UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



ODVODENIE ENDOGÉNNEJ FUNKCIE KREDIBILITY INFLAČNÉHO CIEĽA V NEOKEYNESIÁNSKOM MODELI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2024 Bc. Jaroslav Maček

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

ODVODENIE ENDOGÉNNEJ FUNKCIE KREDIBILITY INFLAČNÉHO CIEĽA V NEOKEYNESIÁNSKOM MODELI

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	Ekonomická a finančná matematika
Študijný odbor:	Matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr.

Bratislava 2024 **Bc. Jaroslav Maček**



35414370

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Jaroslav Maček
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Odvodenie endogénnej funkcie kredibility inflačného cieľa v neokeynesiánskom modeli
Derivation of the endogenous credibility function of inflation target in a New Keynesian model

Anotácia: Aktuálna akcelerácia cenového rastu núti infláciu cieliace centrálne banky zamerať sa na sprísňovanie menovej politiky. Po období nízkych a až záporných sadzieb však jednotlivé centrálne banky reagujú s rôzne dlhou odozvou. Ekonomickí agenti tak môžu vnímať takúto reakciu ako nedostatočnú a to ich vedie k zníženiu ich kredibility centrálnej banky v oblasti udržiavania ukotvenosti strednodobých inflačných očakávaní. Identifikácia prítomnosti a vplyvu odkotvenia strednodobých inflačných očakávaní na hospodársky cyklus malej otvorenej ekonomiky predstavuje aktuálnu výzvu pre infláciu cieliace centrálne banky s ohľadom na možné ohrozenie plnenia ich dlhodobých cieľov.

Cieľ: 1) Predstaviť štandardný dynamický stochastický model uzavretej ekonomiky.
2) Zapracovať do takéhoto modelu funkciu kredibility monetárnej autority závislú od plnenia jej vytýčeného inflačného cieľu.
3) Odvodiť, vyriešiť a simulovať rozšírený model.
4) Skúmať vlastnosti modelu na dátach zo skutočnej ekonomiky.

Vedúci: doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.

Dátum zadania: 10.01.2023

Dátum schválenia: 11.01.2023 prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Poďakovanie Týmto by som sa chcel veľmi pekne poďakovať pánovi Františkovi Brázdikovi, Ph.D. a pani doc. RNDr. Zuzane Chladnej, Dr. za ich vytrvalú ochotu, pomoc, veľmi užitočné rady a podnetné pripomienky, ktoré mi enormne pomohli pri písaní tejto diplomovej práce. Ďakujem tiež aj rodine za ich podporu počas celého štúdia.

Abstrakt v štátnom jazyku

MAČEK, Jaroslav: Odvodenie endogénnej funkcie kredibility inflačného cieľa v neokeynesiánskom modeli [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr., Bratislava, 2024, 68 s.

Centrálne banky majú mandát zabezpečovať cenovú stabilitu v ekonomike. Na efektivitu nástrojov používaných centrálnou bankou na ovplyvňovanie inflácie môže vplývať aj jej inštitucionálna kredibilita. Pod pojmom kredibilita rozumieme proces, akým ekonomickí agenti premietajú historickú skúsenosť o dosahovaní inflačného cieľa centrálnou bankou do svojich budúcich rozhodnutí. V tejto práci skúmame vplyv kredibility centrálnej banky pomocou dynamických stochastických modelov všeobecnej rovnováhy s neokeynesiánskymi prvkami. V základnom modeli uzavretej ekonomiky modifikujeme spôsob cenotvorby a prezentujeme jeho rozšírenia o dlhšiu pamäť a tiež funkciu kredibility. Parametre základného modelu nastavíme s ohľadom na dáta ekonomiky USA. Vplyv zmien cenotvorby analyzujeme pomocou impulzných odoziev vybraných premenných na štrukturálne šoky v ekonomike pre štyri predstavené verzie modelu. Ďalšími hodnotiacimi kritériami modelových zmien sú rozklady variancie, dopady na stochastický rovnovážny stav a varianciu modelových premenných.

Kľúčové slová: Kredibilita, Pamäť, Inflácia, Úrok.

Abstract

MAČEK, Jaroslav: Derivation of the endogenous credibility function of inflation target in a New Keynesian model [Master Thesis], Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr., Bratislava, 2024, 68 p.

Central banks have a mandate to ensure price stability in the economy. The effectiveness of the tools used by a central bank to influence inflation can also be influenced by its institutional credibility. By credibility, we understand the process by which economic agents translate the historical experience of a central bank's achievement of an inflation target into its future decisions. In this thesis, we investigate the impact of central bank credibility using dynamic stochastic general equilibrium models with New Keynesian elements. We modify the pricing method in the baseline closed economy model and present extensions to it by incorporating a longer memory as well as a credibility function. We set the parameters of the basic model with respect to data for the US economy. We analyze the impact of changes in pricing using the impulse responses of selected variables to structural shocks in the economy for the four versions of the model presented. Other criteria for evaluating model changes are the variance decompositions, the effects on the stochastic equilibrium, and the variance of the model variables.

Key words: Credibility, Memory, Inflation, Interest rate.

Obsah

Úvod **9**

1 Predstavenie modelu **11**

1.1 Domácnosti 11

1.2 Firmy 16

1.2.1 Výrobcovia spotrebných produktov 16

1.2.2 Medzivýrobcovia 17

1.3 Monetárna autorita 22

1.4 Vládna spotreba 22

2 Rovnováha na trhoch **24**

2.1 Rovnice modelu 25

2.2 Deterministický rovnovážny stav modelu 27

3 Parametrizácia a odhad modelu **30**

3.1 Príprava dát 32

3.2 Odhadnutie parametrov modelu 34

4 Analýza impulzných odoziev modelu **37**

5 Dlhšia pamäť medzivýrobcov **43**

6 Funkcia kredibility monetárnej autority **45**

6.1 Dlhšia pamäť medzivýrobcov s funkciou kredibility 49

7 Analýza výsledkov **50**

7.1 Porovnanie impulzných odoziev modelov 50

7.2 Analýza rozloženia variancie 58

7.3 Porovnanie momentov modelu 60

Záver **63**

Zoznam použitej literatúry **65**

Príloha A **69**

Príloha B **71**

Príloha C **73**

Príloha D **75**

Príloha E **76**

Príloha F **78**

Úvod

Hlavnou úlohou centrálnej banky je starostlivosť o cenovú stabilitu. Cenovou stabilitou sa pritom rozumie mierne kladná a stabilná inflácia, ktorá je prirodzená zdravému fungovaniu ekonomiky. Úlohou menovej politiky centrálnej banky je zaisťovať nízku, stabilnú a predvídateľnú mieru inflácie. Dosahovanie cenovej stability v režime inflačného cieľa je preto udržiavanie inflácie v jeho okolí. Hlavným nástrojom menovej politiky sú úrokové sadzby centrálnej banky, ktorých nastavenie sa premieta do trhových sadzieb a následne tak ovplyvňuje vývoj ekonomiky a inflácie. Vyhlásenie o zmene úrokovej sadzby je zvyčajne sprevádzané prezentovaním predikcie o ďalšom vývoji inflácie a odhadom časového horizontu potrebného na dosiahnutie inflačného cieľa. Jednotlivé ekonomické subjekty reagujú na takéto vyhlásenia s rôznou citlivosťou. Kredibilita vyhlásení centrálnej banky môže ovplyvňovať veľkosť zmeny v rozhodnutiach o výrobe, spotrebe, investíciách a úsporách. Dá sa očakávať, že čím je dôvera ekonomických subjektov väčšia, tým budú reakcie razantnejšie. Naopak, ak dôvera vo vyhlásenia národnej banky poklesne, dá sa očakávať, že národná banka bude mať problémy dosiahnuť inflačný cieľ.

V dôsledku štrukturálnych šokov môže dôjsť k vychýleniu inflácie od inflačného cieľa, čo môže viesť k poklesu kredibility monetárnej autority. Cieľom diplomovej práce je skúmať reakcie ekonomických agentov na takýto pokles kredibility. Za týmto účelom predstavíme neokeynesiánsky model uzavretej ekonomiky. Jadro tohto modelu tvorí modelovanie mikroekonomického správania sa jednotlivých ekonomických agentov. Budeme predpokladať, že agenti sa správajú racionálne, čo z mikroekonomického pohľadu znamená, že ich rozhodnutia sú výsledkom riešenia príslušného optimalizačného problému. Detailná reprezentácia mikroekonomických vzťahov nám umožní skúmať rôzne kvalitatívne vzťahy v ekonomike.

Prínosom tejto práce je rozšírenie klasického neokeynesiánskeho modelu o funkciu kredibility. Ako naznačuje názov práce, funkcia kredibility bude odrážať schopnosť monetárnej autority udržiavať infláciu na vopred ohlásenom inflačnom cieli. V predstavenom modeli budeme ďalej predpokladať, že funkcia kredibility oproti základnému modelu modifikuje očakávania o budúcich cenách v procese cenotvorby medzivýrobcov. Zapracovanie kredibility do nastavenia cien medzivýrobcami je novinka oproti doteraz publikovanej literatúre, ako napríklad [6], [9] a [25]. V tejto práci tiež predstavíme novú modifikáciu

nastavovania cien v porovnaní s prácami [2], [17]. V modifikovanom pravidle stanovia medzivýrobcovia ceny na základe geometrického priemeru hodnoty inflácie z minulej periódy a inflačného cieľa.

Diplomová práca je rozdelená do šiestich kapitol. Prvé dve kapitoly predstavujú teoretickú časť práce.

V kapitole 1 predstavíme jednotlivých ekonomických agentov. Pomocou optimalizačných úloh s ohraničeniami charakterizujeme ich správanie. Podrobne popíšeme úlohy, ktorým každý ekonomický agent čelí. Následne v kapitole 2 definujeme a odvodíme rovnováhu na trhoch. V tretej kapitole sa budeme venovať odhadu parametrov modelu. Vzhľadom na pomerne veľký počet rôznych parametrov a s ohľadom na dostupnosť podporných štúdií o ich nastavení, svoju pozornosť sústredíme na americkú ekonomiku.

Kapitola 4 bude zameraná na analýzu impulzných odoziev premenných na štrukturálne šoky v ekonomike.

V kapitolách 5 a 6 predstavíme niekoľko modifikácii základného modelu. Všetky uvažované modifikácie sa týkajú otázky nastavovania cien medzivýrobcami. Ako prvú modifikáciu uvážime, že medzivýrobcovia budú pri nastavení cien uvažovať dlhšiu históriu vývoja inflácie. V ďalších dvoch modifikáciách zapracujeme do mechanizmu nastavovania cien závislosť od úspechov v dosahovaní inflačného cieľa v minulosti. V prvom modeli sa budú medzivýrobcovia pri svojom nastavení cien pozerať na odchýlku inflácie od inflačného cieľa z predchádzajúcej periódy. V druhom prípade medzivýrobcovia zohľadnia odchýlku od inflačného cieľa až štyri periódy dozadu.

V kapitole 7 budeme analyzovať rozdiely medzi jednotlivými modelmi. Porovnávacím kritériom bude veľkosť odchýlok reakčných funkcií na štrukturálne šoky. Ďalej sa budeme zaoberať rozkladom variancie inflácie po zapracovaní funkcie kredibility do modelu. Porovnávať budeme aj simulované momenty prvého a druhého rádu jednotlivých modelov.

1 Predstavenie modelu

V tejto kapitole predstavíme základný ekonomický model uzavretej ekonomiky, ktorý nám poslúži na modelovanie vzťahov medzi agentmi ekonomiky. Pri zostavení modelu sme čerpali inšpiráciu z prác [17] a [26], ktoré sa zaoberajú neokeynesiánskymi a Real Business Cycle (RBC) modelmi. Spomínané typy modelov patria do triedy stochastických modelov všeobecnej rovnováhy (z angl. *Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE)*). Formulácia takýchto modelov si vyžaduje špecifikáciu preferencií agentov, technologických obmedzení ekonomiky a štrukturálnych šokov. Hlavnou charakteristickou črtou DSGE modelov sú dynamické interakcie medzi agentmi ekonomiky. V modeloch s mikroekonomickými základmi sú rozhodovacie procesy agentov odvodené z podmienok prvého rádu dynamického optimalizačného problému. V tomto kontexte je dynamika spojená s tým, že očakávania o budúcnosti zohrávajú rozhodujúcu úlohu pri súčasných rozhodnutiach agentov. Stochastická povaha DSGE modelov spočíva v tom, že v ekonomike sa nachádzajú nepredvídateľné fluktuácie, ktorých zdrojom sú štrukturálne šoky.

V predstavenom modeli uzavretej ekonomiky vystupuje päť reprezentatívnych ekonomických subjektov, zahrňujúc domácnosti, medzivýrobcov, výrobcov spotrebných produktov, monetárnu autoritu a vládu. Predpokladáme racionálne správanie ekonomických subjektov, čo znamená, že každý subjekt sa snaží maximalizovať svoju individuálnu funkciu užitočnosti. Detailne popíšeme všetky obmedzenia, ktorým tieto ekonomické subjekty čelia. Tiež definujeme stochastické šoky, ktoré budú mať štrukturálnu reprezentáciu. Predstavený model bude diskrétny model, pričom jedna časová perióda bude predstavovať jeden štvrťrok.

Cieľom je následne identifikovať stabilné a jedinečné riešenia modelu. Tento proces bude podrobnejšie vysvetlený v nasledujúcich podkapitolách od 1.1 do 2.2.

1.1 Domácnosti

Predpokladáme, že v uvažovanom modeli sa nachádzajú domácnosti indexované z jednotkového intervalu $j \in [0, 1]$ [2]. Pre zjednodušenie budeme uvažovať identické domácnosti, ktoré dospejú k rovnakým záverom vo svojich rozhodovacích procesoch. Z tohto dôvodu agregujeme tieto domácnosti do jednej veľkej reprezentatívnej domácnosti a za-

nedbáme index j.

Ďalej budeme predpokladať, že reprezentatívna domácnosť má prístup na finančné trhy. Dokáže, tak sporiť a pomocou úspor optimalizovať svoju úžitok. Reprezentatívna domácnosť je zároveň aj ricardiánska, t.j. plne rozumie vládnemu rozpočtovému ohraničeniu. Okrem toho poskytuje firmám svoju pracovnú silu, za ktorú dostáva mzdu. Predpokladáme racionálne správanie domácnosti, t.j. cieľom reprezentatívnej domácnosti je maximalizovať celoživotnú očakávanú užitočnosť. Celoživotná užitočnosť je v každej časovej perióde t, $t = 0, \ldots, \infty$ daná množstvom spotrebovaných produktov C_t a množstvom odpracovaných hodín H_t. Prirodzene, hodnota funkcie užitočnosti je rastúca spolu s rastúcou spotrebou C_t, naopak je klesajúca s ohľadom na odpracované hodiny domácností H_t. Funkciu súčasnej hodnoty očakávanej užitočnosti pre reprezentatívnu domácnosť definujeme v tvare

$$\mathbb{E}_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(C_t - hC_{t-1})^{1-\delta}}{1-\delta} - \kappa_H \frac{H_t^{1+\psi}}{1+\psi} \right). \tag{1}$$

Symbol $\mathbb{E}_t$ označuje strednú hodnotu racionálnych očakávaní domácnosti založených na pozorovaní vývoja hodnôt v čase t všetkých ekonomických premenných modelu [2]. Parameter β slúži na vyjadrenie súčasnej hodnoty úžitku nadobudnutého počas celého života reprezentatívnej domácnosti. Predpokladáme, že diskontná sadzba β, ktorou sa diskontujú budúce úžitky leží v intervale [0, 1]. Tento predpoklad má aj ekonomickú interpretáciu a to, že reprezentatívna domácnosť uprednostňuje súčasnú spotrebu pred budúcou spotrebou.

Parameter ψ reprezentuje inverznú elasticitu ponuky práce. Vyjadruje zmenu v dodávkach práce vzhľadom na zmenu v mzdách. Premenná H_t zastupuje časť dňa, ktorú domácnosti odpracujú. Prijmeme zjednodušujúci predpoklad a budeme uvažovať, že premenná H_t môže nadobúdať hodnoty z uzavretého intervalu [0, 1]. Pričom ak platí, že $H_t = 1$ znamená to, že domácnosť odpracuje celý deň. Premenná C_t zastupuje spotrebu. Bude reprezentovať niekoľko produktov, na ktoré míňa reprezentatívna domácnosť najväčšiu časť svojich príjmov. Spotreba domácnosti C_t bude vyjadrená v reálnych jednotkách.

Parameter δ vyjadruje relatívnu mieru averzie rizika voči zmenám v spotrebe C_t. Čím bude parameter δ menší, tým bude domácnosť viac tolerovať väčšie výkyvy v spotrebe.

Posledným parametrom, ktorý vystupuje vo vzťahu (1), je parameter κ_H. Tento para-

meter dokáže zachytiť „trade-off“ medzi spotrebou a odpracovanými hodinami. Uvažujme len kladné hodnoty tohto parametra, t.j. $\kappa_H > 0$, ktoré budú vyjadrovať rastúce nepohodlie s odpracovanými hodinami domácnosti.

Funkcia užitočnosti (1) zachytáva aj tzv. vnútorné vytváranie návykov domácnosti vzhľadom k spotrebe (z angl. *internal habit formation*) domácnosti. Znamená to, že hodnotu aktuálnej spotreby domácnosti C_t ovplyvňuje aj spotreba z predchádzajúcej periódy C_{t-1}. Parameter h je vyjadrením váhy, ktorú bude domácnosť prikladať svojim návykom o spotrebe v minulosti. Zapracovanie návykov do účelovej funkcie zabezpečí vyhladenie reakcií domácnosti na ekonomické šoky. Vďaka svojim návykom bude domácnosti určitý čas trvať, kým sa prispôsobí výchylke v systéme.

Úroveň spotreby C_t je definovaná ako spotrebiteľský index, zahŕňajúci sortiment produktov, ktoré sú spotrebúvané reprezentatívnou domácnosťou. Preferencie domácnosti voči jednotlivým produktom reprezentujeme nasledovne

$$C_t = \left(\int_0^1 C_t(j)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \, dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}, \tag{2}$$

kde $C_t(j)$ je označenie spotreby produktu j v čase t. To, že $j \in [0,1]$ znamená, že výrobcovia spotrebných produktov vedia vyrobiť odlišné produkty z uzavretého intervalu $[0,1]$. Parameter η vyjadruje elasticitu medzi jednotlivými produktmi.

Rozhodovanie domácnosti je obmedzené rozpočtovým ohraničením, ktoré je v nominálnej forme definovane v tvare

$$P_t C_t + P_t I_t + B_t \leq R_t^k P_t K_{t-1} + R_{t-1} B_{t-1} + W_t H_t + \Pi_t - T_t. \tag{3}$$

Všimnime si, že rozpočtové ohraničenie domácnosti (3) je vyjadrené v nominálnej podobe vďaka cenovému indexu P_t.

Ľavá strana rozpočtového ohraničenia (3) reprezentuje nominálne výdavky domácnosti. Tie sú tvorené kúpou spotrebných produktov C_t, investíciou do kapitálu I_t a úsporami B_t. Spotreba domácnosti C_t a investície do kapitálu I_t sú vyjadrené v reálnych jednotkách. Úspory vo forme investícii vládnych dlhopisov B_t sú vyjadrené v nominálnej forme.

Pravú stranu rozpočtového ohraničenia (3) reprezentujú nominálne príjmy domácností. Tie sú tvorené nominálnymi príjmami z práce zastúpenými v (3) ako $W_t H_t$, kde W_t je nominálna mzda, ktorú by domácnosť dostala, ak by pracovala celý deň, a H_t je časť dňa,

ktorú odpracuje domácnosť. Súčin $R_{t-1}B_{t-1}$ udáva výnos z vládnych dlhopisov držaných v čase $t-1$. Premenná R_{t-1} reprezentuje nominálny úrok v ekonomike. Príjmy domácnosti sú taktiež tvorené nominálnymi výnosmi z kapitálu $P_t R_t^k K_{t-1}$, ktorý zapožičala domácnosť firmám v predchádzajúcej perióde. Premenná K_{t-1} vyjadruje reálny kapitál a R_t^k úrok z vypožičania kapitálu.

V predstavenom modeli budú vystupovať dva druhy firiem a to medzivýrobcovia a firmy, ktoré vyrábajú finálne produkty. Oba druhy firiem sú vlastnené domácnosťami. Medzivýrobcovia podnikajú v monopolistickej konkurencii a produkujú zisk, ktorý označíme Π_t. Zisk z firiem tiež prispieva do príjmov domácnosti. Na druhej strane príjem reprezentatívnej domácnosti znižujú záväzky voči vláde. Výšku daňového zaťaženia domácnosti v čase t označíme T_t.

Dynamiku vývoja kapitálu K_t, určujú investície I_t a definujeme ho nasledovne

$$K_t = (1-\sigma)K_{t-1} + (1 - S(I_t,\ I_{t-1}))\, I_t. \tag{4}$$

Vo vzťahu (4) parameter σ vyjadruje znehodnotenie kapitálu počas jednej časovej periódy. Funkcia $S(.)$ reprezentuje náklady zmeny investičného správania (z angl. *investment adjustmens cost* (IAC)). Nastavenie vývoja kapitálu pomocou vzťahu (4) zohľadňuje skutočnosť, že nie celá hodnota investícií I_t sa okamžite prejaví v hodnote kapitálu K_t. Predstavme si prípad, že firma čelí nárastu dopytu po svojich vyrobených produktoch. Väčší dopyt chce uspokojiť, ale to sa jej podarí iba vďaka zvýšeniu produkcie, na ktorú bude potrebovať nové stroje reprezentujúce v tomto prípade kapitál K_t. Rozhodne sa preto uskutočniť investíciu vo výške $I_t \in [0,\ 1]$. Firma však čelí aj nákladom spojeným so zmenou investičného správania, akými sú napríklad náklady na inštaláciu nových strojov alebo náklady spojené so zaúčaním zamestnancov na ich obsluhu. Funkciu nákladov $S(I_t,\ I_{t-1})$ budeme uvažovať v tvare

$$S(I_t,\ I_{t-1}) = S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right), \tag{5}$$

pričom požadujeme, aby funkcia (5) spĺňala podmienky

$$S(1) = 0 \tag{6}$$

$$S'(1) = 0, \tag{7}$$

$$S''(1) > 0. \tag{8}$$

Tieto podmienky implikujú, že so zmenou investícií sú spojené náklady, že v rovnovážnom stave sú investičné náklady nulové a že náklady sa zväčšujú so zmenou v investíciách [18]. Funkciu $S(I_t,\ I_{t-1})$, ktorá bude spĺňať všetky uvedené podmienky, zvolíme podľa [5] ako

$$S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} - 1\right)^2. \tag{9}$$

Účelová funkcia (1) spolu s ohraničeniami (3) a (4) charakterizuje racionálne správanie reprezentatívnej domácnosti v uvažovanom modeli všeobecnej rovnováhy. Domácnosť sa v každej časovej perióde t rozhoduje o výške spotreby C_t, množstve odpracovaných hodín H_t, o výške investície do cenných papierov B_t, o výške investícii do kapitálu I_t a o výške kapitálu, ktorý požičia firmám K_t. Z matematického hľadiska predstavená úloha patrí do triedy úloh stochastického dynamického programovania. Optimálne správanie domácnosti reprezentujeme pomocou nutných podmienok optimality prvého rádu (FOC). Pri ich odvodení sme čerpali hlavne z [2], [3] a [17]. Podrobné odvodenie podmienok možno nájsť v Prílohe A.

Prvým vzťahom, ktorý z podmienok optimality vieme odvodiť, je rovnica v tvare

$$\frac{H_t^{\psi}}{\mathbb{E}_t\left\{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h\left(C_{t+1} - hC_t\right)^{-\delta}\right\}} = \frac{1}{\kappa_H}\frac{W_t}{P_t}. \tag{10}$$

Rovnicu (10) sa dá interpretovať ako optimálny plán dodávok práce v závislosti od reálnej mzdy a hraničnej užitočnosti spotreby.

Ďalšiu podmienku optimality, ktorú nazývame aj Eulerova rovnica [17], vyjadríme v tvare

$$Q_t = \beta\mathbb{E}_t\left\{\frac{(C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h\left(C_{t+2} - hC_{t+1}\right)^{-\delta}}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h\left(C_{t+1} - hC_t\right)^{-\delta}}\left((1-\sigma)Q_{t+1} + R^k_{t+1}\right).\right\} \tag{11}$$

V rovnici (11) interpretujeme premennú Q_t ako Tobinovo Q [5]. Tobinovo Q reprezentuje tieňovú cenu kapitálu v perióde t. Rovnica (11) zachytáva vzťah medzi minulou spotrebou C_{t-1}, súčasnou spotrebou C_t a očakávanou spotrebou v nadchádzajúcej perióde C_{t+1}.

