UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY



OPTIMÁLNE RIADENIE FLEXIBILITY NA KRÁTKODOBOM TRHU S ELEKTRICKOU ENERGIOU

DIPLOMOVÁ PRÁCA

2025 Bc. Matej FARSKÝ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

OPTIMÁLNE RIADENIE FLEXIBILITY NA KRÁTKODOBOM TRHU S ELEKTRICKOU ENERGIOU

DIPLOMOVÁ PRÁCA

Študijný program:	ekonomicko-finančná matematika a modelovanie
Študijný odbor:	matematika
Školiace pracovisko:	Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci práce:	doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr.

Bratislava 2025 **Bc. Matej FARSKÝ**





Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Bc. Matej Farský
Študijný program: ekonomicko-finančná matematika a modelovanie (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)
Študijný odbor: matematika
Typ záverečnej práce: diplomová
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Optimálne riadenie flexibility na krátkodobom trhu s elektrickou energiou
Optimal management of flexibility in the short-term electricity market

Anotácia: Výrazný nárast využívania obnoviteľných zdrojov v posledných rokoch negatívne ovplyvnil predvídateľnosť výroby elektrickej energie. Flexibilné zdroje, akými sú napríklad prečerpávacie vodné elektrárne alebo batériové úložiská, sú schopné prebytočnú, resp. chýbajúcu elektrickú energiu spracovať, a tým zabezpečiť bezpečnosť a stabilitu siete. V minulosti sa takéto zdroje využívali najmä pri obchodovaní na trhu s podpornými službami (tzv. Služba na zabezpečenie bezpečnosti a stability siete) a na spotovom trhu (obchodovanie na jeden deň dopredu, tzv. spotový trh). Avšak nárast nepredvídateľnosti výroby si vynútil reformu v pravidlách obchodovania (napr. skrátenie obchodnej periódy na spotovom trhu či reforma trhu s regulačnou elektrinou) a vznik nových trhov (tzv. Intraday trh, resp. rôzne druhy aukcií). Diplomová práca bude primárne zameraná na optimalizáciu a obchodovanie flexibility na nových trhoch, na ktorých sa s elektrickou energiou obchoduje na kratšom časovom horizonte ako na spotovom trhu.

Vedúci: doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr.
Katedra: FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Vedúci katedry: doc. Mgr. Igor Melicherčík, PhD.

Dátum zadania: 11.01.2024

Dátum schválenia: 25.01.2024 prof. RNDr. Daniel Ševčovič, DrSc.
garant študijného programu

.....
študent

.....
vedúci práce

Poďakovanie

Touto cestou sa chcem poďakovať mojej vedúcej diplomovej práce doc. RNDr. Zuzane Chladnej, Dr. za jej ochotu, dohľad nad odbornosťou a za podnetné pripomienky, ktoré mi pomohli pri písaní tejto práce. Ďakujem aj Mgr. Adamovi Fajkusovi za konzultácie, pohľad z praxe a za poskytnutie trhových dát.

Abstrakt

FARSKÝ, Matej: Optimálne riadenie flexibility na krátkodobom trhu s elektrickou energiou [Diplomová práca], Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky; školiteľ: doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr., Bratislava, 2025, 58 s.

V tejto práci sa zaoberáme hľadaním optimálneho spôsobu obchodovania s batériou na vnútrodennom trhu s elektrickou energiou. K problému pristúpime z pohľadu majiteľa batérie, ktorý chce dosiahnuť maximálny zisk z obchodovania počas vopred daného časového obdobia. Predstavíme matematický model, do ktorého zapracujeme všetky relevantné technické obmedzenia. V práci predstavíme tri numerické prístupy na hľadanie optimálneho spôsobu nabíjania a vybíjania batérie: cyklový algoritmus, transformáciu na úlohu zmiešaného celočíselného lineárneho programovania a prediktívne riadenie s modelom.

V numerickej časti práce porovnáme jednotlivé prístupy na dátach maďarského HUPX vnútrodenného trhu. Porovnávacím kritériom bude dosiahnutý kumulatívny zisk počas zvoleného obchodovacieho dňa a mesiaca. Výsledky demonštrujú, že na vnútrodennom trhu je možné niekoľkonásobne navýšiť zisk z obchodovania s batériou oproti spotovému trhu. V závere práce predstavíme výsledky analýzy citlivosti vzhľadom na vstupné parametre modelu.

Kľúčové slová: Vnútrodenný trh, Flexibilita, Cyklový algoritmus, Zmiešané celočíselné lineárne programovanie, MILP, Prediktívne riadenie s modelom, MPC

Abstract

FARSKÝ, Matej: Optimal management of flexibility in the short-term electricity market [Master's thesis], Comenius University Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Applied Mathematics and Statistics; Supervisor: doc. RNDr. Zuzana Chladná, Dr., Bratislava, 2025, 58 p.

In this thesis, we focus on finding the optimal way of trading with battery on the Intraday electricity market. We approach the problem from the point of view of a battery owner, who wants to achieve the maximum profit from trading during a given period of time. We introduce mathematical model, in which we incorporate all relevant technical constraints. In the thesis we introduce three numerical approaches to the finding of optimal way of charging and discharging of battery: Cycle algorithm, transformation to the problem of mixed integer linear programming and Model predictive control.

In the numerical part of the thesis, we compare the approaches on data from Hungarian HUPX Intraday market. The comparison criterion is a cumulative profit during the chosen trading day and month. The results demonstrate that it is possible to increase several times the profit from trading with battery on the Intraday market in comparison with the spot market. At the end of our thesis, we introduce the results of sensitivity analysis regarding the input parameters of the model.

Keywords: Intraday market, Flexibility, Cycle algorithm, Mixed integer linear programming, MILP, Model predictive control, MPC

Obsah

Úvod **7**

1 Úvod do problematiky **9**

1.1 Vnútrodenný trh (Intraday market) 9

1.1.1 Cezhraničný vnútrodenný trh 10

2 Modelovanie flexibility pri obchodovaní s batériou **12**

2.1 Základný model 12

2.2 Modifikácie modelu 15

2.3 Finálny model 16

2.4 Model zohľadňujúci budúce časy obchodovania 17

3 Modelovanie cien elektriny na vnútrodennom trhu **22**

3.1 Dáta z vnútrodenného trhu 22

3.1.1 Interpolácia dát 23

3.2 Charakteristika cien na vnútrodennom trhu 23

3.3 Predikčný model 25

4 Optimalizačné techniky **29**

4.1 Cyklový algoritmus 29

4.2 Zmiešané celočíselné lineárne programovanie 31

4.2.1 Implementácia MILP modelov 31

4.3 Prediktívne riadenie s modelom 32

4.3.1 Implementácia MPC modelu 33

4.4 Benchmark model 35

5 Výsledky numerických experimentov **36**

5.1 Obchodovanie podľa cyklového algoritmu 36

5.2 Obchodovanie podľa MILP modelov 38

5.2.1 Výsledky pomocou základného modelu 38

5.2.2 Výsledky pomocou modelu s obmedzením obchodovateľnosti 39

5.2.3 Výsledky pomocou finálneho modelu 40

5.3 Obchodovanie podľa MPC modelu 40
5.3.1 Kvalita predikčného modelu 41
5.3.2 Výsledky pomocou modelu zohľadňujúceho budúce časy obchodovania 42
5.4 Obchodovanie podľa benchmark modelu 43
5.5 Porovnanie modelov 43
5.5.1 Porovnanie dňa 4.6.2023 43
5.5.2 Porovnanie mesiaca jún 2023 45
5.6 Analýza citlivosti 47

Záver **49**

Zoznam použitej literatúry **52**

Príloha A **54**

Úvod

V súčasnosti si už život bez elektrickej energie ani nevieme predstaviť. Dopyt po elektrickej energii neustále rastie, čo si vynucuje hľadanie nových a hlavne udržateľných spôsobov získavania elektrickej energie. Obnoviteľné zdroje majú jednu zásadnú nevýhodu, a tou je závislosť od prírody (voda, vietor, slnko), ktorá robí ich výrobu ťažko predikovateľnou. Častejšie fluktuácie v sieti, ktoré vznikajú ako dôsledok odchýlok od plánovanej produkcie pri využití obnoviteľných zdrojov (solárne a veterné elektrárne) si vynútili vznik tzv. vnútrodenného trhu. Na tomto trhu sa môže elektrina obchodovať ešte aj v deň dodania, aby bolo možné vyrovnať rozdiely medzi očakávanou a reálnou produkciu elektrickej energie. Súbežne došlo k rozvoju technológií na stabilizáciu siete, ktoré umožňujú krátkodobo uskladniť určité množstvo elektrickej energie v čase, keď je jej prebytok v sieti, a dodať elektrinu do siete v časoch neočakávaných výpadkov či zníženia produkcie. Medzi ne patrí prečerpávacia vodná elektráreň alebo práve nami skúmaná batéria.

V oblasti obchodovania na vnútrodennom trhu v súčasnosti prebieha aktívny výskum. V práci [2] sa autori zaoberajú problémom minimalizácie nákladov súvisiacich s nerovnováhou medzi množstvom vyrábanej a požadovanej elektrickej energie zo strany producenta. Spojitý model obchodovania vyprodukovanej elektriny pomocou stochastických diferenciálnych rovníc možno nájsť v [5], kde autori aplikujú Hamilton-Jacobi-Bellmanovu rovnicu na nájdenie riešenia vzhľadom na tzv. permanentne ovplyvňované stredné ceny (permanently impacted mid prices). Optimalizáciu obchodovania s batériou na írskom I-SEM (Integrated single electricity market) trhu rieši [12], kde sa optimalizujú faktory trhovej účasti na dosiahnutie maximálnych trhových výnosov.

V [20] sa autori venujú optimálnemu využívaniu batérií v rezidenčnej mikrosieti. Ide o situáciu, keď každý rezident vlastní zdroj obnoviteľnej elektrickej energie a zároveň batériu. Predikuje sa produkcia elektriny a rieši sa problém optimálneho využívania batérií v sieti na uskladňovanie a dodávku elektrickej energie. Predikcie sa využívajú aj v [13] na optimálne obchodovanie s elektrickou energiou. Autori rozdeľujú elektrinu na tri triedy podľa zdroja, miesta produkcie a reputácie majiteľa, aby hľadali optimálny spôsob uspokojenia konzumentov s rôznymi preferenciami. Optimálnu stratégiu paralelného obchodovania na spotovom trhu s elektrickou energiou a na trhu s podpornými službami rieši [15] pomocou stochastického ekonomického prediktívneho riadenia s modelom. Ide o pre-

dikovanie situácie na oboch trhoch a nájdenie riešenia, ktoré navýši zisk a zredukuje degradáciu úložiska elektrickej energie.

Vnútrodenný trh sa stal nevyhnutnou súčasťou obchodovania s elektrickou energiou, ale nevie sa, ako na ňom optimálne obchodovať s nástrojmi podporných služieb vzhľadom na aktuálne, ale aj budúce ceny elektriny.

Preto cieľom tejto práce je v prvom rade modelovo popísať fungovanie flexibility a obchodovanie jej kapacity, prispôsobiť model, aby čo najviac reflektoval realitu na trhu, a následne vyriešiť, ako optimálne obchodovať kapacitu batérie s ohľadom na jej technické obmedzenia a aktuálne trhové ceny pomocou novovytvoreného modelu. Ďalej je cieľom predikovať budúce ceny a zohľadniť ich v optimalizácii pomocou prediktívneho riadenia s modelom.

Táto práca sa delí na päť kapitol. V prvej kapitole vysvetlíme fungovanie batérie a vnútrodenného trhu. Druhá kapitola obsahuje formulácie matematických modelov popisujúcich obchodovanie s batériou a ich modifikácie. Charakteristika obchodovaných cien a ich modelovanie sa nachádza v tretej kapitole. V štvrtej kapitole uvedieme optimalizačné techniky využité na výpočty a v poslednej kapitole prinesieme výsledky numerických experimentov a ich porovnanie.

1 Úvod do problematiky

Batérie sa na uskladnenie elektrickej energie používali už od 19. storočia. Avšak až s dopytom po čistej energii produkovanej z obnoviteľných zdrojov došlo k významnému rozvoju systémov na uskladnenie elektrickej energie.

V tejto práci pod pojmom *batéria* budeme rozumieť veľkokapacitné úložisko elektrickej energie. Batériu primárne charakterizujeme jej kapacitou, tj. množstvom elektrickej energie, ktoré je možné v nej uskladniť/dodať počas daného časového intervalu. Typická batéria používaná v energetickom priemysle má kapacitu udávanú v kWh (kilowatthodina) alebo v MWh (megawatthodina).

Batérie zohrávajú dôležitú úlohu pri stabilizácii dodávok elektrickej energie. Umožňujú uskladniť nadbytočnú energiu z obnoviteľných zdrojov, ktorých výroba je závislá od počasia. V prípade výpadku výroby či neočakávaného zvýšenia dopytu môžu majitelia batérií odpredať uskladnenú energiu. Cieľom majiteľa batérie je hľadanie efektívnej obchodovacej stratégie, ktorej základným princípom je nabíjanie batérie pri nízkych cenách a predávanie uloženej energie pri vysokých cenách.

V Európe prebieha obchodovanie s elektrickou energiou na troch úrovniach. Prvou úrovňou je forwardový trh. Na tomto trhu sa uzatvárajú obchody vzhľadom na dlhodobé stratégie a partnerské zmluvy. Druhou úrovňou je spotový trh. Spotový trh funguje formou aukcie. Tento trh slúži na úpravu dlhodobých pozícií deň pred dodaním elektrickej energie. Poslednou úrovňou je vnútrodenný trh. Úlohou tohto trhu je obchodovanie s elektrickou energiou v deň doručenia. Účastníci trhu sa neustálym prispôsobovaním svojich ponúk a dopytov snažia znížiť nerovnováhu medzi ponukou a dopytom. Podľa analýzy v práci [7] má obchodovanie s batériou na vnútrodennom trhu potenciál na dosiahnutie vysokých ziskov. Fungovanie vnútrodenného trhu bližšie popíšeme v nasledujúcej časti.

1.1 Vnútrodenný trh (Intraday market)

Vnútrodenný trh (VDT) je priebežný trh, ktorý je posledný spomedzi trhov s elektrickou energiou, na ktorom sa dá obchodovať pred dodaním elektriny. Začína sa na ňom obchodovať po tom, ako sa uzavrie spotový trh (nazývaný aj trh na deň dopredu). Vnútrodenný trh sa štandardne uzatvára 15, 30 alebo 60 minút pred časom dodania. Každých 15 minút

dňa sa obchoduje samostatne. V energetike sa tieto 15-minútové úseky nazývajú periódy. Napríklad elektrická energia predaná na 80. periódu musí byť dodaná v 15-minútovom úseku medzi 19:45 a 20:00. Pokiaľ sú po uzavretí VDT ešte stále nezrovnalosti medzi dopytom a ponukou, zvyšný čas do dodania slúži na to, aby ich prevádzkovateľ prenosovej sústavy vyrovnal pomocou zmluvných poskytovateľov vyvažovacích služieb.

Na vnútrodennom trhu sa obchoduje nasledujúcim spôsobom. Registrovaní účastníci trhu môžu v ľubovoľnom okamihu zadávať svoje objednávky (orders). Každá objednávka obsahuje nasledujúce charakteristiky:

- informácia, či ide o nákup (bid) alebo predaj (ask),
- cena a množstvo objednanej energie a
- perióda, na ktorú sa objednávka vzťahuje.

Jednotlivé objednávky sa zverejňujú v tzv. knihe objednávok (order book). V danom časovom okamihu je teda možné zobchodovať ľubovoľnú objednávku uvedenú v knihe objednávok, t.j. je možné paralelne nakupovať aj predávať na všetky periódy, na ktoré sú objednávky zaevidované.

Pre periódu t cena p_t^{ask} predstavuje najnižšiu cenu, za ktorú je niektorý z dodávateľov ochotný predať elektrickú energiu. Podobne, cena p_t^{bid} predstavuje najvyššiu cenu, za ktorú je niektorý z kupcov ochotný nakúpiť elektrickú energiu na periódu t. Ceny na vnútrodennom trhu sa uvádzajú v jednotkách meny za jednotku kapacity batérie, v prípade tejto práce v EUR/MWh. Keď sa nakúpi kapacita batérie na nejakú periódu, znamená to, že sa batéria počas tejto periódy bude nabíjať. V prípade predaja kapacity ide o vybíjanie batérie. Po uzavretí obchodu sa zobchodovaná kapacita pre účely ďalšieho obchodovania stáva vopred zobchodovanou kapacitou na danú periódu.

