vyhodnocovaní úžitkovej funkcie jednotlivca v závislosti od počtu odpracovaných hodín.

Cieľ: Cieľom diplomovej práce je predstaviť teóriu modelovania ponuky práce, a to hlavne z pohľadu mikroekonometrických modelov ponuky práce využívajúcich mikrosimulačné modely daňového a sociálneho systému. Pri spracovaní práce sa predpokladá, že pomocu mikrosimulačného modelu SIMTASK bude odhadnutý štrukturálny model diskrétnej voľby ponuky práce na Slovensku.

Vedúci: Mgr. Zuzana Siebertová, Dr.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.

Dátum zadania: 10.01.2023

Dátum schválenia: 11.01.2023

prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Poďakovanie Touto cestou by som sa chcela poďakovať svojej školiteľke Zuzane Siebertovej za jej čas, ochotu a odborné pripomienky, ktoré mi pomohli pri písaní tejto práce. Rada by som poďakovala aj svojmu kolegovi Norbertovi Švardovi za jeho cenné rady pri programovaní. Ďakujem tiež môjmu zamestnávateľovi, Kancelárii Rady pre rozpočtovú zodpovednosť, za povolenie použiť v tejto práci výsledky dvoch modelov vytvorených na pôde Kancelárie Rady pre rozpočtovú zodpovednosť a Martinovi Šustrovi za umožnenie účasti na Deviatom svetovom kongrese medzinárodnej mikrosimulačnej asociácie, kde som mala možnosť spoznať ďalšie štúdie týkajúce sa modelov ponuky práce. Touto cestou by som sa chcela poďakovať aj autorovi štúdie o modeli $IZA\Psi MOD$ [14], Nicovi Pestelovi, ktorý mi ochotne zodpovedal moje otázky týkajúce sa spomínaného modelu. Rada by som aj poďakovala Matúšovi Rakovi za jeho pomoc pri skontrolovaní pravopisu. V neposlednom rade ďakujem aj svojej rodine a priateľovi, ktorí ma po celý čas podporovali a vytvárali vhodné podmienky na to, aby som túto prácu úspešne odovzdala.

Abstrakt v štátnom jazyku

HROBÁROVÁ, Simona: Odhad ponuky práce na Slovensku pomocou pravdepodobnostného modelu diskrétnej voľby [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; vedúci práce: Mgr. Zuzana Siebertová, Dr., Bratislava, 2024, 55 s.

Predložená práca je zameraná na vytvorenie modelu ponuky práce pomocou modelu diskrétnej voľby v štatistickom softvéri STATA, na účely simulácie dopadov legislatívnych zmien na distribúciu odpracovaných hodín obyvateľstva Slovenska. Stručne sa venuje predstaveniu základných princípov teórie modelovania diskrétnej voľby v prostredí ponuky práce, ako aj jej ekonometrickej stránke. Následne predstavuje existujúci slovenský mikrosimulačný model daňovo-odvodového a sociálneho systému SIMTASK a ponúka vlastný návrh jeho rozšírenia v podobe modelu ponuky práce, ktorý pomocou elasticít vyhodnocuje dopady legislatívnych zmien na ponuku práce na extenzívnej (účasť na trhu práce) a intenzívnej (počet odpracovaných hodín) úrovni. V záverečnej časti analyzuje výber vhodnej funkcie užitočnosti, možné zlepšenie presnosti predikcií zavedením fixných nákladov do modelu a vypočítava elasticity ponuky práce pri 10 % navýšení hrubej mzdy pre rôzne skupiny subjektov rozhodovania. Ku koncu práca validuje vypočítané elasticity pomocou štatistickej metódy bootstrap. Výsledné hodnoty elasticít ponuky práce naznačujú, že ľudia sú vo všeobecnosti motivovaní vstúpiť do zamestnania alebo pracovať viac, ak im stúpne hrubá mzda. Vypočítané elasticity ponuky práce sú navyše na extenzívnej úrovni rádovo vyššie ako na intenzívnej úrovni, čo môže naznačovať dôležitosť extenzívnej úrovne v podmienkach daňovo-odvodového a sociálneho systému Slovenska.

Kľúčové slová: model diskrétnej voľby, pravdepodobnosť odpracovaných hodín, elasticita ponuky práce, extenzívna úroveň, intenzívna úroveň

Abstract

HROBÁROVÁ, Simona: Estimating labour supply in Slovakia using a probabilistic discrete choice model [Master thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: Mgr. Zuzana Siebertová, Dr., Bratislava, 2024, 55 p.

The presented thesis focuses on creating a labor supply model using a discrete choice model in the statistical software STATA, to simulate the impacts of legislative changes on the distribution of working hours among the Slovak population. It briefly introduces the basic principles of the theory of discrete choice modeling in the context of labor supply, as well as its econometric aspect. Subsequently, it presents the existing Slovak microsimulation model of the tax-benefit and social system, SIMTASK, and offers its own proposal for its expansion in the form of a labor supply model that evaluates the impacts of legislative changes on labor supply at both the extensive (participation in the labor market) and intensive (number of working hours) margin. In the final chapter, it analyzes the selection of a suitable utility function, the potential improvement in prediction accuracy by introducing fixed costs into the model, and calculates labor supply elasticities at a 10 % increase in gross wages for various decision-making groups. Towards the end, the presented thesis validates the calculated elasticities using the bootstrap statistical method. The resulting values of labor supply elasticities suggest that, in general, people are motivated to enter employment or work more if their gross wages increase. Additionally, the calculated elasticities of labor supply are considerably higher at the extensive margin than at the intensive margin, which may indicate the importance of the extensive margin in the context of the tax-benefit and social system of Slovakia.

Keywords: discrete choice models, probability of working hours, own-wage elasticity, extensive margin, intensive margin

Obsah

Úvod **9**

1 Modelovanie ponuky práce **11**

1.1 Teória modelovania diskrétnej voľby 12

1.1.1 Užitočnosť a indiferenčné krivky 12

1.1.2 Množina výberu ponuky práce 13

1.1.3 Rozpočtové ohraničenie 14

1.1.4 Maximalizácia užitočnosti 15

2 Pravdepodobnosť distribúcie odpracovaných hodín **17**

2.1 Podmienený logit model 18

2.1.1 Nevýhody podmieneného logit modelu 19

2.1.2 Metóda maximálnej vierohodnosti 20

2.2 Zmiešaný logit model 22

2.2.1 Model náhodných parametrov 22

2.2.2 Simulovaná metóda maximálnej vierohodnosti 23

2.3 Elasticity ponuky práce 24

3 Dáta a mikrosimulačný model **26**

3.1 SK-SILC 26

3.2 SIMTASK 27

3.3 what_if 27

3.3.1 Heckmanov selekčný model 28

4 Model diskrétnej voľby ponuky práce na Slovensku **30**

4.1 Analýza odpracovaných hodín 31

4.2 Konštrukcia modelu diskrétnej voľby ponuky práce 33

4.2.1 Určenie voľného času a spotreby 34

4.2.2 Špecifikácie modelu 36

4.2.3 Fixné náklady 40

4.3 Odhadnutie elasticít ponuky práce 40

5 Výstupy modelu a porovnanie **42**

5.1 Výber funkcie užitočnosti 42

5.2 Vylúčenie semi-flexibilných rodín z ďalších analýz 43

5.3 Zavedenie fixných nákladov do modelu 44

5.4 Elasticity ponuky práce 46

5.4.1 Validácia výstupov modelu ponuky práce 48

Záver **49**

Zoznam použitej literatúry **52**

A Prvá príloha

B Druhá príloha

C Tretia príloha

Úvod

Slovensko, podobne ako iné krajiny, čelí neustále reformám daňovo-odvodového a sociálneho systému krajiny. Tieto legislatívne zmeny ovplyvňujú priamo alebo nepriamo v podstate všetkých obyvateľov skrz dopady na ich príjmy. Preto je potrebné vyvíjať efektívne nástroje na kvantifikáciu dopadov týchto legislatívnych zmien na výšku príjmov domácností, jej jednotlivých členov a na ich ďalšie rozhodovanie.

Na Slovensku bol pre odhadovanie priamych dopadov legislatívnych zmien na výšku príjmov domácností analytikmi Kancelárie Rady pre rozpočtovú zodpovednosť vytvorený mikrosimulačný model SIMTASK [25] a mikro-makro model *what_if* [27]. Tieto modely však nie sú schopné simulovať, ako legislatívne zmeny prispievajú aj do zmien distribúcie odpracovaných hodín. To nás motivovalo navrhnúť a zostrojiť pre potreby Kancelárie Rady pre rozpočtovú zodpovednosť model ponuky práce diskrétnej voľby na dátach výberového zisťovania o príjmoch a životných podmienkach SK-SILC tak, aby vedel sledovať vplyv legislatívnych zmien na distribúciu odpracovaných hodín obyvateľstva.

Existuje viacero možných prístupov, ako analyzovať distribúciu ponuky práce. V našej práci sme sa zamerali na štrukturálne modelovanie behaviorálnej reakcie. Behaviorálne modely zahrňujú určitý druh reakcie na zmeny legislatívy, zvyčajne založený na princípe maximalizácie užitočnosti. Pravdepodobnostné modely diskrétnej voľby poskytujú teoretický základ pre tieto behaviorálne reakcie a umožňujú ekonometrické modelovanie rozhodnutí o pracovnej ponuke na extenzívnej (účasť na trhu práce) aj intenzívnej (počet odpracovaných hodín) úrovni [15].

Prvá kapitola predloženej práce poskytuje úvod do problematiky štrukturálneho modelovania behaviorálnych reakcií v kontexte ponuky práce. Neoklasická ekonomická teória vychádza z predpokladu racionálneho správania sa jednotlivcov, ktorí sa rozhodujú na základe dokonale dostupných informácií [8]. Toto rozhodovanie spočíva v optimalizácii ich užitočnosti výberom alternatívy, ktorá zahŕňa počet odpracovaných hodín, čo je známe ako diskrétna voľba odpracovaných hodín.

Druhá kapitola sa zaoberá nástrojmi pravdepodobnostných modelov diskrétnej voľby, konkrétne logit modelmi, a výpočtom odhadov pravdepodobností voľby jednotlivých alternatív odpracovaných hodín, ktoré umožňujú odhadnúť elasticity ponuky práce na extenzívnej a intenzívnej úrovni.

V tretej kapitole sú opísané údaje SK-SILC, mikrosimulačný model SIMTASK a mikro-makro model *what_if*, ktorých výstupy sú použité ako vstupné údaje do nášho modelu ponuky práce. Súčasťou modelu *what_if* je aj Heckmanov selekčný model, prostredníctvom ktorého sú získané odhady hodinových miezd, nevyhnutné najmä pre odhad užitočnosti z práce pri nezamestnaných.

Modelovanie ponuky práce vyžaduje špecifikácie modelu založené na aktuálnej situácii na trhu práce, najmä v podobe množiny výberu alternatív odpracovaných hodín. Preto sa štvrtá kapitola venuje analýze distribúcie odpracovaných hodín za rok 2020, na základe ktorej boli stanovené jednotlivé alternatívy tak, aby reprezentovali nezamestnanosť, čiastočný pracovný úväzok, trvalý pracovný úväzok a trvalý úväzok s nadčasmi. Kapitola sa zaoberá aj ďalšími detailmi modelu ponuky práce vrátane definície jednotlivých skupín jednotlivcov a rodín, pre ktoré sa odhaduje ponuka práce.

V poslednej, piatej kapitole, je analyzovaný vplyv výberu vhodnej funkcie užitočnosti a možné zlepšenie predikcií zavedením fixných nákladov do modelu. Navyše sú prezentované výsledky modelu ponuky práce v podobe elasticít pri 10 % navýšení hrubej mzdy na extenzívnej aj intenzívnej úrovni, ktoré sú validované pomocou štatistickej metódy bootstrap.

1 Modelovanie ponuky práce

Potreba štrukturálneho modelovania ponuky práce sa objavila už v priebehu 50. rokov minulého storočia, keď sa začali skúmať možnosti hodnotenia daňovo-sociálnych reforiem [17]. Prvé ekonometrické prístupy modelovania, známe ako Hausmanov prístup, sa však objavili až v 70. rokoch. Tie pristupovali k modelovaniu ponuky práce spojito v zmysle maximalizovania užitočnosti pri výbere zo spojitej množiny odpracovaných hodín jednotlivcov [9]. Ide tak o výber najoptimálnejšieho počtu odpracovaných hodín pri nejakom rozpočtovom ohraničení daného pozorovania. Tento prístup však často sprevádzali výpočtové problémy a nerealistické predpoklady, čo následne viedlo k rozvoju moderných diskrétnych modelov ponuky práce pomocou mikrosimulácií.

Diskrétne modelovanie ponuky práce si vyžaduje diskrétnu reprezentáciu odpracovaných hodín. V porovnaní so spojitým modelovaním ponuky práce, diskrétna definícia odpracovaných hodín lepšie odzrkadľuje realitu dopytu na trhu práce a vo štúdii autorov Kapteyn et al. [32] sa preukázalo, že diskrétne modely ponuky práce, v porovnaní so spojitými, vedia zlepšiť výslednú reprezentáciu reálnych odpracovaných hodín. Dnes sú tieto diskrétne modely, v ktorých si jednotlivci vyberajú svoju ponuku práce, štandardnou súčasťou analýz ponuky práce krajiny.

Modely diskrétnej voľby ponuky práce bývajú súčasťou komplexných mikrosimulačných modelov, ktoré sú schopné simulovať daňovo-odvodový systém krajiny. Hlavné príklady takýchto mikrosimulačných modelov v Európe sú $EUROMOD$ [19] a $IZA\Psi MOD$ [14], ktorých diskrétne modely ponuky práce inšpirovali aj túto prácu. Na simulácie odvodov, sociálnych dávok a daní na Slovensku sa používa model SIMTASK, ktorý je bližšie predstavený v kapitole 3. Na základe simulácií z modelu SIMTASK už bol zostrojený model ponuky práce v rámci modelu *what_if*, v ktorom je modelovaná motivácia pracovať pre každého jednotlivca v závislosti od jeho osobných charakteristík a definovaného daňovo-odvodového a sociálneho systému. Nejde teda o model diskrétnej voľby. Tento model vytvorila Kancelária Rady pre rozpočtovú zodpovednosť (KRRZ) na sledovanie vplyvu legislatívnych zmien na vyššiu participáciu na trhu práce [24]. Nie je ale schopný simulovať, ako tieto legislatívne zmeny prispievajú do zmien distribúcie odpracovaných hodín.

1.1 Teória modelovania diskrétnej voľby

Modely diskrétnej voľby slúžia na odhadnutie očakávaných odpracovaných hodín tak, že odhadnú pravdepodobnosti voľby každej alternatívy. Voľba spočíva v tom, že jednotlivec si vyberie najoptimálnejší dostupný počet odpracovaných hodín, ktorý maximalizuje jeho užitočnosť. Počet odpracovaných hodín, z ktorého jednotlivci majú na výber, sa vopred definuje v podobe diskrétnych konečných alternatív, pričom štandardne prvá alternatíva predstavuje 0 odpracovaných hodín, a teda voľbu nezamestnanosti [31]. Konštrukcia ďalších alternatív vyplýva z distribúcie odpracovaných hodín s cieľom čo najlepšie zachytiť situáciu na trhu práce.

Prirodzene sa predpokladá, že ľudia nechcú skracovať svoj voľný čas pobytom v práci, a tak do samotnej maximalizácie užitočnosti nevstupujú odpracované hodiny, ale počet hodín voľného času. Navyše sa pracuje s predpokladom, že sa so zvýšeným počtom odpracovaných hodín zvyšuje aj spotreba podmienená pracovným príjmom spolu s potenciálnym počtom odpracovaných hodín a nepracovným príjmom. Keďže spotreba aj voľný čas jednotlivcov sú priamoúmerné počtu odpracovaných hodín a žiadne iné faktory od alternatív nie sú závislé, vyvstáva problém rozhodovania, koľko hodín odpracovať [5].

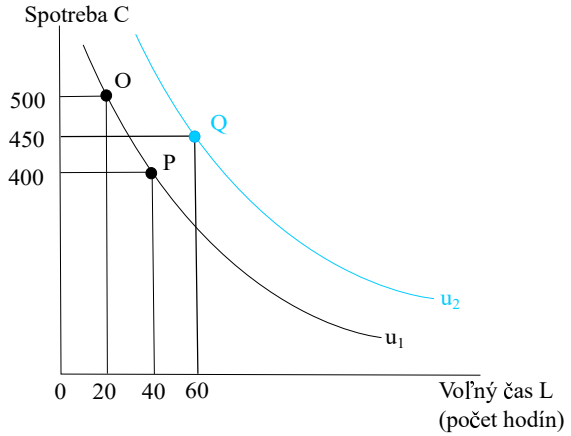
Modelovanie diskrétnej voľby vychádza z neoklasickej ekonomickej teórie, ktorá predpokladá racionalitu ľudského správania. Nadväzuje na teóriou preferencií, podľa ktorej jednotlivec je schopný určiť iba poradie dôležitosti jednotlivej voľby, t. j. porovnať ich užitočnosť medzi sebou [8]. Ide o statické modelovanie, ktoré na rozdiel od dynamického modelovania nesleduje ponuku práce v čase, ale vyhodnocuje ju okamžite.

1.1.1 Užitočnosť a indiferenčné krivky

Keďže s pribúdajúcimi odpracovanými hodinami klesá užitočnosť z pohľadu času stráveného v práci, modelovanie ponuky práce diskrétnej voľby uvažuje premennú voľného času. Na druhej strane pribúdajúce odpracované hodiny znamenajú vyššie mzdy zo zamestnania, ktoré sa môžu premietnuť do vyššej spotreby. V statickom modeli ponuky práce nie sú úspory smerodajné, a preto je spotreba rovná disponibilnému príjmu [15].