Nasledujúca rovnica vyjadruje vzťah medzi minulými, súčasnými a budúcimi investičnými nákladmi a má tvar

$$1 = Q_t\left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) - \frac{I_t}{I_{t-1}}S'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right) + \mathbb{E}_t\left\{Q_{t+1}\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2 S'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\delta}\right\}. \tag{12}$$

Poslednú podmienku zapíšeme v tvare

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{\left((C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} + \beta \left(C_{t+2} - hC_{t+1} \right)^{-\delta} \right)}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} + \beta \left(C_{t+1} - hC_t \right)^{-\delta}} \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right\}, \tag{13}$$

kde hrubá miera inflácie π_t (z angl. *gross inflation rate*) je v čase t definovaná nasledovne

$$\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}. \tag{14}$$

V podmienke (13) pozorujeme, že na hodnoty súčasnej a budúcej spotreby bude kvôli vytvoreným návykom vplývať aj spotreba z predchádzajúcej periódy.

Podmienky dané rovnicami (4)–(14) využijeme v ďalších častiach práce a to pri hľadaní deterministického rovnovážneho stavu ekonomiky.

1.2 Firmy

V tejto časti charakterizujeme druhý typ ekonomických subjektov, ktorým sú firmy. Ich úlohou je výroba spotrebných produktov. V tomto modeli predpokladáme dva stupne produkcie. Prvý stupeň predstavujú tzv. *medzivýrobcovia*. Ide o viacero firiem, ktoré podnikajú v monopolistickej konkurencii. Zo vstupov vyrábajú medzivýrobky, ktoré sú následne použité na výrobu finálneho spotrebného produktu. Výrobu finálneho produktu zabezpečujú tzv. *výrobcovia spotrebných produktov*, o ktorých predpokladáme, že podnikajú v dokonalej konkurencii. Jednotlivé skupiny výrobcov si podrobnejšie charakterizujeme v nasledujúcich častiach.

1.2.1 Výrobcovia spotrebných produktov

Výrobcovia spotrebných produktov predstavujú posledný krok v produkčnom reťazci, kde výsledný finálny produkt s označením Y_t je zostavený z produktov $Y_t(j)$, ktoré dodávajú medzivýrobcovia, kde index j je z uzavretého intervalu $j \in [0,\ 1]$. Produkčná funkcia finálnych výrobcov má nasledujúci tvar

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}. \tag{15}$$

Produkčná funkcia (15) patrí medzi tzv. funkcie s konštantnou elasticitou substitúcie (z angl. *constant-elasticity of substitution*). Parameter η označuje elasticitu substitúcie

medzi dvomi vstupnými faktormi. Ako naznačuje názov, elasticita substitúcie pre funkciu (15) je konštantná bez ohľadu na počiatočné množstvá vstupných faktorov.

Výrobcovia finálnych produktov podnikajú v dokonalej konkurencii a snažia s maximalizovať svoj zisk [2]. Exogénnymi premennými sú pre nich ceny, za ktoré nakupujú produkty $P_t(j)$, a tiež cena P_t, za ktorú budú predávať finálny produkt. Za predpokladu racionálneho správania sa finálnych výrobcov sa dá rozhodovací proces popísať nasledujúcim optimalizačným problémom

$$\max_{Y_t(j)} P_t \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj. \tag{16}$$

Úpravou nutnej podmienky optimality prvého rádu pre úlohu (16) dostávame nasledujúci vzťah (podrobné odvodenie je obsahom Prílohy D)

$$Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t. \tag{17}$$

Rovnica (17) je vyjadrením vzťahu, dopytu po j-tom produkte a funkciou jeho prislúchajúcej relatívnej ceny ošetrenej o elasticitu substitúcie. Navyše je úmerný finálnemu produktu Y_t.

Teraz využijeme predpoklad, že výrobcovia finálnych produktov podnikajú v dokonalej konkurencii. V takomto prípade platí, že v dlhodobej rovnováhe je zisk individuálnej firmy nulový. Spojením tohoto predpokladu s podmienkou (17) dostaneme vzťah pre agregovaný cenový index v tvare

$$P_t = \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta}}. \tag{18}$$

Vzťah (18) je opäť podrobne odvodený v Prílohe D.

1.2.2 Medzivýrobcovia

V modelovanej ekonomike bude vystupovať viacero medzivýrobcov, pričom parametrom j budeme označovať individuálneho medzivýrobcu. Budeme predpokladať, že $j \in [0, 1]$. Medzivýrobcovia podnikajú v monopolistickej konkurencii [2]. Zisk medzivýrobcov Π_t prináleží vlastníkom týchto firiem, tj. domácnostiam, ktoré ho zohľadnia vo svojom rozpočtovom ohraničení (viď (3)). Medzivýrobcovia vyrábajú rozličné produkty, ktoré nie sú dokonale zameniteľné. Následne sú tieto produkty spotrebované výrobcami spotrebných produktov.

Medzivýrobcovia na výrobu produktov potrebujú pracovnú silu a kapitál. V tejto práci zvolíme za produkčnú funkciu Cobb-Douglesovu funkciu v tvare

$$Y_t(j) = A_t H_t(j)^{1-\alpha} K_{t-1}(j)^{\alpha}, \tag{19}$$

kde $H_t(j)$ zastupuje počet hodín, ktoré odpracovali domácnosti v perióde t pre medzivýrobcu j a $K_{t-1}(j)$ je kapitál, ktorý potrebuje medzivýrobca j na vyrábanie svojho produktu. Kapitál sa voľne pohybuje medzi firmami a firmy si ho požičiavajú každú periódu od domácností. Z tohto dôvodu zaň musia platiť domácnostiam takzvaný výnos z kapitálu R_t^k.

Premenná A_t v Cobb-Douglasovej produkčnej funkcii (19) reprezentuje produktivitu výrobných faktorov. Predpokladáme, že jej logaritmickú transformáciu vieme reprezentovať ako autoregresný proces, ktorý vyjadríme v nasledujúcom tvare

$$\log(A_t) = \rho_a \log(A_{t-1}) + (1-\rho_a)\log(A_{ss}) + \varepsilon_t^A, \qquad \rho_a \in [0,\ 1) \tag{20}$$

kde ε_t^A označuje biely šum, $\rho_a \in [0,\ 1)$ je autoregresná konštanta a parameter A_{ss} je hodnota produktivity výrobných faktorov v rovnovážnom stave modelu.

Parameter α vystupujúci vo vzťahu (19) je elasticita vyrobeného produktu vzhľadom na kapitál $K_{t-1}(j)$ a $1-\alpha$ reprezentuje elasticitu na počet odpracovaných hodín H_t. Súčet elasticít v Cobb-Douglasovej produkčnej funkcii (19) je rovný jedna, čo zabezpečí konštantné výnosy z rozsahu.

Medzivýrobcovia sa snažia v každej časovej perióde minimalizovať náklady a maximalizovať zisk z produkcie a to vedie k maximalizačnému problému

$$\max_{K_{t-1}, H_t} P_t Y_t - W_t H_t - P_t R_t^k K_{t-1}. \tag{21}$$

V úlohe (21) výraz $P_t R_t^k K_{t-1}$ vyjadruje vyššie spomínaný výnos z kapitálu, ktorý musí byť vyplatený domácnostiam. Druhý člen $P_t W_t H_t$ reprezentuje reálne mzdy domácností vyplácané v každej časovej perióde.

Úpravou nutnej podmienky optimality (pre viac podrobností viď Príloha B) pre úlohu (21) dostávame vzťah

$$\frac{W_t}{P_t R_t^k} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{K_{t-1}}{H_t}. \tag{22}$$

Podmienka (22) je vyjadrením vzťahu medzi hraničnou mierou substitúcie medzi kapitálom a odpracovaným počtom hodín. Z podmienky (22) vyplýva, že s rastom ľavej strany

rovnice, čiže buď sa zvýši mzda zamestnancov alebo sa zníži výnos kapitálu, firmy začnú pri produkcii využívať viac zapožičaný kapitál alebo znížia počet odpracovaných hodín zamestnancov.

Pomocou rovníc (19) a (22) odvodíme vzťah pre hraničné náklady. Vzhľadom na formuláciu úlohy (21) celkové náklady medzivýrobcu (ozn. TC=total costs) vyjadríme v tvare

$$TC_t = W_t H_t + P_t R_t^k K_{t-1}. \tag{23}$$

Hodnotu hraničných nákladov (ozn. MC=marginal costs) získame deriváciou (23) (viď Príloha B). Na záver do vyjadrenia hraničných nákladov zapracujeme aj šok ξ_t, ktorý bude vyjadrovať neočakávanú zmenu v hraničných nákladoch. Finálny vzťah pre MC_t má nasledujúci tvar

$$MC_t = \frac{1}{A_t}\left(\frac{W_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{P_t R_t^k}{\alpha}\right)^{\alpha}\xi_t. \tag{24}$$

Chceme tiež dosiahnuť aby mal šok v hraničných nákladoch perzistenciu a neovplyvnil ekonomiku iba v jednej perióde. Z tohto dôvodu definujeme šok v hraničných nákladoch pomocou rovnice

$$\log(\xi_t) = \rho_\xi \log(\xi_{t-1}) + (1-\rho_\xi)\log(\xi_{ss}) + \varepsilon_t^{MC}, \qquad \rho_\xi \in [0,\ 1). \tag{25}$$

S výrobou medzivýrobkov je spojený aj problém nastavenia cien, za ktoré sa budú tieto produkty predávať. Nakoľko predpokladáme, že medzivýrobcovia podnikajú v monopolistickej konkurencii, jednotliví výrobcovia majú trhovú silu na nastavenie ceny. Budeme predpokladať, že výrobcovia nastavia cenu j-teho produktu podľa nasledujúceho vzťahu

$$P_t(j) = P_{t-1}(j)\pi_{t-1}^{\chi}\bar{\pi}^{1-\chi}. \tag{26}$$

Podľa (26) firmy pri nastavovaní cien zohľadňujú infláciu z predošlej periódy π_{t-1} a tiež inflačný cieľ $\bar{\pi}$. Parameter χ je vyjadrením, ako veľmi bude minulá inflácia alebo inflačný cieľ ovplyvňovať súčasné nastavenie cien. Nastavenie cien pomocou pravidla (26) sa líši s doteraz publikovanou literatúrou ako napríklad [2] [5] a [17], kde medzivýrobcovia nastavujú svoje ceny iba pomocou inflačného cieľa $\bar{\pi}$ alebo iba pomocou inflácie z predchádzajúcej periódy π_{t-1}.

Predpokladáme, že cenotvorba medzivýrobcov je daná nastavovaním cien procesom [4], tzv. cenotvorba podľa Calva. V tomto prípade firma zmení svoje ceny s pravdepodobnosťou $1-\theta$ v každej perióde nezávisle od času uplynutého od poslednej zmeny. To

znamená, že v každej perióde $1-\theta$ náhodne vybraných firiem zmení svoje ceny tak aby maximalizovali svoj zisk. Ceny θ firiem ostanú nezmenené. Problematiku optimálneho nastavenia cien zapracujú medzivýrobcovia do maximalizácie zisku nasledovne

$$\max_{P_t(j)} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} \left[Y_{t+k|t}(j) \frac{P_t(j)}{P_{t+k}} \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{k(1-\chi)} - MC_{t+k} Y_{t+k|t}(j) \right] \right\}, \quad (27)$$

za podmienok

$$Y_{t+k|t}(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_{t+k}} \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{k(1-\chi)} \right)^{-\eta} Y_{t+k}, \quad (28)$$

$$\Lambda_{t,t+k} = \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\delta}. \quad (29)$$

V účelovej funkcii (27) vystupujú očakávané príjmy z predaja produktov reprezentované ako $\frac{P_t(j)}{P_{t+k}} \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{1-\chi} Y_{t+k|t}(j)$ a očakávané náklady firmy $MC_{t+k} Y_{t+k|t}(j)$. V podmienke dopytu po produkte j (28) je $Y_{t+k|t}(j)$ výrobok vyrobený v perióde $t+k$ firmou j, ktorá naposledy zmenila svoje ceny v perióde t. Uvedomme si, že podmienka (28) je vyjadrenie rovnice (17) so zapracovaným pravidlom nastavovania cien v perióde t, ktoré je predstavené v (26). Premenná $\Lambda_{t,t+k}$ definovaná rovnicou (29), reprezentuje stochastický diskontný faktor počas periódy $[t,\ t+k]$ a zastupuje zmenu v spotrebe vyrobených produktov.

Všetci medzivýrobcovia j, $j \in [0,1]$ hľadajú riešenie rovnakého optimalizačného problému, pretože čelia rovnakej funkcií dopytu a používajú rovnakú produkčnú funkciu. Preto všetky firmy, ktoré sa rozhodnú zmeniť svoje ceny v perióde t, zmenia tieto ceny na rovnakú cenu. Túto cenu označme P_t^*. Optimalizačnú úlohu (27) až (29) prepíšeme do tvaru

$$\max_{P_t^*} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^* \Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left[\left(\frac{P_t^* \Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right) - MC_{t+k} \right] \right\}, \quad (30)$$

s ohraničeniami

$$\Psi_{t+k} = \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k}, \quad (31)$$

$$\Lambda_{t,t+k} = \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\delta}. \quad (32)$$

V Prílohe C prezentujeme podrobné odvodenie vzťahu pre premennú π_t^*. Táto premenná reprezentuje podiel medzi novo zmenenou cenou a pôvodnou cenou, t.j. pomer

$\frac{P_t^*}{P_t}$. Z predpokladu nastavenia cien podľa Calva dostávame nasledujúci vzťah pre výšku inflácie v perióde t v tvare

$$\pi_t^* = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \Psi_{t+k}^{-\eta} MC_{t+k} \right\}}{\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} \Psi_{t+k}^{1-\eta} \right\}}. \tag{33}$$

Podľa (33) medzivýrobcovia podnikajúci v monopolistickej konkurencii budú nastavovať ceny ako prirážku k váženému priemeru budúcich marginálnych nákladov. Prirážku predstavuje zlomok $\frac{\eta}{\eta-1}$. Všimnime si, že medzivýrobca bude kvôli diskontnému faktoru β a kvôli predpokladu, že ešte bude v budúcnosti opätovne nastavovať cenu, prikladať menšiu dôležitosť hraničným nákladom, pri ktorých sa očakáva, že nastanú vo vzdialenejšej budúcnosti [29].

Pre účely riešenia modelu v DYNARE, v ktorom sa nedá pracovať s nekonečnými radmi, musíme vzťah (33) prepísať pomocou rekurentného vzťahu ako

$$\pi_t^* = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{x_{1,t}}{x_{2,t}}, \tag{34}$$

$$x_{1,t} = C_t^{-\delta} Y_t MC_t + \pi_{t+1}^{\eta} \pi_t^{-\chi\eta} \bar{\pi}^{-\eta(1-\chi)} \theta\beta x_{1,t+1}, \tag{35}$$

$$x_{2,t} = C_t^{-\delta} Y_t + \pi_{t+1}^{\eta-1} \pi_t^{(1-\eta)\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)(1-\eta)} \theta\beta x_{2,t+1}. \tag{36}$$

Tvar podmienok (34)–(36) umožní numerické výpočty pri hľadaní deterministického rovnovážneho stavu ekonomiky.

Teraz, keď sme už ukázali ako budú medzivýrobcovia voliť svoje ceny produktov, je na mieste pozrieť sa aj na agregovanú cenovú dynamiku ekonomiky. Označme množinu medzivýrobcov, ktorá nebude meniť svoje ceny v čase t ako $Z(t) \subset [0, 1]$. Použijúc definíciu agregovaného cenového indexu (18) a faktu, že všetky firmy zvolia rovnakú novú cenu P^*, za ktorú budú predávať svoje výrobky, odvodíme nasledujúci vzťah

$$\begin{aligned} P_t &= \left[\int_{Z(t)} P_{t-1}(i)^{1-\eta} di + (1-\theta) (P_t^*)^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}, \\ &= \left[\theta (P_{t-1})^{1-\eta} + (1-\theta) (P_t^*)^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}. \end{aligned} \tag{37}$$

Rovnica (37) hovorí o tom, že rozdelenie cien medzi firmami, ktoré neprehodnocovali nastavenie cien v čase t, zodpovedá rozdeleniu efektívnych cien nastavených v čase $t-1$. Ak navyše predelíme obe strany rovnice (37) s výrazom $P_{t-1}^{1-\eta}$ a umocníme ich s výrazom

$1-\eta$ dostaneme vyjadrenie inflácie v tvare

$$\pi_t^{1-\eta} = \theta + (1-\theta)\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right)^{1-\eta}. \tag{38}$$

Z rovnice (38) sme tak dostali vzťah medzi infláciou a novonastavenými cenami v ekonomike, pre zachovanie konzistentnosti v označeniach prepíšeme (38) pomocou $\pi_t^* = \frac{P_t^*}{P_t}$ a dostaneme

$$\pi_t^{1-\eta} = \theta + (1-\theta)\pi_t^{1-\eta}\pi_t^{*1-\eta}. \tag{39}$$

1.3 Monetárna autorita

Monetárnu politiku riadi centrálna banka, ktorej hlavnou úlohou je udržiavanie cenovej stability. Cenová stabilita je definovaná ako mierny a stabilný rast cenovej hladiny. Modelová menová autorita bude tento cieľ implementovať pomocou nastavenia úrokových mier. Nastavenie úrovne úrokovej miery sa riadi pravidlom zohľadňujúcim odchýlku inflácie od inflačného cieľa a odchýlku vo výrobe produktov. Nástroj, ktorý centrálna banka využíva na dosiahnutie tohto cieľa, je nastavovanie úrokových mier. V tejto práci predpokladáme, že centrálna banka nastavuje úrokové miery pomocou tzv. Taylorovho pravidla [17]. Úrokovú mieru R_t volí monetárna autorita podľa vzťahu

$$\frac{R_t}{R_{ss}} = \left(\frac{R_{t-1}}{R_{ss}}\right)^{\rho_R}\left[\left(\frac{\pi_t}{\pi_{ss}}\right)^{\psi_\pi}\left(\frac{Y_t}{Y_{ss}}\right)^{\psi_Y}\right]^{1-\rho_R} \mathrm{e}^{\varepsilon_t^R}. \tag{40}$$

Premenné R_{ss}, π_{ss} a Y_{ss} označujú hodnoty daných premenných v rovnovážnom stave. Parameter $\rho_R \in [0,1]$ vyjadruje zotrvačnosť úrokových mier z predchádzajúcej periódy. Tento parameter slúži ako vyhladzovací faktor, ktorý zabezpečuje kontinuitu v monetárnej politike. Váhy $\psi_\pi > 1$ a $\psi_Y \geq 0$ určujú, aký význam sa pridelí súčasnej inflácii a vyrobeným produktom v rozhodovacom procese centrálnej banky. Poslednou premennou vystupujúcou vo vzťahu (40) je náhodná premenná ε_t^R, ktorá reprezentuje monetárny šok, tj. neočakávanú zmenu v monetárnej politike alebo v ekonomických podmienkach krajiny. Monetárny šok štandardne modelujeme ako biely šum, o ktorom sa čitateľ môže viac dočítať v [28].

1.4 Vládna spotreba

Posledným agentom v ekonomike je vláda. Vláda ovplyvňuje celkovú dynamiku ekonomiky prostredníctvom svojich daňových a výdavkových politík. Z ekonomického hľadiska

je hlavnou úlohou vlády výber daní T_t a následná vládna spotreba produktov, ktoré vláda nakupuje cez uvoľňovanie vládnych výdavkov G_t. V uvažovanom modeli pracujeme so zjednodušujúcim predpokladom vyrovnaného rozpočtu, kde vládne výdavky budú rovné príjmom vlády. Tento predpoklad vyjadruje jednoduché rozpočtové pravidlo pre vládnu spotrebu

$$G_t = T_t. \tag{41}$$

Ďalej predpokladáme, že vládne výdavky sa riadia jednoduchým pravidlom v tvare

$$\log(G_t) = \rho_G \log(G_{t-1}) + (1 - \rho_G)\log(G_{ss}) + \varepsilon_t^G, \qquad \rho_G \in [0,\ 1) \tag{42}$$

kde, G_{t-1} vyjadruje vládne výdavky z predchádzajúcej periódy, G_{ss} je ich rovnovážna hodnota, a kde ε^G je šok spôsobujúci fluktuácie v hodnotách vládnych výdavkov.

2 Rovnováha na trhoch

Jednotlivé skupiny agentov obchodujú medzi sebou na trhu, kde v každej perióde neexistujú žiadne prebytky na strane dopytu ani ponuky. To vedie k dosiahnutiu tzv. *rovnováhy na trhoch* v každej perióde.

Keďže sme už Kapitole 1 popísali správanie jednotlivých agentov v ekonomike, tak v tejto kapitole sa pozrieme na ich vzájomné interakcie. Pod pojmom *rovnováhy na trhoch* v ekonomike rozumieme stav, keď sa trhy na strane dopytu a ponuky vzájomne vyčistia a nezostane ani na jednej strane žiaden prebytok (z angl. *market clearing*). V modeli všeobecnej rovnováhy pristúpime k tejto požiadavke na viacerých úrovniach.

Najprv sa pozrieme na rovnováhu celkovej ekonomiky, tj. potrebujeme zabezpečiť, aby sa ponuka a dopyt finálneho produktu rovnali. Formálne túto požiadavku zapíšeme v tvare

$$Y_t = C_t + I_t + G_t. \tag{43}$$

Rovnica (43) vyjadruje, že celkové množstvo vyrobených tovarov Y_t je rozdelené medzi spotrebu domácnosti C_t, investície I_t a vládnu spotrebu G_t.