1.1.1 Cezhraničný vnútrodenný trh

V Európe sa v súčasnosti podľa [11] nachádza 38 energetických búrz, na ktorých sa obchoduje s elektrickou energiou. V snahe o európsku integráciu vznikol v roku 2014 projekt North-Western Europe (NWE), ktorý začal prepájať trhy s elektrickou energiou v severnej a západnej časti Európy. Postupne sa do tohto projektu zapojil aj zvyšok Európy, a tak vznikli jednotné cezhraničné trhy.

V roku 2018 vznikol v Európe cezhraničný vnútrodenný trh (XBID), ktorého cieľom je prepájať lokálne vnútrodenné trhy, a tak vytvárať jednotný integrovaný európsky vnútrodenný trh. Existencia cezhraničného vnútrodenného trhu umožňuje napríklad spárovať dopyt na nemeckom trhu s ponukou na belgickom trhu.

Súčasťou XBID trhu je aj maďarský HUPX vnútrodenný trh, ktorým sa v práci budeme bližšie zaoberať. Tento trh má dva časy uzavretia. Prvý je 60 minút pred časom dodania, keď sa uzatvára hranica. Odvtedy už nie je možné obchodovať cezhranične, iba na lokálnej úrovni. Následne sa 15 minút pred dodaním uzavrie aj lokálny vnútrodenný trh. Vzhľadom na to, že maďarský trh je malý a neprebieha na ňom veľa lokálnych obchodov, v práci budeme predpokladať, že vnútrodenný trh sa uzatvára 60 minút pred časom dodania.

2 Modelovanie flexibility pri obchodovaní s batériou

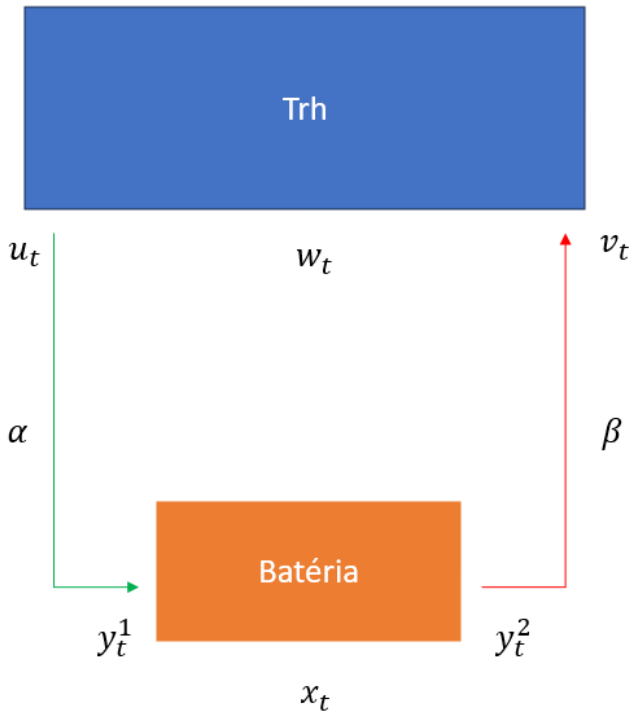
Obchodovanie s batériou na vnútrodennom trhu s elektrickou energiou popíšeme z pohľadu majiteľa batérie, ktorého cieľom je maximalizovať zisk. Nakoľko ide o komplexný problém stochastického dynamického programovania s viacerými ohraničeniami na riadiace a stavové premenné, pristúpime k formulácii v niekoľkých krokoch.

2.1 Základný model

V prvom kroku popíšeme problematiku obchodovania s batériou osobitne len v jednom časovom okamihu. Počet periód, na ktoré je možné uskutočniť obchod, označíme n. Budeme predpokladať, že majiteľ batérie pozná súčasnú cenu elektrickej energie p_t na všetky periódy $0, \ldots, n-1$. Jeho cieľom je uskutočniť také obchody, ktoré povedú k dosiahnutiu maximálneho zisku z obchodovania v danom časovom okamihu. Rozhodnutie o statuse batérie počas periódy t budeme reprezentovať pomocou riadiacej premennej w_t. Ide o binárnu premennú, ktorá nadobúda hodnotu 1, ak sa rozhodneme nabíjať batériu, a hodnotu 0, ak rozhodnutie je vybíjať batériu. Takéto nastavenie nám zabezpečuje, že nie je možné nabíjať aj vybíjať batériu naraz. Rozhodnutie nerobiť nič dosiahneme tým, že na danú periódu budeme mať nakúpené aj predané nulové množstvo. Riadiaca premenná u_t stanovuje množstvo nakupovanej a v_t predávanej kapacity na periódu t. Stavová premenná x_t vyjadruje stav naplnenosti batérie pred periódou t a stavové premenné y_t^1, resp. y_t^2 popisujú celkové množstvo nabíjanej a vybíjanej kapacity do periódy t. Pri nabíjaní a vybíjaní batérie sa časť elektrickej energie spotrebúva, čo vyjadríme pomocou koeficientov účinnosti nabíjania (α) a vybíjania (β).

Základnú schému obchodovania s batériou sme graficky znázornili na Obr. 1. Zelená šípka reprezentuje nákup elektrickej energie, tj. nabíjanie batérie s koeficientom účinnosti α. Červená šípka vyjadruje predaj elektrickej energie, čiže vybíjanie batérie s koeficientom účinnosti β. Obchodovanie na trhu je v hornej časti Obr. 1 reprezentované riadiacimi premennými. Riadiaca premenná w_t vyjadruje rozhodnutie, či nabíjať alebo vybíjať, a premenné u_t a v_t značia rozhodnutie o množstve nakupovanej, resp. predávanej kapacity batérie. V dolnej časti Obr. 1 je stav naplnenosti batérie reprezentovaný pomocou stavovej premennej x_t a celkové množstvo nabíjanej, resp. vybíjanej kapacity pomocou stavových

premenných y_t^1 a y_t^2.



Obr. 1: Schéma obchodovania s batériou podľa základného modelu

Technické obmedzenia/ohraničenia Pri obchodovaní s batériou je nutné zohľadniť nasledujúce technické obmedzenia:

- *Kapacita batérie* je meradlom množstva elektrickej energie, ktoré je možné na nej uchovávať. Označme maximálnu kapacitu symbolom U_x a minimálnu L_x. Stav batérie v ľubovoľnom okamihu sa musí nachádzať medzi týmito dvomi hodnotami, tj. $L_x \leq x_t \leq U_x$.

- *Predošlé obchody* Obchody na vnútrodennom trhu prebiehajú postupne. Na zabezpečenie dodržania ohraničení na kapacitu batérie je potrebné zohľadniť zobchodovanú kapacitu batérie v predchádzajúcich časových okamihoch. Predošle nakupovanú kapacitu na periódu t označíme symbolom b_t a predošle predávanú kapacitu d_t.

- *Výkon batérie* určuje, koľko elektrickej energie dokáže batéria viesť naraz. Udáva sa v MW (megawatt). Od výkonu batérie závisí, aké množstvo kapacity je možné nabiť

alebo vybiť za jednu periódu. Označme maximálnu nabíjanú kapacitu symbolom U_u a maximálnu vybíjanú kapacitu U_v. Ak obchodník rozhodne, že sa bude batéria počas periódy t nabíjať, nemôže nakúpiť elektrickú energiu tak, aby spolu s predošle nakupovanou kapacitou presiahla hodnotu U_u, t.j. $u_t + b_t \leq w_t U_u$. Podobne, ak obchodník rozhodne, že sa bude batéria počas periódy t vybíjať, nemôže predať elektrickú energiu tak, aby spolu s predošle predávanou kapacitou presiahla hodnotu U_v, t.j. $v_t + d_t \leq (1 - w_t)U_v$. Ak obchodník zmení rozhodnutie z nabíjania na vybíjanie počas periódy t, musí odpredať predošle nakupovanú kapacitu na periódu t, t.j. $u_t = -b_t$ a predať požadované množstvo v_t. Analogicky to platí aj pre zmenu vybíjania na nabíjanie batérie. Matematicky môžeme tieto požiadavky zapísať v tvare $0 \leq u_t + b_t$, resp. $0 \leq v_t + d_t$.

- *Počet cyklov* Pod pojmom *cyklus batérie* rozumieme situáciu, keď sa na batérii nabije a vybije množstvo kapacity rovné maximálnemu rozpätiu, t.j. $U_x - L_x$. Ohraničenie na počet cyklov slúži na šetrnejšie zaobchádzanie s batériou. Označme maximálny povolený počet cyklov na batérii symbolom c. Množstvo nabíjanej a vybíjanej kapacity batérie počas celého dňa nesmie prekročiť maximálny povolený počet cyklov, t.j. $y_n^1 \leq c(U_x - L_x)$ a $y_n^2 \leq c(U_x - L_x)$.

- *Koncový stav batérie* Zavedenie podmienky na koncový stav a_n nám umožňuje špecifikovať požiadavku na stav batérie na začiatku ďalšieho rozhodovacieho obdobia. Kapacita batérie po poslednej perióde musí byť rovná žiadanému koncovému stavu, t.j. $x_n = a_n$.

Ako sme už spomenuli, cieľom obchodovania s batériou je maximalizovať zisk počas celého plánovacieho obdobia. Celkový zisk je daný súčtom zisku z obchodovania na jednotlivé periódy. Zisk z obchodovania na periódu t vyjadríme ako $p_t(v_t - u_t)$, kde p_t je aktuálna cena na periódu t. Berúc do úvahy, že sa na dané periódy už v minulosti obchodovalo, hodnota účelovej funkcie vyjadruje prírastok zisku oproti predošlému obchodu. Formálne môžeme model obchodovania s batériou na vnútrodennom trhu s elektrickou energiou zapísať nasledovne

$$\max \sum_{t=0}^{n-1} p_t(v_t - u_t) \tag{1}$$

$$x_{t+1} = x_t + \alpha(u_t + b_t) - \frac{1}{\beta}(v_t + d_t) \tag{2}$$

$$y^1_{t+1} = y^1_t + \alpha(u_t + b_t) \tag{3}$$

$$y^2_{t+1} = y^2_t + \frac{1}{\beta}(v_t + d_t) \tag{4}$$

$$x_0 = a_0 \tag{5}$$

$$y^1_0 = 0 \tag{6}$$

$$y^2_0 = 0 \tag{7}$$

$$x_n = a_n \tag{8}$$

$$y^1_n \leq c(U_x - L_x) \tag{9}$$

$$y^2_n \leq c(U_x - L_x) \tag{10}$$

$$L_x \leq x_t \leq U_x, \text{ pre } t = 0, ..., n \tag{11}$$

$$0 \leq u_t + b_t \leq w_t U_u, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \tag{12}$$

$$0 \leq v_t + d_t \leq (1 - w_t)U_v, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \tag{13}$$

$$w_t \in \{0, 1\}, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \tag{14}$$

Rovnica (1) vyjadruje funkciu zisku, ktorú chceme maximalizovať. Rovnice (2)–(4) reprezentujú dynamiku stavových premenných v závislosti od rozhodnutí o obchodovaní. Počiatočné a koncové podmienky pre stavové premenné sú uvedené v rovniciach (5)–(10). Podmienky (11)–(14) vyjadrujú ohraničenia na stavové a riadiace premenné.

2.2 Modifikácie modelu

Základný model zachytáva dynamiku obchodovania kapacity batérie, ale ešte nie je vhodný na použitie pri reálnom obchodovaní, lebo nereflektuje presne situáciu na trhu. Pri obchodovaní sa môže stať, že v niektorých časových okamihoch sa nebude dať obchodovať na všetky periódy. Navyše, na vnútrodennom trhu sú rôzne ceny nákupu a predaja. Potrebné sú preto dve modifikácie, ktoré priblížia model k realite.

Prvou modifikáciou je zohľadnenie faktu, že v jednom momente nie je možné robiť obchody na všetky periódy. Pokiaľ na nejakú periódu nie je dopyt alebo ponuka zaevidovaná v knihe objednávok, nemôže dojsť k obchodu a tá perióda je v danom momente neobchodovateľná. Napríklad, ak je 3:00 ráno, tak pravdepodobne nepôjde obchodovať

na 20:30, lebo producenti elektrickej energie ešte nevedia, či budú vedieť v tejto perióde dodávať vopred dohodnuté množstvo elektriny alebo nie, a preto nebudú mať ešte záujem na tú periódu obchodovať na vnútrodennom trhu. Túto skutočnosť ošetríme pridaním parametra r_t, ktorý vyjadruje, či je perióda t obchodovateľná alebo nie, a nasledujúcou modifikáciou podmienok (12) a (13) do tvaru

$$0 \leq u_t + b_t r_t \leq w_t r_t U_u, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \tag{15}$$

$$0 \leq v_t + d_t r_t \leq (1 - w_t) r_t U_v, \text{ pre } t = 0, ..., n-1. \tag{16}$$

Druhá modifikácia spočíva v úprave účelovej funkcie (1). Ako sme uviedli v časti 1.1, na vnútrodennom trhu je možné nakupovať a predávať za inú cenu. Pre cenu nákupu (p_t^{ask}) a predaja (p_t^{bid}) na periódu t z princípu bezarbitráže platí vzťah $p_t^{bid} \leq p_t^{ask}$. Zakomponovaním rôznych cien predaja a nákupu do modelu dostávame modifikovanú účelovú funkciu v tvare

$$\max \sum_{t=0}^{n-1} p_t^{bid} v_t - p_t^{ask} u_t. \tag{17}$$

Podobnú úpravu je potrebné vykonať v ohraničeniach (15) a (16). Obmedzenie obchodovateľnosti na periódu t sa rozdelí na obmedzenie nakupovateľnosti r_t^{ask} za cenu p_t^{ask} a obmedzenie predávateľnosti r_t^{bid} za cenu p_t^{bid}, čím sa ohraničenia (15) a (16) modifikujú do tvaru

$$0 \leq u_t + b_t r_t^{ask} \leq w_t r_t^{ask} U_u, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \tag{18}$$

$$0 \leq v_t + d_t r_t^{bid} \leq (1 - w_t) r_t^{bid} U_v, \text{ pre } t = 0, ..., n-1. \tag{19}$$

2.3 Finálny model

Zapracovaním oboch modifikácií dostávame formuláciu finálneho modelu.

$$
\begin{aligned}
&\max \sum_{t=0}^{n-1} p_t^{bid} v_t - p_t^{ask} u_t \\
&x_{t+1} = x_t + \alpha(u_t + b_t) - \frac{1}{\beta}(v_t + d_t) \\
&y_{t+1}^1 = y_t^1 + \alpha(u_t + b_t) \\
&y_{i+1}^2 = y_t^2 + \frac{1}{\beta}(v_t + d_t) \\
&x_0 = a_0, y_0^1 = 0, y_0^2 = 0 \\
&x_n = a_n \\
&y_n^1 \leq c(U_x - L_x) \\
&y_n^2 \leq c(U_x - L_x) \\
&L_x \leq x_t \leq U_x, \text{ pre } t = 0, ..., n \\
&0 \leq u_t + b_t r_t^{ask} \leq w_t r_t^{ask} U_u, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \\
&0 \leq v_t + d_t r_t^{bid} \leq (1 - w_t) r_t^{bid} U_v, \text{ pre } t = 0, ..., n-1 \\
&w_t \in \{0, 1\}, \text{ pre } t = 0, ..., n-1
\end{aligned}
\tag{20}
$$

Kvôli prehľadnosti sme význam stavových premenných prehľadne zhrnuli do Tabuľky 1, riadiacich premenných do Tabuľky 2 a význam vstupných parametrov modelu sme zhrnuli do Tabuľky 3.

Symbol	Popis	Jednotka
w_t	status batérie počas periódy t (1 - nabíjanie, 0 - vybíjanie)	-
u_t	nakupovaná kapacita na periódu t	MWh
v_t	predávaná kapacita na periódu t	MWh

Tabuľka 1: Riadiace premenné v modeli (20)

2.4 Model zohľadňujúci budúce časy obchodovania

Model predstavený v časti 2.3 hľadá optimálny spôsob obchodovania s batériou len k súčasnému okamihu, v ktorom sú ceny na všetky periódy známe. Pri zmene cien na trhu je

Symbol	Popis	Jednotka
x_t	naplnená kapacita batérie pred periódou t	MWh
y_t^1	celková nabitá kapacita na batérii do periódy t	MWh
y_t^2	celková vybitá kapacita na batérii do periódy t	MWh

Tabuľka 2: Stavové premenné v modeli (20)

Symbol	Popis	Jednotka
p_t^{ask}	cena nákupu na periódu t	EUR/MWh
p_t^{bid}	cena predaja na periódu t	EUR/MWh
b_t	predošle nakupovaná kapacita na periódu t	MWh
d_t	predošle predávaná kapacita na periódu t	MWh
a_0	počiatočne naplnená kapacita batérie	MWh
a_n	žiadaný koncový stav kapacity batérie	MWh
L_x	dolné ohraničenie kapacity batérie	MWh
U_x	horné ohraničenie kapacity batérie	MWh
U_u	ohraničenie nakupovanej kapacity	MWh
U_v	ohraničenie predávanej kapacity	MWh
α	koeficient účinnosti nabíjania	-
β	koeficient účinnosti vybíjania	-
c	ohraničenie na počet cyklov	-
r_t^{ask}	obmedzenie nakupovateľnosti kapacity na periódu t (1 - nakupovateľná, 0 - nenakupovateľná)	-
r_t^{bid}	obmedzenie predávateľnosti kapacity na periódu t (1 - predávateľná, 0 - nepredávateľná)	-

Tabuľka 3: Vstupné parametre modelu (20)

možné v tomto prístupe pokračovať, a to opätovným riešením modelu (20) pri zmenených cenách a počiatočných podmienkach, ktoré sú výsledkom predchádzajúceho obchodovania.