Jednotlivec tak nadobúda užitočnosť U zo zvyšujúcej sa spotreby a z nárastu voľného času. Čím vyššia hodnota užitočnosti, tým je jednotlivec spokojnejší. Pracuje sa teda s funkciou užitočnosti v tvare $U = f(C, L)$, kde C označuje spotrebu a L voľný čas

počas jedného týždňa [14]. Kombinácie výšky spotreby a počtu hodín voľného času, ktoré produkujú rovnakú užitočnosť, vytvárajú tzv. indiferenčnú krivku. Napríklad na obr. (1) sú znázornené kombinácie spotreby a voľného času v bodoch O a P, ktoré produkujú rovnakú užitočnosť u_1, zatiaľ čo kombinácia Q produkuje väčšiu užitočnosť u_2.



Obr. 1: Zobrazenie indiferenčných kriviek.
(zdroj: vlastné spracovanie na základe [5])

1.1.2 Množina výberu ponuky práce

V diskrétnom modelovaní voľby sa musí rozhodnúť o počte alternatív $x_1, x_2, \ldots, x_J$, ktoré reprezentujú odpracované hodiny. Tieto zvolené alternatívy sú fixné pre každého jednotlivca alebo domácnosť a tvoria množinu výberu odpracovaných hodín B. Do tejto množiny výberu môžu byť zahrnuté aj iné premenné ako počet odpracovaných hodín, ktoré však nie sú pre účel našej práce relevantné [5].

Množina výberu alternatív má nasledujúce vlastnosti [31]:

- *Alternatívy sa navzájom vylučujú.* Z pohľadu jednotlivcov, ktorí si vyberajú alternatívy, sa musia tieto alternatívy navzájom vylučovať. V prípade, že jednotlivec si chce vybrať nejaké dve alternatívy, tak sa iba zadefinuje tretia alternatíva pre takýto výber.

- *Množina výberu musí pokryť každú možnú voľbu.* Jednotlivci musia byť schopní si vybrať. Ak si jednotlivec nechce vybrať žiadnu z uvedených alternatív, tak sa iba zadefinuje alternatíva reprezentujúca výber „žiadna z uvedených alternatív\.

- *Množina výberu B musí byť konečná.*

Existuje niekoľko prístupov, ako zostrojiť množinu výberu a ako im priradiť reprezentatívnu hodnotu odpracovaných hodín. Keďže sa pracuje s tzv. ordinálnou škálou, v ktorej sú alternatívy jednoznačne usporiadané a je možné ich porovnávať, najviac sa využívajú postupy na vytváranie škál pomocou bodovacej metódy [8].

Celočíselné bodovanie je často používaná metóda, v ktorej sa predpokladá rovnaká vzdialenosť medzi jednotlivými alternatívami. Tie sa potom bodujú celočíselne. Táto metóda je vhodná pre dáta iba v nejakých pravidelných bodoch odpracovaných hodín.

Bodovanie stredným bodom sa využíva pre intervalové premenné. Každému intervalu sa následne priradí priemer alebo medián. Nevýhodou takejto metódy je, že koncová alternatíva je zvyčajne neohraničená zhora.

1.1.3 Rozpočtové ohraničenie

Hodnoty spotreby aj voľného času jednotlivcov závisia od ich počtu odpracovaných hodín. Tie si volia na základe výšky hodinovej mzdy a nepracovného príjmu vychádzajúc z predpokladu, že úspory sú nulové. Hodinová mzda w je konštantná pre každého jednotlivca v rôznych zamestnaniach, resp. v jednotlivých alternatívach [5]. Nepracovný príjem NY je rovnaký pre všetky alternatívy výberu a patria tam všetky príjmy, ktoré nevznikajú priamo z jeho pracovnej činnosti, napr. rodinné dávky alebo príjmy z dividend. Rozhodovanie tiež závisí od charakteristík domácnosti a od daňovo-odvodového a sociálneho systému $g(.)$ [14].

Voľný čas jednotlivca n je daný ako celkový čas počas týždňa T od ktorého sa odpočíta odpracovaný čas počas týždňa h_j alternatívy j [5], t. j.

$$L_j = T - h_j. \tag{1}$$

Spotreba nech je rovná pracovným aj nepracovným príjmom [5], t. j.

$$C_{nj} = NY_n + w_n h_j. \tag{2}$$

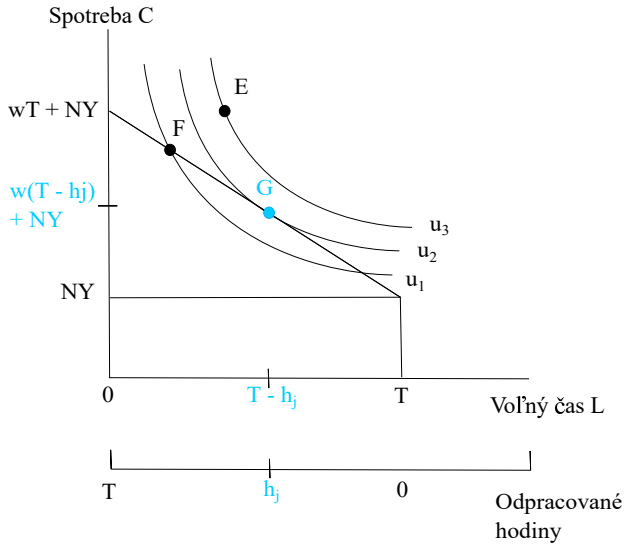
Potom rozpočtové ohraničenie v podobe rozpočtovej priamky je definované ako [5]

$$C_{nj} = w_n(T - L_{nj}) + NY_n = (w_n T + NY_n) - w_n L_{nj}. \tag{3}$$

1.1.4 Maximalizácia užitočnosti

Modely diskrétnej voľby sú postavené na maximalizácii užitočnosti voľbou odpracovaných hodín $h_j = 1, 2, ..., J$ z J alternatív. Užitočnosť pritom vyplýva z počtu hodín voľného času L a výšky spotreby C získanej výberom odpracovaných hodín [31].

Obr. (2) zobrazuje ilustračné riešenie tohto maximalizačného problému. Jednotlivec je definovaný svojou rozpočtovou priamkou a množstvom maximálneho voľného času. Bod G predstavuje optimálnu kombináciu výšky spotreby a voľného času. Je nadobudnutý najvyššou možnou indiferenčnou krivkou, ktorá je dotyčnicou pre rozpočtovú priamku. Jednotlivec by samozrejme radšej preferoval napríklad bod E, pretože by mal vyššiu spotrebu pri vyššom počte hodín voľného času. Ten ale pre neho nie je dosiahnuteľný, nakoľko jeho mzda a nepracovný príjem sú príliš nízke. Bod F síce umožňuje vyššiu spotrebu pri vyššom počte hodín voľného času, ale užitočnosť tejto kombinácie u_1 je menšia, ako užitočnosť optimálnej kombinácie u_2 [5].



Obr. 2: Zobrazenie optimalizácie voľby odpracovaných hodín.
(zdroj: vlastné spracovanie na základe [5])

Nech priestor S je priestor vektorov pozorovateľných charakteristík jednotlivcov. Napríklad nepracujúci jednotlivec n je definovaný alternatívou $j = 0$, mzdou w_n, počtom odpracovaných hodín $h_0 = 0$ a vektorom charakteristík s_n [31]. Pomocou rovníc (1) a (2) sa definuje optimalizačný problém v tvare

$$\max_j U(C_{nj}, L_j) = \max_{j \in J} U(g[w_n h_j] | s_n, NY_n, T - h_j). \tag{4}$$

Keďže niektoré zložky užitočnosti nie sú pozorovateľné, tak okrem deterministickej časti užitočnosti je potrebné do modelu zahrnúť aj nepozorovateľné faktory preferenčných charakteristík, chyby merania alebo chyby optimalizácie. To sa dosiahne pridaním náhodnej zložky ϵ ako [31]

$$\max_j U(C_{nj}, L_j, \epsilon_{nj}) = \max_{j \in J} U(g[w_n h_j] | s_n, NY_n, T - h_j, \epsilon_{nj}). \tag{5}$$

Pre jednoduchosť značenia v kapitole 2 sa dá funkcia užitočnosti (5) po vzore [31] zapísať aj ako súčet deterministickej a náhodnej zložky v tvare

$$U_{nj} = V_{nj} + \epsilon_{nj}. \tag{6}$$

2 Pravdepodobnosť distribúcie odpracovaných hodín

Modely diskrétnej voľby sú postavené na teórii pravdepodobnostnej voľby, ktorá nám prináša nástroje na odhad pravdepodobnosti distribúcie odpracovaných hodín. To znamená, že sa hľadá pravdepodobnosť distribúcie ponuky práce $p_j = p(h = h_j)$ pre $\forall j = 1, 2, \ldots, J$ za určitých podmienok o náhodnej zložke ϵ_j. Najviac používaným nástrojom sú tzv. logit modely, pretože niektoré môžu mať analytické riešenie [31].

Cieľom modelov diskrétnej voľby je vyjadriť pravdepodobnosť toho, že nejaká alternatíva výberu odpracovaných hodín i maximalizuje užitočnosť. To znamená, že alternatíva x_i je vybraná, iba ak [6]

$$U_{ni} \geq U_{nj}, \quad \forall j \neq i. \tag{7}$$

Dosadením rovnice (6) do nerovnosti (7) dostaneme [6]

$$\begin{aligned} &V_{ni} + \epsilon_{ni} \geq V_{nj} + \epsilon_{nj}, \\ &\epsilon_{nj} - \epsilon_{ni} \leq V_{ni} - V_{nj}, \quad \forall j \neq i. \end{aligned} \tag{8}$$

Hľadáme teda distribučnú funkciu, konkrétne pravdepodobnosť, že každý náhodný člen $\epsilon_{nj} - \epsilon_{ni}$ je menší, než pozorovaný člen $V_{ni} - V_{nj}$ v tvare [6]

$$P_{ni} = P(\epsilon_{nj} - \epsilon_{ni} \leq V_{ni} - V_{nj}), \quad \forall j \neq i. \tag{9}$$

Použitím hustoty $f(\epsilon_n)$ náhodného vektora $\epsilon'_n = [\epsilon_{n1}, \ldots, \epsilon_{nJ}]$ vieme pravdepodobnosť (9) prepísať ako integrál [6]

$$P_{ni} = \int_{\epsilon} I(\epsilon_{nj} - \epsilon_{ni} \leq V_{ni} - V_{nj}) f(\epsilon_n) d\epsilon_n, \quad \forall j \neq i. \tag{10}$$

Získali sme tak všeobecné vyjadrenie tzv. pravdepodobnosti voľby, ktorým sú logit modely definované. Funkcia $I(\cdot)$ je indikačná funkcia definovaná ako [31]

$$I(\epsilon_{nj} - \epsilon_{ni} \leq V_{ni} - V_{nj}) = \begin{cases} 1, & \text{ak } \epsilon_{nj} - \epsilon_{ni} \leq V_{ni} - V_{nj}, \\ 0, & \text{inak.} \end{cases} \tag{11}$$

Modely diskrétnej voľby vyplývajú z rôznych špecifikácií tejto hustoty, teda z rozdielnych predpokladov o distribúcii náhodnej časti užitočnosti. Integrál má analytické riešenie iba pre určité hustoty $f(.)$ [31].

2.1 Podmienený logit model

Prvotne logit model bol odvodený už v roku 1959 pomocou predpokladu nezávislosti od irelevantných alternatív (IIA) [16]. Na druhej strane, vzťah logit modelu a distribúcie nepozorovateľnej užitočnosti bol vyvinutý v roku 1965, v ktorom sa ukázalo, že všeobecná distribúcia extrémnych hodnôt typu 1 (Gumbelovo rozdelenie) náhodnej zložky vedie k definícii logit modelu. McFadden dokončil túto myšlienku ukázaním opačného tvrdenia. Dokázal, že pravdepodobnosť voľby logit modelu implikuje distribúciu extrémnych hodnôt pre nepozorovateľnú užitočnosť [18]. Tento logit model sa označuje ako podmienený logit model alebo multinomický logit model.

Podmienený logit model je definovaný predpokladom, že každý náhodný člen ϵ_{nj} je nezávisle a identicky rozdelený (iid) a spĺňa Gumbelovo rozdelenie [31]. Gumbelovo rozdelenie má disperziu, hustotu a distribučnú funkciu definované nasledovne:

$$\sigma^2 = \frac{\pi^2}{6}, \tag{12}$$

$$f(\epsilon_{nj}) = e^{-\epsilon_{nj}} e^{-e^{-\epsilon_{nj}}}, \tag{13}$$

$$F(\epsilon_{nj}) = e^{-e^{-\epsilon_{nj}}}. \tag{14}$$

Rozdiel náhodných zložiek $\epsilon^*_{nji} = \epsilon_{nj} - \epsilon_{ni}$ potom spĺňa logistické rozdelenie s distribučnou funkciou v tvare [31]

$$F(\epsilon^*_{nji}) = \frac{e^{\epsilon^*_{nji}}}{1 + \epsilon^*_{nji}}. \tag{15}$$

Použitie Gumbelovho rozdelenia pre náhodne zložky (a teda logistického rozdelenia pre ich rozdiely) je takmer to isté, ako predpokladať, že chyby sú nezávisle normálne rozdelené. Gumbelovo rozdelenie má o niečo ťažšie chvosty ako normálne rozdelenie. Väčšinou však rozdiel medzi Gumbelovým a nezávislým normálnym rozdelením chýb nie je empiricky rozpoznateľný [31].

Pravdepodobnosť voľby, že jednotlivec n si vyberie alternatívu x_i, sa prepísaním rovnice (9) vie vyjadriť aj ako [31]

$$P_{ni} = P(\epsilon_{nj} \leq \epsilon_{ni} + V_{ni} - V_{nj}), \quad \forall j \neq i. \tag{16}$$

Ak ϵ_i je ľubovoľne dané, tak pravdepodobnosť, že $U_{ni} \geq U_{nj}$, je ekvivalentná spoločnej pravdepodobnosti $\epsilon_{n1} \leq \epsilon_{ni} + V_{ni} - V_{n1}, \epsilon_{n2} \leq \epsilon_{ni} + V_{ni} - V_{n2}, \ldots, \forall j \neq i$. Ak sú tieto

distribúcie nezávislé, táto spoločná pravdepodobnosť je súčinom samostatných pravdepodobností. Preto pre akúkoľvek danú hodnotu ϵ_i je pravdepodobnosť toho, že alternatíva odpracovaných hodín x_i produkuje maximálnu užitočnosť, rovnaká ako [31]

$$P_{ni}|\epsilon_{ni} = \prod_{j \neq i} P(\epsilon_{nj} \leq \epsilon_{ni} + V_{ni} - V_{nj}). \tag{17}$$

Rovnica (17) tak vyjadruje podmienenú pravdepodobnosť pre danú hodnotu ϵ_i [6]. Celková pravdepodobnosť sa získa agregovaním výrazov (17) pre všetky možné hodnoty ϵ_i. Uľahčuje nám to predpoklad, že distribúcia každého ϵ_i je rovnaká pre $\forall i \neq j$. V tomto prípade ide o Gumbelovo rozdelenie, a tak pravdepodobnosť (17) vieme zapísať aj ako [31]

$$P_{ni}|\epsilon_{ni} = \prod_{j \neq i} e^{-e^{-(\epsilon_{ni} + V_{ni} - V_{nj})}}. \tag{18}$$

Náhodná zložka ϵ_i ale nie je daná, preto táto pravdepodobnosť voľby je integrálom $P_{ni}|\epsilon_{ni}$ definovaný nad všetkými hodnotami ϵ_{ni} ako [31]

$$\begin{aligned} P_{ni} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{j \neq i} \Big(F(\epsilon_{ni} + V_{n\tilde{j}} - V_{nj}) \Big) \right] f(\epsilon_{ni}) d\epsilon_{ni}, \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{j \neq i} e^{-e^{-(\epsilon_{ni} + V_{ni} - V_{nj})}} \right] e^{-\epsilon_{ni}} e^{-e^{-\epsilon_{ni}}} d\epsilon_{ni}. \end{aligned} \tag{19}$$

Algebraickými úpravami pravdepodobnosť (19) sa dá upraviť na finálny tvar [31]

$$p_{ni} = \frac{e^{V_{ni}}}{\sum_{j=1}^{J} e^{V_{nj}}}, \quad \forall i \in J. \tag{20}$$

2.1.1 Nevýhody podmieneného logit modelu

Hlavné nevýhody podmieneného logit modelu spočívajú v predpokladoch kladených na náhodnú zložku užitočnosti. Najdôležitejší z týchto predpokladov je, že náhodné zložky sú od seba nezávislé. Tento predpoklad nezávislosti znamená, že nepozorovateľná časť užitočnosti jednej alternatívy nekoreluje s nepozorovateľnou časťou užitočnosti inej alternatívy [31].

Rozdiely v individuálnych preferenciách v podmienenom logit modeli môžeme zaradiť do modelu iba prostredníctvom pozorovateľných charakteristík. Tento prístup však nedokáže zachytiť tie preferencie, ktoré sú ovplyvnené nepozorovateľnými faktormi. Kvôli

tomu náhodná časť užitočnosti obsahuje navyše tieto nepozorovateľné individuálne preferencie. Problém nastáva, keď tieto preferencie medzi alternatívami korelujú, čo vedie k tomu, že náhodné zložky ϵ_{nj} nie sú medzi sebou nezávislé a identicky rozdelené. Toto porušuje jeden z kľúčových predpokladov logit modelu.