Ďalej potrebujeme zabezpečiť rovnováhu na trhu medziproduktov. Ponuka vyrobeného produktu j medzivýrobcami (15) je v rovnováhe s dopytovou funkciou finálnych výrobcov po produkte j (19). Túto podmienku zapíšeme v tvare

$$A_t H_t(j)^{1-\alpha} K_{t-1}(j)^{\alpha} = \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\eta} Y_t. \tag{44}$$

Rovnováhu na trhu práce docielime, ak sa agregovaný dopyt firiem po odpracovaných hodinách bude rovnať celkovej ponuke počtu odpracovaných hodín domácností. Rovnaká myšlienka platí aj pre kapitál. V rovnovážnom stave preto platí

$$H_t = \int_0^1 H_t(j)\ \mathrm{d}j, \tag{45}$$

$$K_t = \int_0^1 K_t(j)\ \mathrm{d}j. \tag{46}$$

Následne agregáciou (44) cez všetky produkty $j \in [0,\ 1]$ dostávame

$$A_t \int_0^1 H_t(j)^{1-\alpha} K_{t-1}(j)^{\alpha} dj = Y_t \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\eta} dj.$$

Definujeme novú premennú v_t^p

$$v_t^p = \int_0^1 \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\eta} dj, \tag{47}$$

ktorá reprezentuje mieru cenového rozptylu. Využitím vzťahov (45), (46) a (47) dostaneme vyjadrenie agregovanej produkčnej funkcie výrobcov finálnych produktov v tvare

$$Y_t = \frac{A_t H_t^{1-\alpha} K_{t-1}^{\alpha}}{v_t^p}. \tag{48}$$

Predpoklad nastavenia cien podľa Calva, v ktorom $(1-\theta)$ firiem zmení v perióde t svoje ceny, nám umožňuje vyjadriť mieru cenového rozptylu v tvare

$$v_t^p = \int_0^{1-\theta} \left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{-\eta} dj + \int_{1-\theta}^{1} \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_t}\right)^{-\eta} dj. \tag{49}$$

Pomocou pridania špeciálnej jednotky $\left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-1}}\right)^{-\eta}$ a využitia vzťahu pre $\pi_t^* = \frac{P_t^*}{P_t}$ získame vyjadrenie miery cenového rozptylu pomocou inflácie v tvare

$$\begin{aligned} v_t^p &= \int_0^{1-\theta} \left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{-\eta} dj + \int_{1-\theta}^{1} \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_{t-1}}\right)^{-\eta} \left(\frac{P_{t-1}}{P_t}\right)^{-\eta} dj \\ &= (1-\theta)\pi_t^{*-\eta} + \pi_t^{\eta} \int_{1-\theta}^{1} \left(\frac{P_{t-1}(j)}{P_{t-1}}\right)^{-\eta} dj. \end{aligned} \tag{50}$$

Všimnime si, že integrál vo výraze (50) zodpovedá definícii (49) premennej v_{t-1}^p. Po dosadení dostávame vzťah

$$v_t^p = (1-\theta)\pi_t^{*-\eta} + \pi_t^{\eta}\theta v_{t-1}^p. \tag{51}$$

2.1 Rovnice modelu

V predchádzajúcich častiach sme odvodili model všeobecnej rovnováhy uzavretej ekonomiky. Tento model charakterizujeme pomocou 20 rovníc s 20 endogénnymi premennými $(C_t,\ H_t,\ I_t,\ Q_t,\ K_t,\ R_t,\ R_t^k,\ W_t,\ Y_t,\ \pi_t,\ \pi_t^*,\ v_t^p,\ G_t,\ A_t,\ x_{1,t},\ x_{2,t},\ MC_t,\ P_t,\ \xi_t)$. V predstavenom modeli uvažujeme štyri exogénne stochastické šoky: monetárny šok ε_t^R, šok produktivity výrobných faktorov ε_t^A, šok vo vládnych výdavkoch ε_t^G a šok do úrovne hraničných nákladov ε_t^{MC}. Kvôli lepšej prehľadnosti na nasledujúcej strane uvádzame rovnice, ktoré tvoria odvodený model.

$$
\begin{aligned}
Q_t &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{(C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+2} - hC_{t+1}\right)^{-\delta}}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+1} - hC_t\right)^{-\delta}} \left((1-\sigma) Q_{t+1} + R^k_{t+1}\right) \right\} \\
1 &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{(C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+2} - hC_{t+1}\right)^{-\delta}}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+1} - hC_t\right)^{-\delta}} Q_{t+1} \left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right)^2 S'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right) \right\} + \\
&+ Q_t \left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right) - S'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}}\right)\right) \\
\pi_t^{1-\eta} &= \theta + (1-\theta)\pi_t^{1-\eta} \pi_t^{*1-\eta} \\
v_t^p &= (1-\theta)\pi_t^{*-\eta} + \pi_t^{\eta} \theta v_{t-1}^p \\
1 &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{\left((C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+2} - hC_{t+1}\right)^{-\delta}\right)}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+1} - hC_t\right)^{-\delta}} \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \right\} \\
x_{1,t} &= C_t^{-\delta} Y_t MC_t + \pi_{t+1}^{\eta} \pi_t^{-\chi\eta} \bar{\pi}^{-\eta(1-\chi)} \theta \beta x_{1,t+1} \\
x_{2,t} &= C_t^{-\delta} Y_t + \pi_{t+1}^{\eta-1} \pi_t^{(1-\eta)\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)(1-\eta)} \theta \beta x_{2,t+1} \\
\pi_t^* &= \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{x_{1,t}}{x_{2,t}} \\
MC_t &= \frac{1}{A_t} \left(\frac{W_t}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{P_t R_t^k}{\alpha}\right)^{\alpha} \xi_t \\
\log(\xi_t) &= \rho_\xi \log(\xi_{t-1}) + (1-\rho_\xi)\log(\xi_{ss}) + \varepsilon_t^{MC} \\
\frac{1}{\kappa_H} \frac{W_t}{P_t} &= \frac{H_t^{\psi}}{\mathbb{E}_t \left\{ (C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h \left(C_{t+1} - hC_t\right)^{-\delta} \right\}} \\
K_t &= (1-\sigma) K_{t-1} + I_t \\
\frac{W_t}{P_t R_t^k} &= \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{K_{t-1}}{H_t} \\
Y_t &= C_t + I_t + G_t \\
Y_t &= \frac{A_t H_t^{1-\alpha} K_{t-1}^{\alpha}}{v_t^p} \\
\frac{R_t}{\bar{R}} &= \left(\frac{R_{t-1}}{\bar{R}}\right)^{\rho_R} \left[\left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\psi_\pi} \left(\frac{Y_t}{\bar{Y}}\right)^{\psi_Y} \right]^{1-\rho_R} \mathrm{e}^{\varepsilon_t^R} \\
\log(G_t) &= \rho_G \log(G_{t-1}) + (1-\rho_G)\log(G_{ss}) + \varepsilon_t^G \\
\log(A_t) &= \rho_A \log(A_{t-1}) + (1-\rho_A)\log(A_{ss}) + \varepsilon_t^A \\
\pi_t &= \frac{P_t}{P_{t-1}} \\
\pi_t^{annual} &= \pi_t \pi_{t-1} \pi_{t-2} \pi_{t-3}
\end{aligned}
\tag{52}
$$

2.2 Deterministický rovnovážny stav modelu

Prvým krokom riešenia modelu všeobecnej rovnováhy popísaného rovnicami (52) je odvodenie deterministického rovnovážneho stavu. Pod rovnovážnym stavom v kontexte modelu bez rastu rozumieme stav, v ktorom sa hodnota premenných nemení v čase. V prípade stochastickej premennej túto požiadavku vyjadríme ako $\mathbb{E}_t\{x_{t+1}\} = x_t = x_{t-1}$. V deterministickom rovnovážnom stave musí tiež platiť, že naň nebudú mať vplyv štrukturálne šoky. Z tohto dôvodu pri jeho odvádzaní zo systému rovníc (52) odstránime šoky ε_t^{MC}, ε_t^R, ε_t^G a ε_t^A.

Do odvodenia deterministického rovnovážneho stavu nebudú vstupovať rovnice (20), (40) a (42). V rovnovážnom stave tieto podmienky predstavujú identitu a nedávajú žiadnu podmienku na hodnotu premenných. Z tohto dôvodu budeme mať tri voľné premenné, ktorým nastavíme ľubovoľnú hodnotu. Vhodné premenné, ktorým inicializujeme hodnotu v rovnovážnom stave sú spotreba domácností C_t, odpracované hodiny H_t a cenový index P_t.

Odpracované hodiny H_t inicializujeme v rovnovážnom stave na hodnotu $H_{ss} = \frac{1}{3}$. Uvedená hodnota zodpovedá predpokladu, že domácnosti budú pracovať osem hodín za deň. Spotrebu domácností C_t nastavíme v súlade s pozorovanými dátami americkej ekonomiky. Spotreba domácností C_t bude vyjadrená ako percentuálna časť spotreby z hrubého domáceho produkty ekonomiky. V prípade USA je táto percentuálna časť v priemere 0.6453. Z toho dôvodu nastavíme spotrebu domácností v rovnovážnom stave na $C_{ss} = 0.6453$. Na záver nastavíme hodnotu cenového indexu P_{ss} na normalizovanú hodnotu 1, čo je v súlade s [3].

V predstavenom modeli neuvažujeme rast technologického pokroku, čo vyplýva z rovnice (20). Súčasne ide o model, v ktorom cieľom monetárnej autority je dosiahnuť nulovú infláciu. Nulová inflácia vyplýva z rovnice (14), kde platí

$$\pi_{ss} = \frac{P_{ss}}{P_{ss}} = 1. \tag{53}$$

Ako sme už uviedli, požadujeme aby šoky nemali vplyv na hodnoty deterministického rovnovážneho stavu. Z tohto dôvodu nastavíme hodnotu $\xi_{ss} = 1$.

Hodnotu ďalších premenných odvodíme analyticky zo systému rovníc (52).

Z rovnice (12) sa nám podarí vyjadriť hodnotu Tobinovho Q v rovnovážnom stave

$$1 = Q_{ss}\left(1 - S\left(\frac{I_{ss}}{I_{ss}}\right) - \frac{I_{ss}}{I_{ss}}S'\left(\frac{I_{ss}}{I_{ss}}\right)\right) + \mathbb{E}_t\left\{Q_{ss}\left(\frac{I_{ss}}{I_{ss}}\right)^2 S'\left(\frac{I_{ss}}{I_{ss}}\right)\left(\frac{C_{ss}}{C_s s}\right)^{-\delta}\right\}. \tag{54}$$

Všetky zlomky sa vo výraze (54) vykrátia na jednotku a využitím podmienok (6)–(8) prezentovaných v Kapitole 1 dostávame vzťah pre hodnotu Tobinovho Q v rovnovážnom stave

$$Q_{ss} = 1.$$

Pokračovať budeme s rovnicou (11). Jedinou neznámou v tomto vzťahu je úrok zo zapožičaného kapitálu R^k

$$Q_{ss} = \beta\frac{(C_{ss} - hC_{ss})^{-\delta} - \beta h\,(C_{ss} - hC_s)^{-\delta}}{(C_{ss} - hC_{ss})^{-\delta} - \beta h\,(C_{ss} - hC_{ss})^{-\delta}}\left((1-\sigma)Q_{ss} + R^k_{ss}\right).$$

Preusporiadaním premenných a využitím vzťahu, že $Q_{ss} = 1$ dostávame

$$R^k_{ss} = \frac{1}{\beta} - 1 + \sigma.$$

Keďže už poznáme hodnotu π_{ss} v rovnovážnom stave, pokračujeme s rovnicou cenovej hladiny (39), z ktorej vieme vyjadriť hodnotu premennej π^*_{ss} v tvare

$$\pi^*_{ss} = \left(\frac{\pi^{1-\eta}_{ss} - \theta}{(1-\theta)\pi^{1-\eta}_{ss}}\right)^{1-\eta}. \tag{55}$$

Teraz pomocou vzťahu (50) vyjadríme rovnovážnu hodnotu cenového rozptylu v^p_{ss} v tvare

$$v^p_{ss} = (1-\theta){\pi^*_{ss}}^{-\eta} + \pi^\eta_{ss}\theta = \frac{(1-\theta){\pi^*_{ss}}^{-\eta}}{1-\theta\pi^\eta_{ss}}.$$

Ďalšou v poradí je rovnica (13), z ktorej vyjadríme rovnovážnu hodnotu úroku R_{ss}

$$1 = \beta\left(\frac{C_{ss}}{C_{ss}}\right)^{-\delta}\frac{R_{ss}}{\pi_{ss}}.$$

Usporiadaním premenných dostávame vzťah pre R_{ss} v tvare

$$R_{ss} = \frac{\pi_{ss}}{\beta}. \tag{56}$$

Následne z rovnice (35) vyjadríme hodnotu pomocnej premennej $x_{1,t}$, ktorú sme do modelu zaviedli pri odvádzaní nastavenia cien podľa Calva. Jej vyjadrenie v rovnovážnom stave má tvar

$$x_{1,ss} = C^{-\delta}_{ss}Y_{ss}MC_{ss} + \pi^\eta_{ss}\pi^{-\chi\eta}_{ss}\pi^{-\eta(1-\chi)}_{ss}\theta\beta x_{1,ss} = \frac{C^{-\delta}_{ss}Y_{ss}MC_{ss}}{1-\theta\beta}. \tag{57}$$

Podobne ako pre $x_{1,ss}$ odvodíme rovnicu v rovnovážnom stave aj pre $x_{2,ss}$. Východiskom je vzťah (36) a odvodením dostaneme

$$x_{2,ss} = C_{ss}^{-\delta} Y_{ss} + \pi_{ss}^{\eta-1} \pi_{ss}^{(1-\eta)i} \pi_{ss}^{(1-\chi)(1-\eta)} \theta\beta x_{2,ss} = \frac{C_{ss}^{-\delta} Y_{ss}}{1-\theta\beta}. \tag{58}$$

Napriek tomu, že ešte nemáme vyjadrenie premennej Y_{ss} v rovnovážnom stave, dosadíme $x_{1,ss}$ a $x_{2,ss}$ do rovnice (34) a dostaneme tak hodnotu hraničných nákladov v deterministickom rovnovážnom stave MC_{ss} v tvare

$$\pi_{ss}^{*} = \frac{\eta}{\eta-1} \frac{x_{1,ss}}{x_{2,ss}} = \frac{\eta}{\eta-1} MC_{ss}.$$

Usporiadaním premenných dostávame vyjadrenie hraničných nákladov v tvare

$$MC_{ss} = \pi_{ss}^{*} \frac{\eta-1}{\eta}. \tag{59}$$

Ak poznáme hodnoty odpracovaných hodín H_{ss} a spotrebu domácností C_{ss}, s pomocou rovnice (10) vieme vyjadriť mzdy W_{ss} ako

$$\frac{1}{\kappa_H} \frac{W_{ss}}{P_{ss}} = \frac{H_{ss}^{\psi}}{(C_{ss} - hC_{ss})^{-\delta} - \beta h (C_{ss} - hC_{ss})^{-\delta}}.$$

Osamostatnením rovnovážnej hodnoty miezd W_{ss} a zjednodušením menovateľa dostaneme vzťah

$$W_{ss} = \kappa_H P_{ss} \frac{H_t^{\psi}}{(1-\beta h)(C_{ss} - hC_{ss})^{-\delta}}.$$

Využitím vzťahu (22) odvodíme hodnotu kapitálu v rovnovážnom stave K_{ss}. Ten bude mať hodnotu

$$K_{ss} = \frac{W_{ss}}{R_{ss}^{k}} \frac{\alpha}{1-\alpha} H_{ss}.$$

Z rovnice vývoja kapitálu v ekonomike (4) dostaneme vzťah pre investície do kapitálu I_{ss} ako

$$I_{ss} = \sigma K_{ss}.$$

Produktivita výrobných faktorov bude v rovnovážnom stave A_{ss} vyjadrená pomocou rovnice (24) ako

$$A_{ss} = \frac{1}{MC_{ss}} \left(\frac{W_{ss}}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{R_{ss}^{k}}{\alpha} \right)^{\alpha}.$$

Hodnotu Y_{ss} vyjadríme z agregovanej Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie (48). V poslednom kroku s využitím vzťahu (43) vypočítame hodnotu vládnych výdavkov v rovnovážnom stave nasledovne

$$G_{ss} = Y_{ss} - C_{ss} - I_{ss}.$$

3 Parametrizácia a odhad modelu

V modeli (52) predstavenom v Kapitole 1 vystupuje celkovo 16 vstupných parametrov. Parametrom priradíme hodnoty v súlade s viacerými publikovanými štúdiami týkájúcich sa americkej ekonomiky [1], [10], [19], [20], [21] a [27]. Po parametrizácii modelu odhadneme model na skutočných dátach z americkej ekonomiky.

Hodnoty parametrov modelu (52) nastavíme nasledovne:

- Diskontný parameter β nastavíme na 0.9919, čo je v súlade s výskumom [1]. Znamená to, že agenti v ekonomike budú preferovať súčasnú užitočnosť pred budúcou. Toto nastavenie tiež implikuje, že kvartálna úroková sadzba v rovnovážnom stave modelu bude podľa vzťahu (56) 0.8%.

- Relatívna miera averzie rizika voči zmenám v spotrebe δ bude podľa [19] nastavená na 0.34. Táto hodnota naznačuje miernejšiu averziu. Domácnosti sú síce opatrnejšie, ale stále otvorené akceptovať určitú mieru rizika.

- Inverzná elasticita ponuky práce ψ bude mať hodnotu 0.88. Pri jej nastavení sme sa inšpirovali publikáciou [21]. Vyššia hodnota elasticity znamená, že predpokladáme, že domácnosti nereagujú citlivo na zmeny v nominálnych mzdách.

- Kompromis (trade-off) medzi spotrebou a odpracovanými hodinami κ_H bude slúžiť na škálovanie hrubého domáceho produktu na 1. Vzhľadom na hodnoty premenných v rovnovážnom stave systému bude $\kappa_h = 0.25$. Domácnostiam tak nebude prekážať pracovať viac, keďže potom dokážu viac spotrebovať.

- Opotrebovanie kapitálu σ v jednej perióde nastavíme na hodnotu 0.0313, ktorá je v súlade s analýzou znehodnocovania kapitálu v [10], kde sa analyzuje ročná štatistická a ekonomická miera opotrebovania kapitálu.

- Elasticita vyrobeného medziproduktu vzhľadom na kapitál α bude nadobúdať hodnotu 0.54. Urobíme tak podľa analýzy [15], kde autori odhadujú elasticity pomocou viacerých štatistických metód. Keďže v modeli uvažujeme konštantné výnosy z rozsahu a teda súčet elasticity vyrobeného medziproduktu vzhľadom na kapitál a elasticity vyrobeného medziproduktu vzhľadom na odpracované hodiny je rovný

jednej, tak hodnota elasticity vyrobeného medziproduktu vzhľadom na odpracované hodiny bude nadobúdať hodnotu 0.46.

- Časť θ firiem, ktorá prehodnotí nastavenie svojich cien za mesiac je podľa [20] 6.9%. Ak prevedieme túto konštantu do kvartálnej periodicity, tak θ nadobudne hodnotu 0.724. Znamená to, že ceny v ekonomike budú pomerne konzistentné a nebudú sa príliš meniť.

- V odvodenom modeli budeme ďalej predpokladať, že elasticita vo vyrobených produktoch ekonomiky η bude 1.2. Tým, že je hodnota väčšia ako 1 zabezpečíme, že agenti budú elasticky reagovať na zmeny v cenách výrobných faktorov.

- Pri definovaní hodnôt parametrov Taylorovho pravidla nastavovania úrokov vo vzťahu (40) sa inšpirujeme výskumom [27]. Zotrvačnosti úrokových mier priradíme hodnotu 0.29. Váha súčasnej inflácie ψ_π bude nadobúdať hodnoty 1.77 a váha súčasného množstva vyrobených produktov ψ_Y bude 0.08.

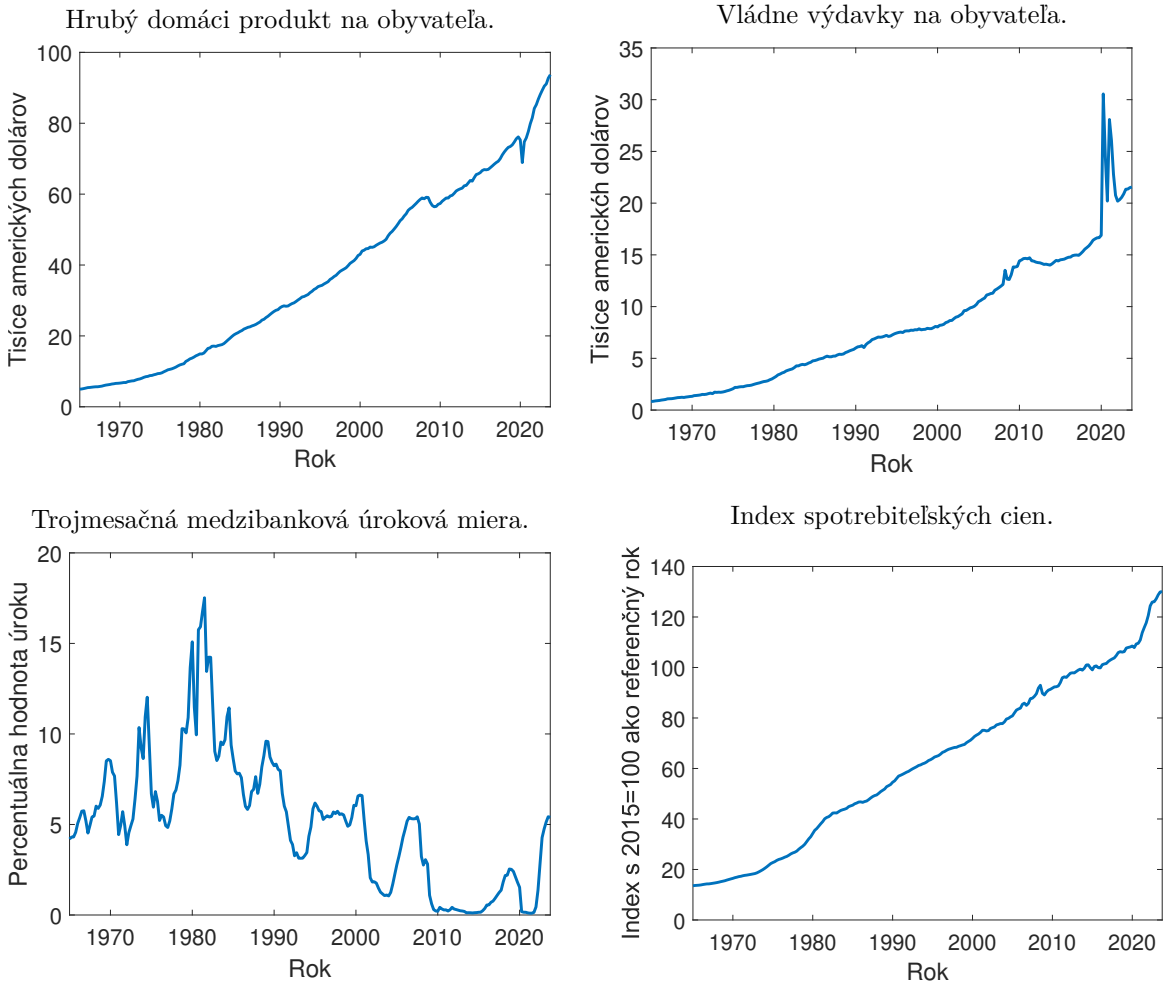
- Pri nastavovaní cien medzivýrobcovia používajú pravidlo (26). Parametrom χ určia, akú váhu priradia inflačnému cieľu respektíve inflácii z predchádzajúcej periódy. Pre odvodený model zvolíme $\chi = \frac{3}{4}$. To znamená, že medzivýrobcovia pri nastavovaní cien (26) prikladajú väčšiu váhu inflácií z predchádzajúcej periódy π_{t-1} ako inflačnému cieľu $\bar{\pi}$. Výber hodnoty parametru bližšie odôvodňujeme v Prílohe E.

- Ako inšpirácia pri nastavovaní hodnôt parametrov AR(1) procesov nám podobne ako v predchádzajúcom prípade poslúži analýza [27]. Keďže požadujeme, aby všetky prítomné AR(1) procesy (20) (25) a (42) boli stacionárne musí platiť $|\rho_A| < 1$ a $|\rho_G| < 1$. Hodnota parametrov bude podľa [27] $\rho_A = 0.95$ a $\rho_G = 0.97$. Konštantu ρ_ξ nastavíme na hodnotu 0.5. Táto hodnota je nižšia oproti ostatným konštantám AR(1) procesov z dôvodu, že zotrvačnosť cien zabezpečuje aj nastavovanie cien podľa Calva.

- Váhu h, ktorú budú domácnosti prikladať svojim návykom o spotrebe v minulosti nastavíme na hodnotu 0.8. Inšpirovali sme sa pri tom publikáciou [16].

3.1 Príprava dát

Okrem nastavenia hodnôt parametrov je potrebné odhadnúť štandardné odchýlky štyroch šokov vystupujúcich v ekonomike a to ε_t^R, ε_t^G, ε_t^A a ε_t^{MC}. Na odhad sme sa rozhodli použiť hrubý domáci produkt na obyvateľa, ktorý bude reprezentovať premennú Y_t. Pri modelovaní inflácie π_t sme vychádzali z hodnôt indexu CPI. Použili sme tiež vládne výdavky na obyvateľa G_t a trojmesačnú úrokovú medzibankovú sadzbu R_t. Časové rady skutočných dát sme čerpali pre index CPI z [11], pre hrubý domáci produkt na obyvateľa Y_t z [12], pre reálne vládne výdavky na obyvateľa G_t z [13] a pre trojmesačnú úrokovú medzibankovú sadzbu R_t z [14]. Časový vývoj vybraných premenných v rokoch 1966–2023 pozorujeme na Obr. 1.



Obr. 1: Priebeh vybraných premenných modelu medzi prvým štvrťrokom 1960 až tretím štvrťrokom 2023 (zdroj dát [11], [12], [13], [14]).

Vybrané časové rady však musíme upraviť do tvaru, ktoeý korešponduje s modelom (52). Pri úprave dát sme sa inšpirovali prácou [23].

V prvom kroku upravíme hrubý domáci produkt Y_t a vládne výdavky G_t. Oba časové rady sú vyjadrené v miliónoch dolároch upravených o infláciu. V rovnovážnom stave systému však je hrubý domáci produkt Y_t je nastavený na hodnotu 1 a vládne výdavky G_t sú nastavené na 0.11, čo znamená že spotreba domácností pokryje 11% vyrobených produktov. Aby sme dostali časové rady do rovnakých jednotiek musíme z nich najskôr odstrániť trend.

Trend v časových radoch identifikujeme pomocou Hodrick-Prescottovho filtra [28], ktorý môžeme použiť, keďže podľa popisu FRED je z dát už odstránená sezónnosť. Aplikovať Hodrick-Prescottov filter znamená riešiť optimalizačnú úlohu, kde sa snažíme minimalizovať kvadratickú odchýlku vyhladených a skutočných hodnôt. Tento filter zároveň penalizuje veľké fluktuácie vyhladených hodnôt, ktoré meria pomocou druhých diferencií. Optimalizačná úloha tak má tvar

$$\min_{\tilde{y}_1,\ldots,\tilde{y}_n} \sum_{t=1}^{n} (y_t - \tilde{y}_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{n-1} (\tilde{y}_{t+1} - 2\tilde{y}_t + \tilde{y}_{t-1})^2 , \tag{60}$$

kde $y_1, \ldots, y_n$ sú pozorované dáta, $\tilde{y}_1, \ldots, \tilde{y}_n$ sú vyhladené hodnoty dát a λ je parameter reprezentujúci váhu penalty. Uvedené časové rady sú vyjadrené kvartálne a preto nastavíme hodnotu parametra λ na 1600 [28].