Avšak takýto prístup neodráža dynamickú povahu nastoleného problému. Ak napríklad zobchodujeme v tomto časovom okamihu 5. periódu tak, že výsledkom je plne nabitá

batéria, nie je možné v nasledujúcom okamihu pri náhlom poklese cien opätovne uzavrieť obchod na nákup, keďže batéria už bude plne nabitá.

V tejto časti rozšírime model (20) tak, aby stratégia obchodovania brala do úvahy možnosť odložiť dnešný obchod do budúcna, v prípade, že očakávame priaznivejší vývoj cien. Takáto modifikácia však vedie k nárastu počtu stavových a riadiacich premenných. Navyše, je potrebné zohľadniť stochastickú povahu cien, čo ďalej zvýši komplexnosť problému.

Označme symbolom m počet časových úsekov, počas ktorých budeme obchodovať. Pre zjednodušenie budeme predpokladať, že rozhodnutie o obchode je možné uskutočniť v každej minúte. Parameter m potom určuje, na koľko minút dopredu (vrátane aktuálnej) optimalizujeme spôsob obchodovania.

Vzhľadom na toto rozšírenie je potrebné upraviť rozmer všetkých stavových a riadiacich premenných. Okrem indexu t, ktorý označuje, na ktorú periódu dňa sa obchod uskutočňuje, im pribudne druhý index i, ktorý bude reprezentovať, v ktorej minúte dňa sa obchoduje. Napríklad, riadiaca premenná $u_{i,t}$ udáva, koľko elektrickej energie sa nakúpi v i-tej minúte na periódu t.

Ďalšiu úpravu v modeli (20) si vyžadujú parametre b_t a d_t. Pri rozšírení na viac časových úsekov obchodovania sa z týchto parametrov stávajú nové stavové premenné, ktoré reprezentujú predošle uskutočnené nákupy, resp. predaje v i-tej minúte na periódu t. Prirodzene musíme dodefinovať aj počiatočnú podmienku. Uvedomme si, že počiatočná podmienka pre $b_{i,t}$, resp. $d_{i,t}$ je totožná s hodnotami parametrov b_t, resp. d_t z modelu (20).

Ďalšou zmenou, ktorú do modelu zapracujeme, bude zohľadnenie neistoty v budúcich cenách. Na vnútrodennom trhu sa neistota v cenách prejavuje na dvoch úrovniach. Okrem štandardnej neistoty ohľadom budúceho vývoja cien, metodika obchodovania na vnútrodennom trhu môže viesť k situácii, že v danej minúte sa niektoré periódy vôbec nebudú dať obchodovať, lebo v knihe objednávok nie sú registrované žiadne objednávky. Z hľadiska modelovania za náhodné premenné teda budeme považovať ceny $p^{bid}_{i,t}$, resp. $p^{ask}_{i,t}$ a tiež premenné $r^{bid}_{i,t}$, resp. $r^{ask}_{i,t}$, ktoré udávajú, či je v i-tej minúte perióda t predávateľná, resp. nakupovateľná. Náhodné premenné $r^{ask}_{i,t}$, resp. $r^{bid}_{i,t}$ modelujeme pomocou Bernoulliho rozdelenia s parametrami $q^{ask}_{i,t}$, resp. $q^{bid}_{i,t}$, ktoré označujú pravdepodobnosť nakupovateľnosti a predávateľnosti v i-tej minúte na periódu t. Model pre vývoj cien na

vnútrodennom trhu predstavíme v kapitole 3.

Formulácia sa dotkne aj tvaru účelovej funkcie, kde pribudne operátor strednej hodnoty. Výsledný stochastický model môžeme reprezentovať nasledovne

$$
\begin{aligned}
&\max E\left(\sum_{i=0}^{m-1}\sum_{t=0}^{n-1} p_{i,t}^{bid} v_{i,t} r_{i,t}^{bid} - p_{i,t}^{ask} u_{i,t} r_{i,t}^{ask}\right) \\
&x_{i,t+1} = x_{i,t} + \alpha(u_{i,t} r_{i,t}^{ask} + b_{i,t}) - \frac{1}{\beta}(v_{i,t} r_{i,t}^{bid} + d_{i,t}) \\
&y_{i,t+1}^1 = y_{i,t}^1 + \alpha(u_{i,t} r_{i,t}^{ask} + b_{i,t}) \\
&y_{i,t+1}^2 = y_{i,t}^2 + \frac{1}{\beta}(v_{i,t} r_{i,t}^{bid} + d_{i,t}) \\
&b_{i+1,t} = b_{i,t} + u_{i,t} r_{i,t}^{ask} \\
&d_{i+1,t} = d_{i,t} + v_{i,t} r_{i,t}^{bid}
\end{aligned}
\tag{21}
$$

$x_{i,0} = a_0, y_{i,0}^1 = 0, y_{i,0}^2 = 0,$	pre $i = 0, ..., m-1$	
$b_{0,t} = b_t^0,$	pre	$t = 0, ..., n-1$
$d_{0,t} = d_t^0,$	pre	$t = 0, ..., n-1$
$x_{m-1,n} = a_n$		
$y_{m-1,n}^1 \leq c(U_x - L_x)$		
$y_{m-1,n}^2 \leq c(U_x - L_x)$		
$L_x \leq x_{i,t} \leq U_x,$	pre $i = 0, ..., m-1$	$t = 0, ..., n$
$0 \leq u_{i,t} + b_{i,t} \leq w_{i,t} U_u,$	pre $i = 0, ..., m-1$	$t = 0, ..., n-1$
$0 \leq v_{i,t} + d_{i,t} \leq (1 - w_{i,t}) U_v,$	pre $i = 0, ..., m-1$	$t = 0, ..., n-1$
$w_{i,t} \in \{0, 1\},$	pre $i = 0, ..., m-1$	$t = 0, ..., n-1$
$r_{i,t}^{bid} \sim Bernoulli(q_{i,t}^{bid})$	pre $i = 0, ..., m-1$	$t = 0, ..., n-1$
$r_{i,t}^{ask} \sim Bernoulli(q_{i,t}^{ask})$	pre $i = 0, ..., m-1$	$t = 0, ..., n-1.$

Nové stavové premenné sú zhrnuté v Tabuľke 4 a parametre v Tabuľke 5.

Symbol	Popis	Jednotka
$b_{i,t}$	predošle nakupovaná kapacita v i-tej minúte na periódu t	MWh
$d_{i,t}$	predošle predávaná kapacita v i-tej minúte na periódu t	MWh

Tabuľka 4: Nové stavové premenné modelu

Symbol	Popis	Jednotka
m	počet minút obchodovania	-
$q_{i,t}^{bid}$	pravdepodobnosť predávateľnosti v i-tej minúte na periódu t	-
$q_{i,t}^{ask}$	pravdepodobnosť nakupovateľnosti v i-tej minúte na periódu t	-
b_t^0	aktuálna predošle nakupovaná kapacita na periódu t	MWh
d_t^0	aktuálna predošle predávaná kapacita na periódu t	MWh

Tabuľka 5: Nové parametre modelu

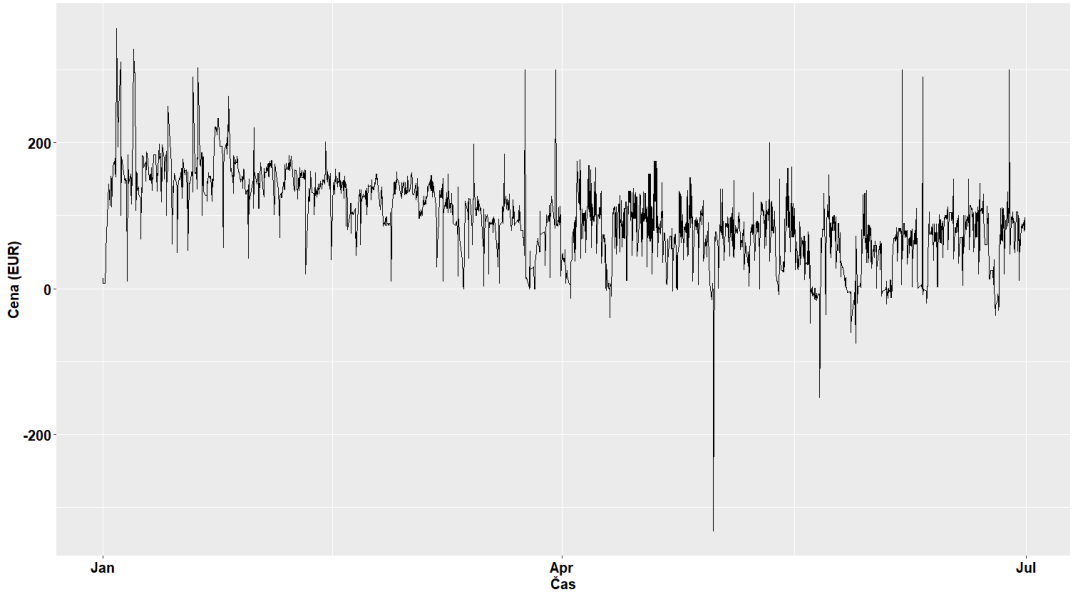
3 Modelovanie cien elektriny na vnútrodennom trhu

V tejto časti sa budeme venovať modelovaniu cien na vnútrodennom trhu, aby sme boli schopní zachytiť ich správanie a využiť ho na optimalizáciu vzhľadom na budúce časy obchodovania.

Od liberalizácie trhu s elektrickou energiou na konci 90. rokov sa modelovaniu cien elektriny na spotovom trhu venovalo množstvo prác (napr. [17], [18]). Problematika predikcie cien na vnútrodennom trhu je vzhľadom na jeho pomerne krátku existenciu stále predmetom aktívneho výskumu (napr. [9]). Vzhľadom na túto skutočnosť a tiež vzhľadom na cieľ práce sme sa rozhodli navrhnúť vlastný predikčný model, ktorý popisuje vývoj cien na maďarskom HUPX vnútrodennom trhu.

3.1 Dáta z vnútrodenného trhu

V tejto práci budeme využívať dáta o uzavretých obchodoch v období 1.1. – 30.6.2023 na maďarskom HUPX vnútrodennom trhu a dáta o spotových cenách z maďarského HUPX spotového trhu v rovnakom období. Ukážka, ako vyzerajú dáta o obchodovaných cenách na vnútrodennom trhu v danom období, sa nachádza na Obr. 2.



Obr. 2: Vývoj obchodovanej ceny v EUR/MWh na 65. periódu v období 1.1. – 30.6.2023 na HUPX vnútrodennom trhu

Máme k dispozícii aj dáta o ponukách a dopytoch v prvom polroku 2023 na maďarskom

HUPX vnútrodennom trhu. Problémom týchto dát je, že maďarský trh sám o sebe je malý, čiže aj dát je málo a hlavne ponuky a dopyty len na maďarskom trhu nereflektujú reálny vývoj cien, keďže sa obchoduje primárne cezhranične. Keďže nemáme dáta o ponukách a dopytoch z celého XBID trhu, na určenie cien nákupu (p^{ask}) a predaja (p^{bid}) budeme využívať dáta o uzavretých obchodoch. Tieto dáta považujeme za pomerne presný odhad vývoja cien na vnútrodennom trhu.

Vzhľadom na to, že v práci analyzujeme dáta o uzavretých obchodoch, nemáme oddelené informácie o vývoji cien nákupu (p^{ask}) a predaja (p^{bid}), ktoré vstupujú do modelu (20). Na základe pozorovaných dostupných údajov v knihe objednávok a v uzavretých obchodoch cenu p_t^{bid} umelo vytvoríme z ceny uzavretého obchodu preškálovaním subjektívne koeficientom $\kappa^{bid} = 0.995$. Podobne, cenu p_t^{ask} umelo vytvoríme z ceny uzavretého obchodu preškálovaním koeficientom $\kappa^{ask} = 1.005$. Voľba koeficientov odráža pozorovanú skutočnosť, že pri uzavretí obchodu je spread cien p_t^{ask} a p_t^{bid} relatívne malý. V prípade záporných cien uzavretého obchodu sa hodnoty koeficientov κ^{bid} a κ^{ask} vymenia, aby sa zachovala bezarbitrážnosť.

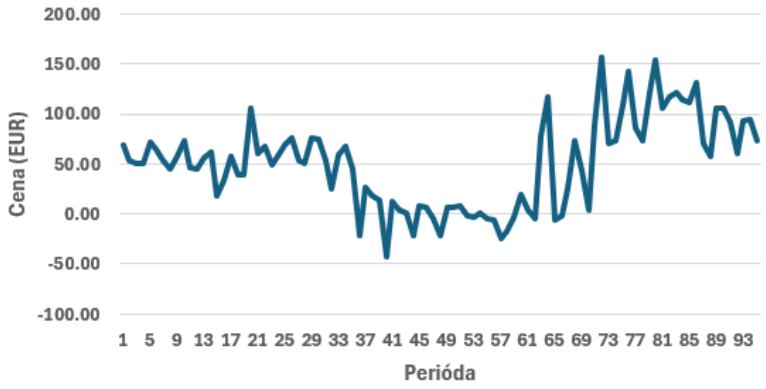
Z dát o uzavretých obchodoch máme informáciu iba o periódach, ktoré v danej minúte boli nakupovateľné aj predávateľné zároveň. Preto budeme v numerickej analýze zjednodušene predpokladať, že $r_t^{ask} = r_t^{bid} = r_t$.

3.1.1 Interpolácia dát

Obchodovanie na vnútrodennom trhu je v podstate spojité, ale žiaden čas sa neobchoduje v každej minúte a elektrina na rôzne časy sa obchoduje v rôznych momentoch, preto je potrebná interpolácia dát. Problémom je aj skutočnosť, že v rovnakej minúte môžu prebehnúť obchody na rovnaký čas, ale za rôznu cenu. V takomto prípade za trhovú cenu budeme považovať priemer všetkých cien z uzavretých obchodov v danej minúte. Pre minúty, v ktorých neprebehol obchod, cenu interpolujeme pomocou lineárneho splajnu.

3.2 Charakteristika cien na vnútrodennom trhu

V [9] autori pozorovali, že obchodované ceny periód v priebehu dňa majú tzv. *zigzag* sezónnosť. Na ilustráciu sme na Obr. 3 znázornili priemernú cena na jednotlivé periódy v EUR/MWh obchodovaných na HUPX vnútrodennom trhu na deň 4.6.2023.



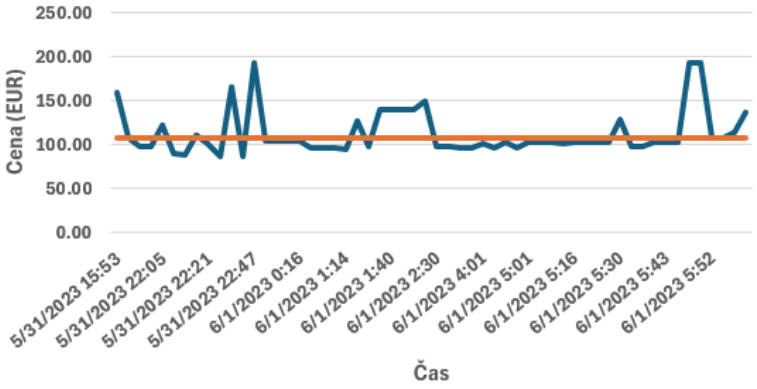
Obr. 3: Priemerná obchodovaná cena na periódy v EUR/MWh na deň 4.6.2023

Na Obr. 3 vidíme, že niektoré periódy sa v priemere obchodovali za zápornú cenu. To v praxi znamená, že výrobca elektrickej energie zaplatil za to, že od neho niekto odkúpil elektrinu. Dôvodom môže byť dodatočná extra výroba, ku ktorej došlo až po uzavretí spotového trhu, alebo forma kontraktu, pri ktorom sa oplatí vyrábať aj za záporné ceny namiesto toho, aby sa elektráreň vypla. K nadbytku výroby dochádza najčastejšie počas slnečných periód dňa. Slnko prispieva k produkcii elektrickej energie zo solárnych elektrární a znižuje dopyt po elektrine.