Nezávislosť od irelevantných alternatív je vlastnosť podmieneného logit modelu, ktorá vyplýva z predpokladu, že ϵ_{nj} sú iid. Predstavuje jednu z nevýhod podmieneného logitového modelu, pretože narušuje tzv. efekt substitúcie. Keď sa zvýši užitočnosť jednej z alternatív, zvyšuje sa aj pravdepodobnosť jej voľby. Keďže pravdepodobnosti voľby sa sčítajú na jednotku naprieč alternatívami, zvýšenie pravdepodobnosti jednej alternatívy nutne znamená pokles pravdepodobnosti pre ostatné alternatívy. Vlastnosť IIA naopak hovorí o tom, že zmena vlastností jednej alternatívy nijako neovplyvní pravdepodobnosť voľby iných alternatív a tým porušuje efekt substitúcie [31].

Vlastnosť IIA vyžaduje, aby pravdepodobnostný pomer dvoch alternatív nezávisel na existencii tretej alternatívy. Pre každé dve alternatívy x_i a x_k platí, že ich pravdepodobnostný pomer voľby, nezávislý od iných alternatív, vieme zapísať ako [31]

$$\frac{p_{ni}}{p_{nk}} = \frac{\frac{e^{V_{ni}}}{\sum_{j=1}^{J} e^{V_{nj}}}}{\frac{e^{V_{nk}}}{\sum_{j=1}^{J} e^{V_{nj}}}} = \frac{e^{V_{ni}}}{e^{V_{nk}}} = e^{V_{ni}-V_{nk}}. \tag{21}$$

Táto vlastnosť sa v modelovaní pracovnej ponuky ukazuje ako veľmi obmedzujúca, čo ilustruje príklad z práce [21]. Nech n jednotlivcov má možnosť pracovať 0, 20 alebo 40 hodín. Nech je zavedená ďalšia alternatíva pracovať 60 hodín. Vlastnosť IIA vyžaduje, aby pomery pravdepodobností pôvodných volieb zostali konštantné. To by bolo pravdivé len v prípade, ak konštantná časť jednotlivcov z každej pôvodnej voľby prechádza na novú alternatívu 60 odpracovaných hodín. Na druhej strane sa dá predpokladať, že jednotlivci, ktorí pracujú bližšie k 60 hodinám, by si vybrali túto alternatívu vo väčšom pomere. Preto by v tomto prípade predpoklad IIA spôsobil, že podmienený logit model by poskytoval nerealistické predikcie.

2.1.2 Metóda maximálnej vierohodnosti

Pozorovateľná užitočnosť je zvyčajne definovaná ako lineárna v parametroch v tvare

$$V_{nj} = \beta' s_{nj}, \tag{22}$$

kde s_{nj} je vektor pozorovateľných premenných jednotlivých alternatív a β je vektor koeficientov, ktoré kvantifikujú vplyv jednotlivých premenných zahrnutých vo vektore s_{nj} [31]. Tento predpoklad nie je veľmi obmedzujúci, nakoľko za pomerne všeobecných podmienok môže byť akákoľvek funkcia aproximovateľná ľubovoľne blízko k lineárnej funkcii. Tento predpoklad je ale nevyhnutný, pretože v práci [18] bolo preukázané, že log-vierohodnostná funkcia s týmito pravdepodobnosťami voľby je globálne konkávna voči parametrom β, čo pomáha pri numerických postupoch maximalizácie.

Odhad parametrov logit modelov, ako aj podmieneného logit modelu, sa vykonáva pomocou metódy maximálnej vierohodnosti (MLE) [6]. Majme teda vzorku N jednotlivcov, kde jednotlivec $n, \forall n = 1, \ldots, N$ si vyberá z alternatív $x_j, \forall j = 1, \ldots, J$. Potom pravdepodobnosť, že jednotlivec n si naozaj vyberie takú alternatívu x_j, ktorú si aj skutočne vybral, je v tvare [31]

$$\prod_{j=1}^{J} (p_{nj})^{d_{nj}}, \tag{23}$$

kde $d_{nj} = 1$, ak si jednotlivec n naozaj vybral x_j, inak $d_{nj} = 0$ [31]. Ak si každý jednotlivec vyberie svoju optimálnu alternatívu odpracovaných hodín nezávisle od ostatných, tak pravdepodobnosť, že si každý vo vzorke vyberie alternatívu, ktorú si aj skutočne vybral, je [31]

$$\mathcal{L}(\beta_1, \ldots, \beta_K) = \prod_{n=1}^{N} \prod_{j=1}^{J} (p_{nj})^{d_{nj}}, \tag{24}$$

kde pravdepodobnostná funkcia neznámych parametrov $\mathcal{L}(\beta_1, \ldots, \beta_K)$ je vierohodnostná funkcia a správa sa k parametrom logit modelu ako k premenným [6]. Metódou maximálnej vierohodnosti sa hľadajú odhady koeficientov $\hat{\beta}_1, \ldots, \hat{\beta}_K$, ktoré maximalizujú hodnotu funkcie (24). Na elimináciu súčinov vo funkcii (24) sa používa logaritmus vierohodnostnej funkcie. Táto transformácia je monotónna, a tak neovplyvňuje odhady maximálnej vierohodnosti. Log-vierohodnostná funkcia $\ell(.)$ v tomto prípade je v tvare [31]

$$\ell(\beta_1, \ldots, \beta_K) = \ln \mathcal{L}(\beta_1, \ldots, \beta_K) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{j=1}^{J} d_{nj} \ln(p_{nj}). \tag{25}$$

Maximum sa potom často hľadá ako jedno z riešení vierohodnostných rovníc [31]

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta_k} = 0, \quad \forall k = 1, \ldots, K, \tag{26}$$

z čoho vyplýva podmienka:

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{j=1}^{J} (d_{nj} - p_{nj}) s_{nj} = 0. \tag{27}$$

Vierohodnostné rovnice (26) sú nelineárne rovnice, na ktorých riešenie sa musia použiť numerické metódy [31].

2.2 Zmiešaný logit model

Nevýhody a obmedzenia podmieneného logit modelu viedli k vzniku iných prístupov modelovania diskrétnej voľby. Niektoré prístupy nedokázali eliminovať všetky obmedzenia podmieneného logit modelu, ako napr. probit modely. Zmiešaný logit model je ale zo všetkých najviac flexibilný a dokáže aproximovať každý diskrétny model voľby [21].

Zmiešaný logit model je definovaný štandardnou logit formulou (19) integrovanou cez hustotu parametrov v tvare [31]

$$P_{ni} = \int p_{ni}(\beta) f(\beta) d\beta, \quad \forall i \in J, \tag{28}$$

kde p_{ni} je logit pravdepodobnosť voľby (20).

Rovnica (28) tak reprezentuje pravdepodobnosť voľby zmiešaného logitu, ktorá je v podstate váženým priemerom štandardnej logit pravdepodobnosti voľby vyhodnotenej pri rôznych hodnotách β a s váhami danými hustotou funkcie $f(\beta)$ [31]. Funkcia hustoty $f(\beta)$ môže mať vo všeobecnosti akékoľvek rozdelenie, aj diskrétne aj spojité.

2.2.1 Model náhodných parametrov

Jedným zo spôsobov ako vyjadriť pravdepodobnosť voľby z rovnice (28) je pomocou tzv. modelu náhodných parametrov. Tento model umožňuje heterogenitu jednotlivcov tým, že parameter spojený s každou pozorovanou premennou (napr. jej koeficient) sa môže náhodne líšiť medzi jednotlivcami podľa niektorého vopred špecifikovaného rozdelenia. Tento typ individuálnej heterogenity je v literatúre obvykle označovaný aj ako nepozorovateľná heterogenita [23].

Pre model náhodných parametrov platí, že jednotlivec n maximalizuje svoju užitočnosť $U_{nj} = \beta_n' s_{nj} + \epsilon_{nj}$, kde s_{nj} sú pozorované premenné súvisiace s alternatívou a jednotlivcom, ϵ_{nj} je náhodný člen, ktorý má iid Gumbelovo rozdelenie, β_n je vektor koeficientov týchto premenných, ktorý reprezentuje preferencie jednotlivca n [31].

Model náhodných parametrov tak predpokladá, že koeficienty sa náhodne líšia medzi jednotlivcami podľa nejakej spojitej distribúcie označovanej ako $f(\theta)$. Keďže distribúcia

je neznáma, musí byť dopredu špecifikovaná. Informácie o individuálnej heterogenite sú zachytené parametrami distribúcie θ, ktoré zvyčajne predstavujú priemer b a kovariančnú maticu W. Cieľom modelu náhodných koeficientov je odhadnúť tieto parametre, aby sa získal profil individuálnej heterogenity. Vo väčšine aplikáciach podľa [31] je rozdelenie β buď normálne, log-normálne alebo rovnomerné s parametrami b a W, ktoré sa odhadnú. Potom sa hľadá logit pravdepodobnosti voľby v tvare [31]

$$P_{ni}(\theta) = \int \frac{e^{\beta_n' s_{ni}}}{\sum_{j=1}^{J} e^{\beta_n' s_{nj}}} f(\beta_n|\theta) d\beta_n, \quad \forall i \in J. \tag{29}$$

Pravdepodobnosť (29) nemá analytické riešenie, čiže je náročné zbaviť sa náhodného parametra integrovaním a získať odhad pomocou MLE metódy. Preto je potrebné získať dobrú aproximáciu $\hat{P}_{ni}(\theta)$, na ktorú už sa vie aplikovať MLE metóda.

2.2.2 Simulovaná metóda maximálnej vierohodnosti

Pri zmiešanom logit modeli nie je možné vyriešiť vierohodnostnú funkciu analyticky, a preto pravdepodobnosti voľby sú aproximované simulovanou metódou. Užitočnosť je v tvare $U_{nj} = \beta_n' s_{nj} + \epsilon_{nj}$, kde β má hustotu $f(\beta_n|\theta)$. Parameter θ označuje v tomto prípade priemer a kovariančnú maticu rozdelenia β [31]. Cieľom simulovanej metódy maximálnej vierohodnosti (SMLE) je odhadnúť tento parameter θ.

Podľa [31] sú pravdepodobnosti (28) aproximované pomocou simulácie pre ľubovoľne danú hodnotu parametra θ tak, že najskôr sa náhodne vytiahne β^r z hustoty $f(\beta|\theta)$, kde $r = 1, \ldots, R$ označuje počet ťahov. Vypočíta sa hodnota $p_{ni}(\beta^r)$ z rovnice (20). Tento postup sa niekoľkokrát zopakuje a získaný priemer sa označí ako výsledná simulovaná pravdepodobnosť v tvare [31]

$$\hat{P}_{ni} = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^{R} P_{ni}(\beta^r), \tag{30}$$

kde $\hat{P}_{ni}$ je nevychýlený odhad P_{ni}. Tento odhad je striktne kladný, takže $\ln(\hat{P}_{ni})$ je vždy definovaný a môže byť použitý v log-vierohodnostnej funkcii. Výsledkom je tak simulovaná log-vierohodnostná funkcia $\mathcal{S}\ell$ v tvare [31]

$$\mathcal{S}\ell(\theta) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{j=1}^{J} d_{nj} \ln \hat{P}_{nj}, \tag{31}$$

kde $d_{nj} = 1$, ak si jednotlivec n naozaj vybral x_j, inak $d_{nj} = 0$. Odhadom SMLE je taká hodnota parametra θ, ktorá maximalizuje funkciu $\mathcal{S}\ell$. Zvyčajne sa pre každého jednotlivca

používajú rôzne ťahy pre zabezpečenie nezávislosti simulovaných pravdepodobnostiach, ktoré vstupujú do funkcie $\mathcal{S}\ell$.

Logaritmus $\hat{P}_{ni}$ nie je nevychýleným odhadom logaritmu P_{ni}. Odhad sa ale zlepšuje s rastúcim počtom ťahov. Podľa [31] je 250 náhodných ťahov už dostatočných pre nevychýlené výsledky odhadu SMLE. Navyše sa používajú Haltonove sekvencie namiesto náhodného výberu pre zvýšenie stability takto odhadnutých pravdepodobností [14].

2.3 Elasticity ponuky práce

Odhady koeficientov, ktoré sú výsledkom logit modelov, nemajú veľkú výpovednú hodnotu samy o sebe a nie sú vhodné na porovnávanie medzi sebou. Preto je hlavná analýza výsledkov vykonávaná pomocou dodatočných výpočtov. Najčastejšie sa v modelovaní ponuky práce používajú simulácie šokov hrubej mzdy na sledovanie marginálnych efektov a následne na výpočet elasticít ponuky práce [14].

Elasticita ponuky práce je všeobecne definovaná ako

$$\varepsilon = \frac{\partial h}{\partial w} \cdot \frac{w}{h}, \tag{32}$$

ktorá meria percentuálnu zmenu ponuky práce vyvolanú percentuálnym zvýšením hrubej hodinovej mzdy w [21]. Často sa používa elasticita vypočítaná ako percentuálna zmena v hodinách $\frac{\partial h}{h}$ spôsobená nejakým percentuálnym šokom mzdy. Tento princíp je potom ďalej vhodný aplikovať na sledovanie priamych dopadov legislatívnych zmien. Keďže sa elasticity počítajú na základe navýšenia hrubej mzdy každého jednotlivca, tak sa tieto elasticity nazývajú elasticity vlastnej mzdy (angl. own wage elasticities) [6].

Niektoré modely, napr. zmiešaný logit model, ako aj model náhodných koeficientov popísané v podkapitole 2.2, neumožňujú analyticky vypočítať pravdepodobnosti odpracovaných hodín. Preto sa na výpočet elasticít používa metóda SMLE popísaná v podkapitole 2.2.2. Nech pravdepodobnosť, že jednotlivec n si vyberie alternatívu x_j, je $\hat{p}_{nj} = \hat{p}_n(h = h_j)$ a nech pravdepodobnosť, že jednotlivec n si vyberie alternatívu x_j, pri nejakom percentuálnom zvýšení hrubej mzdy, je $\hat{p}^*_{nj} = \hat{p}^*_n(h = h_j)$. Očakávané odpracované hodiny pre jednotlivca n vieme získať pomocou $\sum_n \sum_j h_{nj}\hat{p}_{nj}$ [31].

Potom elasticity môžu byť vypočítané ako zmeny v očakávaných odpracovaných ho-

dinách naprieč všetkými jednotlivcami v tvare

$$\varepsilon = \frac{\sum_n \sum_j h_{nj} \hat{p}^*_{nj} - \sum_n \sum_j h_{nj} \hat{p}_{nj}}{\sum_n \sum_j h_{nj} \hat{p}_{nj}} \frac{1}{a}, \tag{33}$$

kde a predstavuje percentuálnu zmenu v hrubej mzde [3].

Táto elasticita vie byť rozdelená na extenzívnu a intenzívnu zložku ($\varepsilon = \varepsilon^{ext} + \varepsilon^{int}$), pretože jednotlivci sa nerozhodujú len o počte hodín, ktoré poskytnú za danú mzdovú sadzbu (angl. intensive margin), ale tiež sa rozhodujú, či vôbec budú pracovať (angl. extensive margin) [3].

Nech pravdepodobnosť toho, že jednotlivec n nebude pracovať (vybral si alternatívu nezamestnanosti) je $\hat{p}_{n0} = \hat{p}_n(h = h_0)$ a pravdepodobnosť toho, že bude pracovať, je rovná $1 - \hat{p}_{n0}$. Potom extenzívna elasticita je relatívna zmena v pravdepodobnostiach účasti na pracovnom trhu vypočítaná ako [3]

$$\varepsilon^{ext} = \frac{\sum_n (1 - \hat{p}^*_{n0}) - \sum_n (1 - \hat{p}_{n0})}{\sum_n (1 - \hat{p}_{n0})} \frac{1}{a}. \tag{34}$$

Preškálovaním odpracovaných hodín podľa zmeny účasti na pracovnom trhu $\frac{\sum_n (1-\hat{p}^*_{n0})}{\sum_n (1-\hat{p}_{n0})}$ vieme získať očakávané hodiny podmienené rovnakou pravdepodobnosťou účasti ako v šokovom scenári. To vedie k intenzívnej elasticite, definovanej ako [3]

$$\varepsilon^{int} = \frac{\sum_n \sum_j h_{nj} \hat{p}^*_{nj} - \frac{\sum_n (1-\hat{p}^*_{n0})}{\sum_n (1-\hat{p}_{n0})} \sum_n \sum_j h_{nj} \hat{p}_{nj}}{\sum_n \sum_j h_{nj} \hat{p}_{nj}} \frac{1}{a}. \tag{35}$$

Ide o tzv. nekompenzované elasticity, ktoré opisujú reakciu ponuky práce na zmenu mzdy bez toho, aby sa zohľadnil efekt zmeny príjmu. Rovnako neberú do úvahy iné faktory, ako sú demografické charakteristiky, pracovné podmienky, alebo príjmové úrovne, ktoré by mohli tiež ovplyvniť ponuku práce [14].

3 Dáta a mikrosimulačný model

S často sa meniacim sociálnym a daňovo-odvodovým systémom vznikla potreba možnosti okamžitého hodnotenia týchto zmien na príjmovú štruktúru obyvateľstva. Analytici KRRZ preto vytvorili mikrosimulačný model SIMTASK, ktorý pracuje s údajmi výberového zisťovania SK-SILC a aktuálne platnou legislatívou, simulujúci dopady hypotetických alebo novozavedených legislatívnych zmien práve na príjmovú štruktúru obyvateľstva. Podrobnejšiemu opisu údajov SK-SILC a modelu SIMTASK sa venuje technická dokumentácia KRRZ [25]. V našej práci sme uviedli len ich základný opis.