Keď už sme odhadli trend vo všetkých spomínaných premenných, upravíme dáta do požadovanej formy. Na odhadnutie modelu vytvoríme nové časové rady, kde k hodnotám v rovnovážnom stave pripočítame percentuálne odchýlky časových radov od trendu. V rovniciach (61), (62), (63) a (64) bude označenie s vlnkou reprezentovať hodnoty trendu jednotlivých premenných. Nové premenné tak majú tvar

$$Y_{\text{obs}} = Y_{ss} + \ln\left(\frac{Y}{\tilde{Y}}\right), \tag{61}$$

$$G_{\text{obs}} = G_{ss} + \ln\left(\frac{G}{\tilde{G}}\right). \tag{62}$$

Z indexu spotrebiteľských cien vytvoríme časový rad reprezentujúci infláciu π_t. Následne aplikujeme rovnakú úpravu ako v rovniciach (61) a (62) a dostávame

$$\pi_{\text{obs}} = \pi_{ss} + \ln\left(\frac{\pi}{\tilde{\pi}}\right). \tag{63}$$

Trojmesačnú medzibankovú úrokovú sadzbu máme vyjadrenú v percentuálnych bodoch a v jednotkách per annum. Z tohto dôvodu musíme previesť úroky na kvartálnu hodnotu. Hodnota úrokov v rovnovážnom stave má navyše desatinnú reprezentáciu, preto musíme dostať úroky do rovnakých jednotiek. Z tohto dôvodu použijeme nasledujúcu transformáciu

$$R_t = \left(\frac{R_t}{400}\right)^{\frac{1}{4}} + 1.$$

Následne prevedieme úroky opäť do rovnakej formy ako (61), (62) a (63) a dostaneme

$$R_{\text{obs}} = R_{ss} + \ln\left(\frac{R}{\tilde{R}}\right). \tag{64}$$

3.2 Odhadnutie parametrov modelu

Na odhad štandardných odchýlok štrukturálnych šokov ε_t^R, ε_t^A, ε_t^G a ε_t^{MC} použijeme metódu momentov. Existujú dva druhy metódy momentov: všeobecná a simulovaná. V tejto práci aplikujeme simulovanú metódu momentov (SMM). Inšpirujeme sa pritom prácou [24].

Hlavnou myšlienkou spomínanej metódy je minimalizácia rozdielov medzi momentami vypočítanými z dát a momentami, ktoré vypočítame z Monte Carlo simulácií parametrizovaného modelu. Dôležitým predpokladom SMM je stacionarita a ergodicita časového radu dát. Oba predpoklady sú splnené vďaka odstráneniu trendu a transformáciou dátového súboru podľa postupu uvedeného v časti 3.1. Matematickú formuláciu optimalizačnej úlohy SMM sme prevzali z [24].

Princíp metódy SMM sa dá popísať nasledovne. Uvažujme synteticky vygenerovaný rad $\{x_t(\theta)\}$. Označenie θ zastupuje nastavenie parametrov modelu a platí $\theta \in \Theta$, kde $\Theta \subset \mathbb{R}^k$. Za predpokladu, že proces $\{x_t(\theta)\}$ je geometricky ergodický,[1] pre každé $\theta \in \mathbb{R}^k$ a pri platnosti slabého zákona veľkých čísel, ktorý sa dá vyjadriť ako

$$(1/\tau T)\sum_{\iota=1}^{\tau T} \mathbf{m}\left(x_\iota(\theta)\right) \to E\left(\mathbf{m}\left(x_\iota(\theta)\right)\right), \qquad \text{ak} \;\; \tau T \to \infty \tag{65}$$

kde $\mathbf{m}(.)$ je štatistikou daného momentu, τ je konštanta, pre ktorú platí $\tau \geq 1$ a parameter T je dĺžka časového radu pozorovaných dát a za predpokladu, že pri nastavení parametrov $\theta = \theta_0$ je odvodený model správnou reprezentáciou skutočnej ekonomiky a teda platí

$$\mathbb{E}\left(\mathbf{m}\left(x_\iota\left(\theta_0\right)\right)\right) = \mathbb{E}\left(\mathbf{m}\left(x_t\right)\right), \tag{66}$$

[1] viac informácií o geometrickej ergodicite môže čitateľ nájsť v [7]

kde $x_\iota(\theta_0)$ je syntetický vygenerovaný časový rad získaný pomocou náhodného výberu štrukturálnych šokov, má odhad pomocou SMM tvar

$$\widehat{\theta} = \underset{\theta \in \Theta}{\operatorname{argmin}} \mathbf{M}(\theta)' \mathbf{W} \mathbf{M}(\theta). \tag{67}$$

Pričom

$$\mathbf{M}(\theta) = \left((1/T) \sum_{t=1}^{T} \mathbf{m}(x_t) - (1/\tau T) \sum_{\iota=1}^{\tau T} \mathbf{m}(x_\iota(\theta)) \right), \tag{68}$$

a matica $\mathbf{W}$ je pozitívne definitná matica váh vybraných momentov. Pre odvodený model sa použije diagonálna matica váh odhadnutá pomocou Newey-West odhadu s využitím Bartlettovho jadra [22]. V tejto metóde sa ako počiatočný odhad momentov modelu používajú momenty vypočítané zo skutočných časových radov. V ďalších iteráciách sa pre určenie váh použije predchádzajúci odhad momentov modelu. Tým, že je matica váh W diagonálna, tak budeme dávať váhu na špecifikované momenty namiesto ich lineárnych kombinácií.

Pomocou „fitovania“ variancie pozorovaných premenných odhadujeme štandardné odchýlky šokov. Prvým krokom odhadu variancie bolo odstránenie stredných hodnôt z časových radov vybraných premenných. Vďaka tomu budeme schopní odhadnúť variancu ako $\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}(X^2)$.

Uvedený postup sme implementovali v Dynare. Získané odhady variancie sme zhrnuli v Tabuľke 1. Vidíme, že variancia odhadnutá zo simulovaných dát je pre každú z uvažovaných premenných menšia ako v prípade odhadu zo skutočných dát.

Moment	Dáta	Model
$\mathrm{Var}\{R_t\}$	0.0006003	0.0003958
$\mathrm{Var}\{\pi_t\}$	0.0000431	0.0000397
$\mathrm{Var}\{Y_t\}$	0.0002355	0.0002091
$\mathrm{Var}\{G_t\}$	0.0024033	0.0000844

Tabuľka 1: Porovnanie momentov vypočítaných zo skutočných dát a momentov vypočítaných pomocou odhadu modelu metódou SMM.

Najväčší rozdiel medzi odhadovanou varianciou a varianciou vypočítanou z dát je vo vládnych výdavkoch. Tento fakt nie je až tak prekvapivý vzhľadom na to, že v našom

modeli je úloha vlády veľmi zjednodušená. Vláda má za úlohu iba vybrať dane T_t a tie následne investovať do ekonomiky pomocou vládnych výdavkov G_t.

Moment	Odhadnutá hodnota
σ_A	0.35%
σ_G	0.13%
σ_{MC}	0.18%
σ_R	0.49%

Tabuľka 2: Odhady štandardných odchýlok šokov.

4 Analýza impulzných odoziev modelu

V numerickej analýze sa zameriame na skúmanie impulzných odoziev šiestich reprezentatívnych premenných modelu: spotrebu domácnosti C_t, odpracované hodiny domácnosti H_t, investície do kapitálu I_t, nominálnu mzdu W_t, vývoj úrokov R_t a infláciu π_t.

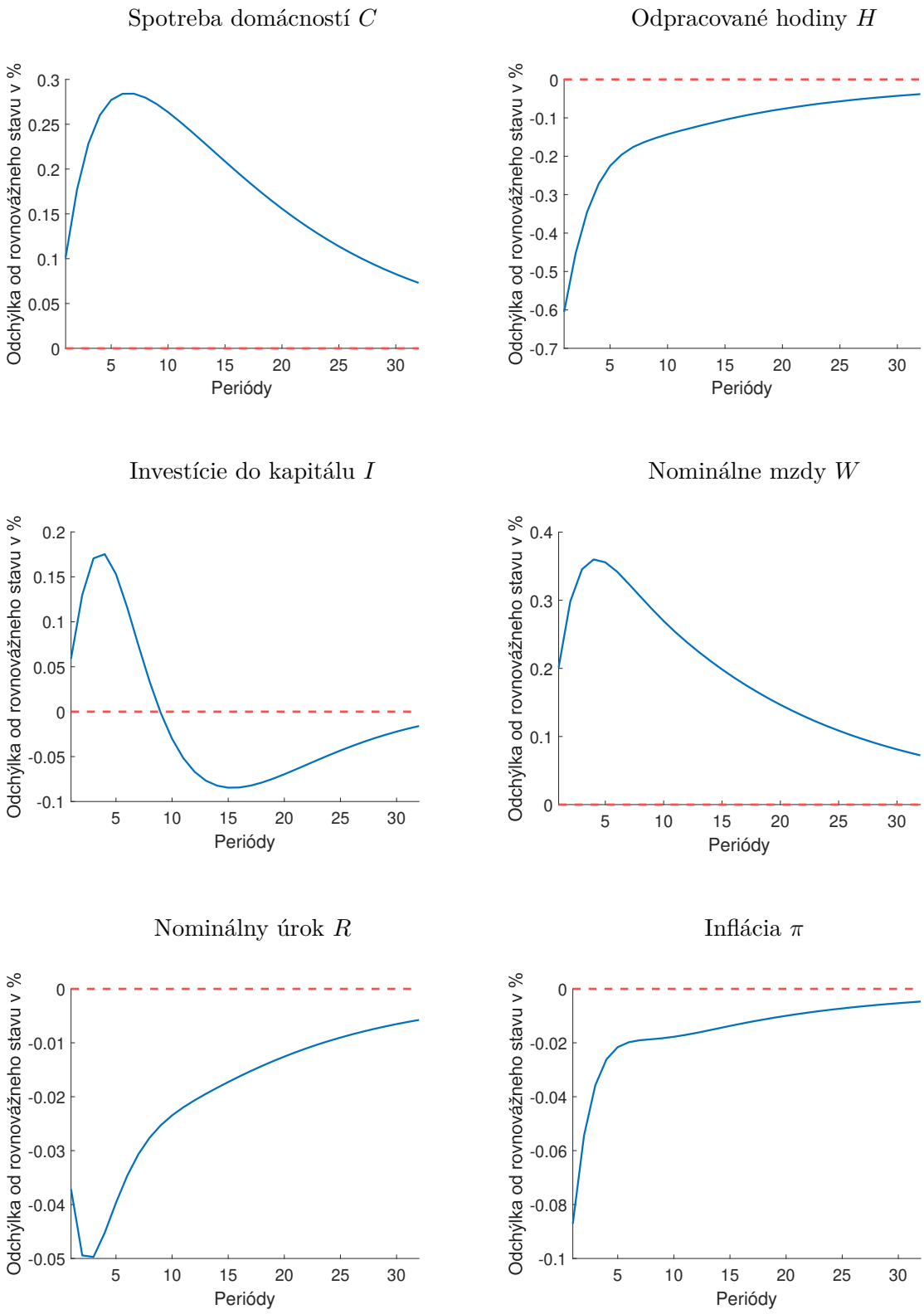
Na Obr. 2 pozorujeme efekt šoku v produktivite výrobných faktorov A_t. Kladný šok v produktivite výrobných faktorov spôsobí, že klesne počet odpracovaných hodín domácnosti H_t. Vďaka zvýšenej produktivite dokážu domácnosti za kratší pracovný čas vyrobiť rovnaký počet výrobkov. Zvýšia sa mzdy domácnostiam W_t, keďže sa zvýšila ich produktivita. Vďaka zvýšeným príjmom domácnosti zvýšia svoju spotrebu C_t a budú aj viac investovať do kapitálu I_t. Pokračujúci rast v spotrebe C_t a investíciach do kapitálu I_t v nadchádzajúcich časových periódach je spôsobený zohľadňovaním návykov domácností v spotrebe C_t a nákladmi spojenými so zmenou investičného správania. Vo vzdialenejších časových periódach, ako sa už príjmy domácnosti vracajú ku svojej rovnovážnej hodnote, klesajú spotreba aj investície. Inflácia v ekonomike klesla aj napriek zvýšeným mzdám a zvýšenej spotrebe. Zvýšenie týchto premenných preváži väčší pokles v hraničných nákladoch firiem. Z tohto dôvodu firmy nastavia nižšie ceny v ekonomike a následne poklesne aj inflácia π_t. Na pokles v inflácii reaguje monetárna autorita, znížením úrokov R_t. Inflácia sa bude vďaka poklesu úrokov postupne vracať k svojej rovnovážnej hodnote.

V ďalšom experimente sme skúmali vplyv šoku vo vládnych výdavkov na vývoj reprezentatívnych premenných. Na Obr. 3 pozorujeme, že nárast vládnych výdavkov v odvodenom modeli spôsobí zvýšenie počtu odpracovaných hodín H_t. Avšak nárast v H_t nebude mať veľkú zotrvačnosť a v nadchádzajúcich periódach sa výrazne priblíži k svojmu rovnovážnemu stavu. V niektorých periódach sa dokonca hodnota H_t dostane pod svoju rovnovážnu hodnotu. Vyšší dopyt po pracovnej sile má za následok aj zvýšenie nominálnych miezd W_t. Domácnosti sa však napriek nárastu odpracovaných hodín a nárastu nominálnych miezd stanú reálne chudobnejšími, pretože zvýšenie vládnych výdavkov je podľa rovnice (3) financované zvýšením daní a keďže sa dane zvýšia viac ako príjmy domácnosti, tak zarobia domácnosti celkovo menej. So zníženými príjmami je spojené zníženie spotreby C_t domácností. Z rovnakého dôvodu klesnú aj investície do kapitálu I_t. Inflácia v ekonomike vzrastie, lebo kvôli zvýšeniu vládnych výdavkov bude v ekonomike viac peňazí v obehu. Zvýšená inflácia je spôsobená aj zvýšením hraničných nákladov firiem.

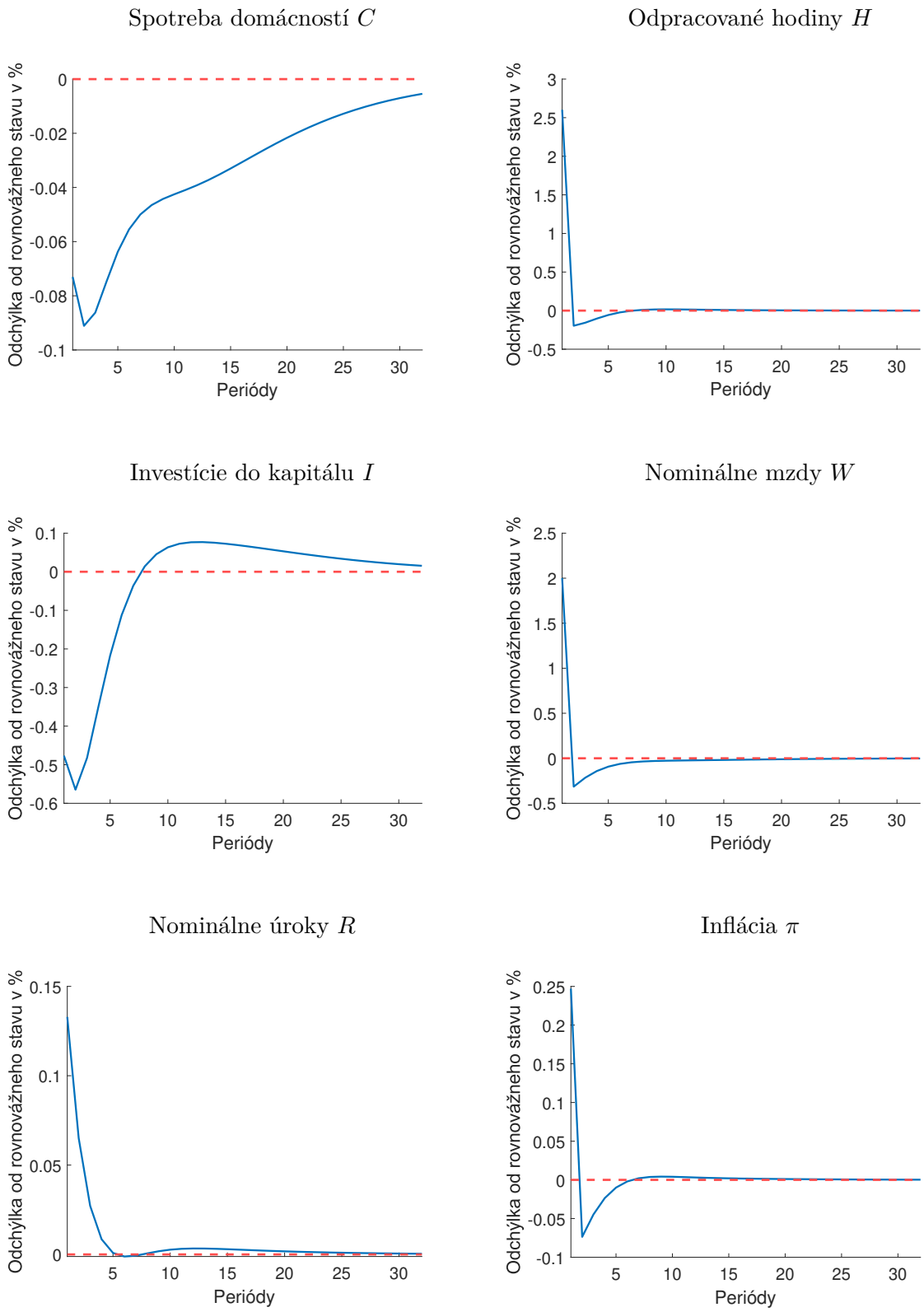
Monetárna autorita reaguje na zvýšenú infláciu zvýšením úrokových sadzieb R_t. Vďaka tomu sa jej podarí dostať infláciu pod kontrolu a vrátiť ju späť na hodnotu inflačného cieľa.

Na Obr. 4 prezentujeme efekt šoku v úrokovej sadzbe R_t. Zvýšenie úrokovej sadzby R_t prirodzene viedlo k poklesu inflácie π_t v ekonomike. Šokový nárast v úrokoch spôsobí šokový pokles vo všetkých analyzovaných premenných. Poklesnú investície do kapitálu, keďže sa investovanie do kapitálu stane pre domácnosti drahším. Deflácia je tiež v úzkom súvise s tým, že klesnú nominálne mzdy W_t a domácnosti budú menej pracovať, prípadne úplne stratia zamestnanie. Z týchto dvoch dôvodov poklesnú príjmy domácností. Tie kvôli tomu znížia svoju spotrebu C_t. Ďalším dôvodom, ktorý spôsobuje pokles inflácie π_t a spotreby C_t je fakt, že zvýšené úroky spôsobujú väčšie zhodnocovanie úspor. To motivuje domácnosti k ich zvýšeniu.

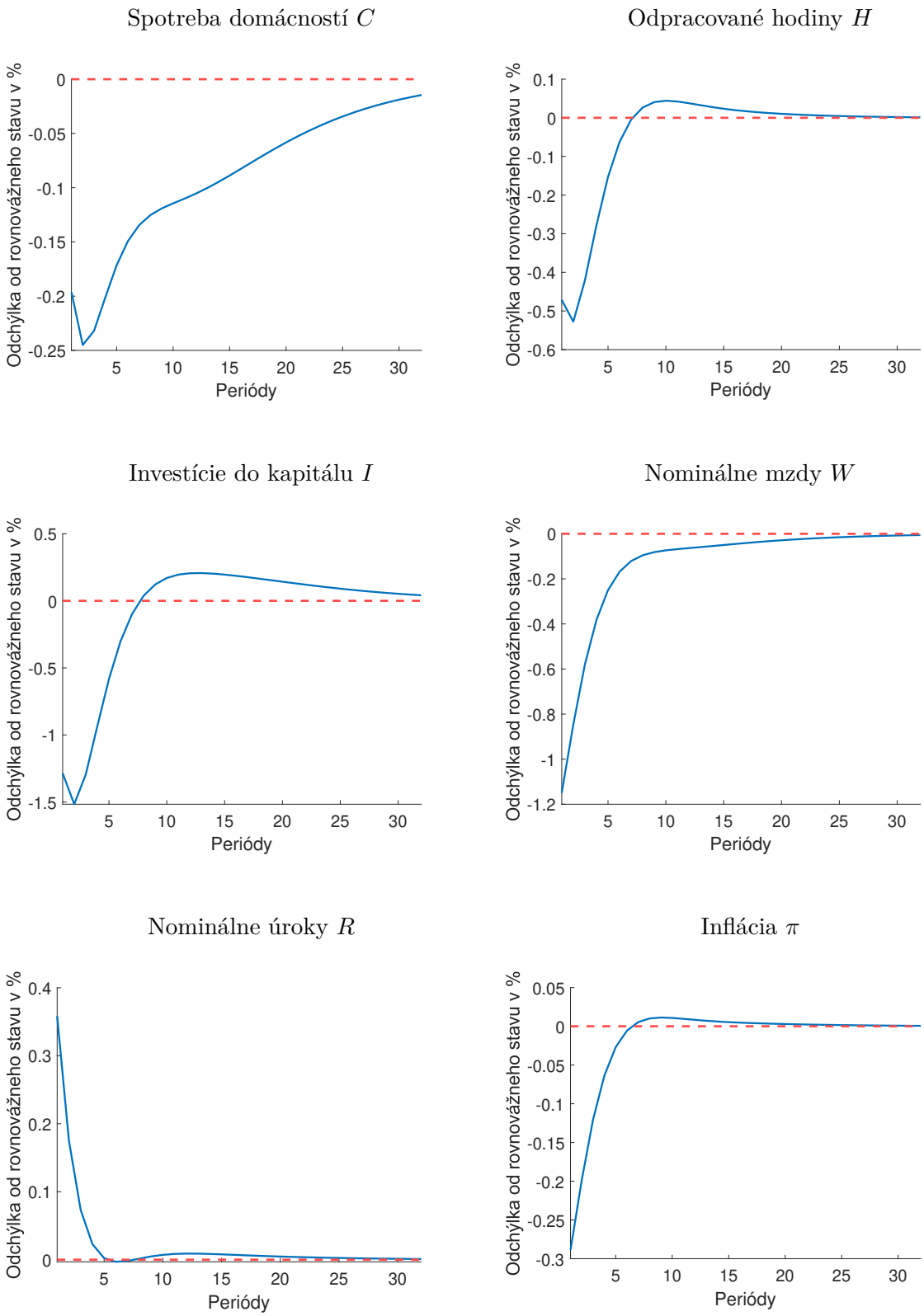
Reakcie premenných modelu na nárast v hraničných nákladoch MC_t sledujeme na Obr. 5. Zvýšené hraničné náklady sa prejavia vo vyšších cenách produktov. Vyššie ceny vedú k vyššej inflácii, na ktorú bude reagovať monetárna autorita zvýšením úrokov R_t. Ak sa medzivýrobcom zvýšia hraničné náklady, tak okamžite začnú hľadať zdroje ako vykompenzujú toto navýšenie aby sa neocitli v strate. Vedie to k nižším mzdám W_t a tiež ku prípadnému prepúšťaniu zamestnancov, kvôli čomu klesne počet odpracovaných hodín H_t. Pokles v nominálnych mzdách W_t a odpracovaných hodinách H_t vedie k zníženiu príjmov domácností. V spojení s vyššími cenami produktov to vedie ku zníženiu spotreby domácností C_t a k obmedzeniu investovania do kapitálu I_t. V nasledujúcich periódach, v dôsledku zvýšených úrokov klesá inflácia ku inflačnému cieľu. V piatej perióde sa dokonca inflácia nachádza pod inflačným cieľom. Na inflačný cieľ ju späť vytiahne začiatok rastu v odpracovaných hodinách H_t, investícií do kapitálu I_t a spotreby C_t.