Na vnútrodennom trhu sa cena na každú periódu počas dňa mení. Správne načasovanie obchodu preto môže signifikantne ovplyvniť úroveň dosiahnutého zisku. V ďalšej časti sa preto zameriame na vytvorenie predikčného modelu pre vývoj cien na vnútrodennom trhu.

Prirodzene, dá sa očakávať, že vývoj cien na vnútrodennom trhu bude previazaný s vývojom cien na spotovom trhu. Keďže v čase obchodovania na vnútrodennom trhu sú už ceny na spotovom trhu známe (pripomeňme, na tomto trhu sa obchoduje na jeden deň dopredu), pri predikcii cien na vnútrodennom trhu môžeme využiť tieto informácie. Na Obr. 4 sme porovnali vývoj obchodovanej ceny na HUPX vnútrodennom trhu a cenu na spotovom trhu na 29. periódu dňa 1.6.2023.

Ako dokumentuje Obr. 4, cenu na vnútrodennom trhu môžeme modelovať ako odchýlku od spotovej ceny. Zároveň môžeme tiež pozorovať, že cena na vnútrodennom trhu dosahuje v niektorých okamihoch až dvojnásobok spotovej ceny. Preto schopnosť predikovať taký moment vie priniesť značnú výhodu v snahe o optimálne obchodovanie.



Obr. 4: Porovnanie obchodovanej ceny (modrá) v EUR/MWh na 29. periódu dňa 1.6.2023 a spotovej ceny (červená)

3.3 Predikčný model

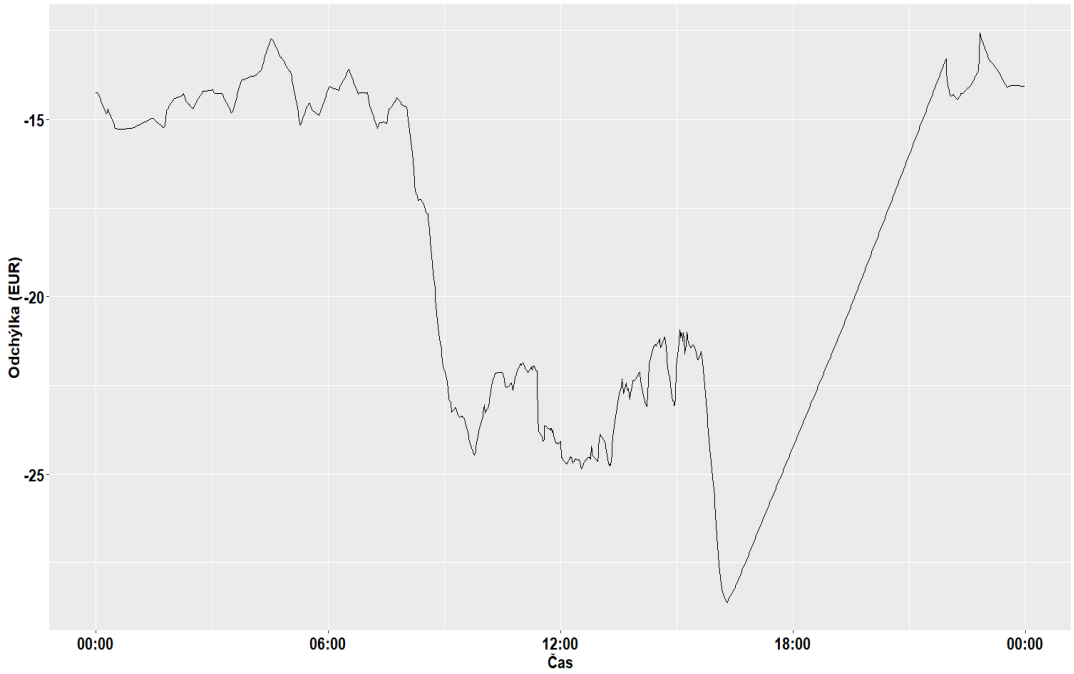
Model na predikovanie budúcich cien na jednotlivé periódy navrhneme na základe pozorovaní správania cien na vnútrodennom trhu. Ako už bolo spomenuté, ceny na vnútrodennom trhu sa dajú chápať ako odchýlky od spotovej ceny. Pozrieme sa podrobnejšie na správanie sa odchýlok od spotovej ceny.

Odchýlku obchodovanej ceny na vnútrodennom trhu od spotovej ceny v čase t_0 dňa d označíme symbolom p_{d,t_0}. Použitím čiary nad symbolom a bodky v indexe t_0, resp. d budeme označovať priemer cez všetky časy dňa, resp. cez všetky dni. To znamená, že symbol $\overline{p}_{.,t_0}$ vyjadruje priemernú obchýlku obchodovanej ceny na vnútrodennom trhu od spotovej ceny v čase t_0. Podobne, symbol $\overline{p}_{.,.}$ vyjadruje priemernú obchýlku obchodovanej ceny na vnútrodennom trhu od spotovej ceny počas celého dňa. Na Obr. 5 sme na ilustráciu zobrazili priemernú odchýlku obchodovanej ceny na vnútrodennom trhu od spotovej ceny v čase t_0 ($\overline{p}_{.,t_0}$) za obdobie 1.1. – 31.5.2023.

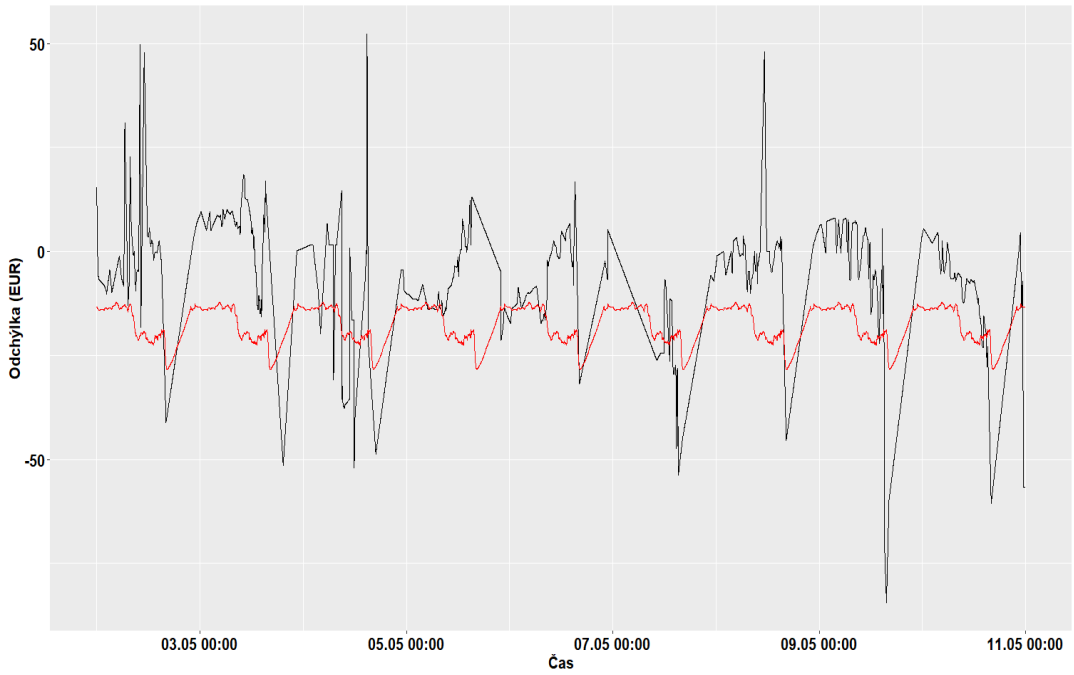
Na Obr. 5 vidíme, že cena na 65. periódu bola väčšinou nižšia ako spotová cena v priebehu celého dňa. Priemerná odchýlka obchodovanej ceny $\overline{p}_{.,.}$ na vnútrodennom trhu od spotovej ceny počas celého dňa dosiahla hodnotu -18.79 EUR/MWh.

Ďalej sa pozrieme, ako dobre odrážajú priemerné odchýlky $\overline{p}_{.,t_0}$ v čase t_0 skutočné odchýlky obchodovanej ceny p_{d,t_0} na vnútrodennom trhu od spotovej ceny v čase t_0 počas jednotlivých dní d.

Vývoj cien znázornený na Obr. 6 naznačuje, že premenné $\overline{p}_{.,t_0}$ dobre zachytávajú trend v odchýlkach p_{d,t_0}. Väčšinou sa ale p_{d,t_0} nachádzajú ďalej od $\overline{p}_{.,.}$. Zavedieme preto koeficient



Obr. 5: Priemerná odchýlka obchodovanej ceny na 65. periódu na vnútrodennom trhu od spotovej ceny v čase t_0 za obdobie 1.1. – 30.5.2023



Obr. 6: Porovnanie priemerných ($\overline{p}_{.,t_0}$, červená) a aktuálnych (p_{d,t_0}, čierna) odchýlok od spotovej ceny v období 2. – 10.5.2023

β_{d,t_0} na vyjadrenie násobku, koľkokrát je p_{d,t_0} voči $\overline{p}_{.,.}$ väčšia ako $\overline{p}_{.,t_0}$ voči $\overline{p}_{.,.}$, t.j.

$$\beta_{d,t_0} = \frac{p_{d,t_0} - \overline{p}_{.,.}}{\overline{p}_{.,t_0} - \overline{p}_{.,.}}. \tag{22}$$

Úpravou vzťahu (22) dostávame

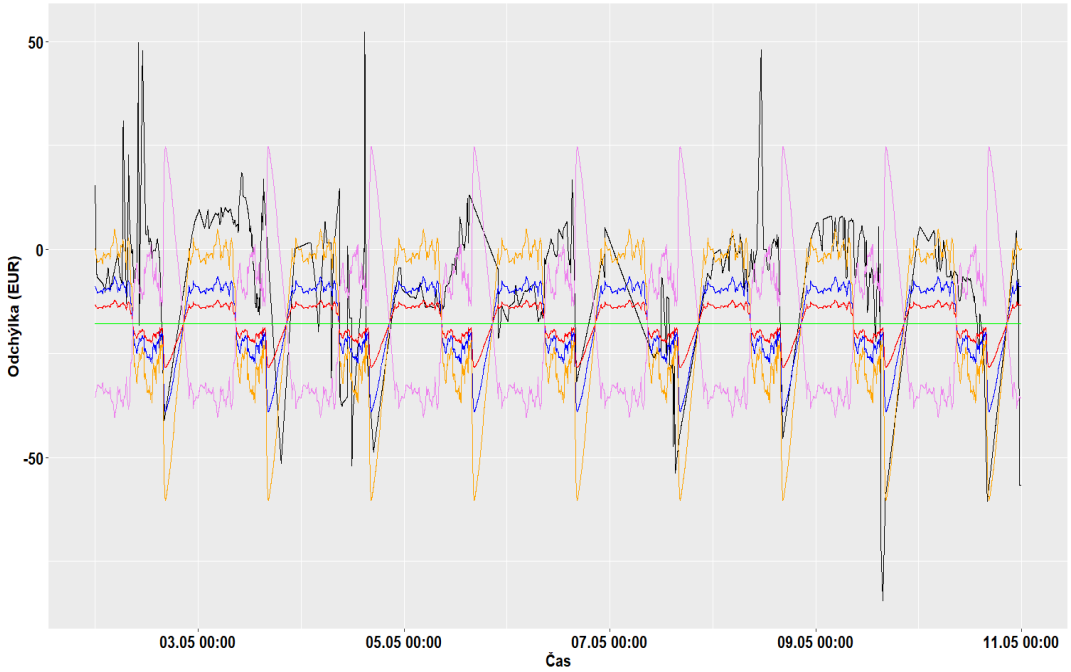
$$p_{d,t_0} = \overline{p}_{.,.} + \beta_{d,t_0}(\overline{p}_{.,t_0} - \overline{p}_{.,.}). \tag{23}$$

Predikovanú cenu v čase t dňa d ($P_{d,t}$) vyjadríme pomocou spotovej ceny na deň d (P_d^{spot}) a predikovanej odchýlky od spotovej ceny ako

$$P_{d,t} = P_d^{spot} + \overline{p}_{.,.} + \beta_{d,t_0}(\overline{p}_{.,t_0} - \overline{p}_{.,.}) + \epsilon_{d,t}, \tag{24}$$

kde $\epsilon_{d,t} \sim N(0, \sigma^2)$ sú náhodné biele šumy z normálneho rozdelenia so strednou hodnotou nula a disperziou σ^2. O bielych šumoch predpokladáme, že sú vzájomne nezávislé a rovnako rozdelené vzhľadom na rôzne časy a periódy.

Na základe dostupných dát vieme pomocou modelu (24) odhadnúť hodnotu koeficienta β_{d,t_0}. Tento koeficient určuje, na akej úrovni voči celodennému priemeru sa hýbu aktuálne ceny jednotlivých periód. Na ilustráciu zobrazíme odchýlky od spotovej ceny pre rôzne hodnoty koeficienta β_{d,t_0} na Obr. 7.



Obr. 7: Odchýlky od spotovej ceny pre $\beta_{d,t_0} = 0$ (zelená), $\beta_{d,t_0} = 1$ (červená), $\beta_{d,t_0} = 2$ (modrá), $\beta_{d,t_0} = 4$ (oranžová), $\beta_{d,t_0} = -4$ (fialová) a skutočné odchýlky od spotovej ceny (čierna)

Hodnota koeficienta β_{d,t_0} zachytáva výhodnosť obchodovania na danú periódu. To je významné pre nasledovnú optimalizáciu. Dôležitejšie ako predikovať presne ceny uzavretých obchodov na jednotlivé periódy je predikovať správne ich vzájomné pozície. V

praxi to znamená vedieť správne určiť, kedy, na akú periódu a aký obchod je najziskovejšie uzavrieť.

Na overenie predikčnej schopnosti navrhnutého modelu použijeme Spearmanov korelačný koeficient. Spearmanov korelačný koeficient pre dve sady dát $X = \{X_1, \ldots, X_n\}$ a $Y = \{Y_1, \ldots, Y_n\}$ je podľa [14] definovaný ako

$$\rho_s = \frac{\mathrm{cov}(R(X), R(Y))}{\sigma_{R(X)}\sigma_{R(Y)}}, \tag{25}$$

kde cov je operátor kovariancie, R reprezentuje transformáciu dát na ich tzv. *ranky* dané poradím ich hodnôt a σ_R označuje štandardnú odchýlku rankov. Spearmanov korelačný koeficient medzi predikovanými a skutočnými cenami odráža, ako dobre je v predikcii zachytené skutočné uspriadanie cien jednotlivých periód. V [16] autori delia význam hodnôt Spearmanovho korelačného koeficientu do 7 kategórií, viď Tabuľka 6.

Hodnota ρ_s	Korelácia
$\rho_s = 0$	žiadna korelácia
$0 \leq \lvert\rho_s\rvert \leq 0.19$	veľmi slabá korelácia
$0.20 \leq \lvert\rho_s\rvert \leq 0.39$	slabá korelácia
$0.40 \leq \lvert\rho_s\rvert \leq 0.59$	stredná korelácia
$0.60 \leq \lvert\rho_s\rvert \leq 0.79$	silná korelácia
$0.80 \leq \lvert\rho_s\rvert \leq 0.99$	veľmi silná korelácia
$\lvert\rho_s\rvert = 1$	monotónna korelácia

Tabuľka 6: Význam hodnôt Spearmanovho korelačného koeficientu

Hodnota rovná 1 znamená dokonalú zhodu v usporiadaní predikovaných a skutočných cien, 0 znamená, že sa predikované a skutočné ceny správajú navzájom nezávislo, a záporné hodnoty vyjadrujú protichodné predikovanie usporiadania cien.

4 Optimalizačné techniky

V tejto práci aplikujeme tri prístupy na riešenie problému optimálneho obchodovania s kapacitou batérie. Presnejšie, prezentujeme numerické výsledky získané implementáciou cyklového algoritmu, úpravou dynamickej úlohy do tvaru zmiešaného celočíselného lineárneho programovania a aplikáciou prístupu prediktívneho riadenia s modelom. Poznamenajme, že uvedené numerické techniky majú využitie vo všeobecnosti pri modelovaní riadenia nástrojov flexibility, nielen pri obchodovaní s batériou.