3.1 SK-SILC

SK-SILC je výberové zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach domácností, ktoré je zbierané Štatistickým úradom Slovenskej republiky (ŠÚ SR) v rámci európskeho projektu EU-SILC (angl. European Union Statistics on Income and Living Conditions). V databáze vytvorenej z výberového zisťovania SK-SILC sa nachádzajú prierezové dáta o jednotlivcoch žijúcich v hospodáriacich domácnostiach a ich rodinných väzbách na území Slovenskej republiky. Hospodáriaca domácnosť je domácnosť, ktorej členovia spolu hospodária, a teda zdieľajú úhrady základných výdavkov [25].

Pri výberovom zisťovaní sa na náhodný výber využíva geografická stratifikácia na úrovni krajov a každý z ôsmich slovenských krajov je kalibrovaný samostatne. Kalibrované váhy sú reprezentatívne nielen na úrovni celého Slovenska, ale aj na úrovni jednotlivých krajov. Výberové zisťovanie SK-SILC sa vykonáva každoročne od roku 2005, pričom v predloženej práci sme využívali údaje z verzie databázy SK-SILC 2021, ktorá obsahuje údaje platné pre príjmovo referenčný rok 2020 [30].

SK-SILC 2021 pokrýva údaje o približne 13 500 osobách žijúcich vo viac ako 5 600 domácnostiach. Databáza obsahuje sociodemografické charakteristiky jednotlivcov, vrátane ich veku, pohlavia, vzdelania, rodinného stavu a zdravotného stavu, ako aj ich postavenia na pracovnom trhu. Zahrnuté sú tiež detailné informácie o ich pracovných a nepracovných príjmoch, vrátane dôchodkov a sociálnych dávok. Pre potreby modelovania ponuky práce boli pre našu prácu najpodstatnejšie premenné odpracovaných hodín počas týždňa v hlavnom zamestnaní (PL060), týkajúce sa celkového počtu hodín obvykle odpraco-

vaných v druhom, treťom, atď. zamestnaní (PL100) a premenná najčastejšieho statusu ekonomickej aktivity (PX050), bližšie uvedená v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Najčastejší status ekonomickej aktivity

PX050	
1	pracujúci
2	nezamestnaný
3	dôchodca
4	inak neaktívny

(zdroj: vlastné spracovanie na základe [29])

3.2 SIMTASK

SIMTASK je nástroj na výpočet daňovej povinnosti každej osoby a na simuláciu príslušných sociálnych dávok, na ktoré má jednotlivec nárok. Tento komplexný model berie do úvahy pracovné a nepracovné príjmy, rôzne odpočítateľné položky, demografické charakteristiky a štruktúru domácnosti, v ktorej osoby žijú. Výsledky sú potom upravené pomocou kalibrovaných štatistických váh, čo umožňuje vyhodnotiť agregované efekty na úrovni celej ekonomiky [30].

SIMTASK vznikol po vzore mikrosimulačného modelu daňovo-odvodového a sociálneho systému európskych krajín EUROMOD v roku 2012. Bol vyvinutý v štatistickom softvéri STATA. V súčastnosti je jeho vývoj od EUROMODU nezávislý a aktualizuje sa každoročne pomocou platnej legislatívy a aktuálnej podkladovej databázy SK-SILC. Súčasťou modelu SIMTASK je aj vytváranie vlastných štatistických váh podkladovej databázy, ktoré zabezpečujú reprezentatívnosť údajov na úrovni Slovenska [30].

SIMTASK nespočíta disponibilné príjmy jednotlivcov priamo, avšak možno ich odvodiť z peňažných príjmov získaných z rôznych zdrojov po odpočítaní daní a sociálnych príspevkov [25].

3.3 what_if

Model *what_if* je mikro-makro model daňovo-sociálneho systému, ktorý umožňuje vyhodnocovať dlhodobé dopady zmien v daňovo-sociálnom systéme na základe simulácií

modelu SIMTASK. Obsahuje aj model ponuky práce, ktorý ale nie je modelom diskrétnej voľby a nie je schopný simulovať, ako legislatívne zmeny prispievajú do zmien distribúcie odpracovaných hodín [27]. Rieši ale problém simulácie disponibilného príjmu aj pre nezamestnaných pomocou Heckmanovho selekčného modelu, ktorý sme v našej práci aj použili.

3.3.1 Heckmanov selekčný model

V prípade, že dáta obsahujú informáciu o hrubej mzde a počte odpracovaných hodín jednotlivca, disponibilný príjem v každej alternatíve sa vypočíta priamočiaro. Ak ale tieto informácie neobsahuje, tak na odhad hodinovej mzdy sa používa Heckmanov selekčný model [31].

Nakoľko niektoré premenné vplývajú iba na výšku hrubej mzdy, iné premenné ovplyvňujú dopyt po práci a ďalšie ovplyvňujú oboje, Heckmanova selekcia spočíva v dvoch krokoch. Najskôr vytvorením selekčnej rovnice sa odhadne pravdepodobnosť, že jednotlivec je zamestnaný a až následne sa odhadujú hodinové mzdy pomocou regresnej rovnice. Model je odhadnutý metódou maximálnej vierohodnosti.

Selekčná rovnica predstavuje prvý krok Heckmanovej selekcie, v ktorom sa odhaduje pravdepodobnosť, že jednotlivec je zamestnaný, v tvare:

$$P(zam_n) = \Phi(S_n'\alpha + Z_n'\tilde{\alpha} + \psi \log NY_n), \tag{36}$$

kde premenná zam_n je pomocná premenná rovná 1, ak jednotlivec n je zamestnaný a 0, ak nie je. Parameter Φ označuje štandardnú distribučnú funkciu normálneho rozdelenia, S_n je vektor charakteristík jednotlivcov, ktoré ovplyvňujú ich dopyt po práci, Z_n' je vektor pozorovaných preferencií jednotlivca n, ktoré priamo ovplyvňujú jeho rozhodovanie či vstúpiť na trh práce. Koeficienty α a $\tilde{\alpha}$ kvantifikujú vplyv príslušných premenných na pravdepodobnosť zamestnania jednotlivca. Parameter ψ vznikol odvodením štrukturálnej formy modelu, bližšie uvedený v štúdii [2].

Regresná rovnica predstavuje druhý krok Heckmanovej selekcie, v ktorom sa s využitím odhadnutých pravdepodobností zo selekčnej rovnice odhadujú hodinové mzdy w_n a je

v tvare:

$$\log w_n = S_n'\alpha + \rho\lambda(S_n'\alpha + Z_n'\tilde{\alpha} + \psi \log NY_n) + v_n, \tag{37}$$

kde λ je parameter označujúci tzv. inverzný Millsov pomer (angl. Mills ratio), ktorý je definovaný ako podiel funkcie hustoty ku kumulatívnej distribučnej funkcii [30] a v_n je chybový člen. Chybový člen má nezávislé rozdelenie pri jednotlivých pozorovaniach a pochádza zo združeného normálneho rozdelenia s koreláciou ρ.

Nakoľko účelom našej práce nebolo odvodenie rovníc pre Heckmanov selekčný model, ich odvodenie je podrobnejšie popísané v práci Norberta Švardu [30]. Výsledky Heckmanovho selekčného modelu pre rok 2020 sme uviedli v prílohe A.

4 Model diskrétnej voľby ponuky práce na Slovensku

Nakoľko existujúci slovenský model ponuky práce popísaný v podkapitole 3.3 neumožňuje simulovať, ako legislatívne zmeny prispievajú aj do zmien distribúcie odpracovaných hodín, motivoval nás navrhnúť pre potreby KRRZ nový model ponuky práce formou modelu diskrétnej voľby simulujúcu práve dopady legislatívnych zmien na distribúciu odpracovaných hodín obyvateľstva. Túto úlohu sme považovali za hlavný cieľ našej práce. Tento vytýčený cieľ sme dosiahli zrealizovaním nasledujúcich krokov:

1. Pre **vytvorenie nadstavby k existujúcemu modelu SIMTASK** sme sa potrebovali naučiť pracovať v štatistickom softvéri STATA, nakoľko existujúci model SIMTASK je vyvíjaný práve v tomto štatistickom softvéri.

2. Pre **dosiahnutie čo najreprezentatívnejšej množiny výberu ponuky práce** pre náš model sme si potrebovali vytvoriť z údajov SK-SILC premennú odpracované hodiny a analyzovať distribúciu odpracovaných hodín pre našu vzorku populácie, nakoľko bolo potrebné rozhodnúť o štruktúre vstupných dát, presnej špecifikácii voľného času a spotreby vybraných pozorovaní a definovať ďalšie vysvetľujúce premenné podľa konkrétnej štruktúry domácnosti.

3. Pre **zostrojenie čo najpresnejšieho modelu ponuky práce**, ktorý by zachytil možné reagovanie ponuky práce pri konkrétnej legislatívnej zmene na Slovensku, sme potrebovali zohľadniť špecifiká slovenského trhu práce. Keďže SIMTASK je statický model simulujúci dopady legislatívnych zmien okamžite bez ohľadu na čas, aj my sme uvažovali statický model ponuky práce a jeho princípy. Na naplnenie tohto kroku bolo rovnako dôležite vybrať vhodnú špecifikáciu funkcie užitočnosti tak, aby čo najpresnejšie zachytila reakcie (elasticity) ponuky práce pri legislatívnej zmene alebo inom príjmovom šoku. Analyzovali sme aj možné rozšírenie modelu pomocou fixných nákladov, ktoré zabezpečujú obmedzenia na alternatívu čiastočného úväzku, a tým by mohli zlepšiť odhad ponuky práce v tejto alternatíve.

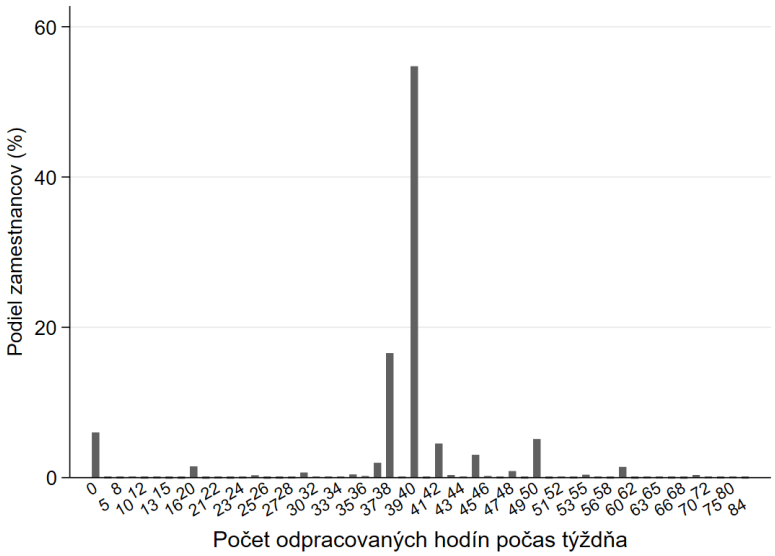
4. Pre **odhadnutie elasticít ponuky práce** sme potrebovali najprv odhadnúť distribúciu pracovných hodín vstupujúcu do výpočtu elasticity ponuky práce, nakoľko

odhad elasticít ponuky práce jednotlivcov hrá významnú úlohu pri analytickom vyhodnocovaní dopadov legislatívnych zmien.

4.1 Analýza odpracovaných hodín

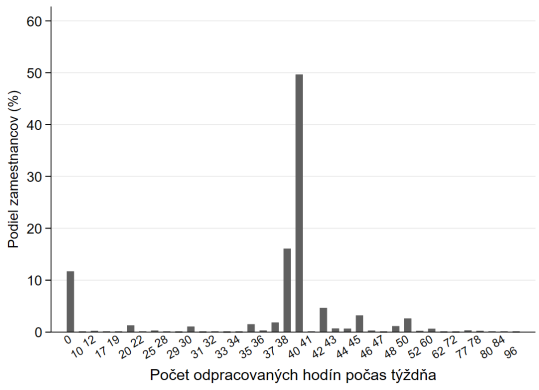
Z dostupných dát SK-SILC sme vytvorili vlastnú premennú počet odpracovaných hodín počas týždňa. Táto premenná bola potrebná v rámci definovania nami vytvorenej premennej voľného času, pretože jej hodnotu sme potom následne vedeli vypočítať ako komplement k odpracovanému času jednotlivcov. Analýza tejto premennej prispela aj k dosiahnutiu čo najreprezentatívnejšej množiny výberu ponuky práce pre náš model.

SK-SILC pre rok 2020 obsahuje údaje o 13 497 jednotlivcov v rámci 5 612 domácností. Hodnotu premennej o odpracovaných hodinách v hlavnom zamestnaní vyplnilo 5 469 jednotlivcov, zatiaľ čo hodnotu premennej o odpracovaných hodinách v ďalších iných zamestnaniach uviedlo 41 jednotlivcov. Na základe premennej definujúcej status ekonomickej aktivity uvedenej v tabuľke 1 sme priradili 387 nezamestnaným jednotlivcom hodnotu 0 odpracovaných hodín. Nakoniec sme aplikovali štatistické váhy modelu SIMTASK, aby sme docielili reprezentatívnosť dát na úrovni celého Slovenska. Na obr. (3), (4) a (5) sme vykreslili pozorovanú distribúciu, kde väčšina pozorovaných zamestnancov pracuje 38 a 40 hodín týždenne.

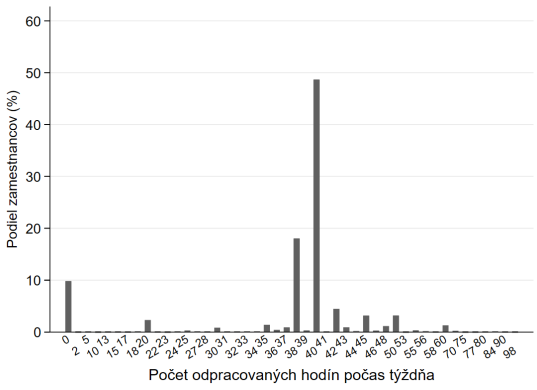


Obr. 3: Distribúcia odpracovaných hodín za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie na základe [29])

Veľmi podobné distribúcie mali aj pozorovania rozdelené do skupín podľa pohlavia a štruktúry domácnosti. Pre potreby našej práce sme analyzovali najmä rozdiely medzi ženami a mužmi, aby sme ich prípadne mohli zachytiť rozdielnymi množinami výberu ponuky práce. V oboch štruktúrach domácnosti (muži a ženy žijúci samostatne a s partnerom alebo partnerkou) mali muži odpracovaných podstatne viac hodín v oblasti nadčasov (viac ako 40 hodín) ako ženy. Naopak, ženy pracovali viac v oblasti čiastočného úväzku (menej ako 38 hodín) v porovnaní s počtom čiastočných úväzkov mužov.

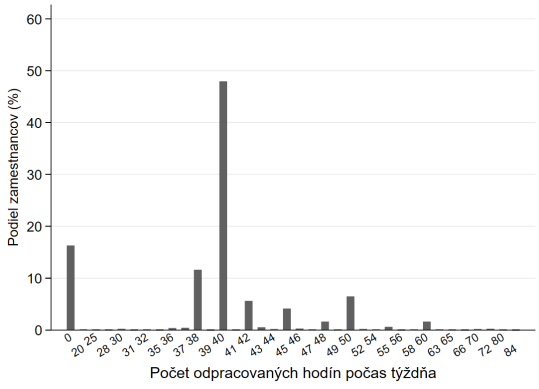


(a) Samostatne žijúce ženy

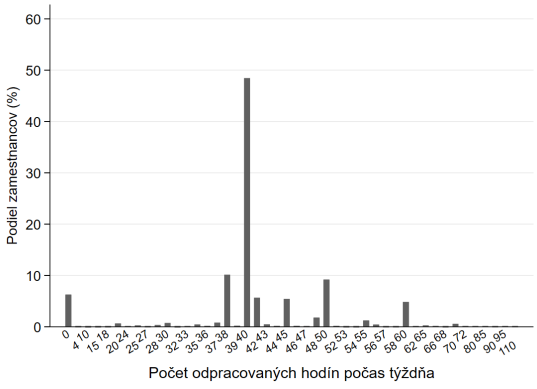


(b) Ženy žijúce s partnerom

Obr. 4: Distribúcie odpracovaných hodín žien za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie na základe [29])



(a) Samostatne žijúci muži



(b) Muži žijúci s partnerkou

Obr. 5: Distribúcie odpracovaných hodín mužov za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie na základe [29])

4.2 Konštrukcia modelu diskrétnej voľby ponuky práce

Voľbu odpracovaných hodín sme považovali za pomerne heterogénnu v rámci rozdielnej štruktúry domácnosti, nakoľko sa dalo predpokladať, že ženy majú prirodzene iné elasticity ponuky práce ako muži [15].

Modelovanie ponuky práce si navyše vyžadovalo rozdielne špecifikácie modelu pre domácnosti tvorené jednotlivcami a domácnosti tvorené dvojicami [3]. Títo jednotlivci a dvojice museli reagovať na naše parametre spotrebu a voľný čas a museli mať možnosť byť aktívni na pracovnom trhu. Preto sme definovali tzv. neflexibilných jednotlivcov, u ktorých sme predpokladali, že zmena ponuky práce by bola založená na odlišnom rozhodnutí o spotrebe a voľnom čase než u tých, ktorí sú flexibilní.