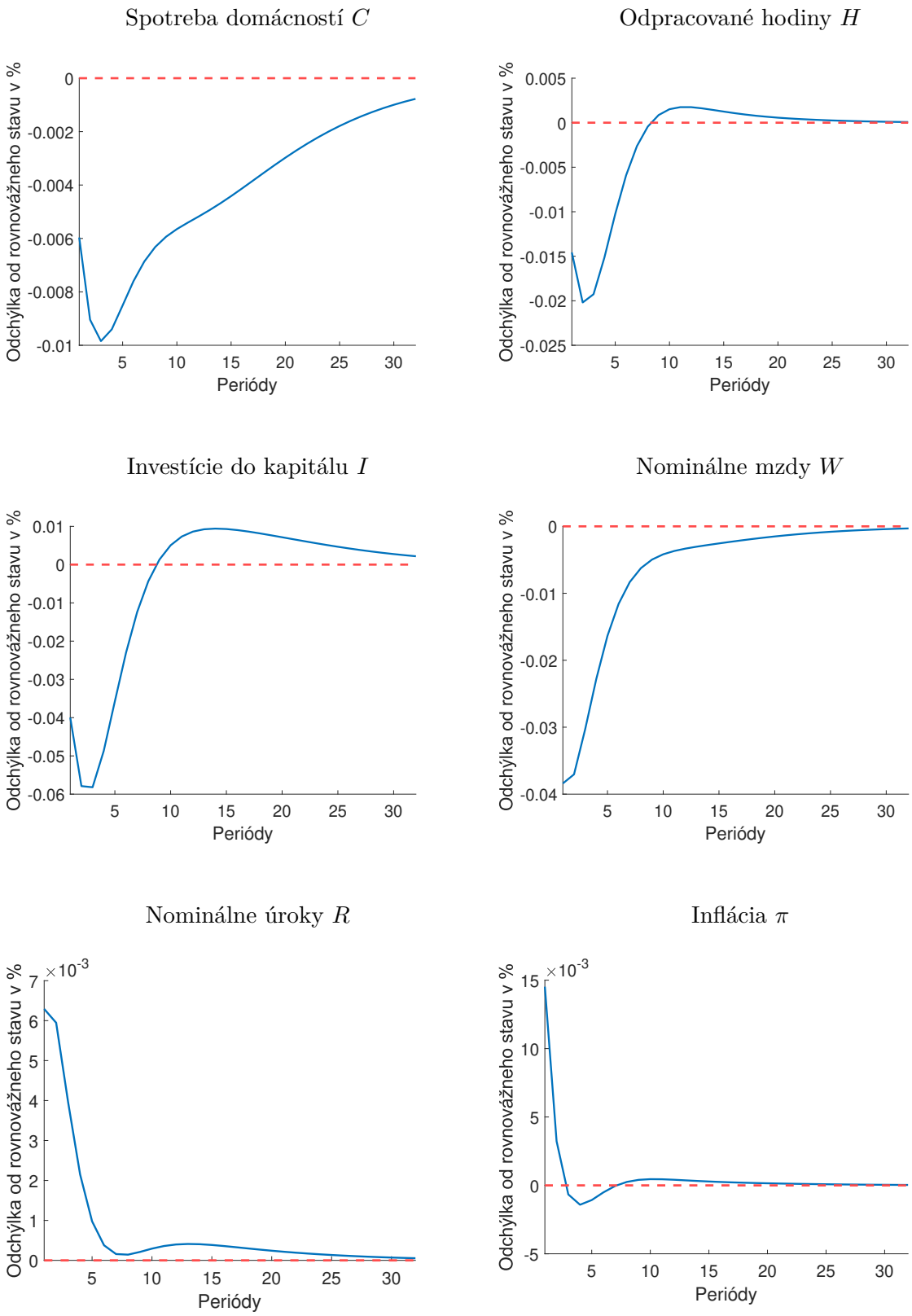
Obr. 2: Impulzné odozvy na šok do produktivity výrobných faktorov.



Obr. 3: Impulzné odozvy na šok vo vládnych výdavkoch.



Obr. 4: Impulzné odozvy na šok do úrokov.



Obr. 5: Impulzné odozvy na šok do hraničných nákladov.

5 Dlhšia pamäť medzivýrobcov

V predchádzajúcich častiach práce sme predpokladali, že medzivýrobcovia pri určovaní cien podľa pravidla (26) zohľadňujú infláciu iba z predchádzajúcej periódy a inflačný cieľ monetárnej autority $\bar{\pi}$. V tejto kapitole sa budeme zaoberať situáciou, keď do procesu stanovenia cien bude vstupovať informácia o vývoji inflácie v predchádzajúcich n periódach, pričom $n > 1$. Našim cieľom je skúmať, ako „dlhšia pamäť" medzivýrobcov ovplyvní reakcie agentov na štrukturálne šoky v ekonomike.

V modifikovanom pravidle nastavenia cien bude okrem inflačného cieľa $\bar{\pi}$ vystupovať aj geometrický priemer inflácií z predchádzajúcich n období. Modifikované pravidlo bude mať tvar

$$P_t(i) = P_{t-1}(i) \left(\pi_{t-1}\pi_{t-2}\pi_{t-3}\dots\pi_{t-n}\right)^{\frac{\chi}{n}} \bar{\pi}^{1-\chi}. \tag{69}$$

Uvedomme si, že táto zmena sa prejaví v rovniciach modelu (52) iba pri nastavovaní cien podľa Calva reprezentovaného rovnicami (30)–(32). Zmena sa prejaví vo vyjadrení premennej Ψ_{t+k}

$$\Psi_{t+k} = \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}}\frac{P_{t+k-2}}{P_{t-2}}\frac{P_{t+k-3}}{P_{t-3}}\dots\frac{P_{t+k-n}}{P_{t-n}}\right)^{\frac{\chi}{n}} \bar{\pi}^{(1-\chi)k}. \tag{70}$$

Uvedomme si, že sa v odvodení riešenia optimalizačnej úlohy nastavenia cien podľa Calva (30)–(32) nič nezmení. Medzivýrobcovia rozhodujú v tejto úlohe iba o novo nastavenej cene P_t^*. V zmenenej podmienke vzťahu pomocnej premennej Ψ_{t+k} (70), ale premenná P_t^* nevystupuje a preto na odvodenie vzťahu relatívnej zmeny novej ceny voči tej starej π_t^* môžeme opäť aplikovať rovnaký postup ako v Prílohe C. Dostávame preto opäť vyjadrenie π_t^* v tvare

$$\pi_t^* = \frac{\eta}{\eta - 1}\frac{x_{1,t}}{x_{2,t}}.$$

Modifikácia pravidla nastavenia cien ovplyvnila odvodenie rekurentných cenových rovníc $x_{1,t}$ a $x_{2,t}$. Pri týchto úpravách budeme postupovať podľa postupu uvedeného v Prílohe C. Cenové rekurentné rovnice vyjadríme v tvare

$$x_{1,t} = C_t^{-\delta} Y_t MC_t + \pi_{t+1}^{\eta} \left(\pi_t\pi_{t-1}\pi_{t-2}\dots\pi_{t-n+1}\right)^{-\frac{\chi\eta}{n}} \bar{\pi}^{-\eta(1-\chi)}\theta\beta x_{1,t+1}, \tag{71}$$

$$x_{2,t} = C_t^{-\delta} Y_t + \pi_{t+1}^{\eta-1} \left(\pi_t\pi_{t-1}\pi_{t-2}\dots\pi_{t-n+1}\right)^{\frac{(1-\eta)\chi}{n}} \bar{\pi}^{(1-\chi)(1-\eta)}\theta\beta x_{2,t+1}. \tag{72}$$

Modifikácia nastavenia cien s predĺženou pamäťou medzivýrobcov nebude mať vplyv na deterministický rovnovážny stav systému. Jediný rozdiel vo vyjadrení cenových rovníc

(71) a (72) v rovnovážnom stave oproti rovniciam (57) a (58) bude v mocnine premennej π_{ss}. Tá má však hodnotu jedna. Z tohto dôvodu zostane deterministický rovnovážny stav nezmenený.

V časti 7 analyzujeme vplyvy modifikácie nastavenia cien s hodnotou parametru $n = 4$. Znamená to, že medzivýrobcovia budú v rozhodovacom procese pracovať s vývojom inflácie počas celého minulého roka.

6 Funkcia kredibility monetárnej autority

Význam slova kredibilita je v krátkom slovníku slovenského jazyka definovaný ako dôveryhodnosť alebo spoľahlivosť. V makroekonomickom kontexte považujeme monetárnu autoritu za kredibilnú, ak ekonomickí agenti dôverujú, že monetárna autorita bude realizovať svoje verejné prísľuby a plány. Jedným zo základných predpokladov kredibilnej monetárnej autority je pravidelné predstavovanie uveriteľných krátkodobých a dlhodobých cieľov. Ekonomickí agenti sú však zo svojej povahy podozrievaví a preto pozorne sledujú, či monetárna autorita prijíma rozhodnutia na dosiahnutie svojich cieľov.

V predstavenom modeli uvažujeme inflačné cieľovanie monetárnej autority. Otázka kredibility môže preto vyvstať v dvoch rôznych scenároch. Prvým z nich je situácia, keď sa pozorovaná inflácia dlhodobo nachádza mimo okolia inflačného cieľa. V tomto prípade monetárna autorita stratila svoju kredibilitu, lebo nedokázala svojimi nastavenými politikami zabrániť odkloneniu inflácie od jej inflačného cieľa. Aby si zachovala svoju kredibilitu, musí presvedčiť ekonomických agentov, že je odhodlaná prinavrátiť, vďaka zmene úroku, infláciu na jej cieľovú hladinu.

Druhým prípadom je, keď monetárna autorita má infláciu pod kontrolou a udržiava ju blízko inflačného cieľa, respektíve odchýlky od neho sú iba krátkodobé. V tomto prípade už monetárna autorita preukázala svoju schopnosť dostať infláciu pod kontrolu a otázka kredibility sa v podstate týka už iba toho, či dokáže udržať mieru inflácie na tejto hladine.

Ako sme už ukázali v predchádzajúcich častiach tejto práce, na infláciu vplývajú nielen rozhodnutia monetárnej autority, ale aj rozhodnutia, firiem, domácností a vlády. Cieľom monetárnej autority by preto malo byť dosiahnutie čo najväčšej hodnoty kredibility. Je to dôležité hlavne v situáciách, keď ceny v ekonomike šokovo narastú kvôli vplyvom, ktoré monetárna autorita nedokáže ovplyvniť. Ak by v takýchto situáciách agenti neverili monetárnej autorite, že pomocou nastavených politík dokáže navrátiť infláciu na požadovanú hladinu, tak sa môže stať, že sa ekonomika dostane do ekonomickej špirály, z ktorej sa potom už dostane iba vďaka zavedeniu drastickejších opatrení, ktoré môžu mať negatívny vplyv na určitú skupinu agentov. Vysoká kredibilita je tiež výhodou, keď sa centrálne banky rozhodnú zmeniť svoje inflačné ciele, napríklad znížia inflačný cieľ z dvoch na jedno percento. Vďaka vysokej kredibilite bude tento prechod medzi politikami podstatne plynulejší a rýchlejší.

Existujú rôzne publikácie, ktoré analyzujú správanie agentov v ekonomike po zapracovaní kredibility do rôznych makroekonomických modelov. Ako prvý príklad uvádzame [6], kde autori zapracovali funkciu kredibility do očakávania vývoju inflácie do semištrukturálneho, neokeynesiánskeho modelu rozvíjajúcich sa ekonomík ako Filipíny a Indonézia. Kredibilita je tu reprezentovaná spojitou funkciou, ktorá meria odklonenie inflácie z minulej periódy od inflačného cieľa.

Ďalším článkom, ktorý tiež používa kredibilitu pri tvorení očakávaní o inflácii, je práca [25]. Autori v nej predpokladajú, že agenti budú vážiť funkciou kredibility dva inflačné ciele národných bánk. Jeden z cieľov bude reprezentovať nízku hodnotu a druhý cieľ bude vyjadrovať vyššiu infláciu. Kredibilita sa tu počíta pomocou Bayesovho vzorca pre podmienenú pravdepodobnosť.

Zaujímavý prístup, ako agenti vytvárajú svoje očakávania o vývoji inflácie je prezentovaný v práci [9]. V tejto publikácii agenti nemajú úplnu informáciu o vývoji inflácie a predpokladajú, že sa inflácia môže rozdeliť na dlhodobý a krátkodobý komponent. Oba tieto komponenty sledujú AR(1) proces, pričom autoregresný koreň krátkodobého komponentu je veľmi blízko nule. Predpokladom tohto prístupu je, že agenti nedokážu sledovať krátkodobý komponent, ale iba ten dlhodobý. Svoje očakávania tak odvíjajú iba od vývoja tohto komponentu.

V tejto práci budeme kredibilitu vyjadrovať ako odchýlku reálnej inflácie od nastaveného inflačného cieľa. Funkciu kredibility zapracujeme do vzťahu (26). Budeme predpokladať, že medzivýrobcovia budú okrem konštantnej váhy χ, ktorú prikladajú inflačnému cieľu $\bar{\pi}$ a inflácii z minulej periódy π_{t-1}, používať váhu založenú na odklonení inflácie od inflačného cieľa. Presnejšie, nastavovanie cien medzivýrobcov upravíme nasledovne

$$P_t(i) = P_{t-1}(i) \left(\pi_{t-1} CRED_t\right)^{\chi} \left(\frac{\bar{\pi}}{CRED_t}\right)^{1-\chi}. \tag{73}$$

Aby mal vzťah (73) hodnovernú ekonomickú interpretáciu, funkcia kredibility $CRED_t$ musí mať nasledujúce vlastnosti. Pre hodnoty inflácie π_{t-1} blízke inflačnému cieľu $\bar{\pi}$ sa vzťah (73) zjednoduší na (26). Naopak, ak sa bude reálna inflácia líšiť od inflačného cieľu, tak budeme prikladať čím ďalej tým menšiu váhu inflačnému cieľu $\bar{\pi}$ a budeme zosilňovať váhu reálnej inflácie z minulej periódy π_{t-1}. Prijmeme tiež zjednodušujúci predpoklad, že funkcia kredibility bude symetrická funkcia so stredom symetrie v bode inflačného cieľa $\bar{\pi}$. Medzivýrobcovia tak budú indiferentní v tom, či reálna inflácia bola v predchádzajúcej

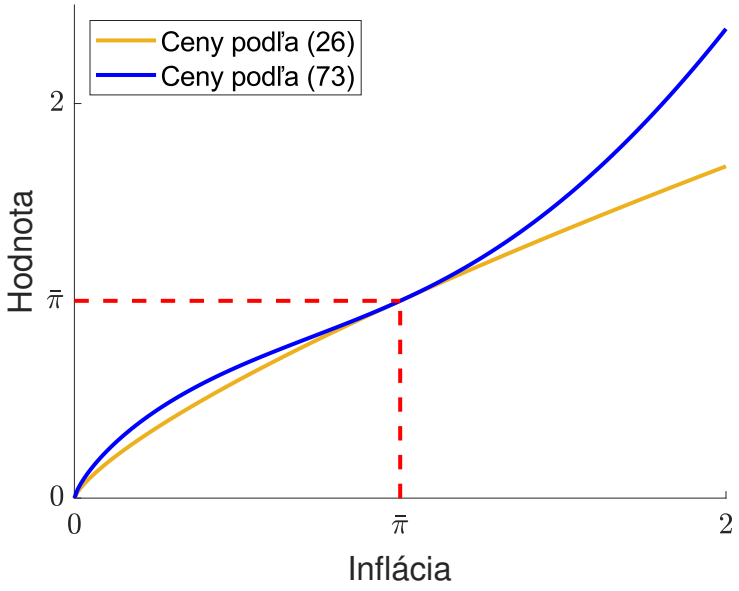
perióde nad alebo pod inflačným cieľom.

Z ohľadom na predchádzajúce požiadavky sme navrhli nasledujúcu reprezentáciu funkcie kredibility

$$CRED_t = (\pi_{t-1} - \bar{\pi})^2 + 1. \tag{74}$$

Ľahko overíme, že navrhnutá kvadratická funkcia spĺňa všetky vyššie uvedené predpoklady.

Na Obr. 6 graficky pozorujeme porovnanie nastavení cien podľa pravidla (26) a podľa pravidla so zapracovanou funkciou kredibility (73). Všimneme si, že ak je inflácia pod inflačným cieľom, tak funkcia kredibility spôsobí, že medzivýrobcovia budú pri nastavovaní cien prikladať väčšiu váhu inflačnému cieľu ako v prípade pravidla (26). Naopak, ak bola inflácia v minulej perióde nad úrovňou inflačného cieľa, tak funkcia kredibility spôsobí, že medzivýrobcovia budú rýchlejšie ustupovať od inflačného cieľa a pri nastavovaní cien sa budú skôr riadiť infláciou z minulej periódy.



Obr. 6: Efekt funkcie kredibility pri nastavovaní cien.

Zapracovanie kredibility do modelu vyžaduje len úpravu maximalizačnej úlohy pre medzivýrobcov. Modifikovaná úloha bude mať tvar

$$\max_{P_t(i)} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} \left[Y_{t+k|t}(i) \frac{P_t(i)}{P_{t+k}} \times \right.\right. \\ \left.\left. \times \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} CRED_{t+k} \right)^{\chi} \left(\frac{\bar{\pi}^k}{CRED_{t+k}} \right)^{1-\chi} - MC_{t+k} Y_{t+k|t}(i) \right] \right\}, \tag{75}$$

za podmienok

$$Y_{t+k|t}(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_{t+k}} \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} CRED_{t+k} \right)^{\chi} \left(\frac{\bar{\pi}^k}{CRED_{t+k}} \right)^{1-\chi} \right)^{-\eta} Y_{t+k},$$

$$\Lambda_{t,t+k} = \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\delta},$$

$$CRED_{t+k} = \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t+k-2}} - \bar{\pi} \right)^2 + 1. \tag{76}$$

Podľa vzťahu (76) budú medzivýrobcovia pri formovaní očakávaní o inflácii zohľadňovať odchýlku od reálnej inflácie z minulej periódy. Následne z predpokladu, že všetci medzivýrobcovia riešia identickú úlohu, vieme úlohu s kredibilitou prepísať do nasledujúceho tvaru

$$\max_{P_t^*} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^* \Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left[\left(\frac{P_t^* \Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right) - MC_{t+k} \right] \right\}, \tag{77}$$

s ohraničeniami

$$\Psi_{t+k} = \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} CRED_{t+k} \right)^{\chi} \left(\frac{\bar{\pi}^k}{CRED_{t+k}} \right)^{1-\chi}, \tag{78}$$

$$\Lambda_{t,t+k} = \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\delta}, \tag{79}$$

$$CRED_{t+k} = \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t+k-2}} - \bar{\pi} \right)^2 + 1. \tag{80}$$

Vidíme, že sme dostali podobnú formuláciu ako v prípade (30). Riešenie modifikovanej optimalizačnej úlohy (77)–(80) je identické ako v prípade pôvodnej úlohe popísanej v časti 1.2.2. Funkcia kredibility $CRED_t$ síce obsahuje P_t, ale je to exogénna funkcia pre danú firmu a medzivýrobcovia ju svojim rozhodnutím nevedia zmeniť. Maximalizácia preto tiež vedie ku výsledku (33). Zmena však nastane pri odvádzaní pomocných rekurentných cenových rovníc $x_{1,t}$ a $x_{2,t}$. Obe rovnice po využití podobných trikov ako v Prílohe C dokážeme zapísať v tvare

$$x_{1,t} = C_t^{-\delta} Y_t MC_t CRED_t^{\eta(1-2\chi)} + \pi_{t+1}^{\eta} \pi_t^{-\chi\eta} \bar{\pi}^{-\eta(1-\chi)} \theta\beta x_{1,t+1}, \tag{81}$$

$$x_{2,t} = C_t^{-\delta} Y_t CRED_t^{(1-\eta)(2\chi-1)} + \pi_{t+1}^{\eta-1} \pi_t^{(1-\eta)\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)(1-\eta)} \theta\beta x_{2,t+1}. \tag{82}$$

Impulzné odozvy upraveného modelu ako aj iné doplnkové analýzy modelu uvádzame v Kapitole 7.

6.1 Dlhšia pamäť medzivýrobcov s funkciou kredibility

Podobne ako v Kapitole 5 aj v tejto časti budeme pracovať s predpokladom, že medzivýrobcovia budú mať dlhšiu pamäť. Pri tvorení očakávaní o budúcej inflácii v čase t nebudú uvažovať iba hodnotu inflácie z minulej periódy, ale pri svojom rozhodnutí zohľadnia aj hodnoty inflácie v periódach $t-1$, $t-2$, $t-3$ a $t-4$. Do funkcie kredibility ďalej zapracujeme medziročné odklonenie inflácie od inflačného cieľa. Takto upravená funkcia kredibility bude mať tvar

$$CRED_t = \left(\pi_{t-1}\pi_{t-2}\pi_{t-3}\pi_{t-4} - \bar{\pi}^4\right)^2 + 1. \tag{83}$$

Medzivýrobcovia pri nastavovaní cien zohľadia upravenú funkciu kredibility (83) a predošlé cenové nastavenie (73). Nové nastavenie cien tak má tvar

$$P_t(i) = P_{t-1}(i)\,(\sqrt[4]{\pi_{t-1}\pi_{t-2}\pi_{t-3}\pi_{t-4}}CRED_t)^{\chi}\left(\frac{\bar{\pi}}{CRED_t}\right)^{1-\chi},$$

Podobne ako pri predchádzajúcich modifikáciách, aj v tomto prípade jedinou zmenou pri odvodení modelu bude zmena nastavenia optimálnej ceny podľa Calva (27). V optimalizačnej úlohe sa zmení iba tvar funkcie kredibility v perióde $t+k$ a úloha nadobudne tvar

$$\begin{aligned}\max_{P_t(i)} \mathbb{E}_t \Bigg\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} \Bigg[Y_{t+k|t}(i) \frac{P_t(i)}{P_{t+k}} \times \\ \times \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} CRED_{t+k}\right)^{\chi} \left(\frac{\bar{\pi}^k}{CRED_{t+k}}\right)^{1-\chi} - MC_{t+k} Y_{t+k|t}(i) \Bigg] \Bigg\},\end{aligned} \tag{84}$$

za podmienok

$$\begin{aligned} Y_{t+k|t}(i) &= \left(\frac{P_t(i)}{P_{t+k}} \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} CRED_{t+k}\right)^{\chi} \left(\frac{\bar{\pi}^k}{CRED_{t+k}}\right)^{1-\chi}\right)^{-\eta} Y_{t+k}, \\ \Lambda_{t,t+k} &= \left(\frac{C_{t+k}}{C_t}\right)^{-\delta}, \\ CRED_{t+k} &= \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t+k-5}} - \bar{\pi}^4\right)^2 + 1. \end{aligned}$$

Prezentovanú úlohu riešime podobným postupom, ako sme uviedli v Prílohe C. Prídeme k riešeniu v tvare (34). Na záver ešte odvodíme rekurentné cenové rovnice $x_{1,t}$ a $x_{2,t}$. Tie budú mať rovnaký tvar ako rovnice (81) a (82).

7 Analýza výsledkov

V tejto časti práce porovnáme odvodené modely pomocou viacerých analýz. V časti 7.1 porovnáme impulzné odozvy modelov. Toto porovnanie nám pomôže získať predstavu o tom, ako budú premenné reagovať na štrukturálne šoky. V časti 7.2 analyzujeme vplyv ekonomických šokov na varianciu premenných v jednotlivých modeloch. V závere kapitoly porovnáme simulované momenty modelov.

7.1 Porovnanie impulzných odoziev modelov

Porovnávať budeme rozdiely medzi funkciami odoziev všetkých odvodených modelov prezentovaných v predchádzajúcich častiach práce. Na Obr. 7, Obr. 8, Obr. 9 a Obr. 10 pozorujeme impulzné odozvy základného modelu (M1) so systémom rovníc (52), impulzné odozvy základného modelu s rozšírenou pamäťou medzivýrobcov (M2) prezentovaného v Kapitole 5, modelu so zapracovanou funkciou kredibility (M3) predstaveného v Kapitole 6 a impulzné odozvy modelu s dlhšou pamäťou medzivýrobcov, v ktorom je zapracovaná aj funkcia kredibility (M4), predstavenom v časti 6.1. Pre zjednodušenie popisu obrázkov uvádzame v Tabuľke 3 skratky a legendu k farbám čiar impulzných odoziev jednotlivých modelov.

Typ modelu	Farba kriviek	Skratka modelu
Základný model	čierna	M1
Základný model s pamäťou	modrá	M2
Základný model s funkciou kredibility	zelená	M3
Model s pamäťou a funkciou kredibility	žltá	M4

Tabuľka 3: Prehľad analyzovaných modelov.

V numerických experimentoch budeme analyzovať situáciu, v ktorej ekonomika bude čeliť štyrom po sebe idúcim šokom. Šoky budú prichádzať jednotlivo. Pri takomto nastavení očakávame výraznejší vplyv predĺženej pamäte medzivýrobcov v modeloch M2 a M4 v impulzných odozvách.

Opäť ako aj v Kapitole 4 zvolíme aproximáciu odvodených modelov Taylorovým polynómom druhého rádu. Pomocou tejto aproximácie sú finálne impulzné odozvy tvorené

priemerom viacerých impulzných odoziev získaných zo simulácií jednotlivých modelov. Z tohto dôvodu sa vytvorí nový stochastický rovnovážny stav modelu. Rozdiel medzi deterministickým a stochastickým rovnovážnym stavom sa dá reprezentovať ako preventívne úspory, ktoré budú chrániť agentov ekonomiky od prípadných budúcich štrukturálnych šokov. Na Obr. 7, Obr. 8, Obr. 9 a Obr. 10 analyzujeme okrem impulzných odoziev aj zmeny veľkosti preventívnych úspor predstavených modelov.