4.1 Cyklový algoritmus

Prvý a pomerne priamočiary prístup nazveme *Cyklový algoritmus*. Tento prístup sa neopiera o model predstavený v kapitole 2, ale rozvíja jednoduchú myšlienku obchodovania: hľadá dve periódy, pre ktoré platí, že keď sa zrealizujú obchody tak, aby sa ich vopred zobchodované kapacity vymenili, tak na týchto obchodoch zarobí.

Napríklad, obchodník má vopred nakúpenú kapacitu 2 MWh na 7. periódu s aktuálnou cenou 100 EUR/MWh. Okrem toho má vopred nakúpenú kapacitu 1.5 MWh na 29. periódu s aktuálnou cenou 80 EUR/MWh. Keď obchodník predá 0.5 MWh zo 7. periódy a nakúpi rovnaké množstvo na 29. periódu, celkové množstvo nakúpenej kapacity sa nezmení a obchodník zarobí $100 \cdot 0.5 - 80 \cdot 0.5 = 10$ EUR.

Takýmto spôsobom môže nastať výmena nákupu s nákupom, nákupu s predajom aj výmena predaja s predajom. Aby výmena bola prípustná, treba zabezpečiť, aby sa nestalo, že po zrealizovaní obchodu sa bude tesne za sebou predávať alebo nakupovať viac, ako povoľuje minimálna alebo maximálna kapacita batérie. Prípustnosť takéhoto obchodovania formálne upresníme v Definícii 4.1.

Definícia 4.1. *Nech $i, j \in \mathbb{N}$ sú periódy a b_i a b_j vopred zobchodované kapacity na periódy i a j. Bez ujmy na všeobecnosti, nech $i > j$. Nech L_x a U_x sú postupne minimálna a maximálna kapacita batérie. Potom výmena periód i a j je prípustná, ak*

$$\forall k \in \mathbb{N}, j \leq k < i : L_x \leq \sum_{n=0}^{k} b_n + (b_i - b_j) \leq U_x. \tag{26}$$

V prvom kroku teda ide len o kandidáta na výmenu, ktorý sa dá definovať nasledovne

Definícia 4.2. *Nech $i, j \in \mathbb{N}$ sú periódy, b_i a b_j vopred zobchodované kapacity na periódy i a j a nech ich aktuálne ceny sú p_i a p_j. Potom dvojica periód (i, j) je kandidátom na výmenu, ak platí*

$$p_i(b_i - b_j) - p_j(b_i - b_j) > 0. \tag{27}$$

Cyklový algoritmus navrhneme v troch krokoch:

1. Nájdi kandidáta na výmenu
2. Skontroluj, či je výmena prípustná, ak nie, vráť sa na krok 1.
3. Vykonaj obchody dosahujúce výmenu. Ak neboli prejdené všetky dvojice, vráť sa na krok 1.

Problém, ktorý ostáva vyriešiť, je stanovenie poradia, v ktorom prechádzať kombinácie dvojíc na nachádzanie kandidátov na výmenu. Je zrejmé, že poradie vykonania výmeny ovplyvňuje prípustnosť pre nadchádzajúce dvojice. Navrhli a otestovali sme štyri nasledujúce spôsoby:

1. Prvú periódu z dvojice vyberáme postupne v čase a druhú k nej vyberáme z budúcich periód tiež postupne v čase.

2. Zoradíme periódy od najdrahšej po najlacnejšiu a potom postupne vyberáme prvú periódu. Druhú periódu k nej vyberáme v opačnom poradí, teda od najlacnejšej po najdrahšiu. Týmto prístupom sú uprednostňované dvojice periód s väčším rozdielom cien, a teda vyšším potenciálnym ziskom.

3. Periódy sa na začiatku usporiadajú naopak: od najlacnejšej po najdrahšiu. Potom postupne vyberáme prvú periódu a druhú k nej vyberáme v opačnom poradí, teda od najdrahšej po najlacnejšiu.

4. Dvakrát po sebe zopakujeme použitie prvého spôsobu. Druhé zopakovanie slúži na zachytenie kandidátov na výmenu, ktorá sa stala prípustnou až po tom, ako program overoval prípustnosť prvýkrát.

Výhodou Cyklového algoritmu je jeho jednoduchosť, ale nevýhodou je, že nedokáže zabezpečiť optimalitu riešenia.

4.2 Zmiešané celočíselné lineárne programovanie

Optimálne obchodovanie s flexibilitou patrí do skupiny problémov *Unit Commitment* (UC). Model (20) je problémom dynamického programovania, ale riešenie pomocou štandardných techník by bolo vzhľadom na priebežnosť vnútrodenného trhu časovo náročné. Preto sa problémy tohto typu často riešia transformáciou na úlohu zmiešaného celočíselného lineárneho programovania. Zmiešané celočíselné lineárne programovanie (MILP) je typ lineárneho programovania, v ktorom niektoré premenné môžu nadobúdať iba celočíselné hodnoty. Príkladom sú binárne premenné, ktoré nadobúdajú len hodnoty 0 a 1. Tie sa využívajú pri optimalizácii obchodovania na rozhodovanie o nákupe alebo predaji.

Na riešenie MILP problémov existujú v súčasnosti efektívne výpočtové techniky, ktoré vedia nájsť riešenie aj pre úlohy veľkých romerov v krátkom výpočtovom čase. V práci [8] sú vysvetlené dva používané algoritmy: *Dekompozičná metóda* a *Algoritmus vetiev a hraníc*. Solver, ktorý použijeme na riešenie MILP modelov, má zabudovaný Algoritmus vetiev a hraníc.

Z formulácie základného modelu, modelu s obmedzením obchodovateľnosti a finálneho modelu vidno, že všetky rovnice sú lineárne a nachádza sa tam premenná, ktorá môže nadobúdať iba celočíselné hodnoty, čiže na daný problém možno priamo, bez potreby ďalších aproximácií, nahliadnuť ako na MILP úlohu.

4.2.1 Implementácia MILP modelov

Základný model (1)–(14), model s obmedzením obchodovateľnosti aj finálny model (20) postupne naimplementujeme v modelovacom jazyku AMPL [3]. Na nájdenie numerického riešenia využijeme solver Gurobi [6] v Pythone.

Riešenie budeme hľadať v dvoch krokoch. V prvom kroku vypočítame optimálne uzavretie obchodov na spotovom trhu. Následne budeme iteratívne obchodovať na vnútrodennom trhu. Postupným prechádzaním cez časy, keď prebehli obchody na vnútrodennom trhu, a pri obchodovaných cenách v danom čase budeme nachádzať optimálny spôsob úpravy pozícií, aby sme maximalizovali zisk z uzavretých obchodov. Tento postup môžeme zapísať v štyroch krokoch:

1. Pozoruj ceny

2. Nájdi optimálny spôsob úpravy pozícií podľa daného modelu

3. Zrealizuj obchody

4. Sleduj trh. Keď sa zmenia ceny, vráť sa na krok 1.

Budeme sa pozerať na dva zisky. Okamžitý zisk za jednu iteráciu výpočtu a kumulatívny zisk za celý čas obchodovania na vnútrodennom trhu.

Hodnoty vstupných parametrov základného modelu, modelu s obmedzením obchodovateľnosti aj finálneho modelu sú uvedené v Tabuľke 7.

Symbol	a_0	a_n	L_x	U_x	U_u	U_v	α	β	c	n
Hodnota	0.5	0.5	0	1	0.25	0.23	0.92	0.93	2	96

Tabuľka 7: Hodnoty vstupných parametrov základného modelu, modelu s obmedzením obchodovateľnosti a finálneho modelu

Ako vidíme v Tabuľke 7, hľadáme optimálny spôsob obchodovania s batériou, ktorej kapacita je 1 MWh, výkon (P) 1 MW a ktorá môže za deň spraviť dva cykly. Ohraničenia U_u a U_v stanovíme na základe výkonu batérie P nasledovne

$$U_u = \frac{P}{4}, \tag{28}$$

$$U_v = \frac{P\beta}{4}. \tag{29}$$

Vo vzťahu (28) je výkon delený štyrmi, lebo sa obchoduje po štvrťhodinách. Ohraničenie na predávanú kapacitu (29) je navyše ovplyvnené aj koeficientom účinnosti β, ktorý reprezentuje stratu, ku ktorej dochádza pri prenose elektrickej energie z batérie do siete. V tejto práci budeme brať do úvahy všetky periódy dňa, t.j. parameter n nadobudne hodnotu $4 \cdot 24 = 96$.

4.3 Prediktívne riadenie s modelom

Prediktívne riadenie s modelom (MPC) je pokročilá technika optimálneho riadenia, ktorej cieľom je optimalizovať hodnotu účelovej funkcie, berúc do úvahy časové úseky v budúcnosti. Rôzne typy prediktívneho riadenia s modelom a ich aplikácie sú popísané

v [1]. Prediktívne riadenie s modelom sa skladá z dvoch prvkov: predikčného a optimalizačného modelu. Predikčný model zachytáva vnútornú dynamiku systému a slúži na predikovanie budúcich hodnôt. Môže byť deterministický aj stochastický. Optimalizačný model obsahuje účelovú funkciu s ohraničeniami a slúži na hľadanie optimálneho riadenia.

Prediktívne riadenie s modelom funguje v troch krokoch nasledovne:

1. V prvom kroku sa na základe súčasného (prípadne aj minulého) stavu systému získajú pomocou predikčného modelu budúce hodnoty, ktoré následne slúžia ako vstupy do optimalizačného modelu.

2. V druhom kroku nájdeme optimálne riešenie vzhľadom na predikované budúce hodnoty.

3. V poslednom kroku sa zrealizujú rozhodnutia pre súčasný časový úsek.

Keď sa stav systému zmení, celý postup sa zopakuje nanovo.

4.3.1 Implementácia MPC modelu

Formulácia modelu zohľadňujúceho budúce časy obchodovania v (21) je kvôli svojmu stochastickému charakteru pomerne náročná na implementáciu. Preto aplikujeme jeden predpoklad na vnútrodenný trh, ktorý nám pomôže danú formuláciu zjednodušiť. Budeme predpokladať, že všetky periódy sú počas celej doby ich obchodovania na vnútrodennom trhu obchodovateľné, ale niekedy za menej výhodné ceny. Tento predpoklad je reálny vzhľadom na to, že model bude aplikovaný na dáta z maďarského HUPX vnútrodenného trhu, ktorý je súčasťou cezhraničného vnútrodenného trhu XBID. Znamená to, že pre periódy, na ktoré aktuálne prebehol obchod, budeme predpokladať, že aj v najbližších minútach budú obchodované. Periódy, na ktoré neprebehol obchod, budú obchodovateľné, ale menej výhodne. Pre tieto periódy aplikujeme faktor $\kappa^{ask} = 1.025$ na vytvorenie p_t^{ask} a $\kappa^{bid} = 0.975$ na určenie p_t^{bid}. To znamená, že neobchodované periódy majú vyššiu cenu nákupu, nižšiu cenu predaja a tieto ceny sú ďalej od seba v porovnaní s cenami obchodovaných periód. Nakoľko si uvedomujeme, že ide o subjektívne nastavenie hodnoty, súčasťou numerickej analýzy bude aj analýza citlivosti, ktorej cieľom je vyhodnotiť vplyv hodnoty týchto koeficientov na výsledný zisk.

Aplikáciou uvedeného predpokladu zaniká neistota o obchodovateľnosti periód v budúcnosti. S druhou formou náhody, vyplývajúcou z neistoty o budúcom vývoji cien, sa MPC model vysporiadava pomocou predikčného modelu. Tento model predikuje budúce ceny jednotlivých periód dňa, ktoré vstúpia už ako parametre do modelu zohľadňujúceho budúce časy obchodovania. Takto dosiahneme formuláciu modelu, ktorý už nie je stochastický, má menej premenných a vyzerá nasledovne

$$\begin{aligned} &\max \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{t=0}^{n-1} p_{i,t}^{bid} v_{i,t} - p_{i,t}^{ask} u_{i,t} \\ &x_{i,t+1} = x_{i,t} + \alpha(u_{i,t} + b_{i,t}) - \frac{1}{\beta}(v_{i,t} + d_{i,t}) \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
&y_{i,t+1}^1 = y_{i,t}^1 + \alpha(u_{i,t} + b_{i,t}) \\
&y_{i,t+1}^2 = y_{i,t}^2 + \frac{1}{\beta}(v_{i,t} + d_{i,t}) \\
&b_{i+1,t} = b_{i,t} + u_{i,t} \\
&d_{i+1,t} = d_{i,t} + v_{i,t} \\
&x_{i,0} = a_0, y_{i,0}^1 = 0, y_{i,0}^2 = 0, && \text{pre } i = 0, ..., m-1 \\
&b_{0,t} = b_t^0, && \text{pre} && t = 0, ..., n-1 \\
&d_{0,t} = d_t^0, && \text{pre} && t = 0, ..., n-1 \\
&x_{m-1,n} = a_n \\
&y_{m-1,n}^1 \leq c(U_x - L_x) \\
&y_{m-1,n}^2 \leq c(U_x - L_x) \\
&L_x \leq x_{i,t} \leq U_x, && \text{pre } i = 0, ..., m-1 && t = 0, ..., n \\
&0 \leq u_{i,t} + b_{i,t} r_{i,t}^{ask} \leq w_{i,t} r_{i,t}^{ask} U_u, && \text{pre } i = 0, ..., m-1 && t = 0, ..., n-1 \\
&0 \leq v_{i,t} + d_{i,t} r_{i,t}^{bid} \leq (1 - w_{i,t}) r_{i,t}^{bid} U_v, && \text{pre } i = 0, ..., m-1 && t = 0, ..., n-1 \\
&w_{i,t} \in \{0, 1\}, && \text{pre } i = 0, ..., m-1 && t = 0, ..., n-1.
\end{aligned}$$

Parameter m zvolíme rovný 10, čiže model zohľadňuje aktuálny čas a ďalších 9 predikovaných minút dopredu. Na základe nájdeného optimálneho riešenia sa potom zrealizujú obchody pre aktuálny čas ($u_{0,t}$ a $v_{0,t}$) a vypočíta sa nimi dosiahnutý zisk. Keď sa zmenia ceny, cyklus prebehne odznova.

4.4 Benchmark model

Na záver vytvoríme benchmark model, ktorý bude slúžiť ako vzor pre ostatné modely. Tento model popisuje ideálnu situáciu, keby sme vedeli presne predikovať obchodované ceny na celý deň dopredu. Použijeme model zohľadňujúci budúce časy obchodovania v (30), pričom parameter m, určujúci počet minút obchodovania, nastavíme na celú dĺžku obchodovania na vnútrodennom trhu. Namiesto predikovaných cien použijeme zrealizované ceny. Podľa uzavretých obchodov nastavíme aj parametre obmedzenia obchodovateľnosti. Výsledkom optimalizácie tak dostaneme maximálny dosiahnuteľný zisk z obchodovania na vnútrodennom trhu.

5 Výsledky numerických experimentov

V tejto kapitole predstavíme výsledky zrealizovaných numerických experimentov. Odhad parametrov potrebných na predikciu cien uskutočníme na základe zrealizovaných obchodov na HUPX vnútrodennom trhu z obdobia 1.1. – 31.5.2023. Posledný mesiac dát, ktoré sme mali k dispozícii, jún 2023, použijeme na testovanie a porovnávanie dosiahnutého okamžitého a kumulatívneho zisku z obchodovania na vnútrodennom trhu.

Jednotlivé modely predstavené v kapitole 2 porovnáme najprv na jednom zvolenom obchodovacom dni (4.6.2023). Zvolený deň je zaujímavý tým, že ceny z uzavretých obchodov dosiahli aj záporné hodnoty. Porovnávacím kritériom bude dosiahnutý kumulatívny zisk a výpočtový čas. Následne predstavíme výsledky porovnania za celý mesiac (jún 2023).

Všetky metódy na riešenie predstavené v kapitole 4 sme implementovali v programovacom jazyku Python. Kódy modelov a ich využitie v daných metódach možno nájsť na `https://github.com/MatejFarsky/Diplomova_praca`.