Podľa štúdie venujúcej sa modelu ponuky práce $IZA\Psi MOD$ spomenutého v kapitole 1, jednotlivec nie je flexibilný, ak spĺňa niektorú z týchto charakteristík:

- mladší ako 16 rokov,
- vo vzdelávacom systéme (študent),
- živnostník,
- poberajúci invalidný alebo starobný dôchodok.

Doteraz sme písali o voľbe ponuky práce na úrovni domácností, nakoľko sa tak zbierajú SK-SILC dáta. Rozhodli sme sa ale domácnosti predefinovať na rodiny vďaka informáciach o rodinných väzbách v domácnostiach (manžel/ka, partner/ka, nezaopatrené dieťa), kvôli simuláciám sociálnych dávok podľa platnej legislatívy.

Získali sme teda 3 základné skupiny rodín, pre ktoré sme odhadovali ponuku práce:

- jednotlivci,
- semi-flexibilné rodiny.
- flexibilné rodiny.

V modeli pre jednotlivcov sme uvažovali len flexibilných jednotlivcov. Rodiny semi-flexibilných rodín sú rodiny, kde iba jeden z partnerov je flexibilný, zatiaľ čo flexibilné rodiny sú definované iba flexibilnými partnermi.

4.2.1 Určenie voľného času a spotreby

Pomocou dát SK-SILC a výstupov modelu SIMTASK bolo nutné vypočítať hodnoty spotreby a voľného času pre každého jednotlivca v každej alternatíve. Rovnako bolo potrebné zadefinovať v interakcii so spotrebou a voľným časom premenné, ktoré sa líšili v závislosti od pohlavia a štruktúry rodín.

Voľný čas bol konštruovaný priamočiaro, nakoľko závisel iba od alternatívy. Odvíjal sa od celkového dostupného času cez týždeň T, od ktorého sa odčítal pozorovaný odpracovaný čas podľa vzorca (1). Za T sme uvažovali hodnotu 80 hodín [3].

Spotrebu sme museli vypočítať pre každé pozorovanie a jeho alternatívy individuálne. Keďže spotreba je rovná disponibilnému príjmu jednotlivca, uvedené v podkapitole 1.1.1, bolo nutné sa vysporiadať s jednotlivými zložkami pracovného a nepracovného príjmu, daňovými povinnosťami a sociálnymi a zdravotnými odvodmi jednotlivcov. Disponibilný príjem sme získali sčítaním všetkých peňažných príjmov nadobudnutých z akéhokoľvek zdroja a odpočítaním platených bežných prevodov. Išlo teda o čisté príjmy jednotlivcov a rodín. Peňažné príjmy sú nadobudnuté z pracovného a nepracovného príjmu, pričom niektoré sociálne dávky v nepracovnom príjme vieme pomocou modelu SIMTASK simulovať.

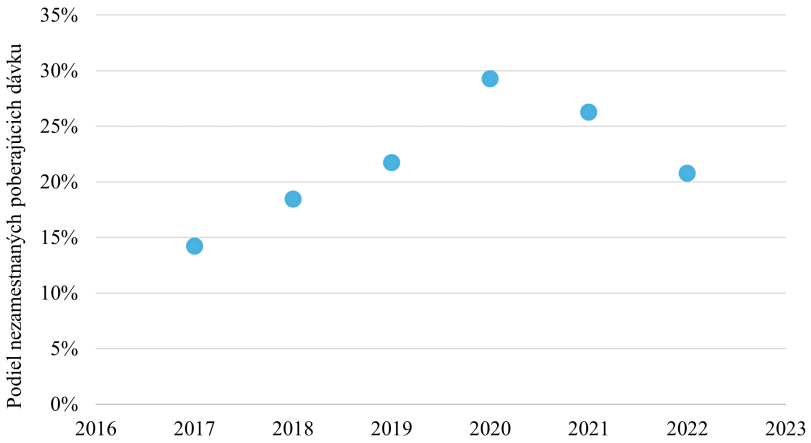
Pracovný príjem do veľkej miery tvorí príjem z pracovnej činnosti, ktorý sme potrebovali odhadnúť pomocou Heckmanovho selekčného modelu v podkapitole 3.3.1, tak aby bol špecifický pre danú alternatívu odpracovaných hodín [25]. Odhadnutú hodinovú mzdu sme sa rozhodli použiť pre všetky pozorovania, aby sme pracovali s konzistentným vektorom hrubých miezd. V prípade príjmov osôb so samostatne zárobkovou činnosťou (SZČO) sa ich pozorované hrubé príjmy započítali do pracovného príjmu.

Nepracovný príjem tvoria všetky peňažné príjmy nevyplývajúce z pracovnej činnosti [22]. Medzi ne patria príjmy z kapitálového majetku a prijaté bežné prevody. Prijaté bežné prevody v sebe obsahujú sociálne dávky, ktoré sme rozdelili na simulované a nesimulované modelom SIMTASK. Tie nesimulované sme zahrnuli do disponibilného príjmu priamo z údajov SK-SILC. Zoznam premenných v nepracovnom príjme sa nachádza v prílohe B.

Simulované sociálne dávky modelom SIMTASK obsahujú príspevok pri narodení dieťaťa, prídavok na dieťa a rodičovský príspevok. Ďalej sa simuluje aj dávka v hmotnej núdzi a príspevky k nej a dávka sociálneho poistenia, konkrétne dávka v tehotenstve.

Nesimulované sociálne dávky sú tvorené prevažne z dávok sociálneho poistenia. Keďže SK-SILC neobsahuje informáciu o pracovnej histórii jednotlivcov, nebolo možné simulovať ani jednu dávku z dôchodkového poistenia. Rovnako sa nesimulujú ani dávky vyplácané z fondu nemocenského poistenia [25]. Z poistenia v nezamestnanosti vyplýva nárok na dávku v nezamestnanosti a bolo by vhodné ju simulovať v alternatíve nezamestnanosti. Táto dávka sa ale v modeli SIMTASK simuluje za veľmi zjednodušených predpokladov, a tak tieto výsledky neboli pre potreby našej práce relevantné. Navyše, keďže ide o krátkodobú dávku, ktorá sa poberá počas podporného obdobia šiestich mesiacov nezamestnanej osobe, tak jej efekt sme považovali za zanedbateľný.

Zo správ o sociálnej situácii obyvateľstva Slovenskej republiky je aj zjavné, že nezamestnaní na Slovensku túto dávku poberajú v nízkom počte. V roku 2020 zo 181 400 nezamestnaných poberalo túto dávku v priemere len 53 138 (približne 29 %) [10]. Vývoj tohto podielu v čase sme znázornili na obr. (6).



Obr. 6: Podiel nezamestnaných poberajúcich dávku v nezamestnanosti.
(zdroj: vlastné spracovanie na základe [10])

Platené bežné prevody sú do veľkej miery simulované modelom SIMTASK. Simulovaná je daň z príjmov fyzickej osoby a taktiež aj sociálne a zdravotné odvody platené zamestnancami, dohodármi a SZČO. V prípade zdravotného poistenia plateného samoplatiteľom ide o kategóriu dobrovoľne nezamestnaných osôb. Presný zoznam premenných platených bežných prevodov sa nachádza v prílohe B.

4.2.2 Špecifikácie modelu

Vo všetkých troch skupinách rodín (jednotlivci, semi-flexibilné rodiny, flexibilné rodiny) sme odhadovali ponuku práce v závislosti od pohlavia. Dôvodom sú elasticity, ktoré sa zvyknú líšiť v rámci rozdielneho pohlavia, ale aj rozdielnej štruktúry rodiny [3].

Množinu výberu ponuky práce sme určili rovnakú pre obe pohlavia a pre všetky štruktúry rodiny tak, aby zachytila zmeny ponuky práce na úrovni pracovných úväzkov. Niektoré štúdie pracovali s inými množinami výberu ponuky práce v závislosti od pohlavia. Najčastejšie išlo o severské krajiny, kde ženy oveľa častejšie volia čiastočný úväzok ako muži [20]. Nakoľko v našich distribúciách na obr. (4) a (5) sme nepozorovali výrazné zmeny medzi mužmi a ženami, zvolili sme 4 nasledujúce alternatívy:

- **Alternatíva 1** – nezamestnanosť,
- **Alternatíva 2** – čiastočný úväzok,
- **Alternatíva 3** – trvalý úväzok,
- **Alternatíva 4** – trvalý úväzok s nadčasmi.

Priradiť počty odpracovaných hodín k týmto 4 alternatívam nebolo priamočiare. Najčastejšie sa množina výberu vytvára celočíselným bodovaním, ktoré bolo predstavené v kapitole 1.1.2. Tento prístup pre naše dáta ale nebol vhodný kvôli malému zastúpeniu v niektorých bodoch odpracovaných hodín podľa obr. (3). Preto sme uvažovali bodovanie stredným bodom, ktoré si vyžadovalo definovanie intervalov odpracovaných hodín pre každú alternatívu. Za hornú hranicu intervalu odpracovaných hodín prvej alternatívy sme zvolili hodnotu 4 hodín podľa štúdie modelu ponuky práce *EUROLAB*, ktorá odpracované hodiny za týždeň v intervale $[1; 4]$ označila ako hodiny hľadania práce [19].

Horná hranica intervalu pre čiastočný úväzok sa v jednotlivých štúdiach pohybuje v rozmedzí 30-36 odpracovaných hodín za týždeň [19], [13]. Medzinárodná organizácia

práce (ILO) uviedla niekoľko príkladov týchto hodnôt odpracovaných hodín v rôznych krajinách uvedených v tabuľke 2.

Tabuľka 2: Horná hranica odpracovaných hodín podľa krajín

Horná hranica	Krajina
30 hodín	Fínsko, Kanada, Nový Zéland
35 hodín	Austrália, Rakúsko, Island, Japonsko, Švédsko, USA
36 hodín	Maďarsko, Turecko
37 hodín	Nórsko

(zdroj: vlastné spracovanie na základe [11])

V našom modeli sme sa rozhodli použiť hranicu pre čiastočný úväzok v hodnote 34 odpracovaných hodín podľa štúdie španielskeho modelu ponuky práce [13]. Legislatívne totiž nie je na Slovensku určený presný počet odpracovaných hodín v čiastočnom pracovnom úväzku. Konkrétne Zákonník práce definuje pracovný pomer na kratší pracovný čas ako *„každý pracovný pomer, v ktorom je pracovný čas kratší, ako je štandardný pracovný čas určený zamestnávateľom, ktorý nesmie byť dlhší ako 40 hodín týždenne“* [33].

Za hornú hranicu opracovaných hodín pre trvalý úväzok sme určili hodnotu 40 hodín a tak množinu výberu ponuky práce pre náš model tvorili 4 intervaly $[0-4], [5-34], [35-40], [41+]$ s mediánom dát v každej alternatíve ako reprezentujúci bod.

Subjektom rozhodovania sme označili jednotlivca, ktorý v danej rodine v našom modeli rozhoduje o voľbe ponuky práce a je vo veku od 16 do 64 rokov. V prípade rodiny flexibilných jednotlivcov žijúcich bez partnerov sme všetkých označili za subjekt rozhodovania. V modeli pre semi-flexibilné rodiny iba flexibilní/é partneri/ky rozhodovali o svojej ponuke práce. V modeli pre flexibilné rodiny sme odhadovali ponuku práce pre obe pohlavia v rodine zvlášť, pričom ich spotreba bola spoločná[1].

Odhady distribúcie odpracovaných hodín a k nim prislúchajúce výpočty sme teda vykonali na 6 skupinách subjektov rozhodovania:

- jednotlivci, ženy,

[1]Ide o nami navrhnuté zjednodušenie štandardne používaného modelu ponuky práce pre flexibilné rodiny, v ktorom by sa brali do úvahy kombinácie voľného času partnerov a spoločná spotreba [3]. Subjektom rozhodovania by bola reprezentatívna hlava domácnosti a mala by na výber z J^2 alternatív. Pomocou tohto modelu sme ale neboli schopní získať vhodné odhady ponuky práce.

- jednotlivci, muži,
- semi-flexibilné rodiny, ženy,
- semi-flexibilné rodiny, muži,
- flexibilné rodiny, ženy,
- flexibilné rodiny, muži.

Výber funkcie užitočnosti nemá v literatúre žiadne univerzálne pravidlá a dokonca výsledky štúdie autorov Peichl et al. [15] nenaznačili, že by výber funkcie užitočnosti mal nejako zlepšovať alebo zhoršovať presnosť modelu. Väčšina autorov sa spolieha na kvadratickú, translogaritmickú alebo Box-Cox špecifikáciu užitočnosti [15], preto sme aj my v našej práci pracovali s týmito troma funkciami.

Kvadratická funkcia užitočnosti pre obe pohlavia má tvar [3]

$$U^q(C_{nj}, L_j, \epsilon_{nj}) = s_n^c \beta_c' C_{nj} + \beta_{c\times c} C_{nj}^2 + \beta_{c\times l} C_{nj} L_j + s_n^l \beta_l' L_j + \beta_{l\times l} L_j^2 + \epsilon_{nj}. \tag{38}$$

Translogaritmická funkcia užitočnosti pre obe pohlavia má tvar [3]

$$U^t(C_{nj}, L_j, \epsilon_{nj}) = s_n^c \beta_c' \ln C_{nj} + \beta_{c\times c} (\ln C_{nj})^2 + \beta_{c\times l} \ln C_{nj} \ln L_j + s_n^l \beta_l' \ln L_j + \beta_{l\times l} (\ln L_j)^2 + \epsilon_{nj}. \tag{39}$$

Box-Cox funkcia užitočnosti jednotlivcov pre obe pohlavia má tvar [3]

$$U^b(C_{nj}, L_j, \epsilon_{nj}) = s_n^c \beta_c' C_{nj}^{\lambda_C} + \beta_{c\times l} C_{nj}^{\lambda_C} L_j^{\lambda_L} + s_n^l \beta_l' L_j^{\lambda_L} + \epsilon_{nj}, \tag{40}$$

kde parametre $L_j^{\lambda_L}$ a $C_{nj}^{\lambda_C}$ sú definované ako:

$$C_{nj}^* = \frac{C_{nj}}{1000}, \qquad L_j^* = \frac{L_j}{80},$$

$$C_{nj}^{\lambda_C} = \begin{cases} \frac{(C_{nj}^*)^{\lambda_C} - 1}{\lambda_C}, & \text{ak } \lambda_C \neq 0, \\ \ln(C_{nj}^*), & \text{ak } \lambda_C = 0, \end{cases} \qquad L_j^{\lambda_L} = \begin{cases} \frac{(L_j^*)^{\lambda_L} - 1}{\lambda_L}, & \text{ak } \lambda_L \neq 0, \\ \ln(L_j^*), & \text{ak } \lambda_L = 0. \end{cases}$$

Pozorovateľná heterogenita bola povolená len pre lineárne členy funkcie užitočnosti, ktoré zvyčajne majú väčší vplyv na užitočnosť, pomocou vektorov preferencií s^c a s^l [3]. Tieto vektory predstavujú charakteristiky subjektu rozhodovania, prípadne jeho partnera alebo partnerky. Konkrétne premenné vektorov preferencií sme zhrnuli v tabuľke 3.

Tabuľka 3: Zoznam premenných preferencií

Vek Vek2	Vek jednotlivca. Vek^2.
Najvyššie dosiahnuté vzdelanie	Binárne premenné (EDU: primárne [referenčná premenná], EDU: sekundárne, EDU: terciárne). Ak osoba patrí do skupiny podľa najvyššieho dosiahnutého vzdelania, príslušná premenná je rovná 1, inak 0.
Rodič: <3 ročné dieťa Rodič: >3 ročné dieťa Jednorodič	Binárne premenné rodičov rovné 1, ak majú dieťa mladšie ako 3 roky, ak majú 3-16 ročné dieťa, alebo ak sú jednorodičom závislého dieťaťa, inak 0.
Partner: invalid Partner: SZČO Partner: dôchodca	Binárne premenné partnerov rovné 1, ak partner je zdravotne postihnutý, SZČO, alebo dôchodca.
Hrubý príjem: partner Hrubý príjem: partnerka	Pozorované hodnoty hrubého príjmu partnera a partnerky.
Stupeň urbanizácie	Binárne premenné sú vytvorené na základe počtu obyvateľov v oblasti, kde osoba býva (URB: hustá [referenčná kategória], URB: stredne hustá, URB: riedka). Ak osoba patrí do skupiny podľa stupňa urbanizácie jej bývania, príslušná premenná je rovná 1, inak 0.
Vlastníctvo auta	Binárny indikátor rovný 1, ak osoba vlastní auto.
Hypotéky/pôžičky	Binárny indikátor rovný 1, ak osoba spláca hypotéku alebo pôžičku.

(zdroj: vlastné spracovanie pomocou [25])

Nepozorovateľná heterogenita sa zaviedla tým, že sa umožnilo, aby sa koeficienty preferencií menili medzi subjektami rozhodovania a riadili sa viacrozmerným normálnym rozdelením. Ako bolo spomenuté vyššie, umožnili sme, aby boli náhodné len preferenčné koeficienty spotreby a voľného času.

Pseudo koeficient determinácie (pseudo R^2) sa v literatúre často používa na porovnanie vhodnosti modelu podľa špecifikácie funkcie užitočnosti s použitím rovnakej sady dát [3]. Rovnako sme ho využili aj v našej práci v tvare McFadden pseudo R^2:

$$\text{pseudo } R^2 = 1 - \frac{L^M}{L^0}, \tag{42}$$

kde L^{M} vierohodnostná funkcia plného (nášho) modelu a L^0 je vierohodnostná funkcia nulového modelu. Nulový model v kontexte zmiešaných logit modelov obsahuje iba konštanty pre každú alternatívu. Pomer týchto pravdepodobností voľby naznačuje úroveň zlepšenia nášho modelu oproti nulovému modelu. Keďže pravdepodobnosť sa definuje v rozsahu [0;1], aj pseudo R^2 sa nachádza v tomto intervale. Pri porovnávaní modelov na rovnakých dátach sme uprednostnili model s vyššou hodnotou pseudo R^2, pretože to mohlo vypovedať o jeho lepšej prediktívnej schopnosti [1].