Na Obr. 7 pozorujeme, že napriek štyrom po sebe idúcim šokom vo výrobných faktoroch sa povaha impulzných odoziev v porovnaní s Obr. 2 nezmenila. Zamerajme sa na vývoj inflácie π_t a úrokov R_t. V prvej perióde bude pokles inflácie menší v modeloch so zapracovanou funkciou kredibility. Na zníženú infláciu reaguje monetárna autorita znízenými úrokmi R_t. Monetárna autorita vie, že na to aby dokázala infláciu dostať späť na inflačný cieľ, musí presvedčiť agentov ekonomiky a preto musí v modeloch M3 a M4 nastaviť nižšie úroky ako v modeloch M1 a M2. Nastavenie nižších úrokov počas šokových periód nemá veľký vplyv na infláciu a tá naďalej klesá. Dokonca funkcia kredibility a predĺžená pamäť spôsobia, že impulzná odozva inflácie modelu M4 sa v štvrtej perióde dramaticky odchýli od trajektórií iných modelov. Preto sledujeme aj narastajúce rozdiely medzi impulznými odozvami úrokov, kde je monetárna autorita nútená najviac znížiť úroky v modeloch M3 a M4. Po uplynutí periód, v ktorých bola ekonomika pod vplyvom šoku už začne fungovať efekt znížených úrokov a inflácia sa začne opäť vracať ku hodnote inflačného cieľa.

Prípad šokového nárastu vládnych výdavkov v štyroch po sebe idúcich periódach sledujeme na Obr. 8. Opäť ako aj v prípade šokového nárastu v produktivite výrobných faktorov sa nezmení povaha impulzných odoziev, ak do modelu pridáme namiesto jedného až štyri po sebe idúce šoky. Spomedzi skúmaných premenných sa zamerajme najskôr na nominálne mzdy W_t a odpracované hodiny H_t. Prepad hodnôt týchto premenných nastane hneď po upustení od šokového zvýšenia vládnych výdavkov. Ani napriek zvýšeniu vládnych výdavkov v štyroch po sebe idúcich periódach, tak nemajú impulzné odozvy premenných H_t a W_t dlhú zotrvačnosť.

Prvotný nárast inflácie π_t spôsobený šokovým nárastom vládnych výdavkoch je takmer rovnaký pre všetky odvodené modely. V priebehu prvých piatich periód sa prejaví vplyv funkcie kredibility v modeloch M3 a M4. V nich bude inflácia klesať späť ku inflačnému cieľu iba veľmi mierne a bude sa držať približne na rovnakej úrovni.

Úrokové miery narástli počas období, v ktorých nastal šok, viac v modeloch M3 a M4 ako v modeloch M1 a M2. K vyššiemu nastaveniu úrokov v modeloch M3 a M4 sa monetárna autorita uchýli, aby dokázala potlačiť infláciu opäť k hodnote inflačného cieľa. Táto stratégia priviedla monetárnu autoritu k želanému výsledku: inflácia medzi štvrtou a piatou periódou sa prepadne až pod hodnotu inflačného cieľa. Zaujímavosťou ale je, že inflácia v modeloch M3 a M4 bude od piatej periódy menej odchýlená od inflačného cieľa ako v modeloch M1 a M2. Znamená to, že pri uvedenej parametrizácii odvodeného modelu vie monetárna autorita nastaviť svoju politiku, tak, že sa jednotlivé premenné modelu dostanú rýchlejšie späť ku svojim rovnovážnym hodnotám.

Zamerajme sa ešte na vplyv predĺženej pamäti medzivýrobcov. Rozdiel medzi impulznými odozvami modelov M3 a M4 zobrazenými na Obr. 8 je minimálny. Platí však, že pre model M4 sa impulzné odozvy premenných rýchlejšie vracajú ku svojim rovnovážnym hodnotám. Týka sa to aj impulzných odoziev úrokov R_t a inflácie π_t, ktoré síce po uplynutí období, klesnú na nižšiu hodnotu ako v modeli M3 avšak približne v desiatej perióde sa už budú rýchlejšie približovať ku rovnovážnej hodnote.

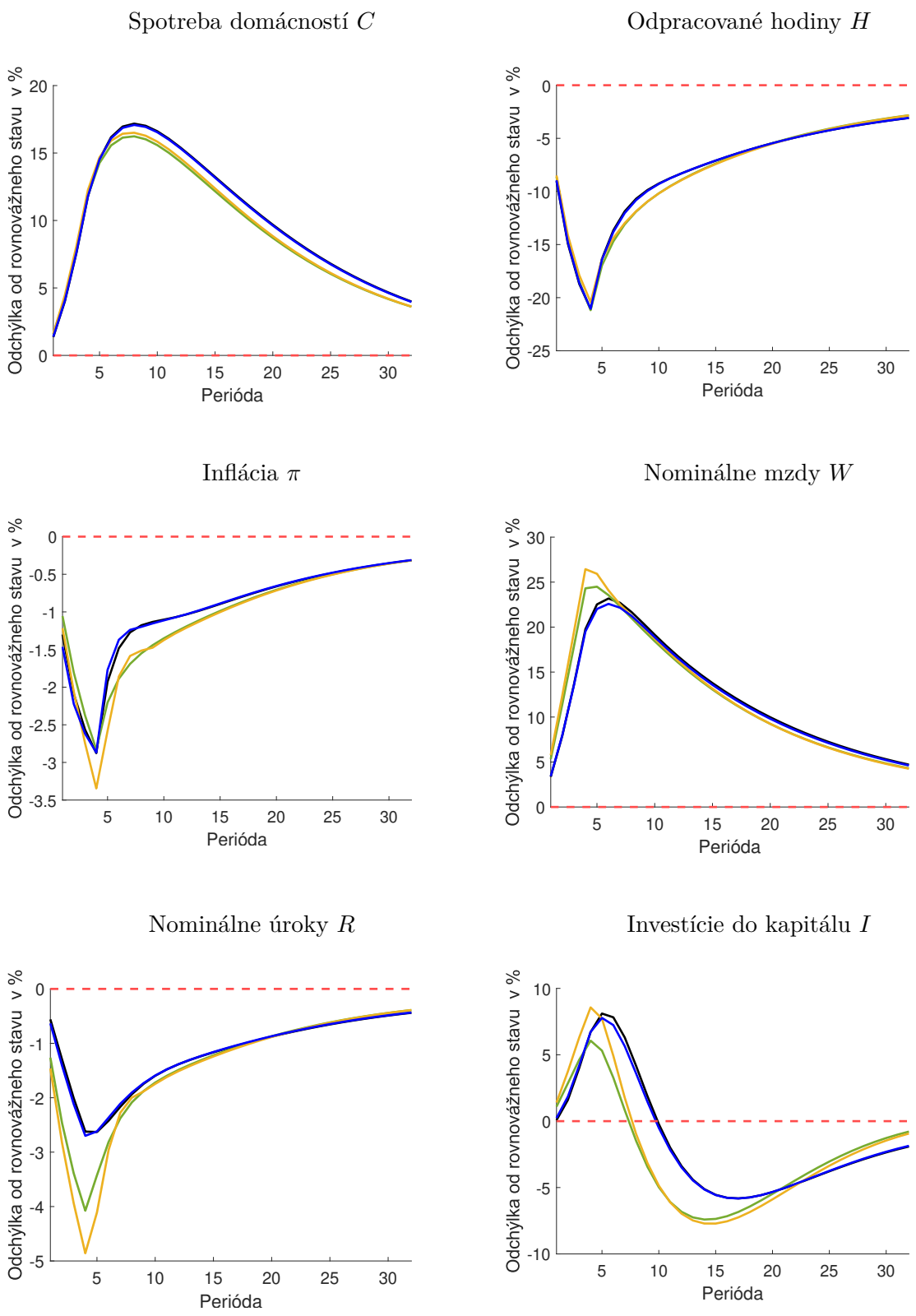
V prípade modelov M1 a M2 už sledujeme markantnejšie rozdiely medzi jednotlivými impulznými odozvami. Po uplynutí období, v ktorých nastal šok vo vládnych výdavkoch platí, že model M2 sa rýchlejšie vracia k svojmu rovnovážnemu stavu. Dôvodom je skutočnosť, že agenti v modeli M2 zohľadňujú aj minulosť, a preto ich reakcie nebudú po uplynutí šokov také signifikantné.

Na Obr. 9 sme zobrazili impulzné odozvy v prípade štyroch po sebe idúcich šokov v úrokoch R_t. V prvej perióde bude mať šok do úrokov R_t približne rovnaký dopad na úroky vo všetkých prezentovaných modeloch. Inflácia π_t poklesne v dôsledku zvýšených úrokov. V modeloch M3 a M4 je pokles inflácie v prvej perióde menší ako v prípade modelov M1 a M2. Ekonomickí agenti v modeloch M3 a M4 dokázali vďaka funkcii kredibility identifikovať šok v úrokoch ako dočasný a tomu prispôsobili aj svoje očakávania o vývoji ekonomiky. V druhej perióde efekt šokov spôsobí v modeloch M1 a M2 nárast úrokovej sadzby na väčšie hodnoty ako v modeloch M3 a M4. Následne sa ešte viac prehĺbi prepad inflácie a zväčšenie rozdielu medzi impulznými odozvami modelov so zapracovanou funkciou kredibility a modelmi bez nej. Po uplynutí období, v ktorých boli prítomné ekonomické šoky, monetárna autorita musí pristúpiť v modeloch M1 a M2 k razantnejšiemu

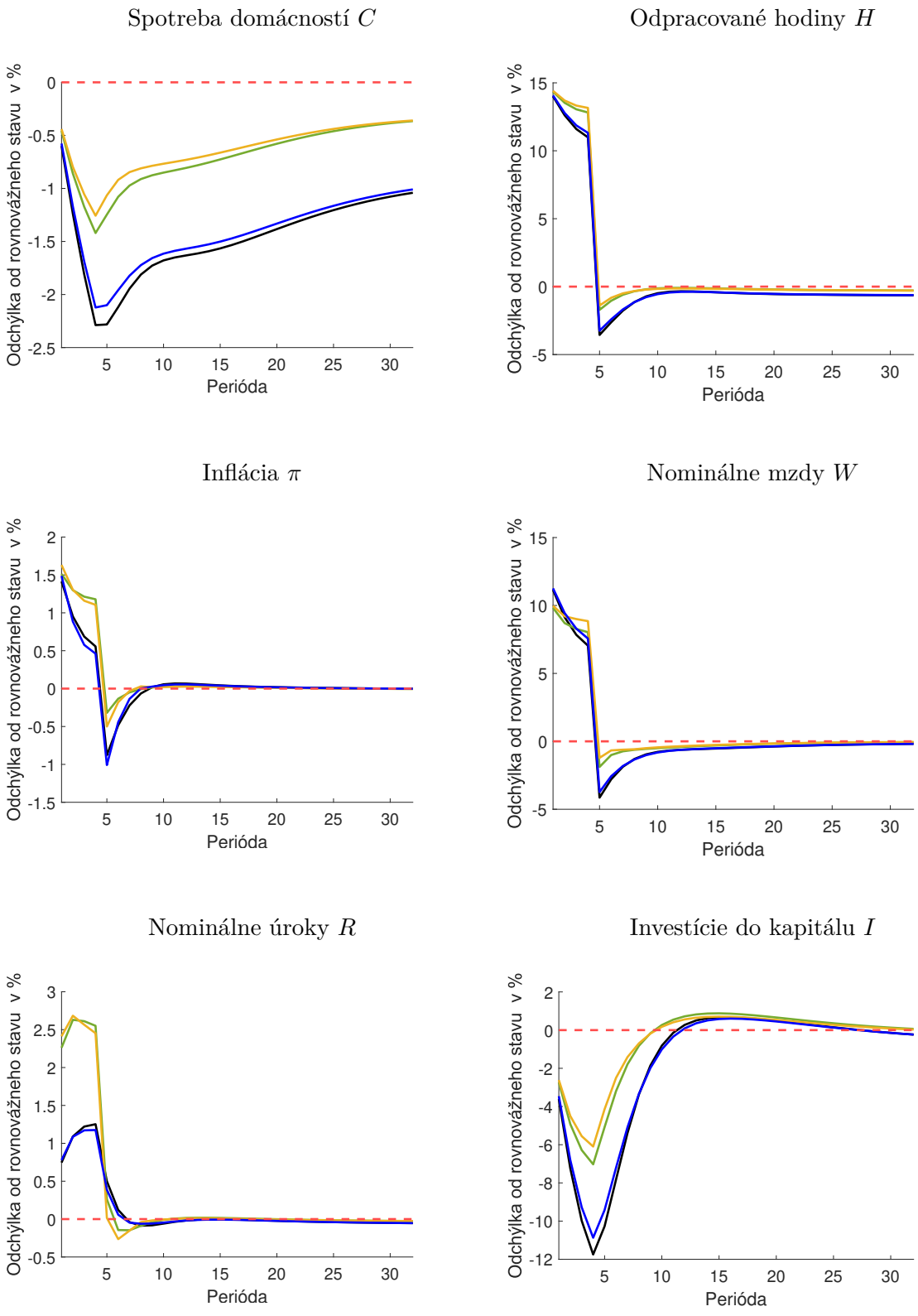
poklesu úrokov ako v modeloch M3 a M4. Urobí tak preto, lebo sa snaží dostať infláciu na hodnotu jej inflačného cieľa a navyše hodnota inflácia je nižšia v modeloch M1 a M2 v porovnaní s modelmi M3 a M4. Z dôvodu väčšej variancie vo vývoji premenných nie je prekvapením, že preventívne úspory budú väčšie v modeloch M1 a M2 pre všetky skúmané premenné.

Reakcie na štyri po sebe idúce šoky v náraste hraničných nákladov pozorujeme na Obr. 10. Inflácia sa bude počas štyroch období, v ktorých príde šok postupne zvyšovať. Nárast inflácie bol počas tohto obdobia väčší v prípade modelov M3 a M4. Aby dokázala monetárna autorita potlačiť infláciu späť na svoju rovnovážnu hodnotu, zvyšuje úroky v ekonomike. Keďže inflácia narástla počas období, v ktorých prišiel šok v modeloch M3 a M4 na väčšie hodnoty ako v modeloch M1 a M2, musí monetárna autorita v týchto modeloch zvýšiť úrokové sadzby na vyššie hodnoty. Vďaka zvýšeným úrokom sa už približne v šiestej perióde inflácia v modeloch M3 a M4 výrazne priblíži k hodnote inflačného cieľa a už sa od nej počas pozorovaného obdobia nevzdiali. Na rozdiel od modelov M3 a M4 v modeloch M1 a M2 nastane v piatej perióde prepad inflácie až pod hodnotu inflačného cieľa. Monetárna autorita z tohto dôvodu v modeloch M1 a M2 zníži úroky až pod rovnovážnu hodnotu .

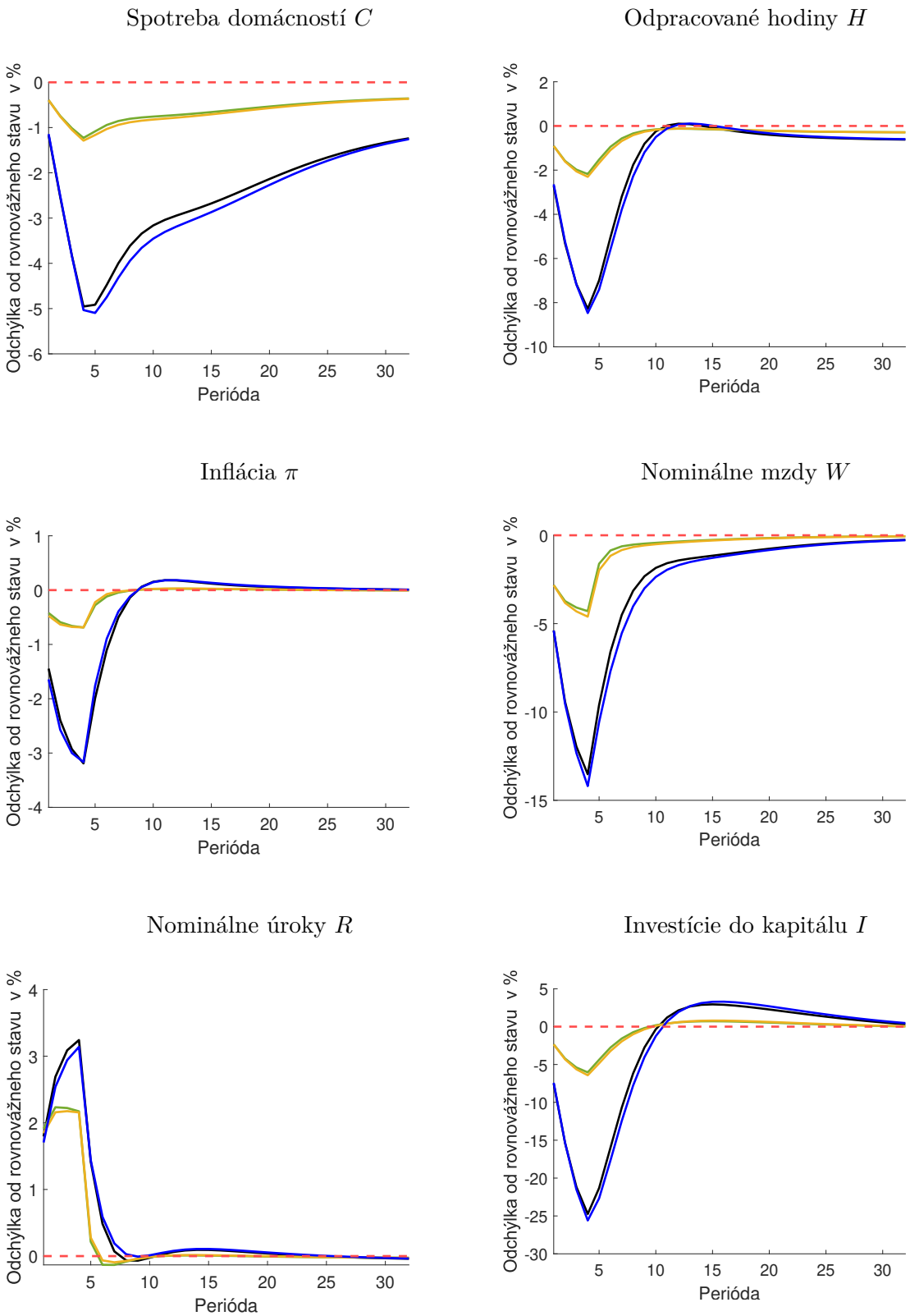
Vplyv predĺženej pamäti spôsobí, že impulzné odozvy budú pre všetky premenné modelu bližšie ku svojim deterministickým rovnovážnym hodnotám.



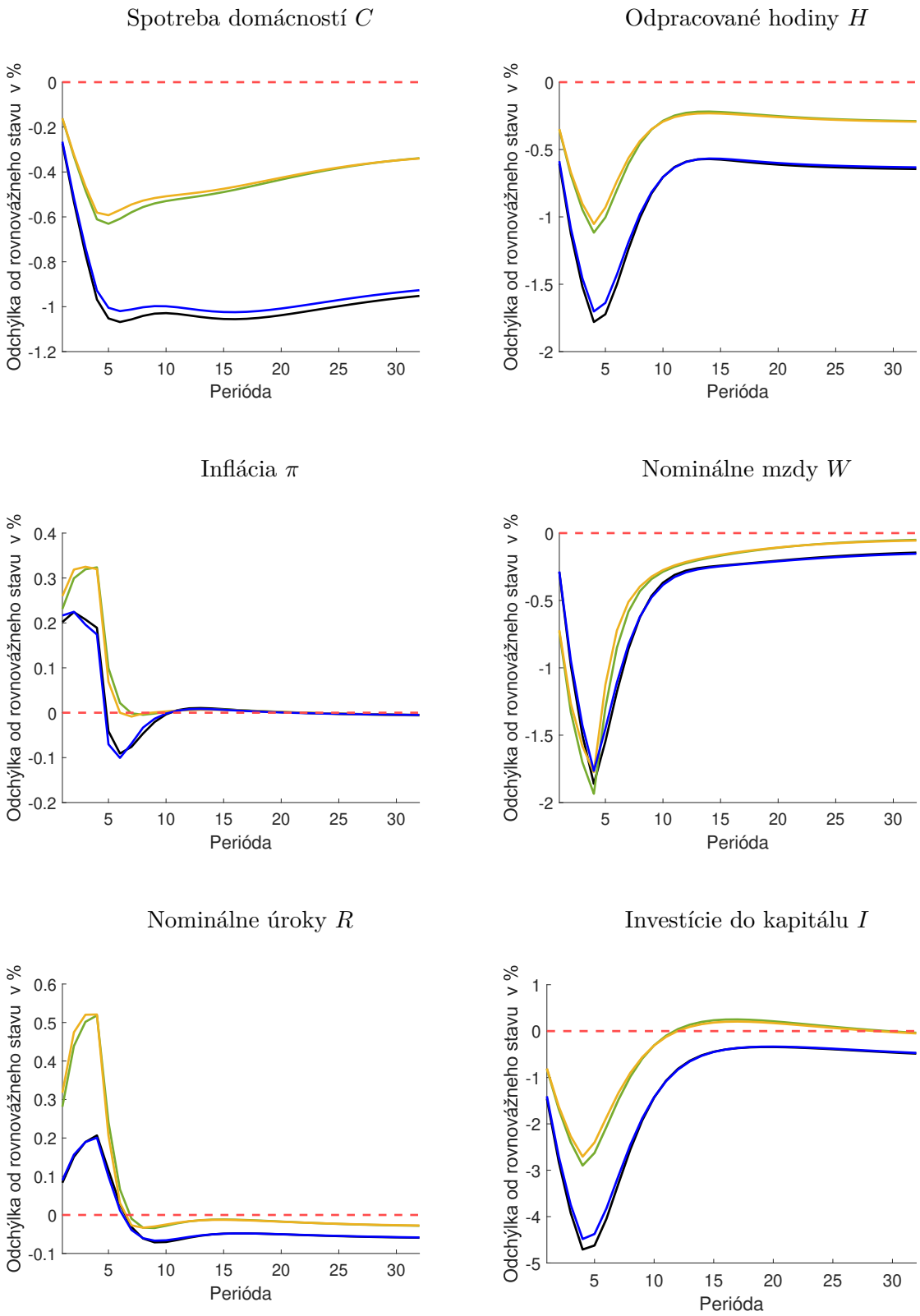
Obr. 7: Porovnanie impulzných odoziev na šok do produktivity výrobných faktorov.



Obr. 8: Porovnanie impulzných odoziev na šok v náraste vládnych výdavkov.



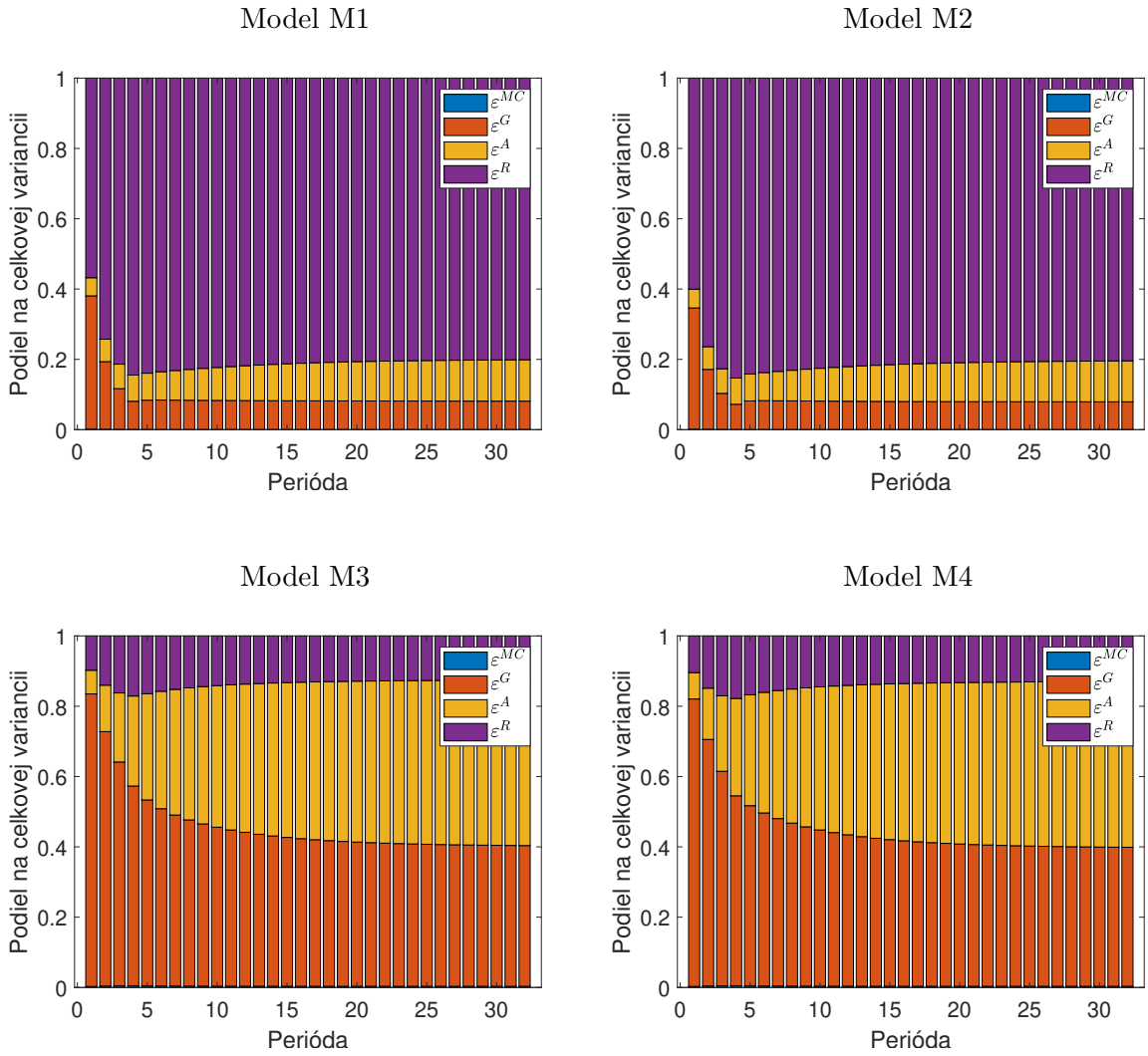
Obr. 9: Porovnanie impulzných odoziev na šok v náraste úrokových sadzieb.