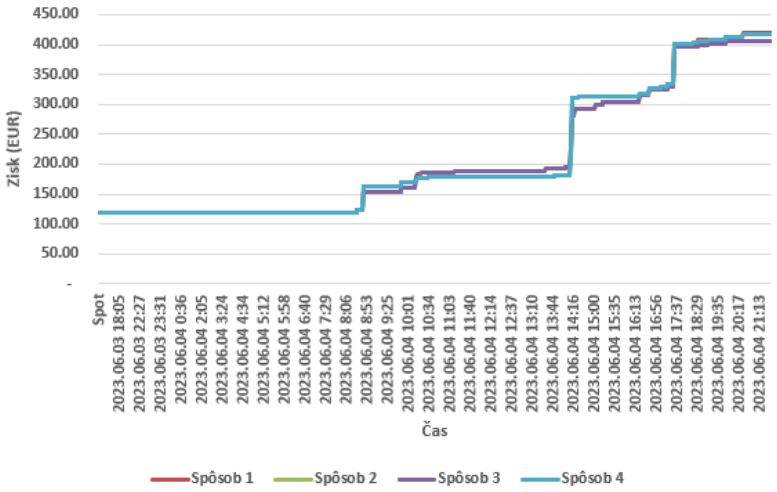
5.1 Obchodovanie podľa cyklového algoritmu

Na výpočet zisku z obchodovania sme v prípade použitia cyklového algoritmu implementovali všetky štyri navrhnuté spôsoby výberu dvojíc predstavené v časti 4.1.

Výpočet kumulatívneho zisku prebiehal tak, že pri každej minúte, v ktorej sa zmenili ceny, sme spustili cyklový algoritmus nanovo pre periódy, ktorým sa zmenila cena (v prípade, že také periódy boli aspoň dve). Kumulatívne zisky pre všetky štyri použité spôsoby hľadania dvojíc sú zobrazené na Obr. 8 a v Tabuľke 8.

Spôsob	Celkový kumulatívny zisk
Spôsob 1	418.69 EUR
Spôsob 2	405.31 EUR
Spôsob 3	405.31 EUR
Spôsob 4	418.31 EUR

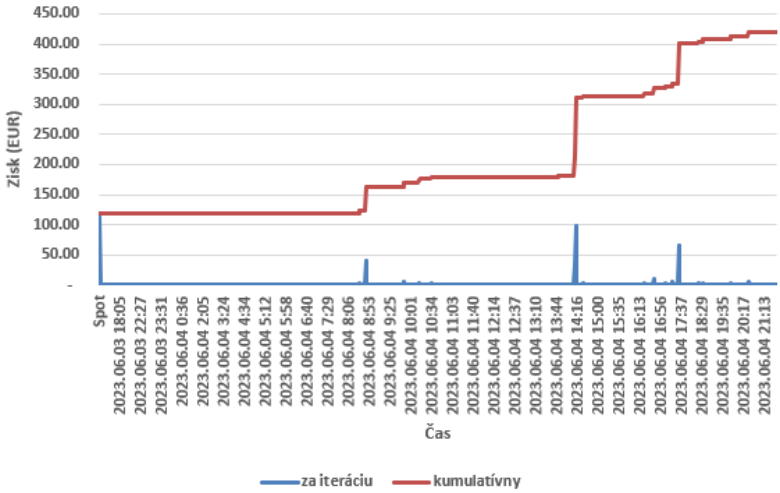
Tabuľka 8: Celkový kumulatívny zisk pomocou všetkých spôsobov cyklového algoritmu na deň 4.6.2023



Obr. 8: Kumulatívny zisk pomocou všetkých spôsobov cyklového algoritmu na deň 4.6.2023

Najnižší zisk mali súčasne spôsob 2 a spôsob 3. Najlepší sa ukázal spôsob 1, ktorý mal o 0.38 EUR vyšší zisk ako spôsob 4. Za výsledok cyklového algoritmu sme preto vzali verziu pomocou spôsobu 1.

Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pre cyklový algoritmus je zobrazený na Obr. 9.



Obr. 9: Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pomocou cyklového algoritmu na deň 4.6.2023

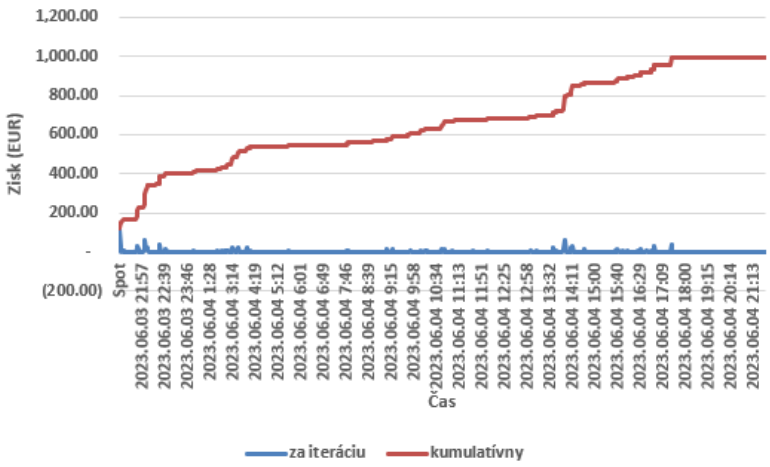
Celkový kumulatívny zisk dosiahol hodnotu 418.69 EUR, pričom 119.88 EUR je z počiatočného obchodu na spotovom trhu a 298.81 EUR z obchodovania na vnútrodennom trhu. V porovnaniach sme brali do úvahy iba zisk z vnútrodenného trhu, lebo spotový je pre všetky verzie rovnaký. Priemerný čas výpočtu jednej iterácie bol 0.036 sekundy.

5.2 Obchodovanie podľa MILP modelov

V prípade MILP modelov sme implementovali všetky tri verzie, aby sme vedeli vyhodnotiť vplyv jednotlivých modifikácií na výsledný kumulatívny zisk. Výpočet kumulatívneho zisku prebiehal podobne ako v prípade cyklového algoritmu. Pri každej minúte, v ktorej sa zmenili ceny, sme spustili daný model nanovo, aby našiel optimálnu úpravu pozícií vzhľadom na zmenené ceny.

5.2.1 Výsledky pomocou základného modelu

Základný model nemalo zmysel aplikovať v podobe, ako je formulovaný v kapitole 2, lebo mu chýba obmedzenie obchodovateľnosti. To znamená, že model pripúšťal, aby sa v každom čase dalo obchodovať na všetky periódy dňa. Avšak obchodovanie na jednotlivé periódy sa postupne v priebehu dňa uzatvára (hodinu pred dodaním) a neskôr už nie je možné na tieto periódy obchodovať. Preto sme sa pozreli na prípad, keby boli všetky budúce periódy daného dňa (ktoré sa ešte neuzavreli) obchodovateľné. Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pre tento prípad je zobrazený na Obr. 10.



Obr. 10: Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pri obchodovateľnosti všetkých budúcich časov na deň 4.6.2023

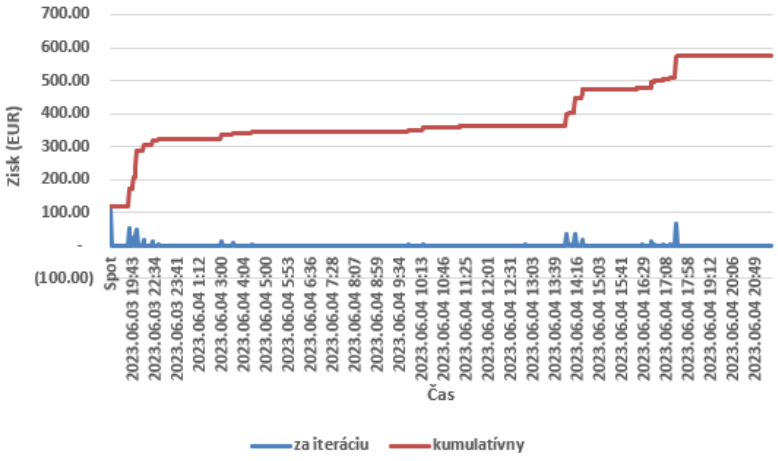
Celkový kumulatívny zisk z obchodovania na vnútrodennom trhu vyšiel 873.14 EUR. Priemerný čas výpočtu jednej iterácie bol 0.429 sekundy.

Ako vidíme na Obr. 10, len v niektorých minútach došlo k výraznejšiemu nárastu kumulatívneho zisku. Pozreli sme sa preto podrobnejšie na trhové dáta o uzavretých

obchodoch na deň 4.6.2023. Priemerný počet obchodovaných periód v minútach, keď prebehol aspoň jeden obchod, bol 2.65. Avšak nastalo 6 takých minút, keď bolo obchodovaných viac ako 20 periód zároveň. V týchto minútach sa výraznejšie pohli ceny na trhu a vznikol väčší priestor pre optimalizáciu. Toto pozorovanie potvrdzuje význam schopnosti predikovať, v ktorom momente je optimálne uzatvárať obchody.

5.2.2 Výsledky pomocou modelu s obmedzením obchodovateľnosti

Po prvej modifikácii už model obsahuje obmedzenie obchodovateľnosti. V takom prípade sú pre danú minútu obchodovateľné iba periódy, na ktoré sa v tej minúte uzavreli obchody. Ostatné periódy v danej minúte nie sú obchodovateľné. Znamená to zásadný zásah do počtu prístupných periód, keďže reálne bolo výrazne menej obchodovaných periód (ako bolo spomínané v predošlom odseku). Napríklad, dňa 4.6.2023 o 9:35 bolo v knihe objednávok zaevidovaných 54 periód toho dňa, na ktoré bolo možné posielať objednávky, ale obchody prebehli len na štyri z nich. Preto iba tie štyri periódy sme považovali za obchodovateľné v danej minúte. Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pre tento prípad je zobrazený na Obr. 11.

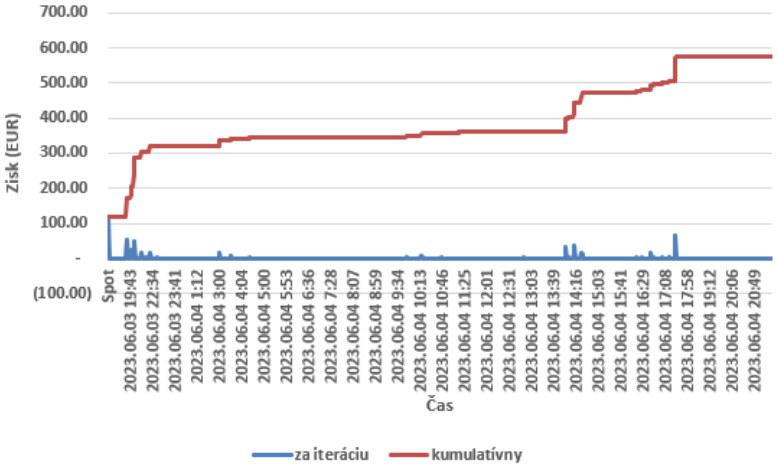


Obr. 11: Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pri obmedzení obchodovateľnosti periód na deň 4.6.2023

Celkový kumulatívny zisk z obchodovania na vnútrodennom trhu vyšiel 456.17 EUR, čo tvorí 52.24% zisku prípadu, keby boli všetky budúce periódy obchodovateľné v každom momente. Čiže zohľadnenie tohto faktora má významný dopad na výsledok a je dôležité pre použiteľnosť modelu. Priemerný čas výpočtu jednej iterácie bol 0.398 sekundy.

5.2.3 Výsledky pomocou finálneho modelu

Finálny model vznikol rozdelením cien períód na rôzne ceny nákupu a predaja. Výsledný zisk za iteráciu a kumulatívny zisk pri použití finálneho modelu sme graficky znázornili na Obr. 12.



Obr. 12: Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pri rôznej cene nákupu a predaja na períody dňa 4.6.2023

V tomto prípade obchodovanie na vnútrodennom trhu dosiahlo kumulatívny zisk 455.48 EUR, čo tvorí 52.17% verzie s obchodovateľnými všetkými budúcimi períódami a 99.85% prípadu s obmedzenou obchodovateľnosťou. Čiže vplyvom druhej modifikácie došlo len k nepatrnému poklesu zisku. Priemerný čas výpočtu jednej iterácie bol 0.402 sekundy.

Vidíme, že aj pri zohľadnení dodatočných podmienok obchodovania na vnútrodennom trhu, dosiahnutý zisk násobne prevyšuje zisk z obchodovania na spotovom trhu. Za daných podmienok teda obchodovanie s batériou na vnútrodennom trhu umožňuje signifikantne navýšiť zisk z prevádzkovania batérie.

5.3 Obchodovanie podľa MPC modelu

Pri MPC modeli sme sa v prvom kroku pozreli na to, ako dobre zachytáva predikčný model vzájomné pozície cien jednotlivých períód. Následne sme prešli k výsledným ziskom z modelu zohľadňujúceho budúce časy obchodovania.

5.3.1 Kvalita predikčného modelu

Kvalitu predikčného modelu sme merali počítaním Spearmanových korelačných koeficientov medzi predikovanými a skutočnými cenami. Počas každého dňa v období 1. – 30.6.2023 sme vypočítali korelačné koeficienty vždy, keď vznikla nová predikcia. Predikovaných minút v každej predikcii bolo 9, čiže z každej predikcie vzišlo 9 Spearmanových korelačných koeficientov, pre každú minútu samostatne. Všetky takto vypočítané korelačné koeficienty počas jedného dňa sme spriemerovali. Výsledné hodnoty priemerných Spearmanových korelačných koeficientov pre každý deň v júni 2023 sa nachádzajú v Tabuľke 9.

Dátum	Hodnota Spearmanovho ρ	Dátum	Hodnota Spearmanovho ρ
1.6.2023	0.60	16.6.2023	0.58
2.6.2023	0.50	17.6.2023	0.68
3.6.2023	0.70	18.6.2023	0.71
4.6.2023	0.77	19.6.2023	0.59
5.6.2023	0.54	20.6.2023	0.68
6.6.2023	0.55	21.6.2023	0.56
7.6.2023	0.51	22.6.2023	0.55
8.6.2023	0.49	23.6.2023	0.49
9.6.2023	0.54	24.6.2023	0.76
10.6.2023	0.74	25.6.2023	0.82
11.6.2023	0.89	26.6.2023	0.63
12.6.2023	0.50	27.6.2023	0.41
13.6.2023	0.57	28.6.2023	0.60
14.6.2023	0.53	29.6.2023	0.51
15.6.2023	0.56	30.6.2023	0.48

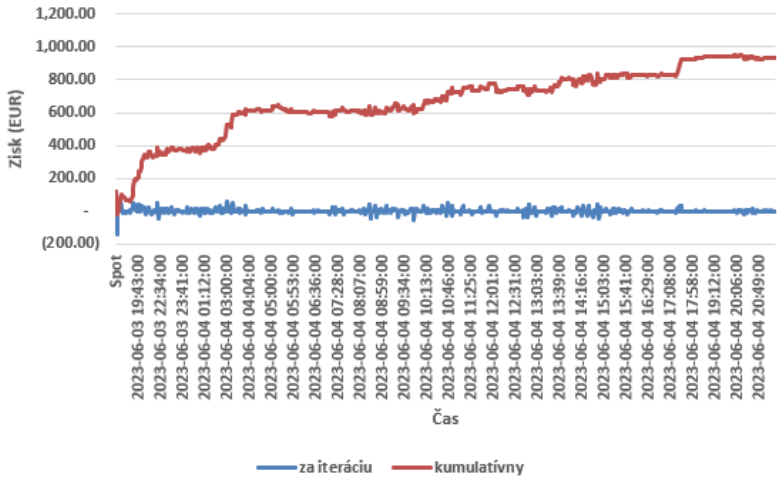
Tabuľka 9: Priemerné Spearmanove korelačné koeficienty

Spearmanove korelačné koeficienty vyšli v rozsahu 0.41 až 0.89 s priemernou hodnotou 0.60 za celý mesiac. Znamená to, že na základe Tabuľky 6 predikčný model dosiahol strednú až veľmi silnú koreláciu medzi skutočným a predikovaným usporiadaním cien

jednotlivých periód. Priemerná hodnota ρ_s za celý mesiac sa nachádzala na spodnej hranici silnej korelácie. Ďalej sme sa teda pozreli, aké vysledky dáva model zohľadňujúci budúce časy obchodovania vzhľadom na predikované ceny.

5.3.2 Výsledky pomocou modelu zohľadňujúceho budúce časy obchodovania

Výsledný zisk za iteráciu a kumulatívny zisk pri použití MPC modelu sme graficky znázornili na Obr. 13.