4.2.3 Fixné náklady

Modely diskrétnej voľby ponuky práce majú tendenciu nadhodnocovať odhadnutú ponuku v čiastočnom úväzku na úkor voľby nezamestnanosti [7]. Model totiž neponúka žiadne obmedzenie v dostupnosti jednotlivých alternatív, pričom v skutočnosti tam sú. Dá sa predpokladať, že značná časť pozorovaných prác neponúka možnosť pracovať na čiastočný úväzok za danú odhadnutú mzdu. Preto sa predpokladá znížená užitočnosť voľby tejto alternatívy z dôvodu tzv. fixných nákladov, ktoré v sebe zahŕňajú napr. náklad na vyhľadanie práce. Existujú štúdie, ktoré sa pokúsili fixné náklady odhadnúť a následne ich odpočítali od spotreby jednotlivca [12]. My sme však skúsili aplikovať prístup štúdie ponuky práce v Holandsku [7], v ktorej použili pomocnú premennú čiastočného úväzku:

$$I(j=2) = \begin{cases} 1, & \text{ak jednotlivec je zamestnaný na čiastočný úväzok,} \\ 0, & \text{inak.} \end{cases} \tag{43}$$

4.3 Odhadnutie elasticít ponuky práce

Pre potrebu odhadnutia elasticít ponuky práce sme diskrétnym modelovaním ponuky práce najprv získali odhadnutú distribúciu pracovných hodín pomocou pravdepodobnosti voľby každej alternatívy odpracovaných hodín vypočítanej podľa rovnice (30). Tieto pravdepodobnosti sme potom použili na výpočet očakávanej pracovnej ponuky. Očakávanú ponuku práce sme následne použili na výpočet elasticity ponuky práce a to tak, že sme navýšili hrubú mzdu o nejakú percentuálnu hodnotu a očakávanú pracovnú ponuku sme znova vypočítali.

V literatúre sa zvykne používať elasticita vypočítaná ako percentuálna zmena v hodinách $\frac{\partial h}{h}$ spôsobená 10 % šokom mzdy, t. j. $\frac{w}{\partial w} = 0,1$ [3]. Preto sme aj my v našej

práci použili 10 % nárast hrubej mzdy dosadením do rovnice (33), ktorou sme vypočítali elasticitu ponuky práce. Rovnaký 10 % nárast hrubej mzdy sme aplikovali aj na výpočet extenzívnej elasticity podľa rovnice (34) a intenzívnej elasticity podľa rovnice (35).

Bootstrap metódou sme následne získali odhady štandardných chýb pre odhadované elasticity ponuky práce v nasledujúcich krokoch.

V prvom kroku z dátovej sady N pozorovaní sme zrealizovali náhodný výber s opakovaním a vytvorili novú dátovú sadu N pozorovaní. Takto sme vytvorili K dátových sád a na každej takto zostrojenej dátovej vzorke sme zakaždým odhadli elasticity $\hat{\varepsilon}$ pomocou logit modelu. Z týchto údajov sa vypočítala štandardná chyba pomocou vzorca pre výpočet štandardnej odchýlky vzorky dátovej sady [28]

$$\hat{se} = \left(\frac{1}{k-1} \sum_{k=1}^{K} (\hat{\varepsilon}_k - \bar{\varepsilon}) \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{44}$$

kde $\hat{\varepsilon}_k$ je elasticita ponuky práce vypočítaná pomocou k opakovanom vytváraní dátovej sady a $\bar{\varepsilon}$ je priemer elasticít vypočítaných pomocou bootstrap metódy [28]

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \hat{\varepsilon}_k. \tag{45}$$

5 Výstupy modelu a porovnanie

V poslednej kapitole našej práce sme prezentovali výsledky analýzy výberu vhodnej funkcie užitočnosti pre náš model ponuky práce. Samotný model ponuky práce, sme robili v štatistickom softvéri STATA pomocou príkazu *lslogit*, ktorý sme upravili podľa potrieb nášho modelovania. Následne sme už s najvhodnejšou funkciou užitočnosti analyzovali prípadné zavedenie fixných nákladov do nášho modelu ponuky práce. Na výslednej špecifikácii nášho modelu ponuky práce sme vypočítali elasticity ponuky práce, porovnali ich s inými štúdiami a nakoniec sme tieto výstupy ešte validovali bootstrap metódou. Výstupy logit modelu nášho modelu ponuky práce sme uviedli v prílohe C.

5.1 Výber funkcie užitočnosti

Na odhadovanie ponuky práce sme použili model náhodných koeficientov, kvôli jeho nenáročnosti v kladení podmienok na dáta. Zahrnuli sme iba také výsledné odhady, ktoré dokonvergovali do 100 iterácií. V prípade Box-Cox funkcie užitočnosti by si odhady modelu náhodných koeficientov vyžadovali vyšší počet iterácií, preto sme s ňou ďalej už nepracovali.

Výsledné hodnoty pseudo R^2 nášho modelu ponuky práce pre kvadratickú a translogaritmickú funkciu užitočnosti, uvedené v tabuľke 4, sa pohybovali v rozmedzí hodnôt 0,188 až 0,719, pričom vyššie hodnoty mala translogaritmická funkcia užitočnosti oproti kvadratickej vo všetkých modelovaných štruktúrach rodín.

Tabuľka 4: Zmena hodnoty pseudo R^2 v závislosti od funkcie užitočnosti

	Pseudo R^2	
	U^q	U^t
Jednotlivci, ženy	0,223	0,451
Jednotlivci, muži	0,188	0,441
Semi-flexibilné rodiny, ženy	0,340	0,564
Semi-flexibilné rodiny, muži	0,620	0,719
Flexibilné rodiny, ženy	0,290	0,511
Flexibilné rodiny, muži	0,403	0,553

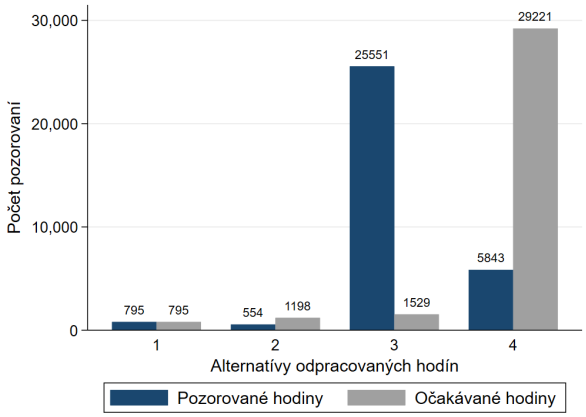
Poznámky: U^q (kvadratická funkcia užitočnosti), U^t (translogaritmická funkcia užitočnosti).

(zdroj: vlastné spracovanie)

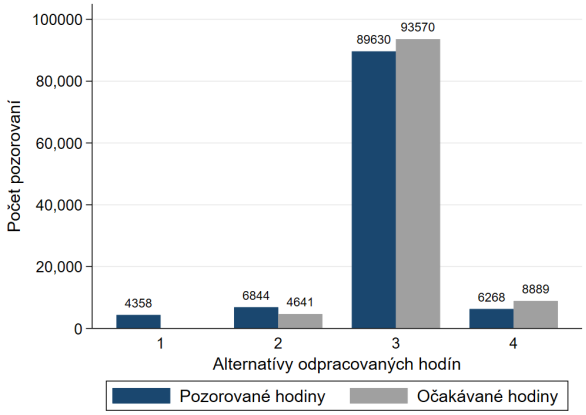
Hoci pseudo R^2 nie je jednoznačný indikátor vhodnosti modelu, pracovali sme ďalej v našej analýze už iba s translogaritmickou funkciou užitočnosti.

5.2 Vylúčenie semi-flexibilných rodín z ďalších analýz

Nakoľko skupina semi-flexibilných rodín bola tvorená takmer výlučne iba živnostníkmi, nebol u nich jasný vplyv voľného času na užitočnosť. Vyhodnotenie ich reakcie na zmeny v spotrebe by tak nemalo relevantnú výpovednú hodnotu. Taktiež model semi-flexibilných rodín mužov výrazne nadhodnotil voľbu alternatívy nadčasov, ako je možné pozorovať na obr. (7) a (8). Z týchto dôvodov sme skupinu semi-flexibilných rodín ďalej už v našej práci neuvažovali.



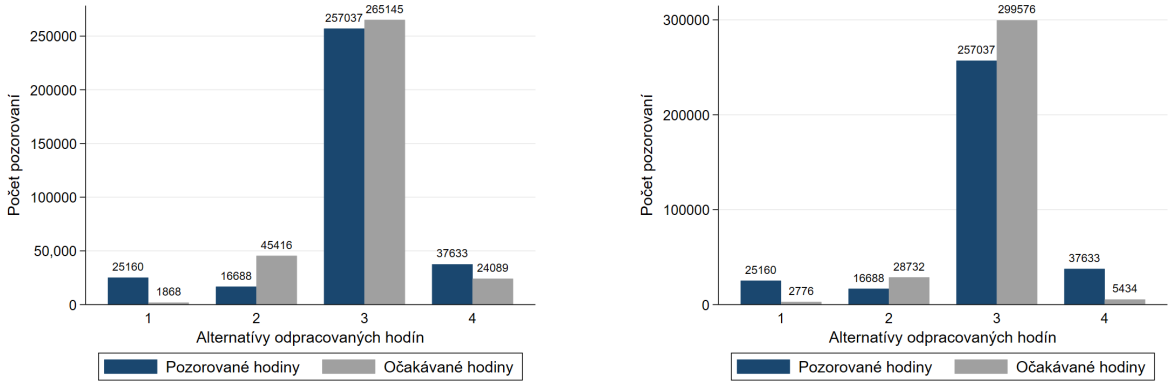
Obr. 7: Pozorovaná a odhadnutá voľba mužov semi-flexibilných rodín za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie)



Obr. 8: Pozorovaná a odhadnutá voľba žien semi-flexibilných rodín za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie)

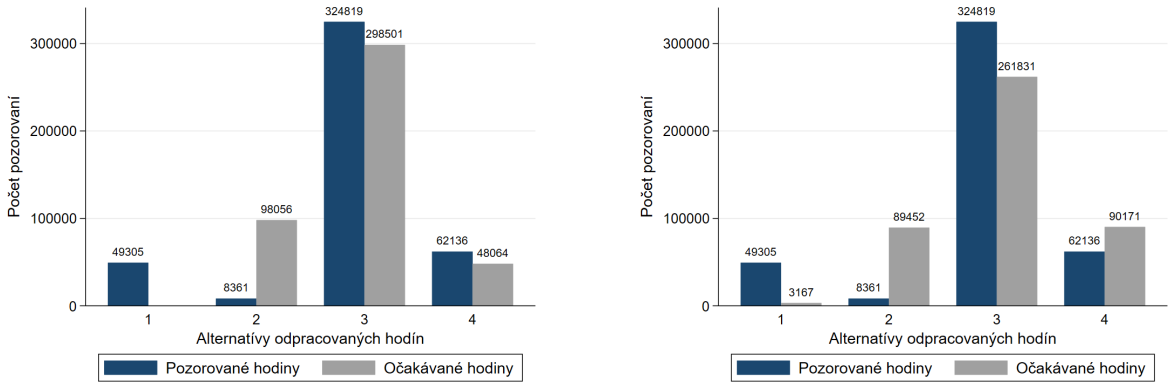
5.3 Zavedenie fixných nákladov do modelu

Pre možné zlepšenie odhadu odpracovaných hodín sme sa rozhodli zaviesť fixné náklady pomocou premennej (43). Na obr. (9), (10), (11) a (12) sme vykreslili pozorované a odhadnuté voľby ponuky práce pred a po zavedení fixných nákladov. V modeloch bez fixných nákladov vo všetkých porovnaniach pozorovaných a odhadnutých voľbách ponuky práce sme pozorovali značné nadhodnotenie voľby čiastočného úväzku a podhodnotenie voľby nezamestnanosti. Po zavedení fixných nákladoch sa nám podarilo toto nadhodnotenie ponuky čiastočného úväzku zmierniť v prospech prvej alternatívy nezamestnanosti.



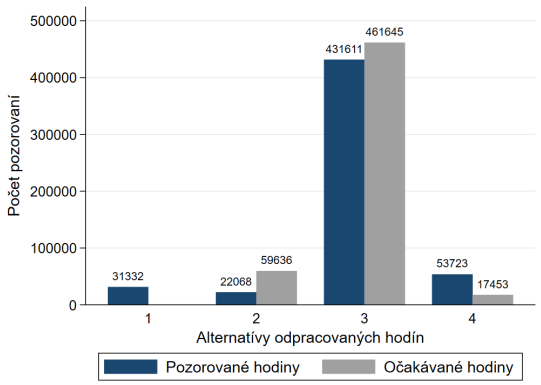
(a) Model bez fixných nákladov **(b)** Model s fixnými nákladmi

Obr. 9: Pozorovaná a odhadnutá voľba žien v rodinách jednotlivcov za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie)

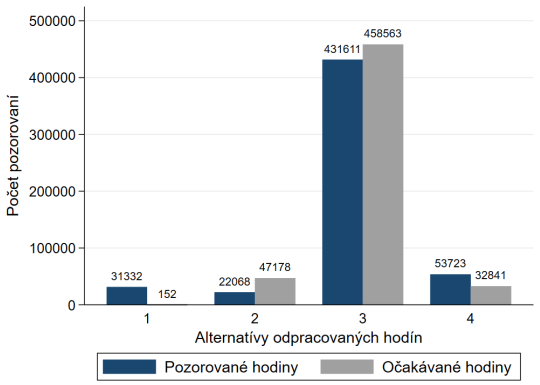


(a) Model bez fixných nákladov **(b)** Model s fixnými nákladmi

Obr. 10: Pozorovaná a odhadnutá voľba mužov v rodinách jednotlivcov za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie)

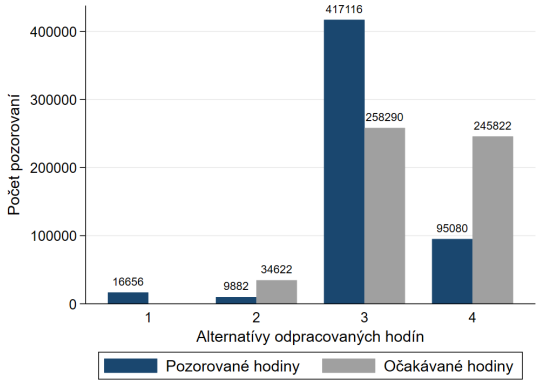


(a) Model bez fixných nákladov

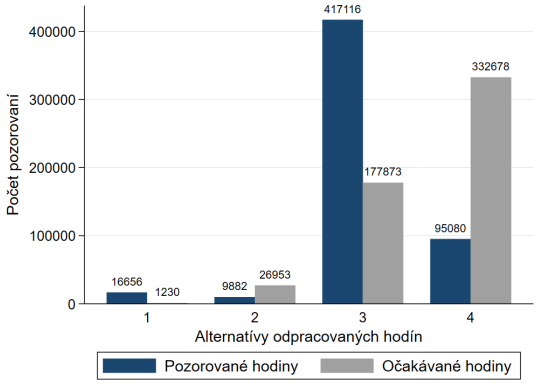


(b) Model s fixnými nákladmi

Obr. 11: Pozorovaná a odhadnutá voľba žien flexibilných rodín za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie)



(a) Model bez fixných nákladov



(b) Model s fixnými nákladmi

Obr. 12: Pozorovaná a odhadnutá voľba mužov flexibilných rodín za rok 2020.
(zdroj: vlastné spracovanie)

Zavedenie fixných nákladov zlepšilo aj vo všetkých modeloch hodnoty pseudo R^2 uvedených v tabuľke 5.

Tabuľka 5: Zmena hodnoty pseudo R^2 pred a po aplikovaní fixných nákladov

	Pseudo R^2	
	U^t	U^t_{FC}
Jednotlivci, ženy	0,451	0,475
Jednotlivci, muži	0,441	0,488
Flexibilné rodiny, ženy	0,511	0,541
Flexibilné rodiny, muži	0,553	0,568

Poznámky: U^t (translogaritmická funkcia užitočnosti bez fixných nákladov), U^t_{FC} (translogaritmická funkcia užitočnosti s fixnými nákladmi).

(zdroj: vlastné spracovanie)

5.4 Elasticity ponuky práce

Hlavným výstupom nášho diskrétneho modelu ponuky práce boli elasticity ponuky práce. Namiesto simulácie legislatívnej zmeny, ktorá by ovplyvnila ponuku práce cez spotrebu subjektov rozhodovania, sme simulovali 10 % navýšenie miezd, aby sme porovnali vývoj výsledných elasticít s inými štúdiami, najmä s [3].

Elasticity vlastnej mzdy získané našimi modelmi ponuky práce sme uviedli v tabuľke 6. V literatúre, ako napr. v [4], sú elasticity vlastnej mzdy veľmi blízke 0 a v prípade skupiny jednotlivcov mužov zvyknú byť ich extenzívne elasticity aj záporné. V našej práci to boli práve ženy v rodinách jednotlivcov, ktoré mali záporné extenzívne elasticity. Z definície nášho modelu ponuky práce by to mohlo znamenať, že keď príjem jednotlivca rastie, jeho prioritou sa stáva voľba väčšieho množstva voľného času na úkor práce. Kladné elasticity ponuky práce naznačujú, že substitučný efekt (t. j. zvýšená atraktivita práce v porovnaní s voľným časom pri vyššej mzde) prevyšuje príjmový efekt (t. j. tendencia pracovať menej, pretože pracovník môže zarobiť rovnaké množstvo peňazí v kratšom čase).