Obr. 10: Porovnanie impulzných odoziev na šok v náraste hraničných nákladoch.

7.2 Analýza rozloženia variancie

Okrem porovnania impulzných odoziev sme vykonali aj doplnkové analýzy porovnávania predstavených modelov. Zatiaľ čo impulzné odozvy sú užitočné pri posudzovaní veľkosti rastu alebo poklesu danej premennej modelu v reakcii na štrukturálny šok, relatívny význam rôznych šokov pre výkyvy danej premennej možno posúdiť prostredníctvom analýzy rozloženia podmienej variancie (z angl. *forecast error variance decomposition*). Podmienená variancia vyjadruje percentuálny príspevok každého štrukturálneho šoku k celkovej variancii danej premennej počas konkrétneho časového horizontu.



Obr. 11: Podmienené rozloženie variancie ročnej miery inflácie.

Rozhodli sme sa, že v tejto práci si bližšie predstavíme iba rozklad variancie inflácie, keďže ide o premennú, ktorá priamo ovplyvňuje hodnotu funkcie kredibility.

Na Obr. 11 prezentujeme vývoj podmienenej variancie v jednotlivých modeloch. V modeli M1 má najväčší podiel na celkovej variancii ročnej inflácie šok v úrokoch. Hodnota podielu ε^R na celkovej variancii začne v prvej perióde na hodnote 57% a postupne sa zvyšuje až sa ustáli na hodnote 80%. V prvej perióde modelu M1 je druhým najvplyvnejším šokom šok vo vládnych výdavkoch ε^G. Jeho vplyv sa však postupom času zmenšuje až v poslednej pozorovanej perióde má hodnotu iba 8%. Šok vo výrobných faktoroch ε^A na rozdiel od ε^G postupom času zvyšuje svoj podiel na celkovej variancii inflácie. Jeho hodnota bude mať na konci pozorovaného obdobia hodnotu 12%.

Na rozdiel od modelu M1, v modeli so zapracovanou kredibilitou M3 šok v úrokových sadzbách ε^R má minoritný podiel na celkovej variancii ročnej inflácie. Do popredia sa dostáva šok vo vládnych výdavkoch ε^G a šok v produktivite výrobných faktorov ε^A. V modeli M3 má v prvej perióde najväčší podiel na celkovej variancii ročnej inflácie šok ε^G a predstavuje až 83%. Postupom času sa však jeho vplyv znižuje a ustáli sa na hodnote 40%. Vplyv šoku v produktivite výrobných faktorov má opačný priebeh ako šok ε^G. V prvej perióde nadobudne hodnotu iba 6%. Jeho vplyv však postupne ustáli až na hodnotu 47%.

Na Obr. 11, tiež vidíme, že zapracovanie predĺženej pamäti medzivýrobcov do nastavenia cien nebude ovplyvňovať rozklad variancie premenných. V modeli M2 sa vplyv predĺženej pamäti v porovnaní s modelom M1 prejaví iba v prvých dvoch periódach. O približne 3% narastie vplyv šoku v úrokoch ε^R. Rozdiely medzi modelmi M3 a M4 sú minimálne.

7.3 Porovnanie momentov modelu

Na záver tejto kapitoly porovnáme simulované momenty, ktoré charakterizujú vlastnosti modelov. V Tabuľke 4 sa v stĺpci `Rovnovážny stav` nachádzajú hodnoty premenných z deterministického rovnovážneho stavu. Stĺpce `M1` až `M4` reprezentujú relatívne odchýlky simulovaných rovnovážnych stavov od deterministického rovnovážneho stavu. Vďaka analýze týchto hodnôt budeme schopní pozorovať vplyv funkcie kredibility a predĺženej pamäti medzivýrobcov na tvorbu preventívnych úspor (z angl. *precautionary savings*) jednotlivých premenných.

-	Deterministický	Simulovaný			
Premenné	Rovnovážny stav	M1	M2	M3	M4
Y	1	-0.63%	-0.613	-0.2%	-0.19%
C	0.6427	-0.96%	-0.92%	-0.32%	-0.32%
H	0.3333	-0.57%	-0.55%	-0.21%	-0.21%
π	1	0.002%	0.002%	0.002%	0.002%
R	1.00817	-0.05%	-0.05%	-0.01%	-0.01%
K	2.279	-0.65%	-0.63%	-0.16%	-0.15%
I	0.0714	-0.64%	-0.61%	-0.15%	-0.15%
W	0.23	-0.11%	-0.11%	-0.01%	-0.01%
MC	0.1667	-0.05%	-0.06%	-0.04%	-0.03%
π^{annual}	1	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%
R^{annual}	1	-0.18%	-0.18%	-0.03%	-0.03%
G^{annual}	1	0.19%	0.19%	0.19%	0.19%
Y^{annual}	1	0.02%	0.02%	0.01%	0.01%

Tabuľka 4: Porovnanie deterministického rovnovážneho stavu so simulovanými rovnovážnymi hodnotami jednotlivých modelov.

Najväčšie preventívne úspory si agenti vytvoria v modeli M1. Šoky do ekonomiky ich prekvapia a z tohto dôvodu si budú udržovať určitý odstup od deterministického rovnovážneho stavu ekonomiky. V modeli M2 si agenti pamätajú aj obdobie pred šokom a aj keď ich šok prekvapí, tak ich preventívne úspory budú mať menšie hodnoty ako v modeli M1. Najmenšie preventívne úspory si vytvoria agenti v modeloch M3 a M4. Agenti ekonomiky

majú vďaka funkcií kredibility nástroj na identifikáciu šokov. Vďaka tomu nemusia tvoriť veľké preventívne úspory. Porovnanie štandardných odchýlok uvádzame v Tabuľke 5. V stĺpci M1 sa nachádzajú štandardné odchýlky premenných modelu M1. V stĺpcoch M2, M3, M4 uvádzame relatívne odchýlky štandardných odchýlok modelov M2, M3 a M4 od od modelu M1.

-	M1	M2	M3	M4
Y	0.0148	0.63%	-9.87%	-9.86%
C	0.0083	0.97%	-21.44%	-21.37%
H	0.0096	0.4%	-3.81%	-3.59%
π	0.0047	6.4%	-36.03%	-30.71%
R	0.0046	-3.8%	27.6%	29.68%
K	0.0132	6.24%	-61.07%	-60.78%
I	0.0021	2.51%	-65.12%	-63.82%
W	0.0066	1.34%	-21.01%	-20.83%
MC	0.0066	1.21%	-17.69%	-17.06%
π^{annual}	0.0131	0.92%	-46.2%	-45.36%
R^{annual}	0.0187	-3.79%	27.6%	29.68%
G^{annual}	0.0613	0%	0%	0%
Y^{annual}	0.0181	-0.03%	-5.6%	-5.3%

Tabuľka 5: Porovnanie štandardných odchýlok prezentovaných modelov.

Porovnaním štandardných odchýlok modelov M1 a M2 sledujeme, že volatilita premenných bude väčšia v modeli M2. Predĺžená pamäť medzivýrobcov spôsobí, že šoky v ekonomike spôsobia väčšie výkyvy v trajektóriach daných premenných ako v modeli M1.

Na rozdiel modelu M2 pre väčšinu premenných modelu M3 platí, že sa ich štandardná odchýlka zmenší oproti modelu M1. Jediná premenná, ktorej štandardná odchýlka narástla v modeli M3, je úrok R_t a R^{annual}. Znamená to, že v modeli s kredibilitou je monetárna autorita v prípade štrukturálneho šoku nútená nastaviť vyššie úroky, aby presvedčila agentov o tom, že chce dostať infláciu na inflačný cieľ. Štandardná odchýlka inflácie je v modeli M3 takmer o 36% nižšia ako v modeli M1. Z tohto dôvodu je inflácia v modeli M3

stabilnejšia a nedokážu ju jednoducho ovplyvniť štrukturálne šoky v ekonomike. Predĺžená pamäť medzivýrobcov vo funkcii kredibility potvrdí efekt stabilizácie ekonomiky na úkor vyššej volatility úrokov.

Záver

V tejto práci sme v štandardnom neokeynesiánskom modeli uzavretej ekonomiky modifikovali proces nastavenia cien medzivýrobcami. Do tohto procesu sme okrem dlhšej pamäte medzivýrobcov zahrnuli aj funkciu kredibility menovej autority.

V prvej kapitole sme predstavili neokeynesiánsky model uzavretej ekonomiky. Názorne sme popísali optimalizačné úlohy jednotlivých agentov ekonomiky, ktorých riešením sme dospeli ku podmienkam optimality, ktoré neskôr tvorili základ systému nelineárnych rovníc modelu. Základnými črtami odvodeného modelu sú: nastavenie cien pomocou Calva [4], náklady spojené so zmenou investičného správania a strnulosť spotrebného správania domácností. Prínosom Kapitoly 1 bolo predstavenie nového spôsobu nastavenia cien neoptimalizujúcich firiem pomocou pravidla kombinujúceho minulú infláciu a inflačný cieľ (Rovnica (26)). V dostupnej literatúre ako napríklad [2], [5] alebo [17] autori predstavujú nastavenie cien iba pomocou inflácie z predchádzajúcej periódy alebo iba pomocou inflačného cieľa.

V Kapitole 2 sme odvodili rovnice na stanovenie rovnováhy na trhoch. Tým sme dostali finálnu podobu odvodeného modelu v tvare (52). Následne sme analyticky odvodili deterministický rovnovážny stav systému nelineárnych rovníc (52), ktorý je potrebný pre riešenie modelu pomocou aproximácie druhého rádu.

Kapitola 3 sme sa venovali kalibrácii a odhadu parametrov modelu. Hodnoty parametrov sme nastavili v súlade s publikovanou literatúrou. Pomocou metódy simulovaných momentov modelu sme odhadli štandardné odchýlky štrukturálnych šokov modelu. Pre tento odhad sme využili dáta ekonomiky USA.

V Kapitole 4 sme prezentovali funkcie odoziev jednotlivých premenných v základnom modeli. Podrobne sme popísali a interpretovali získané výsledky.

Do základného modelu sme postupne pridali dve rozšírenia. V prvom z nich sme do procesu nastavenia cien medzivýrobcami zapracovali predĺženú pamäť medzivýrobcov, t.j. cenotvorba zohľadňovala aj hodnoty inflácie zo štyroch predchádzajúcich periód. Takto modifikovaný model sme predstavili v Kapitole 5.

V druhom rozšírení modelu sme do procesu nastavenia cien medzivýrobcami zahrnuli aj funkciu kredibility. Keďže v doteraz publikovaných štúdiách, ktoré sa zaoberali problematikou kredibility (viď napr. [6], [9] a [25]), nebola kredibilita takýmto spôsobom zahr-

nutá do neokeynesianskeho modelu, túto modifikáciu môžno považovať za hlavný prínos tejto práce. Tejto problematike sa podrobne venujeme v Kapitole 6. Funkciu kredibility (76) sme navrhli ako funkciu, ktorá symetricky penalizuje odchýlky inflácie od inflačného cieľa, t.j. trestá monetárnu autoritu za nedoručovanie inflačného cieľa. V závere kapitoly sme predstavili rozšírenie modelu, v ktorom sme do cenotvorby zahrnuli obe predstavené rozšírenia: do funkcie kredibility sme pridali dlhšiu pamäť medzivýrobcov.

Vplyv predĺženej pamäti a funkcie kredibility v nastavení cien medzivýrobcov sme numericky analyzovali v Kapitole 7. Použili sme tri druhy analýz: analýzu impulzných odoziev jednotlivých modelov, podiel štrukturálnych šokov na celkovej variancii premenných a porovnanie momentov prvého a druhého rádu predstavených modelov. Skúmaním výsledkov sme dospeli k záveru, že funkcia kredibility ovplyvňuje vývoj ekonomiky. Na impulzných odozvách sme videli, že monetárna autorita bola nútená v modeloch s kredibilitou nastaviť razantnejšie úroky ako v modeloch bez kredibility. V prípade štrukturálneho šoku do úrokových sadzieb dokonca agenti ekonomiky vďaka kredibilite dokázali správne identifikovať, že nárast v úrokových sadzbách bude iba dočasný, a preto ich reakcie boli miernejšie ako v prípade modelov bez kredibility.

Funkcia kredibility sa prejavila aj v analýze podielu štrukturálnych šokov na celkovej variancii ročnej inflácie. V modeloch s kredibilitou sa zvýšil vplyv šoku v produktivite výrobných faktorov a vplyv šoku vo vládnych výdavkov na úkor zníženia podielu šoku v úrokoch.

Porovnaním momentov prvého rádu sme skúmali vplyv funkcie kredibility na zmenu simulovaného rovnovážneho stavu. Kredibilita spôsobila, že agenti si vytvorili menšie preventívne úspory, ktoré ich chráni pred možnými budúcimi šokmi. Analýza momentov druhého rádu preukázala, že funkcia kredibility zapríčinila stabilnejšiu ekonomiku na úkor zvýšenia volatility úrokov.

Táto práca predstavuje jeden spôsob, ako zapracovať funkciu kredibility do neokeynesiánskeho modelu. V ďalšom výskume by bolo zaujímavé skúmať, či rozumná modifikácia tvaru funkcie kredibility vedie k rovnakým záverom ako táto práca. Nadstavbou tejto práce by mohla byť napríklad odvodenie optimálneho nastavenia úroku monetárnou autoritou v modeloch s kredibilitou a následné porovnanie impulzívnych odoziev.

Zoznam použitej literatúry

[1] Ahmed, W. Haider, A., Iqbal, J.: *Estimation of discount factor (beta) and coefficient of relative risk aversion (gamma) in selected countries*, MPRA Paper 39736, University Library of Munich, Mníchov, 2012, dostupné na internete (3.3.2024): https://mpra.ub.uni-muenchen.de/39736/1/MPRA_paper_39736.pdf

[2] Costa, J.C.,: *Understanding DSGE models*, Vernon Press, Delaware, 2016

[3] Costa, J.C., López-Salido, J.D., Garia-Cintado, A.C.,: *Teaching DSGE models to undergraduates* [online], Elsevier, 2018, dostupné na internete (7.1.2024): https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1517758017300930

[4] Calvo, G.A.,: *Staggered prices in a utility-maximizing framework*, Journal of Monetary Economics, Elsevier, 12, 383-398, 1983

[5] Cantore, C., Gabtiel, V., a kolektív: *The Science and Art of DSGE Modelling: A Foundations Course* [online],University of Surrey, 2020, dostupné na internete (9.3.2024): https://www.wpz-research.com/wp-content/uploads/2021/07/Summer_Course_2020_Foundations_Course_update.pdf

[6] Chansriniyom, T., Epstein, N.P., Nalban, V.: *The Monetary Policy Credibility Channel and the Amplification Effects in a Semi-structural Model* [online], IMF Working Papers, 201, 2020, dostupné na internete (23.3.2024): https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2020/09/25/The-Monetary-Policy-Credibility-Channel-and-the-Amplification-Effects-in-a-Semi-structural-49735

[7] Duffe, D., Singleton, K. J.,: *Simulated moments estimation of markov models of asset prices*, Econometrica, 61, 929-952, 1993

[8] Adjemian, A. Juillard, M. a kolektív: *The Dynare Reference Manual*, verzia 6.1, dostupné na internete (9.5.2024): https://www.dynare.org/manual/

[9] Erceg, Ch., Levin, A.,: *Imperfect credibility and inflation persistence* [online], Journal of Monetary Economics, Elsevier, 50, 915-944, 2003, dostupné na inter-

nete (23.3.2024): https://bpb-us-e1.wpmucdn.com/sites.dartmouth.edu/dist/5/2061/files/2019/06/Erceg-Levin-2003-JME-imperfect-credibility.pdf

[10] Escribá-Pérez, F. J., Murgui-García, M. J., Ruiz-Tamarit, J. R.,: *Endogenous capital stock and depreciation in the United States* [online], Journal of Public Economic Theory, Association for Public Economic Theory, 25, 139-167, 2023, dostupné na internete (4.3.2024): https://roderic.uv.es/rest/api/core/bitstreams/68bedee2-285b-40ff-bfe1-f3f8631f0878/content

[11] Federal Reserve Bank of St. Luis: Consumer Price Index: All Items: Wage Earners: Total for United States, dostupné na internete (9.3.2023): https://fred.stlouisfed.org/series/CPALWE01USQ661N

[12] Federal Reserve Bank of St. Luis: Gross domestic product, dostupné na internete (9.3.2023): https://fred.stlouisfed.org/series/GDP

[13] Federal Reserve Bank of St. Luis: Federal Government: Current Expenditures, dostupné na internete (9.3.2023): https://fred.stlouisfed.org/series/FGEXPND

[14] Federal Reserve Bank of St. Luis: Interest Rates: 3-Month or 90-Day Rates and Yields: Interbank Rates: Total for United States , dostupné na internete (9.3.2023): https://fred.stlouisfed.org/series/IR3TIB01USQ156N

[15] Felipe, J., McCombie, J., Mehta, A., Bajaro, D.F.,: *Production Function Estimation: Biased Coefficients and Endogenous Regressors, or a Case of Collective Amnesia?* [online], Levy Economics Institute Working Paper Collection, Levy Economics Institute, 2021, dostupné na internete (4.3.2024): https://www.levyinstitute.org/pubs/wp_994.pdf

[16] Fuhrer, J.C.,: *Habit Formation in Consumption and Its Implications for Monetary-Policy Models* [online], American Economic Review, American Economic Association, 90, 367-390, 2000, dostupné na internete (7.5.2024): https://www.federalreserve.gov/pubs/oss/oss4/papers/habitmatlab/habit_aer.pdf

[17] Galí, J.: *Monetary Policy, Inflation and the Business cycle: An Introduction to the New Keynesian framework*, Princeton University Press, Princeton, 2008

[18] Groth, Ch., Hashmat, K.,: *Investment adjustment costs: evidence from UK and US industries* [online], Bank of England working papers, Bank of England, 332, 2007, dostupné na internete (9.3.2024): https://www.bankofengland.co.uk/-/media/boe/files/working-paper/2007/investment-adjustment-costs-evidence-from-uk-and-us-industries.pdf

[19] Hall, R.E.,: *Intertemporal Substitution in Consumption*, Journal of Political Economy, University of Chicago Press, 96, Chicago, 1988, dostupné na internete (3.3.2024): https://web.stanford.edu/~rehall/Intertemporal-JPE-April-1988.pdf

[20] Kehoe, P., Midrigan, V.,: *Prices are sticky after all*, Journal of Monetary Economics, vol.75, Elsevier, Minneapolis, 2012, dostupné na internete (3.3.2024): http://www.virgiliumidrigan.com/uploads/1/3/9/8/13982648/sr413eich_h.pdf

[21] Kneip, A., Merz, M., Storjohann, L.: *Aggregation and Labor Supply Elasticities*, IZA Discussion Papers 7699, Institute of Labor Economics, Bonn, 2013

[22] Newey, W., West, K.,: *A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix*, Econometrica, Econometric Society, 55, 703-708, 1987.

[23] Pfeifer, J.,: *A Guide to Specifying Observation Equations for the Estimation of DSGE Models* [online], Universität der Bundeswehr München, 2021, dostupné na internete (26.4.2024): https://drive.google.com/file/d/1r89OU5OE3CBa6tOlj6l3hNVWEaRH5Anv/view

[24] Ruge-Murcia, F.,: *Estimating nonlinear DSGE models by the simulated method of moments: With an application to business cycles* [online], Journal of Economic Dynamics and Control, Elsevier, 36, 914-938, 2012, dostupné na internete (12.1.2024): https://economics.sas.upenn.edu/sites/default/files/filevault/event_papers/Econometrics12062010.pdf

[25] Scott, D.,: *Central bank credibility and the persistence of inflation and inflation expectations*, Globalization Institute Working Papers 117, Federal Reserve Bank of Dallas, 2012

[26] Sims, E.: *Graduate Macro Theory II: A New Keynesian Model with Price Stickiness* [online], University of Notre Dame, 2017, dostupné na internete (5.1.2024): https://sites.nd.edu/esims/files/2023/05/new_keynesian_2017.pdf

[27] Smets, F., Wouters, R.: *"Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach* [online], American Economic Review, American Economic Association, 97, 586-606, 2007, dostupné na internete (4.3.2024): https://faculty.sites.iastate.edu/tesfatsi/archive/econ502/tesfatsion/USBusinessCycles.SmetsWoutersAER2007.pdf

[28] Stehlíková, B.: *Časové rady: Úvod, základné pojmy, testovanie bieleho šumu* elektronické študijné materialy, FMFI UK, Bratislava, 2022, dostupné na internete (21.1.2024): http://www.iam.fmph.uniba.sk/institute/stehlikova/cr22/slajdy/cr01.pdf

[29] Whelan, K.: *MA Advanced Macro* [online], University College Dublin, 2016, dostupné na internete (5.1.2024): https://www.karlwhelan.com/MAMacro/nkpc-details.pdf

Príloha A

Optimalizácia domácností

V Kapitole 1 sme rozhodovací proces reprezentatívnej domácnosti popísali pomocou nasledujúcej optimalizačnej úlohy

$$\begin{aligned}
&\max_{C_t,H_t,K_t,I_t,B_t} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(C_t - hC_{t-1})^{1-\delta}}{1-\delta} - \kappa_H \frac{H_t^{1+\psi}}{1+\psi} \right), \\
&P_t C_t + P_t I_t + B_t \leq R_t^k P_t K_{t-1} + R_{t-1} B_{t-1} + W_t H_t + \Pi_t - T_t, \\
&K_t = (1-\sigma) K_{t-1} + \left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) I_t.
\end{aligned}$$

Lagrangeova funkcia prislúchajúca k tejto úlohe má tvar

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(C_t, H_t, K_t, I_t, B_t) = \mathbb{E}_0 \Bigg\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Bigg[&\left(\frac{(C_t - hC_{t-1})^{1-\delta}}{1-\delta} - \kappa_H \frac{H_t^{1+\psi}}{1+\psi} \right) \\
&- \lambda_t (P_t C_t + P_t I_t + B_t - R_t^k P_t K_{t-1} - R_{t-1} B_{t-1} - \\
&- W_t H_t - \Pi_t + T_t) \\
&- \mu_t \left(K_t - (1-\sigma) K_{t-1} - \left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) I_t \right) \Bigg] \Bigg\}.
\end{aligned} \tag{85}$$

Postupným derivovaním funkcie (85) cez všetky jej premenné dostaneme nasledujúce podmienky optimality prvého rádu

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} &= 0, \\
0 &= \mathbb{E}_t \left\{ \beta^t (C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta^{t+1} h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} \right\} - \beta^t \lambda_t P_t, \\
\lambda_t P_t &= \mathbb{E}_t \left\{ (C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} \right\}, \qquad (86) \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H_t} &= 0, \\
0 &= -\beta^t \kappa_H H_t^{\psi} + \beta^t \lambda_t W_t, \\
\kappa_h H_t^{\psi} &= \lambda_t W_t, \qquad (87) \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_t} &= 0, \\
0 &= -\lambda_t \beta^t + \mathbb{E}_t \left\{ \beta^{t+1} \lambda_{t+1} R_t \right\}, \\
\lambda_t &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{t+1} R_t \right\}, \qquad (88)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} = 0,$$

$$0 = -\mu_t \beta^t + \mathbb{E}_t \left\{ \mu_{t+1} \beta^{t+1} (1-\sigma) + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} R^k_{t+1} P_{t+1} \right\},$$

$$\mu_t = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \mu_{t+1} (1-\sigma) + \lambda_{t+1} R^k_{t+1} P_{t+1} \right\}, \qquad / \frac{1}{\lambda_t P_t}$$

$$Q_t = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \pi_{t+1} \left((1-\sigma) Q_{t+1} + R^k_{t+1} \right) \right\}, \qquad / \lambda_t \ \text{ dosadíme z (86)}$$

$$Q_t = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{(C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h (C_{t+2} - hC_{t+1})^{-\delta}}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta}} \left((1-\sigma) Q_{t+1} + R^k_{t+1} \right) \right\}, \tag{89}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} = 0,$$

$$\beta^t P_t \lambda_t = \beta^t \mu_t \left[1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - S'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \right] + \mathbb{E}_t \left\{ \beta^{t+1} \mu_{t+1} \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 S'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \right\},$$

$$P_t \lambda_t = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \mu_{t+1} \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 S'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \right\} + \mu_t \left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - S'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \right),$$

$$1 = Q_t \left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - S'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \pi_{t+1} Q_{t+1} \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 S'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \right\}$$

$$1 = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{(C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h (C_{t+2} - hC_{t+1})^{-\delta}}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta}} Q_{t+1} \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 S'\left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \right\} +$$

$$+ Q_t \left(1 - S\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) - S'\left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right). \tag{90}$$