Obr. 13: Zisk za jednu iteráciu a kumulatívny zisk pomocou prediktívneho riadenia s modelom na deň 4.6.2023

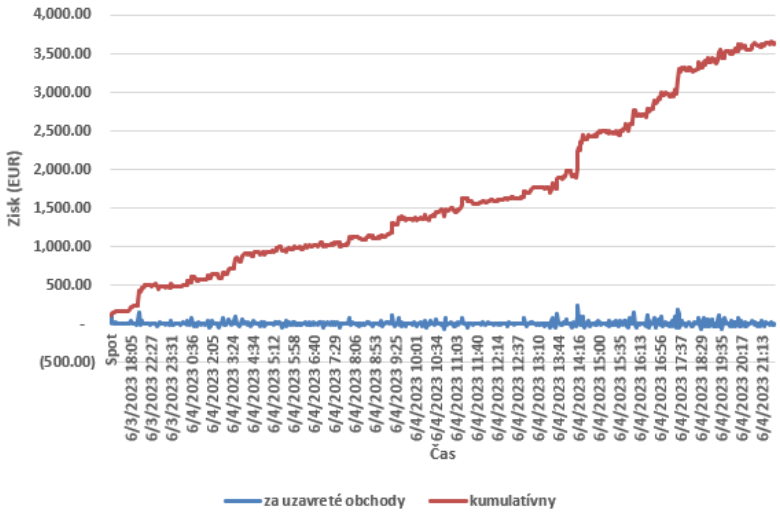
Celkový kumulatívny zisk z obchodovania na vnútrodennom trhu dosiahol hodnotu 810.43 EUR a priemerný čas výpočtu jednej iterácie bol 0.643 sekundy. Na Obr. 13 vidíme, že realizácia obchodov podľa modelu (30) v niektorých obchodovacích časoch viedla k strate. Pri predchádzajúcich experimentoch sme tento jav nepozorovali. Kým predošlé modely hľadali optimálny spôsob obchodovania iba vzhľadom na aktuálne ceny, v tomto modeli, kde sa zohľadňujú aj budúce časy obchodovania, môže nastať situácia, keď je optimálne obetovať dnešný zisk (či dokonca akceptovať stratu) v prospech budúcich ziskov.

Výrazný pokles v zisku je hneď v prvej iterácii. To je spôsobené prechodom zo spotového trhu na vnútrodenný. Spotový trh nie je priebežný, čiže sa nedá použiť model zohľadňujúci budúce časy obchodovania. Zmenou prístupu po príchode na vnútrodenný trh nastane vyššie množstvo nákupov, ktoré spôsobia dočasnú stratu. Tu vzniká priestor na nájdenie takého spôsobu obchodovania na spotovom trhu, aby sa dosiahol plynulejší

a ziskovejší prechod zo spotového na vnútrodenný trh. Tento problém ostáva na budúce skúmanie.

5.4 Obchodovanie podľa benchmark modelu

Pri benchmark modeli sa nedá pozerať na čas výpočtu, lebo nejde o iteratívny prístup. Ide o jeden veľký výpočet, ktorý určí optimálne nákupy a predaje na celú dĺžku obchodovania na vnútrodennom trhu. Výsledný zisk za uzavreté obchody a kumulatívny zisk pri použití benchmark modelu sme znázornili na Obr. 14.



Obr. 14: Zisk za uzavreté obchody a kumulatívny zisk pomocou benchmark modelu na deň 4.6.2023

Celkový kumulatívny zisk z obchodovania na vnútrodennom trhu vyšiel 3500.03 EUR.

5.5 Porovnanie modelov

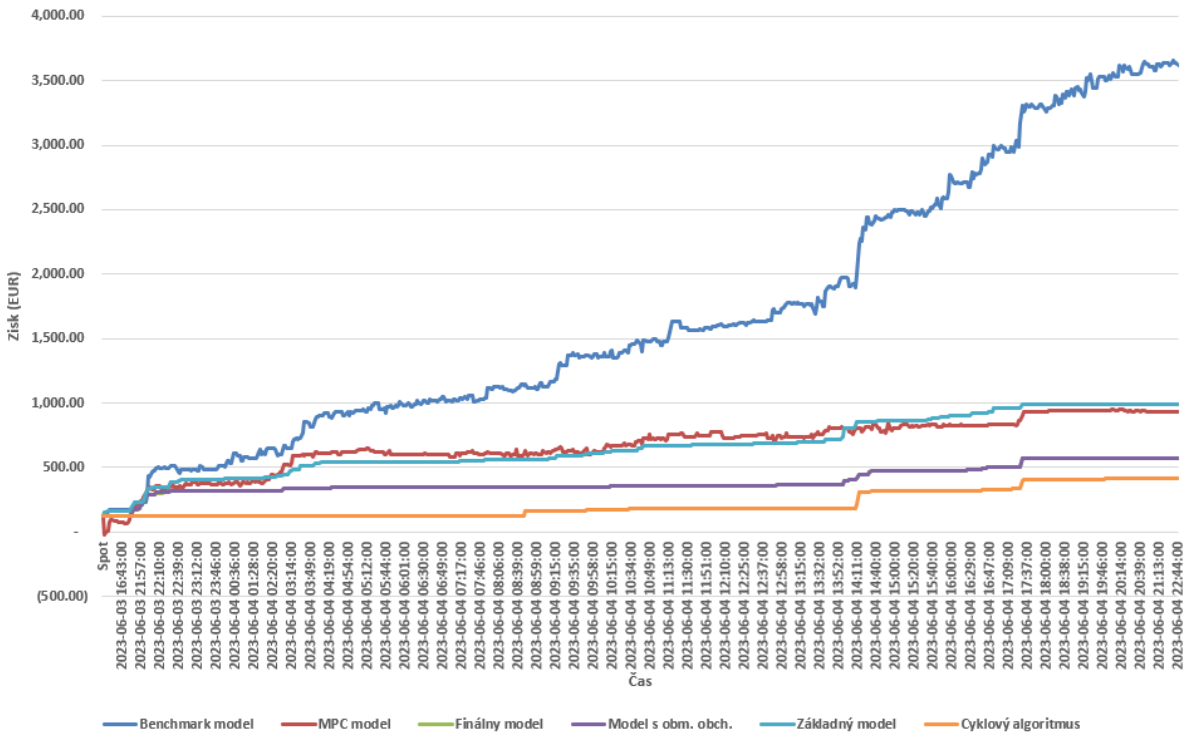
Najprv sme porovnali výsledky všetkých modelov na dni 4.6.2023. Potom sme vypočítali a porovnali výsledky finálneho modelu, MPC modelu a benchmark modelu pre celý mesiac jún 2023.

5.5.1 Porovnanie dňa 4.6.2023

Pre lepší prehľad sme výsledky všetkych modelov zobrazili v Tabuľke 10 a Obr. 15. Relatívny zisk je počítaný v percentách voči zisku zo spotového trhu.

Model	Absolútny zisk	Relatívny zisk	Priemerný čas výpočtu	Percentá z benchmark zisku
Cyklový algoritmus	298.81 EUR	249%	0.036 s	9%
Základný model	873.14 EUR	728%	0.429 s	25%
Model s obm. obch.	456.17 EUR	381%	0.398 s	13%
Finálny model	455.48 EUR	380%	0.402 s	13%
MPC model	810.43 EUR	676%	0.643 s	23%
Benchmark model	3500.03 EUR	2920%	-	100%

Tabuľka 10: Výsledky všetkých modelov za deň 4.6.2023



Obr. 15: Kumulatívny zisk pomocou všetkých modelov za deň 4.6.2023

Celkovo je výrazný rozdiel medzi benchmark modelom a ostatnými modelmi. Znamená to, že je ešte dosť priestoru na vylepšenia v hľadaní optimálneho spôsobu obchodovania. Avšak, uvedomme si, že zisk z benchmark modelu je len potenciálny a nie je prakticky dosiahnuteľný. Takisto základný model slúži len na porovnanie s neskoršími modifikovanými modelmi a nereflektuje realitu.

Výrazne najrýchlejší, ale aj najmenej ziskový bol cyklový algoritmus. V tejto práci

sme nepočítali s možnosťou, že v priebehu výpočtu sa zmení obchodovateľnosť periód a už nebude možné zrealizovať navrhnuté obchody. Avšak v realite taká možnosť môže nastať, preto má význam brať do úvahy aj model s nižším, ale istejším ziskom.

Model s obmedzením obchodovateľnosti a finálny model dávajú podobné výsledky. Model s obmedzením obchodovateľnosti je v priemere o 0.004 sekundy rýchlejší, čo je pravdepodobne dôsledkom nižšieho počtu parametrov. Mohlo by sa zdať, že druhá modifikácia je zanedbateľná, ale nie je to tak. Finálny model lepšie popisuje realitu na trhu. Malý rozdiel medzi týmito dvoma modelmi je spôsobený hlavne tým, že cena nákupu aj predaja bola počítaná z rovnakej obchodovanej ceny. Navyše, obmedzenie nakupovateľnosti bolo rovné obmedzeniu predávateľnosti, keďže sme pracovali s dátami o zrealizovaných obchodoch.

MPC model dosiahol skoro dvojnásobne vyšší zisk ako finálny model, ale súčasne bol aj najpomalší spomedzi všetkých modelov. Časová náročnosť MPC modelu súvisí s počtom zohľadnených minút vo výpočte. Nižšia hodnota parametra m znamená rýchlejší výpočet, ale aj menej priestoru na optimalizáciu. Na druhej strane, s rastom m sa síce berie do úvahy viac informácií, ale rastie aj časová náročnosť výpočtu. Navyše, predikcie cien vo vzdialenejšej budúcnosti sú menej presné. Spravili sme preto analýzu citlivosti na parameter m, aby sme posúdili, ako sa zmení dosiahnutý zisk po predĺžení a skrátení zohľadneného horizontu obchodovania.

5.5.2 Porovnanie mesiaca jún 2023

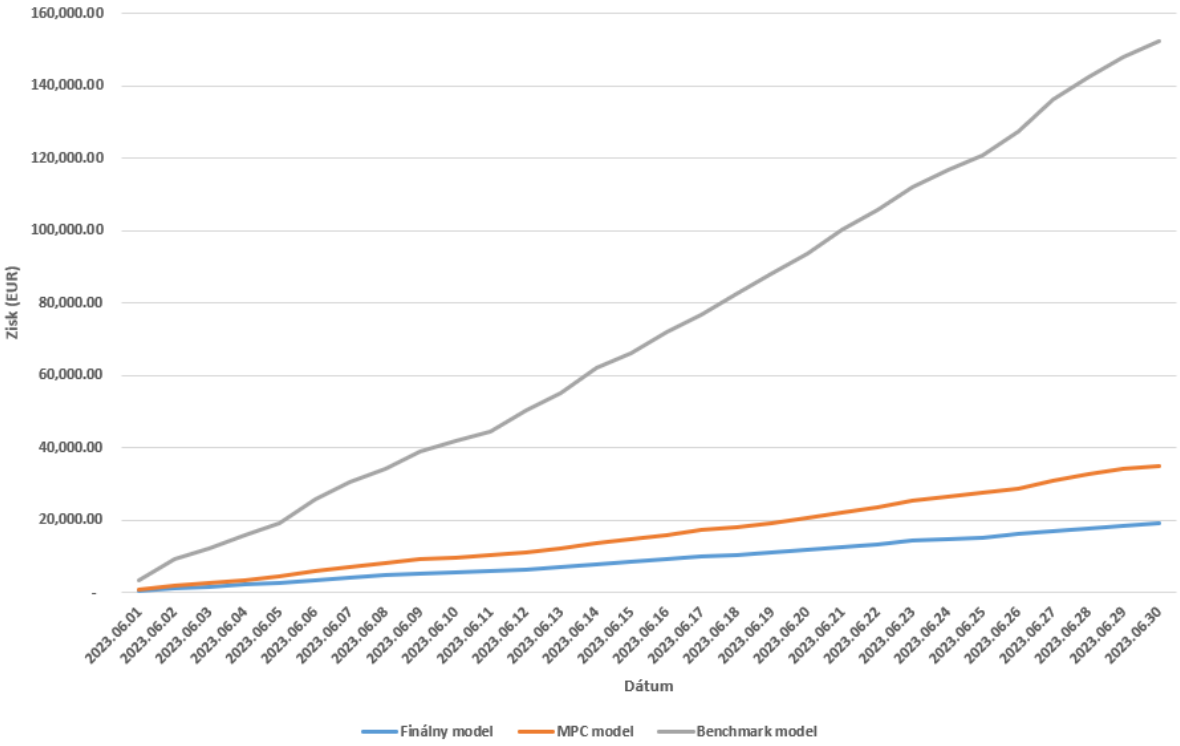
Okrem porovnania výsledkov za jeden deň sme sa pozreli na dlhší časový úsek: na celý mesiac jún. Od takéhoto porovnania očakávame stabilnejšie a hodnovernejšie výsledky. V tejto časti sme sa venovali už len finálnemu modelu, MPC modelu a benchmark modelu. Pre lepší prehľad sme priemerné denné zisky modelov zobrazili v Tabuľke 11 a kumulatívne zisky na Obr. 16. Podrobné výsledky pre jednotlivé dni možno nájsť v prílohe A.

V priemerných denných hodnotách sa všetky tri modely zlepšili, čiže 4.6.2023 bol jeden z menej ziskových dní. Vzájomná pozícia týchto modelov sa nezmenila. Stále sa zachoval výrazný rozdiel v zisku medzi benchmark modelom a ostatnými. Ako vidíme na Obr. 16, obchodovanie pomocou MPC modelu viedlo počas celého mesiaca približne k dvojnásobnému zisku v porovnaní s finálnym modelom.

Napriek tomu, že finálny model dosiahol nižší zisk ako MPC model, stále sa jeho

Model	Absolútny zisk	Relatívny zisk	Percentá z benchmark zisku
Finálny model	637.12 EUR	798%	13%
MPC model	1168.79 EUR	1463%	23%
Benchmark model	5073.69 EUR	6353%	100%

Tabuľka 11: Priemerné denné zisky modelov za mesiac jún 2023



Obr. 16: Kumulatívny zisk pomocou modelov za mesiac jún 2023

priemerný výsledok hýbal na úrovni osemnásobku zisku zo spotového trhu. To svedčí o použiteľnosti finálneho modelu a so svojou výpočtovou rýchlosťou je dobrou alternatívou k MPC modelu.

Na Obr. 16 vidíme, že kumulatívne zisky počas celého mesiaca sa vyvíjajú pomerne lineárne. To znamená, že modely sú stabilné a aj pri rôznych vývojoch cien si dokážu udržať porovnateľnú ziskovosť.

5.6 Analýza citlivosti

V tejto časti zhodnotíme vplyv vybraných vstupných parametrov modelu na výšku dosiahnutého zisku. Výsledky prezentujeme pre MPC model. Analýzu citlivosti spravíme pre parametre, na ktoré vie mať majiteľ batérie priamy dosah. Pre jednotlivé parametre sme volili jednu nižšiu a jednu vyššiu hodnotu. Okrem toho sme sa pozreli aj na prípad bez obchodovania na spotovom trhu. Nové hodnoty, dosiahnuté zisky počas dňa 4.6.2023 a rozdiely voči pôvodnému nastaveniu sa nachádzajú v Tabuľke 12.

Parameter	Hodnota	Abs. zisk	Rel. zisk	Rozdiel v abs. zisku	Rozdiel v rel. zisku
m	5	844.65 EUR	705%	34.22 EUR	29%
	20	876.05 EUR	731%	65.62 EUR	55%
κ^{bid}	0.95	808.98 EUR	675%	-1.45 EUR	-1%
	0.99	809.79 EUR	675%	-0.64 EUR	-1%
σ	0.005	810.43 EUR	676%	0 EUR	0%
	0.02	810.57 EUR	676%	0.14 EUR	0%
P	0.5	568.59 EUR	513%	-241.84 EUR	-163%
	2	975.16 EUR	806%	164.72 EUR	130%
U_x	0.5	487.58 EUR	806%	-322.85 EUR	-130%
	2	1162.82 EUR	524%	352.39 EUR	-152%
c	1	545.27 EUR	490%	-265.16 EUR	-186%
	3	975.65 EUR	814%	165.22 EUR	138%
x_0, x_n	0.25	789.74 EUR	634%	-20.70 EUR	-43%
	0.75	815.89 EUR	709%	5.46 EUR	33%
bez spotu	-	926.59 EUR	673 %	-3.72 EUR	-3 %

Tabuľka 12: Analyzované zmeny a ich dopad na dosiahnutý zisk

V prípade parametra m sa ukazuje, že skrátenie aj predĺženie zohľadneného obchodovacieho horizontu vie navýšiť dosiahnutý zisk.

Zmena faktora κ^{bid} ani zmena σ nemení výrazne výsledok. Znamená to, že pri zmene štandardnej odchýlky bielych šumov v predikčnom modeli sa nemení výrazne usporiada-

nie predikovaných cien. Takisto nemá veľký vplyv faktor, pomocou ktorého sa predikujú nevýhodnejšie ceny periód. To svedčí o stabilite predikčného modelu.