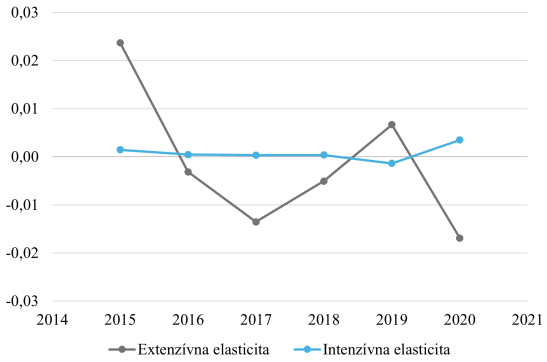
Tabuľka 6: Elasticity ponuky práce pri 10 % navýšení mzdy za rok 2020

	Elasticita vlastnej mzdy	
	Extenzívna	Intenzívna
Jednotlivci, ženy	-0,0169	0,0035
Jednotlivci, muži	0,0003	-0,0011
Flexibilné rodiny, ženy	0,0189	0,0004
Flexibilné rodiny, muži	-0,0001	0,0002

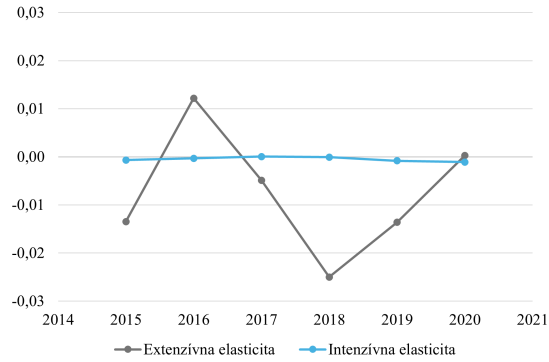
(zdroj: vlastné spracovanie)

Elasticity vlastnej mzdy na extenzívnej úrovni vyšli pre ženy podstatne vyššie ako tie intenzívne. To by mohlo znamenať, že rozhodovanie o participácii na pracovnom trhu je pre ženy v našich podmienkach daňovo-odvodového a sociálneho systému oveľa dôležitejšie, ako rozhodovanie o počte odpracovaných hodín. U mužov výsledné elasticity naznačujú presný opak, ale v menšej intenzite reakcie.

Výsledné hodnoty elasticít ponuky práce pre roky 2015 až 2020 sme vykreslili na obr. (13) a (14). Môžeme pozorovať, že uvedené hodnoty extenzívnej elasticity výrazne oscilovali okolo hodnoty 0, zatiaľ čo intenzívne elasticity boli ustálene veľmi blízko hodnoty 0.

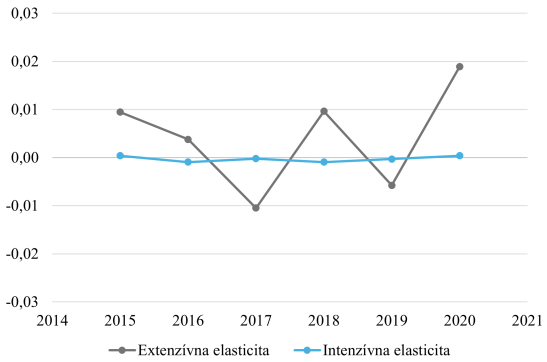


(a) Jednotlivci, ženy

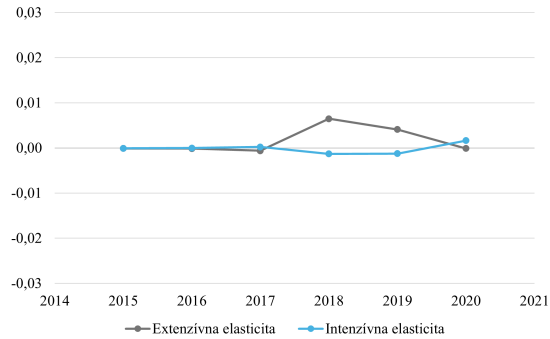


(b) Jednotlivci, muži

Obr. 13: Elasticity ponuky práce jednotlivcov pri 10 % navýšení mzdy.
(zdroj: vlastné spracovanie)



(a) Flexibilné rodiny, ženy



(b) Flexibilné rodiny, muži

Obr. 14: Elasticity ponuky práce rodín pri 10 % navýšení mzdy.
(zdroj: vlastné spracovanie)

5.4.1 Validácia výstupov modelu ponuky práce

Kvôli výpočtovej náročnosti sme bootstrap metódu predstavenú v podkapitole 4.3 aplikovali len pre rok 2020 a výstupy sme uviedli do tabuľky 7. Kladné elasticity v takmer všetkých prípadov, na rozdiel od elasticít bez bootstrap metódy v tabuľke 6, naznačujú skôr kladný vzťah reakcie 10 % navýšenia hrubej mzdy na ponuku práce ako na extenzívnej úrovni, tak aj intenzívnej.

Tabuľka 7: Elasticity ponuky práce pri 10 % navýšení mzdy za rok 2020 pomocou bootstrap metódy

	Elasticita vlastnej mzdy				
	Extenzívna			Intenzívna	
Jednotlivci, ženy	0,0129		(0,0078)	0,0007	(0,0069)
Jednotlivci, muži	0,0310	**	(0,0144)	0,0001	(0,0022)
Flexibilné rodiny, ženy	0,0034		(0,0052)	0,0006	(0,0048)
Flexibilné rodiny, muži	-0,0224	***	(0,0074)	0,0021	(0,0057)
				Štandardné chyby v zátvorkách	
				*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1	

(zdroj: vlastné spracovanie)

Tieto výsledky boli už bližšie k výsledkom iných štúdií, napr. [3], kde elasticity ponuky práce vychádzali tiež kladné. V prípade mužov flexibilných rodín sa ale potvrdili záporné elasticity vlastnej mzdy na extenzívnej úrovni. Vyššie hodnoty extenzívnej elasticity oproti intenzívnej naznačujú, že extenzívna úroveň je dôležitejšia ako intenzívna, čo naznačujú aj iné štúdie [24]. Odhad elasticít ponuky práce pomocou bootstrap metódy sa teda javí byť vhodnejší postup vzhľadom na bližšie výsledky s inými štúdiami.

Záver

V našej práci sme sa venovali odhadovaniu ponuky práce pomocou modelov diskrétnej voľby na Slovensku. Hlavným cieľom práce bolo pre potreby Kancelárie Rady pre rozpočtovú zodpovednosť vyvinúť model ponuky práce ako nadstavbu k ich mikrosimulačnému modelu SIMTASK, ktorý je schopný simulovať okamžité dopady zmien daňovo-odvodového a sociálneho systému na príjmovú distribúciu Slovenska, ale nie je schopný vyhodnotiť ich dopady na distribúciu odpracovaných hodín obyvateľstva. Bolo teda potrebné vyvinúť model ponuky práce, ktorý na základe simulovaných zmien v príjmovej distribúcie odhadne zmeny v distribúcii odpracovaných hodín a interpretuje ich vo forme elasticít na extenzívnej a intenzívnej úrovni. Pre naplnenie tohto cieľa bolo nutné naštudovať a poskytnúť súhrn komplexnej teórie modelovania diskrétnej voľby v kontexte odhadovania ponuky práce, pomocou nadobudnutých znalostí zvoliť vhodné špecifikácie modelu a vytvoriť potrebné vstupné premenné pre náš model z údajov výberového zisťovania SK-SILC a modelu SIMTASK.

V prvej kapitole sme sa zamerali predstavenie základných princípov teórie modelovania diskrétnej voľby v prostredí ponuky práce. Pomocou poznatkov z mikroekonómie o užitočnosti a indiferenčných krivkách sme plynule prešli k problému maximalizácie užitočnosti plynúcej zo spotreby a voľného času pri rozpočtovom ohraničení.

V druhej kapitole sme venovali ekonometrickej stránke modelovania ponuky práce pomocou modelov diskrétnej voľby. Výstupom modelov diskrétnej voľby je odhadnutá pravdepodobnosť distribúcie ponuky práce. Hoci existuje viacero modelov, ako ju získať, v modelovaní ponuky práce sa využívajú najmä logit modely. V našej práci sme sa konkrétne zamerali na podmienený a zmiešaný logit model a ako využitím metód maximálnej vierohodnosti vieme získať spomínané odhadnuté pravdepodobnosti odpracovaných hodín pre každé pozorovanie. Táto kapitola teda ponúkla postup odhadovania voľby alternatívy odpracovaných hodín. Keďže výsledné odhady logit modelov neposkytujú dostatočné informácie o ponuke práce, uviedli sme postup výpočtu elasticít vlastnej mzdy na extenzívnej a intenzívnej úrovni.

V tretej kapitole sme opísali vstupné dáta do nášho modelu ponuky práce. Išlo o výberové zisťovanie o príjmoch a životných podmienkach na Slovensku SK-SILC, mikrosimulačný model daňovo-odvodového a sociálneho systému SIMTASK a model daňovo-

sociálneho systému *what_if*.

V štvrtej kapitole sme sa venovali detailom špecifikácie modelu ponuky práce. Z údajov SK-SILC sme zostrojili premennú odpracovaných hodín, pomocou ktorej sme vedeli vytvoriť premennú voľného času a analýza distribúcie tejto premennej odpracovaných hodín pomohla k definícii množiny výberu odpracovaných hodín. Množinu odpracovaných hodín, teda alternatívy, sme zostrojili prístupom bodovania stredným bodom. Hranice intervalu jednotlivých alternatív odpracovaných hodín sme určili tak, aby čo najlepšie reprezentovali 4 ekonomické statusy, a to nezamestnanosť, čiastočný úväzok, trvalý úväzok a trvalý úväzok s nadčasmi.

Údaje sme rozdelili do 3 rodinných skupín (jednotlivci, semi-flexibilné rodiny, flexibilné rodiny), ktoré sme ešte rozdelili podľa pohlavia. Získali sme tak 6 skupín, ktorým sme odhadovali ponuku práce zvlášť. Je nutné priznať, že pri triedení jednotlivcov žijúcich samostatne sme zanedbali niektoré rodinné väzby, čo mohlo spôsobiť nekorektné priradenie niektorých sociálnych dávok. Príkladom sú dávky, ktoré posudzujú príjem všetkých členov rodiny, ako napríklad pomoc v hmotnej núdzi.

Uvažovali sme tri funkcie užitočnosti, a to kvadratickú, translogaritmickú a Box-Cox špecifikáciu s tým, že sme povolili pozorovateľnú a nepozorovateľnú heterogenitu len pre lineárne členy spotreby a voľného času.

Ponúkli sme ešte možné rozšírenie modelu ponuky práce pomocou fixných nákladov na druhú alternatívu odpracovaných hodín (čiastočný úväzok).

V poslednej kapitole našej práce sme analyzovali vplyv výberu funkcie užitočnosti na model pomocou hodnoty pseudo R^2. Za najlepšiu špecifikáciu sme určili translogaritmickú funkciu. Rovnako sme potvrdili zavedenie fixných nákladov pre druhú alternatívu ako prospešné pre náš model ponuky práce. Na výslednej špecifikácii modelu pre jednotlivé skupiny a obe pohlavia sme odhadovali elasticity vlastnej mzdy na extenzívnej a intenzívnej úrovni. Kvôli výpočtovej náročnosti sme aplikovali bootstrap metódu iba na výpočet elasticít ponuky práce pri 10 % navýšení mzdy pre rok 2020. Elasticity na intenzívnej úrovni vyšli rádovo oveľa menšie ako na extenzívnej, čo naznačuje, že v našich podmienkach daňovo-odvodovo sociálneho systému je extenzívna úroveň dôležitejšia. Pre takmer všetky skupiny rodín a obe pohlavia vyšli elasticity vlastnej mzdy pomocou bootstrap metódy kladné, čo naznačuje, že substitučný efekt prevyšuje príjmový efekt a

môžeme očakávať vyššiu celkovú ponuku práce pri navýšení hrubej mzdy o 10 %. Zápornú reakciu na navýšenie hrubej mzdy vykazujú muži flexibilných rodín na extenzívnej úrovni.

Prínosom práce bolo zostrojenie nového pravdepodobnostného modelu ponuky práce na Slovensku pre účely analýzy možných dopadov zmien legislatívy na distribúciu odpracovaných hodín. Náš model vyhodnocuje ponuku práce pomocou elasticít vlastnej mzdy na extenzívnej aj intenzívnej úrovni, čo je užitočné pre potenciálne reformy daňovo-odvodového alebo sociálneho systému Slovenska. Hoci zostrojený model ponuky práce nie je ešte dokonalý, poskytuje pevný základ, ktorý uľahčuje jeho ďalšie doladenie. Táto práca tak umožňuje jednoduchšie a efektívnejšie vylepšenia modelu, čím prispieva k jeho kontinuálnej evolúcii a zlepšovaniu. Prínosom pre samotného autora bolo najmä oboznámenie sa s teóriou modelovania diskrétnej voľby, fungovaním slovenského mikrosimulačného modelu daňovo-odvodového a sociálneho systému SIMTASK a modelu daňovo-sociálneho systému *what_if*, ako aj s prácou v štatistickom softvéri STATA.

Zoznam použitej literatúry

[1] Bartolj, T., et al.: *MIKROSIMULACIJSKI MODEL TRGA DELA SI-MSM-LM.* Monografia, Inštitut za ekonomska raziskovanja, Ľubľana, 2023. Dostupné na internete (20.4.2024): `https://www.ier.si/wp-content/uploads/2023/03/ekonomiera_02-2023.pdf`.

[2] Benczur, P., et al.: *Income Taxation, Transfers and Labour Supply at the Extensive Margin.* National Bank of Hungary, Solos d.o.o., Budapešť, 2012. Dostupné na internete (20.4.2024): `https://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/altri-atti-convegni/2012-fiscal-policy-growth/Benczur_Katay_Kiss_Racz.pdf?language_id=1`.

[3] Blömer, M., et al.: *Essays on Minimum Wages, Labour Supply and Public Finances.* Dizertačná práca, Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Humboldt-Universität zu Berlin, Berlín, 2023. Dostupné na adrese (12.1.2024): `https://edoc.hu-berlin.de/bitstream/handle/18452/27000/dissertation_bloemer_maximilian_joseph.pdf`.

[4] Blundell, R.: *Labor supply: A review of alternative approaches.* Handbook of Labor Economics, 1(3), 1559-1695, 1999.

[5] Borjas, G.: *Labor Economics.* McGraw-Hill Higher Education, New York, 2024.

[6] Creedy, J., Kalb, G.: *Discrete hours labour supply modelling: specification, estimation and simulation.* Journal of Economic Surveys, 19(5), 697-734, 2005.

[7] Euwals, R.W., van Soest, A.: *Desired and Actual Labour Supply of Unmarried Men and Women in the Netherlands.* Labour Economics, 6(1), 95-118, 1999.

[8] Fíglová, Z.: *Analýza modelov diskrétnej voľby a ich aplikácia.* Dizertačná práca, Fakulta informatiky a statistiky, Vysoká škola ekonomická, Praha, 2006. Dostupné na adrese (12.1.2024): `https://vskp.vse.cz/_soubory/00158_figlova.pdf`.

[9] Hausman, J. A.: *Taxes and Labor Supply.* Handbook of Public Economics, 1, edited by A. J. Auerbach and M. Feldstein. Amsterdam, 1985.

[10] Inštitút sociálnej politiky: *Správy o sociálnej situácii obyvateľstva Slovenskej republiky.* Správy, Ministerstvo práce, sociálnych vecí a rodiny Slovenskej republiky, Bratislava. Dostupné na internete (20.3.2024) `https://www.employment.gov.sk/isp/`.

[11] International Labour Office Geneva: *What is part-time work?.* Information Sheet No. WT-4, 2004. Dostupné na adrese (12.1.2024): `https://www.ilo.org/wcmsp5/groups/public/---ed_protect/---protrav/---travail/documents/publication/wcms_170717.pdf`.

[12] Kalb. G.: *Labour Supply and Welfare Participation in Australian Two-Adult Households: Accounting for Involuntary Unemployment and the 'Cost' of Part-time Work.* Working Paper No. BP-35, Monash University, Melbourne, 2000.

[13] Labeaga. J., et al.: *Discrete choice models of labour supply behavioural microsimulation and the Spanish tax reforms.* The Journal of Economic Inequality, 6(3), 247-273, 2008.

[14] Löffler, M., et al.: *Documentation izaΨmod v3. 0: The iza policy simulation model.* Discussion Paper No. 8553, Institute for the Study of Labor, Bonn, 2014. Dostupné na adrese (12.1.2024): `https://www.iza.org/en/publications/dp/8553/documentation-izapsmod-v30-the-iza-policy-simulation-model`.

[15] Löffler, M., Peichl, A., Siegloch, S.: *Structural labor supply models and wage exogeneity.* Discussion Paper No. 14-040, ZEW-Centre for European Economic Research, 2014.

[16] Luce, D.: *Individual Choice Behavior.* John Wiley and Sons, New York, 1959.

[17] Marschak, J.: *Economic measurements for policy and prediction.* Studies in econometric method, New York, 1953.

[18] McFadden, D.: *Conditional logit analysis of qualitative choice behavior.* Frontiers in Econometrics, Academic Press, 105-142, 1974.