Podmienky (86), (87) a (88) zlúčime do dvoch podmienok pomocou nasledujúcich úprav.

$$(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} = \lambda_t P_t, \qquad / \text{z (88)}$$

$$(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} = P_t \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{t+1} R_t \right\}, \qquad / \text{z (86)}$$

$$(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} = \beta R_t P_t \mathbb{E}_t \left\{ \frac{(C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h (C_{t+2} - hC_{t+1})^{-\delta}}{P_{t+1}} \right\},$$

$$\beta \mathbb{E}_t \left\{ \frac{\left((C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} - \beta h (C_{t+2} - hC_{t+1})^{-\delta} \right)}{(C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta}} \frac{R_t}{\pi_{t+1}} \right\} = 1. \tag{91}$$

V poslednom kroku zlúčime podmienky (86) a (87). Ich vzájomným predelením dostaneme podmienku v tvare

$$\frac{H_t^{\psi}}{\mathbb{E}_t \left\{ (C_t - hC_{t-1})^{-\delta} - \beta h (C_{t+1} - hC_t)^{-\delta} \right\}} = \frac{1}{\kappa_H} \frac{W_t}{P_t}. \tag{92}$$

Príloha B

Optimalizácia medzivýrobcov

V Kapitole 1 sme problém medzivýrobcov charakterizovali pomocou nasledujúceho optimalizačného problému

$$\max_{K_{t-1},H_t} P_tY_t - W_tH_t - P_tR_t^kK_{t-1}.$$

Za predpokladu, použitia Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie (19) sa úloha transformuje do tvaru

$$\max_{K_{t-1},H_t} P_tA_tH_t^{1-\alpha}K_{t-1}^{\alpha} - W_tH_t - P_tR_t^kK_{t-1}.$$

Označme účelovú funkciu ako $\mathcal{F}(K_{t-1}, H_t)$. Podmienky optimality prvého rádu získame derivovaním podľa jednotlivých premenných

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial H_t} = 0 &\Rightarrow (1-\alpha)\, P_tA_tH_t^{-\alpha}K_{t-1}^{\alpha} - W_t = 0, \\
&\Rightarrow (1-\alpha)\, A_tH_t^{-\alpha}K_{t-1}^{\alpha} = \frac{W_t}{P_t}, \qquad (93) \\
\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial K_{t-1}} = 0 &\Rightarrow \alpha P_tA_tH_t^{1-\alpha}K_{t-1}^{\alpha-1} - P_tR_t^k = 0, \\
&\Rightarrow \alpha A_tH_t^{1-\alpha}K_{t-1}^{\alpha-1} = R_t^k. \qquad (94)
\end{aligned}$$

Predelením rovnice (93) rovnicou (94) dostaneme podmienku

$$H_t = K_{t-1}\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{P_tR_t^k}{W_t}. \qquad (95)$$

Na základe vzťahu (95) odvodíme podmienku pre hraničné náklady. Inšpiráciou pre toto odvodenie bola publikácia [3]. Najprv dosaďme hodnotu H_t zo vzťahu (95) do agregovanej funkcie (19) a vyjadrime hodnotu K_{t-1}

$$\begin{aligned}
Y_t &= A_tK_{t-1}^{\alpha}H_t^{1-\alpha}, \\
Y_t &= A_tK_{t-1}^{\alpha}\left(K_{t-1}\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{P_tR_t^k}{W_t}\right)^{1-\alpha}, \\
K_{t-1} &= \frac{Y_t}{A_t}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{W_t}{P_tR_t^k}\right)^{1-\alpha}. \qquad (96)
\end{aligned}$$

Dosadením (96) do (95) získame

$$H_t = \frac{Y_t}{A_t}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{W_t}{P_tR_t^k}\right)^{-\alpha}. \qquad (97)$$

Celkové náklady medzivýrobcov vieme vyjadriť v tvare

$$TC = W_t H_t + P_t R_t^k K_{t-1}. \tag{98}$$

Teraz ak dosadíme vzťahy (96) a (97) do (98) a následnou deriváciou podľa Y_t dostaneme vyjadrenie pre hraničné náklady MC_t v tvare

$$MC_t = \frac{1}{A_t} \left(\frac{W_t}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{P_t R_t^k}{\alpha} \right)^{\alpha}. \tag{99}$$

Príloha C

Nastavenie cien podľa Calva

V časti 1.2.2 sme popísali postup, ako medzivýrobcovia nastavujú ceny podľa Calva. Optimalizačný problém medzivýrobcov v tomto prípade sme reprezentovali pomocou nasledovne

$$\max_{P_t^*} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^* \Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left[\left(\frac{P_t^* \Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} - MC_{t+k} \right] \right\}, \tag{100}$$

pričom platí

$$\Psi_{t+k} = \left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k}, \tag{101}$$

$$\Lambda_{t,t+k} = \left(\frac{C_{t+k}}{C_t} \right)^{-\delta}. \tag{102}$$

Podmienku prvého rádu získame derivovaním funkcie (100) podľa premennej P_t^*. Získaný výraz položíme rovný nule a dostaneme

$$\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left[(1-\eta) P_t^{*-\eta} \left(\frac{\Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} + \eta MC_{t+k} P_t^{*-1-\eta} \left(\frac{\Psi_{t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \right] \right\} = 0.$$

Po predelení výrazom $(\eta - 1)$ a následnými úpravami dostaneme

$$\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{\Psi_{t+k} P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left[\frac{\Psi_{t+k}}{P_{t+k}} - \frac{\eta}{\eta - 1} MC_{t+k} \frac{1}{P_t^*} \right] \right\} = 0,$$

$$\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{\Psi_{t+k} P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left[\frac{\Psi_{t+k} P_t^*}{P_{t+k}} - \frac{\eta}{\eta - 1} MC_{t+k} \right] \right\} = 0,$$

$$\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t * \Psi_{t+k} P_t}{P_t P_{t+k}} \right)^{-\eta} \frac{P_t}{P_{t+k}} \left[\frac{P_t^*}{P_t} \Psi_{t+k} - \frac{\eta}{\eta - 1} MC_{t+k} \frac{P_{t+k}}{P_t} \right] \right\} = 0,$$

$$\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} \left(\frac{P_t^*}{P_t} \right)^{1-\eta} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} \Psi_{t+k}^{1-\eta} \right\} =$$

$$\frac{\eta}{\eta - 1} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k} MC_{t+k} \left(\frac{P_t^*}{P_t} \right)^{-\eta} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \Psi_{t+k}^{-\eta} \right\}.$$

Definujme $\pi_t^* = \frac{P_t^*}{P_t}$. S využitím rovnice (102) dostávame

$$\pi_t^* = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \Psi_{t+k}^{-\eta} MC_{t+k} \right\}}{\mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} \Psi_{t+k}^{1-\eta} \right\}} \tag{103}$$

Získaný vzťah (103) sa nedá implementovať v DYNARE, a treba preto zvoliť jeho prepis do rekurzívnej formy. Inšpirovali sme sa prácou [26], v ktorej autori navrhli zaviesť pomocné premenné $x_{1,t}$ a $x_{2,t}$ a hľadať pre ne rekurentný vzťah. Po aplikácii tohto postupu na vzťah (103) dostávame

$$x_{1,t} = \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \Psi_{t+k}^{-\eta} MC_{t+k} \right\}, \qquad /\Psi_{t+k} \text{ z (101)}$$

$$x_{1,t} = \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left(\left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k} \right)^{-\eta} MC_{t+k} \right\}, \quad /k = 0$$

$$x_{1,t} = C_t^{-\delta} Y_t MC_t + \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left(\left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k} \right)^{-\eta} MC_{t+k} \right\},$$

$$x_{1,t} = \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right)^{-\eta} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_{t+1}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \left(\left(\frac{P_t P_{t+k-1}}{P_t P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k} \right)^{-\eta} MC_{t+k} \right\} +$$

$$+ C_t^{-\delta} Y_t MC_t,$$

$$x_{1,t} = C_t^{-\delta} Y_t MC_t + \pi_{t+1}^{\eta} \pi_t^{-\chi\eta} \bar{\pi}^{-\eta(1-\chi)} \theta\beta x_{1,t+1}.$$

Pre $x_{2,t}$ platí

$$x_{2,t} = \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} \Psi_{t+k}^{1-\eta} \right\},$$

$$x_{2,t} = \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} \left(\left(\frac{P_{t+k-1}}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k} \right)^{1-\eta} \right\},$$

$$x_{2,t} = C_t^{-\delta} Y_t + \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\theta\beta)^k C_{t+k}^{-\delta} Y_{t+k} \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{P_{t+1}}{P_{t+k}} \right)^{1-\eta} \left(\left(\frac{P_{t+k-1}}{P_t} \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^{\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)k} \right)^{1-\eta} \right\},$$

$$x_{2,t} = C_t^{-\delta} Y_t + \pi_{t+1}^{\eta-1} \pi_t^{(1-\eta)\chi} \bar{\pi}^{(1-\chi)(1-\eta)} \theta\beta x_{2,t+1}$$

Premennú π_t^* vieme vyjadriť v tvare

$$\pi_t^* = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{x_{1,t}}{x_{2,t}}. \tag{104}$$

Príloha D

Optimalizácia finálnych výrobcov

V časti 1.2.1 sme odvodili optimalizačný problém výrobcov finálnych produktov v tvare

$$\max_{Y_t(j)} P_t \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} - \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj$$

Derivovaním podľa $Y_t(j)$ získame podmienku optimality v tvare

$$\begin{aligned}
P_t(j) &= P_t \frac{\eta}{\eta-1} \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \frac{\eta-1}{\eta} Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}-1}, \\
\frac{P_t(j)}{P_t} &= \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}-1}, \\
\left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} &= \left(\int_0^1 Y_t(j)^{\frac{\eta-1}{\eta}} dj \right)^{-\frac{\eta}{\eta-1}} Y_t(j), \\
Y_t(j) &= \left(\frac{P_t(j)}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t. \qquad (105)
\end{aligned}$$

Ak skombinujeme podmienku (105) s predpokladom o dokonalej konkurencii, z ktorej vyplýva nulovosť zisku dostávame

$$P_t Y_t = \int_0^1 P_t(j) Y_t(j) dj \; = \int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} P_t^{\eta} Y_t dj \; = P_t^{\eta} Y_t \int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj.$$

Na záver tak získame predpis pre agregovaný cenový index v tvare

$$P_t = \left(\int_0^1 P_t(j)^{1-\eta} dj \right)^{\frac{1}{1-\eta}}. \qquad (106)$$

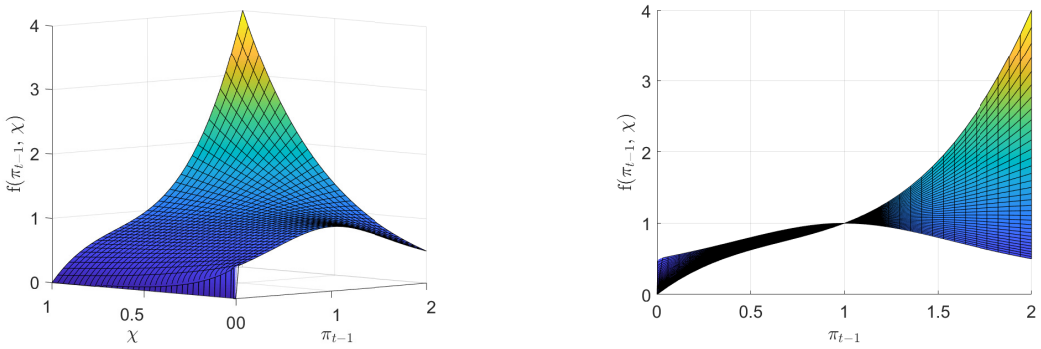
Príloha E

Výber hodnoty parametru χ

Hodnota parametru χ priamo ovplyvňuje priebeh funkcii nastavenia cien podla Calva vo všetkých prezentovaných modeloch. Pre vhodný výber hodnoty parametru χ spravíme analýzu priebehu výrazu $(\pi_{t-1}CRED_t)^{\chi}\left(\frac{\bar{\pi}}{CRED_t}\right)^{1-\chi}$, ktorým sa budú upravovať ceny z predchádzajúcej periódy P_{t-1} vo funkcii nastavenia cien podla Calva so zapracovanou funkciou kredibility (74). Tento výraz teraz zapíšme ako funkciu dvoch premenných χ a π_{t-1} ako

$$f(\pi_{t-1}, \chi) = (\pi_{t-1}CRED_t)^{\chi}\left(\frac{\bar{\pi}}{CRED_t}\right)^{1-\chi} \tag{107}$$

Obr. 12 znázorňuje priebeh funkcie $f(\pi_{t-1}, \chi)$ v trojrozmernom priestore. Keďže parameter χ reprezentuje váhu, ktorú priradia medzivýrobcovia pri nastavovaní cien inflácii z predchádzajúcej periódy, jeho hodnoty sú z intervalu $[0, 1]$. Požadovať budeme aby bola funkcia $f(\pi_{t-1}, \chi)$ na celom pozorovanom intervale rastúcou funkciou v premennej $\pi \geq 0$. Rastúcosť funkcie zabezpečí, že ceny sa zmenia medzi periódami priamo úmerne s medziročnou zmenou inflácie.

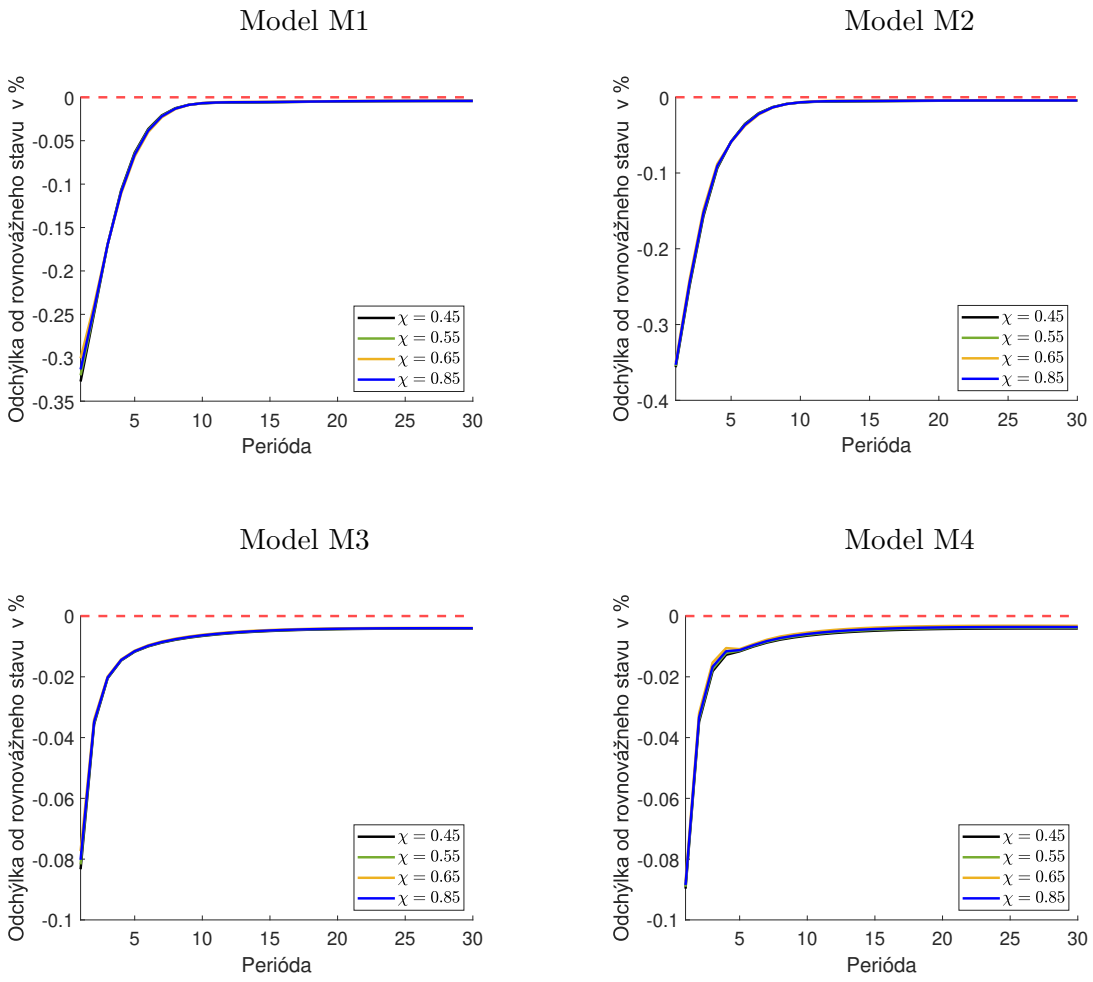


Obr. 12: Vývoj funkcie $f(\pi_{t-1}, \chi)$.

Na Obr. 12 môžeme sledovať, že funkcia $f(\pi_{t-1}, \chi)$ nie je rýdzo rastúca v premennej π_{t-1} pre všetky hodnoty parametra χ. Z tohto dôvodu musíme určiť hodnoty parametru χ, v ktorých bude podmienka rýdzo rastúcej funkcie $f(\pi_{t-1}, \chi)$ splnená. Ak bude $\frac{\partial f(\pi_{t-1},\chi)}{\partial \pi_{t-1}} > 0$, pre danú hodnotu parametru χ na celom intervale premennej π_{t-1}, tak bude platiť, že funkcia $f(\pi_{t-1}, \chi)$ je rýdzo rastúca v premennej π_{t-1}. Po derivovaní sme dostali, že vhodný interval pre parameter χ bude $[0.4143, 1]$.

Dôležité je ešte analyzovať ako nastavenie parametru χ ovplyvní impulzné odozvy premenných jednotlivých modelov. Z tohto dôvodu vykreslíme porovnanie impulzné odozvy inflácie na šok v úrokoch, pre štyri hodnoty parametru χ.

Na Obr. 13 prezentujeme že zmenou hodnoty parametru χ sa výrazne nemenia impulzné odozvy premenných. Preto predpokladáme, že pri ľubovolnej prípustnej hodnote parametru χ zostane analýza výsledkov modelu prezentovaná v Kapitole 7 nezmenená. Pri voľbe hodnoty parametru χ sme chceli dosiahnuť aby v prípade, ak bude inflácia v predchádzajúcej perióde nižšia ako inflačný cieľ, bude výraz $(\pi_{t-1}CRED_t)^{\chi}\left(\frac{\bar{\pi}}{CRED_t}\right)^{1-\chi}$, klesať pomalšie od hodnoty inflačného cieľa, ako bude rásť v prípade ak inflácia v predchádzajúcej perióde bude nad hodnotou inflačného cieľa. Parameter χ sme nastavili na hodnotu $\frac{3}{4}$. Táto hodnota podporuje aktualizovanie cien pomocou inflácie z minulej periódy.



Obr. 13: Podmienené rozloženie variancie ročnej miery inflácie.

Príloha F

Implementácia modelu v DYNARE

V tejto kapitole popíšeme spôsob, akým sme model (52) implementovali v programovacom jazyku DYNARE. DYNARE je jednou z knižníc MATLAB-u a slúži špeciálne na riešenie, simuláciu a odhad očakávaní agentov v DSGE modeloch.

Prvým krokom pri implementácii modelu v DYNARE je rozdelenie premenných modelu na endogénne a exogénne premenné. Endogénne premenné vpíšeme do bloku `var;`

```
var C (long_name='spotreba domácností')
    ...
    W (long_name='nominálne  mzdy');
```

Šoky modelu definujeme v bloku `varexo;`

```
varexo eps_g (long_name='vládny šok')
       ...
       eps_p (long_name='cenový šok');
```

V úvodnej časti programu a v časti `parameters` špecifikujeme parametre modelu, ktorým neskôr pridáme aj požadovanú hodnotu

```
parameters beta   (long_name='diskontný faktor')
           ...
           rho_r  (long_name='vyhladzovanie úrokových mier');

           beta = 0.9919
           ...
           rho_r=0.29;
```

Následne do bloku `model;` vpíšeme všetky rovnice odvodeného modelu

```
model;
   [name='produkčná funkcia']
   Y=(A*(H)^(1-alpha)*K(-1)^alpha)/VP;
   ...
   [name='nastavenie cien podľa Calva']
   Pi_hat=eta/(eta-1)*x1/x2;
end;
```

Podmienkou existencie riešenia modelu, je, že počet premenných musí byť rovnaký ako počet rovníc. V prvom kroku vypočítame deterministický rovnovážny stav modelu

(52). Pre niektoré modely, pri vhodnej voľbe počiatočných hodnôt hľadaných premenných, DYNARE dokáže vypočítať hodnoty v rovnovážnom stave z pôvodnej formulácie modelu. Avšak kvôli komplexnosti modelu (52) sme v našom prípade nevyužili numerické riešenie pre určenie deterministického rovnovážneho stavu. Využili sme možnosť zadať analyticky odvodený deterministický rovnovážny stav. Do časti kódu `steady_state_model;` sme zadali analytické odvodenie deterministického rovnovážneho stavu z časti 2.2

```
steady_state_model;
   R_k=(Q-beta*(1-gamma)*Q)/beta;
   ...
   H=1/3;
end;
```

Pre odhad hodnôt štandardných odchýlok šokov najprv v časti `varobs;` definujeme premenné Y_t, C_t, R_t a G_t, ktoré nám poslúžia na odhad momentov slúžiacich na správny odhad týchto štandardných odchýlok. V bloku `estimated_paramars_init()` je nastavenie prvotných odhadov pre odchýlky šokov

```
varobs Y Pi R G;
estimated_params;
   stderr eps_g,   0.01;
   ...
   stderr eps_p,   0.01;
end;
estimated_params_init(use_calibration);
end;
```

Následne po definovaní momentov v časti `matched_moments;` využijeme funkciu, `method_of_moments()`. Pomocou nej aplikujeme SMM metódu pre odhadnutie štandardných odchýlok

```
matched_moments;
   Pi*Pi;
   ...
   G*G;
end;
method_of_moments(method=SMM,...
                  order =2);
```

Na záver použijeme funkciu `stoch_simul()`. Táto funkcia vytvorí Taylorovu aproximáciu modelu v okolí jeho rovnovážneho stavu a potom pomocou stochastických simulácií určí funkcie impulznej odozvy (z angl. *impulse response functions*). Vďaka analýze funkcii

impulznej odozvy budeme schopní pozorovať, ako budú vybrané premenné modelu reagovať na vzniknuté šoky v ekonomike. Funkcie impulznej odozvy sme vykreslili pre 32 časových období, pričom jedna perióda zodpovedá jednému štvrťroku. Funkcia `stoch_simul()` ponúka možnosť aproximácie modelu pomocou prvého druhého alebo tretieho rádu Taylorovho polynómu. My sme zvolili aproximáciu druhým rádom Taylorovho pylonómu. Impulzné odozvy sú v tomto prípade tvorené priemerom impulzívnych odoziev z viacerých stochastických simulácií. Vďaka druhému rádu aproximácie dokážeme tiež pozorovať rozdiel medzi stochastickým a deterministickým rovnovážnym stavom. Tento rozdiel sa dá tiež reprezentovať ako „preventívny vankúš“, ktorí si agenti ekonomiky vytvoria aby v prípade veľkého šoku do ekonomiky neutrpeli ich reakcie neboli príliš explozívne. Keďže sú finálne impulzné odozvy tvorené z priemeru jednotlivé impulzné odozvy, ktoré vznikli pomocou náhodnej generácie šokov z normálneho rozdelenia, dá sa predpokladať, že sa bude ich tvar líšiť. Z tohto dôvodu sme nastavili hodnotu vstupného parametru funkcie `stoch_simul()` s názvom `replic` na hodnotu 2000. Parameter `replic` reprezentuje množstvo vygenerovaných časových radov, z ktorých sa počíta priemerná impulzná odozva. Pri generácií 2000 časových radov už budú výsledné impulzné odozvy dostatočne stabilné.

Pre viac detailov o programe DYNARE odporúčame priložený manuál [8].