Zmena parametrov P, U_x, c a x_0, x_n má vplyv na obchodovanie na spotovom trhu. Preto sme v tých prípadoch prepočítali aj počiatočné pozície zo spotového trhu. Zmenou výkonu batérie P sa mení zisk podľa očakávaní. V prípade navýšenia maximálnej kapacity batérie U_x sa absolútny zisk navýšil, ale nie tak výrazne ako zisk zo spotového trhu, čiže relatívny zisk poklesol. Pri znížení maximálneho počtu cyklov c sa síce zisk znížil, ale vychádza vyšší v prepočte na jeden cyklus. To znamená, že z dlhodobého hľadiska je výhodnejšie robiť na batérii menší počet cyklov denne, lebo tak batéria vydrží dlhšie a za rovnaký počet cyklov zarobí viac.

V prípade zmeny počiatočnej a koncovej podmienky x_0, x_n sa ukazuje, že je ziskovejšie začínať deň s plnšou batériou. Na záver sme porovnali zisk v prípade, že sa s batériou neobchodovalo na spotovom trhu s celkovým pôvodným ziskom (zo spotového aj vnútrodenného trhu). Rozdiel vyšiel veľmi malý v absolútnych aj relatívnych číslach.

Záver

V súčasnosti batérie na uskladnenie elektrickej energie patria medzi rýchlo sa rozvíjajúce technológie. Predstavujú jeden z nástrojov na dosiahnutie klimatických cieľov ohľadom zvýšenia podielu obnoviteľných zdrojov na výrobe elektrickej energie. Batérie ponúkajú flexibilitu uskladnenia elektrickej energie, keď je výroba elektrickej energie z obnoviteľných zdrojov (slnko, vietor) lacná a čerpanie uloženej energie v časoch, keď dochádza k výpadkom alebo zníženiu výroby.

Cieľom tejto práce bolo hľadanie optimálneho spôsobu obchodovania s batériou na vnútrodennom trhu s elektrickou energiou. V prvom kroku sme predstavili matematický model, ktorý dostatočne presne reprezentuje obchodovanie s batériou na maďarskom HUPX vnútrodennom trhu. Model sme zostavili z pohľadu majiteľa batérie, ktorého cieľom je v danom období dosiahnuť čo najväčší zisk z obchodovania. Pri zostavovaní modelu sme zohľadnili viaceré technické obmedzenia: kapacitu batérie, jej výkon, predošlé obchody, maximálny počet cyklov, počiatočný stav batérie a požiadavku na koncový stav naplnenosti batérie.

Následne sme do základného modelu zapracovali dve modifikácie, ktorými sme sa priblížili k reálnym podmienkam na vnútrodennom trhu. Prvou modifikáciu bolo zohľadnenie obchodovateľnosti jednotlivých periód, čím vznikol model s obmedzením obchodovateľnosti. Pomocou druhej modifikácie sme zobrali do úvahy aj rôzne ceny nákupu a predaja. Tým sme sa dopracovali k finálnemu modelu (20). Od tohto modelu sme odvodili model zohľadňujúci budúce časy obchodovania (21) a benchmark model, ktorý slúžil ako vzor pre ostatné modely.

V práci sme sa podrobnejšie venovali obchodovaniu na vnútrodennom trhu, nakoľko takýto trh ponúka príležitosť najlepšie zhodnotiť flexibilitu, ktorú obchodovanie s batériou ponúka. V krátkosti sme predstavili fungovanie vnútrodenného trhu. Podrobnejšie sme sa venovali analýze a predikcii cien na tomto trhu. Predstavili sme model na predikciu budúcich cien na vnútrodennom trhu ako odchýlok od spotovej ceny. Získané predikcie predstavovali vstupné hodnoty pre numerickú analýzu navrhnutých optimalizačných modelov.

V práci sme predstavili tri rôzne prístupy k hľadaniu spôsobu obchodovania. Prvým prístupom bol cyklový algoritmus. V tomto prípade sme nevychádzali z predstavených

modelov, ale implementovali sme jednoduchý spôsob vyhľadávania a výmeny vhodných pozícií.

Základný model a model (20) predstavujú úlohu dynamického programovania. Vzhľadom na rozsah premenných sme tieto modely neriešili štandardnými technikami dynamického programovania, ale transformáciou na úlohu zmiešaného celočíselného lineárneho programovania.

Posledným prístupom bolo prediktívne riadenie s modelom, ktoré využívalo predikčný model na vypočet predikovaných budúcich cien jednotlivých periód. Tieto ceny potom slúžili ako vstupy do modelu zohľadňujúceho budúce časy obchodovania, ktorý nachádzal optimálne riešenie vzhľadom na predikovaný časový horizont.

Výsledky numerických experimentov vzhľadom na dané dáta ukázali, že najrýchlejšie našiel spôsob obchodovania cyklový algoritmus. Avšak, dosiahnutý zisk bol najnižší spomedzi testovaných prístupov. Najvyšší zisk dosiahol MPC model, ktorého kumulatívny zisk bol takmer dvakrát vyšší ako v prípade finálneho modelu. Na dátach z júna 2023 dokázal MPC model obchodovaním na vnútrodennom trhu dosiahnuť priemerne 1463% zisku z obchodovania na spotovom trhu. Zisk pri použití MPC modelu predstavoval 23% potenciálneho zisku z benchmark modelu.

Na záver sme testovali robustnosť získaných výsledkov vzhľadom na zmeny hodnôt vybraných vstupných parametrov modelu. Analýza citlivosti ukázala, že zmena dĺžky obchodovacieho horizontu viedla k zvýšeniu zisku. Rovnaký efekt sme pozorovali pri zvýšení počiatočnej a koncovej naplnenosti batérie. Z dlhodobého hľadiska vyšlo výhodnejšie voliť nižší maximálny počet cyklov za deň. Vplyv parametrov predikčného modelu na výslednú hodnotu kumulatívneho zisku bol zanedbateľný.

Súčasťou numerickej analýzy bolo porovnanie obchodovania s batériou len na vnútrodennom trhu. Výsledky naznačujú, že obchodovanie najprv na spotovom trhu zvyšuje výsledný zisk len o 3%, čo nepredstavuje dostatočne významné navýšenie. Ukazuje sa teda, že k primárnemu zhodnoteniu flexibility batérie dochádza až pri obchodovaní na vnútrodennom trhu.

Všetky prístupy na hľadanie spôsobu obchodovania, predstavené v tejto práci, dokázali nájsť riešenie za kratší čas ako jedna sekunda, čo umožňuje ich opakované spúšťanie pri zmene podmienok na trhu. Najlepším prístupom sa javí využitie MPC modelu. Dosia-

hnutý kumulatívny zisk predstavuje významný nárast oproti obchodovaniu s batériou len na spotovom trhu. Porovnanie s benchmark modelom však demonštruje, že pri hľadaní spôsobu obchodovania existuje priestor na zlepšenie. Za ďalšie možné rozšírenia tejto práce považujeme vylepšovanie predikčného modelu, hľadanie optimálnych parametrov modelov a použitie aproximatívnych metód strojového učenia. Takéto prístupy nevyžadujú konštrukciu predikčného modelu cien, avšak sa musia vysporiadať so zvýšenými časovými nárokmi na nájdenie riešenia. Okrem toho vidíme priestor aj na zefektívňovanie výpočtu s cieľom znížiť časovú náročnosť použitých prístupov.

Zoznam použitej literatúry

[1] Afram A., Janabi-Sharifi F.: *Theory and applications of HVAC control systems – A review of model predictive control (MPC)*, Building and Environment 72 (2014), 343–355

[2] Aid R., Gruet P., Pham H.: *An optimal trading problem in intraday electricity markets*, Mathematics and Financial Economics 10 (2016), 49-–85

[3] AMPL Optimization Inc.: *amplpy: Python API for AMPL*, Python package version 0.14.1b0, dostupné na internete (12.1.2025): https://github.com/ampl/amplpy

[4] Cartuyvels J.,Bertrand G., Papavasiliou A.: *Market Equilibria in Cross-Border Balancing Platforms*, IEEE Transactions on Energy Markets, Policy and Regulation 2 (2024), 162–174

[5] Glas S., et al.: *Intraday renewable electricity trading: advanced modeling and numerical optimal control*, Journal of Mathematics in Industry 10 (2020), 1–17

[6] Gurobi Optimization, LLC: *Gurobi Optimizer Reference Manual*, Software version 11.0.3, dostupné na internete (12.1.2025): https://www.gurobi.com

[7] Hornek T., et al.: *The Value of Battery Storage in the Continuous Intraday Market: Forecast vs. Perfect Foresight Strategies*, Computational Engineering, Finance, and Science (2025), 1–9

[8] Jain V., Grossmann I. E.: *Algorithms for Hybrid MILP/CP Models for a Class of Optimization Problems*, INFORMS Journal on Computing 13 (2001), 258–276

[9] Kiesel R., Paraschiv F.: *Econometric analysis of 15-minute intraday electricity prices*, Energy Economics 64 (2017), 77–90

[10] Kouvaritakis B., Cannon M.: *Model Predictive Control*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016

[11] REMIT Portal: List of Organised Market Places, dostupné na internete (22.4.2025): https://www.acer-remit.eu/portal/organised-marketplaces

[12] Mohamed A. A. R., Morrow D. J., Best R.: *Maximizing the Profits of Battery Energy Storage Systems in the Integrated Single Electricity Market*, The 9th Renewable Power Generation Conference (RPG Dublin Online 2021), 383–388

[13] Morstyn T., McCulloch M. D.: *Multi-Class Energy Management for Peer-to-Peer Energy Trading Driven by Prosumer Preferences*, IEEE Transactions on Power Systems 34 (2019), 4005–4014

[14] Myers J. L., Well A. D.: *Research Design and Statistical Analysis*, Second Edition, Lawrence Erlbaum, New Jersey, 2003

[15] Santosuosso L., et al.: *Stochastic Economic Model Predictive Control for Trading Energy and Ancillary Services with Storage*, Sustainable Energy, Grids and Networks 38 (2024), 101373

[16] Sina M. N. I., Setiawan E. B.: *Stock Price Correlation Analysis with Twitter Sentiment Analysis Using The CNN-LSTM Method*, Jurnal dan Penelitian Teknik Informatika 7 (2023), 2190–2202

[17] Tanrisever F., Derinkuyu K., Geert J.: *Organization and functioning of liberalized electricity markets: An overview of the Dutch market*, Renewable and Sustainable Energy Reviews 51 (2015), 1363–1374

[18] Tehrani S., Juan J., Caro E.: *Electricity Spot Price Modeling and Forecasting in European Markets*, Energies 15 (2022), 5980

[19] Zeileis, A., et al.: *zoo: S3 Infrastructure for Regular and Irregular Time Series (Z's Ordered Observations)*, R package version 1.8–12, dostupné na internete (12.1.2025): https://CRAN.R-project.org/package=zoo

[20] Zhang X. et al.: *Dissipativity based distributed economic model predictive control for residential microgrids with renewable energy generation and battery energy storage*, Renewable energy 100 (2016), 1–17

Príloha A

Dátum	Zisk	Dátum	Zisk
1.6.2023	122.80 EUR	16.6.2023	66.02 EUR
2.6.2023	81.41 EUR	17.6.2023	88.88 EUR
3.6.2023	94.15 EUR	18.6.2023	101.25 EUR
4.6.2023	119.88 EUR	19.6.2023	89.32 EUR
5.6.2023	83.19 EUR	20.6.2023	72.10 EUR
6.6.2023	98.29 EUR	21.6.2023	81.65 EUR
7.6.2023	79.73 EUR	22.6.2023	58.90 EUR
8.6.2023	29.32 EUR	23.6.2023	41.20 EUR
9.6.2023	37.97 EUR	24.6.2023	122.92 EUR
10.6.2023	95.56 EUR	25.6.2023	141.12 EUR
11.6.2023	94.37 EUR	26.6.2023	72.30 EUR
12.6.2023	73.57 EUR	27.6.2023	54.93 EUR
13.6.2023	63.67 EUR	28.6.2023	56.40 EUR
14.6.2023	74.55 EUR	29.6.2023	53.05 EUR
15.6.2023	95.25 EUR	30.6.2023	52.25 EUR

Tabuľka 13: Výsledok z obchodovania na spotovom trhu za mesiac jún 2023

Dátum	Zisk		Dátum	Zisk	
	abs.	rel.		abs.	rel.
1.6.2023	673.13 EUR	548%	16.6.2023	1169.70 EUR	1772%
2.6.2023	1081.97 EUR	1329%	17.6.2023	1227.06 EUR	1381%
3.6.2023	769.38 EUR	817%	18.6.2023	935.31 EUR	924%
4.6.2023	810.43 EUR	676%	19.6.2023	993.09 EUR	1112%
5.6.2023	1158.04 EUR	1392%	20.6.2023	1373.12 EUR	1905%
6.6.2023	1369.96 EUR	1394%	21.6.2023	1487.30 EUR	1822%
7.6.2023	1299.75 EUR	1630%	22.6.2023	1598.58 EUR	2714%
8.6.2023	839.41 EUR	2863%	23.6.2023	1890.11 EUR	4588%
9.6.2023	1176.49 EUR	3099%	24.6.2023	983.52 EUR	800%
10.6.2023	482.56 EUR	505%	25.6.2023	914.25 EUR	648%
11.6.2023	513.07 EUR	544%	26.6.2023	1432.42 EUR	1981%
12.6.2023	977.08 EUR	1328%	27.6.2023	1896.81 EUR	3453%
13.6.2023	1071.20 EUR	1682%	28.6.2023	1855.09 EUR	3289%
14.6.2023	1347.76 EUR	1808%	29.6.2023	1547.53 EUR	2917%
15.6.2023	1281.74 EUR	1346%	30.6.2023	907.76 EUR	1737%

Tabuľka 14: Výsledky MPC modelu za mesiac jún 2023

Dátum	Zisk		Dátum	Zisk	
	abs.	rel.		abs.	rel.
1.6.2023	311.83 EUR	254%	16.6.2023	838.62 EUR	1270%
2.6.2023	1004.52 EUR	1234%	17.6.2023	641.24 EUR	721%
3.6.2023	312.68 EUR	332%	18.6.2023	567.59 EUR	561%
4.6.2023	455.48 EUR	380%	19.6.2023	593.08 EUR	664%
5.6.2023	535.68 EUR	644%	20.6.2023	731.73 EUR	1015%
6.6.2023	895.68 EUR	911%	21.6.2023	795.86 EUR	975%
7.6.2023	643.92 EUR	808%	22.6.2023	833.42 EUR	1415%
8.6.2023	546.25 EUR	1863%	23.6.2023	901.66 EUR	2189%
9.6.2023	632.49 EUR	1666%	24.6.2023	547.31 EUR	445%
10.6.2023	221.13 EUR	231%	25.6.2023	478.08 EUR	339%
11.6.2023	293.91 EUR	311%	26.6.2023	825.23 EUR	1141%
12.6.2023	562.74 EUR	765%	27.6.2023	1015.86 EUR	1849%
13.6.2023	564.03 EUR	886%	28.6.2023	741.35 EUR	1314%
14.6.2023	647.82 EUR	869%	29.6.2023	728.32 EUR	1373%
15.6.2023	707.28 EUR	743%	30.6.2023	538.93 EUR	1031%

Tabuľka 15: Výsledky finálneho modelu za mesiac jún 2023

Dátum	Zisk		Dátum	Zisk	
	abs.	rel.		abs.	rel.
1.6.2023	3500.01 EUR	2850%	16.6.2023	5824.11 EUR	8822%
2.6.2023	5750.67 EUR	7064%	17.6.2023	5084.32 EUR	5721%
3.6.2023	2967.93 EUR	3152%	18.6.2023	5596.05 EUR	5527%
4.6.2023	3500.04 EUR	2920%	19.6.2023	5681.35 EUR	6361%
5.6.2023	3541.31 EUR	4257%	20.6.2023	5531.55 EUR	7672%
6.6.2023	6319.40 EUR	6429%	21.6.2023	6547.50 EUR	8019%
7.6.2023	4839.83 EUR	6070%	22.6.2023	5595.29 EUR	9499%
8.6.2023	3648.31 EUR	12443%	23.6.2023	6192.18 EUR	15031%
9.6.2023	4935.65 EUR	13000%	24.6.2023	4549.71 EUR	3701%
10.6.2023	2826.18 EUR	2958%	25.6.2023	4115.82 EUR	2917%
11.6.2023	2700.60 EUR	2862%	26.6.2023	6638.85 EUR	9183%
12.6.2023	5836.77 EUR	7933%	27.6.2023	8945.27 EUR	16286%
13.6.2023	4685.64 EUR	7359%	28.6.2023	6100.19 EUR	10816%
14.6.2023	6882.25 EUR	9231%	29.6.2023	5730.10 EUR	10800%
15.6.2023	4066.30 EUR	4269%	30.6.2023	4077.49 EUR	7804%

Tabuľka 16: Výsledky benchmark modelu za mesiac jún 2023