[19] Narazani, E., Colombino, U., Palma, B.: *EUROLAB: A Multidimensional Labour Supply-Demand Model for EU countries.* European Commission, Seville, 2021.

[20] Nordic Co-operation: *Labour market.* Článok, 2023. Dostupné na internete (20.3.2024): https://www.norden.org/en/statistics/labour-market.

[21] Obinger, P.: *The Impact Of Different Modelling Decisions On Estimated Labour Supply Elasticities: Using A Discrete Choice Approach.* Diplomová práca, Department of Economics, University of Graz, Graz, 2020.

[22] OECD: *OECD Framework for Statistics on the Distribution of Household Income, Consumption and Wealth.* OECD Publishing, Paríž, 2013. Dostupné na internete (20.3.2024): https://doi.org/10.1787/9789264194830-en.

[23] Sarrias, M.: *Discrete Choice Models with Random Parameters in R: The Rchoice Package.* Journal of Statistical Software, 74(10), 1–31, 2016.

[24] Siebertová, Z., et al.: *To Work or Not to Work? Estimates of Labour Supply Elasticities.* Working Paper No. 1/2014, Rada pre rozpočtovú zodpovednosť, Bratislava, 2014. Dostupné na internete (20.4.2024): https://www.rrz.sk/to-work-or-not-to-work/.

[25] Sieberová, Z., Švarda, N., Valachyová, J.: *SIMTASK Mikrosimulačný model slovenského daňového a sociálneho systému 2020-2023.* Technická dokumentácia, Rada pre rozpočtovú zodpovednosť, Bratislava, 2023. Dostupné na adrese (12.1.2024): https://www.rrz.sk/simtask/.

[26] Rada pre rozpočtovú zodpovednosť.: *Model SIMTASK.* Dostupné na internete (20.4.2024): https://www.rrz.sk/simtask/.

[27] Rada pre rozpočtovú zodpovednosť.: *Model what_if.* Dostupné na internete (20.4.2024): https://www.rrz.sk/what_if/.

[28] StataCorp: *Stata 18 Structural Equation Modeling Reference Manual.* Manuál, Stata Press, College Station, 2023. Dostupné na adrese (12.1.2024): https://www.stata.com/manuals/sem.pdf.

[29] Štatistický úrad Slovenskej republiky.: *SK SILC 2015, SK SILC 2016, SK SILC 2017, SK SILC 2018, SK SILC 2019, SK SILC 2020.* Databázy.

[30] Švarda, N.: *Mikrosimulačný model daňovo-odvodového a sociálneho systému a elasticity ponuky práce na Slovensku.* Dizertačná práca, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave, Bratislava, 2018. Dostupné na adrese (12.1.2024): `http://www.iam.fmph.uniba.sk/studium/efm/phd/svarda/Thesis-Svarda.pdf`.

[31] Train, K.: *Discrete choice methods with simulation.* Cambridge university press, New York, 2009. Dostupné na adrese (12.1.2024): `https://eml.berkeley.edu/books/choice2.html`.

[32] van Soest, A., Woittiez I., Kapteyn A.: *Labor supply, income taxes, and hours restrictions in the Netherlands.* The Journal of Human Resources, 25(3), 517-558, 1990.

[33] *Zákon č. 311/2001 Z. z. Zákonník práce.*

A Prvá príloha

Tabuľka 8: Odhad hodinovej mzdy pomocou Heckman selekčného modelu podľa pohlavia

	Ženy			Muži		
Selekčná rovnica						
Vek	0,158	***	(0,025)	0,094	***	(0,021)
Vek2	-0,002	***	(0,000)	-0,002	***	(0,000)
Vzdelanie: Sekundárne	0,466	***	(0,141)	0,421	***	(0,126)
Vzdelanie: Terciárne	1,044	***	(0,150)	0,93	***	(0,144)
Pracovné skúsenosti	0,008	***	(0,001)	0,009	***	(0,001)
Regionálna miera nezamestnanosti podľa pohlavia	0,569		(1,368)	-1,322		(1,423)
Vo vzťahu	-0,128		(0,090)	0,272	***	(0,099)
Rodič s dieťaťom do 3 rokov	-2,457	***	(0,151)	0,209		(0,143)
Rodič s dieťaťom od 3-6 rokov	-0,576	***	(0,102)	0,011		(0,115)
Rodič s dieťaťom od 6 rokov	-0,133	***	(0,047)	-0,001		(0,049)
Nepracovný príjem	-0,193	***	(0,050)	-0,145	***	(0,042)
Nepracovný príjem^2	0,021	***	(0,007)	0,017	***	(0,006)
Peňažný príjem	-0,007		(0,019)	0,028		(0,017)
Peňažný príjem^2	0,001		(0,001)	0,000		(0,001)
Cons	-2,152	***	(0,516)	-1,100	**	(0,443)
Regresná rovnica						
Vek	0,006		(0,005)	0,013	**	(0,005)
Vek2	0,000		(0,000)	0,000	**	(0,000)
Vzdelanie: Sekundárne	0,112	**	(0,043)	0,119	***	(0,038)
Vzdelanie: Terciárne	0,392	***	(0,044)	0,356	***	(0,041)
Pracovné skúsenosti	0,000		(0,000)	0,000		(0,000)
Regionálna miera nezamestnanosti podľa pohlavia	-1,962	***	(0,257)	-2,257	***	(0,299)
Cons	1,311	***	(0,117)	1,419	***	(0,114)
inverzné Mills ratio	-0,144			-0,247		
				Štandardné chyby v zátvorkách		
				*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1		

(zdroj: vlastné spracovanie pomocou [26])

B Druhá príloha

Tabuľka 9: Zoznam premenných tvoriacich nepracovný príjem

	Príjmy z majetku
ypp	Dôchodok z individuálnych súkromných dôchodkových fondov
ypr	Príjem z prenájmu majetku alebo pozemku
yiy00	Úroky a zisk z kapitálových investícií
yiydv	Príjem z dividend
ypt	Pravidelné prijaté peňažné transfery medzi domácnosťami
yot	Príjem osôb mladších ako 16 rokov
	Nesimulované sociálne dávky
poa00	Starobný dôchodok
psuwd	Vdovský alebo vdovecký dôchodok
psuor	Sirotský dôchodok
pdi00	Invadlidný dôchodok
bdiot	Iné benefity ZŤP
bcrdi	Opatrovateľské
bed	Príspevky na vzdelanie
bhl	Nemocenské dávky
bma	Materské
bunot	Iné dávky v nezamestnanosti
poaot	Iné benefity starobných dôchodcov
bfaot	Iné benefity rodinných príslušníkov
bho	Príspevok na bývanie
bunct	Dávka v nezamestnanosti
	Simulované sociálne dávky
bchba_s	Príspevok pri narodení dieťaťa a príplatok k nemu
bch_s	Prídavok na dieťa a príplatok k prídavku na dieťa
bcho_s	Jednorazový prídavok na dieťa
bcc_s	Rodičovský príspevok
bsa_s	Dávky pomoci v hmotnej núdzi spolu
bpa_s	Tehotenské (od 1.4.2021)

(zdroj: vlastné spracovanie na základe [26])

Tabuľka 10: Zoznam premenných tvoriacich platené bežné prevody

	Sociálne a zdravotné odvody
tscee_s	Sociálne a zdravotné odvody platené zamestnancom, vrátane odvodov z dohôd
tscse_s	Sociálne a zdravotné odvody platené SZČO
tschlfx_s	Zdravotné poistenie platené samoplatiteľom
	Daň z príjmov fyzickej osoby
tin_s	Daň z príjmov fyzickej osoby

(zdroj: vlastné spracovanie na základe [26])

C Tretia príloha

Tabuľka 11: Odhad ponuky práce semi-flexibilných rodín pomocou translogaritmickej funkcie užitočnosti

	Semi-flexibilné rodiny, ženy			Semi-flexibilné rodiny, muži		
ln(C)						
Vek	1,400	***	(0,082)	-21,27	***	(0,845)
Vek2	-0,014	***	(0,001)	0,220	***	(0,008)
EDU: sekundárne	24,61	***	(0,566)			
EDU: terciárne	22,79	***	(0,550)			
Rodič: <3 ročné dieťa	-19,90	***	(0,378)			
Rodič: >3 ročné dieťa	-3,794	***	(0,108)			
Vlastníctvo auta	2,793	***	(0,163)	19,48	***	(2,097)
Hypotéky/pôžičky	2,048	***	(0,127)	5,400	***	(0,669)
URB: stredne hustá	-2,469	***	(0,132)	-8,644	***	(0,325)
URB: riedka	-2,892	***	(0,145)	-13,03	***	(0,283)
Partner: SZČO	0,150		(0,788)			
Partner: invalid	-20,89	***	(1,276)			
Partnerka: SZČO				20,65	***	(0,498)
Cons	-15,21	***	(2,156)	409,4	***	(21,16)
(ln(C))²						
Cons	-1,987	***	(0,030)	-2,602	***	(0,183)
ln(C) ln(L)						
Cons	-2,689	***	(0,164)	21,38	***	(0,442)
ln(L)						
Vek	3,231	***	(0,140)	-13,86	***	(0,712)
Vek2	-0,031	***	(0,001)	0,137	***	(0,007)
Cons	664,1	***	(6,403)	1,122	***	(25,71)
ln(L))²						
Cons	-96,10	***	(0,845)	-129,2	***	(2,243)
Fixné náklady						
I(j=2)				6,303	***	(0,016)
Pseudo R^2	0,564			0,719		
						Štandardné chyby v zátvorkách
						*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1

Poznámky: Konštrukcia jednotlivých premenných bola predstavená v tabuľke 3.

(zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľka 12: Odhad ponuky práce jednotlivcov (žien) pomocou translogarotmickej funkcie užitočnosti pred a po zavedení fixných nákladov

	Model bez fixných nákladov			Model s fixnými nákladmi		
ln(C)						
Vek	-0,236	***	(0,015)	-0,007	**	(0,003)
Vek2	0,011	***	(0,000)	0,000	*	(0,000)
EDU: sekundárne	14,62	***	(0,144)	1,086	***	(0,014)
EDU: terciárne	19,79	***	(0,174)	1,898	***	(0,025)
Rodič: <3 ročné dieťa	-6,771	***	(0,542)	-0,260	***	(0,094)
Rodič: >3 ročné dieťa	8,473	***	(0,320)	1,604	***	(0,063)
Vlastníctvo auta	4,081	***	(0,050)	0,417	***	(0,007)
Hypotéky/pôžičky	7,421	***	(0,080)	0,405	***	(0,016)
URB: stredne hustá	-1,351	***	(0,044)	0,140	***	(0,009)
URB: riedka	-1,728	***	(0,058)	-0,035	***	(0,008)
Jednorodič	-10,74	***	(0,321)	-1,923	***	(0,063)
Cons	-2,660	***	(0,271)	-2,364	***	(0,114)
(ln(C))²						
Cons	-1,717	***	(0,015)	0,044	***	(0,003)
ln(C) ln(L)						
Cons	-0,162	***	(0,041)	0,300	***	(0,021)
ln(L)						
Vek	0,287	***	(0,025)	-0,117	***	(0,011)
Vek2	0,003	***	(0,000)	0,001	***	(0,000)
Cons	586,2	***	(3,332)	170,8	***	(0,703)
(ln(L))²						
Cons	-80,72	***	(0,458)	-21,40	***	(0,083)
Fixné náklady						
I(j=2)				3,668	***	(0,011)
Pseudo R^2	0,451			0,475		
						Štandardné chyby v zátvorkách
						*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1

Poznámky: Konštrukcia jednotlivých premenných bola predstavená v tabuľke 3.

(zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľka 13: Odhad ponuky práce jednotlivcov (mužov) pomocou translogaritmickej funkcie užitočnosti pred a po zavedení fixných nákladov

	Model bez fixných nákladov			Model s fixnými nákladmi		
ln(C)						
Vek	1,683	***	(0,020)	-0,0353	***	(0,002)
Vek2	-0,017	***	(0,000)	0,000	***	(0,000)
EDU: sekundárne	12,92	***	(0,109)	0,481	***	(0,005)
EDU: terciárne	16,97	***	(0,135)	2,440	***	(0,035)
Rodič: <3 ročné dieťa	-29,00	***	(2,068)	3,470	***	(0,790)
Rodič: >3 ročné dieťa	1,868	***	(0,165)	0,423	***	(0,025)
Vlastníctvo auta	2,366	***	(0,039)	0,230	***	(0,004)
Hypotéky/pôžičky	7,034	***	(0,075)	1,588	***	(0,044)
URB: stredne hustá	-2,192	***	(0,051)	0,035	***	(0,006)
URB: riedka	-2,098	***	(0,047)	-0,062	***	(0,005)
Cons	-11,29	***	(0,541)	-37,34	***	(0,188)
(ln(C))²						
Cons	-4,097	***	(0,028)	0,368	***	(0,002)
ln(C) ln(L)						
Cons	0,292	***	(0,642)	8,209	***	(0,038)
ln(L)						
Vek	0,774	***	(0,033)	-0,509	***	(0,010)
Vek2	-0,005	***	(0,000)	0,006	***	(0,000)
Cons	770,6	***	(4,510)	1,144	***	(0,907)
(ln(L))²						
Cons	-109,3	***	(0,642)	-5,227	***	(0,089)
Fixné náklady						
I(j=2)				6,303	***	(0,016)
Pseudo R^2	0,441			0,488		
						Štandardné chyby v zátvorkách
						*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1

Poznámky: Konštrukcia jednotlivých premenných bola predstavená v tabuľke 3.

(zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľka 14: Odhad ponuky práce flexibilných rodín (žien) pomocou translogaritmickej funkcie užitočnosti pred a po zavedení fixných nákladov

	Model bez fixných nákladov			Model s fixnými nákladmi		
ln(C)						
Vek	2,256	***	(0,026)	0,908	***	(0,016)
Vek2	-0,014	***	(0,000)	-0,007	***	(0,000)
EDU: sekundárne	43,94	***	(0,212)	7,889	***	(0,084)
EDU: terciárne	52,98	***	(0,243)	17,08	***	(0,195)
Rodič: <3 ročné dieťa	-24,92	***	(0,233)	-4,713	***	(0,030)
Rodič: >3 ročné dieťa	-6,548	***	(0,076)	-0,525	***	(0,031)
Vlastníctvo auta	1,659	***	(0,116)	0,712	***	(0,044)
Hypotéky/pôžičky	16,28	***	(0,198)	10,00	***	(0,121)
URB: stredne hustá	-10,90	***	(0,077)	-3,136	***	(0,043)
URB: riedka	-12,43	***	(0,090)	-2,017	***	(0,035)
Hrubá mzda: partner	0,013	***	(0,000)	0,003	***	(0,000)
Cons	-53,99	***	(0,740)	-35,46	***	(0,562)
(ln(C))²						
Cons	-3,469	***	(0,015)	-0,265	***	(0,010)
ln(C) ln(L)						
Cons	-2,074	***	(0,093)	2,857	***	(0,082)
ln(L)						
Vek	0,537	***	(0,025)	0,969	***	(0,039)
Vek2	0,008	***	(0,000)	-0,007	***	(0,000)
Cons	1,775	***	(7,565)	543,4	***	(2,828)
ln(L))²						
Cons	-238,1	***	(0,966)	-73,97	***	(0,321)
Fixné náklady						
I(j=2)				7,402	***	(0,021)
Pseudo R^2	0,511			0,541		
					Štandardné chyby v zátvorkách	
					*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1	

Poznámky: Konštrukcia jednotlivých premenných bola predstavená v tabuľke 3.

(zdroj: vlastné spracovanie)

Tabuľka 15: Odhad ponuky práce flexibilných rodín (mužov) pomocou translogaritmickej funkcie užitočnosti pred a po zavedení fixných nákladov

	Model bez fixných nákladov			Model s fixnými nákladmi		
ln(C)						
Vek	0,599	***	(0,026)	0,118	***	(0,005)
Vek2	-0,005	***	(0,000)	-0,001	***	(0,000)
EDU: sekundárne	9,326	***	(0,095)	0,973	***	(0,011)
EDU: terciárne	11,43	***	(0,118)	4,253	***	(0,049)
Rodič: <3 ročné dieťa	-5,342	***	(0,086)	-0,838	***	(0,018)
Rodič: >3 ročné dieťa	-1,523	***	(0,045)	0,384	***	(0,031)
Vlastníctvo auta	6,446	***	(0,071)	0,948	***	(0,010)
Hypotéky/pôžičky	6,357	***	(0,079)	4,287	***	(0,067,)
URB: stredne hustá	-3,614	***	(0,064)	-1,363	***	(0,026)
URB: riedka	-5,125	***	(0,062)	-1,696	***	(0,026)
Hrubá mzda: partnerka	0,004	***	(0,000)	0,001	***	(0,000)
Cons	-12,67	***	(0,609)	-29,70	***	(0,232)
(ln(C))²						
Cons	-2,432	***	(0,022)	0,139	***	(0,004)
ln(C) ln(L)						
Cons	2,360	***	(0,054)	5,874	***	(0,045,)
ln(L)						
Vek	1,518	***	(0,039)	0,786	***	(0,020)
Vek2	-0,012	***	(0,000)	-0,006	***	(0,000)
Cons	573,3	***	(4,429)	45,92	***	(1,194)
ln(L))²						
Cons	-86,22	***	(0,601)	-13,42	***	(0,127)
Fixné náklady						
I(j=2)				4,895	***	(0,018)
Pseudo R^2	0,553			0,568		
					Štandardné chyby v zátvorkách	
					*** p<0,01; ** p<0,05; * p<0,1	

Poznámky: Konštrukcia jednotlivých premenných bola predstavená v tabuľke 3.

(zdroj: vlastné spracovanie)